

Физика Земли и планет

В.Л.Пантелеев

Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова

Физический факультет

Курс лекций

Москва 2001

Оглавление

- [Оглавление](#)
- [1. Геофизика](#)
 - [1.1 Введение](#)
 - [1.2 Планеты Солнечной системы](#)
 - [1.3 Космогонические гипотезы](#)
- [2. Элементы сейсмологии](#)
 - [2.1 Сейсмологическая модель Земли](#)
 - [2.2 Годограф сейсмических волн](#)
 - [2.3 Определение плотности внутри планеты](#)
 - [2.3.1 Уравнение Адамса Вильямсона](#)
 - [2.4 Собственные колебания Земли](#)
 - [2.5 Поверхностные волны](#)
 - [2.6 Землетрясения](#)
- [3. Гравитационное поле планеты](#)
 - [3.1 Гравитационный потенциал](#)
 - [3.1.1 Гравитационный потенциал материальной точки](#)
 - [3.1.2 Гравитационный потенциал тела](#)
 - [3.2 Свойства гравитационного потенциала](#)
 - [3.3 Гравитационный потенциал шара](#)
 - [3.3.1 Потенциал шара во внутренней точке](#)
 - [3.3.2 Гравитационный потенциал однородного шара](#)
 - [3.4 Гравитационное поле планеты](#)
 - [3.4.1 Определение массы планеты](#)
 - [3.4.2 Определение характеристик гравитационного поля Земли](#)
- [4. Гравитационное поле и внутреннее строение Земли](#)
 - [4.1 Потенциал тяжести](#)
 - [4.2 Фигуры равновесия небесных тел](#)
 - [4.2.1 Основные теоремы](#)
 - [4.2.2 Эллипсоид как фигура равновесия](#)
 - [4.2.3 Модель "планеты Роша"](#)
 - [4.2.4 Сфероид Клеро](#)
 - [4.2.5 Два предела сжатия для фигур равновесия](#)

- [4.3 Гравитационные аномалии и строение Земли](#)
 - [4.3.1 Гравитационные аномалии](#)
- [5. Тепловое поле и возраст Земли](#)
 - [5.1 Источники тепла](#)
 - [5.2 Температура в недрах Земли](#)
- [6. Приливы](#)
 - [6.1 Приливообразующий потенциал](#)
 - [6.1.1 Приливная деформация уровенной поверхности планеты](#)
 - [6.1.2 Преобразование формулы для приливообразующего потенциала](#)
 - [6.2 Типы приливных волн](#)
 - [6.2.1 Долгопериодические приливы](#)
 - [6.2.2 Суточные приливы](#)
 - [6.2.3 Полусуточные приливы](#)
 - [6.3 Наблюдения приливных явлений на Земле](#)
 - [6.3.1 Вариации силы тяжести](#)
 - [6.3.2 Отклонения отвесной линии](#)
 - [6.3.3 Наблюдения деформаций земной поверхности](#)
 - [6.3.4 Наблюдения за вариациями скорости вращения Земли](#)
 - [6.4 Космогоническое значение исследования приливов](#)
- [7. Геофизика на Луне](#)
 - [7.1 Основные задачи](#)
 - [7.2 Хронология первых Лунных исследований](#)
 - [7.2.1 Сейсмические исследования](#)
 - [7.3 Гравитационное поле Луны](#)
- [8. Планеты земной группы](#)
 - [8.1 Меркурий](#)
 - [8.2 Венера](#)
 - [8.3 Марс](#)
- [9. Планеты гиганты](#)
 - [9.1 Юпитер](#)
 - [9.2 Сатурн](#)
 - [9.3 Уран](#)
 - [9.4 Нептун](#)
- [10. Плутон](#)

1. Геофизика

Разделы

- [1.1 Введение](#)
- [1.2 Планеты Солнечной системы](#)
- [1.3 Космогонические гипотезы](#)

1.1 Введение

Раздел физики, изучающей состояние вещества и строение нашей планеты, носит название *геофизики*, то есть физики планеты Земля. Невозможно описать все свойства внутреннего строения планеты в одном курсе лекций, настолько они многообразны. В зависимости от того, что именно изучает наш предмет, в названии курса вносится уточнение. Под геофизикой часто понимают физику всей планеты Земля. Тогда это -- глобальная геофизика. Однако нас могут интересовать лишь отдельные *сферы* нашей планеты. Отдельно существуют физика атмосферы, физика гидросферы, физика Земной коры (разведочная геофизика) и т.п. Разностороннее изучение нашей планеты выполняется на разных факультетах и отделениях Московского университета. На геологическом факультете основное внимание уделяют физике земной коры и разведочной геофизике, на физическом факультете -- глобальной геофизике -- это тепловые потоки, магнитное и гравитационные поля. На астрономическом отделении нас интересует, кроме того, строение и физические поля других планет Солнечной системы. Фундаментальная геофизика является источником знаний о внутреннем строении наших космических соседей, таких как Луна, Марс, Венера. В эпоху, когда приборы, сделанные человеческими руками, могут быть доставлены практически на поверхности всех планет или их спутников, которые развиты для изучения планеты Земля, могут быть с успехом использованы для изучения других небесных тел.

Исследование строения планет помогает нам понять и космогонические проблемы: как произошла Солнечная система, и что нас ждет в будущем? Кроме того, в преддверии космических экспедиций на другие планеты мы должны знать о них все, что поможет успешному выполнению этих экспедиций. Авторы популярной книги "Межпланетные полеты" Е.А. Гребенников и В.Г. Демин пишут: "Астрофизики составляют своего рода "лоции" межпланетных дорог, чтобы предупредить космонавтов об опасностях, о тех космических "рифтах", которые могут встретиться в межпланетном полете." Не исключено, что земные экологические проблемы уже в нашем столетии настолько обострятся, что без освоения других небесных тел нам не обойтись.

Целью нашего курса является знакомство с исследованием строения Земли и других планет геофизическими методами. Источниками информации служат геофизические поля, прежде всего магнитное и гравитационное. В первой части курса "геофизика и

физика планет" основное внимание уделено физике атмосферы и магнитному полю. В нашем курсе мы познакомимся с основами сейсмологии -- основному инструменту для построения модели планеты Земля -- и гравиметрии, как источника информации о распределении масс. Дополнительные сведения можно почерпнуть из книг :

"Общая геофизика". Под ред. акад. В.А. Магницкого, изд-во МГУ 1995

В.Н. Жарков "Внутреннее строение Земли и планет" М. "Наука" 1978

М.Я. Маров "Планеты Солнечной системы" М. "Наука" 1981

Л.В. Ксанфомалити "Парад планет" М. "Наука" 1997

1.2 Планеты Солнечной системы

Геофизика является тем фундаментом, на котором строятся космогонические выводы. Очень важным фактором в понимании места нашей планеты в Солнечной системе является *химический состав* планеты.

Различные тела Солнечной системы образованы, в основном, тремя группами химических элементов. Первую группу составляют водород и гелий. Эти элементы составляют около 90% массы Солнца. Кроме того, из этих же элементов преимущественно состоят планеты гиганты Юпитер и Сатурн. Приблизительно 1,5% общей массы планет составляют углерод, азот и кислород. Эти элементы образуют вторую группу элементов. Наконец, третью группу химических элементов (около 0,25%) составляют магний, железо и кремний.

По строению и химическому составу планеты Солнечной системы делятся на планеты земной группы (Меркурий, Венера, Земля, Марс), планеты-гиганты (Юпитер, Сатурн, Уран, Нептун) и Плутон, который по многим признакам стоит в этом ряду планет несколько обособленно. Планеты земной группы иногда называют *внутренними* остальные -- *внешними*. Планету Земля часто считают двойной, так как ее естественный спутник Луна по своим размерам и строению мало, чем отличается от других планет земной группы.

Что мы понимаем под словом *планета*? В последние годы часто под словом планета понимают тело, движущееся вокруг Солнца. К ним относятся и многие космические аппараты, сделанные руками человека, запущенные вокруг Солнца. Крупные космические камни, движущиеся по замкнутым траекториям вокруг Солнца, мы

называем *малые планеты* или *астероиды*. В нашем курсе мы будем интересоваться планетами в классическом понимании: планета -- это космическое шарообразное тело с массой 10^{17} – 10^{26} т. Тела меньшей массы остаются твердыми и сохраняют свою форму как угодно долго. Спутник марса Фобос, фотографию которого мы все видели, выглядит как большой камень с массой 10^{16} кг. Тела с массой больше 10^{17} кг обладают свойством пластичности, с течением времени они принимают форму с наименьшей площадью поверхности, то есть шаровидную. Однако, если масса планеты будет больше 10^{26} т, то начнется термоядерная реакция и планета превратится в маленькую звезду! Кстати, Юпитеру не хватает меньше двух порядков, чтобы превратиться в звезду.

Приведем таблицу основных характеристик планет, Солнца и Луны.

Table 1.1 Характеристики тел Солнечной системы. Планета	Большая полуось орбиты (млн. км)	Средний радиус (км)	Масса (кг)	Период вращения
Меркурий	57,91	2437	$3,304 \cdot 10^{23}$	58,6 сут
Венера	108,21	6050	$4,872 \cdot 10^{24}$	-243,16
Земля	149,60	6371	$5,978 \cdot 10^{24}$	23 ч 56 мин 04 с
Марс	227,94	3388	$6,423 \cdot 10^{23}$	24 ч 37 мин 23 с
Юпитер	778,3	69720	$1,900 \cdot 10^{27}$	9 ч 50 мин
Сатурн	1429,3	57900	$5,689 \cdot 10^{26}$	10 ч 14 мин
Уран	2875,03	24740	$8,72 \cdot 10^{25}$	-10 ч 42 мин
Нептун	4504,4	25000	$1,03 \cdot 10^{26}$	15 ч 48 мин
Плутон	5900	2200	10^{23} – 10^{24}	6,39 сут

Солнце	--	696000	$1,99 \cdot 10^{30}$	26 сут
Луна	$60,27 R_{\oplus}$	1738	$0,0123 M_{\oplus}$	-27,32 сут

Приведенные в таблице значения параметров со временем будут уточняться. В частности в книге М.Я. Марова "Планеты Солнечной системы" кроме приведенных значений периодов вращения планет Урана и Нептуна приводятся и другие, уточненные. Для Урана более поздние наблюдения дали -24 ± 3 ч, а для Нептуна 22 ± 4 ч. Такая большая разница по сравнению со значениями, определенными ранее объясняется, возможно, дифференциальным вращением планет: отдельные части поверхности обращаются вокруг оси с разной скоростью.

1.3 Космогонические гипотезы

Гипотезы об образовании нашей Солнечной системы можно разбить на две группы: катастрофические и эволюционные. Одной из самых распространенных, в прошлом, гипотез была гипотеза Джинса, которую можно отнести к типу катастрофических. Согласно этой гипотезе вблизи Солнца прошла звезда, которая своим притяжением вырвала с поверхности Солнца струю газа, из которой образовались планеты. Главный недостаток этой гипотезы состоит в том, что вероятность того, что звезда окажется на близком расстоянии от Солнца очень мала. Кроме того, в сороковых-пятидесятых годах, когда обсуждалась эта гипотеза, считалось не требующим доказательства существование множественности миров, а, следовательно, вероятность образования планетной системы не должна быть малой. Советский астроном Николай Николаевич Парийский своими расчетами убедительно показал ничтожно малую вероятность образования планетной системы, а следовательно и жизни на других планетах, что противоречило господствующим в те времена взглядам философов. Представление об исключительности солнечной планетной системы приводила, якобы, к идеалистической концепции антропоцентризма, с чем ученый-материалист не может согласиться.

Позже, в шестидесятых годах XX столетия, развернулась широкая кампания по поиску следов цивилизации во Вселенной, прежде всего радиоастрономическими методами. И.С. Шкловский в своих публичных выступлениях и книге "Вселенная, жизнь, разум" смело утверждал именно малую вероятность того, что две цивилизации в одной галактике могут существовать *одновременно*. Поэтому малая вероятность реализации гипотезы Джинса не является ее главным недостатком. Ее не взяли на вооружение астрономы всех стран прежде всего потому, что она не объясняла основных закономерностей Солнечной системы. А закономерности эти следующие.

Орбиты всех планет лежат практически в одной плоскости, которая называется плоскостью Лапласа.

Все планеты обращаются вокруг Солнца в одном направлении.

Расстояния планет до Солнца подчиняются определенной закономерности, которая называется *правилом Тициуса-Боде*.

Астероиды расположены на таком расстоянии от Солнца, где, согласно правилу Тициуса-Боде, должна быть планета.

Все планеты Солнечной системы, кроме планет ближайших к Солнцу, Меркурия и Венеры, имеют естественные спутники.

Наблюдается положительная корреляция угловой скорости вращения планет с их массой: чем больше масса, тем больше и скорость вращения. Исключения -- снова Меркурий и Венера.

В параметрах движений планет и их спутников выдерживаются соизмеримости, указывающие на явления резонанса.

Хотя и сейчас катастрофические гипотезы находят сторонников. Вот одна из них. В начальный момент существовали Солнце, протопланетная туманность и звезда, которая в момент прохождения около Солнца взорвалась и превратилась в сверхновую. В формировании планет из этого протопланетного облака сыграли определяющую роль ударные волны. Сильную поддержку эта гипотеза получила, как пишет Л.В. Ксанфомалити в книге "Парад планет", в результате анализа химического состава большого метеорита Альянде. В нем оказалось аномально много кальция, бария и неодима. Впрочем, вероятность реализации такой гипотезы еще меньше, чем в гипотезе Джинса.

Первые попытки создать эволюционную космогоническую гипотезу сделали Бюффон и Кант. Они предположили, что Солнечная система образовалась из облака пыли и газа. В центре облака образовалось Солнце, а на периферии -- планеты. Таким образом, изначально высказывалась мысль, что Солнце и планеты возникли *одновременно*. Позже французский ученый Лаплас высказал мнение, что в процессе образования планет большую роль играет вращение протопланетного облака. При сжатии угловая скорость вращения туманности возрастает, возникает ротационная неустойчивость. Газ, выброшенный из туманности, образует кольца, подобные кольцам Сатурна, которые впоследствии конденсируются в планеты.

Гипотеза Канта-Лапласа не могла объяснить, почему в солнечной системе более 98% момента количества движения принадлежит планетам. Подробно эту проблему изучил английский астрофизик Хойл. Он указал на возможность передачи момента количества движения от "протосолнца" к окружающей среде с помощью магнитного поля. Однако предположение о горячем протопланетном облаке в процессе образования планет наталкивается на другие трудности, которых удалось избежать советскому ученому О.Ю. Шмидту. Он выдвинул предположение, что планеты сконденсировались из относительно холодного газопылевого облака, которое захватило Солнце. Идея захвата -- основная в гипотезе О.Ю.Шмидта, но она одновременно является и слабым местом гипотезы. Однако проблема распределения момента количества движения становится неактуальной: Солнце захватило уже вращающуюся туманность.

Наконец последняя закономерность, которая в распределении расстояний планет от Солнца. Она описывается эмпирической зависимостью $a = 0,4 + 0,3 \cdot 2^n$ а.е., где n

-- целое число идентифицирующее планету: для Меркурия оно отрицательно и бесконечно большое по модулю, для Венеры -- равно нулю, Земле и Марсу приписываются числа 1 и 2, поясу астероидов -- 3, Юпитер, Сатурн, Уран и Нептун обозначаются числами 4, 5, 6 и 7. Орбита Плутона не подчиняется этому правилу, которое называют *правилом Тициуса-Боде*. Эту любопытную закономерность не объясняет ни одна из существующих космогонических гипотез.

Таблица 1.2. Иллюстрация	n	наблюдаемая полуось (а.е.)	вычисленная полуось (а.е.)
-----------------------------	-----	-------------------------------	-------------------------------

правила Тициуса- Бодде Планета			
Меркурий	$-\infty$	0,387	0,4
Венера	0	0,723	0,7
Земля	1	1,000	1,0
Марс	2	1,524	1,6
астероиды	3	2,17-3,64	2,8
Юпитер	4	5,203	5,2
Сатурн	5	9,539	10,0
Уран	6	19,183	19,2
Нептун	7	30,058	38,0
Плутон	8	39,439	75,6

2. Элементы сейсмологии

Разделы

- [2.1 Сейсмологическая модель Земли](#)
- [2.2 Годограф сейсмических волн](#)
- [2.3 Определение плотности внутри планеты](#)
- [2.4 Собственные колебания Земли](#)
- [2.5 Поверхностные волны](#)
- [2.6 Землетрясения](#)

При землетрясениях возникают и распространяются внутри планеты упругие волны, которые называются сейсмическими. Геофизическая наука, которая изучает сейсмические волны, их источники и строение среды их распространения называется *сейсмологией*. Одним из основателей сейсмологии был русский физик, академик Императорской Санкт-Петербургской Академии наук князь Борис Борисович Голицын.

Сейсмические волны могут возникнуть не только при землетрясениях, но могут быть вызваны и искусственно с помощью взрывов или ударов тяжелых предметов о

поверхность. При сейсмической разведке верхних слоев земной коры применяют молот, ударами которого по поверхности вызывают сотрясения, которые проникают вглубь и регистрируются на поверхности высокочувствительными приемниками. Для изучения строения морского дна в водной среде акустические волны создают искусственно:

- взрывами глубинных бомб
- резким выхлопом сжатого воздуха с помощью воздушной пушки (airgun),
- электрическим разрядом в специальном устройстве, называемом спаркером.

Объемные волны бывают двух типов: продольные и поперечные. Продольные волны -- это волны растяжения-сжатия, а поперечные -- упругие волны сдвига. Акустические волны, которые распространяются в воздушной среде, -- это волны продольные, а электромагнитные волны -- поперечные. В сейсмологии для продольных и поперечных волн применяются разные обозначения. Буквой ***P*** обозначаются продольные волны, а ***S*** -- поперечные. Скорости этих волн определяются формулами

$$v_P = \sqrt{\frac{K + (4/3)\mu}{\rho}}, \quad v_S = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}, \quad (2.1)$$

где ρ -- плотность, а K и μ -- упругие постоянные среды. Из приведенных формул видно, что скорость продольных волн больше, чем скорость поперечных волн (в среднем в 1,7 раза). Поэтому продольные волны приходят в пункт регистрации раньше, чем поперечные. Поэтому продольные волны получили название *первичных* (primary), а поперечные волны -- *вторичных* (secondary). Отсюда и обозначения этих волн буквами ***P*** и ***S***. Теперь несколько слов об упругих постоянных.

Существование ***P*** и ***S*** волн теоретически доказал Пуассон в 1828 году, а на практике они были получены английским сейсмологом Олденом в 1901 году.

Модуль Юнга E

Модуль Юнга определяется следующим образом. Допустим, что бы имеем брус (стержень), к одной из малых сторон которого приложена сила ***F***. Она вызовет растяжение(или сжатие) этого стержня на величину ΔL , где L -- длина этого стержня. Тогда в первом приближении между ***F***, ΔL и L существует такая связь:
 $F = E\Delta L/L$

Коэффициент Пуассона

При растяжении или сжатии бруса (стержня) его диаметр d не может оставаться неизменным. Допустим, что он изменился на величину Δd , тогда коэффициент

$$\sigma = -(\Delta d/d)/(\Delta L/L)$$

Пуассона σ определяется следующим образом:

Коэффициент всестороннего сжатия K

Выделим из сплошной среды элементарный кубик и к каждой из его граней приложим силу F , направленную внутрь кубика. Тогда этот кубик, сжимаясь, изменит свой объем на величину ΔV , где V -- объем этого кубика. Коэффициент всестороннего сжатия определяется, как коэффициент пропорциональности изменения объема и

$$F = K\Delta V/V$$

силы F :

Модуль сдвига μ

К одной из граней (например, верхней) элементарного кубика приложим силу F по касательной к этой грани. Тогда произойдет смещение верхней грани относительно нижней, и боковые грани превратятся в параллелограммы. Острые углы параллелограмма будут меньше прямого угла на угол γ . Модуль сдвига

определяется как коэффициент пропорциональности между силой F и углом γ :

$$F = \mu\gamma$$

Между упругими постоянными существует связь

$$\mu = \frac{E}{2(1 + \sigma)}, \quad K = \frac{E}{3(1 - 2\sigma)}. \quad (2.2)$$

Для описания упругой среды используется также и коэффициент Ламе

$$\lambda = \frac{\sigma}{(1 + \sigma)(1 - 2\sigma)} E. \quad (2.3)$$

$$K = \lambda + (2/3)\mu$$

Нетрудно показать, что

2.1 Сейсмологическая модель Земли

Сильное землетрясение порождает объемные волны, которые пронизывают тело планеты, как бы освещая его изнутри. Подобно лучу света сейсмический луч

подчиняется законам оптической оптики, законам отражения и преломления. В частности, закон преломления (закон Снеллиуса) выглядит следующим образом

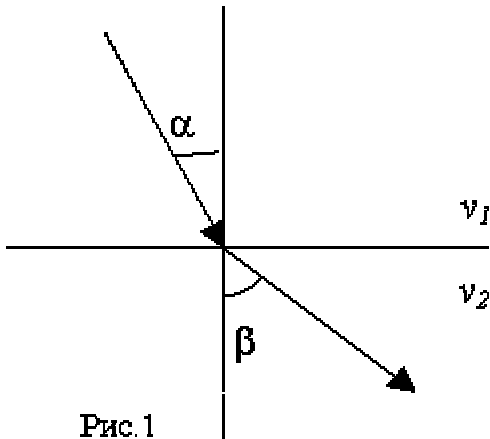


Рис. 1

$$\frac{\sin \alpha}{v_1} = \frac{\sin \beta}{v_2}, \quad (2.4)$$

где α -- угол падения на плоскую границу раздела одной среды со скоростью распространения v_1 с другой средой, где скорость распространения v_2 (рис.1). Через β

здесь обозначен угол преломления: угол, который образуется между сейсмическим лучом и нормалью к поверхности раздела после прохождения его через эту поверхность. Этот закон прежде всего говорит о том, что сейсмические лучи в теле планеты не прямые линии, а искривляются в зависимости от скорости распространения, то есть от упругих свойств пород, из которых сложена Земля.

Для идентификации траекторий сейсмических лучей применяются следующие обозначения:

P -- продольная волна,

S -- поперечная волна,

c -- волна, отраженная от внешнего ядра,

K - волна, прошедшая через внешнее ядро,

i -- отраженная от внутреннего ядра,

I -- продольная волна, прошедшая через внутреннее ядро,

J -- поперечная волна, прошедшая через внутреннее ядро.

Например, обозначение волны *PKiKP* говорит о том, что данная продольная волна прошла через внешнее, жидкое ядро, отразилась от внутреннего ядра, затем снова

прошла через жидкое ядро и вышла как продольная волна. При пересечении поверхности раздела или отражении от нее тип волны может поменяться: из продольной она может стать поперечной и наоборот. Возможны варианты: SS , SP , PcS и т.д.

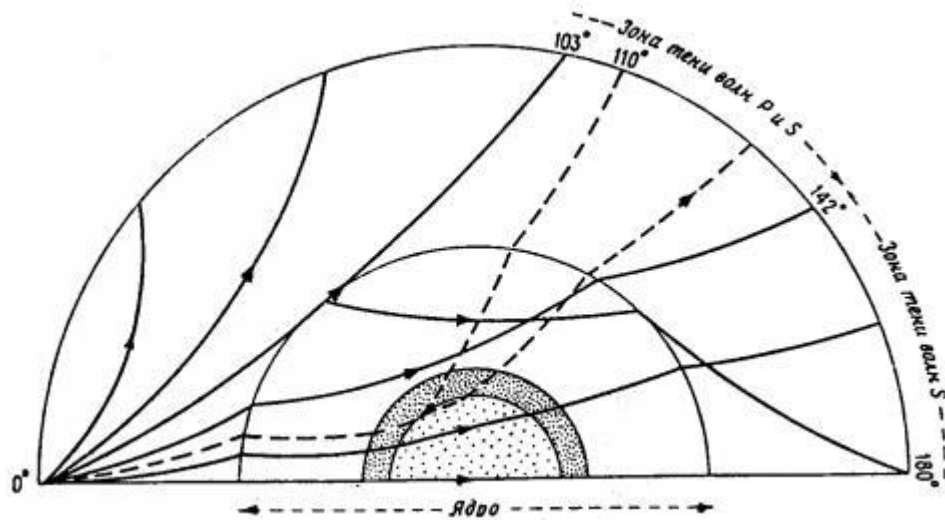


Рис. 2.

Ядро Земли впервые сейсмологи обнаружили в 1906 году, а Гутенбергу в 1914 году удалось определить глубину его залегания (2885 км). Граница раздела внешнего ядра характерна тем, что на ней резко падает скорость продольной волны от 13,6 км/с до 8,1 км/с. Поперечная волна вообще через внешнее ядро не проходит, что говорит о том, что оно жидкое. Твердое, внутреннее ядро обнаружила Леман (Дания) в 1936 году. Она показала, что оно расположено на глубине приблизительно равной 5000 км (рис.2).

Наконец, в 1909 году югославский ученый Мохоровичич обнаружил резкое возрастание скоростей сейсмических волн на глубине около 35 км. Эту границу стали считать границей земной коры или границей *Мохо*. В океане она расположена ближе к поверхности земли на глубине 10-15 км и даже ближе, в горных районах, наоборот, уходит вглубь до 50-80 км.

В современном представлении Земля -- это сложный многослойный объект. Каждый из слоев имеет также достаточно сложную структуру, которая изучается различными геофизическими методами (сейсмическими, магнитными, гравитационными и др.). Остановимся на одной, наиболее распространенной модели Земли. Это -- модель Буллена.

Таблица. Модель Буллена строения Земли Зона	наименование слоя	глубина (км)	плотность (г/см ³)
A	кора	35	3,2
B	силикаты	400	3,5
C	фазовые переходы	900	4,0
D	нижняя мантия	2700	5,0
D'	переходная зона	2883	
E	внешнее ядро	4980	10-11
F	переходная зона	5120	
G	внутреннее ядро	6371	12

Зоны B и C образуют так называемую *верхнюю мантию*, а зона D -- нижнюю мантию. Мантия Земли состоит из силикатных пород. По мере увеличения давления и температуры в веществе происходят фазовые переходы: определенные виды пород из твердой фазы переходят в жидкую. Такие фазовые переходы отмечены в зоне C и в зоне D'. Причем в последнем случае весь металл выплавляется и внешнее ядро (зона E) целиком состоит из расплавленного металла. Через эту зону поперечные волны не проходят, так как модуль сдвига равен нулю. В переходной зоне F жидкая фаза металла переходит в твердую фазу и внутреннее ядро состоит из твердого металла с плотностью 12. Однако полагают, если изменить физические условия и поместить этот металл в условия "нормальной" температуры и давления, то его плотность окажется равной 7.

2.2 Годограф сейсмических волн

Годографом сейсмической волны называется график зависимости времени пробега волны от источника до приемника волны (регистрирующего устройства) от эпицентрального расстояния. Эпицентральный расстояние -- это угол с вершиной в

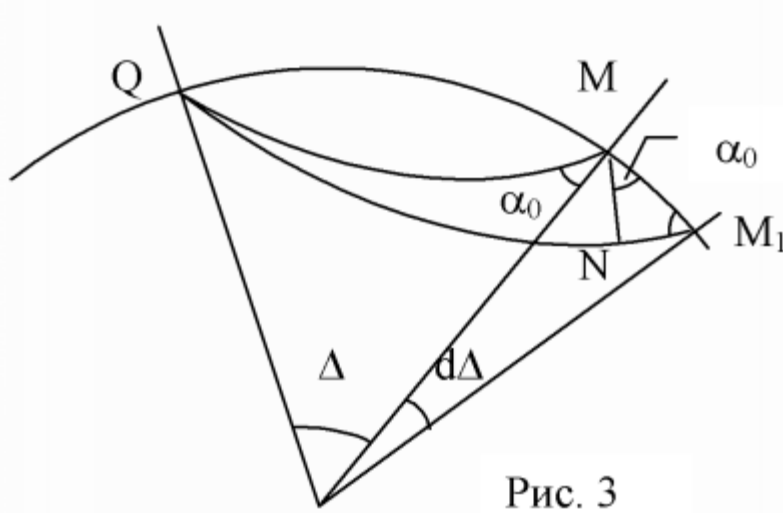


Рис. 3

центре шара, которым изображается Земля, а сторонами этого угла являются радиус-векторы источника и приемника.

Из закона Снелиуса следует, что сейсмический луч, направленный внутрь Земли, будет отклоняться от нормали к сферическому пласту, так как с увеличением глубины

скорость упругих колебаний, за редким исключением, увеличивается. Поэтому

сейсмический луч, который вышел из точки Q на поверхности Земли, погрузившись на некоторую глубину, снова выйдет на поверхность в точке M , где поставим сейсмоприемник (сейсмостанцию). Другой луч из той же точки, почти совпадающий с первым, выйдет на поверхности в точке M_1 (рис.3).

Опустим перпендикуляр из точки M на второй луч. Точку пересечения этого перпендикуляра с траекторией второго луча обозначим через N . Точки M, N, M_1 образуют треугольник. Примем за основание этого треугольника сторону NM_1 .

