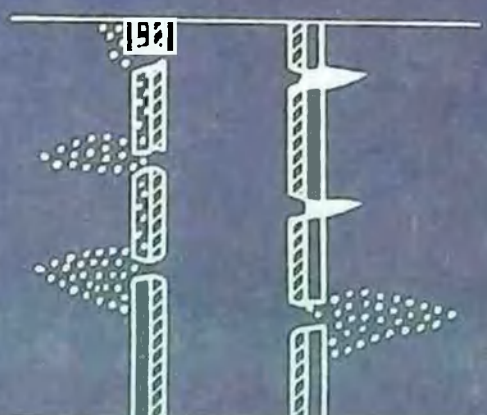
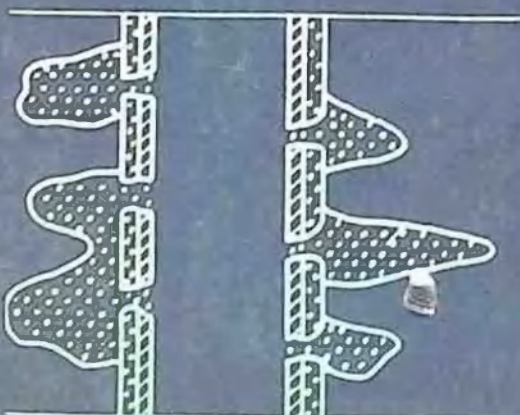
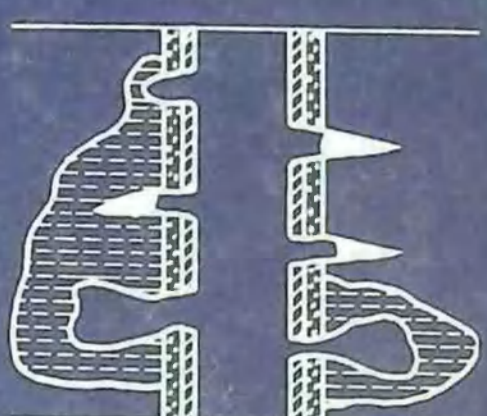
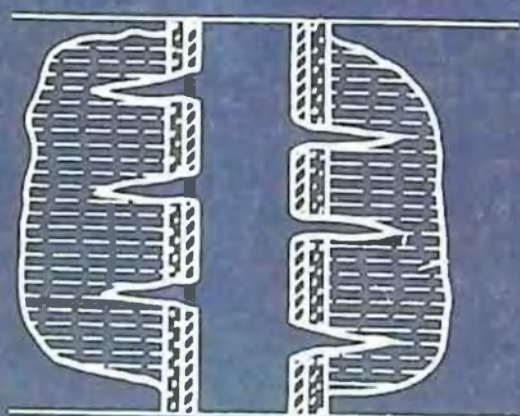
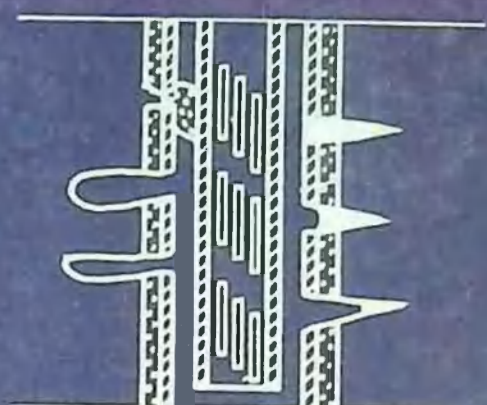
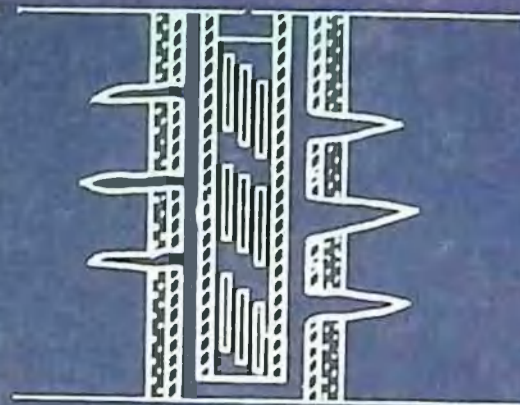


Г.А.ЗОТОВ  
А.В.ДИНКОВ  
В.А.ЧЕРНЫХ

# ЭКСПЛУАТАЦИЯ СКВАЖИН В НЕУСТОЙЧИВЫХ КОЛЛЕКТОРАХ

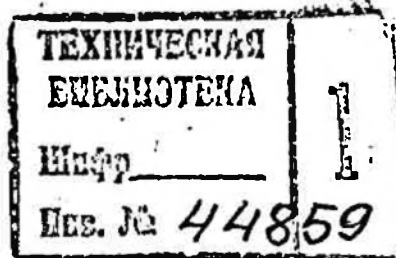


1981

Г.А.ЗОТОВ  
А.В.ДИНКОВ  
В.А.ЧЕРНЫХ

3-88

# ЭКСПЛУАТАЦИЯ СКВАЖИН В НЕУСТОЙЧИВЫХ КОЛЛЕКТОРАХ



МОСКВА "НЕДРА" 1987

Зотов Г. А., Динков А. В., Черных В. А.: Эксплуатация скважин в неустойчивых коллекторах. — М.: Недра, 1987, с. 172, с ил.

Изложены основные положения механики разрушения горных пород и общие сведения о влиянии изменения физико-механических параметров пород на их коллекторские свойства. Рассмотрено также влияние напряженно-деформированного состояния пород-коллекторов на фильтрацию жидкости и газа в призабойной зоне пласта. Разработаны теоретические основы и даны практические рекомендации по обоснованию выбора технологического режима газовой скважины в неустойчивых коллекторах при значительных депрессиях на пласт, обеспечивающего надежность эксплуатации скважин в течение всего периода разработки месторождения.

Для инженерно-технических работников, занимающихся проектированием разработки газовых залежей и добычей газа.

Табл. 1, ил. 55, список лит. — 44 назв.

