Ю. М. Либерман,
А. Д. Панов

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ МЕХАНИКИ СПЛОШНЫХ СРЕД В ИССЛЕДОВАНИЯХ ГОРНОГО ДАВЛЕНИЯ

МОСКВА
1962

Книга должна быть возвращена не позже указанного здесь срока

Количество предыдущих выдач

2005—1967

Ю. М. Либерман,
А. Д. Панов

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ МЕХАНИКИ СПЛОШНЫХ СРЕД В ИССЛЕДОВАНИЯХ ГОРНОГО ДАВЛЕНИЯ

МОСКВА
1962

КРАТКИЙ ОБЗОР СОВРЕМЕННОГО СОСТОЯНИЯ ИССЛЕДОВАНИЙ ГОРНОГО ДАВЛЕНИЯ МЕТОДАМИ МЕХАНИКИ СПЛОШНЫХ СРЕД В СССР

Основными факторами, определяющими дальнейшее развитие теории горного давления, являются потребности промышленности и состояние самой теории. Теория горного давления служит базой для решения практических вопросов крепления и управления кровлей, а также для определения параметров систем разработки [I].

Как всем известно, важнейшие изменения в технике крепления выработок и управления горным давлением за последние годы были вызваны широким переходом на металлическую крепь и внедрением новых видов машин - комбайнов, стругов, скребковых конвейеров и пр. Однако применение металлической крепи, несмотря на все большие ее преимущества и технико-экономическую эффективность, не привело к значительному снижению трудоемкости работ и созданию благоприятных условий для эксплуатации машин и механизмов.

В связи с этим в угольной промышленности возникли задачи улучшения техники крепления и управления горным давлением, сводящиеся:

а) к совершенствованию металлической индивидуальной крепи;

б) к механизации работ, связанных с управлением горным давлением и креплением, в первую очередь за счет применения агрегатных передвижных крепей;

в) к переходу в соответствующих условиях на способы управления горным давлением с использованием угольных целиков, обеспечивающие резкое снижение трудоемкости работ и расхода крепежных материалов;

г) применение способов выемки без крепления очистного пространства (гидродобыча, шнекобуровая выемка, струговая и др.).

Изменение материальной базы и переход на металлическое крепление обусловили необходимость широкого развития исследований в области теории горного давления и изучения механических свойств горных пород.

В свое время при креплении деревом можно было довольствоваться сравнительно простыми представлениями о механизме процессов,происходящих в горном массиве при его подработке. Поэтому теория горного давления представляла собой лишь некоторое обобщение практического опыта с использованием элементарных представлений теории сопротивления материалов и общей механики (гипотезы свода давления, консольной балки или плиты и пр.).

На современном этапе на смену элементарным представлениям приходит широкое развитие теории, базирующейся на методах механики сплошной среды. Состояние механики позволяет решать возникающие практические вопросы на более высоком уровне.

В настоящее время горное давление определяется, как "силы в породах, окружающих горную выработку". Это определение играет большую роль в обобщении ранее применявшихся определений горного давления по частным признакам - давление на крепь, давление на забой, давление на закладку и т.д. - и устраняет разнобой в общих определениях.

Зная величину и направление сил,действующих в породах, окружающих горную выработку, а также структуру и физико-механические свойства пород и параметры горной выработки, мы в состоянии установить характеристики и показатели проявлений горного давления. Следовательно, принятое определение может служить основой для выявления предмета теории горного давления.

Однако, учитывая современный уровень знаний горного давления, а также потребности теоретических исследований и практики, следовало бы уточнить имеющееся определение горного давления и дополнить его указанием основных проявлений горного давления, наиболее существенных для поддержания выработок и охраны поверхностных сооружений при их подработке.

В содержание понятия "горное давление" надо включить не только силы, являющиеся причиной горного давления, но и их действие, т.е. физико-механические явления и процессы, вызываемые действующими в породах силами.

Как известно, в массиве горных пород действуют силы веса пород, давления газов, остаточных тектонических напряжений, температурные напряжения и др. Основной и действующей во всех случаях силой является вес пород. Остальные силы присутствуют или имеют существенное значение только в отдельных случаях. Поэтому в понятие горного давления следует включить лишь вес пород, а остальные силы учитывать (в случае их наличия) при расчетах как дополнительные факторы.

На основе сказанного можно предложить следующее определение: горное давление - совокупность механических процессов, происходящих под действием сил тяжести в окружающих выработку горных породах и в основном проявляющихся в изменении напряженного состояния пород,в давлении на крепь, в образовании трещин, расслоений,в сдвижении и в ряде случаев в обрушении пород, а также в изменении физического состояния и свойств пород. Оно соответствует требованиям логики для определения понятий через ближайший род (механические процессы) и вызывающие причины (образование выработки и действия силы тяжести) и одновременно подчеркивает основные проявления горного давления - давления в породах, на крепь и другие опоры и т.д.

Как следует из сформулированного определения, методы изучения горного давления - это методы механики в широком смысле слова. Специфичность проявлений горного давления обусловливает применение для его изучения методов механики сплошной среды и методов общей механики, причем последние используются при изучении перемещений отделившихся от массива частей, блоков или кусков пород. Многообразие условий и форм проявлений горного давления предопределяет: в одних случаях необходимость использования методов механики сплошной среды в их наиболее совершенном виде (т.е. математических теорий упругости и пластичности), а в других - целесообразность применения упрощенных форм этих теорий (сопротивления материалов и теории предельного равновесия). Возможно и правомерно использовать строгие методы в комбинации с упрощенными, как это зачастую делается во всех областях техники.

Мы считаем механику сплошной среды основным методом, а остальные - вспомогательными, дополняющими основной. До последнего времени данное положение не получило еще признания широких инженерно-технических кругов горняков. Это объясняется, во-первых, недостаточным знакомством горных инженеров с общими методами механики и, во-вторых, тем, что инженерные методы позволили в ряде случаев решить важные задачи теории горного давления. Здесь следует, прежде всего, сослаться на теорию свода, разработанную главным образом отечественными учеными (М.М. Протодьяконовым) и давшую возможность решить задачу давления на крепь в подготовительных выработках при определенных условиях, и на теорию консольных плит, положенную в основу предложенной б.ВУГИ и широко применяющейся в СССР классификации кровель и способов управления кровлей; на основе теории плит решен ряд задач с применением анкерования и др.

Вместе с тем, инженерные методы, давая решение некоторых частных задач, не могут привести к более широкому объяснению и установлению закономерностей проявлений горного давления.

Для решения задач механика сплошной среды располагает тремя группами уравнений: равновесия, совместности деформаций и состояния. Уравнения равновесия выражают, обычно в дифференциальной форме, тот факт, что рассматриваемое тело в целом, равно как и любая сколь угодно малая его часть, находится в состоянии равновесия. Эти уравнения являются, таким образом, универсальными и не зависят от свойств рассматриваемого материала. Уравнения совместности деформаций характеризуют то физическое свойство деформации, что любые две точки тела, близкие до деформации, останутся близкими и после деформации. Математически же эти уравнения выражают тот факт, что из шести компонент деформации могут быть получены непротиворечивым образом три компоненты смещения. Следовательно, эти уравнения также не зависят от свойств среды. Наконец уравнения состояния, связывающие между собой напряжения, деформации и в общем случае время, характеризуют свойства конкретной горной породы и поэтому являются чрезвычайно разнообразными и труднее всего поддающимися изучению. В то же время они являются, пожалуй, самыми важными при решении задач горного давления, так как определяют все наблюдаемое на практике разнообразие его проявлений.

Простейшим из уравнений состояния, которому, тем не менее, подчиняются многие горные породы, является закон Гука, или обычный закон упругости. Как показывают многочисленные исследования, для подавляющего большинства прочных пород, типа гранитов, кварцитов, известняков, песчаников, песчанистых и глинистых сланцев, а также слабых пород, наподобие разных типов глин, прямая пропорциональность между напряжениями и деформациями выполняется вплоть до момента разрушения (при быстром одноосном нагружении). Это означает, что к таким породам можно применять математически хорошо разработанный аппарат теории упругости, для чего требуется, как известно, лишь наличие линейной связи между напряжениями и деформациями, но отнюдь не ее обратимость.

В общем случае горные породы анизотропны, т.е. обладают различными свойствами по различным направлениям. Для решения анизотропных задач также существует достаточно хорошо разработанный математический аппарат.

Более сложными являются уравнения состояния, учитывающие пластическое поведение пород. Как показали в свое время классические опыты Кармана и Бёкера, при больших всесторонних давлениях горные породы обнаруживают явно выраженную склонность к пластическому течению без видимого нарушения связности. Однако требующиеся для этого давления чрезвычайно велики и на существующих глубинах разработки вряд ли могут быть достигнуты, даже с учетом возможных коэффициентов концентрации. Поэтому учет таких чисто пластических свойств пород в настоящее время едва ли целесообразен.

Близко примыкающим к пластическому и одним из наиболее интересных и важных для практики горного дела является разрушенное состояние горных пород. Физическая аналогия с пластическим состоянием заключается в том, что деформированное состояние разрушенного массива не определяется однозначно его напряженным состоянием. Отсюда следует и математическая аналогия: в основных чертах поведение больших разрушенных масс породы может быть описано теми же уравнениями, что и поведение пластических масс (разумеется, с иными параметрами). Точнее говоря, для такого описания применяются уравнения состояния сыпучих тел, обладающих также и связностью, включающие в себя бо́льшее число параметров, чем уравнения состояния чисто пластических тел. Такая точка зрения последовательно проведена в работе К.В.Руппенейта [2] и, насколько нам известно, получила признание многих исследователей.