Угол при вершине обозначим через α_0 -- это угол падения первого луча на поверхность раздела, в частности, на поверхность Земли. Тогда увеличение пути второго луча по

отношению к первому, будет равно $\frac{NM_1}{MM_1} = \sin \alpha_0$. Пусть время, которое

необходимо, чтобы волна достигла точки M равно $T(\Delta)$, а точки M_1 --

соответственно $T(\Delta + d\Delta)$, где $d\Delta$ -- приращение эпицентрального расстояния,

равное $\frac{MM_1}{r_0}$. Следовательно,

$dT(\Delta) = T(\Delta + d\Delta) - T(\Delta) \approx \frac{NM_1}{v_0} = \frac{MM_1}{v_0} \sin \alpha_0 = \frac{r_0 \sin \alpha_0}{v_0} d\Delta$. Отсюда следует

$$\frac{dT(\Delta)}{d\Delta} = \frac{r_0 \sin \alpha_0}{v_0} \quad (2.5)$$

В полученной формуле индекс "0" означает, что соответствующие величины относятся к приповерхностному слою на выходе сейсмического луча. Однако, можно

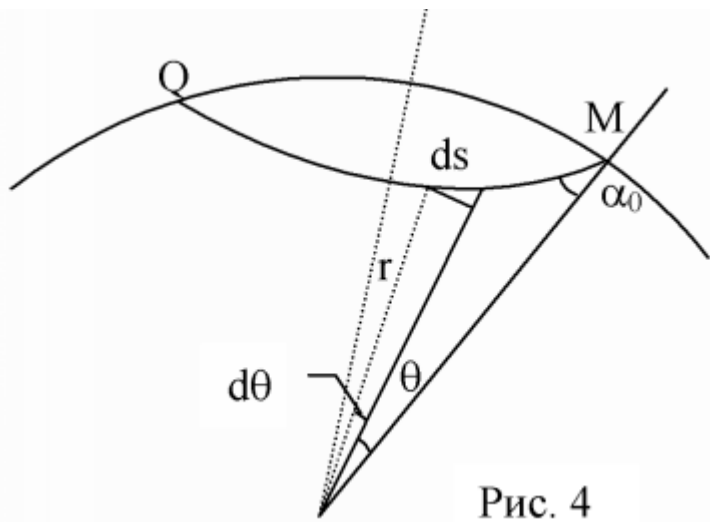


Рис. 4

показать, что величина приведенного отношения не изменяется вдоль всей траектории луча, он является *параметром луча* $p = \frac{r \sin \alpha}{v}$.

Остается выяснить, каким образом с помощью параметра луча, который можно получить из годографа, определить изменение скорости в зависимости от радиус-вектора \vec{r} .

Обозначим изменение эципентрального расстояния от текущей точки до точки M через θ , тогда элементарную длину дуги на

$$ds^2 = dr^2 + (r d\theta)^2$$

траектории луча можно определить из выражения , которое

следует из элементарного треугольника, изображенного на рис.4. Но $r d\theta = ds \cdot \sin \alpha$

, поэтому $ds = r d\theta / \sin \alpha$. Выразим $\sin \alpha$ через параметр луча $p = \frac{r \sin \alpha}{v}$. Теперь

$$ds = (r^2 / vp) d\theta$$

. Введем обозначение

$$\eta = r/v(r)$$

Теперь полученное выражение будет выглядеть так

$$ds = r \frac{\eta}{p} d\theta$$

$$\left(r \frac{\eta}{p} d\theta \right)^2 = dr^2 + (r d\theta)^2$$

Следовательно, . С помощью элементарных

$$dr = \sqrt{\frac{\eta^2}{p^2} - 1} r d\theta$$

преобразований приходим к выражению . Следовательно,

$$d\theta = \frac{p dr}{r \sqrt{\eta^2 - p^2}}$$

. Чтобы получить эципентральное расстояние нужно проинтегрировать

полученное выражение по r от точки, где расстояние текущей точки на траектории

луча находится на наименьшем расстоянии от центра сферы до точки на

поверхности (точка выхода луча), а результат удвоить. Такая простая схема

возникает лишь при гипотезе о сферически симметричной Земле, так как только в

этом случае самая глубокая точка траектории делит ее пополам.

Итак,

$$\Delta = 2 \int_{r_{\min}}^{r_0} \frac{p \, dr}{r \sqrt{\eta^2 - p^2}} \quad (2.6)$$

Мы получили интегральное уравнение относительно функции $\eta(r)$, с помощью которой легко определяется и скорость сейсмической волны: $v(r) = r/\eta(r)$. Один из примеров годографа приведен на рис.5.

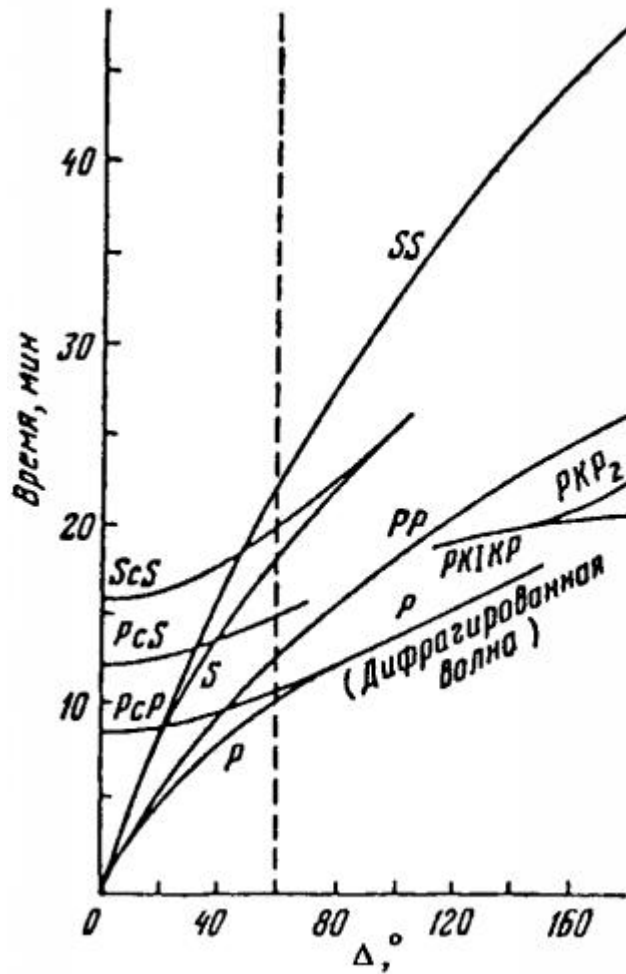


Рис. 5.

2.3 Определение плотности внутри планеты

- [2.3.1 Уравнение Адамса Вильямсона](#)

Как мы видели, скорость распространения объемных упругих волн внутри планеты зависит как от упругих постоянных, так и от плотности пород, слагающих Землю. Одной из важнейших задач сейсмологии является определение плотности пород внутри планеты. Обратимся к формулам (2.1), которые перепишем здесь в следующем виде

$$v_P^2 = \frac{1}{\rho} \left(K + \frac{4}{3} \mu \right), \quad v_s^2 = \frac{\mu}{\rho}$$

$$K/\rho = v_P^2 - \frac{4}{3} v_s^2$$

Исключая модуль сдвига, получим $K/\rho = v_P^2 - \frac{4}{3} v_s^2$. Полученную величину называют *сейсмическим параметром* и обозначают буквой Φ . Выразим модуль сжатия K через сейсмический параметр. Из определения модуля всестороннего сжатия следует $F = \Delta p = K \frac{\Delta V}{V}$.

Изменение плотности прямо пропорционально изменению объема, поэтому $\Delta p = K \frac{\Delta \rho}{\rho}$, следовательно $\Delta p = \Delta \rho \Phi$. Отсюда еще одно определение

$$\Phi = \Delta p / \Delta \rho$$

сейсмического параметра:

2.3.1 Уравнение Адамса Вильямсона

Допустим, что изменение давления вызвано исключительно весом лежащего выше слоя толщиной Δl , тогда $\Delta p = \rho g \Delta l$, или $\Delta \rho \Phi = \rho g \Delta l$. Переходя от конечных приращений к бесконечно малым, получим искомое уравнение Адамса-Вильямсона

$$\frac{d\rho}{dl} = \frac{g}{\Phi^2 \rho} \quad (2.7)$$

Чтобы определить плотность внутри планеты, необходимо определить продольную и поперечную скорости распространения упругих волн, вычислить сейсмический параметр, задать предварительную модель Земли и вычислить силу тяжести,

численно решить дифференциальное уравнение, следовательно, уточнить модель Земли.

В заключение приведем основные формулы для построения сейсмологической модели Земли.

$$p = \frac{dT(\Delta)}{d\Delta} = \eta \sin \alpha,$$

$$\eta = \frac{r}{v},$$

$$\Delta = 2 \int_{r_{\min}}^{r_0} \frac{p dr}{r \sqrt{\eta^2 - p^2}},$$

$$\Phi = v_p^2 - \frac{4}{3} v_s^2,$$

$$\frac{d\rho}{dl} = \frac{g}{\Phi(l)} \rho.$$

Модель Земли, в общих чертах, выглядит так, как это показано на рис.4. Видна тень сейсмических волн от внешнего, жидкого ядра, простирающаяся от 103 до 142 градуса эпицентральных расстояний. Именно эта тень была первым доказательством существования жидкого яра Земли.

2.4 Собственные колебания Земли

Любое упругое тело после удара подобно колоколу совершает колебания. В 1911 году математик Ляв (Love) вычислил период собственных колебания стального шара размером с Землю. Оказалось, что он будет равен одному часу. Первые собственные колебания Земли с периодом 57 мин обнаружены Беньоффом в 1952 году после землетрясения на Камчатке. Зарегистрированы колебания Земли с периодом 54 мин после чилийского землетрясения в 1960 году. Чему же равен период собственных колебаний Земли? Поскольку Земля -- не однородный стальной шар, а имеет значительно более сложное строение, то и собственные колебания имеют достаточно богатый спектр.

Существуют два типа собственных колебаний упругого шара, которые называют *модами*. Сфероидальные колебания дают моду S , а крутильные колебания -- моду

T. Каждая мода имеет свою конфигурацию: расположение минимумов и максимумов, узловых линий и поверхностей, где отклонения равны нулю. Узловые линии или поверхности могут быть расположены как на поверхности сферы, так и внутри ее. Для отождествления мод введены следующие правила для их обозначений.

Для крутильных колебаний вводятся два нижних индекса: мода nT_l означает, что мы имеем дело с модой крутильных колебаний, у которой количество узловых поверхностей *внутри* Земли равно n , а число секторов на поверхности Земли, ограниченных этими поверхностями равно l . Основным крутильным собственным колебанием является мода 0T_2 . Этому крутильному колебанию соответствует только одна поверхность, секущая поверхность Земли по экватору. При этом северное и южное полушария смещаются в противоположные стороны.

Сфероидальные моды идентифицируются аналогичным образом. Колебания основной моды 0S_2 напоминают деформацию упругого мяча. Две узловые линии на поверхности сферы совпадают с параллелями Северного и Южного полушария. Период этой моды определен из наблюдений. Он составляет 54 мин, что на 6 мин меньше теоретического значения, полученного Лявом. Это отличие указывает, прежде всего, на отличие Земли от однородного стального шара.

Среди других мод существуют и такие, период которых значительно отличается от теоретического. Так период радиальных колебаний, описываемых модой 0S_0 , равен 25,5 мин. Периоды разных типов мод могут и почти совпадать. Например, периоды мод 0T_2 и ${}^0S_{19}$ равны 360,3 с и 360,2 с ("Общая геофизика", изд. МГУ).

Затухание собственных колебаний определяется механической добротностью. Она различна для различных мод. Механическая добротность Q , как показывают наблюдения, растет по мере увеличения глубины. Значение Q для нижней мантии больше, чем для верхней. Очень высокая добротность получена для моды 0S_0 . Она оказалась больше 25000. Из этого факта следует вывод, что поглощение энергии упругих волн происходит, в основном, вследствие деформаций сдвига.

Собственные колебания -- прекрасный материал для тестирования принятой модели Земли. Они могут быть вычислены заранее, теоретически. С другой стороны, -- получены путем наблюдений. Сопоставление теоретических и наблюдательных данных дает нам основание принять решение о правильности или ошибочности принятой модели. Главная трудность -- наблюдение низкочастотных колебаний. Как известно, ускорения, вызванные вертикальными колебаниями грунта, пропорциональны квадрату частоты и колебания с периодом несколько десятков минут, практически недоступны современным сейсмографам.

Есть и другой способ регистрации собственных колебаний Земли -- гравиметрический. Сила тяжести зависит от высоты точки, где она наблюдается.

Вертикальный градиент силы тяжести составляет приблизительно $\Delta g / \Delta h = 300$

$10^{-9} g$
мкГал/м. Заметим, что 1 *мкГал* составляет приблизительно $10^{-9} g$. Изменение высоты всего на 1 мм, вызывает изменение силы тяжести на 0,3 *мкГал*. Сейчас существуют приборы способные зарегистрировать значительно меньшие изменения силы тяжести -- это криогенные гравиметры, которыми располагают многие страны. Поэтому наблюдения собственных колебаний Земли и их интерпретация под силу только международному сообществу ученых.

2.5 Поверхностные волны

Кроме объемных волн сейсмология изучает и волны другого типа -- поверхностные волны. В качестве примера можно привести такой пример: камень, брошенный в воду, вызывает на поверхности воды волны, которые принадлежат к типу поверхностных. Точно такие же волны могут возникнуть и на других поверхностях раздела двух сред. Поверхностные волны уже давно были предметом изучения многих ученых. Поверхностные волны делят на два типа : волны Релея и волны Лява. Релей в 1885 г. установил, что смещение частиц пород поверхности раздела происходит в вертикальной плоскости, причем частицы описывают эллиптические траектории. Точно так же, как и в теории трохоидаальных волн для морского волнения, с увеличением глубины радиусы этих траекторий уменьшаются по экспоненциальному закону. На поверхности моря подводная лодка подвержена действиям обтекания

частиц воды и совершает качку. Однако с увеличением глубины эта качка уменьшается, и уже на глубине 90 м люди ее не ощущают.

Теория возникновения и распространения волн другого типа разработал Ляв в 1911 году. Движение частиц совершается в горизонтальной плоскости перпендикулярно направлению распространения волны.

Длины поверхностных волн обоих типов составляют от десятков метров до сотен километров. При особо сильных землетрясениях поверхностные волны могут несколько раз обогнуть вокруг Земного шара. Поверхностные волны эффективно использовались для изучения недр Луны. Они обладают свойством, чрезвычайно полезным для изучения верхних пластов планет: зависимость скорости распространения от частоты (дисперсия волн).

2.6 Землетрясения

Чаще всего источником крупных сейсмических волн являются землетрясения, которые возникают при нарушениях структуры планеты. Землетрясения по происхождению делят на обвальные, вулканические и тектонические. Очаги этих землетрясений, как правило, лежат глубоко под землей. *Обыкновенные* землетрясения имеют очаги не глубже 70 км, очаги *промежуточных* землетрясений расположены от 70 до 300 км, а *глубокие* землетрясения имеют очаги от 300 до 700 км.

По интенсивности землетрясения оценивают по 12-балльной шкале Рихтера. Землетрясения интенсивностью в 1 балл могут отметить только приборы, а 12 баллов расценивается как катастрофа, которая сопровождается разрушением сооружений, изменением русел рек и т.п.

В качестве количественной оценки поверхностной волны, с которой связано землетрясение, берут *магнитуду*, которая определяется следующим образом

$$M = \lg \frac{a}{T} + f(\Delta, h) + C, \quad (2.8)$$

где обозначено: a -- амплитуда смещения в микрометрах, T -- период волны (в секундах), Δ -- эпицентральное расстояние, h -- глубина очага землетрясения,

$f(\Delta, h)$

-- эмпирическая функция. Магнитуда объемных волн обозначается малой буквой m . По Гутенбергу и Рихтеру

$$m = 2,5 + 0,63M. \quad (2.9)$$

Приведем некоторые примеры. Одно из самых сильных землетрясений считается Ассамское землетрясение, которое произошло в 1952 году. Его магнитуда равна 8,7. Чилийское землетрясение 1960 г. оценивают магнитудой 8,3 балла. Взрывы атомных бомб также вызывают землетрясения, магнитуду которых можно определить по

формуле $M = 3,65 + \lg Q$, где Q - заряд в килотоннах. Так атомная бомба, сброшенная на Хиросиму имела эквивалентный заряд 30 килотонн, отсюда $M = 5$.

Самая мощная атомная бомба, которая испытывалась в Советском Союзе, имела эквивалентный заряд 57 мегатонн. Магнитуда землетрясения, соответствующая взрыву такой бомбы будет равна 8,4 балла, что больше мощности Чилийского землетрясения 1960 года.

Глубокофокусные землетрясения, в основном, расположены вдоль Тихоокеанского пояса, который окаймляет акваторию Тихого океана. По современным представлениям вся земная кора разбита на отдельные блоки -- подвижные геотектонические плиты, по площади сопоставимые с континентами. Эти плиты могут расходиться, тогда между ними образуется рифтовая зона, как правило, отмеченная на поверхности цепью горных хребтов и впадин. Особенно четко это видно на примере Срединного Атлантического хребта, проходящего по дну Атлантического океана.

Предполагают, при расхождении блоков (*спрединге*) из глубин поднимаются породы и образуют дно рифтовой котловины. Позже эти породы оказываются вытесненными другими породами, поступившими из недр Земли. Магнитные исследования обнаруживают вдоль рифтовых зон линейные магнитные аномалии, чередующиеся по знаку. Знак и интенсивность магнитных аномалий определяется глобальным магнитным полем, которое имело место в эпоху образования этих пород. Палеомагнитные исследования показали, что переполюсовка (смена полюсов с северного на южный и наоборот) происходит с периодом 200 000 лет, что позволяет установить геомагнитную хронологическую шкалу.

Другая характерная особенность рифтовых зон -- наличие трансформных разломов, которые пересекают рифтовую котловину. Хребты, впадины и трансформные разломы делают зону спрединга тектонически активной, интересной для изучения эволюции планеты геофизическими средствами.

Раздвижение плит невозможно без предположения существования и обратного процесса -- столкновения плит одну с другой. При столкновении плит одна плита надвигается на другую подобно льдинам при торошении, а другая -- уходит под плиту. Такое явление геофизики называют *субдукцией*. При этом на границе сталкивающихся плит возникают огромные механические напряжения, которые приводят к землетрясениям или цунами. Субдукция обычно сопровождается возникновением глубоководных впадин и островных дуг на океане. Особенно ясно видно результаты субдукции в юго-восточной Азии. На карте видно, что островные дуги соседствуют глубоководными впадинами. Именно там (Камчатка, Сахалин, Курильские острова, Япония) часто наблюдается землетрясения и цунами. Волна, возникшая вследствие цунами, движется по поверхности океана со скоростью $c = \lambda/\tau$, где λ -- длина волны, τ -- период. Если длина волны равна 100 км, а период равен 10 мин, то скорость движения такой волны будет равна 600 км/час. Во время Чилийского землетрясения в 1960 году цунами возникли на всем Тихоокеанском побережье. Высота волны достигала несколько метров.

3. Гравитационное поле планеты

- [3.1 Гравитационный потенциал](#)
- [3.2 Свойства гравитационного потенциала](#)
- [3.3 Гравитационный потенциал шара](#)
- [3.4 Гравитационное поле планеты](#)

3.1 Гравитационный потенциал

- [3.1.1 Гравитационный потенциал материальной точки](#)
- [3.1.2 Гравитационный потенциал тела](#)

Потенциалом называется работа, которую нужно совершить, которую нужно совершить, чтобы переместить данную материальную точку с массой, равной

единице, из заданной точки в бесконечность. Пусть \mathbf{F} есть вектор-сила, приложенная к материальной точке, \mathbf{r} -- радиус-вектор этой точки. Тогда потенциалом будет величина

$$\varphi(\mathbf{r}) = \int_{\mathbf{r}}^{\infty} \mathbf{F}^T d\mathbf{r}. \quad (3.1)$$

Введем понятие силовой функции $V(\mathbf{r})$. По определению частная производная силовой функции вдоль любого направления \mathbf{e} равна компоненте силы вдоль этого направления. Отсюда следует, что

$$\mathbf{F}^T d\mathbf{r} = F_x dx + F_y dy + F_z dz = \frac{\partial V}{\partial x} dx + \frac{\partial V}{\partial y} dy + \frac{\partial V}{\partial z} dz$$

Таким образом, подынтегральное выражение в формуле (3.1) есть не что иное, как полный дифференциал силовой функции, поэтому

$$\varphi(\mathbf{r}) = \int_{\mathbf{r}}^{\infty} dV(\mathbf{r}) = V(\infty) - V(\mathbf{r}).$$

Силовую функцию на бесконечности можно приравнять нулю, поэтому будем считать, что потенциал и силовая функция отличаются лишь знаком.

В *гравиметрии*, как разделе геофизики, традиционно не разделяют эти два понятия, и под термином гравитационный потенциал обычно понимают силовую функцию. В нашем курсе мы также будем придерживаться этих традиций.

3.1.1 Гравитационный потенциал материальной точки

Согласно закону Ньютона, две материальные точки притягиваются друг к другу с силой, прямо пропорциональной их массам и обратно пропорционально квадрату расстояния между ними. Выберем систему координат так, чтобы одна из материальных точек оказалась в начале этой системы. Тогда другая материальная точка будет иметь радиус-вектор \mathbf{r} . Вектор напряженности гравитационного поля в точке с радиус-вектором \mathbf{r} равен силе, которая действует на материальную точку с массой, равной единице. Вектор этой силы можно изобразить следующим образом

$$\mathbf{F} = -Gm\mathbf{x}/r^3$$

, где G -- гравитационная постоянная. Проекции этой силы на оси декартовой системы координат будут равны

$$F_x = -Gmx/r^3 \quad F_y = -Gmy/r^3$$

,
 $F_z = -Gmz/r^3$. Абсолютная величина этого вектора, равна

$$|\mathbf{F}| = Gm/r^2. \quad (3.2)$$

Заметим, что размерность напряженности поля тяготения совпадает с размерностью ускорения, поэтому часто вместо силы притяжения единицы массы, или *удельной силы притяжения* говорят об *ускорении силы притяжения*, хотя, может быть, в этом словосочетании можно усмотреть и смысловую нелепицу.

Формулу (3.2) еще называют как закон обратных квадратов. Весь опыт небесной механики говорит о том, что в масштабах Солнечной системы он работает очень хорошо: не найдено каких либо подозрений, что его нужно подправлять. Лабораторные эксперименты по определению гравитационной постоянной G дали повод подозревать, что этот закон не абсолютно строг. Хотя причиной несоответствия теории и практики вполне могли быть и неизвестные систематические погрешности. В конце минувшего века наблюдался повышенный интерес к закону обратных квадратов. В разных странах проводились эксперименты и применялись современные самые высокоточные инструменты для обнаружения каких-либо невязок между теорией и практикой. Однако, никаких значимых расхождений не обнаружено.

Нетрудно убедиться, что гравитационный потенциал точки (силовая функция) равен,

$$V(\mathbf{r}) = Gm/r$$

, где r -- расстояние между притягивающимися точками (скалярная величина).

3.1.2 Гравитационный потенциал тела

Строго говоря, закон обратных квадратов работает только для материальных точек. Однако, физики-теоретики и экспериментаторы доказывают, что для гравитационного поля выполняется *принцип суперпозиции*. гравитационное поле

двух материальных точек (или тел) равно сумме гравитационных полей каждой из этих точек (или тел) по отдельности. Иначе говоря, силы тяготения не экранируются. Согласно принципу суперпозиции, гравитационный потенциал n точек равен сумме гравитационных потенциалов всех точек

$$V = G \left(\frac{m_1}{r_1} + \frac{m_2}{r_2} + \dots + \frac{m_n}{r_n} \right) = G \sum_{i=1}^n \frac{m_i}{r_i} .$$

Если точек бесконечное число, а массы их бесконечно малы, то имеем дело с интегральной суммой, и нашу формулу следует записать так

$$V = G \int_T \frac{dm}{\rho} , \quad (3.3)$$

где ρ -- расстояние между фиксированной точкой P и элементом притягивающей массы dm .

Пусть x, y, z -- координаты точки P , а ξ, η, ζ -- координаты текущей точки с массой dm тогда формулу (3.3) можно переписать следующим образом

$$V(x, y, z) = G \int_T \frac{dm(\xi, \eta, \zeta)}{\sqrt{(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + (z - \zeta)^2}} . \quad (3.4)$$

Приведенный интеграл берется по всему объему тела, это трехкратный интеграл. Его величина зависит от распределения плотностей внутри тела.

3.2 Свойства гравитационного потенциала

Отметим некоторые свойства потенциала притяжения.

Гравитационный потенциал тела регулярен на бесконечности:

$$\lim_{r \rightarrow \infty} rV = Gm ,$$

это можно понять, рассуждая следующим образом. Гравитационный потенциал тела, удаленного на большое расстояние от точки, в которой нас интересует значение потенциала, то же, что и потенциал материальной точки, так как все детали строения тела и его форма на больших расстояниях становятся не существенными. Остается лишь масса тела.

Гравитационный потенциал $V(x, y, z)$ непрерывен вместе со своими *первыми* производными всюду как вне тела, так и внутри его. Несколько позже, на примере шара, мы это продемонстрируем.

Вторые производные потенциала при переходе через поверхность шара терпят разрыв. Это свойство также покажем на примере шара.

Гравитационный потенциал вне притягивающего тела подчиняется уравнению Лапласа

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0$$

Покажем это. Поскольку $\rho^2 = (x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + (z - \zeta)^2$, то

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\rho} \right) = -\frac{1}{\rho^2} \frac{\partial \rho}{\partial x} = -\frac{(x - \xi)}{\rho^3},$$

, далее

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(\frac{1}{\rho} \right) = -\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{(x - \xi)}{\rho^3} \right) = 3 \frac{x - \xi}{\rho^4} \frac{\partial \rho}{\partial x} - \frac{1}{\rho^3} = 3 \frac{(x - \xi)^2}{\rho^5} - \frac{1}{\rho^3}.$$

. Аналогично

$$\frac{\partial^2}{\partial y^2} \left(\frac{1}{\rho} \right) = 3 \frac{(y - \eta)^2}{\rho^5} - \frac{1}{\rho^3}, \quad \frac{\partial^2}{\partial z^2} \left(\frac{1}{\rho} \right) = 3 \frac{(z - \zeta)^2}{\rho^5} - \frac{1}{\rho^3}.$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(\frac{1}{r} \right) + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \left(\frac{1}{r} \right) + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \left(\frac{1}{r} \right) = 3 \frac{(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + (z - \zeta)^2}{r^5} - \frac{3}{r^3} = 0$$

Отсюда следует, что

Для записи уравнения Лапласа используют линейный оператор вида

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}.$$

$$\Delta \left(\frac{1}{\rho} \right) = 0$$

Из только что сделанных выкладок следует, что $\Delta \left(\frac{1}{\rho} \right) = 0$. Теперь обратимся к формуле (3.3). Используя операторную форму записи, получим

$$\Delta V(x, y, z) = G \int_T \Delta \left(\frac{1}{\rho} \right) dm = 0$$

Гравитационный потенциал тела в точке, расположенной внутри тела подчиняется уравнению Пуассона

$$\Delta V(x, y, z) = \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = -4\pi G\sigma.$$

Легко видеть, что уравнение Пуассона является обобщением уравнения Лапласа, ибо в частном случае, в точке, где плотность σ равна нулю, то есть где нет гравитирующих масс, потенциал подчиняется уравнению Лапласа.

3.3 Гравитационный потенциал шара

- [3.3.1 Потенциал шара во внутренней точке](#)
- [3.3.2 Гравитационный потенциал однородного шара](#)

Все планеты Солнечной системы имеют сферическую форму. Поэтому имеет смысл определить гравитационный потенциал шара. Для упрощения задачи, мы будем предполагать, что плотность шара зависит только от расстояния до его центра. Нетрудно убедиться, что такой шар притягивает точно так же, как и материальная точка с массой равной массе шара и помещенная в его центр. Чтобы в этом убедиться, необходимо для формулы (3.4) выбрать такую систему координат, с помощью которой было бы удобно выполнять интегрирование.

Для начала, представим себе, что точка P находится вне шара. Соединим эту точку с центром шара (точка O), полученный радиус-вектор обозначим через r . Радиус-вектор элемента массы dm будем обозначать буквой r' . Следовательно расстояние между элементом массы и точкой P , которое мы обозначили греческой буквой ρ ,

$$\rho = \sqrt{r'^2 + r^2 - 2rr' \cos \psi}$$

будет иметь вид ρ , где ψ -- угол с вершиной в центре шара,

образованный радиус-векторами r и r' . Наконец, элемент массы dm определяется произведением плотности на объем элементарно малого параллелепипеда со

сторонами dr' , $r' d\psi$, и $r' \sin \psi dA$. Здесь мы ввели еще одну степень свободы --

поворот вокруг оси OP на угол dA . Таким образом,

$$dm = \sigma(r' \sin \psi dA)(r' d\psi) dr' = \sigma(r'^2) \sin \psi dr' d\psi dA$$

Теперь вместо формулы (3.4) записать

$$V(r) = G \int_0^R \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \sigma(r') \frac{(r'^2) \sin \psi}{\rho} dr' d\psi dA \quad (3.5)$$

Заменим переменную интегрирования ψ на ρ . Определим пределы интегрирования.

Очевидно, что вместо 0 и π нужно взять $r - r'$ и $r + r'$, а $\rho d\rho = r r' \sin \psi d\psi$.