Рецензент: А. Т. Горбунов, д-р техн. наук (Всесоюзный научно-исследовательский нефтегазовый институт)

## ВВЕДЕНИЕ

Проблема эксплуатации скважин в неустойчивых коллекторах возникла в самый ранний период промышленной добычи нефти и газа, так как уже первые скважины дали значительные количества песка. Неустойчивость коллекторов и разрушение призабойной зоны всегда были в центре внимания исследователей и производителей нефтяной и газовой промышленности. В первую очередь это касается механизма неустойчивости и разрушения коллекторов и методов прогнозирования выноса песка и борьбы с ним в процессе эксплуатации месторождения. Как показали многочисленные эксперименты, в достаточно сцементированных песчаниках механизм разрушения призабойной зоны можно представить как скалывание кусочков песчаника с поверхности пулевого отверстия и их последующий вынос. В результате такого скалывания свободная поверхность пулевых каналов увеличивается, каналы соединяются между собой и образуют каверну в призабойной зоне. Образование и рост каверны приводят к такому перераспределению механических напряжений в пласте, при котором разрушение горных пород постепенно прекращается. В неустойчивых, слабосцементированных породах вынос песчинок обуславливает образование свода обрушения, в процессе расширения которого область приложения вертикального горного давления удаляется от скважины и вынос песка также прекращается. Кроме того, в таких породах возможна суффозия, т. е. вынос мелких и мельчайших частиц породы через поровые пространства более крупных частиц. В процессе суффозии пористость пород призабойной зоны, увеличиваясь, может достигнуть критического значения, при котором произойдет самопроизвольная осадка грунта и, как следствие, обрушение вышележащих пород. В несцементированных песках вынос частиц породы может начаться и продолжаться при скоростях движения газа 1—10 м/с. В этом случае, часто встречающийся вид разрушения — размыв породы, в процессе которого под воздействием фильтрующейся жидкости частицы грунта отрываются от общей массы породы и переходят во взвешенное состояние. Как правило, фильтрационный размыв сопровождается суффозией без существенного выноса частиц за пределы порового пространства, что приводит к резкому уменьшению проницаемости призабойной зоны. При движении газа ввиду его физических свойств размыв выражается менее заметно, в основном при эксплуатации неустойчивых коллекторов с большим содержанием глинистых частиц. Однако и в этом случае вынос песка может происходить постоянно, практически при любом режиме эксплуатации скважины. И единственным средством предотвращения разрушения пласта может быть проведение таких технических мероприятий, как установка фильтров, закачка смол и т. д.



При этом очень важное значение имеет правильный выбор технологического режима работы скважины, обеспечивающего ее безводный дебит.

В устойчивых породах, прочность которых достаточна для предотвращения размыва, разрушение определяется механическими напряжениями в пласте, вызванными весом горных пород и давлением пластового флюида. В этом случае вынос породы можно предотвратить уменьшением дебита скважины.

Механические характеристики и деформации горных пород во многих случаях оказывают значительное, а иногда и определяющее влияние на разработку нефтяных и газовых месторождений. Наиболее заметно это влияние проявляется при высоких депрессиях, пластовых давлениях и температурах. Эти условия, как правило, характерны для глубокозалегающих месторождений с аномально высоким пластовым давлением (АВПД). В таких пластах значительная часть горного давления уравнивается давлением пластового флюида и порода оказывается недоуплотненной, что подтверждается многочисленными промысловыми данными, согласно которым скорость бурения резко возрастает при прохождении пластов с АВПД. Отбор нефти или газа из этих скважин обычно связан с созданием больших, до 10—30 МПа, депрессий, в результате которых давление горных пород передается на скелет пласта и приводит к появлению упругих, упругопластических, вязкоупругопластических деформаций и даже к разрушению структуры порового пространства. Указанные явления обуславливают резкое и часто необратимое ухудшение коллекторских свойств пласта, вызывающее снижение показателей разработки.

Как показывает опыт разработки подобных месторождений, это имеет далеко идущие последствия для всей системы разработки, в том числе таких важных показателей, как коэффициенты нефте- и газоотдачи, число скважин, продолжительность периода постоянной добычи, технологический режим работы скважины и т. д. Однако следует отметить, что после уплотнения в условиях неоднородного напряженного состояния возможно разрыхление пород в результате действия касательных напряжений. Это явление носит название дилатансии и может способствовать улучшению коллекторских свойств пласта и показателей разработки.

Механические свойства, в том числе неустойчивость горных пород, оказывают значительное, а в случае АВПД даже определяющее влияние на процессы разработки месторождения. Игнорирование деформаций пород может привести в процессе проектирования к выбору неэффективных, нерациональных систем разработки месторождения.

Важный аспект проблемы влияния механических свойств — гидродинамические исследования скважин. Как показывает промысловая практика, без учета влияния деформаций пород невозможно правильно обработать индикаторные кривые для скважин, вскрывших пласт с АВПД, а также объяснить наблюдающееся иногда падение дебита с увеличением депрессии. Если не учиты-

вать влияние механических свойств пород на приток нефти или газа к скважине в этих условиях, то возможно неправильное истолкование результатов исследований и недопустимо большие погрешности в оценке коллекторских свойств пласта.

Третья область влияния механических свойств пород — процесс освоения глубоких скважин с АВПД. Как показывает практика освоения глубоких скважин, создание больших депрессий далеко не всегда обеспечивает притоки нефти или газа из пластов, которые по данным геофизических исследований должны быть продуктивными. Часто это связано с загрязнением призабойной зоны при бурении с промывкой утяжеленным раствором. Нередко вызвать промышленные притоки из таких пластов даже после проведения интенсифицирующих обработок не удается. Это можно объяснить проявлением деформационных свойств пласта и в особенности развитием пластических деформаций, вызывающих необратимое снижение пористости и проницаемости и, следовательно, снижение дебита. Необходимо отметить, что в пластах с АВПД породы из-за их недоуплотненности обладают низкими пределами текучести и могут проявлять склонность к пластическому течению даже при относительно небольших дебитах.

Не менее важно влияние неустойчивости пород на процессы бурения и заканчивания глубоких скважин с АВПД. Это связано с тем, что продуктивные пласты с АВПД, как правило, перекрыты пластами каменной соли большой толщины. Как известно, каменная соль лишь в очень узком диапазоне давлений проявляет себя как упругое тело. В реальных условиях на больших глубинах пласты каменной соли имеют склонность к пластическому и вязкопластическому течению, что влечет за собой сужение ствола скважины, прихват, изгиб, смятие и разрушение обсадных труб.