Математический аппарат теории пластичности и теории сыпучих сред разработан в настоящее время еще не так полно, как аппарат плоской теории упругости, однако позволяет получить решение многих практически важных задач. Что же касается задач упруго-пластических, т.е. тех, где необходимо одновременно рассматривать как сохранившую связность, так и разрушенную области горного массива, то они и по сей день представляют собой значительные математические трудности. Для каждой из таких задач приходится искать свой метод решения и в настоящее время решены лишь самые простые, в основном осесимметричные задачи.

Следующим классом уравнений состояния являются реологические уравнения, учитывающие зависимость связи между напряжениями и деформациями от времени. Ряд таких уравнений получен в последние годы Ю.М.Либерманом [3]. Оказалось, что по своим реологическим свойствам породы распадаются на два обширных типа. Для пород первого типа (песчаники, песчанистые и глинистые сланцы и т.п.) характерно затухание скорости роста деформаций со временем при постоянной нагрузке, причем значение деформации стремится к некоторому определенному пределу, зависящему от свойств породы. Породы второго типа (в основном глины и глинизированные пески) обнаруживают не затухающий со временем рост деформаций, причем в этом случае к постоянному пределу стремится уже не сама деформация, а ее скорость.

Математический аппарат реологии, усиленно развивающийся в последние десятилетия, еще не имеет завершенной формы, подобной аппарату плоской теории упругости или отчасти пластичности, и поэтому решению поддаются лишь самые простые реологические задачи, главным образом одномерные (почти не встречающиеся в горном деле) и осесимметричные.

Приведенный выше краткий обзор возможных свойств пород уже показывает, что решение задач горного давления с учетом только одного какого-либо из этих свойств представляет значительные трудности. Эти трудности во много раз увеличиваются и становятся практически непреодолимыми, если пытаться решать задачу в полной постановке, т.е. учитывая, что на самом деле почти в любом случае в породах будут иметься области, находящиеся и в упругом, и в разрушенном состояниях, а также в состоянии реологического течения. Кроме того, многие задачи горного дела являются трехмерными, а методы решения трехмерных задач даже в теории упругости почти не разработаны.

Таким образом, перед горняком-исследователем стоят задачи, во много раз более сложные, чем перед представителями частных дисциплин механики сплошной среды. Эта сложность и является причиной того, что всякие попытки создать "всеобъемлющую теорию горного давления" заранее обречены на неуспех, ибо такая теория на самом деле означала бы решение всех, самых сложных вопросов механики сплошной среды одновременно. Поэтому все представляющие какую-либо ценность результаты в теории горного давления получены на пути решения отдельных частных задач, постановка которых поддается разумной идеализации.

Одной из наиболее распространенных идеализаций является рассмотрение так называемой плоской задачи, т.е. такой, в которой напряженное и деформированное состояния являются функциями только двух координат. Таким является, например, состояние длинной выработки постоянного сечения в средней ее части, достаточно удаленной от забоя и сопряжений, когда влиянием последних можно с большой точностью пренебречь. Тогда любое поперечное сечение выработки в этой ее части можно рассматривать как вырез в тяжелой полуплоскости. Это будет задача с плоской деформацией, когда равна нулю компонента смещения, перпендикулярная плоскости задачи. В теории упругости рассматриваются также задачи о плоском напряженном состоянии, т.е. о напряженном состоянии тонкой пластинки с отверстиями, когда равна нулю компонента напряжения, перпендикулярная плоскости задачи. Решения этих задач при одинаковых условиях могут быть получены одно из другого простой заменой упругих постоянных.

Таким образом, все задачи горного дела о напряженном состоянии вокруг длинных выработок сводятся к плоским задачам математической теории упругости о напряженном состоянии вокруг вырезов в тяжелой полуплоскости. Эти задачи при помощи стандартных методов разложения напряжений на две составляющие, одна из которых обусловлена объемным весом, а другая - возмущением, вносимым выработкой, и соответствующего преобразования граничных условий сводятся к задачам об упругом равновесии загруженных по контуру вырезов в невесомой плоскости (влиянием свободных границ обычно пренебрегают) либо, путем несколько иного преобразования, к задаче об упругом равновесии вырезов в пластинке, растягиваемой (или сжимаемой) по краям. Таким образом, любая подобная задача теории упругости, даже решенная безотносительно к потребностям горного дела, может быть непосредственно использована для расчета напряжений вокруг выработок.

Следует отметить, что при таких расчетах в горном деле возникает специфическая трудность, отсутствующая в собственно теории упругости. Она заключается в том, что выработка проходится в массиве, начальное напряженное состояние которого до сих пор не известно с абсолютной точностью. Из уравнений равновесия можно получить, что вертикальная компонента напряжения в ненарушенном массиве равна весу столба пород с основанием единичной площади. Однако горизонтальная компонента напряжения, или так называемый боковой отпор, из этих уравнений однозначно не определяется, это может быть сделано лишь путем наложения дополнительных условий на характер перемещений массива. Однако при этом для определения напряжений приходится учитывать уравнения состояния пород, причем не только в данное время, но и, вообще говоря, за весь период их существования. Наиболее распространенная формула для коэффициента бокового отпора получена А.Н.Динником в предположении, что массив работает упруго с момента его формирования [4], хотя последнее обстоятельство в упомянутой работе в явном виде не фигурирует. Во всяком случае коэффициент А.Н.Динника, как можно показать, является минимальным из всех возможных по известным уравнениям состояния коэффициентов.

На практике при конкретных расчетах следует, по-видимому, брать тот коэффициент бокового отпора, который является наименее выгодным в данной задаче (т.е. приводит к наименее благоприятному распределению напряжений), но во всяком случае не ниже коэффициента А.Н.Динника.

Весьма обширный класс задач о распределении напряжений вокруг одиночных незакрепленных выработок различных форм при чисто упругом поведении пород удалось решить после появления общих методов плоской теории упругости на основе теории функций комплексного переменного, идея которых была дана Г.В.Колосовым [5] и существенно развита в классических работах Н.И.Мусхелишвили [6, 7]. Эти методы сводят трудности отыскания решений уравнений теории упругости к отысканию так называемого конформного отображения контура выработки на окружность единичного радиуса, что является значительно более легкой задачей. Такие решения приведены в статье А.Н.Динника, А.Б.Моргаевского и Г.Н.Савина [4] для выработок круглой, эллиптической, квадратной и прямоугольной форм, в работе Г.С.Грушко [8] для выработки полукруглой формы. Выработки трапециевидной и сводчатой форм рассмотрены в работе И.С.Хора [9], кроме того, конформные отображения для трапеций с иными соотношениями размеров приведены в книге [3].

Задача о распределении напряжений вокруг незакрепленной эллиптической выработки, пройденной в анизотропной упругой среде, решена в книге С.Г.Лехницкого [10]. Решение аналогичной задачи для прямоугольной выработки приведено в работе А.С.Космодамианского [11].

Часто возникает вопрос, какой смысл имеют эти решения. Действительно, если мы заранее предполагаем, что породы вокруг выработки ведут себя чисто упруго, то расчет не имеет смысла, ибо и без того ясно, что никаких разрушений не будет. Если же породы вокруг выработки разрушаются, то расчет методами теории упругости теряет силу. Таким образом, на первый взгляд, эти решения смысла не имеют. Однако это далеко не так. Распределение напряжений,полученное методами теории упругости, позволяет, пользуясь сведениями о прочности пород, установить, будут ли в окрестности выработки возникать области, где прочность будет превзойдена. Эти решения можно рассматривать как распределения напряжений в течение весьма коротких промежутков времени, когда разрушение еще не успевает развиться. Разумеется,после возникновения разрушенных зон распределение напряжений будет уже иным, однако упругие решения выполняют свою роль, указывая на возможность их возникновения.

Следует отметить, что в настоящее время изучены практически все встречающиеся в горном деле формы одиночных незакрепленных выработок. Кроме того,подобного рода задачи значительно проще решаются методом фотоупругости, чем численными расчетами. Поэтому, как ни опасно высказывать соображения по поводу "исчерпания" той или иной проблемы, мы считаем,что в изучении собственно распределения напряжений вокруг одиночных незакрепленных выработок математическими методами вряд ли будет достигнут существенный дальнейший прогресс. Это высказывание никоим образом не относится к оценке прочности пород, о чем речь будет идти несколько ниже.

Значительно больший интерес представляют аналогичные задачи для закрепленных выработок, так как в них, во-первых,учитывается взаимодействие крепи и пород и, во-вторых, результаты их решения могут быть непосредственно использованы для определения давлений на крепь и расчета самой крепи. Эти задачи по математической постановке являются контактными задачами теории упругости. Взаимодействие крепи и пород при их решении выражается в форме равенства смещений на линии контакта пород и крепи с учетом возможных строительных зазоров. В книге Г.Н.Савина [12] приведены решения для выработок круглой, эллиптической, квадратной и прямоугольной форм. Аналогичное решение для прямоугольной выработки в анизотропном массиве приведено в работе А.С.Космодамианского [11]. Решение для закрепленных выработок сводчатого и трапециевидного сечения приведено в работе И.С.Хора [13].