Переменную Δ подынтегральное выражение не содержит, поэтому внутренний интеграл легко берется. Вместо (3.5) теперь будем иметь

$$V(r) = 2\pi G \int_0^R \int_{r-r'}^{r+r'} \sigma(r') \frac{r'^2 \rho d\rho}{\rho r r'} d\rho dr' = \frac{4\pi G}{r} \int_0^R \sigma(r') r'^2 dr' \quad (3.6)$$

Нетрудно догадаться, что $4\pi\sigma(r')r'^2 dr'$ есть масса бесконечно тонкой сферы dM , поэтому

$$V(r) = \frac{G}{r} \int_0^R dM = \frac{MG}{r} \quad (3.7)$$

Таким образом, мы пришли к очень важному выводу: шар со сферически симметрично распределенной массой притягивает так же, как и материальная точка с массой равной массе шара и помещенной в его центре.

3.3.1 Потенциал шара во внутренней точке

Рассмотрим сначала бесконечно тонкий шаровой слой с внутренней полостью, не содержащей массы. Тогда можно доказать, что внутри этой полости потенциал (силовая функция) есть постоянная величина, то есть этот шаровой слой внутреннюю точку не притягивает. Обратимся к рисунку. Через точку P проведем коническую поверхность с вершиной в этой точке. Тогда эта поверхность вырежет на

сферической поверхности элементарную площадку dS_1 , а на другой стороне сферы

-- элементарную площадку dS_2 . Точка P лежит под площадкой dS_1 на расстоянии r_1

и испытывает со стороны этой площадки притяжение, равное $\mu dS_1 r_1^{-2}$, где μ -- коэффициент пропорциональности, зависящий от поверхностной плотности этого

шара и от направления внешней нормали к площадке по отношению к радиус-вектору точки P . Элементарная площадка dS_2 расположена на расстоянии r_2 от точки P . Поскольку обе площадки видны из точки P под одним и тем же телесным углом, то

$$\mu dS_1/r_1^2 = \mu dS_2/r_2^2$$

Итак, обе силы равны и направлены в противоположные стороны. Теперь будем рассуждать следующим образом. Через точку P проведем плоскость перпендикулярную радиус-вектору этой точки. Она разделит сферический "пузырь" на две части, назовем их условно верхнюю и нижнюю. Поскольку каждую из частей можно представить как бесконечную сумму элементарных площадок, то для каждой элементарной площадки верхней полусферы найдется симметричная ей площадка в нижней полусфере. Силы притяжения материальной точки, помещенной в точку P , со стороны верхней и нижней полусфер равны и противоположны по направлению. Отсюда вывод: материальная точка, помещенная внутри полой сферы, этой сферой не притягивается

Рассуждения, приведенные здесь, нельзя считать строго математически обоснованными. Мы считываем больше на интуицию, чем на строгую математическую логику. Однако, в теории потенциала притяжения математически строго доказано, что оболочка не притягивает материальную точку и в случае, когда эта оболочка имеет эллипсоидальную форму.

Мы показали, что гравитационный потенциал в полости, окруженной сферической поверхностью, является постоянной величиной. Однако, это имеет место лишь в том случае, когда эта полость притягивающих масс не содержит. Теперь откажемся от этого условия, и будем считать, что шар не полый, но плотность зависит только от расстояния до центра шара. Проведем через точку P сферу так, что она разделит шар на внутренний шар с массой m и

шаровой слой с массой $M - m$. Материальная точка будет притягиваться только внутренним шаром, так как шаровой слой, как мы видели, внутреннюю точку не притягивает.

$$F = -Gm(r)/r^2$$

Поэтому гравитационная сила в точке P направлена в центр шара и равна

Знак "минус" мы поставили, чтобы подчеркнуть, что сила направлена в сторону, противоположную радиус-вектору. Массу внутреннего шара можно получить, интегрируя массу бесконечно тонкой сферы в пределах от 0 до r

$$m(r) = 4\pi \int_0^r \sigma(r') r'^2 dr'. \quad (3.8)$$

Поскольку $F(r) = \frac{dV(r)}{dr}$, то для гравитационного потенциала во внутренней точке шара получим

$$\frac{dV(r)}{dr} = -\frac{4\pi G}{r^2} \int_0^r \sigma(r') r'^2 dr'.$$

Интегрируя, будем иметь

$$V(r) = -G \int_0^r \frac{m(r')}{r'^2} dr' + C,$$

где C -- постоянная интегрирования. Полученное выражение можно

$$V(r) = Gm(r) \frac{1}{r} - G \int_0^r \frac{1}{r'} \frac{dm(r')}{dr'} dr' + C$$

проинтегрировать по частям. Согласно

формуле (3.8) : $\frac{dm(r)}{dr} = 4\pi\sigma r^2$, поэтому $V(r) = Gm(r) \frac{1}{r} - G \int_0^r 4\pi\sigma r' dr' + C$.

Определим теперь постоянную C . Мы знаем, что $V(R) = GM/R$, поэтому

$$V(R) = \frac{GM}{R} - G \int_0^R 4\pi\sigma r' dr' + C = \frac{GM}{R} \quad C = G \int_0^R 4\pi\sigma r' dr'$$

. Следовательно

Окончательно, формула для гравитационного потенциала во внутренней точке шара со сферически симметричной распределенной массой принимает вид

$$V(r) = \frac{Gm(r)}{r} + 4\pi G \int_r^R \sigma(r') r' dr', \quad r \leq R. \quad (3.9)$$

При переходе через поверхность потенциал сохраняет непрерывность. Очевидно,

$$V(R) = GM/R$$

что при $r = R$, будем иметь -- потенциал точки с массой, равной M , расположенной в центре шара. В случае, когда точка P находится в центре шара, то

$$\frac{m(r)}{r} \rightarrow 0 \quad V(0) = 4\pi G \int_0^R \sigma(r') r' dr'$$

есть при $r \rightarrow 0$, а , то эта величина зависит от закона изменения плотности с глубиной. В частности, если шар -- однородный, то его потенциал в центре шара равен

$$V(0) = 4\pi G \sigma \frac{R^2}{2} = \frac{4}{3} \pi R^3 \sigma G \frac{3}{2R} = \frac{3}{2} \frac{MG}{R} = \frac{3}{2} V(R). \quad (3.10)$$

Отсюда следует вывод, что гравитационный потенциал в центре однородного шара в полтора раза больше, чем на его поверхности.

3.3.2 Гравитационный потенциал однородного шара

Гравитационный потенциал однородного шара во внешней точке ничем не отличается от потенциала шара, со сферически симметричным распределением массы, поэтому мы этот случай рассматривать не будем. Гравитационный потенциал однородного шара во внутренней точке может быть вычислен по формуле (3.9), в которой нужно положить плотность постоянной величине. Имеем

$$m(r) = 4\pi\sigma \frac{r^3}{3},$$

$$\int_r^R \sigma r' dr' = \frac{\sigma}{2}(R^2 - r^2),$$

следовательно

$$V(r) = G \frac{m(r)}{r} + 4\pi G \sigma \frac{1}{2}(R^2 - r^2) = \frac{2}{3} \pi G \sigma (3R^2 - r^2). \quad (3.11)$$

$$V(0) = 2\pi G \sigma R^2$$

В центре шара ($r = 0$) -- значение, совпадающее с приведенным

$$V(R) = G \frac{M}{R}$$

значением в формуле (3.10). На его поверхности

Определим силу притяжения во внутренней точке:

$$F = \frac{\partial V}{\partial r} = -\frac{4}{3}\pi G r \quad (3.12)$$

Таким образом: *сила притяжения внутренней материальной точки со стороны масс сферического тела линейно растет по абсолютной величине с расстоянием от центра шара и направлена к его центру.* Другими словами, закон Ньютона, или, как еще его называют, закон обратных квадратов, превращается в закон Гука -- закон прямой пропорциональности "упругой" силы от величины отклонения тела от положения равновесия.

Нужно отметить, что если равномерно распределенная притягивающая масса занимает объем, ограниченный эллипсоидальной поверхностью, то и в этом случае вместо закона Ньютона следует брать закон Гука.

Покажем теперь, что во внутренней точке гравитационный потенциал подчиняется

$$\Delta V(P) = \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = -4\pi G \sigma$$

закону Пуассона: , где σ -- плотность вещества в точке P .

Будем считать, что мы имеем дело с произвольным телом, ограниченным замкнутой поверхностью S . Выделим внутри него фиксированную точку P и окружим ее сферой Σ с очень маленьким радиусом, с тем, чтобы плотность малой сферы считать постоянной величиной. Пусть V' -- потенциал всех масс тела в точке P за исключением малой сферы, V_Σ -- потенциал малой сферы, тогда $V(P) = V'(P) + V_\Sigma(P)$. Потенциал $V'(P)$ удовлетворяет уравнению Лапласа, так как точка P является внешней по отношению к рассматриваемой области, а для потенциала во внутренней точке однородного малого шара мы получили

$$V_\Sigma(P) = \frac{2\pi}{3} G \sigma (3\rho^2 - r^2),$$

где ρ -- радиус малой сферы. Определим оператор Лапласа для гравитационного потенциала в точке P . Учитывая сказанное выше, будем иметь

$$\Delta V(P) = \Delta V_\Sigma(P) = -\frac{2}{3}\pi \sigma G \Delta r^2.$$

Поскольку $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$, то $\Delta r^2 = 6$, следовательно $\Delta V(P) = -4\pi G\sigma$, а это и есть уравнение Пуассона.

При переходе точки P через поверхность, где плотность изменяется скачком, изменится скачкообразно и правая часть уравнения Пуассона, левая часть которого представляет собой сумму вторых производных. Отсюда следует и разрыв непрерывности вторых производных гравитационного потенциала.

3.4 Гравитационное поле планеты

- [3.4.1 Определение массы планеты](#)
- [3.4.2 Определение характеристик гравитационного поля Земли](#)

Все планеты Солнечной системы имеют форму, близкую к сферической. Поэтому, гравитационное поле шара можно рассматривать, как первое приближение к гравитационному полю планеты. Во втором приближении можно учесть тот факт, что некоторые планеты, в том числе и Земля, гораздо лучше могут быть представлены эллипсоидом вращения, чем шаром. В третьем приближении мы можем учесть и некоторые особенности в распределении масс внутри планеты и т.д. Короче говоря, гравитационное поле планеты обычно представляют рядом по шаровым функциям. В зависимости от решаемой задачи, предъявляются разные требования к детальности исходных данных, к числу членов разложения и к числу исходных параметров.

Итак, будем считать, что наша фиксированная точка P , в которой нам необходимо получить гравитационный потенциал планеты, -- внешняя. Снова, как и в приведенных выше формулах, будем считать, что вектор \mathbf{r} определяет координаты фиксированной точки P , а абсолютная величина этого вектора -- расстояние точки P от начала координат. Радиус-вектор элемента массы dm мы снова будем обозначать буквой \mathbf{r}' . Расстояние между фиксированной точкой P и элементом массы dm -- буквой ρ . Интегрирование по объему тела планеты мы будем помечать нижним пределом T . Запишем гравитационный потенциал планеты в виде интеграла

$$V(P) = G \int_T \frac{dm}{\rho} = G \int_T \frac{dm}{\sqrt{r^2 + r'^2 - 2rr' \cos \psi}}. \quad (3.13)$$

Поскольку точка P лежит вне планеты и, как правило, достаточно далеко от нее удалена, то подынтегральное выражение можно разложить в ряд по степеням отношения r'/r . Мы тут же столкнемся с так называемыми *полиномами Лежандра*, на некоторых сведениях о их свойствах необходимо остановиться.

Функцией, производящей полиномы Лежандра, называется функция

$$\frac{1}{\sqrt{1 - 2\alpha x + x^2}} = \sum_{n=0}^{\infty} x^n P_n(\alpha),$$

где $P_n(\alpha)$ -- полиномы Лежандра степени n . Вот несколько первых полиномов Лежандра:

$$\begin{aligned} P_0(\alpha) &= 1 \\ P_1(\alpha) &= \alpha, \\ P_2(\alpha) &= \frac{1}{2}(3\alpha^2 - 1), \\ P_3(\alpha) &= \frac{1}{2}(5\alpha^3 - 3\alpha), \\ &\dots \end{aligned}$$

Каждый следующий полином можно вычислить, пользуясь рекуррентной формулой

$$(n + 1)P_{n+1}(\alpha) = (2n + 1)\alpha P_n(\alpha) + nP_{n-1}(\alpha).$$

Существует и общая формула для полиномов Лежандра. Это так называемая

$$P_n(\alpha) = \frac{1}{2^n n!} \frac{d^n (\alpha^2 - 1)^n}{d\alpha^n}.$$

формула Родрига

Вернемся снова к нашему интегралу (3.13). Вынесем из под корня величину r , получим

$$V(P) = \frac{G}{r} \int_T \left(1 + \frac{r'^2}{r^2} - 2\frac{r'}{r} \cos \psi \right)^{-\frac{1}{2}} dm.$$

Под знак интеграла теперь входит производящая функция полиномов Лежандра.

Разлагая подынтегральное выражение в степенной ряд относительно отношения

r'/r , будем иметь

$$V(P) = \frac{G}{r} \int_T \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{r'}{r} \right)^n P_n(\cos \psi) dm. \tag{3.14}$$

Представим полученное разложение в виде

$$V(P) = \sum_{n=0}^{\infty} V_n(P),$$

где

$$V_n(P) = \frac{G}{r^{n+1}} \int_T (r')^n P_n(\cos \psi) dm. \quad (3.15)$$

Полученный ряд называют рядом Лапласа, а соответствующие функции $V_n(P)$ -- *функциями Лапласа*. Используется и другая терминология. Функции Лапласа могут быть определены через гармонические (удовлетворяющие уравнению Лапласа) однородны полиномы, которые носят название *шаровых функций*. Поэтому ряд (3.14) после выполнения указанного интегрирования, называют *разложением гравитационного потенциала в ряд по шаровым функциям*.

Определим первые три функции Лапласа. Чтобы выполнить интегрирование, нам нужно выбрать системы координат. Допустим, что точка O -- начало декартовой системы координат. Направления осей, в принципе, не имеют значения. Координаты фиксированной точки P мы будем обозначать через x, y, z , а для элемента массы dm -- координаты ξ, η, ζ . Таким образом вектор $\mathbf{r} = (x, y, z)^T$, а радиус-вектор элемента массы есть $\mathbf{r}' = (\xi, \eta, \zeta)^T$.

Первый член разложения.

Согласно формуле (3.15), имеем

$$V_0(x, y, z) = \frac{G}{r} \int_T dm = \frac{GM}{r}. \quad (3.16)$$

Полученная шаровая функция дает лишь массу планеты. Если ограничиваться только первым членом разложения, то это равносильно тому, что планета отождествляется с шаром со сферически симметрично распределенными массами или с материальной точкой.

Второй член разложения

$$V_1(x, y, z) = \frac{G}{r^3} \int_T r' P_1(\cos \psi) dm$$

Следующая шаровая функция имеет вид $P_1(\cos \psi) = \cos \psi$. Поскольку

$$P_1(\cos \psi) = \cos \psi, \quad V_1(x, y, z) = \frac{G}{r^3} \int_T r' r \cos \psi dm$$

, будем иметь $r' r \cos \psi = \mathbf{r}'^T \mathbf{r}$. Подынтегральное выражение есть не что иное, как скалярное произведение двух векторов \mathbf{r}' и \mathbf{r} :

$$r' r \cos \psi = \mathbf{r}'^T \mathbf{r}, \quad \text{поэтому}$$

$$V_1(x, y, z) = \frac{G}{r^3}(x, y, z) \int_T \mathbf{r}' dm.$$

Из теоретической механики известно, что последний интеграл определяет радиус-вектор центра масс:

$$\int_T \mathbf{r}' dm = M \mathbf{r}'_0 = M \begin{pmatrix} \xi_0 \\ \eta_0 \\ \zeta_0 \end{pmatrix}.$$

Следовательно, линейная шаровая функция выглядит следующим образом

$$V_1(x, y, z) = \frac{GM}{r^3}(x\xi_0 + y\eta_0 + z\zeta_0). \quad (3.17)$$

В астрономических приложениях этот член разложения часто не принимают во внимание: предполагают, что начало системы координат выбрано точно в центре масс. Однако, более детальный анализ гравитационных полей планет иногда приводит к выводу о смещении центра масс по отношению к геометрическому центру объема планеты.

Третий член разложения

$$V_2(x, y, z) = \frac{G}{r^5} \int_T r'^2 P_2(\cos \psi) dm = \frac{G}{2r^5} \int_T r'^2 (3 \cos^2 \psi - 1) dm$$

Для $n = 2$ получим

$$r'^2 = \xi^2 + \eta^2 + \zeta^2, \quad r'^2 \cos^2 \psi = \frac{1}{r^2} (x\xi + y\eta + z\zeta)^2$$

Заметим, что $(x\xi + y\eta + z\zeta)^2 = \frac{1}{2} [(x\xi + y\eta + z\zeta)^2 + (\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2)(x^2 + y^2 + z^2) - (\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2)(x^2 + y^2 + z^2)]$. Поэтому

$$V_2(x, y, z) = \frac{G}{2r^5} \int_T [3(x\xi + y\eta + z\zeta)^2 - (\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2)(x^2 + y^2 + z^2)] dm.$$

После необходимых преобразований, полученную формулу можно привести к виду

$$V_2(x, y, z) = \frac{G}{2r^3}(A + B + C - 3I), \quad (3.18)$$

где использованы следующие обозначения:

$$\begin{array}{ll}
 \text{моменты инерции} & \text{произведения инерции} \\
 A = \int_T (\eta^2 + \zeta^2) dm, & D = \int_T \eta \zeta dm, \\
 B = \int_T (\zeta^2 + \xi^2) dm, & E = \int_T \zeta \xi dm, \\
 C = \int_T (\xi^2 + \eta^2) dm, & F = \int_T \xi \eta dm.
 \end{array} \tag{3.19}$$

а I -- момент инерции планеты относительно оси, проведенной через начало координат и точку P . Определим направляющие косинусы точки P : $l = \cos x \wedge r$, $m = \cos y \wedge r$, $n = \cos z \wedge r$.

Как следует из теоретической механики,

$$I = Al^2 + Bm^2 + Cn^2 - 2(Dmn + Enl + Flm). \tag{3.20}$$

Таким образом, шаровая функция нулевой степени есть масса планеты (момент инерции нулевого порядка), первой степени определяется через координаты центра масс (момент инерции первого порядка) шаровая функция второй степени определяется через моменты инерции второго порядка. Продолжая рассуждения, мы убедимся в том, с увеличением степени шаровой функции, увеличивается и порядок моментов инерции планеты, через которые эти шаровые функции определяются. Поэтому говорят, что члены разложения гравитационного потенциала высокого порядка определяются через *мультипольные моменты ее массы*.

В задачах небесной механики часто используются следующие упрощения

представления гравитационного потенциала, в предположении, что

- начало координат совпадает с центром масс,
- направления осей параллельны главным осям инерции,
- фигура планеты -- тело вращения.

При этих предположениях координаты центра масс и произведения инерции равны нулю, а $A = B$. Выберем декартову систему координат следующим образом: ось Oz совпадает с осью вращения фигуры, а оси Ox и Oy лежат в экваториальной плоскости. Тогда

$$I = A(l^2 + m^2) + Cn^2.$$

Однако, $l^2 + m^2 + n^2 = 1$, поэтому $I = A + (C - A)n^2$. Подставляя это выражение в формулу для шаровой функции второй степени, получим

$$V_2 = \frac{G}{2r^3}(C - A)(1 - 3n^2)$$

Как мы видели, величина n равна косинусу угла между осью вращения планеты и направлением на точку P . Обозначим этот угол греческой буквой θ , таким образом

$n = \cos \theta$, $V_2 = \frac{G}{2r^3}(C - A)(1 - 3\cos^2 \theta)$. По определению полиномов Лежандра, имеем

$$\frac{1}{2}(1 - 3\cos^2 \theta) = -P_2(\cos \theta),$$

поэтому

$$V_2 = -\frac{G}{r^3}(C - A)P_2(\cos \theta).$$

Если ограничиться только этими членами разложения, то гравитационный потенциал планеты можно записать в виде

$$V(\cos \theta) \approx \frac{GM}{r} \left(1 - \frac{C - A}{r^2 M} P_2(\cos \theta) \right) \quad (3.21)$$

Формула (3.21) показывает, что напряженность гравитационного поля в точке P зависит не только от сферических координат этой точки: расстояния r и полярного расстояния (или широты) θ , но и от отличия моментов инерции около полярной и экваториальных осей. В качестве фундаментальной постоянной поля планеты берут

не разность $C - A$, которая зависит от массы и размеров планеты, а безразмерную

величину $J_2 = (C - A)/Ma^2$. Теперь вместо формулы (3.21) можно записать

$$V(\cos \theta) \approx \frac{GM}{r} \left(1 - J_2 \left(\frac{a}{r} \right)^2 P_2(\cos \theta) \right). \quad (3.22)$$

Принимая во внимание другие члены разложения потенциала, но сохраняя главное условие -- внутреннее строение планеты соответствует телу вращения -- мы можем

получить формулу для гравитационного потенциала, содержащую полиномы Лежандра более высоких степеней

$$V(\cos \theta) = \frac{GM}{r} \left(1 - \sum_{n=2}^{\infty} J_n \left(\frac{a}{r} \right)^n P_n(\cos \theta) \right) \quad (3.23)$$

Коэффициенты разложения GM и J_2 относятся к *фундаментальным постоянным астрономии*.

В качестве характеристики планеты используют также *безразмерный момент инерции*, который определяется следующим образом $I^* = C/Ma^2$.

Эта величина малая, если почти вся масса планеты сосредоточена в ее центре, она равна 0.4, если планета -- однородный шар. Реально $0.0 < I^* < 0.4$. Любопытно, что американский ученый Экхард для Луны определил $I^* > 0.4$, что означает Луна внутри пустая! Более поздние определения безразмерного момента инерции Луны установили, что он равен 0.391, что указывает на ее однородность, но никаких противоречий с установившимися взглядами на строение планет нет. Еще одна фундаментальная постоянная, также связанная с моментами инерции, -- постоянная

прецессии $H = (C - A)/C$ играет важную роль в теории вращения планеты.

В заключении раздела приведем численные значения фундаментальных постоянных для некоторых планет и Луны.

Table 3.1. Фундаментальные постоянные планет Планеты	$GM, км^3с^{-2}$	I^*	J_2
Земля	398600, 5 ± 0, 3	0,332	0.001082645
Меркурий	22032 ± 0, 324		
Венера	324859, 6 ± 0, 5	0,332	0,00000597
Марс	42828, 3 ± 0, 1	0,377	0,0008746
Юпитер	126687000 ± 500	0,200	0,022060
Сатурн	37938000 ± 200	0,220	0,025010

Уран	5786700 ± 1500	0,230	
Нептун	6859000 ± 8000	0,290	
Плутон	900 ± 300		
<i>Луна</i>	4902,63 ± 0,07	0,391	0,00009152

Реально гравитационное поле во внешнем пространстве зависит не только от полярного расстояния или широты точки P , но и от ее долготы -- от угла между плоскостью меридиана, в которой лежит точка P , и плоскостью нулевого меридиана. Для Земли -- это гринвичский меридиан. Пусть φ -- широта, а λ -- долгота точки P . Учитывая, что $\varphi = \frac{\pi}{2} - \theta$, в приведенных формулах функцию $\cos \theta$, которая входит в качестве аргумента для полиномов Лежандра, мы должны заменить на $\sin \varphi$. Не останавливаясь подробно на выводе формулы разложения гравитационного потенциала в ряд по шаровым функциям, приведем готовый результат

$$V(\varphi, \lambda, r) = \frac{GM}{r} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left(\frac{a}{r}\right)^n (C_{nm} \cos m\lambda + S_{nm} \sin m\lambda) P_n^m(\sin \varphi). \quad (3.24)$$

Функции $R_{mn}(\varphi, \lambda) = \cos m\lambda P_n^m(\sin \varphi)$ и $S_{mn}(\varphi, \lambda) = \sin m\lambda P_n^m(\sin \varphi)$ называются *сферическими*, так как значения их зависят только от положения точки на сфере (заданы широта и долгота). Параметры n и m соответственно называются степенью и порядком отдельной *сферической гармоник*. Функция $P_n^m(\sin \varphi)$ называется *присоединенной (ассоциативной) функцией Лежандра*. Она определяется через полиномы Лежандра следующим образом

$$P_n^m(x) = (1 - x^2)^{\frac{m}{2}} \frac{d^m P_n(x)}{dx^m}. \quad (3.25)$$

Обратим внимание на внутреннюю сумму в формуле (3.24). Ее верхний предел равен n , так как при $m > n$ порядок производной m в формуле (3.25) будет больше степени полинома n и все соответствующие члены будут равны нулю.

Гармоники называются *зональными*, если их значения изменяются только с широтой. Это будет иметь место при $m=0$. Внутри одной зоны, отделенной от других с севера и с юга параллелями, зональная гармоника сохраняет свой знак.

Гармоники называются *секториальными*, если их знак может изменяться только с долготой. Это имеет место при $n = m$. Присоединенная функция Лежандра, при этом, равна

$$P_n^m(\sin \varphi) = \cos^n \varphi \frac{d^m P_n(\sin \varphi)}{(d \sin \varphi)^m} = \cos^n \varphi Const$$

Поскольку косинус широты не меняет знака, то внутри одного сектора не изменяет знака и сферическая гармоника. Шар оказывается расчлененным на сектора -- полосы, которые соединяют северный и южный полюса.

Гармоники, для которых $0 < m < n$ на поверхности шара образуют мозаичную картину, подобно шахматной доске и называются *тессеральными* от латинского tessera- мозаичный кубик. Секториальные и тессеральные гармоники при вращении планеты создают во внешнем пространстве переменное во времени гравитационное поле, что значительно осложняют теорию движения искусственных и естественных спутников планеты.

3.4.1 Определение массы планеты

Первый член разложения гравитационного потенциала имеет вид GM/r . Если бы другие члены разложения не оказывали никакого действия на движение спутников, или, хотя бы возмущения от них были за пределами точности наблюдения, движение спутника подчинялось бы закону Кеплера.

Пусть M -- масса планеты, которую нужно определить, m -- масса спутника. Под действием сил притяжения, подчиняющихся закону обратных квадратов, оба небесных тела движутся по эллиптическим орбитам, в фокусе каждой из них расположен центр масс системы (барицентр). В частном случае -- это могут быть и

круговые орбиты. Для упрощения вопроса именно этот случай мы и будем рассматривать. Пусть l -- расстояние спутника от планеты, a -- расстояние спутника

от барицентра, тогда $l = a(1 + m/M)$. Двигаясь по круговой орбите, спутник имеет

ускорение, равное $F/m = \omega^2 a = GM/l^2$, где $\omega = 2\pi/T$, а T -- период обращения

спутника. Отсюда $GM = (2\pi/T)^2 a l^2 = \frac{4\pi^2}{T^2} a^3 (1 + \frac{m}{M})^2$. При $m \ll M$ выражение в

скобках можно не отличать от единицы и формулу для определения массы планеты переписать в следующем виде

$$GM = 4\pi^2 \frac{a^3}{T^2} \quad (3.26)$$

Полученная формула есть не что иное, как третий закон Кеплера: квадраты периодов обращения планет, относятся так же, как кубы их расстояний до центрального тела (Солнца).

Правда, формулу (3.26) мы получили для частного случая кругового движения, хотя в небесной механике доказано, что она справедлива и для эллиптического движения. В этом случае под a нужно понимать большую полуось эллиптической орбиты.

Формула (3.26) дает возможность определить массу планеты только в том случае, когда гравитационная постоянная нам известна. Ее определяют с помощью физического эксперимента. К сожалению, точность этих экспериментов пока еще не достаточно высока, хотя со времени Кавендиша -- английского ученого, который одним из первых определил гравитационную постоянную, точность ее определения

выросла на два порядка за 150 лет. Сейчас принято $G = (6,6726 \pm 0,0005) \cdot 10^{-11}$

СИ. Произведения гравитационной постоянной на массу определяются значительно точнее. Например, для Земли эта величина равна $398600,5 \pm 0,3$,

то есть относительная погрешность равна 10^{-6} , тогда как относительная погрешность гравитационной постоянной составляет приблизительно 10^{-4} . В качестве фундаментальных постоянных часто рассматривают именно произведения масс на гравитационную постоянную, которые называют *планетоцентрическими*

гравитационными постоянными (*геоцентрическая, селеноцентрическая, ареоцентрическая и т.д.*)

3.4.2 Определение характеристик гравитационного поля Земли

Чем детальнее нам нужно знать гравитационное поле, тем большее число параметров определяют аналитическое выражение для силовой функции поля тяготения планеты. В эпоху, когда спутники еще были недоступны, основным методом исследования гравитационного поля был гравиметрический. *Гравиметрия* -- область геофизики, изучающая способы наиболее высокоточного определения удельной силы тяжести и ее геологической интерпретации. Этой наукой занимаются как физики, механики так и геологи.