Как показывает практика бурения, проявление неустойчивости горных пород приводит во многих случаях к осложнениям в бурении, авариям и ликвидации скважины. Для предотвращения этих явлений необходимо принимать специальные меры по улучшению технологии бурения и повышению прочности обсадных труб. Проблема повышения надежности скважин в условиях неустойчивости горных пород особенно обострилась в последнее время в связи с освоением нефтяных и газовых месторождений Крайнего Севера, а также глубокозалегающих месторождений Прикаспийской впадины. Решению этой проблемы посвящена четвертая глава настоящей работы. В пятой и шестой главах рассмотрены актуальные вопросы выбора технологического режима работы скважины в слабосцементированных коллекторах, а также современные методы и средства борьбы с выносом песка.

## ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭКСПЛУАТАЦИИ СКВАЖИН ПРИ РАЗРУШЕНИИ ПРИЗАБОЙНОЙ ЗОНЫ ПЛАСТА

Как было отмечено выше, проблема разрушения призабойной зоны скважины, особенно выноса песка, возникла уже в начальный период развития современной нефтегазодобывающей промышленности.

Наиболее важными факторами, способствующими разрушению призабойной зоны и выносу песка на поверхность, являются:

неправильная, с нарушением технологии перфорация колонны, вызывающая большие разрушения призабойной зоны, цементного камня, а иногда и самой колонны;

освоение скважины с созданием на пласт больших депрессий; большие забойные депрессии при эксплуатации скважины;

большие дебиты и соответственно высокие скорости фильтрации пластовых флюидов в призабойной зоне;

наличие жидкости в призабойной зоне и стволе скважины.

В соответствии с этими факторами обычно устанавливается технологический режим работы скважины, предусматривающий предотвращение или ограничение разрушения призабойной зоны и выноса песка из скважины.

### Теоретические основы режимов работы скважины при разрушении призабойной зоны

Термин «технологический режим работы скважины» был введен в 50-х годах и первоначально включал четыре режима: постоянного забойного давления, постоянного дебита, постоянной депрессии, постоянной скорости фильтрации на стенке скважины, а в дальнейшем и режим постоянного градиента давления на забое скважины и др. Следует, однако, отметить, что введение тех или иных режимов обычно не сопровождалось каким-либо теоретическим обоснованием, так как при этом не учитывались напряжения, возникающие в скелете пласта от градиента давления. Экспериментальные исследования, проводимые различными авторами, также были малоэффективными, так как при этом не удавалось полностью смоделировать реальные пластовые условия. Поэтому авторами для расчета устойчивости стенок скважин и разрушения призабойной зоны были использованы решения соответствующих трехмерных задач теории упругости и пластичности в сочетании с различными теориями прочности.

Существует несколько таких теорий:

1. наибольших нормальных напряжений;
2. наибольших деформаций;
3. наибольших касательных напряжений.

В настоящее время наиболее известны теории О. Мора и Гриффитса. Согласно теории Мора, прочность зависит только от максимального и минимального нормальных напряжений. В момент предельного равновесия должно выполняться следующее условие:

$$\tau = c + \mu_{\pi}\sigma, \quad (1.1)$$

где  $c$  — сцепление породы, которое равно касательному напряжению  $\tau$  при нулевом нормальном напряжении  $\sigma$ .

$$\mu_{\pi} = \operatorname{tg} \varphi, \quad (1.2)$$

где  $\mu_{\pi}$  — коэффициент внутреннего трения породы;  $\varphi$  — угол внутреннего трения породы.

Частный случай критерия Мора — критерий Навье—Кулона

$$\sigma_1 = \sigma_{сж} + \mu_{\pi}\sigma_3, \quad (1.3)$$

где  $\sigma_1$ ,  $\sigma_3$  — максимальное и минимальное нормальные напряжения;  $\sigma_{сж}$  — прочность породы при одноосном сжатии.

По теории Гриффитса разрушение происходит из-за напряжений, возникающих в вершине микротрещины:

$$(\sigma_1 - \sigma_3)^2 = 8T_0(\sigma_1 + \sigma_3) \quad \text{при} \quad \sigma_1 + 3\sigma_3 > 0, \quad (1.4)$$

$$\sigma_3 = -T_0 \quad \text{при} \quad \sigma_1 + 3\sigma_3 < 0, \quad (1.5)$$

где  $T_0$  — временное сопротивление породы одноосному растяжению. При одноосном сжатии имеем

$$\sigma_3 = 0 \quad \sigma_1 = 8T_0. \quad (1.6)$$

Вместо формулы (1.6) Муррель предложил использовать выражение

$$\sigma_1 = 12T_0. \quad (1.7)$$

Для учета закрытия трещин при сжатии Мак—Клинтон и Уолш пользуются формулой

$$f = \tau/\sigma = c/\sigma + \mu_{\pi}, \quad (1.8)$$

где  $f$  — коэффициент крепости породы,  $f = \operatorname{tg} \beta$ ,  $\beta$  — угол внутреннего сопротивления породы.

Существует несколько эмпирических формул для определения  $f$ :

$$f = R_{вр}/100; \quad (1.9)$$

$$f = R_{вр}/300 + \sqrt{(R_{вр}/30)}, \quad (1.10)$$

где  $R_{вр}$  — временное сопротивление породы на одноосное сжатие.

Разрушение по энергетической теории определяется предельным значением энергии изменения формы тела;

$$Y = (\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 = 2\sigma_p^2, \quad (1.11)$$

при  $Y < 2\sigma_p^2$  — упругая деформация; при  $Y = 2\sigma_p^2$  — пластическая деформация (здесь  $\sigma_p$  — предел пропорциональности упругости).



Энергетическая гипотеза А. Надаи. В предельном состоянии существует зависимость

$$\tau_{\text{ср}} = f(\sigma_{\text{ср}}), \quad (1.12)$$

где

$$\tau_{\text{ср}} = \frac{1}{3} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} \quad (1.13)$$

— среднее (октаэдрическое) касательное напряжение,

$$\sigma_{\text{ср}} = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \quad (1.14)$$

— среднее нормальное напряжение.

Сложность использования энергетической гипотезы состоит в том, что, помимо общих механических параметров пород, необходимо знать экспериментальные зависимости (1.12).

Во всех приведенных выше соотношениях главные нормальные напряжения определяются после расчета напряженного состояния призабойной зоны пласта.