Существенное уточнение в решении контактных задач сделано И.В.Родиным [14]. Все изложенные выше контактные задачи решались упругистами для упругистов, поэтому в них исследуется распределение напряжений не возле собственно выработок, но вокруг вырезов соответствующей формы, сделанных в пластинках, определенным образом нагруженных на бесконечности. Схема постановки этих задач такова, что вначале в пластинке делается вырез, в него вставляется крепь и лишь затем к пластинке прикладывается нагрузка. На самом же деле выработка проходится в уже нагруженном собственным весом массиве пород и поэтому часть тех смещений, которые претерпевает контур выработки в обычном решении, фактически возникла еще до его образования. Следовательно, при формулировке условий контактной задачи эту часть смещений необходимо исключать, что приводит к меньшим значениям давлений на крепь.

Следует отметить, что попытки дальнейших уточнений в этом направлении приводили к парадоксальным результатам. Дело в том, что упругие смещения на контуре выработки в условиях плоской задачи должны возникать мгновенно вслед за проведением выработки, т.е. до установки крепи, которая возводится с некоторым запозданием во времени. Отсюда следовал неизбежный вывод о том, что упругие смещения никакого воздействия на крепь не оказывают и, следовательно, в условиях упругой задачи крепь не испытывает никакого давления. Этот парадокс показывает, насколько осторожно нужно относиться к различным идеализациям, в данном случае к идеализации плоской задачей. На самом деле задача является трехмерной, и смещения достигают своего максимального "упругого" значения только тогда, когда забой выработки отходит достаточно далеко от рассматриваемого сечения (порядка 10 диаметров выработки). Поскольку крепь, как правило, ставится значительно раньше, то на нее будет воздействовать часть упругих смещений. На это обстоятельство обратил внимание Ю.М.Либерман [15].

Значительно более сложные задачи о взаимовлиянии выработок (в случае упругого поведения пород) удалось решить после разработки Д.И.Шерманом общего метода решения упругих задач для многосвязных областей [16,17]. Этот метод, являясь, разумеется, значительно более сложным, чем соответствующие методы для односвязных областей, позволил, тем не менее, решить ряд интересных задач. К ним относятся задачи о взаимовлиянии: двух круговых выработок [18, 19], двух эллиптических выработок [20], двух круговых выработок разных размеров, а также круговой и эллиптической выработок при различном расположении последних относительно направления осей главных напряжений в нетронутом массиве [21,22]. Задача о взаимовлиянии двух одинаковых эллиптических выработок в анизотропном массиве рассмотрена А.С.Космодамианским [23]. Он же решил задачу о взаимовлиянии круговой и эллиптической выработок в анизотропном массиве [24], А.С.Космодамианскому принадлежит также упрощение метода Д.И.Шермана, позволяющее более эффективно решать задачи для некоторых многосвязных областей [25].

Во всех приведенных выше задачах не учитывалось влияние дневной поверхности, т.е. выработки считались достаточно заглубленными. Объясняется это тем, что учет влияния свободной границы представляет собой очень трудную математическую задачу. Однако Д.И.Шерману удалось решить и довести до численного результата задачу об эллиптической выработке, расположенной недалеко от поверхности [26]. В результате решения установлено, что при малой глубине заложения выработки в ее кровле могут возникнуть довольно значительные растягивающие напряжения, отсутствующие в решении, не учитывающем влияния дневной поверхности. На больших же глубинах такое пренебрежение вполне допустимо.

Методы решения задач для многосвязных областей позволили также рассмотреть задачу о напряженном состоянии междукамерных целиков, поскольку для этого необходимо лишь вычислить напряжения в промежутке между вырезами, имитирующими камеры. Первой из таких работ была работа Ц.О.Левиной и О.Г.Михлина [27], где вычислены напряжения в центре целика, находящегося между двумя сильно вытянутыми оваловидными выработками. В работе Ц.О.Левиной [28], выполненной в развитие предыдущей, вычислены напряжения по всему горизонтальному сечению целика. Однако необходимые выкладки чрезвычайно трудоемки и поэтому не получили распространения в практике инженерных расчетов. Л.Д.Шевяков [29] обратил внимание на то обстоятельство, что для вычисления суммарной нагрузки на целик (т.е.интеграла от действующих напряжений) при неограниченной последовательности одинаковых и расположенных на равных расстояниях целиков можно пользоваться чрезвычайно простым методом умножения веса столба пород с единичным основанием на отношение площадей обнажения и целика. Этот метод расчета нагрузок получил в настоящее время повсеместное распространение.

Для расчета нагрузок на неограниченную последовательность целиков метод, предложенный Л.Д.Шевяковым, является вполне строгим. Его простота побудила исследователей проанализировать диапазон его применимости с целью распространения его на менее жесткие условия. В работе Д.И.Шермана [20] показано, в частности, что для целика, находящегося между двумя эллиптическими камерами с отношением высоты к ширине 2:5 и составляющего I/4 от ширины камеры, нагрузка, вычисленная по способу Л.Д.Шевякова, всего лишь на 30% больше истинной. В работе К.В.Руппенейта [30] показано, что при очень вытянутых камерах метод Л.Д.Шевякова применим при числе камер, большем трех, и не очень близком их расположении. Методы определения нагрузок на целики при различных вариантах системы разработки рассмотрены в одной из последних работ лаборатории горного давления ИГД, которая будет более подробно изложена в следующем разделе.

Для расчета зависимости несущей способности целиков от соотношения их размеров Л.Д.Шевяков рекомендует пользоваться эмпирическими коэффициентами. К.В.Руппенейт предложил пользоваться методами теории предельного равновесия, развитыми В.В.Соколовским [31]. Проведенные К.В.Руппенейтом в работе [30] расчеты показывают, что несущая способность широких целиков возрастает значительно быстрее, чем ширина целика, и сильно зависит от угла внутреннего трения породы. Впоследствии работа в этом направлении была продолжена М.А.Липсоном [32,33], разработавшим удобный графически метод построения сетки линий скольжения в целиках, основанный на принципах, предложенных С.С.Голушкевичем [34].

Большой интерес для практики представляют имеющиеся в настоящее время решения упруго-пластических задач, в которых учитывается образование вокруг выработок зон разрушенной породы. В теорию горного давления такие решения систематически введены К.В.Руппенейтом [30]. Им решена задача об упруго-пластическом равновесии подкрепленной горизонтальной круговой выработки при коэффициенте бокового отпора, отличном от единицы, и найдена форма границы раздела упругой и разрушенной зон. В дальнейшем это решение позволило получить некоторые оценки для величины минимального давления на крепь подготовительной выработки [35]. В настоящее время П.И.Перлиным разработан приближенный метод, позволяющий получить решение упруго-пластической задачи для выработок эллиптической, квадратной и прямоугольной форм [36]. Этот метод еще не применялся широко для решения горных задач, однако, на наш взгляд, может оказаться весьма полезным.

Известный прогресс достигнут в последние годы в области решения реологических задач горного дела. Эти задачи сами по себе представляют большой интерес, так как во многих случаях предположение о чисто упругом или даже упруго-пластическом поведении пород не может объяснить ни величины давления на крепь, ни характера их зависимости от времени. В настоящее время решены задачи о зависимости смещений пород и давлений на крепь от времени для штреков [35], а также задача о зависимости опускания кровли в лавах от скорости подвигания забоя, решение которой базируется на предложенной К.В.Руппенейтом расчетной схеме для лав [37].

Следует сделать одно существенное замечание по поводу принципа определения давлений на крепь во всех перечисленных выше задачах. До сих пор в среде горняков-исследователей существует две точки зрения на этот вопрос. Одни считают, что давление на крепь во всех случаях определяется весом некоторого объема массива, отделившегося от остальной части и поддерживаемого только крепью (или, по крайней мере, частично поддерживаемого крепью). Другие полагают, что давление на крепь должно определяться из решения задачи о совместной работе крепи и боковых пород, т.е. контактной задачи, с учетом тех зазоров, которые образуются между породой и крепью, и ряда других привходящих факторов. Наиболее четко эти две точки зрения, а точнее два принципиально возможных режима работы крепи, сформулированы Г.Н.Кузнецовым, который ввел понятия режимов "заданной нагрузки" и "заданной деформации" [38], означающих соответственно нагружение крепи весом некоторого объема пород либо смещениями окружающего массива. Им же введено понятие смешанного режима нагружения, когда крепь поддерживает некоторый отделившийся объем пород и в то же время нагружается смещениями массива.

Авторы данного доклада полагают, что существу дела наиболее отвечает расчет крепи по заданным деформациям. Эта точка зрения основана на том, что при высококачественной технологии крепления возможность вывалов породы должна быть исключена, так как гораздо легче предотвратить вывал, чем затем поддерживать уже образовавшийся. Возможность же образования вывалов необходимо в каждом конкретном случае учитывать особо, вводя в необходимых случаях соответствующий коэффициент запаса.

В работах лаборатории горного давления ИГД им. А.А.Скочинского принят способ расчета крепей шахтных стволов по заданным деформациям.

Несколько особняком от изложенных выше стоят методы расчета откосов при открытых разработках, а также методы расчета сдвижений поверхности при ее подработке. Методы расчета откосов базируются в основном на фундаментальной работе В.В.Соколовского [31], в которой дан общий метод решения задач теории предельного равновесия сыпучей среды при помощи интегрирования уравнений способом характеристик. Численное интегрирование, как правило, весьма трудоемко; для его облегчения составлены таблицы,например таблицы И.С.Мухина и А.М.Срагович [39]. С.Г.Авершин применил методы В.В.Соколовского для расчета сдвижений поверхности под сооружениями и водоемами [40].