До 20-х годов XX столетия наука не располагала средствами для измерения удельной силы тяжести на морях и океанах с точностью достаточной, для ее геологического истолкования. В 1922-1929 гг голландский ученый-геодезист Венинг-Мейнес разработал способ наблюдения колебаний маятников на слабо качающемся основании. Используя подводную лодку в качестве лаборатории, он совершил ряд плаваний в Юго-Восточную Азию, исследовал регион, содержащий островные дуги и глубоководные впадины. Идеи Венинг-Мейнеса были реализованы в Государственном астрономическом институте им. П.К. Штернберга профессором Л.В.Сорокиным. До Великой Отечественной войны Л.В.Сорокин с учениками совершил ряд плаваний на подводных лодках на Черном море, в Баренцовом, Охотском и Беринговом морях. Только война остановила эти исследования. Однако, после войны они вновь активизировались. Были разработаны и другие методы для измерения силы тяжести на обычных исследовательских судах, были изобретены морские гравиметры, способные измерять приращение силы тяжести с относительной точностью не хуже 10^{-4} . В морских гравиметрических исследованиях после войны принимали активное участие и другие страны, в частности США, Англия, Германия, Франция, Италия и Япония. Они и сейчас продолжают активное исследование гравитационных полей акваторий, в особенности нефтегазоносных акваторий.

Накопился достаточно большой материал для определения модели гравитационного поля Земли как планеты. По мере накопления новых данных производилась ревизия этих моделей.

Одна из последних моделей гравитационного поля по геофизическим данным была построена в ГАИШ профессором Н.П. Грушинским.

Настоящую революцию в определении гравитационного поля планеты произвели первые запуски искусственных спутников Земли. Был отмечен резкий скачок в точности определения постоянной J_2 -- постоянной, ответственной за сжатие планеты -- одним из основных параметров, необходимых для развертывания карт на Земной поверхности. Сейчас разработаны новые методы наблюдения ИСЗ, которые позволяют определить положение спутника с точностью ± 2 см. Возникло новое направление небесной механики, позволяющее по видимым неравенствам в движении спутника определять возмущающие силы -- гравитационное поле планеты. Как известно обратные задачи динамики относятся к типу некорректных, теорию которых разработали ученые МГУ и успешно используются для решения задач как геофизики, так и астрофизики.

Сейчас построено достаточно много моделей гравитационного поля Земли разной детальности и точности. Отмечено, что с увеличением степени и порядка разложения падает точность определения коэффициентов. Для описания регионального поля часто прибегают к модели степени и порядка 36 (36x36). Наиболее детальная из известных моделей, по-видимому, модель, получившая шифр EGM-96 (360x360).

4. Гравитационное поле и внутреннее строение Земли

- [4.1 Потенциал тяжести](#)
- [4.2 Фигуры равновесия небесных тел](#)
- [4.3 Гравитационные аномалии и строение Земли](#)

4.1 Потенциал тяжести

Термин *тяжесть* (по-английски *gravity*) указывает на то, что пробное тело и опора взаимодействуют. Первое давит на опору, второе дает отклик в виде реакции опоры. Эти две силы

разной физической природы. Первая имеет гравитационное происхождение, а вторая -- электромагнитное (упругая сила). Если бы тело находилось в покое, то обе силы были бы равны и противоположны по направлению. Однако, любое тело *неподвижное относительно поверхности Земли*, движется с ускорением, так как совершает вместе с Землей суточное вращение. По этой причине сумма сил, действующих на тело, не равна нулю. Результирующая направлена в сторону оси

вращения и равна $F = R\omega^2 \cos \varphi$, где R -- радиус Земли в сферическом приближении, ω -- угловая скорость вращения, φ -- геоцентрическая широта пробного тела.

В теоретической механике широко используется принцип Даламбера : задачи динамики можно заменить задачами статики, если ввести в рассмотрения силы инерции -- силы равные и противоположно направленные тем силам, которые создают ускорение системе отсчета. В частности, если пробное тело неподвижно на поверхности Земли, то к силе притяжения нужно добавить с обратным знаком ту силу, которая сообщает пробному телу *центростремительное ускорение*. Эта сила обычно называется *центробежной*. Подчеркнем, что никакой физической природы центробежная сила не имеет. Она вводится лишь для того, чтобы все задачи механики во вращающейся системе координат решать, не принимая во внимание неинерциальность системы отсчета, связанной с вращающейся поверхностью Земли.

Результирующая сил тяготения и центробежной силы получила название *силы тяжести*. Этот термин в физике и геофизике имеет разное толкование. В физике под силой тяжести понимается та сила, с которой тело, обладающее массой m притягивается к Земле. Если тело освободить от всех связей, то оно будет падать *свободно* с ускорением g . Тогда сила тяжести, сообщающая телу ускорение свободного падения, равна $P = mg$. Эта сила не может служить характеристикой гравитационного поля, так как зависит от массы пробного тела. Для того, чтобы силу

тяжести превратить в характеристику поля, необходимо пробное тело сделать стандартным, в геофизике обычно берут массу пробного тела равную единице. Другими словами, вместо силы тяжести для характеристики поля используют *удельную силу тяжести*, то есть силу, отнесенную к единице массы.

В качестве единицы измерения удельной силы тяжести берут не *Ньютоны на килограмм*, а *миллигалы*, единица, введенная Вихертом, и широко применяющаяся в геофизике. По размерности, удельная сила тяжести совпадает с ускорением. Единица измерения 1 *Гал* равна ускорению 1 см/с^2 , 1 *мГал* соответствует ускорению 10 мкм/с^2 . С повышением точности, уменьшаются и единицы измерения. В настоящее время существуют приборы, в которых изменение удельной силы тяжести измеряют в *микроголах (мкГал)* и даже в *наногахлах*.

Нужно сказать, что в русской литературе вместо длинного термина *удельная сила тяжести* чаще употребляется просто *сила тяжести*, по умолчанию предполагается, что масса пробного тела равна единице. Хотя в некоторых статьях, посвященных гравиметрическим вопросам, вместо термина *сила тяжести* применяют и *ускорение свободного падения*, и *ускорение силы тяжести*. В англоязычной литературе силу тяжести в нашем понимании называют просто *gravity* (тяжесть) или на немецком языке -- *schwere*, что тоже обозначает *тяжесть*. Мы будем придерживаться, в основном наших русских традиций, хотя иногда вместо силы тяжести будем говорить просто *тяжесть* (см. заголовок настоящего раздела).

Потенциал или силовая функция для силы тяжести состоит из двух частей.

$$W(x, y, z) = V(x, y, z) + \Omega(x, y) \quad (4.1)$$

Здесь, снова, декартова система координат выбрана традиционно: ось *Oz* совпадает с осью вращения планеты, две другие оси лежат в экваториальной плоскости.

Гравитационный потенциал (силовую функцию для сил притяжения) $V(x, y, z)$ мы рассмотрели в предыдущих разделах. Остается определить силовую функцию для центробежной силы ("центробежный потенциал") $\Omega(x, y)$. Поскольку вектор центробежной силы равен

$$F_{\text{ЦВ}} = (\omega^2 x, \omega^2 y, 0)^T,$$

нетрудно догадаться, что

$$\Omega(x, y) = \frac{1}{2}\omega^2(x^2 + y^2).$$

$$W(x, y, z) = \text{Const}$$

Поверхность $W(x, y, z) = \text{Const}$ является поверхностью равного потенциала или *экипотенциальной* поверхностью. Сила тяжести равна производной этого потенциала по вдоль внутренней нормали. Равенство нулю компоненты силы, касательной к поверхности, говорит о том, что эта поверхность является *поверхностью уровня*. Меняя значение постоянной для потенциала, мы получим семейство поверхностей, обладающих следующими свойствами:

-- чем больше значение силы тяжести, тем ближе две соседние уровенные поверхности,
 -- две уровенные поверхности не пересекаются. Если бы они могли пересекаться, то в точке пересечения существовали бы две нормали, а следовательно и две силы тяжести, что невозможно.

4.2 Фигуры равновесия небесных тел

- [4.2.1 Основные теоремы](#)
- [4.2.2 Эллипсоид как фигура равновесия](#)
- [4.2.3 Модель "планеты Роша"](#)
- [4.2.4 Сфероид Клеро](#)
- [4.2.5 Два предела сжатия для фигур равновесия](#)

Все планеты Солнечной системы находятся в состоянии, близком к *гидростатическому равновесию*. Мы уже говорили, что планеты с массой больше 10^{17} т имеют шарообразную форму, потому что массы, слагающие тело планет, обладают свойством пластичности. Планеты приобретают форму, как если бы они были жидкими. В этом случае уровенная поверхность будет поверхностью планеты. В действительности поверхность планеты не совпадает с уровенной поверхностью. Эти отличия свидетельствуют об отклонениях от состояния гидростатического равновесия и являются предметом изучения геофизиков и геодезистов. Введены специальные термины для обозначения поверхностей уровня для планет. Экипотенциальная поверхность Земли, по предложению Листинга, называется *геоидом*. По аналогии, уровенную поверхность для Луны называют *селеноидом*, уровенную поверхность Марса -- *ареоидом*, и т.п

4.2.1 Основные теоремы

Теорема Ляпунова

Единственно устойчивой фигурой равновесия покоящейся жидкости является сфера. Следствием этой теоремы можно усмотреть шарообразность всех планет Солнечной системы.

Теорема Пуанкаре

Единственно возможным движением жидкости, находящейся в состоянии относительного равновесия, является равномерное вращение вокруг одной из главных осей инерции. Понятно, что в случае, когда планета близка к состоянию гидростатического равновесия, ее ось вращения почти совпадает с главной осью инерции.

Теорема Лихтенштейна

Фигура равновесия *однородной* жидкости всегда симметрична относительно плоскости, проходящей через центр инерции и перпендикулярной к оси вращения.

Эту теорему называют еще теоремой о существовании экватора.

Исследования показали, что потенциал притяжения гидростатически равновесной планеты содержит лишь четные зональные гармоники :

$$V(x, y, z) = \frac{GM}{r} \left(1 - \sum_{k=1}^{\infty} J_{2k} \left(\frac{a}{r} \right)^{2k} P_{2k}(\sin \varphi) \right) , \quad (4.2)$$

причем мультипольные моменты J_{2k} убывают как J_2^k

4.2.2 Эллипсоид как фигура равновесия

Как мы уже говорили, внутри однородного эллипсоида, как и для шара, сила притяжения подчиняется закону Гука: она прямо пропорциональна отклонению материальной точки от положения равновесия. В теории потенциала доказано, что силовая функция для внутренней точки имеет вид

$$V(x, y, z) = V_0 - Px^2 - Qy^2 - Rz^2$$

. Тогда компоненты силы притяжения

$$\mathbf{F} = -2(Px, Qy, Rz)^T$$

пропорциональны координатам притягиваемой точки . Здесь

P , Q , R и V_0 -- постоянные, зависящие от плотности и параметров эллипсоида и не зависящие от координат точки. Приведем эти формулы без вывода

$$\begin{aligned}
 V_0 &= abc\pi G\sigma \int_0^\infty \frac{ds}{\Delta(s)}, \\
 P &= abc\pi G\sigma \int_0^\infty \frac{ds}{(a^2 + s)\Delta(s)}, \\
 Q &= abc\pi G\sigma \int_0^\infty \frac{ds}{(b^2 + s)\Delta(s)}, \\
 R &= abc\pi G\sigma \int_0^\infty \frac{ds}{(c^2 + s)\Delta(s)},
 \end{aligned} \tag{4.3}$$

где

$$\Delta(s) = \sqrt{(a^2 + s)(b^2 + s)(c^2 + s)}.$$

Если притягиваемая материальная точка -- внешняя, то для нее силовая функция сохраняет тот же вид, но V_0, P, Q, R перестают быть постоянными, а зависят от координат точки. Для их вычисления справедливы те же интегралы, что и для внутренней точки, но нижний предел не нуль, а величина ν , которая выбирается таким образом, чтобы эллипсоид

$$\frac{x^2}{a^2 + \nu} + \frac{y^2}{b^2 + \nu} + \frac{z^2}{c^2 + \nu} = 1$$

проходил через заданную внешнюю точку.

Потенциал тяжести от потенциала притяжения отличается тем, что аддитивно

содержит потенциал центробежной силы $W(x, y, z) = V(x, y, z) + \frac{1}{2}(x^2 + y^2)\omega^2$.

Подставляя сюда выражение для потенциала притяжения эллипсоида, получим

$$W(x, y, z) = V_0 + \left(\frac{1}{2}\omega^2 - P\right)x^2 + \left(\frac{1}{2}\omega^2 - Q\right)y^2 - Rz^2. \tag{4.4}$$

Если поверхность эллипсоида является поверхностью уровня, то такой эллипсоид будет гидростатически равновесным. Уравнением уровня поверхности будет $W(x, y, z) = W_0$, где W_0 -- постоянная величина. Возникает вопрос, можно ли подобрать такую угловую скорость вращения для трехосного эллипсоида с заданными полуосями, чтобы его поверхность оказалась поверхностью уровня? Нетрудно убедиться, что нельзя.

Уравнением трехосного эллипсоида в данном случае будет выражение

$$(P - \frac{1}{2}\omega^2)x^2 + (Q - \frac{1}{2}\omega^2)y^2 + z^2 = V_0 - W_0. \quad (4.5)$$

Определим большие полуоси

$$\begin{aligned} a^2 &= (V_0 - W_0)/(P - \frac{1}{2}\omega^2), \\ b^2 &= (V_0 - W_0)/(Q - \frac{1}{2}\omega^2), \\ c^2 &= (V_0 - W_0)/R \end{aligned} \quad (4.6)$$

Очевидно, что если из первого уравнения мы определим угловую скорость, то совсем не обязательно, чтобы эта угловая скорость удовлетворяла второму уравнению. Тем не менее специалистами в области теории фигур равновесия небесных тел доказано существование равновесных трехосных эллипсоидов, которые получили название эллипсоидов Якоби.

4.2.2.1 Эллипсоид Маклорена

В частном случае $a = b$, поэтому $P = Q$. Из уравнение (4.6) получим

$$V_0 - W_0 = c^2 R, \quad \omega^2 = 2 \left(\frac{a^2}{c^2 R} - P \right). \quad (4.7)$$

Полученные уравнения определяют и постоянную W_0 и ω^2 . По-видимому, для любых заданных полуосях эллипсоида вращения можно найти угловую скорость вращения, такую, что данный эллипсоид становится фигурой равновесия.

4.2.3 Модель "планеты Роша"

Под "планетой Роша" мы будем понимать такую фигуру равновесия, в которой вся притягивающая масса сосредоточена в и одной точке -- центре масс, а вектор силы тяжести образуют векторная сумма силы притяжения и центробежной силы. Тогда уравнением "поверхности" такой планеты будет

$$\frac{GM}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} + \frac{1}{2}\omega^2(x^2 + y^2) = W_0 \quad (4.8)$$

Рассмотрим, сначала, как выглядит поверхность уровня вблизи начала координат. В

этом случае величину $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ можно считать малой, а W_0 , наоборот, большой. Пренебрегая в (4.8) вторым слагаемым в левой части формулы, получим $r \approx W_0/GM$

. Это уравнение замкнутой поверхности, которая по мере приближения к началу координат становится все более похожей на сферу. Назовем ее псевдосферой.

По мере отдаления от начала координат в плоскости $z = 0$ мы достигнем таких точек, в которых сила притяжения и центробежная сила становятся равными и противоположно направленными, то есть

$$-GM/r^2 + \omega^2 r = 0 \quad r^3 = GM/\omega^2$$

, Отсюда

$$D = \sqrt[3]{GM/\omega^2}.$$

. Мы получили уравнение окружности с радиусом, равным D . Понятно, что во всех точках этой окружности силы тяжести равна нулю.

Если двигаться дальше от начала координат, мы придем к варианту, когда $x^2 + y^2$

будет большой величиной, а GM/r , наоборот, малой. Тогда пренебрегая первым членом в формуле (4.8), получим уравнение поверхности, близкой к круговому

$$x^2 + y^2 \approx 2W_0/\omega^2$$

цилиндру. Это уже разомкнутая поверхность уровня. Планеты с такой поверхностью существовать не может.

Таким образом, гидростатически равновесная планета может существовать только внутри "полости Роша", где сила тяжести всюду отлична от нуля и направлена по нормали внутрь этой поверхности. Поверхность такой планеты имеет овальную форму, сплюснутую с полюсов.

4.2.4 Сфероид Клеро

Сфероидом в геодезии называют поверхность вращения, близкую к сфере. В первом приближении в качестве уравнения сфероида можно принять

$$r = a(1 - \alpha \sin^2 \varphi). \quad (4.9)$$

Очевидно, что на экваторе $r = a$, а на полюсах $r = b = a(1 - \alpha)$. Фигура, уравнение которой удовлетворяет формуле (4.9) обладает *сжатием*. Полярный радиус ее меньше экваториального. Из определения следует, что $\alpha = (a - b)/a$.

Установим связь между коэффициентом J_2 и сжатием планеты. Из формулы (3.18) следует, что потенциал притяжения равен

$$V(r, \varphi) = \frac{GM}{r} \left(1 - J_2 \frac{a^2}{r^2} P_2(\sin \varphi) \right),$$

а потенциал тяжести --

$$W(r, \varphi) = \frac{GM}{r} \left(1 - J_2 \frac{a^2}{r^2} P_2(\sin \varphi) \right) + \frac{1}{2} \omega^2 r^2 \cos^2 \varphi. \quad (4.10)$$

В приведенной формуле мы ограничились лишь коэффициентом J_2 , отбросив все остальные мультипольные моменты, так как в случае гидростатически равновесной фигуры, они будут иметь более высокий порядок малости, чем постоянная J_2 .

$$\bar{q} = \omega^2 a / \frac{GM}{a^2} = \frac{\omega^2 a^3}{GM}$$

Введем обозначение \bar{q} . Новая малая величина есть, грубо говоря, отношение центробежной силы на экваторе к силе притяжения.

$$\omega^2 r = \frac{GM}{a^3} \bar{q} r$$

Следовательно $\omega^2 r = \frac{GM}{a^3} \bar{q} r$. Подставим полученное выражение в (4.10) и вынесем

за общие скобки отношение $\frac{GM}{r}$:

$$W(r, \varphi) = \frac{GM}{r} \left(1 - J_2 \frac{a^2}{r^2} P_2(\sin \varphi) + \frac{1}{2} \bar{q} \frac{r^3}{a^3} \cos^2 \varphi \right) \quad (4.11)$$

Приравнивая полученное выражение постоянной W_0 , получим уравнение сфероида. Теорема Клеро устанавливает связь между параметрами сфероида, силой тяжести на его поверхности и коэффициентами разложения гравитационного потенциала. Сжатие сфероида Клеро.

Сравним формулу (4.11) с (4.9). Учитывая, что α, J_2, \bar{q} -- малые величины, запишем приближенное равенство

$$\frac{GM}{r} \left(1 - J_2 P_2(\sin \varphi) + \frac{1}{2} \bar{q} \cos^2 \varphi \right) = W_0.$$

Решим полученное выражение относительно r

$$r = \frac{GM}{W_0} \left(1 - J_2 P_2(\sin \varphi) + \frac{1}{2} \bar{q} \cos^2 \varphi \right) \quad (4.12)$$

Чтобы отождествить полученную формулу с уравнением сфероида (4.9), примем во внимание, что

$$P_2(\sin \varphi) = \frac{3}{2} \sin^2 \varphi - \frac{1}{2}, \quad \cos^2 \varphi = 1 - \sin^2 \varphi.$$

Поставляя эти равенства в (4.12), получим

$$\begin{aligned} r &= \frac{GM}{W_0} \left(1 - \frac{J_2}{2} (3 \sin^2 \varphi - 1) + \frac{\bar{q}}{2} (1 - \sin^2 \varphi) \right) = \\ &= \frac{GM}{W_0} \left(\left(1 + \frac{J_2}{2} + \frac{\bar{q}}{2} \right) - \left(\frac{3}{2} J_2 + \frac{\bar{q}}{2} \right) \sin^2 \varphi \right). \end{aligned}$$

Сравнивая полученное выражение с (4.9) и учитывая, что J_2 и \bar{q} -- малые величины, получим

$$a = \frac{GM}{W_0} \left(1 + \frac{J_2}{2} + \frac{\bar{q}}{2} \right), \quad \alpha = \frac{3}{2} J_2 + \frac{\bar{q}}{2}. \quad (4.13)$$

Отсюда определяем постоянную

$$W_0: \quad W_0 = \frac{GM}{a} \left(1 + \frac{1}{2} J_2 + \frac{1}{2} \bar{q} \right). \quad (4.14)$$

Итак, первая часть теоремы Клеро устанавливает связь между сжатием равновесной планеты с первым коэффициентом зональной гармоники разложения гравитационного потенциала и угловой скоростью вращения планеты.

$$\alpha = \frac{1}{2}(3J_2 + \bar{q}) \quad \text{или подробнее} \quad \alpha = \frac{1}{2} \left(3 \frac{C - A}{Ma^2} + \frac{\omega^2 a^3}{GM} \right). \quad (4.15)$$

Вторая часть теоремы Клеро определяет зависимость силы тяжести на поверхности равновесной планеты от широты.

Сила тяжести на поверхности сфероида Клеро.

Вернемся снова к формуле потенциала тяжести для сфероида (4.11). Для того, чтобы получить силу тяжести нам нужно потенциал продифференцировать по нормали к поверхности уровня. Однако, поскольку наш сфероид мало отличается от сферы, дифференцирование по нормали мы заменим дифференцированием по радиус-вектору, что значительно проще.

Обозначив производную по радиус-вектору буквой γ , получим

$$\begin{aligned} \gamma &= \frac{\partial W(r, \varphi)}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{GM}{r} \left[1 - J_2 \frac{a^2}{r^2} P_2(\sin \varphi) + \frac{\bar{q}}{2} \frac{r^3}{a^3} \cos^2 \varphi \right] \right) = \\ &= -\frac{GM}{r^2} \left(1 - \frac{3a^2}{r^2} J_2 P_2(\sin \varphi) - \bar{q} \frac{r^3}{a^3} \cos^2 \varphi \right) \approx \\ &\approx -\frac{GM}{a^2} (1 - \alpha \sin^2 \varphi)^{-2} (1 - 3J_2 P_2(\sin \varphi) - \bar{q} \cos^2 \varphi) \end{aligned}$$

С точностью до малых величин первого порядка будем иметь

$$\begin{aligned} \gamma &= \frac{GM}{a^2} \left(1 + 2\alpha \sin^2 \varphi - \frac{3}{2} J_2 (3 \sin^2 \varphi - 1) - \bar{q} (1 - \sin^2 \varphi) \right) = \\ &= \frac{GM}{a^2} \left[\left(1 + \frac{3}{2} J_2 - \bar{q} \right) + \left(2\alpha - \frac{9}{2} J_2 + \bar{q} \right) \sin^2 \varphi \right] \approx \\ &\approx \frac{GM}{a^2} \left(1 + \frac{3}{2} J_2 - \bar{q} \right) \left(1 + \left(2\alpha - \frac{9}{2} J_2 + \bar{q} \right) \sin^2 \varphi \right) \end{aligned}$$

Сила тяжести на экваторе, согласно полученной формуле, равна

$$\gamma_e = \frac{GM}{a^2} \left(1 + \frac{3}{2} J_2 - \bar{q} \right), \quad (4.16)$$

а для любой широты

$$\gamma = \gamma_e (1 + \beta \sin^2 \varphi), \quad (4.17)$$

где $\beta = 2\alpha - \frac{9}{2} J_2 + \bar{q}$. С помощью (4.15) исключим J_2 : $3J_2 = 2\alpha - \bar{q}$, то есть

$$\beta = \frac{5}{2}\bar{q} - \alpha. \quad (4.18)$$

$$\gamma_e = \frac{GM}{a^2} \left(1 + \alpha - \frac{3}{2}\bar{q}\right)$$

здесь

Формулами (4.17) и (4.18) мы и завершим изложение теоремы Клеро.

4.2.5 Два предела сжатия для фигур равновесия

Коснемся сначала истории нашего вопроса. И.Ньютон (1643-1727) для объяснения явления, которое заметили многие астрономы, отъезжающие в экспедиции для наблюдений солнечного затмения в экваториальную зону, астрономические часы маятникового типа отстают по сравнению с Парижской обсерваторией, где они строго выверялись, на 2,5 минуты в сутки. Ньютон предположил, что виной тому служит эллипсоидальная форма Земли и, естественно, ее суточное вращение. Предполагая, что Земля -- однородный эллипсоид вращения, он получил, что сжатие земного эллипсоида должно быть равным $1,25 \frac{q}{1} = 1:230$.

Современник Ньютона Гюйгенс (1629-1695) решает ту же задачу, но другим путем. Он предположил, что силы притяжения направлены к центру, а эллипсоидальность поверхности уровня возникает только за счет центробежной силы. Таким образом, если Ньютон в качестве фигуры равновесия брал эллипсоид Маклорена, то Гюйгенс - фигуру, которую мы называли "планетой Роша". Он получил, что сжатие равно $0,5 \frac{q}{1} = 1:576$. Результат, который значительно отличается Ньютоновской оценки сжатия.

Вернемся к теории Клеро. Согласно его теории сжатие равновесной планеты должно

быть равно $\alpha = \frac{1}{2} \left(3 \frac{C-A}{Ma^2} + \bar{q} \right)$. Первый предел сжатия получим, если примем Земли

однородным двухосным эллипсоидом, для которого $C = \frac{2}{5}Ma^2$ $A = \frac{1}{5}M(a^2 + b^2)$,

$$\frac{C-A}{Ma^2} = \frac{1}{5} \frac{a^2 - b^2}{a^2}$$

Отсюда

Но $\alpha = \frac{a-b}{a}$, $b = a(1 - \alpha)$, $\frac{C-A}{Ma^2} \approx \frac{2}{5}\alpha$. Следовательно $(1 - \frac{3}{2}\frac{2}{5})\alpha = \frac{1}{2}\bar{q}$ и, наконец,

$$\alpha = \frac{5}{4} \bar{q}. \quad (4.19)$$

Мы получили то же значение, что и Ньютон, правда с точностью до первой степени сжатия.

Второй предел сжатия, мы получим, если будем считать все притягивающие массы шаром, тогда $C = A$ и

$$\alpha = \frac{1}{2} \bar{q}. \quad (4.20)$$

Таким образом, реальное сжатие лежит между этими двумя пределами

$$\frac{1}{2} \bar{q} < \alpha < \frac{5}{4} \bar{q}.$$

Для иллюстрации сказанного приведем сжатия некоторых планет Солнечной системы, а также их возможные предельные значения

Таблица. Сжатия планет Название планеты	сжатие		
	по Ньютону	по Гюйгенсу	реальное
Земля	1:230	1:576	1:297
Марс	1:174	1:434	1:192
Юпитер	1:9,4	1:23,5	1:15
Сатурн	1:5,1	1:12,8	1:10
Уран	1:10,6	1:26,6	1:14

Сравнивая значения сжатия, мы видим, что фигура планеты в значительно степени зависит от ее внутреннего строения. Планеты Земля и Марс весьма далеки от того строения, которое принял Гюйгенс: планета имеет компактное твердое притягивающее тело, окруженное рыхлой оболочкой. По величине сжатия можно судить о том, что к такой модели более подходят планеты гиганты.

Приведенные данные взяты из книги акад. А.А. Михайлова "Курс гравиметрии и теории фигуры Земли", опубликованной в 1939 году. Современные данные могут несколько отличаться от приведенных, хотя общая картина не изменится.

4.3 Гравитационные аномалии и строение Земли

4.3.1 Гравитационные аномалии

Термин *аномалии* означает отклонения от некоторой "нормы" -- то есть значения, которое можно предсказать, вычислив его по формуле. Вычисленное значение силы тяжести называют "нормальным", а наблюдаемое -- аномальным. Если принять Землю равновесным эллипсоидом вращения, то значение силы тяжести можно вычислить по формуле (4.17), в которой постоянные нужно считать известными. Эти данные определяются из наблюдений и зависят от методики их вычислений, от объема и качества наблюдательных данных. Построение "нормальной" формулы для вычисления силы тяжести требует привлечения экспериментальных данных, полученных в разных странах, в разных экспедициях. В последние 3-4 десятилетия широко используются и спутниковые наблюдения, которые резко увеличили надежность результатов.

Для того, чтобы карты гравитационных аномалий, полученных разными авторами, можно было сравнивать и анализировать, необходимо, чтобы гравитационные аномалии вычисляли по одинаковым методикам. По этой причине Международный Геофизический и Геодезический союз на своей Генеральной Ассамблее в августе 1971 года утвердил следующую формулу для нормальной силы тяжести

$$\gamma = 978031,85 (1 + 0,0053024 \sin^2 \varphi - 0,0000059 \sin^2 2\varphi) \quad (4.21)$$

В качестве "нормальной Земли" принят *общий земной эллипсоид* с параметрами

$$\begin{aligned} a &= 6378137 \pm 2 \text{ м}, \\ \omega &= 7292115 \cdot 10^{-11} \text{ с}^{-1}, \\ J_2 &= (1082,63 \pm 0,005) \cdot 10^{-8}, \\ GM &= (398600,5 \pm 0,3) \text{ км}^3 \text{ с}^{-2}. \end{aligned}$$

Сжатие этого эллипсоида, определенное по спутниковым данным, равно $\alpha = 1 : 298,256$

. Известно, что сила тяжести зависит от высоты точки наблюдения. Наблюдения производятся, в крайнем случае, на уровне моря, то есть на высоте, равной нулю. Все сухопутные определения силы тяжести выполняются на разных высотах. Так как поверхность эллипсоида не совпадает с поверхностью уровня, поэтому развита теория приведения гравитационной аномалии (редукции) к одной и той же поверхности. Кроме того, сила тяжести зависит и от масс, лежащих между эллипсоидом и геоидом. Чтобы учесть и эти факторы, развита теория геологических редукций. В таком случае вместе с гравитационными аномалиями обязательно должен указываться и вид редукций, с которыми данная аномалия вычислена. Существуют аномалии *в свободном воздухе*, аномалии *Фая*, аномалии *Буге*, изостатические аномалии и т. п. Методика вычисления этих аномалий лежит за пределами нашего курса и мы на них останавливаться не будем.