Таким образом, для решения проблемы обоснования технологического режима эксплуатации скважины необходимо:

разработать приближенную математическую модель, описывающую напряжения и деформации пород призабойной зоны;

обосновать соответствующую гипотезу прочности и получить аналитические формулы для описания устойчивости и прочности призабойной зоны;

исследовать различные конструкции забоев скважин с учетом устойчивости и прочности;

на основании полученных формул разработать методику обоснования технологического режима работы скважины.

### Приближенная математическая модель устойчивости призабойной зоны скважины

При установлении рабочего дебита газовой скважины, вскрывающей неустойчивый коллектор, руководствуются тем или иным параметром, определяющим напряженное состояние и характеризующим разрушение породы призабойной зоны. В настоящее время широкое применение получил режим поддержания максимально допустимого градиента давления на стенке скважины. Но в силу того, что при установлении максимально допустимого градиента в результате испытания скважины учитываются силы, действующие только в момент его определения, этот параметр, т. е. градиент, не может однозначно характеризовать разрушение породы в призабойной зоне во времени. Известно, что с падением пластового давления эффективное вертикальное горное давление  $q^* = \gamma_{\text{ср}} H - p_{\text{пл}}$  увеличивается, поэтому следует достигать предельных значений градиентов или депрессий.

В последнее время с вводом в разработку глубокозалегающих (более 3000 м) пластов и пластов с аномально высоким давлением чаще стали получать кривую с характерным изгибом, который объясняют тем, что на определенном режиме испытания условия нагружения в призабойной зоне выходят за пределы упругости пород [1]. Резкое увеличение объемной деформации в результате перехода условий нагружения из области упругих деформаций в область пластических приводит к уменьшению коэффициента пористости и проницаемости и, как следствие, к увеличению фильтрационного сопротивления. Для нормальной работы газовых и нефтяных скважин необходимо следить, чтобы режимы работы или условия нагружения породы в призабойной зоне не выходили за пределы упругости. В противном случае вследствие необратимых деформаций будет происходить необратимое уменьшение коэффициентов пористости и проницаемости. Поэтому проблема расчета прочности стенок скважины должна решаться на основе пространственной задачи теории упругости. Компоненты напряжения, полученные при решении задачи и учитывающие действие как горного давления, так и фильтрационных сил, являются главным фактором, определяющим устойчивость породы в призабойной зоне скважины к разрушению или началу пластических деформаций. Для нахождения условий нагружения породы на поверхности перфорационной каверны необходимо учитывать, помимо горного давления и фильтрационных напряжений, параметры, характеризующие напряженно-деформированное состояние системы труба — цементное кольцо — порода, а именно:

нормальное напряжение на границе цементного кольца и породы и давление жидкости или газа внутри колонны обсадных труб, их изменение по мере падения пластового давления;

сжимаемость трубы  $\beta_{тр}$ , цементного камня  $\beta_{ц}$  и породы  $\beta_{п}$ ;

толщину стенок обсадной трубы  $\beta_{тр}$  и цементного кольца  $\delta_{ц}$ .

Для установления устойчивости породы поверхности открытого забоя скважины можно пользоваться известными решениями задачи о напряженном состоянии толстостенного цилиндра с учетом действия фильтрационных напряжений. Напряженное состояние можно считать плоскодеформированным, так как высота цилиндра, т. е. вскрытая часть пласта  $h_{в}$ , намного больше радиуса  $r_{скв}$ .

Выбор критерия прочности для породы и сопоставление его с напряженным состоянием на поверхности перфорационной каверны и открытого забоя скважины позволяют определить равновесные условия нагружения, при которых порода находится на границе устойчивости к разрушению или началу пластического течения.

Тензор напряжений на поверхности полусферической перфорационной каверны

$$T = T_{н} + T_{в} + T_{ф}, \quad (1.15)$$

где  $T_{н}$  — тензор напряжений, обусловленных цилиндрической выработкой;  $T_{в}$  — тензор напряжений, обращающихся в нуль па бес-

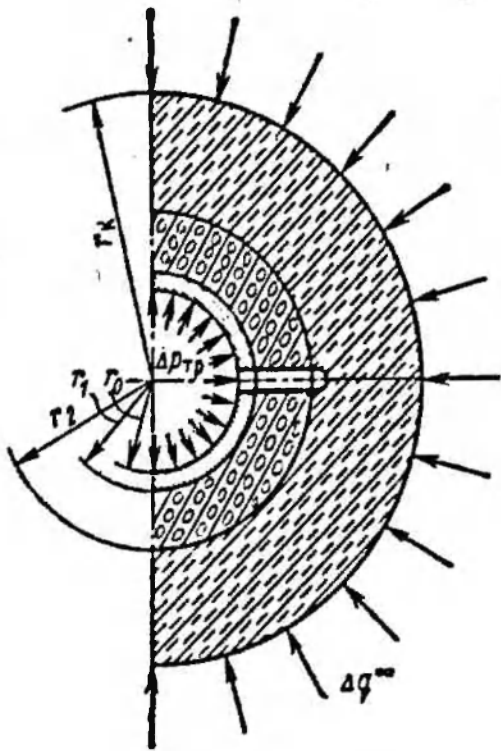


Рис. 1. Схема для расчета напряженного состояния обсадной трубы, цементной оболочки и породы

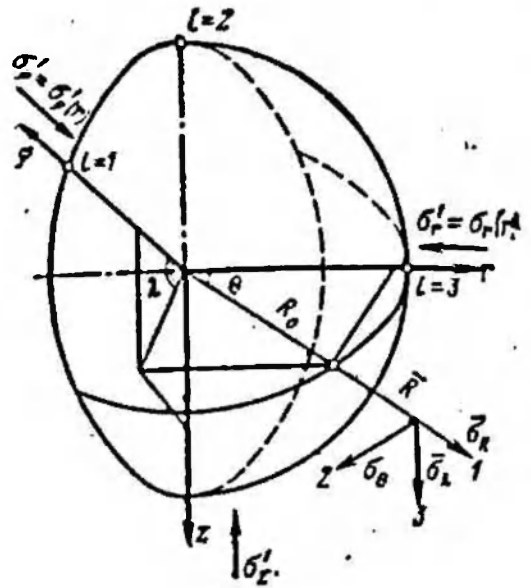


Рис. 2. Схема для определения напряжений на поверхности полусферической перфорационной каверны

конечности, которым определяется возмущение напряженного состояния, вызываемого сферической полостью, т. е. каверной;  $T_\Phi$  — тензор напряжений, обусловленных фильтрацией пластового флюида.