В настоящее время наибольшие затруднения возникают при оценке прочности вмещающих пород,будь то целики или стенки выработок. Классическим способом определения прочности является построение огибающей главных наибольших кругов разрушающих напряжений,или так называемой огибающей Мора [41]. Разрушающие напряжения обычно определяются из опытов на одноосное растяжение, сжатие, а также на срез при различных соотношениях нормального и касательного напряжений по плоскости среза. Существуют также способы определения огибающей на приборах, в которых создается объемное напряженное состояние. Однако в этих вопросах еще много неясного. В работе Ф.Р.Улинича [гл. УШ работы 41] показано, что огибающую Мора можно строить только для определенных классов напряженных состояний - плосконапряженного, плоскодеформированного, осесимметричного и других, но она принципиально не может являться универсальной характеристикой материала для всех сразу видов напряженных состояний. Поэтому испытание прочности образцов должно всегда проводиться применительно к виду решаемой задачи и не может, вообще говоря, быть использовано при рассмотрении задачи другого вида. Это представляет собой достаточно трудную техническую проблему.

Одним из основных возражений против применения любых теорий прочности для характеристики горных пород является экспериментально доказанный факт зависимости прочности образцов от их формы и размеров. Частично эта зависимость объясняется тем, что в опытах, например, на одноосное сжатие напряженное состояние образца никогда не является строго равномерным из-за влияния трения (или смазки) на торцах. В работе [30] К.В.Руппенейт пришел к выводу, что при соотношении высоты образца к его ширине 2:I этот эффект практически не влияет на прочность образца. Во всяком случае существующие методы оценки прочности по лабораторным испытаниям если и дают практическую погрешность, то, по всей видимости, она не настолько значительна, чтобы от этого метода нужно было отказаться, его следует лишь уточнять.

Одним из таких уточнений, не затрагивающим, правда, вопроса о зависимости прочности от размеров, является разработанная Ф.Р.Уличем теория хрупкого разрушения горных пород [42], по которой можно на основании определенных критериев решить вопрос о характере разрушения породы в данной задаче: произойдет ли оно из-за мгновенного распространения бегущей трещины или путем постепенного спокойного распространения области предельных состояний.

Другой подход к теории хрупкого разрушения предложен Г.И.Баренблаттом [43]. Он формулирует условия распространения трещин в хрупком материале, исходя из гипотезы С.А.Христиановича о конечности напряжений на конце трещины. Обнаружены устойчивые и неустойчивые типы трещин. Согласно этой теории, разрушающая нагрузка на образец довольно сильно зависит от его формы и размеров. Широкое применение этой теории, которую авторы считают весьма перспективной, сдерживается пока довольно значительными математическими трудностями, возникающими даже в простейших задачах. В настоящее время ведется работа по расширению круга задач, поддающихся рассмотрению этим методом.

Таково в основных чертах современное состояние применения методов механики сплошной среды для решения задач горного давления в Советском Союзе.

В следующем разделе более подробно излагаются результаты работ лаборатории горного давления ИГД им. А.А.Скочинского, выполненные в последние годы.

РАБОТЫ ЛАБОРАТОРИИ ГОРНОГО ДАВЛЕНИЯ ИГД им. А.А.СКОЧИНСКОГО

Расчет крепи вертикальных шахтных стволов

Этот вопрос имеет довольно долгую историю. Потребность в расчете таких сложных, дорогостоящих и ответственных сооружений, как крепи стволов, назрела уже давно, однако подбор адэкватного математического аппарата оказался далеко не таким простым, как это может показаться. Наиболее соблазнительным было использование готовых простых результатов теории давления сыпучих сред на подпорные стенки. Именно такой путь и был избран первыми исследователями – М.М.Протодьяконовым (старшим) [44] и П.М.Цимбаревичем [45]. Крепь ствола в их работах отождествляется с подпорной стенкой, а окружающий массив рассматривается как сыпучая среда, характеризуемая в основном углом внутреннего трения ρ. Простейшая формула М.М.Протодьяконова, в частности, имеет вид

$$q = \gamma H tg^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\rho}{2}\right), \qquad (I)$$

где q – давление на крепь;

γ – средний объемный вес вышележащих пород;

H – глубина рассматриваемого сечения.

Формула П.М.Цимбаревича отличается от вышеприведенной лишь более детальным учетом механических свойств слоев, пересекаемых стволом.

Аналогичные результаты, только более сложные по форме и значительно более точные (учитывается кривизна стенки ствола), получены А.Лабассом [46] и В.Г.Березанцевым [47].

Характерной чертой этих расчетных формул является то, что в них вообще не учитывается взаимодействие крепи с породным массивом, т.е. в выражения для давлений не входят величины, определяющие механические свойства самой крепи. На самом деле, как показывают, в частности, эксперименты, проведенные недавно во ВНИМИ [48], давление на крепь очень существенно зависит от ее податливости.

Путь к учету свойств самой крепи и ее взаимодействия с горным массивом был намечен в работах [49, 50, 51]. В этих исследованиях сформулировано основное условие, которому должна удовлетворять система крепь - вмещающие породы. Оно заключается в том, что смещения контура обнажения и контура крепи должны быть совместными. Иными словами, постановка задачи расчета крепи формально совпадает с постановкой контактной задачи теории упругости. Однако реализация этой расчетной схемы в упомянутых работах не была доведена до конца, так как уровень знаний о механических свойствах вмещающих пород в то время был для этого недостаточен.

В основу работы, выполненной в лаборатории горного давления ИГД им. А.А.Скочинского [52], положено условие совместности перемещений в следующей форме:

$$U_{\infty}(q) = U_0 + U(q). \qquad (2)$$

Входящие в эту формулу члены имеют следующий смысл. Величина $U_{\infty}(q)$ обозначает смещение контура обнажения за достаточно большой (в пределе - бесконечный) промежуток времени, соответствующий не известному пока давлению на крепь q. Иными словами, $U_{\infty}(q)$ представляет собой установившееся значение смещения. Правая часть формулы (2) показывает, что это смещение складывается из двух компонентов. Первый из них, U_0, - это смещение, возникающее на контуре до ввода крепи в работу, т.е. до тампонажа закрепного пространства. Второй компонент, $U(q)$, представляет собой смещение крепи под действием неизвестного давления q.

Если в формуле (2) расшифровать записанные в общем виде функциональные зависимости смещений от q, то она превратится в более или менее сложное уравнение с одним неизвестным q, которое может быть из него определено.

Таким образом, основная трудность задачи заключается в нахождении указанных функциональных зависимостей. Из общих соображений ясно, что в эти зависимости должны входить упругие, прочностные и реологические свойства горных пород, расстояние от забоя, на котором крепь вводится в работу, характеристики тампонажного раствора, упругие свойства и размеры крепи. Для монолитной бетонной крепи необходим также учет ползучести бетона и изменяемости во времени его мгновенного модуля деформации. Кроме того, при оценке прочности крепи совершенно необходим учет разброса механических свойств реальных горных пород и материалов крепей.

Ниже излагается методика учета этих свойств. Однако прежде чем приступать к ее изложению, необходимо разобрать один принципиально важный вопрос, которому посвящается следующий пункт.

Влияние неравномерности давлений на крепь

Как известно, в последнее время получил распространение следующий метод расчета крепи (см., напр., [53]). Тем или иным способом (по данным эксперимента или по теоретическим соображениям) задается среднее давление на крепь q_0 и коэффициент неравномерности Δ, и крепь рассчитывается как тонкое круговое кольцо, загруженное по внешнему контуру нормальными напряжениями (на единицу высоты кольца).

$$q_* = q_0 (1 + \Delta \cos 2\theta), \tag{3}$$

где θ – полярный угол. При этом неявно предполагается, что касательные усилия по внешнему контуру кольца равны нулю. Нагрузка вида (3) вызывает в кольце продольное усилие

$$S(\theta) = q_0 R \left(1 - \frac{\Delta}{3} \cos 2\theta\right) \tag{4}$$

и изгибающий момент

$$M(\theta) = q_0 R^2 \frac{\Delta}{3} \cos 2\theta, \tag{5}$$

где R – радиус кольца. Вводя безразмерную толщину крепи α, равную отношению ее истинной толщины к радиусу, найдем, что тангенциальные напряжения на внутреннем и внешнем контурах крепи, возникающие от действия этих силовых факторов, могут быть записаны в следующем виде:

$$\sigma_\theta = q_0 \left[\frac{1}{\alpha}\left(1 - \frac{\Delta}{3} \cos 2\theta\right) \pm \frac{2\Delta}{\alpha^2} \cos 2\theta\right] \tag{6}$$

Безразмерные толщины крепей d для обычно применяемых типов крепей редко превосходят 0,1, поэтому второй член в скобках формулы (5), обязанный своим происхождением изгибающему моменту, может уже при небольших величинах Δ значительно превосходить первый. Это должно при условии правильности расчетной схемы приводить к появлению больших растягивающих усилий в крайних волокнах крепи. Обычно применяемые для крепей материалы, такие как бетон и чугун, плохо сопротивляются растягивающим напряжениям, и поэтому учет изгибающего момента, возникающего при неравномерной нагрузке, считается обязательным.