Гравитационные аномалии на Земле, как правило, меньше 100 мГал , их среднеквадратическая вариация по Земле составляет величину около 20 мГал . Следовательно, гравитационное поле Земли достаточно гладкое. Для экстремальных условий (островные дуги, глубоководные впадины) гравитационные аномалии достигают величины 400 мГал , что в 12,5 раз меньше разницы в значениях силы тяжести на полюсе и экваторе и составляют всего 0,04% от величины силы тяжести. Потому для получения данных, по которым можно судить о внутреннем строении нашей планеты, необходимо изучать аномалии на уровне не только миллигалов, но и микрогалов, чего и добиваются геофизики.

Вторая характеристика гравитационного поля -- это отклонение отвесной линии (вертикали) от нормали к эллипсоиду. Это отклонение также невелико и составляет секунды дуги. Геодезические работы в Индии близ горного массива Гималаев показали, что координаты астрономических пунктов из-за отклонений отвесной линии отличаются от геодезических на $5,2''$, тогда как вычисленное отклонение, связанное с притяжением гор, составляет $27,9''$. Для объяснения этого явления английский геодезист Пратт высказал мысль, что под горами плотность пород гораздо меньше, чем коренные породы под равнинами. Иными словами, если все породы разбить на блоки, то плотность этих блоков должна зависеть от их толщины: чем толще блок, тем меньше плотность. При этом вес всех блоков на некоторой поверхности,

называемой *поверхностью компенсации*, один и тот же. Вся земная кора, таким образом, находится в равновесии. Эта гипотеза Пратта получила название *изостатической*.

Конечно, с геологической точки зрения эта гипотеза никуда не годится. Французский геодезист Эри предложил более правдоподобную схему: земные блоки по Эри подобно айсбергами на море плавают на более плотной, но и более пластичной среде -- верхней мантии. В этом случае, так же как и у айсбергов, должна образоваться под горными массивами "подводная часть" с плотностью, меньшей, чем плотность вмещающих пород. Таким образом эффект гравитационной компенсации должны создавать *корни гор*, существование которых сейсмологи подтверждают.

Строение земной коры невозможно изучить, пользуясь только одним методом. Геофизики применяют все доступные им методы, прежде всего сейсмологический и гравиметрический. По современным представлениям земная кора имеет разную толщину в разных регионах. В горах толщина ее достигает 60 и более километров. Состоит она из разных слоев. Большой объем занимает кислые (гранитные) породы с плотностью 2,67. Равнины покрыты осадочными породами толщиной несколько километров и с плотностью 2,2. Ниже этих слоев лежат основные породы -- базальты с плотностью 2,8. Толщина коры для равнинных регионов полагают равной 30 км. Горные районы и равнины образуют основные морфологические особенности континентов. При переходе к океану, гранитный слой постепенно выклинивается, а осадочные породы покрывают на абиссальных котловинах, в основном, базальтовые породы. При этом толщина коры становится меньше и в среднем составляет 10-15 км. Особенно тонкой кора становится в глубоководных впадинах (4-5 км).

5. Тепловое поле и возраст Земли

- [5.1 Источники тепла](#)
- [5.2 Температура в недрах Земли](#)

5.1 Источники тепла

Тепловой поток, поднимающийся из недр Земли, является важным физическим полем, которое позволяет судить не только о строении, но, как мы увидим позже, и о возрасте Земли. Тепловой поток мы можем наблюдать только на поверхности планеты. Он зависит от температурного градиента в измеряемой точке и определяется формулой

$$q = -\lambda \text{grad } T,$$

где λ -- теплопроводность горных пород, $\text{grad } T$ -- геотермический градиент. Понятно, что для положительного теплового потока температура горных пород должна убывать отсюда знак минус в формуле.

Как уже говорили, температурный градиент можно измерить близко к поверхности, хотя очень важно знать и глубинные распределения температуры. От этого зависят наши представления об источниках тепловой энергии планеты. Приведем данные об энергетике Земли, которую можно оценить следующим способом. Полная тепловая энергия, выделенная с площади S за время t , очевидно равна $E = q t S$.

Таблица. Энерговыделение на Земле Источник энергии	F , (эрг/год)
Солнечная энергия	10^{32}
Геотермическая энергия	10^{28}
Упругая энергия землетрясений	10^{25}
Энергия, теряемая при замедлении вращения Земли	$3 \cdot 10^{26}$
Тепло, выносимое при извержении вулканов	$2.5 \cdot 10^{25}$

Хотя самое большое количество энергии Земля получает от Солнца, но лишь очень малая его часть проникает вглубь планеты. Остальная часть излучается обратно в пространство. Тепловое излучение планет -- один из источников информации о состоянии поверхности планет и ее атмосферы. Методы ИК-астрономии (инфракрасной астрономии) дали очень много сведений, например, о Венере,

особенно в доспутниковый период исследований. На глубинах 40-50 м под поверхностью Земли температура остается практически постоянной, как в метро, где "летом прохладно, зимой тепло". Именно на этих глубинах измеряют тепловой поток от внутренних источников.

Специалисты полагают, что геотермальная энергия 10^{28} эрг/год слишком велика, чтобы считать ее естественным оттоком тепла от первоначально разогретой Земли. В 1899 году лорд Кельвин посчитал, за какой отрезок времени земная кора могла бы остыть до современного состояния, если изначально она была расплавленной. Оказалось, что этот уровень будет достигнут за 25 миллионов лет. Геологи с этим числом решительно не согласились, так как по их оценкам для накопления необходимого количества осадочных пород, слагающих кору, понадобятся, по крайней мере, сотни миллионов лет. Тем не менее, следует считать, что оценка Кельвина -- это первая попытка определить возраст планеты.

Время остывания планеты зависит как от теплопроводности пород, так и толщин слоев, из которых сложена планета. Вещество земных недр обладает малой теплопроводностью, а расстояния -- огромны. Для количественной оценки времени выравнивания тепла Δt на расстоянии Δl можно применить формулу

$$\Delta t \approx \Delta l^2 c_p \rho / \lambda$$

где c_p -- теплоемкость при постоянном давлении. Если принять, что расстояние равно радиусу Земли, то окажется, что Земля остынет за 10^{12} лет, что много больше, чем возраст Земли. Отсюда следует вывод, что в глубинных недрах нашей планеты только за счет теплопроводности температура пока остается постоянной.

Современные методы определения возраста горных пород основаны на анализе радиоактивного распада некоторых изотопов, содержащихся в породах. Первую оценку возраста Земли сделал английский физик Э.Резерфорд в 1905 году. Он получил число 500 миллионов лет, что намного превышает оценку Кельвина, хотя и много меньше современного представления о возрасте Земли. В том же 1905 году Релей установил неравномерное распределение радиоактивных источников в земных недрах. Он отметил, что если считать, что концентрация радиоактивных изотопов в земных недрах та же, что и в магматических горных породах, то тепловой поток будет много больше наблюдаемого. Он также установил, что основные породы

(базальт, габбро) очень бедны радионуклидами. Отсюда сделал вывод о том, что радиоактивные элементы находятся только в земной коре.

Концентрацию тяжелых элементов в верхних слоях Земли объясняют тем, что они формировались позже остальных и имели большие объемы. Вследствие этого они были вытеснены из плотно упакованных кристаллических решеток силикатов и вместе с легкой фракцией всплыли наверх.

Определение возраста горных пород основано на естественном распаде изотопов урана, рубидия и калия. Природный уран состоит на 99,27% из радиоактивного изотопа U^{238} , рубидий содержит 27,85% β -радиоактивный Rb^{87} с периодом полураспада 5 миллиардов лет, а радиоактивный калий K^{40} , который содержится в природном элементе всего 0,012%, имеет период полураспада 1,3 миллиарда лет.

Возраст определяют с помощью подсчета процентного содержания материнских радиоактивных элементов и конечного продукта их распада: для урана это свинец, рубидий дает стронций, а калий -- аргон. Скорость распада ядер радиоактивных элементов пропорциональна их числу. Отсюда -- экспоненциальное убывание количества радиоактивных ядер. Если N число распадающихся ядер, а N_0 -- их начальное количество, то

$$N = N_0 e^{-kt}$$

Определяют лишь число радиоактивных ядер N в данный момент и число ядер

$$D = N_0 - N = N(e^{kt} - 1)$$

дочернего изотопа D :

$$t = \frac{1}{k} \ln \left(1 + \frac{D}{N} \right)$$

Отсюда определяют t :

Много сведений о прошлом Земли дают метеориты. Содержащиеся в каменных метеоритах уран и торий при распаде образуют изотопы радиогенного свинца. По отношения радиогенного свинца(то есть образованного в результате распада) к первичному определили возраст метеоритов, а следовательно и Земли, равный 4,6 млрд. лет.

5.2 Температура в недрах Земли

Тепловой поток зависит от градиента температуры. Если он положительный, то есть недра Земли излучают тепло, то температура должна повышаться с глубиной. Конечно, если исключить влияние локальной температуры поверхности, связанной, например, с солнечным теплом. Рост температуры с глубиной особенно ясно ощущается при бурении. Среднее значение геотермического градиента равно 20 C/км . Конечно, геотермический градиент зависит от местных условий.

Температуру внутри Земли можно оценить из следующих соображений. Если предположить, что температурный градиент (не температура!) не возрастает с глубиной, то на глубине 100 км температура не должна превосходить 2000 C . Более точно для этих глубин определяют температуру по очагам вулканов, которая составляет приблизительно 1200 C . Как известно по лабораторным исследованиям и данным сейсмологии, на глубинах 400 км происходят фазовые переходы минералов MgSiO_2 -- Fe_2SiO_2 , а температура этих переходов $1600 \pm 50 \text{ C}$.

Поскольку мантия Земли по отношению к сейсмическим волнам ведет себя как твердое тело, то за верхний предел температуры обычно берут границу температур плавления. Температура плавления силикатов, составляющих мантию, на границе *ядро-мантия*, составляет приблизительно 5000 K при давлении $1,4 \text{ млн. бар}$.

Земное ядро находится в расплавленном состоянии. Оно, в основном, состоит из железа, температура плавления которого при давлении $1,4 \text{ млн. бар}$ составляет 4600 K . Температуру в центре ядра Земли оценивают в 6000 K .

Тепловой поток определяют как на суше, так и на море. Измерения показали, что величина теплового потока зависит от геологии региона. В наиболее древних регионах, например, на докембрийских щитах тепловой поток составляет $0,92 \text{ мккал/см}^2 \text{ с}$, а в вулканических областях, исключая геотермальные районы, $2,16 \text{ мккал/см}^2 \text{ с}$. На океанах наибольший тепловой поток наблюдается на подводных хребтах, а наименьший -- в глубоководных желобах.

Одной из загадок природы геофизики считают приблизительное равенство тепловых потоков на океанах и континентах, хотя толщины земной коры отличаются значительно. Среднее значение теплового потока на континентах (по В.И. Трухину) составляет $1,55$, а на океанах $1,50 \text{ мккал}$ в секунду с квадратного сантиметра. Существует несколько гипотез, объясняющих это явление. Объясняют либо

степенью дифференциации радиоактивных элементов либо конвекцией в верхней мантии. Хотя до конца этот вопрос остается не изученным.

6. Приливы

- [6.1 Приливообразующий потенциал](#)
- [6.2 Типы приливных волн](#)
- [6.3 Наблюдения приливных явлений на Земле](#)
- [6.4 Космогоническое значение исследования приливов](#)

6.1 Приливообразующий потенциал

- [6.1.1 Приливная деформация уровня поверхности планеты](#)
- [6.1.2 Преобразование формулы для приливообразующего потенциала](#)

Всем хорошо известен морской прилив, когда два раза в сутки вода поднимается у морских берегов, затем вновь откатывается от берега. Но прилив существует не только на море, но и на суше. Два раза в сутки поверхность земли, на которой выстроены все дома, улицы, дороги, поднимаются и опускаются. В Москве амплитуда этих колебаний составляет приблизительно 0,5 м. Но мы этого не замечаем. Отчего это происходит?

Как известно, результатом действия силы на тело является либо его ускорение, если оно свободно и не взаимодействует с другими телами, либо его деформация, если такое взаимодействие существует. Притяжения Луны и Солнца нашей планеты сообщают ей ускорение, которое она имеет, совершая движение по орбите. Однако не все части планеты испытывают одинаковое притяжение. В качестве притягивающего тела возьмем пока только Луну. Максимальное притяжение Луной испытывают те части Земли, для которых она находится строго в зените, а минимальное -- в надире. Центр масс Земли находится в промежуточном положении. Результирующая сила притяжения планеты приложена к центру масс. Она сообщает Земле поступательное ускорение. Для описания процессов в системе отсчета, связанной с Землей, то есть в неинерциальной системе координат, кроме упомянутых сил притяжения необходимо ввести *силу инерции*, равную массе какого-либо пробного тела умноженную на ускорение системы отсчета и направленную в сторону, противоположную ускорению системы отсчета.

Пренебрегая размером, строением и формой Луны, запишем удельную силу притяжения пробного тела, находящегося на Земле. Пусть \mathbf{r}' -- радиус-вектор, направленный от пробного тела в сторону Луны, r' -- длина этого радиус-вектора, тогда сила притяжения этого тела Луной будет равна

$$\mathbf{F} = \frac{GM_L}{r'^3} \mathbf{r}' . \quad (6.1)$$

Здесь GM_L -- селеноцентрическая гравитационная постоянная. Пробное тело поместим в точку P . Сила притяжения пробного тела помещенного в центр масс Земли будет равна

$$\mathbf{F}_0 = \frac{GM_L}{r^3} \mathbf{r} , \quad (6.2)$$

где \mathbf{r} и \mathbf{r}' соответственно радиус-вектор, соединяющий центры масс Земли и Луны, и его абсолютная величина. Тогда *приливной силой* называется разность этих двух сил притяжения

$$\mathbf{F}_{\text{пр}} = \mathbf{F} - \mathbf{F}_0 . \quad (6.3)$$

В формулах (6.1) и (6.2) притягивающее тело (Луна) рассматривается как материальная точка или шар со сферически симметричным распределением масс

Силовая функция притяжения пробного тела Луной ничем не отличается от силовой функции притяжения шара (материальной точки), то есть она равна GM_L/r' .

Что касается второй силы, приложенной к центру масс и являющейся силой инерции для всех материальных точек Земли, то она строго постоянная. Для получения силовой функции для этой силы нам необходимо ввести временную систему координат. Ось Ox проведем из центра Земли и направим в сторону Луны. Направления двух других

осей -- произвольные. Тогда силовая функция для силы \mathbf{F}_0 , очевидно, равна $(GM_L/r^2)x + Const$.

. Приливообразующий потенциал равен разности этих двух силовых функций. Обозначив его через δW , будем иметь

$$\delta W = GM_L/r' - (GM_L/r^2)x - Const.$$

Постоянную $Const$ определим при условии, что приливообразующий потенциал в центра Земли равен нулю. При этом $x = 0$, $r' = r$. Поэтому $Const = GM_L/r$.

Следовательно, для приливообразующего потенциала можно записать

$$\delta W = GM_L \left(\frac{1}{r'} - \frac{1}{r} - \frac{x}{r^2} \right). \quad (6.4)$$

$$r' = \sqrt{(r-x)^2 + y^2 + z^2} \quad \frac{1}{r'} = \frac{1}{r} \left(\left(1 - \frac{x}{r}\right)^2 + \frac{y^2 + z^2}{r^2} \right)^{-\frac{1}{2}}$$

Поскольку $\frac{x}{r}, \frac{y}{r}, \frac{z}{r}$ малы, то

Полагая отношения $\frac{x}{r}, \frac{y}{r}, \frac{z}{r}$ малыми, последнее выражение можно представить следующим образом

$$\frac{1}{r'} \approx \frac{1}{r} \left(1 + \frac{x}{r} - \frac{x^2 + y^2 + z^2}{2r^2} + \frac{3x^2}{2r^2} \right) = \frac{1}{r} \left(1 + \frac{x}{r} + \frac{2x^2 - y^2 - z^2}{2r^2} \right). \quad (6.5)$$

Подставим полученное выражение в (6.4), получим

$$\delta W = GM_L \frac{2x^2 - y^2 - z^2}{2r^2} \quad (6.6)$$

Выражение для приливообразующего потенциала можно уточнить, если в (6.4)

отношение $\frac{1}{r'}$ заменить разложением в ряд по полиномам Лежандра, подобно

тому, как мы делали при выводе гравитационного потенциала планеты. Пусть ρ -- расстояние точки P от центра планеты (от начала сферической системы координат),

а θ -- геоцентрическое зенитное расстояние притягивающего тела (Луны), тогда

$$\frac{1}{r'} = \frac{1}{r} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{\rho}{r} \right)^n P_n(\cos \theta) = \frac{1}{r} \left(1 + \frac{\rho}{r} \cos \theta + \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{\rho}{r} \right)^n P_n(\cos \theta) \right).$$

Поскольку $x = \rho \cos \theta$, получим $\frac{1}{r'} = \frac{1}{r} + \frac{x}{r^2} + \frac{1}{r} \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{\rho}{r} \right)^n P_n(\cos \theta)$. Поставляя

полученное выражение в формулу для приливообразующего потенциала (6.4),

окончательно получим

$$\delta W = \frac{GM_L}{r} \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{\rho}{r}\right)^n P_n(\cos \theta). \quad (6.7)$$

Остается определить приливообразующий потенциал на поверхности планеты.

Поскольку на поверхности сферической планеты $\rho = R$, то

$$\delta W = \frac{GM_L}{r} \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{R}{r}\right)^n P_n(\cos \theta). \quad (6.8)$$

6.1.1 Приливная деформация уровенной поверхности планеты

Приливное возмущение потенциала неизбежно деформирует уровенную поверхность планеты. Выполним приближенную оценку этих искажений. Для простоты будем считать, что Земля шар со сферически симметрично распределенной массой. Тогда ее невозмущенный гравитационный потенциал на поверхности планеты имеет

простой вид $\frac{GM}{R}$. Для точки P , находящейся на расстоянии ρ от центра сферы

гравитационный потенциал Земли равен $\frac{GM}{\rho}$. Добавляя сюда приливной потенциал, получим возмущенную поверхность уровня

$$W = \frac{GM}{\rho} + \frac{GM_L}{r} \frac{2x^2 + y^2 + z^2}{2r^2} = W_0.$$

В качестве константы мы возьмем невозмущенный гравитационный потенциал на поверхности. Тогда, после деления на гравитационную постоянную, получим

$$\frac{1}{\rho} + \frac{M_L}{M} \frac{2x^2 + y^2 + z^2}{2r^3} = \frac{1}{R}.$$

Здесь переменными величинами являются x, y, z и ρ . Обозначим отношение масс

гравитирующего тела к массе планеты греческой буквой μ и решим полученное

выражение относительно ρ :

$$\rho = R \left(1 - \mu \frac{R}{r} \frac{2x^2 - y^2 - z^2}{2r^2} \right)^{-1} \approx R \left(1 + \mu \frac{R}{r} \frac{2x^2 - y^2 - z^2}{2r^2} \right).$$

Так как $\rho^2 = x^2 + y^2 + z^2$, с той же степенью точности получим

$$x^2 + y^2 + z^2 = R^2 \left(1 + 2\mu \frac{R}{r} \frac{2x^2 - y^2 - z^2}{2r^2} \right).$$

Преобразуем полученное выражение

$$\left(1 - 2\mu \frac{R^3}{r^3} \right) x^2 + \left(1 + \mu \frac{R^3}{r^3} \right) (y^2 + z^2) = R^2.$$

Учитывая, что отношения $\frac{R}{r}$ -- малые величины последнее выражение можно переписать так

$$\frac{x^2}{R^2 \left(1 + 2\mu \frac{R^3}{r^3} \right)} + \frac{y^2 + z^2}{R^2 \left(1 - \mu \frac{R^3}{r^3} \right)} = 1.$$

Мы получили уравнение двухосного эллипсоида, у которого ось вращения совпадает с осью x , то есть с прямой, соединяющей притягивающее тело с центром Земли.

Полуоси этого эллипсоида, очевидно, равны

$$\begin{aligned} a &= \left(1 + \mu \frac{R^3}{r^3} \right) R, \\ b = c &= \left(1 - \frac{\mu}{2} \frac{R^3}{r^3} \right) R. \end{aligned} \quad (6.9)$$

Итак, уровенная поверхность, заданная в виде шара, вследствие приливного действия другого небесного тела вытягивается в сторону этого тела и превращается в эллипсоид вращения. Большая полуось будет превышать радиус планеты на

$$\Delta a = R\mu \left(\frac{R}{r} \right)^3$$

величину, а малые полуоси будут меньше радиуса на величину

$$\Delta b = \Delta c = \mu \frac{R}{2} \left(\frac{R}{r} \right)^3$$

. Заметим, кстати, что с той же степенью точности произведение всех трех полуосей остаются постоянными, что говорит о неизменности объема, ограниченного поверхностью уровня.

Для иллюстрации сказанного приведем численный пример. Вычислим приливной "горб" на Земле, вызванный притяжением Луны. Радиус Земли равен $R = 6378$ км, расстояние между центрами Земли и Луны равно $384.4 \cdot 10^3$ км, отношение масс

Луна/Земля равно 1:81. Подставляя эти данные в формулу для увеличения большой полуоси, получим 0,36 м Нетрудно подсчитать, что на Луне аналогичный приливной горб, направленный в сторону Земли будет равен 13 м.

Необходимо подчеркнуть, что в приведенных рассуждениях не учитывается приливные деформации самой Земли, что также изменит поверхность уровня. Для строгих выкладок необходимо задать модель Земли, ее строение, упругие постоянные и т.п., что, конечно, выходит далеко за рамки нашего курса.

6.1.2 Преобразование формулы для приливообразующего потенциала

Вернемся к формуле (6.10). Здесь аргументом полиномов Лежандра является геоцентрическое зенитное расстояние притягивающего небесного тела θ . Рассмотрим треугольник OPL . Сторона OP , как мы знаем, равна радиусу Земного шара R (если точка P находится на поверхности земного шара), сторона OL равна расстоянию между центрами масс притягивающего и притягиваемого тела r , угол между этими сторонами равен геоцентрическому зенитному расстоянию θ , угол между сторонами PL и продолжением стороны OP равен зенитному расстоянию z .

$$r \cos \theta = r' \cos z + R$$

Проекция стороны OL на продолжение стороны OP равна

Отсюда

$$\cos z = \frac{1}{r'} (r \cos \theta - R),$$

$$r' = \sqrt{r^2 + R^2 - 2Rr \cos \theta}.$$

Можно ли заменить геоцентрическое зенитное расстояние топоцентрическим, которое используется в астрономии? Какую ошибку мы сделаем, если заменим в формуле (6.8) угол θ зенитным расстоянием z ? Очевидно, что мы должны оценить

величину $|\cos z - \cos \theta| = \max$

Пусть отношение $u = R/r$ является малой величиной, тогда

$$\cos z = \frac{r}{r'} \left(\cos \theta - \frac{R}{r} \right) = \frac{\cos \theta - u}{\sqrt{1 - 2u \cos \theta + u^2}} \approx$$

$$\approx (\cos \theta - u)(1 + u \cos \theta) \approx \cos \theta - u(1 - \cos^2 \theta),$$

следовательно $|\cos z - \cos \theta| \cong u \sin^2 \theta$. Эта величина максимальна при $\theta = \pi/2$.

Так если гравитирующее тело -- Луна, то $u=6.371/384.4=0.0166$. Следовательно, максимальное искажение зенитного расстояния в системе Земля-Луна не превосходит 1,7%. Для большинства задач этим отличием можно пренебречь и в качестве приливообразующего потенциала брать

$$\delta W = \frac{GM_L}{r} \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{R}{r}\right)^n P_n(\cos z). \quad (6.10)$$

Понятно, что наибольший вклад в приливные явления создает первый член формулы (6.10). Очень часто им и ограничиваются, хотя при строгом анализе приливных явлений приходится учитывать и остальные члены разложения (6.10).

Итак, приливообразующий потенциал с точностью до R^2/r^2 имеет вид

$$\delta W_2 = \frac{GM_L}{r} \frac{R^2}{2r^2} (3 \cos^2 z - 1). \quad (6.11)$$

Выполним некоторые преобразования полученной формулы и приведем к

общепринятому виду. Поскольку $\cos^2 z = \frac{1}{2}(1 + \cos 2z)$, то подставляя это выражение в формулу (6.11) после несложных преобразований, получим

$$\delta W_2 = \frac{3GM_L}{4r} \left(\frac{R}{r}\right)^2 \left(\cos 2z + \frac{1}{3}\right). \quad (6.12)$$

Величина $D = 3GM_L R^2 / 4r^3$ называется *постоянной Дудсона*. Теперь вместо (6.12) можно записать

$$\delta W_2 = D \left(\cos 2z + \frac{1}{3}\right). \quad (6.13)$$

Заметим, что так называемая *постоянная Дудсона* вовсе не является, постоянной величиной, так как расстояние между притягивающим и притягиваемым телами

изменяются из-за того что они движутся по орбитам, строго говоря, не эллиптическим, подчиняясь законам небесной механики. В книге бельгийского ученого П. Мельхиора известного специалиста по приливам приводятся численные значения постоянных Дудсона:

$$\text{для Луны} \quad D = 2,6206 \text{ м}^2 / \text{с}^2,$$

$$\text{для Солнца} \quad D = 1,2035 \text{ м}^2 / \text{с}^2.$$

6.2 Типы приливных волн

- [6.2.1 Долгопериодические приливы](#)
- [6.2.2 Суточные приливы](#)
- [6.2.3 Полусуточные приливы](#)

Все наблюдаемые приливные явления делятся на полусуточные, суточные и долгопериодические. Вернемся к формуле (6.13), в которой переменной величиной будем считать только зенитное расстояние. Известно, что

$$\begin{aligned} \cos z &= \sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos H, \\ \cos 2z &= 2 \cos^2 z - 1, \\ \cos^2 H &= \frac{1}{2}(\cos 2H + 1), \end{aligned}$$

где φ -- широта места наблюдения, δ -- склонение светила. H -- часовой угол, поэтому

$$\begin{aligned} \cos 2z &= 2 \sin^2 \varphi \sin^2 \delta + 4 \sin \varphi \cos \varphi \sin \delta \cos \delta \cos H + \\ &+ 2 \cos^2 \varphi \cos^2 \delta \cos^2 H - 1. \end{aligned}$$

Подставляя полученное выражение в (6.13), будем иметь

$$\begin{aligned} \delta W_2 &= D(\cos 2z + \frac{1}{3}) = D(2 \sin^2 \varphi \sin^2 \delta + \cos^2 \varphi \cos^2 \delta - \frac{2}{3}) + \\ &+ D \sin 2\varphi \sin 2\delta \cos H + D \cos^2 \varphi \cos^2 \delta \cos 2H. \end{aligned}$$

Первая группа членов не зависит от часового угла. Здесь переменная величина только склонение, которое меняется медленно. Это долгопериодная часть приливообразующего потенциала. Второй член приведенной суммы имеет аргументом H -- часовой угол, который меняется от 0 до 2π за одни сутки. Следовательно, он формирует суточный прилив. Третий член с аргументом $2H$, как нетрудно догадаться -- полусуточный.

6.2.1 Долгопериодические приливы

Будем помечать долгопериодическую компоненту приливного потенциала штрихом.

Тогда

$$\begin{aligned}\delta W' &= D(2 \sin^2 \varphi \sin^2 \delta + \cos^2 \varphi \cos^2 \delta - \frac{2}{3}) = \\ &= D(2 \sin^2 \varphi \sin^2 \delta + (1 - \sin^2 \varphi)(1 - \sin^2 \delta) - \frac{2}{3}) = \\ &= D(3 \sin^2 \varphi \sin^2 \delta - (\sin^2 \varphi + \sin^2 \delta) + \frac{1}{3}) = \\ &= 3D(\sin^2 \varphi \sin^2 \delta - \frac{1}{3}(\sin^2 \varphi + \sin^2 \delta) + \frac{1}{9}).\end{aligned}$$

Окончательно

$$\delta W' = 3D(\sin^2 \varphi - \frac{1}{3})(\sin^2 \delta - \frac{1}{3}). \quad (6.14)$$

Этот прилив имеет период, равный половине периода обращения притягивающего светила за счет изменение склонения. Если это -- лунный прилив, то период его две недели, если солнечный -- полгода. Линия узлов (приливообразующий потенциал

равен нулю) проходит по параллелям, для которых $\sin^2 \varphi = \frac{1}{3}$, то есть $\varphi = \pm 35^\circ 16'$.

Долгопериодический прилив имеет зональную конфигурацию, он изменяет момент инерции Земли относительно оси вращения и, следовательно, изменяет и ее скорость вращения. Этот прилив можно наблюдать с помощью радиотелескопов со сверхдлинной базой, позволяющих обнаруживать ничтожно малые изменения в продолжительности суток.