Поверхность каверны свободна от нагружения. Для уменьшения вычислительной работы компоненты напряжений находим только в точках, лежащих на пересечении главных осей с поверхностью каверны. По аналогии с результатами расчетов для нагруженной пластины, ослабленной отверстием, можно сказать, что именно в одной из этих точек (назовем их характерными) будут наихудшие условия для устойчивости.

Компоненты тензора  $T_\Phi$  при  $R=R_0$  находятся из решения задачи о напряженном состоянии системы концентрически расположенных колец из стали, цементного камня и породы (рис. 1) в виде

$$\sigma_1^{(0)} = q_\infty + C \frac{r_2^2}{(r_2 + R_0 \cos \theta)^2}; \quad \sigma_2^{(0)} = -q_* = \text{const}; \quad (1.16)$$

$$\sigma_3^{(0)} = -q_\infty - C \frac{r_2^2}{(r_2 + R_0 \cos \theta)^2}$$

Здесь

$$C = f(\rho_{цн}; \Delta p_{цн}; \beta_{тр}; \beta_{ц}; \beta_{п}; \delta_{тр}; \delta_{ц});$$

$q_* = \gamma_{\text{ср}} H - p_{\text{пл}}$  — вертикальное эффективное горное давление;

$$q_{\infty} = \alpha (\gamma_{\text{ср}} \bar{H} - p_{\text{пл}0}) + \frac{\ddot{\mu}}{i - \mu} (p_{\text{пл}0} - p_{\text{пл}})$$

— горизонтальное эффективное горное давление;  $\Delta p_{\text{пл}} = p_{\text{пл}0} - p_{\text{пл}}$  — изменение пластового давления;  $p_{\text{пл}}$  — начальное эффективное давление цементного камня на породу.

Если не учитывать объемных изменений цемента в процессе твердения, то величина  $p_{\text{пл}}$  определяется только глубиной  $H$  и плотностями глинистого и цементного растворов.

Не будем приводить подробно ход решения задачи о напряженном состоянии породы в зоне перфорационной каверны, а укажем только, что для определения компонент напряжения  $T_{\text{в}}$  использовано решение задачи о распределении напряжений вокруг малой сферической полости при заданном на ее поверхности векторе напряжений  $p_{\text{к}}$ . Так как наибольшая концентрация напряжений будет на поверхности каверны при  $R = R_0$ , определив компоненты тензора  $T = T_{\text{н}}^0 + T_{\text{в}}^0$  (без учета фильтрационных напряжений), получим: в точке  $i = 1$  ( $\theta = \pi/2$ ;  $\lambda = 0$ ) (рис. 2).

$$\sigma_{\theta}^{(1)} = \frac{1}{2(7-5\mu)} [(13-5\mu) D_1 + (15\mu-3) \sigma_2^{(0)} - (3+15\mu) F_1] + \sigma_3^{(0)(1)};$$

$$\sigma_{\lambda}^{(1)} = \frac{1}{2(7-5\mu)} [(15\mu-3) D_1 + (13-5\mu) \sigma_2^{(0)} - (3+15\mu) F_1] + \sigma_2^{(0)};$$

в точке  $i = 2$  ( $\theta = \pi/2$ ;  $\lambda = \pi/2$ )

$$\sigma_{\theta}^{(2)} = \frac{i}{2(7-5\mu)} [(13-5\mu) D_1 - (3+15\mu) \sigma_2^{(0)} + (15\mu-3) F_1] + \sigma_3^{(0)(2)};$$

$$\sigma_{\lambda}^{(2)} = \frac{1}{2(7-5\mu)} [(15\mu-3) D_1 - (3+15\mu) \sigma_2^{(0)} + (13-5\mu) F_1] + \sigma_1^{(0)(2)};$$

в точке  $i = 3$  ( $\theta = 0$ ;  $\lambda = 0$ )

$$\sigma_{\theta}^{(3)} = \frac{i}{2(7-5\mu)} [-(3+15\mu) D_1 + (15\mu-3) \sigma_2^{(0)} + (13-5\mu) F_1] +$$

$$+ \frac{i}{4(13-7\mu)} [(33-7\mu) F_2 - 16(7\mu+2) D_2] - \frac{\mu}{i-\mu} D_0 + \sigma_1^{(0)(3)};$$

$$\sigma_{\lambda}^{(3)} = \frac{1}{2(7-5\mu)} [-(3+15\mu) D_1 + (13-5\mu) \sigma_2^{(0)} + (15\mu-3) F_1] +$$

$$+ \frac{i}{4(13-7\mu)} [5(7\mu-1) F_2 - 16(7\mu+2) D_2] - \frac{\mu}{1-\mu} D_0 + \sigma_2^{(0)};$$

$$\sigma_R^{(i)} = 0, \quad (1.17)$$

где  $D_0, D_1, D_2, F_1, F_2$  — соответственно функции горного давления, падения пластового давления  $\Delta p$ , сжимаемостей  $\beta_{\text{тр}}, \beta_{\text{ц}}, \beta_{\text{п}}$ , давления на контакте цементная оболочка — порода  $p_{\text{цп}}$  и других параметров, характеризующих систему труба — цементная оболочка — порода.



Для определения напряженного состояния породы, вызванного действием только сил фильтрации, принимались во внимание как массовая сила, так и сжимающее действие фильтрационного давления.

Для поверхности перфорационной каверны компоненты тензора напряжений  $\bar{T}_\Phi$  при сжимаемости породы, намного большей сжимаемости скелета пласта, равны

$$\sigma'_{R0} = 0; \quad \sigma'_{\theta 0} = \sigma'_{\lambda 0} = - \frac{i + j}{2(i - \mu)} (\rho_{пл} - \rho_c). \quad (1.18)$$

Для определения главных компонент напряжения, обусловленного действием горного давления и фильтрационных сил в точках  $i = 1, 2, 3$  (см. рис. 2), достаточно сложить соответствующие напряжения из формул (1.17) и (1.18):

$$\sigma_{R0} = 0; \quad \sigma_{\theta 0}^{(i)} = \sigma_{\theta}^{(i)} + \sigma'_{\theta 0}; \quad \sigma_{\lambda 0}^{(i)} = \sigma_{\lambda}^{(i)} + \sigma'_{\lambda 0}. \quad (1.19)$$

При определении напряженного состояния породы на поверхности открытого забоя скважины, так же как и в случае с перфорационной каверной, учитывалось действие эффективного горного давления  $(-\gamma_{ср}H + p_{пл})$ , массовых сил  $(dp/dr)$  и неравномерно распределенного фильтрационного давления.