Расчет крепей по формуле (6) дает, как правило, очень большие толщины крепей. Такой расчет представляется, однако, неоправданным, так как в нем совершенно не учитываются касательные усилия, приложенные к внешнему контуру крепи. Очевидно, что такие усилия всегда будут существовать, так как крепь более или менее плотно связана с массивом путем тампонажа. Можно показать, что если наряду с нормальным давлением по формуле (3) на крепь действуют еще касательные усилия τ, распределенные по закону

$$\tau = q_0 \Delta_1 \sin 2\theta, \tag{7}$$

где Δ_1 – произвольный коэффициент, то изгибающий момент будет определяться не формулой (5), а следующим выражением:

$$M(\theta) = q_0 R^2 \frac{2\Delta - \Delta_1}{6} \cos 2\theta \tag{8}$$

Из формулы (8) вытекает, что при $\Delta_1 = 2\Delta$ момент вообще обращается в нуль. Во всяком случае при наличии даже умеренных по величине касательных напряжений на внешнем контуре крепи величина момента может уменьшиться довольно существенно.

Однако для того, чтобы рассчитывать крепи по формулам (4) и (5) или (8), требуется знать величину нагрузок на крепь. Если измерение нормального компонента нагрузки q не вызывает существенных технических затруднений (такие измерения производились), то для измерения касательного компонента τ не предложено, насколько нам известно, вообще ни-какой процедуры. Поэтому в настоящее время единственным средством для выяснения влияния неравномерности является теоретический анализ.

Очевидно, что если крепь ствола имеет идеально круглое сечение, массив является однородным и изотропным, а горизонтальные напряжения на бесконечности одинаковы во всех направлениях, то давление на крепь в силу симметрии будет равномерным.

Таким образом, неравномерность обязана своим происхождением либо отклонению формы крепи от идеально круглой, либо неоднородности массива, либо разнице в горизонтальных напряжениях на бесконечности. Заметим,что даже при идеально круглой форме самой крепи наличие тампонажа, толщина которого может быть переменной по θ ,приводит к необходимости рассматривать систему крепь - тампонаж как некруглую крепь.

Для выяснения роли отклонения формы крепи от круговой была рассмотрена задача о напряжениях в тонком эллиптическом кольце малого эксцентриситета m , впаянном в упругое пространство. Термин "впаянное" подразумевает,что как нормальные,так и касательные смещения кольца и породного контура одинаковы. Решение было проведено комбинацией методов теории упругости, развитых Мусхелишвили [6], и обычных методов теории изгиба тонких кривых брусьев. Основные результаты этого исследования сводятся к тому, что коэффициент неравномерности внешней нагрузки, вызванный отклонением формы крепи от круговой, имеет величину

$$\Delta = m\frac{5+(5-4\nu)\frac{Ed}{2G}}{1+(3-2\nu)\frac{Ed}{2G}}, \qquad (9)$$

где m - эксцентриситет эллипса; G и ν - модуль сдвига и коэффициент Пуассона породы; E - модуль упругости материала крепи; d - ее безразмерная толщина. Из формулы (9) видно, что чем меньше толщина d , тем больше неравномерность: максимальная величина Δ равна $5m$. Таким образом, при эксцентриситетах $m \approx 0{,}05$ коэффициент неравномерности может достигать 0,25. Это значение меньше тех, которые наблюдаются на практике, поэтому разумно считать, что эллиптичность вносит лишь некоторый вклад в величину неравномерности.

Оценка напряжений изгиба в крепи в этом случае показывает, что они составляют лишь малую долю напряжений сжатия, равную md. При обычных для практики значениях $m \approx 0{,}05$ и $d \approx 0{,}1$ получим, что напряжения изгиба равны 0,005 от напряжений сжатия. Это величина, которой, разумеется, можно пренебрегать при всех расчетах.

Для выяснения влияния других факторов была рассмотрена задача о круглом кольце, впаянном в массив, горизонтальные напряжения в котором по осям x и y различны. При этом выяснились два существенных обстоятельства. Во-первых, при $\Delta < 1$, как это всегда имеет место на практике, напряжения в кольце всегда будет сжимающим. Во-вторых, расчет напряжений в кольце можно вести по обычной формуле для тонкостенных сосудов

$$\sigma_\theta = \frac{q}{d}, \tag{10}$$

но только q нужно брать как функцию θ. Иными словами, для вычисления максимальных сжимающих напряжений в крепи можно пользоваться обычной формулой, но подставлять в нее максимальное значение внешней нагрузки.

Оба приведенные выше результата показывают, что крепь даже при неравномерной внешней нагрузке не следует рассчитывать на изгибающий момент. Этот вывод имеет принципиальное значение, так как позволяет резко снизить расчетные толщины крепей.

Следует отметить, что во ВНИМИ независимо и несколько иным путем был получен аналогичный результат.

Определение членов уравнения (2) и его решение

1. Наиболее сложным и трудоемким является определение члена $U_\infty(q)$. Для его определения все породы разбиваются на два типа: первый – прочные породы и второй – породы типа глин. Существенная разница между этими типами заклю-

чается в том, что у пород первого типа кривая ползучести (т.е. зависимости деформации от времени при постоянном напряжении) имеет горизонтальную асимптоту (скорость деформации затухает), в то время как у пород второго типа скорость деформаций при постоянной нагрузке практически не изменяется со временем.

Математически породы первого типа характеризуются уравнением состояния следующего вида (в осесимметричном случае):

$$\frac{d\mathcal{E}_\theta}{dt} + \frac{\mathcal{E}_\theta}{t_0} = \frac{1}{2G}\left(\frac{dT}{dt} + \frac{\alpha T}{t_0}\right), \qquad (11)$$

где $\mathcal{E}_\theta$ – окружная деформация; $T = \frac{1}{2}(\sigma_\theta - \sigma_r)$ – интенсивность напряжения; G – модуль сдвига; t_0 – время релаксации; α – реологическая константа.

Это уравнение справедливо только до достижения породой предельного состояния. В области предельного состояния напряжения в породе подчиняются уравнению прямолинейной огибающей кругов Мора. Отличие принимаемой в расчете огибающей от обычной заключается в том, что аппроксимирующая прямая проводится за кругом одноосного сжатия; соответственно этому ее угол трения будет меньше, а коэффициент сцепления больше, чем при общепринятом способе аппроксимации между кругами одноосного сжатия и растяжения. Условие предельного состояния имеет вид

$$T = K + \lambda\sigma_r, \qquad (12)$$

где

$$\lambda = \frac{\sin\rho}{1-\sin\rho}, \qquad (13)$$

а ρ – угол внутреннего трения.

Для пород второго типа уравнение состояния является более сложным.

$$\frac{d\mathcal{E}_\theta}{dt} = \frac{1}{2G}\left[\frac{dT}{dt} + \frac{T-(K_1+\lambda_1\sigma_r)}{t_0}\right] \quad при \quad T \geq K_1+\lambda_1\sigma_r; \qquad (14)$$

$$\mathcal{E}_\theta = \frac{T}{2G} \quad при \quad T < K_1+\lambda_1\sigma_r,$$

где K_1 и λ_1 - некоторые реологические параметры. Физический смысл уравнений (I4) заключается в том, что заметная незатухающая ползучесть в породах второго типа начинается только при достаточно больших интенсивностях напряжений T. Условие предельного состояния для пород второго типа имеет вид (I2); разумеется, численные значения параметров K и λ для этих пород будут иными.

В соответствии с приведенной выше классификацией можно получить следующие выражения для $U_{\infty}(q)$. В породах первого типа, если область предельных состояний не возникает, этот член будет иметь вид

$$U_{\infty}(q)=\frac{\alpha R}{2G}(\gamma H-q), \qquad (15)$$

где R - радиус выработки; H - глубина. Если же область предельных состояний возникает, что произойдет на глубине

$$H=\frac{K+(1+\lambda)q}{\gamma}, \qquad (16)$$

то получим

$$U_{\infty}(q)=\frac{\alpha R}{2G}(K+\lambda\gamma H)\left[\frac{K+\lambda\gamma H}{(1+\lambda)(K+\lambda q)}\right]^{\frac{1}{\lambda}}. \qquad (17)$$

В породах второго типа $U_{\infty}(q)$ будет выражаться формулой (I7) при α = I с подстановкой в нее параметров K_1 и λ_1 вместо K и λ . Если $\lambda_1 = 0$, то формула (I7) переходит в более простую

$$U_{\infty}(q)=R\,\frac{K_1}{2G}\exp\left(\frac{\gamma H-q}{K_1}-1\right). \qquad (18)$$

2. Начальное смещение массива, происходящее до ввода крепи в работу и не зависящее от q , определяется из решения осесимметричной задачи для смещений стенок незакрепленного ствола с приближенным учетом влияния забоя. Этот учет необходим, так как невынутая часть массива в пределах будущего контура ствола работает как своего рода крепь и может значительно уменьшить смещения в сечениях, расположенных близко от забоя.

При работе короткими заходками начальное смещение контура определяется по формуле

$$U_0 = U_0^* \frac{\gamma HR}{3G}\left(1+\frac{t_1}{t_0}\right), \qquad (I9)$$

где безразмерная величина U_0^* является функцией расстояния ℓ от забоя ствола до того сечения, где поставленная крепь фактически введена в работу (т.е. до того сечения, в котором уже произошло схватывание тампонажного раствора); t_1 - время, прошедшее от обнажения до ввода крепи в работу. Последний множитель добавляется только для пород второго типа. Значения U_0^* приведены в табл.I, в которой $z_0 = \frac{\ell}{2R}$

Таблица I

z_0	0,25	0,50	0,75	I,00	I,50	2,00	3,00	5,00	8,00
U_0^*	0,222	0,458	0,648	0,796	I,0I	I,I4	I,25	I,35	I,38

Это смещение при работе короткими заходками слабо зависит от времени, так как за сравнительно малые промежутки времени ползучесть не успевает существенно проявиться.