6.2.2 Суточные приливы

Они определяются вторым членом в приливообразующем потенциале

$$\delta W'' = D \sin 2\varphi \sin 2\delta \cos H. \quad (6.15)$$

За одни сутки часовой угол H изменяется на 2π , что и определяет периодичность этого члена потенциала. Небольшие отличия от суток вносит изменение склонения

светила. У этого прилива линии узлов проходят по меридиану ($H = \pm 12$ часов) и по экватору. Поверхность шара оказывается поделенной на четыре части, причем южное полушарие повторяет северное, но с другим знаком. Такую конфигурацию

прилива мы относим к тессеральным. Этот прилив не изменяет момента инерции, и, следовательно, не меняет угловую скорость вращения Земли.

6.2.3 Полусуточные приливы

Третий тип приливов определяется членом

$$\delta W''' = D \cos^2 \varphi \cos^2 \delta \cos 2H. \quad (6.16)$$

Изменение аргумента на 2π достигается за 12 часов, что и сообщает этой части приливообразующего потенциала полусуточную периодичность. Линии узлов -- два меридиана с часовыми углами $H = 3$ часа и $H = 9$ часов. Поверхность Земли оказывается снова рассеченной на четыре части, на четыре сектора. Отсюда и секториальная конфигурация полусуточного прилива.

Подъем уровня поверхности будет наблюдаться в секторе, обращенном в сторону притягивающего тела. В противоположном секторе -- также подъем. В

секторах, ориентированных под углом $\frac{\pi}{2}$ -- минимум.

Периоды приливообразующего потенциала, подсчитанные только по часовому углу, слишком упрощенный подход. Во первых, мы рассматривали только одно притягивающее тело -- Луну, хотя значительный вклад и земные приливы вносит и Солнце. Приливы от Луны и Солнца, строго говоря, нельзя рассматривать как сумму приливов отдельно от Луны и от Солнца, так как сами формулы для вычисления потенциала нелинейные. Линейным образом этот потенциал зависит лишь от масс этих небесных тел, что же касается геометрии -- то нелинейная зависимость очевидная. Приливную силу, действующую на планету, можно представить в виде суммы гармоник с аргументами, выражающиеся линейной комбинацией углов,

которые можно представить в виде $a\tau + bs + ch + dp + eN' + fp_s$, где

- τ -- среднее лунное время,
- s -- средняя долгота Луны,
- h -- средняя долгота Солнца,

P -- долгота перигея Луны,

Ps -- долгота перигея Солнца.

(a, b + 5, c + 5, d + 5, e + 5, f + 5)

Аргументным числом называется шестизначное число

Приведем здесь перечень основных приливных волн (по П.Мельхиору "Земные приливы"):

волна	период	аргументное число	периодическая функция
M₂	12.25	(255.555)	A cos 2τ
N₂	12.39	(245.655)	A cos(2τ - s + p)
O₁	25.49	(145.555)	A cos(τ - s)
K₁	23.56	(165.555)	A cos(τ + s)
M_f	две недели	(075.555)	A cos 2s
M_m	тропический месяц	(065.455)	A cos(s + p)
S₂	12.00	(273.555)	A cos(2τ + 2s - 2h)
P₁	24.04	(163.555)	A cos(τ + s - 2h)

В приведенной таблице период указан в часах и минутах. Полусуточные приливы --

это **M₂**, **N₂** и **S₂**. Первые два связаны с Луной, третий -- с Солнцем. Суточные

приливы это **O₁** (Луна), **P₁** и **K₁** (Солнце). Поскольку периоды приливных волн

известны точно, так как движения небесных тел подчинятся законам небесной механики, то для исследования приливных волн применяют методы гармонического анализа. Представление приливных явлений гармониками введено еще известным геофизиком Дарвиным (1883). Изложенная выше классификация гармоник предложена Дудсоном. Им же, а затем и Леклазе предложены методы гармонического анализа. Среди российских ученых известен метод Перцева, который позволяет не только выделять отдельные гармоники, но и исключать дрейф в записи приливных волн.

6.3 Наблюдения приливных явлений на Земле

- [6.3.1 Вариации силы тяжести](#)
- [6.3.2 Отклонения отвесной линии](#)
- [6.3.3 Наблюдения деформаций земной поверхности](#)
- [6.3.4 Наблюдения за вариациями скорости вращения Земли](#)

Наблюдаемые приливные явления на Земле:

- морские приливы,
- вариации высот земной поверхности,
- вариации силы тяжести,
- вариации отклонений отвесной линии,
- вариации угловой скорости вращения Земли,
- деформации земной коры,
- колебания уровня подземных вод.

Наблюдения за морскими приливами осложнены тем, что на высоту морского прилива влияют конфигурация берегов, температура и соленость воды, климатические условия. Учесть все эти факторы с необходимой точностью -- очень сложная задача. Дж.Дарвин наблюдал долгопериодическую составляющую морского прилива и получил, что амплитуда приливной волны составляет всего 2/3 от расчетной.

Наблюдения вариаций высот земной поверхности также технически очень сложная задача.

Пусть точка P лежит на земной поверхности. Через эту точку проходит поверхность уровня $W = C$. Невозмущенная приливами поверхность уровня $W_0 = C$ проходит

через другую точку, назовем ее точкой Q . Вектор силы тяжести есть отношение приращения потенциала к расстоянию между точками P и Q . Для определенности

будем считать, что точка P расположена выше точки Q , а расстояние между ними равно ζ_0 . Тогда
$$g = -(W_0(P) - W_0(Q)) / \zeta_0$$

Но $W(P) = W_0(P) + \delta W(P)$, поэтому

$$g\zeta_0 = W_0(Q) - (W(P) - \delta W(P)) = \delta W(P) + (W_0(Q) - W(P))$$

Выражение в скобках равно нулю, так как по условию и возмущенный потенциал в точке P и невозмущенный потенциал в точке Q равны одной и той же постоянной C . Итак, приливная вариация высоты поверхности уровня для абсолютно твердой Земли определяется через приливообразующий потенциал следующим образом

$$\zeta_0 = \frac{\delta W}{g}. \quad (6.17)$$

Согласно (6.13) приливные колебания поверхности уровня можно вычислить по формуле

$$\zeta_0 = \frac{D}{g} \left(\cos 2z + \frac{1}{3} \right). \quad (6.18)$$

Поверхность Земли, естественно, не повторяет движений поверхности уровня, хотя и "тянется" за ней. В первом приближении можно считать, что колебания поверхности Земли пропорциональны колебаниям поверхности уровня

$$\zeta = h\zeta_0. \quad (6.19)$$

Таким образом, число h есть упругая постоянная, которая называется *первым числом Лява*.

При деформации Земли происходят перераспределение масс. При этом изменяется и собственный гравитационный потенциал планеты. Предполагая, что изменение потенциала пропорционально приливообразующему потенциалу, можно записать

$$\delta W^* = k\delta W. \quad (6.20)$$

Постоянная k есть *второе число Лява*.

Если бы Земля была абсолютно твердой, то никаких деформаций бы не было и обе упругие постоянные Лява равнялись бы нулю. В действительности первое число приблизительно равно 0,5, а второе 0,2.

6.3.1 Вариации силы тяжести

Обратимся снова к формуле (6.12). Чтобы получить приливную вариацию силы тяжести нужно продифференцировать приливообразующий потенциал по радиусу Земли, а знак производной изменить на обратный, так как при увеличении силы тяжести растет компонента силы, направленная внутрь Земли.

$$\Delta g_0 = -\frac{\partial(\delta W)}{\partial R} = -\frac{\partial D}{\partial R} \left(\cos 2z + \frac{1}{3} \right) = -\frac{2D}{R} \left(\cos 2z + \frac{1}{3} \right). \quad (6.21)$$

В частности, лунный прилив создает вариацию силы тяжести

$$\begin{aligned} \Delta g_0 &= -82 (\cos 2z + 1/3) \text{ мкГал, а солнечный} \\ \Delta g_0 &= -38 (\cos 2z + 1/3) \text{ мкГал.} \end{aligned}$$

Формула (6.21) дает возможность вычислить изменение силы тяжести только за счет приливообразующего потенциала, но не учитывает того факта, что высота прибора (гравиметра), с помощью которого измеряются вариации, также изменятся под действием тех же приливов. Известно, что с увеличением высоты сила тяжести уменьшается, таким образом происходит усиление вариаций силы тяжести (приблизительно на 20%). Так, если приливная вариация силы тяжести для твердой Земли есть Δg_0 , то истинной приливной вариацией будет

$$\Delta g = \delta \Delta g_0, \quad (6.22)$$

где множитель δ называется *дельта фактором*.

Дельта фактор постоянные Лява связаны между собой, в первом приближении, линейной зависимостью

$$\delta = 1 + h - \frac{3}{2} k. \quad (6.23)$$

Как мы уже говорили, вариации силы тяжести измеряют специальным гравиметром, обладающим очень высокой чувствительностью. Такой гравиметр обычно не переносят из одной точки в другую. Он устанавливается стационарно на специальных станциях, где ведутся непрерывные наблюдения за приливами. В Московском университете такая станция имеется в ГАИШе в отделе гравитационных измерений. Гравиметр связан с компьютером, на котором выполняется графическое представление изменения силы тяжести.

Формула (6.23) выведена при условии, что приливная волна имеет очень большой период, то есть практически -- это статический вариант, которого в действительности не бывает. Экспериментальные исследования показали, что упругие постоянные нельзя считать постоянными величинами: они зависят от периода волны. Зависимость дельта-фактора от периода приливной волны является очень сильным средством для тестирования принятой модели планеты.

6.3.2 Отклонения отвесной линии

Приливные силы изменяют не только величину силы тяжести, но ее направление, что отклоняет отвесную линию. Формулу для оценки отклонений отвесной линии получим, если продифференцируем изменение высоты уровенной поверхности по горизонтальной координате. Из формулы (6.18) следует, что угол отклонения отвесной линии в плоскости меридиана для абсолютно твердой Земли равен

$$\xi_0 = -\frac{\partial \zeta_0}{\partial (Rz)} = -\frac{D}{Rg} \frac{\partial}{\partial z} \left(\cos 2z + \frac{1}{3} \right) = \frac{2D}{Rg} \sin 2z. \quad (6.24)$$

$$\xi_0 = 0,0173'' \sin 2z$$

Согласно Мельхиору: для Луны

$$\xi_0 = 0,0078'' \sin 2z$$

для Солнца

Наблюдения за отвесной линией производят высокочувствительными горизонтальными маятниками на специальном подвесе, который позволяет усилить влияние ничтожно малых отклонений вертикали относительно жесткого основания. Применяют также и вертикальные маятники, которые помещают в скважины. Высокую чувствительность в этом случае обеспечивается специальными датчиками перемещений. Приборы, предназначенные для регистрации вариаций в направлении отвесной линии, носят название *наклономеров*. В любом случае непрерывно регистрируется вариации вертикали относительно опоры. Та, в свою очередь, также подвержена влиянию приливных сил, которые наклоняют опорную площадку. Если бы Земля была абсолютно жидкой, наклон ее поверхности совпал бы с поверхностью уровня, никакой прибор не сумел бы отметить отклонение отвесной линии. Для абсолютно твердой Земли отклонение отвесной линии можно вычислить по формуле

(6.24). Очевидно, что для реальной Земли это отклонение нужно вычислять с учетом упругости, то есть нужно снова ввести фактор

$$\xi = \gamma \xi_0. \quad (6.25)$$

Между гамма-фактором и числами Лява также имеется связь

$$\gamma = 1 + k - h. \quad (6.26)$$

Однако, гамма-фактор не является глобальной характеристикой планеты, а скорее отражает местные геологические особенности. В частности, в Японии делаются попытки использовать наблюдения за вариациями отклонений отвеса для предсказания землетрясений.

6.3.3 Наблюдения деформаций земной поверхности

Под действием приливных сил отдельные регионы земной поверхности растягиваются, другие -- сжимаются. Величину таких деформаций можно измерить с помощью приборов, которые называются *экстенсометрами* (деформографами). В распоряжении отдела гравитационных измерений ГАИШ (руководитель проф.В.Н.Руденко) имеется лазерный деформограф, смонтированный в штольне Баксанской обсерватории ГАИШ. Он предназначен для обнаружения возможного проявления гравитационных волн, пришедших из далекого Космоса. Но на него, в первую очередь, влияют приливные деформации земной коры, которые в значительной степени зависят от локальных особенностей местных условий (от геологии).

6.3.4 Наблюдения за вариациями скорости вращения

Земли

Наблюдения за вращением Земли относительно звезд могут быть только астрономическими. В прошлые годы этим занимались Службы Времени, которые определяли моменты пересечения звездами небесного меридиана. Этой цели служил пассажный инструмент. Теперь появились новые средства, позволяющие

существенно увеличить точность наблюдений -- это радиоастрометрические инструменты и, прежде всего, РСДБ -- радиотелескопы со сверхдлинной базой. Наблюдения далеких радиоисточников, расположенных в других галактиках, позволило увеличить точность наблюдений почти на три порядка. С помощью этих же наблюдений, определяют координаты полюсов на земной поверхности. Значительный вклад в проблему повышения точности астрономических наблюдений внесли навигационные спутники (GPS), лазерные наблюдения за специальными спутниками. Короче говоря, проблема определения скорости вращения Земли решается совместно с другими проблемами, которые объединяются под названием *геодинамики*. Эти наблюдения позволяют определить одну из глобальных характеристик упругости планеты Земля, а именно постоянную Лява k , которая определяет одну из главных зональных гармоник приливных деформаций Земли, ответственной за периодические изменения момента инерции планеты.

6.4 Космогоническое значение исследования приливов

Вклад приливных взаимодействий между спутником и планетой особенно отчетливо виден на примере системы Земля-Луна. Наш спутник обращен к нам всегда одной стороной, то есть его вращение вокруг оси строго синхронизировано с периодом обращения вокруг Земли. Почему?

Существует гипотеза о приливном торможении вращения Земли. Ее идея заключается в следующем. Земля является упругим телом и подобно линейному осциллятору на периодическое внешнее воздействие дает реакцию в виде перемещений масс и фазового запаздывания. Уравнение линейного осциллятора, как известно, имеет вид

$$\ddot{x} + 2\varepsilon\dot{x} + n^2x = n^2 \cos \omega t.$$

Периодическое решение этого уравнения имеет вид

$$x = \lambda \cos \omega(t - t_{\text{зап}}),$$

$$\lambda = \left(\left(1 - \frac{\omega^2}{n^2}\right)^2 + \frac{4\varepsilon^2\omega^2}{n^4} \right)^{-\frac{1}{2}}, \quad t_{\text{зап}} = \frac{1}{\omega} \arctan \frac{2\varepsilon\omega}{n^2 - \omega^2}$$

где ε -- коэффициент затухания, n -- собственная частота. При $n = \omega$ имеем

резонансное решение $x_{\text{рез}} = Q \cos(nt - \frac{\pi}{2})$, где Q называется добротностью

осциллятора. Для Земли добротность равна около 100 и с глубиной растет. Фазовые задержки (запаздывание) для полусуточного прилива составляет 3-4, что соответствует добротности $Q = 15$. Это противоречит сейсмическим данным, которые указывают на более высокую добротность. Возможно, дополнительная диссипация энергии происходит за счет морских приливов.

Фазовая задержка приводит к тому, что ближайший к Луне приливной горб Земли оказывается смещенным. Луна, притягивая этот приливной горб, сообщает Земле вращательный момент, тормозящий вращение. Однако, противоположный приливной горб, наоборот ускоряет вращение. Поскольку работает закон обратных квадратов, то второй горб дает меньший момент и сумма их, в целом, замедляет вращение Земли. Расчеты показывают, что замедление должно увеличивать продолжительность суток на 3,5 *мс* за столетие. В действительности сутки увеличиваются только на 2 *мс* за 100 лет. Следовательно, имеется и другой механизм потери энергии, скорее всего -- это водная оболочка Земли.

Поскольку масса Земли существенно превосходит массу Луны, то приливное торможение Луны давно завершилось, и поэтому Луна всегда обращена на Землю одной стороной. Гравитационное влияние двух приливных горбов на Земле приводит к тому, что имеется составляющая приливной силы, направленная вдоль траектории движения Луны, которая сообщает ей дополнительную механическую энергию. Подчиняясь законам механики, Луна отдаляется от Земли со скоростью 3 *см* в год, двигаясь по спирали. Если предположить, что скорость "убегания" Луны от Земли за последние миллиарды лет сохранилась, то 1,5 *млрд. лет* Луна была в 10 раз ближе, а приливной эффект от нее в 1000 раз сильнее! Конечно, такие оценки слишком грубые, необходимо применять более строгую теорию эволюции системы Земля-Луна.

7. Геофизика на Луне

- [7.1 Основные задачи](#)
- [7.2 Хронология первых Лунных исследований](#)
- [7.3 Гравитационное поле Луны](#)

7.1 Основные задачи

Луна -- ближайшая к нам планета-спутник. Ее фигуру и даже гравитационное поле изучали задолго до спутниковой эпохи. Еще Галилей был убежден, что Луна -- твердь, покрытая горами. Близкое расстояние до Луны позволяет рассмотреть ее в телескоп во всех деталях. Изучение формы Луны, построение карт ее поверхности, лежат в русле интересов астрометристов и геодезистов, движение Луны -- небесных механиков, физические свойства поверхностных пород -- геофизиков и астрофизиков. Таким образом, Луна -- пересечение интересов самых различных отраслей знаний.

Попытаемся привести приблизительный перечень задач, решаемых астрономическими и геофизическими средствами.

Астрономия

Определение селеноцентрической гравитационной постоянной

Определение геометрического центра и центра масс Луны.

Построение модели гравитационного поля.

Картирование поверхности уровня (селеноида) и отклонений отвесной линии.

Определение параметров физической либрации.

Геофизика (селенофизика)

Изменение плотности пород внутри Луны по сейсмологическим и гравиметрическим данным.

Определение массы и средней плотности Луны.

Исследование механических напряжений внутри Луны.

Изостазия крупных регионов.

Построение модели Луны. Определение границ поверхностей раздела плотностей.

Изучение кратерированности поверхности Луны.

Исследование тектоники поверхности Луны.

7.2 Хронология первых Лунных исследований

Исследование Луны делится на доспутниковую эпоху и с помощью искусственных спутников Луны. Уже с первыми запусками ИСП (искусственных спутников Луны) нам удалось получить очень большой поток информации о гравитационном поле Луны, появилось много научных статей и даже книги (см., например, М.У. Сагитов "Лунная

гравиметрия" 1979 г). Для подробного знакомства о геофизических исследованиях Луны можно рекомендовать популярную брошюру И.Н. Галкина " Геофизика Луны" 1979 г.

Чтобы выполнить сейсмологические исследования Луны, необходим прямой контакт с Луной для установки сейсмоприемников. Это стало возможно только после полетов человека на Луну.

Вот основные миссии советских и американских космических аппаратов, которые были отправлены на лунную поверхность;

СССР Луна-1, 2 января 1959 г. Аппарат прошел на высоте 5-6 тыс. километров над поверхностью Луны. Этот запуск показал, что на Луне нет главного магнитного поля!

СССР Луна-2, сентябрь 1959 г. Аппарат достиг лунной поверхности, куда был доставлен вымпел с символикой СССР.

СССР Луна-3, октябрь 1959 г. Первые телевизионные снимки обратной стороны Луны.

США Зонд-3, 1965 г. фотосъемка обратной стороны Луны.

СССР Луны 4-8, серия полетов с целью отработки мягкой посадки на поверхность Луны.

СССР Луна-9, 1966 г. Первая мягкая посадка на поверхность Луны. Оказалось, что на Луне нет очень мощного слоя пыли, который ожидали много фантасты! (См. например А.Кларк "Лунная пыль")

После этих первых исследований силами советских и американских ученых начались регулярные полеты на Луну.

СССР Луна-13, 1966 г. Задача: фотографирование, исследование механических свойств грунта.

США Аполлон-11, 20 июля 1969 г. *Человек на Луне !* Три американских астронавта в июле 1969 года на космическом корабле достигли Луны, сбросили скорость и превратились в искусственный спутник Луны. Затем от спутника отделился лунный модуль -- спайдер (паук) который опустился на лунную поверхность. В лунном модуле находились два астронавта, а третий оставался на космическом корабле, который двигался по орбите вокруг Луны. Имена этих двух астронавтов -- Н.Армстронг и Э.Олдрин. Итак, землянин по имени Армстронг первым ступил на

поверхность небесного тела -- Луны. Место посадки -- *Море спокойствия*. Астронавты установили сейсмостанцию и взяли образцы лунных пород.

США Аполлон-12, 19 ноября 1969 г. астронавты Конрад и Бин высадились в *Океане бурь*. Они продолжили геофизические исследования первых астронавтов, их снова интересовали образцы пород, сейсмология и электропроводность.

США Аполлон-13, Астронавтам не повезло (им достался номер 13). Высадки не было! Однако они смогли устроить небольшое "лунотрясение", сбросив на лунную поверхность третью ступень ракеты Сатурн.

СССР Луна -16, 24 сентября 1970 г. совершила мягкую посадку, взяла керн с лунным грунтом (350 мм) из *моря изобилия* и вернулась на Землю.

СССР Луна-17, 1970 г. доставила на поверхность Луны *Луноход 1*, который работал 10,5 месяцев, обследовал площадь 80 тыс. кв. метров, снял 200 панорам, 20 тыс. пейзажей, исследовал химический состав грунта.

США Аполлоны-14,15,16,17, 1971-1972. За два года четыре экспедиции на Луну! Американские астронавты занимались отбором лунных пород, изучали магнитное поле Луны, устанавливали сейсмоприемники для проведения сейсмологических исследований, занимались сейсморазведкой, определяли электропроводность лунного грунта, измеряли тепловой поток, в отдельных точках измерили силу тяжести и получили гравиметрический профиль длиной 12 км поперек долины Тавр-Литтров.

Точность определения g в отдельных точках полагают равной ± 12 мГал, а точность вариаций силы тяжести вдоль профиля ± 2 мГал. Вот список первых землян, кто оставил свои следы на лунной поверхности:

Аполлон-11 Н.Армстронг, Э.Олдрин.

Аполлон-12 Конрад Бин

Аполлон-14 Шепард Митчел

Аполлон-15 Скотт Ирвин

Аполлон-16 Янг Дьюк

Аполлон-17 Шмидт Сернан

Советский Союз в эти годы продолжал исследования Луны, опираясь, в основном, на автоматические аппараты. В миссии *Луна-20* (1972) были отобраны лунные породы из региона между *Морем Изобилия* и *Морем Кризисов* и доставлены на Землю. *Луна-*

21 доставила на поверхность Луны *Луноход-2*, который начал работу 16.01.73 г. и работал на Луне 5 лунных дней. Был изучен профиль длиной 37 километров. Была определена толщина реголита (1-10 м), исследован тектонический разлом "Борозда Прямая" глубиной 40-80 м. Так же, как и на *Луноходе-1* производилось фотографирование, определялось магнитное поле, исследовались механические и химические свойства грунта.

7.2.1 Сейсмические исследования

День рождения лунной сейсмологии следует считать 21 июля 1969 года, когда первые лунные астронавты Н.Армстронг и Э.Олдрин установили автоматическую сейсмическую станцию на каменной равнине Моря Спокойствия в 168 метрах от лунного модуля. Аппаратура весом 48 килограмм питалась током от солнечных батарей и проработала с 21.07 по 27.08 с перерывом на лунную ночь (3-18 августа). К сожалению, из-за неисправности в управлении сейсмическая станция вышла из строя.

Непрерывные сейсмические наблюдения на Луне начались с ноября 1969 года на сейсмической станции Аполлона 12. Затем на видимой стороне Луны были установлены еще три станции Аполлонами 14, 15 и 16. Каждая станция была снабжена сейсмометрами двух видов: длиннопериодными (15-2,2 с) и короткопериодными с полосой пропускания 1- 30 Гц. Динамический диапазон сейсмометров 90 дБ (30000). Чувствительность приборов была настолько высока, что позволяла регистрировать колебания грунта, соизмеримые с размерами атома. Столь высокую чувствительность на Земле реализовать очень сложно, так как средний шум, обусловленный микросейсмами (ветер, промышленные шумы и т.п.), на два -- три порядка больше.

Вес каждого сейсмометра 750 г, общий вес станции 11,5 кг. Вся аппаратура управлялась с Земли. Для исследования недр Луны необходимы *лунотрясения*, хотя бы искусственные. Первое лунотрясение было создано отбрасыванием уже использованного лунного модуля, на котором астронавты летали на поверхность Луны. Удар 2,5 тонного аппарата Аполлона 12 на первой лунной космической скорости (1.7 км/с) был эквивалентен взрыву 800 кг тротила. С поверхности Луны

поднялось многотонное облако пыли. Через 23,5 с дрогнул маятник сейсмометра. Колебание грунта продолжалось целый час! Это был один из главных сюрпризов Луны, который не ожидали геофизики.

Как уже говорилось, посадки на поверхность Луны в экспедиции Аполлон 13 не было, но они устроили хорошее лунотрясение. Третья ступень ракеты Сатурн весом 15 тонн, летевшая на второй космической скорости (2,5 км/с) врезалась в лунную поверхность на расстоянии 135 км от сейсмометров. Удар был эквивалентен 10-тонному взрыву тротила. Колебания сейсмометров не затухали целых 4 часа. Таким образом, удары о Луну вызывают ее долго не затухающие колебания, подобно тому, как если бы это был колокол. Геофизики, а вернее селенофизики, назвали это явление *сейсмозвоном*. Опыт тринадцатой экспедиции был использован и в последующих экспедициях.

На Земле записи взрывов и землетрясений на расстоянии сотен километров от эпицентра длятся не более 1 минуты на скальных грунтах и не более 10 минут на осадочной толще. В отличие от земных лунные сейсмограммы не имеют четкого вступления: сигнал достигает максимальной амплитуды, постепенно раскачивая маятник в течение 5-10 мин, затем колебания очень медленно затухают. Вокруг этого явления на земле возникла большая дискуссия. Предлагалось несколько гипотез, объясняющих сейсмозвон. Наиболее правдоподобная, по-видимому, диффузная теория. Были проведены как экспериментальные исследования, так и компьютерное моделирование.

Результаты моделирования сравнивались с реальными данными. Выяснилось, что рассеяние волн происходит в приповерхностном слое. Степень рассеяния в горизонтальном направлении на порядок выше, чем в вертикальном. Отсутствие четких вступлений объясняют тем, что волны разбиваются о многочисленные трещины, кратеры, борозды. Сейсмическая добротность на Луне равна приблизительно 5000, то есть на два порядка больше, чем на Земле. Это объясняют тем, что породы на Луне сухие, так как нет ни воды, ни воздуха.

Американские астронавты выполняли и сейсморазведочные работы с целью изучения строения верхних слоев Луны. При исследовании какого-либо профиля длиной несколько десятков метров астронавты каждые 4-5 метров производили удары по грунту. Кроме того, на профиле ставили установки для запусков гранат,

которые запускались с Земли. В сейсморазведочных работах применялись только вертикальные сейсмометры, поэтому были изучены только скорости продольных волн. Скорости поперечных волн удалось определить по записям длиннопериодных сейсмометров основной сейсмической сети Аполлон.

Ответ на вопрос есть ли у Луны кора можно было дать только после хорошего удара о лунную поверхность. 13 мая 1972 года в 142 км от сейсмостанции А-14 упал метеорит, размером 2 м со скоростью 20 км/с. Удар был настолько силен, что образовался кратер диаметром 100 м. Приборы на сейсмостанциях А-12 и А-14 зашкалили, а на станциях А-15 и А-16 (расположенные соответственно в 967 и 1026 км) получили записи. После их обработки получили, что кора на Луне есть. Она слоиста, сложена из кальциево-алюминиевых пород и имеет высокий градиент скорости.

Перечислим основные результаты сейсмических исследований на Луне

Было установлено явление, которое в земных условиях не наблюдается -- сейсмозвон.

Поверхность Луны покрывает *реголит* толщиной 2-12 м со скоростью распространения сейсмических волн 100 м/с. Это уникальное образование, продукт метеоритного "вспыхивания" и "обдувания" солнечным ветром в условиях глубокого вакуума. Он отличается от земных пород чрезвычайно низкой электропроводностью и высокой сейсмической добротностью.

Под реголитом залегают *брекчии* толщиной 18-38 м со скоростью распространения сейсмоволн 300 м/с. Эти породы похожи на обломочные породы вблизи вулканических кратеров.

Луна имеет слоистую структуру. Под реголитом и брекчиями скорость растет, иногда скачкообразно. До глубины 200 м скорость сейсмоволн достигает величин 500 м/с еще глубже до полутора километров глубиной скорость достигает величины 1 км/с. Наконец, под лунной корой скорость имеет обычную величину 4-5 км/с.

Для Луны, так же, как и для Земли, применяют понятия *литосферы* (каменной сферы) и *астеносферы*. В понятии литосфера объединяются кора, верхняя и средняя мантия, а под астеносферой понимают нижнюю мантию. Предполагают также, что Луна имеет и ядро, размером приблизительно 0,2 радиуса Луны. Это ядро, по-

видимому, расплавленное сульфидо-железное. Скорость продольных волн там также резко падает, как и для Земли.