Компоненты напряжения на поверхности открытого забоя скважины при  $\beta_{пл} \gg \beta_{ск}$

$$\sigma_r = 0; \quad \sigma_\Phi = -2q_w - \frac{1}{1-\mu} (\rho_{пл} - \rho_c); \quad (1.20)$$

$$\sigma_z = -q_w - \frac{1}{1-\mu} (\rho_{пл} - \rho_c).$$

Таким образом, напряженные состояния породы на поверхностях перфорационной каверны и открытого забоя скважины, описываемые формулами (1.19) и (1.20), являются главным фактором, определяющим устойчивость породы к разрушению или пластическим деформациям.

### Выбор критерия прочности породы

Большинство новейших энергетических теорий укладывается в рамки предложенного Р. Мизесом и Ф. Шлейхером условия, согласно которому в предельном состоянии материала октаэдрическое касательное напряжение (1.13) является определенной функцией (1.12) октаэдрического нормального напряжения (1.14). С достаточной степенью точности эту функцию можно представить в виде

$$\tau_{\text{окт}} = ((B + \sigma_{\text{окт}})/A)^{1/2}, \quad (1.21)$$

где  $A$  и  $B$  — коэффициенты, определяющие физико-механические свойства породы. Причем на одну общую предельную кривую в координатах ложатся как точки, соответствующие хрупкому разрушению породы при низких величинах всестороннего сжатия, так

и точки, соответствующие началу пластических деформаций при более высоких значениях всестороннего сжатия. Однако при испытании слабосцементированных малопрочных песчаников различной пористости и проницаемости было обнаружено, что влияние всестороннего сжатия приводит к увеличению скалывающего октаэдрического касательного напряжения по линейному закону

$$\tau_{\text{окт}} = (\sigma_{\text{окт}} + B)/A. \quad (1.22)$$

С увеличением глубины залегания породы растет всестороннее сжатие, поэтому до какой-то глубины  $L_v$  порода при определенных условиях будет разрушаться хрупко, а при  $L > L_v$  вместо разрушения будет происходить переход условий нагружения из области упругих деформаций в область пластических.

### Анализ устойчивости призабойной зоны скважин с различной конструкцией забоя

Для анализа условий нагружения и оценки предельного равновесия на поверхностях перфорационной каверны и открытого забоя скважины удобно рассматривать напряженное состояние породы в координатах  $\tau_{\text{окт}}$ ,  $\sigma_{\text{окт}}$ , т. е. необходимо найти зависимости  $\tau_{\text{окт}} = f(\rho_{\text{цн}}, \rho_{\text{пл}}, \rho_{\text{с}}, \dots)$  и  $\sigma_{\text{окт}} = f(\rho_{\text{цн}}, \rho_{\text{пл}}, \rho_{\text{с}})$ . Это объясняется тем, что для описания предельного состояния породы выбрана зависимость между касательными и нормальными октаэдрическими напряжениями. При условиях, описываемых выражением (1.22), т. е. ниже кривой критерия прочности, порода будет находиться в зоне упругих деформаций, выше — в зоне разрушения или зоне пластических деформаций, т. е. при больших значениях  $\sigma_{\text{окт}}$ .

Рассмотрим напряженное состояние породы на поверхностях перфорационной каверны и открытого забоя скважины при следующих значениях необходимых параметров: внутренний радиус обсадной трубы  $r_0 = 0,1$  м, внешний —  $r_1 = 0,11$  м, внешний радиус цементного кольца  $r_2 = 0,14$  м, радиус полусферической перфорационной каверны  $R_0 = 0,01$  м, глубина забоя  $H = 1220$  м, средняя плотность вышележащих пород  $\gamma_{\text{ср}} = 2,46$  т/м<sup>3</sup>, начальное пластовое давление  $p_{\text{пл}} = 13,0$  МПа, модули Юнга и коэффициенты Пуассона: для стали  $E_1 = 2,1 \cdot 10^5$  МПа,  $\mu_1 = 0,3$ ; для цементного камня  $E_2 = 1,94 \cdot 10^4$  МПа,  $\mu_2 = 0,2$ ; для породы  $E_3 = 0,05 \cdot 10^5$  МПа,  $\mu_3 = 0,3$ . На рис. 3 в координатах  $\tau_{\text{окт}}$ ,  $\sigma_{\text{окт}}$  нанесены кривые, характеризующие условия нагружения породы поверхности перфорационной каверны в форме полусферы в точках  $i = 1, 2, 3$  в зависимости от начального эффективного давления цементного камня на породу и от пластового давления без фильтрации пластового флюида. Для этого по значениям главных компонент напряжений (1.19) были подсчитаны  $\tau_{\text{окт}}$  и  $\sigma_{\text{окт}}$  по формулам (1.13) и (1.14). Кривые 1а, 1б и 1в характеризуют условия нагружения породы в точке  $i = 2$ , а кривые 2а, 2б и 2в — в точках  $i = 1, 3$  для пластовых давлений, равных соответственно 13, 8 и 3 МПа.