При работе длинными заходками влиянием забоя можно пренебречь, зато основную роль будут играть эффекты ползучести. Для пород первого типа начальное смещение в этом случае будет иметь вид

$$U_0 = \frac{\alpha\gamma HR}{2G}\left[1-\frac{\alpha-1}{\alpha}\exp\left(-\frac{t_1}{t_0}\right)\right] \qquad (20)$$

Для пород второго типа соответствующая формула не имеет смысла, так как в них длинные заходки применяются редко.

3. Перемещение самой крепи $U(q)$ складывается из трех компонентов

$$U(q) = U_1(q) + U_2 + U_3(q), \qquad (2I)$$

где $U_1(q)$ - упругое смещение;
U_2 - смещение при уплотнении зазоров между тюбингами или блоками;
$U_3(q)$ - смещение за счет уплотнения тампонажного раствора.

Эти компоненты в свою очередь вычисляются по следующим формулам:

$$U_1(q) = \frac{qR}{E'd}, \tag{22}$$

где $E' = \frac{E}{1-\nu^2}$ - приведенный модуль упругости материала крепи;

$$U_2 = KN, \tag{23}$$

где N - число тюбингов в кольце, K - размерный коэффициент пропорциональности. Для железобетонных тюбингов K = 0,0015 м, для чугунных и стальных $K \approx 0$;

$$U_3(q) = C_1 q \delta_1, \tag{24}$$

где δ_1 - толщина кольца тампонажного раствора;

C_I - размерный коэффициент пропорциональности, равный 0,001-0,003 $м^2/т$.

Формула (24) справедлива до закрытия пор в тампонажной массе. Предельное смещение контура тампонажного слоя определяется по формуле

$$U_3(q)_{max} = \delta_1 \frac{\beta_0 - \beta_к}{1 - \beta_к}, \tag{25}$$

где β_0 - начальная пористость тампонажного раствора.

$\beta_к$ - конечная пористость тампонажного раствора.

4. Приведенные выше формулы позволяют для данных конкретных условий сразу выписать уравнение (2) в явном виде. После необходимых элементарных преобразований получится уравнение вида

$$F(q) = C, \tag{26}$$

где слева стоит известная функция от q, а справа - известная постоянная. В общем случае $F(q)$ будет нелинейной. Для решения таких уравнений разработано большое количество методов, обзор которых выходит за рамки данного изложения. Проще всего решать уравнение (26) графически.

В качестве примера приведем результат решения следующей задачи: найти давление на крепь из железобетонных тюбингов с безразмерной толщиной стенки d = 0,029 при R =

4 м, H = 250 м, $G = 2\cdot10^4$ т/м^2, $t_0 = 10$ суток, $t_1 = 10$ суток, $\gamma = 2{,}2$ т/м^3, $K_1 = 200$ т/м^2, $\lambda_1 = 0$ (породы второго типа). Решение по формулам (I8), (I9) и (2I) дает $q = 8$ т/м^2.

Расчет крепи из монолитного бетона

Этот расчет, хотя и производится на тех же основах, что и предыдущий, однако основное уравнение (2) приобретает несколько иную форму. Дело заключается в том, что бетон твердеет непосредственно в стволе, поэтому его механические характеристики являются существенно переменными величинами, и член $U(q)$ будет зависеть не только от конечного значения нагрузки, но и от закона изменения ее во времени. Для характеристики бетона вводится, согласно Н.Х.Арутюняну [54], функция ползучести

$$\delta(t,\tau) = \frac{1}{E(\tau)} + C_0\left(1 - e^{-\frac{t-\tau}{t_1}}\right), \tag{27}$$

представляющая собой деформацию в момент времени t от единичной нагрузки, приложенной к бетону в возрасте τ (возраст отсчитывается от момента укладки бетона). Входящий в формулу (27) символ $E(\tau)$ представляет собой модуль упругости бетона в функции возраста. Выражение для него имеет вид

$$E(\tau) = E_0\left(1 - e^{-\frac{\tau}{t_2}}\right). \tag{28}$$

Таким образом, бетон характеризуется четырьмя реологическими параметрами: C_0, E_0, t_1 и t_2.

В результате решения контактной реологической задачи получена следующая формула для установившегося значения давления на крепь в породах первого типа:

$$q = \frac{\left(\alpha - \frac{2}{3}U_0^*\right)\gamma H \int_0^1 (1-x)^{K_1}(a+x)^{K_2}\, x\,dx}{\int_0^1 (1-x)^{K_1}(a+x)^{K_2}\, x\left(\alpha + \frac{a}{x} + aC_0E_0\right)dx}, \tag{29}$$

где
$$K_1 = \frac{m}{a+1}\left[\alpha + a(1 + C_0 E_0)\right] - 1;$$

$$K_2 = \frac{ma}{a+1}\,(\alpha - 1 + aC_0E_0) - 1;$$

$$m = \frac{t_2}{t_1}, \qquad a = \frac{2G}{E_0 d}$$

Входящие в (29) интегралы берутся численно по формуле трапеций или формуле Симпсона.

Для быстротвердеющего бетона ($t_2 \approx 0$) формула (29) приобретает более простой вид

$$q = \frac{(\alpha - \frac{2}{3}U_0^*)\gamma H}{\alpha + a(1 + C_0 E_0)}. \tag{30}$$

Для пород второго типа при $\lambda_1 = 0$ величина давления определяется из следующего трансцендентного уравнения

$$q = \gamma H - K_1\left\{1 + \ln \frac{2G}{K_1}\left[\frac{q}{d}\left(\frac{1}{E_{cp}} + C_0\right) + \frac{\gamma H}{3G}\,U_0^*\right]\right\}, \tag{31}$$

где

$$E_{cp} = \frac{E_0}{t^*}\left(t^* - t_2 + t_2 e^{-\frac{t^*}{t_2}}\right);$$

$$t^* = t_0\left(\frac{\gamma H}{K_1} - 1\right)$$

Расчет показал, что, например, в породах первого типа при $R = 4$ м; $G = 5 \cdot 10^5$ т/м^2; $E_0 = 2 \cdot 10^6$ т/м^2; $\alpha = 1{,}5$; $m = 1/3$; $C_0 = 0{,}9 \cdot 10^{-6}$ м^2/т; $\gamma = 2{,}2$ т/м^3; H = 600 м окружные напряжения в монолитной бетонной крепи при изменении толщины ее стенки от 40 до 7 см остаются примерно постоянными и равны 340 т/м^2.

Расчет крепи в породах второго типа при $G = 2.10^4$ т/м^2; $t_0 = 10$ суток, $K_1 = 200$ т/м^2; $\gamma = 2$ т/м^3; $R = 4$ м; H = 200 м; $E_0 = 2.10^6$ т/м^2, $C_0 = 10^{-6}$ м^2/т; $t_2 = 20$ суток показывает, что при марке бетона 100 требуется крепь толщиной 25 см.

Учет разброса параметров

Специальное исследование, основанное на применении методов математической статистики, позволило выяснить зависимость изменчивости получаемых при расчете величин от изменчивости исходных данных, главным образом механических свойств пород и материалов крепей. Механические свойства характеризуются при этом двумя величинами: средним значением и средним квадратическим отклонением (стандартом). Вместо стандарта вводится также коэффициент вариации, равный отношению стандарта к среднему значению.

Основная цель исследования заключалась в выяснении связи между общепринятым понятием коэффициента запаса и вероятностью разрушения в данных условиях. Обнаружено, что существует некоторый оптимальный коэффициент запаса, превышение которого, даже значительное, не уменьшает сколько-нибудь существенно вероятности разрушения крепи. Разработана подробная методика определения этого коэффициента.

Следует отметить, что вопрос о том, какая вероятность разрушения является допустимой, в работе не рассматривается. Для его решения нужно привлекать технико-экономические и другие соображения, выходящие за рамки методов статистики.

Расчет нагрузок на целики [55,56,57,58]

В настоящее время общепринятым методом расчета нагрузок на целики является метод Л.Д.Шевякова. Этот метод дает прекрасные результаты (как выясняется из сравнения с точными решениями, полученными методами теории упругости) уже при числе целиков в панели, равном 5-6, хотя, строго говоря, он выведен для бесконечного числа целиков. Кроме того, при расчете предполагается, что все целики имеют одинаковую форму и размеры. Целью излагаемого исследования являлось выяснение диапазонов применения этого метода и разработка других методов расчета нагрузок в тех условиях, где метод Л.Д.Шевякова по тем или иным причинам неприменим.

Давления на барьерные и междукамерные целики, образующие периодическую последовательность

При камерных системах разработки, наряду со сравнительно небольшими междукамерными целиками, в ряде случаев оставляют мощные разделительные, или барьерные, целики. Последние служат обычно для локализации возможных аварий: обрушений кровли, прорывов воды и т.п. В последние годы высказывались мнения, что барьерные целики могут существенно разгрузить междукамерные. Для решения этого вопроса было предпринято исследование, результаты которого излагаются ниже.

Во всем дальнейшем изложении под термином "разгрузка" будем понимать следующее.