7.3 Гравитационное поле Луны

Неоднородности в распределении масс отражаются в гравитационных аномалиях. Гравитационными аномалиями, то есть отклонениями значения силы тяжести от "естественного", нормального значения. Поскольку Луна очень мало отличается от шара, то нормальным потенциалом можно считать постоянную величину. Параметры этого шара: средний радиус равен 1738 км, средняя плотность $3,344 \pm 0,004 \text{ г/см}^3$,

$$I = C/Ma^2 = 0,391$$

безразмерный момент инерции

Гравитационный потенциал Луны принято записывать в виде трех слагаемых

$$W = V + Q + \delta W,$$

$$V = \frac{GM_L}{r} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{R}{r}\right)^n (C_{nm} \cos m\lambda + S_{nm} \sin m\lambda) P_n^m(\sin \varphi)$$

где V -- потенциал

притяжения, Q -- центробежный потенциал, δW -- приливной потенциал. Последний вносит существенный вклад в гравитационный потенциал Луны. В лекции, посвященной деформации уровенной поверхности планеты под действием приливного возмущения, мы показали, что уровенная поверхность "вытягивается" в сторону притягивающего тела. Луну можно аппроксимировать трехосным

$$a = R + 39 \quad b = R - 11 \quad c = R - 28$$

эллипсоидом с полуосями a , b , c м, ориентированным

так, что его большая полуось направлена в сторону Земли.

Детальное исследование фигуры Луны стало возможно только после запуска искусственных спутников Луны (ИСЛ). Однако исследованием Луны занимались задолго до запуска ИСЛ. Сотрудники ГАИШ М.У.Сагитов и Н.П.Грушинский, используя астрометрические наблюдения получили, что сила тяжести на лунном трехосном эллипсоиде изменяется по закону

$$\gamma = \frac{\gamma_a + \gamma_b}{2} (1 + \beta \sin^2 \varphi + \frac{1}{2} \alpha' \cos^2 \varphi \cos 2\lambda),$$

где $\beta = -0,00037$, $\alpha' = 0,00008$. Эта формула показывает, что сила тяжести к полюсу не растёт, как это имеет место на Земле, а уменьшается! Это противоречит здравому смыслу. Тем более, что геометрическое сжатие положительно:

$$\alpha = (a - c)/a = 0.677/1738 = 0,00039.$$

Согласно теореме Клеро, если Луна равновесное тело, то $\beta = 2,5q - \alpha$. Может быть величина q аномально мала? Скорее всего -- Луна не равновесное тело. Она остановила свое вращение уже после того, как она получила свое гидростатическое сжатие, затем затвердела. Все эти вопросы лежат в русле космогонии системы Земля- Луна.

В спутниковую эру гравитационный потенциал Луны был определен неоднократно. Укажем лишь результат Феррари

$$\gamma = 162306(1 - 0,000288 \sin^2 \varphi + 0,000061 \cos^2 \varphi \cos 2\lambda) \text{ мГал.}$$

Как видим, снова сила тяжести к полюсу не растёт, а убывает.

На карте селеноида Феррари отчетливо видно увеличение высоты поверхности уровня над шаром в сторону Земли на 400 метров и свыше 300 метров -- с обратной стороны Луны. То есть вытянутость селеноида в сторону Земли очевидна. Правда, расчеты показывают, что приливной потенциал Земли на порядок меньше! Пофантазируем немного. Мы знаем, что Луна из-за приливного действия Земли от нас отдаляется. Когда-то Луна была существенно ближе к нам, а приливной эффект много больше современного. Если бы Луна была ближе в 2,7 раза, то приливным влиянием можно было бы объяснить наблюдаемую вытянутость селеноида в сторону Земли. Но тогда следует вывод, что даже тогда вращение Луны и ее обращение вокруг Земли были синхронны!

Наблюдения за ИСП позволили определить гравитационное поле Луны, а по нему и региональные (покрывающие большие площади) аномалии. Определение локальных аномалий требует выполнения физических экспериментов. Как мы уже упоминали, американские астронавты выполняли гравитационные измерения с помощью специальных лунных гравиметров, но этих измерений было очень мало. Один из универсальных методов измерения -- это наблюдение за свободно падающим телом.

Главная трудность для реализации метода -- обеспечение точности определения ускорения свободного падения тела.

В 1968 году, за год до высадки человека на Луну, американские ученые П.Мюллер и У.Сьегрен исследовали лучевые ускорения ИСП *Лунар Орбитер 5*. Они обнаружили на морях, где обязаны быть *отрицательные* гравитационные аномалии, в действительности имеются крупные *положительные* аномалии, которые нельзя объяснить ничем, кроме как концентрацией тяжелых масс. Такие структуры они назвали масконами (mass concentrations). На высоте полета спутника (100 км) гравитационные аномалии достигали 200 мГал и более. В частности, над морем Дождей гравитационная аномалия равна 250 мГал, над морем Ясности -- 220 мГал, над морем Кризисов -- 130 мГал. Были предложены различные "сценарии" образования этих аномалий. Сами Мюллер и Сьегрен считали, что положительную аномалию создает железоникелевый метеорит, который упал на Луну и остался в лунной коре. Позже господствовала такая гипотеза. На Луну падает тело астероидных размеров и образует "морскую впадину". Эта впадина создает небольшую отрицательную аномалию. Тот час лавовые излияния поднимаются вверх и заполняют трещины до полной изостатической компенсации. Кора застывает, приобретает высокую прочность и выдерживает дополнительную нагрузку без деформаций. Бассейн заполняется материалом, создается избыточная масса, которая и дает положительную гравитационную аномалию. Правда, современные данные говорят о том, что лавовые излияния возникли не сразу, а спустя 0,5 млрд. лет. Первоначально возникшая отрицательная аномалия исчезает, кора становится изостатически компенсированной. Возникшие лавовые излияния достаточно прочная кора выдерживает и вот уже 3 млрд. лет изостатически не компенсированная кора имеет положительные аномалии за счет внедрения более плотных масс из недр Луны.

8. Планеты земной группы

- [8.1 Меркурий](#)
- [8.2 Венера](#)
- [8.3 Марс](#)

Как мы уже говорили, к земной группе относятся планеты Меркурий, Венера, Земля и Марс. Основная особенность этих планет: водородно-гелиевая компонента при образовании планет улетучилась. Основными элементами этих планет являются силикаты и железо. На всех планетах, кроме Земли, -- дефицит воды. О внутреннем строении этих планет судят по данным о физических полях, о массах, радиусах, моментах инерции и экспериментальным данным по физике состояния вещества при высоких давлениях и температурах с учетом космогонических представлений. Космические исследования дали обширную информацию о гравитационных полях этих планет. Сейчас глобальное гравитационное поле Марса мы знаем лучше, чем гравитационное поле Земли до запуска спутников.

8.1 Меркурий

Меркурий -- ближайшая к Солнцу планета. Ее считают хорошо сохранившимся реликтом стадии формирования больших планет. Радиус Меркурия равен 2439 км. В 1973 году США с помощью космического аппарата *Маринер-10* сфотографировали 40% процентов поверхности планеты с разрешением 4 км, а на отдельных участках -- до 100 м. Очевидная особенность планеты -- обилие кратеров. Нет сомнения об их ударном происхождении. Так же, как и на Луне есть "моря" и "материки". Морфология кратеров говорит о более сильных ударах, чем на Луне. Они (кратеры) не столь глубокие как на Луне, что говорит о большей силе тяжести на Меркурии. Хорошо видны *эскарпы* -- следы тектонической активности -- крутые уступы длиной от 20 до 500 км и высотой 1-2 км. Происхождение эскарпов связывают со сжатием планеты в процессе ее остывания и приливным влиянием Солнца. По-видимому, эскарпы образовались раньше, чем кратеры меркурианской поверхности, так как они местами разрушены кратерами.

Солнце сыграло большую роль в эволюции планеты. Мощные солнечные приливы уменьшили скорость вращения Меркурия от 8 часов до 58,65 земных суток. По мере отдаления от Солнца вследствие приливного торможения, Меркурий изменял и угловую скорость вращения. Полный оборот вокруг своей оси Меркурий совершает за 2/3 своего года. Продолжительность солнечных суток на Меркурии составляет 176

земных суток. Другими словами, период *обращения* Меркурия вокруг Солнца (87,97 земных суток) составляет $3/2$ его сидерического периода вращения.

Более 100 лет назад утвердилось мнение, что Меркурий всегда обращен одной стороной к Солнцу, что приводит к тому, что половина его поверхности оказывается раскаленной. Первые сомнения принесли наблюдения теплового излучения планеты в 1962 году. Дневная сторона планеты оказалась не так горяча, как ожидалось, а от ночной стороны исходил ощутимый поток тепла. Тем не менее, температурный контраст очень высокий: температура на экваторе днем $+480^{\circ}\text{C}$, а ночью -165°C . Тот факт, что Меркурий находится хотя и в резонансном, но не синхронном вращении, был установлен в 1965 году с помощью наземной радиолокации Меркурия.

Планета, как указывает Л.В. Ксанфомалити в книге "Парад планет", обладает резонансным периодом относительно Земли -- 116 земных суток (приблизительно одна треть года). Попытки объяснить этот резонанс приливными возмущениями от Земли далеко не имели успеха. Приливы от Земли в 1,6 миллиона раз более слабые, чем от Солнца и в 5,2 раза меньше, чем от Венеры. Американский космический аппарат *Маринер-10* попал в резонанс после гравитационного маневра. Период спутника неожиданно составил ровно 2 меркурианских года (176 сут.) В результате каждые 176 сут. аппарат возвращается в одно и ту же точку орбиты и встречает Меркурий в одной и той же фазе с одинаковыми деталями рельефа поверхности. К сожалению, все запасы газа в системе ориентации аппарата были израсходованы. За три сближения 29 марта, 21 сентября 1974 года и 16 марта 1975 года было сфотографировано 40% поверхности планеты, что позволило построить первые карты рельефа.

На Меркурии не было сейсмических исследований, поэтому мы пока не знаем мощности его коры. Косвенные данные фотогеологии говорят об отличной от земной тектоники плит. По-видимому, плиты не меньше, чем у Луны и составляют 60-100 км. Модель построена на основании измерений массы, средней плотности планеты, безразмерного момента инерции, а также использованы земные экспериментальные исследования состояния вещества при высоких давлениях и температуре. Сейчас принята двухслойная модель Меркурия: она состоит из металлического ядра и силикатной оболочки (литосферы). Наличие магнитного поля планеты, скорее всего,

говорит о жидком, то есть расплавленном ядре. Оно достаточно большое, занимает 0,7 радиуса планеты.

8.2 Венера

Венера -- самая яркая на земном небосводе планета. По размерам она мало отличается от Земли. Ее радиус составляет 6051 км, а безразмерный момент инерции 0,333 (для Земли 0,332). Это практически шарообразная планета без сжатия. Второй член разложения потенциала, отвечающий за сжатие, равен $J_2 = 2,7 \cdot 10^{-5}$

. У Земли он в сорок раз больше. Венера недоступна для оптических астрономических наблюдений, так как она плотно укутана атмосферой. Только радиоастрономическим методам на волнах в диапазоне 3-30 см удалось проникнуть до поверхности Венеры и выявить основные особенности ее рельефа. Исследования поляризации и отражательной способности радиоволн позволили судить о характере пород, слагающих поверхность. Получена величина диэлектрической проницаемости и плотности поверхностных пород. Это сухие силикатные породы, а пористых и мелко раздробленных нет.

Одним из первых, кто предъявил доказательства существования атмосферы на Венере, был М.В. Ломоносов. Именно он в 1761 году наблюдал прохождение Венеры по диску Солнца. После того, как диск Венеры коснулся диска Солнца, вокруг Венеры вспыхнул яркий обод -- подсветка атмосферы Солнцем.

Если размеры планеты близки к земным, то ее движение существенно отличается. Венера в 1,38 раза ближе к Солнцу, чем Земля, и продолжительность ее года составляет 224,7 земных суток. Эксцентриситет орбиты очень мал (0,0068), среднее расстояние до Солнца составляет 108,1 млн. км. Вращение планеты -- обратное и составляет 243 земных суток. Период резонансного вращения Венеры относительно Земли равен 243,16 суток, таким образом, в каждом нижнем и верхнем соединении планета обращена к Земле всегда одной и той же стороной. Продолжительность солнечных суток на Венере составляет 116,8 земных суток, а венерианский год состоит приблизительно из двух венерианских солнечных суток. В книге М.Я.Марова "Планеты Солнечной системы" излагается возможное объяснение резонансного

относительно Земли вращения Венеры. Для устойчивого состояния резонанса необходимо, чтобы приливной момент Земли был больше приливного момента Солнца. Расчеты В.В.Белецкого и С.И.Трушина показывают, что этот феномен лежит на грани возможного. Дополнительным фактором в пользу упомянутого резонанса, как показали американские ученые Т.Голд и С.Сотер, является нагрев мощной атмосферы Солнцем, который уменьшает тормозящий приливной момент со стороны Солнца.

Исследование рельефа, химического состава горных пород и атмосферы, климатических условий на Венере стало возможно только после запуска космических аппаратов в сторону Венеры. Первая посадка на Венеру была осуществлена советским космическим аппаратом *Венера-8* в 1972 году. Этот аппарат установил, что поверхность Венеры в районе посадки слагают *граниты*. Позже, аппараты *Венера-9* и *Венера-10* получили базальты.

Советские и американские аппараты позволили построить рельеф Венеры. Построены карты, глобус Венеры и очень впечатляющий компьютерный фильм "полет над Венерой" с высоты воображаемого самолета. Горных областей немного. Они занимают 2% поверхности. Среди них: плоскогорье *Иштар* (женское божество в ассиро-вавилонской мифологии) высотой 4-5 км, горы *Максвелл* с вулканом в центре горного массива высотой 12 км, плоскогорье *Афродита* и пики на этом плоскогорье с высотой 6-8 км, названные именами ученых *Гаусс* и *Герц*. Горные массивы часто обозначаются греческими буквами *альфа* (плоскогорье Афродита) и *бета* -- место посадки *Венеры-10*. Обнаружены также небольшие хребты, холмы, впадины и котловины, среди которых выделяется протяженная глубокая долина в южном полушарии, напоминающая рифтовую ущелье на Земле. Ее глобальный характер говорит о существовании активной тектонической деятельности на Венере. Однако на Венере есть и кратеры ударного происхождения с диаметрами до 150-200 км и глубиной всего 500-700 м.

Венера -- наиболее гладкая планета сферической формы. Гравитационное поле сравнительно спокойное, гравитационные аномалии, полученные из обработки возмущений в движении искусственных спутников Венеры, изменяются в пределах от -40 мГал до +50 мГал. Аномалии хорошо коррелируют с формами рельефа до

1000 км, что говорит об ином характере изостатической компенсации (если она есть!), чем на Земле.

"...Местное время приближалось к полудню, когда аппарат *Венера-9* со скоростью 11 км/с вошел в атмосферу планеты. Весь аппарат охватило яркое пламя. Огромные перегрузки обрушились на все его приборы и системы. Но это длилось недолго. Скорость понемногу упала. Гром, который сопровождал движение космического аппарата после входа его в атмосферу Венеры, стал постепенно затихать. Пламя вокруг его сферической оболочки, раскаленной трением об атмосферу, померкло. Через несколько секунд легкий взрыв сбросил крышку сферы. За аппаратом потянулся небольшой тормозной парашют. Затем раскрылись три купола основного парашюта. На стропях слегка покачивался аппарат необычной формы. Вокруг расстилался необозримый океан облаков...". Так описывает первую посадку на поверхность Венеры ранним утром 22 и 25 октября 1975 года Л.В.Ксанфомалити в книге "Парад планет" -- строки похожие на начало фантастического романа. Однако, это не была первая попытка посадки. До *Венеры-9* были еще попытки, но мы тогда не знали с каким давлением и температурой нам придется иметь дело.

Первая попытка посадить космический аппарат на поверхность планеты была совершена *Венерой-4* в 1967 году. К сожалению, она оказалась неудачной, так как приборы не были рассчитаны для работы при столь высокой температуре и давлении (465°C и 89,5 бар). За 18 лет с 1967 по 1985 годы о планете Венера удалось получить намного больше данных, чем за всю историю астрономии, и прежде всего за счет советских космических аппаратов серии *Венера*. В 1985 году космические аппараты *Vega-1* и *Vega-2* вывели в атмосферу Венеры аэростаты, которые позволили лучше изучить атмосферу планеты. Опыт советских исследователей был учтен в американском аппарате *Магеллан*, который работал на орбите спутника Венеры с 1990 по 1993 гг. Данные, полученные *Магелланом*, позволили картировать всю поверхность Венеры с разрешением 120 м. Эксперимент *Венеры-13* по определению химического состава пород был одним из самых сложных в этих экзотических условиях. В основном, эти породы состоят из окислов кремния, алюминия, магния, кальция и железа.

В течении нескольких лет спутник Венеры "Пионер-Венера" (США) принимал электрические сигналы для исследования электрической активности атмосферы.

Оказалось, что импульсы концентрируются в нескольких районах планеты, в том числе у горных районов Бета и Феба, которые геологи относят к вулканическим. Оказалось, что наблюдается корреляция концентрации электромагнитных импульсов с гравитационными аномалиями. Был сделан вывод, что молнии на Венере связаны не с облаками, как на Земле, а с вулканическими извержениями.

Сведения о внутреннем строении Венеры опираются, главным образом, на теорию. Современная модель планеты трехслойная: ядро, нижняя мантия и верхняя мантия. Ядро планеты несколько меньше, чем у Земли. На него приходится приблизительно 12% массы планеты (у Земли 16%). Предполагается, что оно состоит из расплавленного железа. Литосфера, может быть, более мощная, толщина коры -- неизвестна.

С внутренним строением планеты связана и проблема отсутствия магнитного поля: на всех планетах земной группы, кроме Венеры, есть собственное магнитное поле. Самыми сильными магнитными полями обладают планеты гиганты и Земля. Часто источником дипольного магнитного поля планеты считают ее расплавленное токопроводящее ядро. У Венеры и Земли близки размеры, средняя плотность и даже внутреннее строение, тем не менее, Земля имеет достаточно сильное магнитное поле, а Венера -- нет. По одной из современных теорий напряженность дипольного магнитного поля зависит от прецессии полярной оси и угловой скорости вращения. Именно эти параметры на Венере ничтожно малы, но измерения указывают на еще более низкую напряженность, чем предсказывает теория.

Тем не менее, магнитное поле, хотя и достаточно слабое, на Венере есть. В ионосфере, в этом токопроводящем слое, наводится магнитное поле межпланетным магнитным полем и солнечным ветром. Межпланетное магнитное поле напряженностью около 10 нТл взаимодействует с движущейся в нем ионосферой планеты. Поскольку ионосфера -- проводник в ней появляются электрические токи, которые, в свою очередь, возбуждают магнитные поля. Правда, они имеют локальный характер, ориентированы случайно. Хотя общего дипольного поля у Венеры нет, ее ионосфера пронизана хаотическими магнитными полями небольшой напряженности ($15\text{-}20 \text{ нТл}$). Взаимодействие этих поле с плазмой солнечного ветра еще более усложняет картину.

8.3 Марс

Марс -- красная планеты Солнечной системы, так как она покрыта песками. Зловещий красный цвет планеты спровоцировал назвать ее именем бога войны. Эта планета очень долго изучалась наземными астрономическими инструментами. Она привлекала пристальное внимание астрономов всего мира и любителей астрономии, так как предполагается, что Марс -- это будущее нашей Земли. "... есть ли жизнь на Марсе?" вопрос, ответ на который волнует все человечество.

Новое открытие Марса произошло после того, как эту планету "посетили" несколько космических аппаратов. Это, прежде всего, советские аппараты *Марсы 2, 3 и 5* и американские *Викинги 1, 2, Маринер-9*. У Марса есть и собственные, естественные спутники Фобос и Деймос. Однако точность наблюдений их координат долгое время не позволяла получить достаточно точные значения параметров гравитационного поля планеты. Правда, в последние годы благодаря астрономам ГАИШ (Шокин, Емельянов) был достигнут значительный прогресс. Ошибки в определении элементов спутника Фобос привели к неверному выводу о том, что существует атмосферное торможение этого спутника. Известный советский астроном И.С.Шкловский высказал парадоксальную идею о том, что внутри этот спутник пустой. Поскольку Марс -- очень старая планета, то Фобос не искусственное ли тело? Не видим ли мы результат деятельности очень древней цивилизации?

Посещение этой планеты земными космическими аппаратами полностью прояснило ситуацию. Фотографии Фобоса и Деймоса обошли все средства массовой информации. Наиболее ценная информация была получена со спутника, запущенного *Викингом-2*. После обработки данных, получены лучевые скорости и возмущения. Допплеровский сигнал посылался через каждые 10 секунд (50 км). Треки покрыли поверхность Марса через 300-500 км. При обработке были учтены возмущения от Солнца, Юпитера и Сатурна. Получено разложение гравитационного поля до четвертой степени и порядка.

Е.Кристенсен и Ш.Бальмино получили разложение гравитационного поля до 12 степени и порядка. Сьегрен построил детальную карту рельефа Марса. Вот основные характеристики Марса:

$$\begin{aligned}
GM &= 42828,44 \cdot 10^9, \\
R &= 3394 \text{ км}, \\
\omega &= 7,088 \cdot 10^{-5} \text{ с}^{-1}, \\
q &= 4,57 \cdot 10^{-3}, \\
g &= 3,72 \text{ мс}^{-2}, \\
J_2 &= 195,9 \cdot 10^{-5}, \\
I^* &= 0,375, \\
\alpha &= 6,59 \cdot 10^{-3}.
\end{aligned}$$

Как мы знаем, наибольшее сжатие планета будет иметь, если она однородна (эллипсоид Маклорена). Используя, приведенные выше параметры, получим два предела сжатия

$$2,25 \cdot 10^{-3} < \alpha < 5,71 \cdot 10^{-3}.$$

Наблюдаемое *геометрическое* сжатие больше, чем дает теория для гидростатически равновесной, однородной планеты. Что это означает? Марс внутри менее плотный, чем его верхние слои? Или может быть Марс не является равновесной планетой: в прошлом его скорость вращения была существенно больше? Но его спутники малы, а Солнце и другие планеты далеко, чтобы их приливное притяжение затормозило вращение. В общем, этот вопрос еще требует изучения.

Планета Марс является объектом пристального изучения ученых всего мира. В наступившем столетии планируются экспедиции на Марс с высадкой человека на его поверхность. Хорошо изучен рельеф поверхности Марса. Достаточно хорошо известно гравитационное поле. Силу тяжести и гравитационные аномалии определяют так же, как и на Луне: Искусственные спутники Марса и космические аппараты на пролетных траекториях испытывают возмущения со стороны планеты, исследование которых позволяет уточнять гравитационное поле в виде разложения по шаровым функциям. Построен ареоид (уровенная поверхность Марса), "нормальное" значение силы тяжести на поверхности и гравитационные аномалии.

В 1859 году итальянский астроном Секки обнаружил на поверхности Марса темные линии, которые он назвал *canali* (протоки, проливы). Но открытие "каналов" на Марсе приписывают Скиапарелли, который объявил миру о существовании *каналов* искусственного происхождения. Эту идею подхватил американец Лоуэлл, после которого стали серьезно обсуждать проблему марсианских каналов. Писатели-

фантасты ухватились за идею развитой в прошлом, а ныне вымершей цивилизации и написали множество научно-фантастических повестей, рассказов и даже романов. Космические аппараты, сделанные руками человека, прояснили ситуацию, как с каналами, так и ответили, наконец, на вопрос "есть ли жизнь на Марсе?" Теперь мы знаем, что каналы -- это огромные каньоны, каких на Земле нет. Например, каньон "долина Маринера" имеет длину 4,5 тыс. километров, ширина превышает 100 км, а глубина 2-3 км. Как отмечает Л.В.Ксанфомалити в книге "Парад планет" знаменитый Большой Каньон в Аризоне (Северная Америка) уместился бы в одном из второстепенных оврагов, которые прорезают стенки марсианского каньона. На марсианской поверхности всюду видны следы "деятельности" сильных потоков, высохшие русла рек, овраги и т.д.

Основная задача первых аппаратов *Марс-4*, *Марс-5*, *Маринер-9* -- телевизионная съемка поверхности. *Викинг-1* совершил посадку на Марс в 1976 году. Он измерял суточные колебания температуры. На Марсе, как и на Земле существуют сезонные изменения климата. На месте посадки *Викинга-1* летом (!) зафиксировано изменение температуры от -90 С до -20 С.

Атмосфера Марса очень разрежена -- всего 6 мбар. При таком давлении вода закипает уже при температуре 2 С. Именно поэтому никаких рек, озер или морей, заполненных водой на Марсе нет.

По-видимому, каньоны Марса никогда не были заполнены водой, а происхождение их связано с древней тектоникой Марса -- с движением огромных плит марсианской коры. Однако, были получены и снимки явно водно-эрозионных образований. В частности это видно на примере русла древней реки *Нергал*. Внимательное изучение русел древних рек показало, что их обмеление происходило постепенно. Много обсуждался вопрос, что же это было? Вода? Или какая другая текучая субстанция? Сошлись, все-таки, на воде. Куда же она делась? Вопросов много, на которые сейчас пока нет ответа. Известно лишь, что атмосфера Марса на 95% состоит из углекислого газа, водяных паров -- всего 0,05%, кислорода 0,1-0,4%, азота 2,5%.

Остановимся, вкратце, на основных особенностях рельефа планеты. На Марсе, как и на других планетах земной группы, существуют кратеры и вулканического, и ударного происхождения. Есть регионы, густо покрытые метеоритными кратерами. Существуют и кратерные "морья" как на Луне. Таковой, в частности, является *равнина*

Аргир, диаметром 900 км. Интереснейший район Марса -- страна гигантских вулканов *Фарсида*. Там расположены три вулкана -- гора *Аскрийская*, гора *Павлина* и гора *Арсия*, которые превышают высотой 20 км, а к северо-западу от них гора *Олимп*, достигающая по высоте 27,4 км. С запада и северо-запада страна *Фарсида* окаймлена равнинами *Амазония* и *Аркадия*. Подробные описания деталей рельефа Марса можно найти в книге Л.В. Ксанфомалити "Парад планет".

Как мы уже говорили, обработка возмущений в орбитах космических аппаратах позволили получить карту *ареоида* -- уровенной поверхности Марса. Оказалось, что она хорошо коррелирует с рельефом Марса, что говорит о слабом проявлении изостазии. Особенно хорошо "виден" Олимп. Ареоид оконтуривает гору впадинами глубиной от -300 м до -400 м. Внутри горы ареоид поднимается до 500 м. Гравитационные аномалии в горном регионе *Тарсис* достигают 344 мГал на высоте спутника (275 км). Вообще, гравитационные аномалии на Марсе превосходят гравитационные аномалии на Земле в 17 раз! Вопрос об изостазии остается пока открытым.

На основании геофизической интерпретации гравитационных аномалий построена модель строения Марса. Предполагают, что марсианская кора более мощная, чем на Земле, имеет толщину около 100 км с плотностью 2,8. Железное ядро с радиусом 960 км и плотностью 8,3-8,5 имеет массу, составляющую всего 7% массы планеты. Ядро покрывает силикатная оболочка (мантия) мощностью 2426 км и плотностью слагающих пород 3,6-4,6.

9. Планеты гиганты

- [9.1 Юпитер](#)
- [9.2 Сатурн](#)
- [9.3 Уран](#)
- [9.4 Нептун](#)

К планетам -- гигантам мы относим Юпитер, Сатурн, Уран и Нептун. Хотя эти планеты известны очень давно, подробное исследование их стало возможным только после полетов космических аппаратов США *Пионер-10*, *Пионер-Сатурн*, *Вояджер-1* и *Вояджер-2*.

Юпитер и **Сатурн** -- удобные объекты для астрономических наблюдений, это самые большие планеты солнечной системы. Юпитер находится на расстоянии 5,2 астрономические единицы от Солнца и получает лишь 4% солнечной энергии, по сравнению с той, что получает Земля. Сатурн получает еще в четыре раза меньше, он расположен на удалении 9,54 а.е. от Солнца. На долю планет гигантов приходится 99,5% всей массы солнечной системы (исключая Солнце). Быстрое вращение Юпитера и Сатурна сделали их сплюснутыми. Даже невооруженным глазом (но в телескоп!) отлично видна сплюснутость и Юпитера, и Сатурна.

9.1 Юпитер

Полярный радиус **Юпитера** меньше экваториального на 7%. При экваториальном радиусе 71400 км планета совершает один оборот меньше, чем за 10 часов. Отсюда следует, что каждая точка экватора имеет огромную линейную скорость 45 тыс. км/час. (12,5 км/с). Кроме того, еще в XVII веке знали, что вращение Юпитера отличается от земного. Период вращения на разных широтах различается: на широте 23° он составляет 9 часов 49 минут, а на широте 18° -- 9 часов 56 минут. На поверхности планеты видны полосы, которые по параллелям образуют систему темных и светлых зон. Известная деталь поверхности Юпитера -- большое красное пятно (БКП). Его изучали астрономы всех стран с прошлого века, хотя, как указывает Л.В. Ксанфомалити, наблюдатели его рисовали в журналах еще 300 лет назад.

Сейчас принято считать, что БКП -- это долгоживущий вихрь в атмосфере Юпитера. Наблюдатели отмечают непрерывный, нерегулярный дрейф БКП: невозможно выбрать такую систему координат на Юпитере, чтобы пятно не перемещалось. БКП -- это как бы инородное тело, которое попало между двумя жерновами -- зонами. Дифференциальное вращение этих зон непрерывно заставляет вращаться этот вихрь -- большое красное пятно. Как показали снимки космических аппаратов, границы между зонами "украшают" плюмажи и кружева, окрашенные в разные цвета. Огромные массы планет гигантов (Юпитер больше Земли по массе в 318 раз) сделали их первую и вторую космические скорости очень большими. У Юпитера первая и вторая космические скорости соответственно равны 41,9 и 52,2 км/с. Это

позволило планете удерживать водород и гелий -- основной строительный материал во Вселенной.