Из рис. 3 видно, что в зависимости от начального давления це-

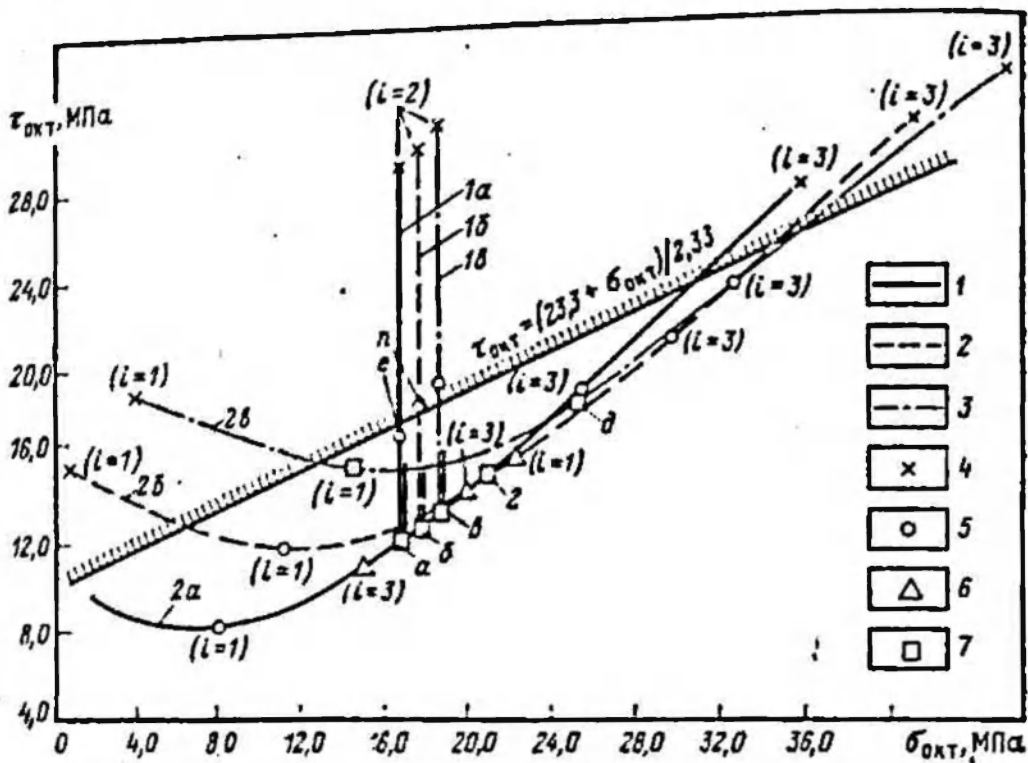


Рис. 3. Кривые, характеризующие условия нагружения на поверхности каверны: 1 —  $p_{пл} = 13$  МПа; 2 —  $p_{пл} = 8$  МПа; 3 —  $p_{пл} = 3$  МПа; 4 —  $p_{пл} = 0$ ; 5 —  $p_{пл} = 10$  МПа; 6 —  $p_{пл} = 20$  МПа; 7 —  $C = 0$

ментного камня на породе диапазон изменения октаэдрических напряжений весьма значителен. Наихудшие для устойчивости условия будут в точке  $i=2$  в большом диапазоне изменения давлений,  $p_{пл} = 0-15,0$  МПа. Изменение  $p_{пл}$  рассматривается от 0 до значения, когда  $C=0$ . На рис. 3 условия нагружения, соответствующие значению  $C=0$  для пластовых давлений 13, 8 и 3 МПа, обозначены точками,  $a, б, в$  для  $i=2$  и точками  $a, г, д$  для  $i=1,3$  и имеют  $p_{пл}$ , равное 18,4, 19,0 и 19,6 МПа. При  $C=0$  поле напряжений вокруг ствола скважины однородное, т. е. скважина не вносит возмущений в геостатическое поле напряжений. В этих случаях условия нагружения породы на поверхности каверны будут наилучшими для устойчивости. Решение задачи о напряженном состоянии породы на поверхности полусферической перфорационной каверны позволяет сравнить условия нагружения и устойчивость породы в призабойной зоне перфорированной скважины и на поверхности открытого забоя скважины.

На рис. 4 в координатах  $\tau_{окт}, \sigma_{окт}$  построены прямые условия нагружения породы в точке  $i=2$  на поверхности полусферы (кривые 2). Точка А характеризует условия нагружения на поверхности открытого забоя. На рис. 4 нанесена также прямая критерия прочности (кривая 1), описываемая выражением  $\tau_{окт} = (110 + \sigma_{окт})/2$ .

На рисунке показано, что на поверхности каверны примерно при  $14 \text{ МПа} < p_{пл} < 22 \text{ МПа}$  (точки  $a$  и  $б$ ) и на поверхности открытого забоя скважины (в точке А) порода находится в устойчивом

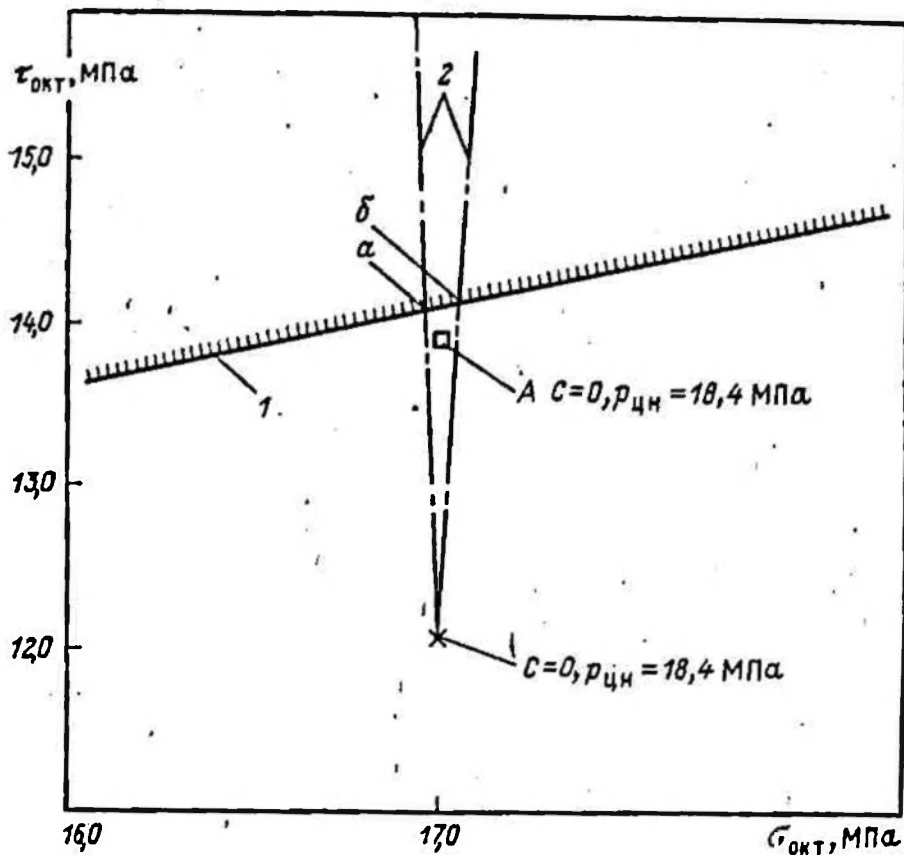


Рис. 4. Результаты расчетов нагружения для полусферической каверны и открытого забоя скважины.