Рассмотрим некоторый междукамерный целик и вычислим давление на него по методу Л.Д.Шевякова. Это давление, которое обозначим σ_o, будет иметь вид

$$\sigma_o = \gamma H \frac{S}{F},$$

где γ – средний объемный вес налегающих пород,

H – глубина разработки;

S – площадь, заключенная между осями прилегающих к целику камер;

F – площадь поперечного сечения целика.

Если в условиях данной конкретной задачи среднее истинное напряжение в целике равно $\sigma < \sigma_o$, то разгрузкой назовем величину

$$\frac{\sigma_o - \sigma}{\sigma_o} \cdot 100\%. \qquad (32)$$

Таким образом, решение Л.Д.Шевякова служит тем эталоном, с которым сравниваются остальные результаты.

Задача, которую мы хотим рассмотреть, ставится следующим образом. Пологопадающее месторождение обрабатывается длинными камерами, между которыми оставляются ленточные междукамерные целики шириной a. Через каждые n целиков оставляется барьерный целик шириной a_0, причем $a_0 > a$. Требуется найти распределение давления на целики.

В строгой постановке такая задача представляет большие трудности, хотя общие методы ее решения существуют. Поэтому в приведенную постановку внесены некоторые упрощения, позволяющие получить искомый результат с меньшим трудом почти без потери точности. Первое упрощение заключается в том, что неизвестная нагрузка на целик принимается равномерно распределенной. Второе упрощение заключается в том, что смещение линии контакта кровли с целиком в пределах ширины целика также принимается равномерно распределенным.

Основная идея решения задачи аналогична идее, использованной при расчете давления на крепь ствола [55]. Она сводится к простому и очевидному требованию, чтобы сближение кровли и почвы на линиях контакта с целиком было равно независимо вычисленному укорочению целика. Математически это требование записывается в виде следующей системы уравнений:

$$V_i(y_0, y_1, y_2, \ldots, y_n) = \delta_i(y_i); \quad (i = 0, 1, 2, \ldots, n). \qquad (33)$$

В этой формуле $y_0, y_1, y_2, \ldots y_n$ – неизвестные нагрузки на целики (предполагается, что в панели имеется n междукамерных целиков, индекс 0 относится к барьерному); i – номер целика; V_i – сближение кровли и почвы в пределах i-го целика; δ_i – укорочение i-го целика. Нагрузки y_i входят в эти уравнения линейно и, таким образом, система (33) является системой из (n + I) алгебраического уравнения с (n + I) неизвестным. Решение этой системы, после того как она составлена, лишь вопрос техники.

Выражение для $V_i(y_0, y_1, y_2, \ldots, y_n)$ удалось получить через некоторые стандартные функции, обозначаемые $\omega(\cdot t)$. Оно имеет следующий вид:

$$V_1 = \frac{4L(1-\nu^2)}{\pi^2 E}\left\{ y_0\left[\omega\left(\frac{x_i + \frac{a_0}{2}}{L}\right) - \omega\left(\frac{x_i - \frac{a_0}{2}}{L}\right)\right] + \right.$$

$$+\sum_{k=1}^{n} y_k \left[\omega\left(\frac{x_i+x_k+\frac{a}{2}}{L}\right) - \omega\left(\frac{x_i+x_k-\frac{a}{2}}{L}\right) + \omega\left(\frac{x_i-x_k+\frac{a}{2}}{L}\right) - \right.$$

$$\left. - \omega\left(\frac{x_i-x_k-\frac{a}{2}}{L}\right)\right]\Bigg\} + \bar{V}, \qquad (34)$$

где x_i – координата середины i-го целика (начало координат принято в середине барьерного целика);

x_k – то же для К-го целика;

L – ширина панели;

E – модуль упругости;

ν – коэффициент Пуассона вмещающих пород.

Для функции ω составлены таблицы, приведенные в работе [57].

Укорочение целика вычисляется по формуле

$$\delta_i = \frac{h y_i}{E}(1-\nu^2), \qquad (35)$$

где h – высота целика.

В выражение (34) входит лишняя неизвестная постоянная $\bar{V}$ – начальное среднее смещение. Для замыкания полученной системы к ней добавляется еще одно уравнение

$$a_0 y_0 + a\sum_{i=1}^{n} y_i = \gamma HL, \qquad (36)$$

выражающее равенство суммарной нагрузки на целики в пределах панели полному весу столба пород.

Результаты расчетов ряда примеров, выполненных по этой методике, показали следующее. Уже при числе целиков в панели, равном 4-5, разгрузка средних целиков составляет не более 5-10%. Разгрузка целиков, ближайших к барьерному, составляет 10-20%. Барьерный целик пригружается на величину порядка 10%. Таким образом, метод расчета целиков, предложенный акад. Л.Д.Шевяковым, может быть без заметной погрешности применен и в случае оставления наряду с междукамерными широких барьерных целиков, или, иными словами, барьерные целики не разгружают существенно междукамерные.

Давления на барьерные и междукамерные целики при создании искусственной податливости последних [58]

Метод, изложенный в предыдущем пункте, оказался очень полезным для рассмотрения задачи о давлении на междукамерные целики в том случае, если их податливость искусственно увеличена, например, пропиливанием некоторой щели. В этом случае к правой части каждого из уравнений (33) должна быть добавлена величина Δ_i, равная размеру этой щели. Легко видеть, что в этом случае нагрузки на целики уменьшаются. Для решения уравнений разработан ряд упрощающих приемов, составлены необходимые таблицы и графики.

Расчет показывает, что, оставаясь в пределах возможного, таким способом можно снизить нагрузки на междукамерные целики примерно на 30%. Заметим, однако, что техническое осуществление искусственной податливости представляет собой задачу достаточно сложную.

Этот метод позволяет также рассчитать нагрузки на искусственные, например бетонные, целики заданных размеров.

Панели, ограниченные в плане [56]

Под этим названием понимаются панели, стороны которых в плане являются величинами одного порядка, причем в пределах длины каждой стороны размещается 5-6 столбчатых целиков. В этом случае основное уравнение сохраняется, однако для определения смещений кровли приходится решать пространственную задачу. Решение ее получено приближенным путем на основе аналогии с известными решениями для круговых щелей. Расчет показывает, что, например, для случая квадратной в плане панели 110 х 110м при квадратных столбчатых целиках размером 10 х 10 м, расположенных по сетке 6 х 6, разгрузка центрального целика равна 30%, а углового – 55%.

Соляные месторождения

Изложенный метод с некоторыми модификациями оказался пригодным и для расчета давлений на целики в таких породах как каменная соль, карналлит и т.п., обладающих ярко выраженными реологическими свойствами. Сущность модификации заключается в том, что вместо закона Гука в уравнение вводится нелинейный закон, связывающий предельные значения деформаций с напряжениями либо относящий эту связь к произвольно фиксированному моменту времени. Расчеты показывают возможность весьма значительной разгрузки и, следовательно, целесообразность оставления широких барьерных целиков и уменьшения размеров междукамерных.

Эта работа, выполненная аспирантом В.Рахимовым, еще не опубликована.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Изложенные выше результаты исследований показывают, что применение математических методов может давать эффективное решение задач, представляющих интерес для практики горного дела.

Дальнейшее совершенствование этих методов тесно связано, на наш взгляд, с прогрессом в изучении механических свойств горных пород и общим развитием методов механики сплошной среды, явившихся основой для решения приведенных в докладе задач. Мы подчеркиваем здесь необходимость изучения механических свойств, так как конкретный вид формул, решающих ту или иную задачу, тесно с ними связан. В частности, необходимо существенно углубить наши познания в области реологических уравнений состояния горных пород. Эта работа только начата [2]; требуются дальнейшие исследования.

Другим перспективным направлением является теоретическое и экспериментальное изучение прочностных свойств хрупких трещиноватых сред. Общепринятые в настоящее время для описания процессов течения и разрушения теории пластичности и предельного равновесия лучше всего применимы к таким средам, как глина, песок и т.п., т.е. средам, обладающим ярко выраженными пластическими или сыпучими свойствами. Что же касается прочных пород типа песчаников, то для описания их разрушения теория предельного равновесия является лишь приближенной. Поэтому представляет большой интерес изучение распространения не зоны предельного состояния, которая представляет собой лишь интегральную характеристику совокупного действия трещин, но отдельных дискретных трещин, действительно распространяющихся в материале. Эта работа,как уже упоминалось в первом разделе доклада, также проводится сейчас в Советском Союзе [43].

Следует указать и на необходимость статистического подхода к определению свойств пород и статистической оценки получаемых решений. На наш взгляд, неуспех ряда теоретических решений и известное недоверие к ним в большой степени объясняются тем, что каждый численный результат представляет собой не точное значение, а лишь одно из возможных значений с определенной вероятностью. Поэтому его совпадение с натурой во многих случаях не будет иметь места. Заметим, что, в частности, в последнее время начали решать задачи теории упругости, в которых граничные условия (задаваемые нагрузки и т.п.) являются случайными функциями с известным законом распределения. Это направление представляется нам также весьма перспективным.

Необходим дальнейший прогресс в разработке математических методов решения горных задач. Те, которые применяются сейчас, зачастую громоздки и мало эффективны. Возможно, что в будущем удастся шире применить теорию размерностей, которая оказалась весьма плодотворной в гидромеханике и позволяет в ряде случаев получить достаточно простые зависимости. К сожалению, до настоящего времени известны лишь два решения подобного рода: определение обжатия угольного пласта и определение смещений кровли в лаве [37].