Как мы уже отмечали, интерес к планетам-гигантам появился очень давно. Еще Галилей наблюдал 4 спутника Юпитера: Ио, Европа, Ганимед и Каллисто. Их называют галилеевыми спутниками. Первую модель строения планеты Юпитер можно отнести к Джеффрису (1923-24 гг) Для определения верхней границы плотности планеты Джеффрис использовал неравенство

$$\sigma_s \leq \frac{I}{0,4} \bar{\sigma},$$

где I -- безразмерный момент инерции планеты, σ_s -- поверхностная плотность планеты, $\bar{\sigma}$ -- средняя плотность. Безразмерный момент инерции может быть

$$I = \frac{2}{3} \left[1 - \frac{2}{5} \sqrt{5 \left(1 - \frac{3}{2} \frac{J_2}{\alpha} \right) - 1} \right]$$

определен с помощью формулы Радо-Дарвина

Коэффициент J_2 определяется из наблюдений за спутниками Юпитера, сжатие α для

$$\alpha = \frac{3}{2} J_2 + \frac{1}{2} q$$

гидростатически равновесной планеты по формуле Клеро равно . Оно также может быть определено и из геометрии равновесной вращающейся планеты.

Джеффрис для плотности поверхности Юпитера получил $\sigma < 0,8$ г/см³, а для Сатурна -- еще меньшую величину 0,4 г/см³. Почему так мало? Должны же быть каменные породы!

Долго считали, что планеты-гиганты состоят из силикатного ядра, водяной оболочки и очень глубокой атмосферы, укутанной облаками. Фесенков В.Г. (1924) высказал мысль, что только водород и гелий могут образовать наружные слои планеты. Но доказательств не было. Американец Вильд (1934) предложил модель Юпитера, состоящую из твердого ядра ($\sigma = 5,5$), оболочки из водяного льда ($\sigma = 1,0$) и наружной оболочки из *твердых* водорода и гелия. Следовательно, уже тогда эти газы считали основным строительным материалом для планет гигантов. Тем не менее, это еще не была водородной концепция строения планет гигантов. Существенный прогресс был достигнут после того, как была создана теория металлизации водорода "диэлектрик -- металл". Водород переходит в металлическую фазу при давлении превышающем миллион атмосфер, при этом плотность металла составляет

приблизительно 1 г/см^3 . Позже Вильд уточнил свою модель. Создание водородно-гелиевой концепции датируют 1951 годом. В ее создании принимали участие как советские, так и западные ученые. Среди них нужно упомянуть Фесенкова В.Г., Масевич А.Г. Мороза В.И. (СССР), Рамзей, Де Маркус (США).

Если предположить, что планета состоит только из водорода и только из гелия, можно построить модель строения планеты и получить кривые зависимости массы от радиуса планеты. Теоретической основой для такого построения служит так называемое уравнение состояния вещества -- зависимость давления от плотности и температуры. В книгах Жаркова В.Н. (Институт физики Земли РАН РФ) приводятся графики зависимости массы от радиуса планеты. Точки, принадлежащие Юпитеру и Сатурну, практически лежат на водородной кривой, а точки, принадлежащие Урану и Нептуну -- на гелиевой кривой. Все это говорит о хорошем согласии водородно-гелиевой концепции со строением планет -- гигантов.

Настоящую революцию в нашем представлении о строении дали космические исследования. Однако, из-за того, что до внешних планет добраться не так просто, был придуман механизм заброски космических аппаратов с помощью так называемого *гравитационного маневрирования*. Два первых разведывательных аппарата были *Пионер-10* и *Пионер-11*, который был переименован в *Пионер-Сатурн* (США), были запущены в 1972 и 1973 годах, но не к Юпитеру, а в направлении к Солнцу! "Падая" на Солнце космический аппарат увеличивает свою скорость, но проходя мимо Венеры или Меркурия аппарат под действием гравитационных сил изменяет направление этой скорости и выходит на сильно эксцентрическую орбиту. Аппарат уходит на орбиту, уходящую за пределы Земной орбиты. Потом снова аппарат сближается с Солнцем и повторяет гравитационный маневр. Для того, чтобы достичь орбит Юпитера и Сатурна приходится делать цепочку гравитационных маневров, без которых космические межпланетные перелеты были бы невозможны. В 1973 году *Пионер-10*, а в 1974 году *Пионер-Сатурн* сблизились с Юпитером.

Первый аппарат после сближения с Юпитером перешел на трассу ухода из Солнечной системы, а второй -- пошел на сближение с Сатурном, который он достиг в 1979 году, после чего он перешел на трассу ухода из Солнечной системы. В конце 1995 года впервые на орбиту спутника Юпитера был выведен космический аппарат "*Галлилей*". Однако самые замечательные результаты были получены

американскими космическими аппаратами *Вояджер-1* и *Вояджер-2*. Эти аппараты были запущены в США осенью 1977 года и достигли Юпитера в 1979 году.

В программу *Вояджеров* входило не только изучение планет Юпитера и Сатурна, но и их спутников.

9.2 Сатурн

Сатурн -- вторая из планет-гигантов. Эта планета давно привлекает взоры астрономов всего мира своим необычным видом. На сплюснутый шар "надето" яркое, очень большое кольцо. В зависимости от взаимного расположения Земли и Сатурна кольцо видно под разными углами между плоскостью кольца и направлением на Землю. Угол меняется от 0° до 28°. В первом случае оно почти не видно, так как превращается в прямую линию.

По-видимому, первым наблюдал кольцо Сатурна Галилей. Имея несовершенную зрительную трубу, он заметил, что планета имеет с боков два какие-то придатка, и опубликовал *анаграмму*, чтобы "застолбить" свое открытие:

Smaismrmielmepoetaleumibuvnenugttaviras

Современник итальянского ученого Кеплер затратил много труда, чтобы разгадать эту головоломку. Он не смог использовать только две буквы, а из остальных опубликовал следующий "перевод": *Привет вам, близнецы, Марса порождение!* Кеплер был убежден, что Марс *должен* иметь два спутника. Ведь Земля имеет 1 спутник, а Юпитер (как он думал) 4, то, следуя закону геометрической прогрессии, у Марса должно быть два. В этом Кеплер не ошибся, но ошибся в главном. Галилей раскрыл, наконец, секрет своей заявки: Если снова пренебречь двумя буквами, то фраза должна быть такой:

Altissimum planetam tergevinum observavi

В переводе эта фраза звучит так: *высочайшую планету тройною наблюдал*. Сам Галилей не поверил тому, что наблюдал, а решил, что это -- недостатки его зрительной трубы.

Наблюдать кольцо Сатурна удалось только Гюйгенсу, спустя полвека, после Галилея. Он так же, как и его предшественник опубликовал анаграмму:

AaaaaaacccccdeeeeeghiiiiiiiIIImnnnnnnnnnnnoooooppqrrstttttuuuuu

Перевод этой анаграммы следующий: *кольцом окружен тонким, плоским, нигде не прикасающимся, к эклиптике наклоненным*

Огромный поток сведений о строении планеты Сатурн дали американские космические аппараты *Пионер-11*, *Вояджер-1*, *Вояджер-2*.

Наземная спектрофотометрия показала, что частицы колец, в основном, состоят из водяного льда и очень мелких пылевых частиц. Исследования с борта *Пионера* подтвердили эти выводы. Еще до запуска космических аппаратов мы знали, что кольцо Сатурна неоднородно. У него, по крайней мере, три кольца, которые обозначили буквами А -- внешнее кольцо, В -- среднее кольцо и С -- внутреннее. Самое яркое кольцо В -- среднее, а кольцо С -- очень слабое. Все кольца находятся внутри предела Роша, самая внешняя граница которого лежит на расстоянии 2,3 радиуса планеты. Ширина колец А и С составляет около 17000 км, кольца В -- 28000 км, а толщина не превышает 1-2 км. Деление кольца Сатурна на три кольца называют делением Кассини.

Исследования космических аппаратов показали, что и эти кольца имеют достаточно сложную структуру. Деление отдельных колец на более тонкие объясняется резонансными возмущениями движения частиц колец подобно "люкам Кирквуда" в распределении орбит астероидов. Значительно более полную информацию о сложной структуре колец принес пролет на расстоянии 185 тыс. километров космического аппарата *Вояджера-1* в ноябре 1980. Оказалось, что каждое из основных колец состоит из сотен отдельных кольцевых структур. Некоторые из орбит частиц, образующих кольца, отличаются от круговых. Обнаружены и такие структуры, которые нельзя объяснить одними гравитационными силами, по-видимому, следует привлекать и электростатические и электродинамические силы. Эти структуры еще ждут своего объяснения.

Третьим аппаратом, который сблизился с Сатурном, был *Вояджер-2*. К моменту сближения с Сатурном аппарат уже прошел более двух миллиардов километров со скоростью (средней) 18 км/с. Часть наборточной аппаратуры отказала, и не вся намеченная программа была выполнена. Тем не менее, значимость полученной космическим аппаратом информации весьма велика.

Прежде всего, нужно отметить наличие большого количества колец Сатурна. Было решено выделить "главные" кольца и, продолжая классификацию Кассини, их

назвали латинскими буквами. Теперь уже известны кольца D, C, B, A, F, G, E. Самое внешнее кольцо -- E невидимо оптическими инструментами. Оно регистрировалось с помощью устройств, реагирующих на электрические поля и заряженные частицы. Любопытно, что кольцо F находится между двумя спутниками, которые получили название *Прометей* и *Пандора*. Возможно, что своим гравитационным притяжением они изменяют форму колец. Однако механизм этих влияний пока не найден. Известно лишь, что структура колец постоянно меняется. Казалось, что теория резонансов сможет ее объяснить. Но когда увидели эти кольца вблизи, то поняли, что резонансов явно не хватает, чтобы объяснить бесчисленные "колечки" и щели, которых, вероятно, десятки тысяч.

Еще одна любопытная структура в кольцах была обнаружена с помощью космических аппаратов -- это *спицы* то есть спицы. Они выглядят, как радиальные образования темного или, наоборот, светлого цвета, в зависимости от освещения. Эти спицы не подчиняются законам небесной механики и отстают от вращения колец, двигаясь с угловой скоростью магнитосферы. Природа их совершенно не изучена.

Сатурн -- планета-гигант имеет большое сходство с планетой Юпитер. "Поверхность" Сатурна также имеет дифференциальное вращение: период вращения в области широт около 40° составляет 10 час 12 мин, а для высоких широт -- более 11 час. Экваториальный радиус составляет 60270 км. Средняя плотностью Сатурна очень низка и составляет $0,70 \text{ г/см}^3$. Однако, полос, таких как мы видим на Юпитере, в оптические инструменты с Земли не видно, но все же удавалось проследить за движением отдельных малоконтрастных пятен и определить период вращения планеты. Космические аппараты *Вояджер*, которые прошли мимо Сатурна с интервалом 9 месяцев, помогли проследить за изменчивостью деталей на диске планеты. Если на Юпитере существует Большое Красное Пятно, то на Сатурне овальное образование назвали по аналогии Большим Коричневым Пятном. Но время жизни таких "пятен" по сравнению с Юпитером, невелико, так как они разрушаются зональными ветрами, скорость которых достигает 400-500 м/с. Протяженный облачный слой и быстро увеличивающаяся с глубиной плотность значительно ослабляют солнечный свет. На глубине 350 км уже может быть совершенно темно. Но будущий спускаемый аппарат зафиксирует быстрый рост температуры с

глубиной. На глубине, где давление равно одному атмосферному давлению Земли температура на Сатурне, согласно расчетам, будет равна 143 К (-130°C), а на Юпитере 174 К (-99°C). В атмосфере Сатурна содержится 94% водорода и 6% -- гелия.

На Сатурне есть сезонные изменения климата, так как его ось наклонена к плоскости эклиптики на $26,4^\circ$. Пролет космического аппарата *Пионер-11* в 1979 году позволил измерить магнитное поле Сатурна. Оно оказалось почти чисто дипольным, совпадающим с осью вращения планеты с точностью до 1° , а центр диполя совпадает с центром масс планеты с точностью до 0,01 радиуса. Тепловой поток из недр планеты превосходит тепловой поток от Солнца. По-видимому, работает тот же механизм, что и для Юпитера: гравитационное сжатие планеты приводит к фазовым переходам с выделением тепла. На основании адекватной модели гравитационного поля Сатурна, с учетом уравнения состояния вещества, были построены несколько моделей планеты, удовлетворяющим мультипольным моментам гравитационного поля.. Металлическое ядро имеет радиус, достигающий почти половину радиуса планеты, внутреннее ядро -- 0,15 радиуса. Давление в центре 23 Мбар, а температура 17000 К.

Система спутников Сатурна довольно сложна. Общее число их, включая открытых в 1980 году 17. Сюда не вошли несколько совсем маленьких тел, которые были обнаружены на снимках *Вояджера-2*, полученных в 1980 г. Самым крупным спутником Юпитера является Титан с радиусом 2,56 тыс. километров. Это не самый большой спутник Солнечной системы. Самым большим является спутник Юпитера Ганимед (радиус 2,64 тыс. километров) Но на Титане есть атмосфера! Состав Титана -- льды с примесью силикатных пород. Ожидали, что может быть есть и жизнь на Титане! Космические аппараты передали, что атмосфера почти на 85% состоит из азота, около 12% возможно аргон, менее 3% метан, этан, пропан, этилен, водород и кислород. Парникового эффекта, как оказалось, нет. Предположение о возможных морях и озерах на поверхности Титана возможно справедливо, но по отношению к жидкому метану. Недавно выполненные работы показали, что наиболее распространенным углеводородом на Титане должен быть этан ($C^2 H^6$). Титановский океан должен состоять из 70% этана, 25% метана и растворенного в них азота. Глубина такого океана может достигать одного километра. Титан -- это мир глубокого

холода, по сравнению с ним климат холодных пустынь Марса можно считать испепеляющим зноем.

В конце первого десятилетия XXI века на Титан опустится первый спускаемый аппарат миссии Кассини, Проект готовился несколько десятилетий. Проект состоит из создания первого искусственного спутника Сатурна и спускаемого аппарата Гюйгенс с большой научной программой.

Другие спутники *Япет, Рея, Тефия, Мимас, Энцелад, Диона* и малые спутники размером меньшим, чем 250 км -- ледяные спутники. Их средняя плотность -- около 1 г/см^3 , что соответствует чистому льду. Согласно существующим теориям, в период формирования планет на периферии протопланетного облака температура была очень низка и легкие летучие вещества, как водяной пар, конденсировались преимущественно на периферии.

9.3 Уран

На расстоянии 19,2 а.е. от Солнца медленно движется по своей орбите Уран. Назван так в честь древнеримского бога неба. Период обращения его вокруг Солнца составляет 84 года. Эта планета так далеко от Земли, что разглядеть что-нибудь на ее поверхности невозможно. Уран был открыт У.Гершелем в 1781 году. Его диск никогда не бывает виден более 3.9", хотя его диаметр более 50000 км (все-таки планет-гигант!)

24 января 1986 года *Вояджер-2* сблизился с Ураном и провел запланированную программу. На пути к Урану дважды был использован гравитационный маневр, у Юпитера и Сатурна. Благодаря этим маневрам и удачному расположению планет весь путь космического аппарата занял 8,5 лет, тогда как простой полет в одном направлении к Урану занял бы 30 лет. Возможность такого путешествия повторится лишь через 175 лет. В поле Урана был проведен еще один гравитационный маневр, в результате которого *Вояджер-2* достиг в 1989 году планеты Нептун.

Космический аппарат имел на борту источник электроэнергии. Это не могла быть солнечная батарея, так как Солнце далеко. Источником электроэнергии радиоизотопные генераторы, которые после запуска давали 470 Вт, а при сближении с Ураном мощность стала меньше 400 Вт. Ожидается, что к 2013 году мощность

упадет ниже 245 Вт, после чего аппарат окажется неработоспособным. Большим событием стало открытие в 1976 году (до сближения с космическими аппаратами) наличие колец и у этой планеты. Оно было обнаружено по наблюдениям покрытия Ураном слабой звезды за 10 лет до сближения с *Вояджером-2*. Астрономы-наблюдатели пытались разглядеть на поверхности Урана какие-нибудь полосы, зоны подобные тем, какие наблюдаются на Сатурне и Юпитере. Однако, постоянных деталей обнаружено не было.

Существуют ли на Уране сезонные изменения? Ось вращения Урана наклонена к плоскости эклиптики на угол $97^{\circ}55'$. Таким образом, полюс, соответствующий "обычному" вращению планет, обращен в южную полусферу эклиптики. Поэтому его вращение можно назвать обратным, хотя бы и "лежа на боку". При орбитальном движении с периодом 84 года, ночь на широте 30° длится 14 лет, на широте 60° -- 28 лет, а на полюсах -- по 42 года.

Еще методами наземной астрономии были сделаны попытки определить коэффициенты разложения зональных гармоник J_2 и J_4 , и сжатие. Данные *Вояджеров* позволили уточнить эти параметры планеты. Отсюда была определена и скорость вращения планеты. Наблюдения за деталями на поверхности оказалось очень ненадежным. По-видимому, самым надежным способом определения скорости вращения является наблюдения с космических аппаратов за вращением магнитного поля. Поскольку магнитное поле возбуждается глубоко в недрах планеты, то именно оно является показателем вращения планеты в целом. Сейчас считают, что период вращения Урана составляет 17 ч 14,4 мин.

Модель Урана построена по данным распределения масс, которые отражают коэффициенты зональных гармоник и сжатие. Согласно этой модели Уран имеет довольно большое ядро (0,3 радиуса), состоящее из силикатов, металлов и льдов. Льды -- это метан, аммиак и вода в твердой фазе. Ядро окружено толстой оболочкой из водорода и гелия с условной границей 0,7 радиуса планеты. Атмосфера Урана содержит 2,3% метана, 12% гелия, остальное -- водород. В атмосфере обнаружен и ацетилен -- производная составляющая метана. Космический аппарат радиометодами на уровне давления 1,6 бар обнаружил облачный слой, состоящий из кристаллов метанового льда. В последние годы выясняется, что по сравнению с

Юпитером и Сатурном недра Урана обогащены более тяжелыми элементами, чем водород и гелий.

При построении модели строения Урана учитывалось не только распределение масс, но и его дипольное магнитное поле. Высказано несколько гипотез о происхождении магнитного поля. Предполагалось, что планету покрывает горячий океан глубиной 10000 км, насыщенный ионами. Таким образом, предполагалась трехслойная модель: ядро, океан, атмосфера. Данные *Вояджеров*, показали, что наблюдениям лучше удовлетворяет двухслойная модель -- ядро, плотная атмосфера.

Получено много нового о кольцах Урана. Кольца находятся близко к планете, в пределах 25,5 тыс. километров над облачным слоем. Они оказались очень узкими с широкими интервалами между ними (у Сатурна -- наоборот). Загадок с объяснением структуры колец еще очень много. Они ждут своего решения.

У Урана сейчас известно 15 спутников. Наиболее крупные из них *Миранда*, *Ариэль*, *Умбриэль*, *Титания* и *Оберон* были открыты задолго до запуска космических аппаратов. Титания и Оберон с радиусами 1586 км и 1546 км соответственно, были открыты еще в 1787 году. *Вояджер-2* к этому списку добавил еще 10 спутников. Правда размеры их невелики и составляют всего 50-80 км (кроме спутника *Пак* с диаметром 170 ± 10 км). Система спутников очень компактная. Периоды обращения их вокруг Урана от 0,33 сут (*Корделия*) до 15,5 сут (*Оберон*). Средние плотности спутников близки к $1,4 \text{ г/см}^3$, что говорит о том что на 60% они состоят из водяного льда.

9.4 Нептун

Четвертая планета, принадлежащая к планетам -- гигантам, это планета Нептун, названная в честь римского бога морей (греческий бог- Посейдон). Эта планета была открыта "на кончике пера" французским астрономом Леверье в 1846 году. Проанализировав движение Урана он понял, что для объяснения неравенств в движении Урана необходимо допустить существование достаточно большой притягивающей массы. Он указал также место, где эта масса должна быть. Так был открыт Нептун. Справедливости ради необходимо отметить, что

Галилей видел Нептун, так как он отметил изменение расстояния между двумя опорными звездами. Одна из них и был Нептун. Это произошло 28 декабря 1612 года, за 234 года до его открытия.

С близкого расстояния планету Нептун мы увидели благодаря *Вояджеру-2*. В августе 1989 года в огромном космическом исследовательском центре США JPL (лаборатория реактивного движения) затаив дыхание, ждали на экранах появления все новых и новых изображений Нептуна. Аппарат передал 9 тысяч снимков сближения с Нептуном.

Что мы узнали о Нептуне? Увидеть облака телескопическими методами невозможно. Спектроскопические методы наблюдений левого и правого края планеты дали период вращения от 15 до 19,5 часов. Наблюдения радиоимпульсов на *Вояджере* позволил точнее определить вращение магнитного поля Нептуна, а следовательно, и вращение самой планеты. Период вращения глубоких слоев планеты оказался равным 16,11 часа.

Масса Нептуна в 17 раз больше земной, а диаметр -- в 3,9 раза. Средняя плотность Нептуна равна $1,64 \text{ г/см}^3$, это больше, чем у других планет-гигантов. По-видимому, в глубоких слоях планеты большую долю составляют тяжелые элементы. Сила тяжести на уровне видимой поверхности облаков на 16%, чем на поверхности Земли. Угол наклона экватора к плоскости эклиптики составляет 29° . Год Нептуна длится 164,8 земных года.

Атмосфера Нептуна, так же, как и у других планет-гигантов состоит, главным образом, из водорода и гелия, причем гелия немного больше, чем в атмосфере Урана. Глубина атмосферы 3-5 тыс. километров, а давление на ее дне 200 *кбар* -- это заведомо мало для перехода водорода в жидкомолекулярное состояние, как у Юпитера. Предполагают, что на дне нептунианской атмосферы находится океан *из воды*, насыщенный ионами. Таким образом, Нептун -- планета-океан, самый большой океан в Солнечной системе.

Предполагают, что мантия планеты ледяная. При давлении около 1 *Мбар* смесь воды, метана и аммиака может образовать льды даже при очень высоких температурах от 2000 К до 5000 К. На долю ледяной мантии приходится 70% массы планеты, основная ее часть -- вода.

Около 25% массы Нептуна составляет ядро. Оно, как и следует ожидать, состоит из окислов кремния, магния, железа и сульфидов. Давление в центре планеты должно быть 6-8 Мбар, а температура 7000 К.

С особенностями строения недр связано и тепловое излучение планеты. *Вояджер* показал, что тепловой поток, излучаемый планетой, в 2,7 раза больше, чем он получает от Солнца. Объяснения, откуда берется тепло на Юпитере и Сатурне, в данном случае не годятся. Поэтому предполагается, что избыток тепла создается в мантии радиоактивным распадом хондритных материалов.

Поверхность Нептуна не слишком богата деталями. *Вояджер* приблизился к Нептуну на расстояние 29240 км от центра, а до облачного слоя оставалось 4900 км. Одним из первых открытий *Вояджера-2* было темное образование на диске планеты, которое получило название *Большое Темное Пятно* (БТП) по аналогии с Большим Красным пятном на Юпитере и Большим Коричневым Пятном на Сатурне. По тени белых облаков, падающих на БТП, удалось определить их высоту. Оказалось, что они расположены на высоте 50-100 км.

В программу *Вояджера* входило и изучение метеорологии планеты. Прежде всего это касалось скоростей зональных ветров. На широтах 60° ю.ш. и 30° с.ш. скорости \pm 100 м/с, и возрастают до 400-700 м/с в полосе широт от 0 до 20° ю.ш. Ученые столкнулись с многими непонятными вещами, такими как "метеорологические миражи" -- появление или исчезновение некоторых деталей в диаграмме зональных ветров.

На основании исследования магнитного поля Нептуна ученые пришли к согласию, что поле возбуждается в жидкой проводящей среде, на расстоянии 0,55 радиуса планеты. Радиальная протяженность проводящего слоя неизвестна, но все приходит к выводу, что над твердым ядром Нептуна простирается огромный глобальный океан, токи в котором возбуждают сложное по структуре магнитное поле с множеством полюсов.

До полета космического аппарата *Вояджер-2* мы знали о существовании спутников, Догадывались, что кроме Тритона и Нереиды есть еще какие-то тела. На это указывало ослабление блеска наблюдаемых звезд при покрытии их спутником. При сближении с космическим аппаратом было открыто еще шесть спутников. Все они

имеют небольшие размеры, от 50 до 190 км, за исключением *Протеуса*, который оказался больше Нереиды (400 км).

Ученые догадывались, что Нептун должен иметь кольца. Наблюдая покрытия звезд, было высказано смелое предположение, что для объяснения продолжительности времени покрытия звезду покрыло кольцо *не замкнутого вида!* Сближение космического аппарата с Нептуном показало, что такие кольца действительно существуют. Такие кольца называли арками. Что такое арки? Являются ли эти образования устойчивыми? На эти вопросы должны ответить небесные механики.

10. Плутон

В конце 1929 года молодой астроном Томбо (Я.И. Перельман, "Занимательная астрономия", Гостехиздат М.-Л. 1952) извлек из мрака окраин Солнечной системы новый член нашей планетной семьи -- Плутон (Аид), получивший название по имени бога мрачного подземного царства, куда попадают умершие души. Эту планету нельзя отнести к планетам -- гигантам ни по размерам, ни по строению. Ее нельзя отнести и планетам земной группы, настолько она не похожа ни на одну из этого семейства планет. Это самая далекая планета. Ее среднее гелиоцентрическое расстояние 39,430 а.е., тогда как у Нептуна 30,058 а.е. Тем не менее Плутон не вписывается в правило Тициуса-Боде для расстояний планет от Солнца. Кроме того, эксцентриситет орбиты Плутона очень большой: он равен 0,250, тогда как все планеты, за исключением Меркурия, имеют эксцентриситет от 0,007 (Венера) до 0,093 (Марс). У Меркурия он достаточно велик и достигает величины 0,206, хотя и остается меньшим, по сравнению с эксцентриситетом орбиты Плутона.

Другой особенностью Плутона, выделяющей его из семьи планет -- это наклонность орбиты к плоскости эклиптики. Она составляет величину $17,^{\circ}2$. В момент своего открытия Плутон находился вне плоскости эклиптики, причем его высоты над плоскостью эклиптики составила 8 а.е.

Размер Плутона был установлен сравнительно недавно. Еще полстолетия назад Я.И. Перельман писал: "Можно лишь подозревать, что Плутон сравнительно невелик: по размерам Плутон *близок к Земле*". По последним данным его экваториальный радиус

составляет 1400 км. Кстати, у Луны *средний* радиус составляет 1738 км. Следовательно, наш спутник больше планеты Плутон.

Солнечный год Плутона составляет приблизительно 250 лет. Солнце на его небе светит в 1600 раз слабее, чем на Земле. Тем не менее, оно освещает планету как 275 полных Лун (по подсчетам Я.И.Перельмана), то есть днем на Плутоне в 30 раз светлее, чем в самую светлую белую ночь в Ленинграде. Правда, Я.И. Перельман считает, на Плутоне *нет атмосферы*, что неверно. Однако верно то, что "дом" бога мертвых душ совсем не царство вечного мрака, хотя холод на этой планете, безусловно, царствует. Считают, что средняя температура на поверхности планеты составляет 52К (-221°C). По сравнению с температурой Плутона на Марсе -- невыносимый зной!

Еще в 50-60 годах минувшего столетия было установлено, что блеск этой планеты периодически меняется. Период изменения блеска равен 6 сут 9 час 17 мин. Это значение и было принято в качестве периода вращения Плутона. Оставалось выяснить: почему его блеск изменяется. На астрономических фотографиях даже в самые сильные телескопы Плутон выглядит расплывчатым пятном, разглядеть что-нибудь на его поверхности невозможно. Правда, внимательный взгляд на фотографию мог разглядеть вытянутость изображения планеты, которая ориентирована на разных снимках по-разному. С 1978 года стали говорить о Плуtone, как о двойной планете. На снимках с космического телескопа Хаббл виден и Плутон, и его спутник, который назвали Хароном, по имени перевозчика мертвых душ через реку Стикс в царство Плутона. Астрометрические наблюдения показали, что расстояние между планетой и ее спутником около 20 тысяч километров (Луна отдалена от Земли в 20 раз дальше) Орбиты каждой из компонент этой двойной планеты почти круговые, масса Плутон не более 0,25% масс Земли.

Атмосфера на Плутоне есть, причем не очень тонкая. На это указали наблюдения покрытия Плутоном звезды, которая ослабляла свой блеск в течении несколько секунд. Спектрофотометрические исследования показали, что в атмосфере присутствует метан, что роднит его с планетами-гигантами. По-видимому, основной компонентой атмосферы Плутона является азот. Средняя плотность планеты оказалась близкой к 2 г/см^3 .

По последним оценкам расстояние между компонентами равно 19640 км, диаметр Плутона 2284 км, Харона -- 1192 км, полная масса двойной системы $1,47 \cdot 10^{25}$ г, причем на Харон приходится 8-10% этой массы. Более подробно о физике Плутона мы узнаем, только после того, как космические аппараты посетят и эту планету.