Мы не сомневаемся в том, что дальнейшее развитие методов механики сплошной среды позволит решить еще многие практически важные задачи.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. Д. Панов. О некоторых вопросах развития теории горного давления. "Уголь", 1959, № 3.
2. К. В. Руппенейт. Некоторые вопросы механики горных пород. Углетехиздат, 1954.
3. К. В. Руппенейт, Ю. М. Либерман. Введение в механику горных пород. Госгортехиздат, 1960.
4. А. Н. Динник, А. Б. Моргаевский, Г. Н. Савин. Распределение напряжений вокруг подземных горных выработок. Труды совещания по управлению горным давлением. Академиздат, 1938.
5. Г. В. Колосов. Об одном приложении теории функций комплексного переменного к плоской задаче математической теории упругости. Юрьев, 1909.
6. Н. И. Мусхелишвили. Сингулярные интегральные уравнения. Гостехиздат, 1947.
7. Н. И. Мусхелишвили. Некоторые основные задачи математической теории упругости. Академиздат, 1954.
8. Г. С. Грушко. Распределение напряжений в горизонтальных горных выработках, имеющих форму полукруга. Научные труды Харьковского горного института, т. II, 1955.
9. И. С. Хора. Исследование концентрации напряжений в бесконечных пластинках, ослабленных сводчатым или трапециевидным отверстием. ДАН УССР, 1953, № 4.
10. С. Г. Лехницкий. Анизотропные пластинки. Гостехиздат, 1957.
11. А. С. Космодамианский. Определение напряженного состояния анизотропного массива вблизи горизонтальных горных выработок. Сб. "Исследования горного давления". Госгортехиздат, 1960.
12. Г. Н. Савин. Концентрация напряжений около отверстий. Гостехиздат, 1951.
13. И. С. Хора. Исследование концентрации напряжений в тяжелом полупространстве возле сводчатого и трапециевидного отверстий, подкрепленных жестким кольцом. ДАН УССР, 1953, № 4.
14. И. В. Родин. К вопросу о решении задач гравитационного давления горного массива на крепи подземных выработок. ДАН СССР, т.78, 1951, № 3.
15. Ю. М. Либерман. Аналитическое исследование проявлений горного давления с учетом фактора времени. Диссертация, 1958.
16. Д. И. Шерман. К решению плоской статической задачи теории упругости при заданных на границе смещениях. ДАН СССР, т. XXXVII, 1940, № 9.

17. Д. И. Ш е р м а н. К решению плоской статической задачи теории упругости при заданных внешних силах. ДАН СССР, т. XXVI, 1940, № 1.

18. Д. И. Ш е р м а н. О напряжениях в весомой полуплоскости, ослабленной двумя круговыми отверстиями. ПММ, вып. 3, т. XV, 1951.

19. Д. И. Ш е р м а н. О напряжениях в плоской весомой среде с двумя одинаковыми, симметрично расположенными отверстиями. ПММ, вып. 6, т. XV, 1951.

20. Д. И. Ш е р м а н. К вопросу о напряженном состоянии междукамерных целиков. Упругая весомая среда, ослабленная двумя отверстиями эллиптической формы. Изв. АН СССР, ОТН, 1952, № 6-7.

21. Л. Н. К и с л е р. О напряжениях в весомой полуплоскости, ослабленной двумя круговыми несимметрично расположенными отверстиями. Изв. АН СССР, ОТН, Механика и машиностроение, 1960, № 3.

22. Л. Н. К и с л е р. Об определении поля напряжений в весомой полуплоскости с эллиптическим и круговым отверстиями. Изв. АН СССР, ОТН, Механика и машиностроение, 1961, № 2.

23. А. С. К о с м о д а м и а н с к и й. Приближенный метод определения напряженного состояния анизотропного массива с двумя одинаковыми эллиптическими выработками. Сб. "Исследования горного давления". Госгортехиздат, 1960.

24. А. С. К о с м о д а м и а н с к и й. О напряженном состоянии анизотропной пластинки с двумя одинаковыми отверстиями. Изв. АН СССР. ОТН, Механика и машиностроение. 1961, № 1.

25. А. С. К о с м о д а м и а н с к и й. Приближенный метод определения напряженного состояния изотропной пластинки с конечным числом круговых отверстий. Изв. АН СССР, ОТН, Механика и машиностроение, 1960, № 2.

26. Д. И. Ш е р м а н. Упругая весомая полуплоскость, ослабленная отверстием эллиптической формы, достаточно близко расположенным от ее границы. Сб. "Проблемы механики сплошной среды". Академиздат, 1961.

27. Д. С. Л е в и н а, С. Г. М и х л и н. К вопросу о расчете напряжений в междукамерных целиках. Труды Сейсмологического института АН СССР, 1940, № 94.

28. Д. С. Л е в и н а. Дополнительные исследования напряжений в междукамерных целиках. Труды Сейсмологического института АН СССР, 1940, № 106.

29. Л. А. Ш е в я к о в. О расчете прочных размеров и деформаций опорных целиков. Изв. АН СССР, ОТН, 1941, № 7-9.

30. К. В. Р у п п е н е й т. Некоторые вопросы механики горных пород. Углетехиздат, 1954.

31. В. В. С о к о л о в с к и й. Статика сыпучей среды. Академиздат, 1942.

32. М. А. Л и п с о н. Определение полной несущей способности целиков графическим методом. Изв.АН СССР, ОТН, 1956, № 5.

33. М. А. Л и п с о н. О несущей способности ленточных и цилиндрических целиков. "Горный журнал", 1958, № 3.

34. С. С. Г о л у ш к е в и ч. Плоская задача теории предельного равновесия сыпучей среды. Гостехиздат, 1948.

35. А. Д. П а н о в, К. В. Р у п п е н е й т, Ю. М. Л и б е р м а н. Горное давление в очистных и подготовительных выработках. Госгортехиздат, 1960.

36. П. И. П е р л и н. Приближенный метод решения упруго-пластических задач. Инж. сборник, 1959, № 3.

37. К. В. Р у п п е н е й т. Давление и сдвижение пород в лавах пологопадающих пластов. Углетехиздат, 1957.

38. Г. Н. К у з н е ц о в. О механизме взаимодействия боковых пород и крепи в очистных выработках пологопадающих угольных пластов. Сб. "Исследования горного давления применительно к механизированным крепям".Углетехиздат, 1954.

39. И. С. М у х и н, А. И. С р а г о в и ч. Построение предельных контуров равноустойчивых откосов. Академиздат, 1954.

40. С. Г. А в е р ш и н. Горные работы под сооружениями и водоемами. Углетехиздат, 1954.

41. К. В. Р у п п е н е й т. Механические свойства горных пород. Углетехиздат, 1956.

42. Ф. Р. У л и н и ч. Некоторые вопросы хрупкого разрушения горных пород. Сб."Разрушение углей и пород". Углетехиздат, 1958.

43. Г. И. Б а р е н б л а т т. Математическая теория равновесных трещин, образующихся при хрупком разрушении. Журнал прикладной механики и технической физики,1961, № 4.

44. М. М. П р о т о д ь я к о н о в. Давление горных пород и рудничное крепление. Гостехиздат, 1931.

45. П. М. Ц и м б а р е в и ч. Механика горных пород. Углетехиздат, 1948.

46. А. Л а б а с с. Горное давление в области вертикального ствола шахты. ГНБ, перевод 18257.

47. В. Г. Б е р е з а н ц е в. Осесимметричная задача теории предельного равновесия. Гостехиздат, 1952.

48. Г. А. К р у п е н н и к о в. Исследование проявлений горного давления в вертикальных шахтных стволах Донбасса и Западной Украины, ВНИМИ, 1960.

49. А. Н. Д и н н и к. О давлении горных пород и расчет крепи круглой шахты."Инженерный работник", 1925, № 7.

50. Г. Н. С а в и н. Давление горных пород на крепление вертикальных шахт. Записки Ин-та горной механики. АН УССР, 1957, № 5.

51. [illegible] лаенкс. Расчет крепи стволов шахт на больших глубинах в условиях Донбасса. Труды совещания в г.Сталино в октябре 1953 г. Углетехиздат, 1956.

52. [illegible] Руппенейт, [illegible] М. Либерман, В. В. Матвиенко, [illegible] А. Песляк. Расчет крепи шахтных стволов. Изд-во АН СССР, 1962.

53. H. Link. Zur Spannungsermittlung in Schachtauskleidungen. Fortschritt aus Entwicklungsarbeiten der Gutehoffnungshütte Sterkrade Aktiengesellschaft. Reihe Bergbau, 1959, Heft 29.

54. Н. Х. Арутюнян. Некоторые вопросы теории ползучести. Гостехиздат, 1952.

55. К. В. Руппенейт, Н. А. Давыдова. Обоснование инженерного метода определения давлений на междукамерные целики. Сб. "Физико-механические свойства, давление и разрушение горных пород". Изд-во АН СССР, 1962.

56. [illegible] М. Либерман, Ц. Гонес. Метод определения давлений на целики при разработке изолированными панелями. Сб. "Физико-механические свойства, давление и разрушение горных пород". Изд-во АН СССР, 1962.

57. В. Рахимов. Определение давления на междукамерные и барьерные целики, образующие периодическую последовательность. Сб. "Физико-механические свойства, давление и разрушение горных пород". АН СССР, 1961.

58. В. Рахимов, А. И. Козина. Исследование возможности разгрузки целиков при камерной системе разработки. Сб. "Технология и экономика угледобычи", 1962, № 8.

Ротапринтный цех Института горного дела им.А.А.Скочинского
Заказ № 982