При  $p_k - p_{кн} = 13,0$  МПа,  $\alpha = 1$

состоянии. В процессе цементирования скважин давление столба цементного и глинистого растворов должно быть достаточным, чтобы предотвратить газопроявление, т. е. намного больше пластового давления. Это значит, что эффективное давление цементного камня  $p_{ц} = \gamma_{ср} H + (\gamma_{ц} - \gamma_{р}) (H - h) - p_{пл}$  будет близко к нулю. При  $p_{цн} = 0$  условия нагружения породы на поверхности перфорационной каверны далеко выходят за пределы прочности рассматриваемой породы. Таким образом, перфорация ухудшает сопротивляемость породы к разрушению их пластическими деформациями по сравнению с этим показателем для открытого забоя. Этот же вывод относится и к случаю с цилиндрической перфорационной каверной, так как устойчивость пород при цилиндрической выработке всегда хуже в данном случае устойчивости при вертикальной выработке. Поэтому для предупреждения разрушения пород призабойной зоны забой должен быть либо открытым, если условия нагружения породы на его поверхности не выходят за пределы прочности этой породы в координатах  $\tau_{окт}$ ,  $\sigma_{окт}$  во всем диапазоне изменения пластового давления, либо должен оборудоваться фильтром, если условия нагружения выходят за пределы прочности.



## Методика расчета критической депрессии разрушения призабойной зоны

В случае, когда сжимаемость скелета породы намного меньше сжимаемости пор, главные напряжения на поверхности открытого забоя скважины определяются по формуле (1.20). Подставляя (1.20) в выражения для октаэдрических напряжений (1.13) и (1.14), а  $\tau_{\text{окт}}$ ,  $\sigma_{\text{окт}}$  в уравнение (1.22), находим изменение депрессии, при котором начинается разрушение стенки забоя скважины в зависимости от пластового давления:

$$\Delta p_{c,p} = \frac{1}{2t} \left[ \sqrt{(np_{\text{пл}} + K)^2 - 4t(m\rho_{\text{пл}}^2 + e\rho_{\text{пл}} + 0)} + K + (n + 2t)\rho_{\text{пл}} \right]; \quad (1.23)$$

$$K = 2A^2 \left[ \frac{2-\mu}{1-\mu} D - \frac{1-2\mu}{1-\mu} E \right] - 2 \frac{1+\mu}{1-\mu} (D + E - 3B);$$

$$m = 6 \left( \frac{2\mu-1}{1-\mu} \right) A^2;$$

$$e = 6 \frac{2\mu-1}{1-\mu} A^2 (D - E);$$

$$O = A^2 [D^2 + E^2 + (D - E)^2] - (D - E)^2 + 6B(D + E) - 9B^2;$$

$$t = \frac{1}{(1-\mu)^2} [2A^2(1-\mu+\mu^2) - (1-\mu)^2];$$

$$n = 6 \frac{2\mu-1}{1-\mu} A^2;$$

$$D = -2\alpha (\gamma_{\text{ср}} H - \bar{q}_{\text{пл}0}) - \frac{2\mu}{1-\mu} \rho_{\text{пл}0};$$

$$E = -\gamma_{\text{ср}} H.$$

На рис. 5 представлены зависимости относительной величины депрессии разрушения породы на поверхности открытого забоя скважины  $\Delta \bar{p} = \Delta p_{c,p} / \Delta p_{c0,p}$  от относительной величины пластового давления  $\bar{p} = \rho_{\text{пл}} / \rho_{\text{пл}0}$ . На рисунке видно, что в зависимости от физико-механических свойств породы, т. е. характеристик  $A$  и  $B$ , которые можно выразить через пределы прочности на одноосное сжатие и сдвиг, депрессия, при которой начинается разрушение, может как увеличиваться, так и уменьшаться по мере падения пластового давления при выполнении условий:  $\mu = 0,2$ ;  $\gamma_{\text{ср}} = 2500 \text{ кг/м}^3$ ;  $\Delta \bar{p} = 0,8$ ;  $\alpha = 1$ ;  $\rho_{\text{пл}0} = 0,01 H \text{ МПа}$ , где  $H$  — глубина продуктивного горизонта, м. Например, если на скважине, для которой выполняются перечисленные условия, при  $\bar{p} = 0,9$  получено значение  $\Delta \bar{p} = 0,97$  (точка  $C$ ), то дальнейшее изменение  $\Delta \bar{p}$  от  $\rho$  будет определяться кривой со значением  $1/A = 0,36$ .

Необходимо отметить, что даже для нескрытых пластов физико-механические свойства могут значительно изменяться по высоте и площади. Так как в процессе бурения скважины фильтрат

бурового раствора по-разному насыщает призабойную зону, то, естественно, депрессии разрушения и характер их изменения во времени будут различными для всех скважин, вскрывающих один и тот же пласт. Известно, что от влагонасыщенности пористой среды, в цементирующем материале которой содержится глина, зависят прочностные свойства среды.

Из формулы (1.23) видно, что зависимость  $\Delta p_{ср} = f(p_{пл})$  определяют следующие параметры:

коэффициент бокового распора  $\alpha$ , равный отношению вертикального горного давления к горизонтальному;

горное давление  $\gamma_{ср} \cdot H$  на глубине  $H$ ,

$$\gamma_{ср} H = \sum_{i=1}^n \gamma_i h_i;$$

коэффициент Пуассона  $\mu$  породы-коллектора;

физико-механические свойства породы-коллектора.

На месторождениях, продуктивные горизонты которых сложены песчаниками с глинистым цементом или алевролитами, коэффициент бокового распора можно принять равным единице. Это объясняется тем, что за период формирования залежи вертикальное и горизонтальное горные давления для «мягких» пород успевают выравниваться. Именно при разработке месторождения с «мягкими» коллекторами отмечается уменьшение предельных депрессий во времени. Для определения коэффициента Пуассона пользуются данными испытаний керна породы-коллектора на одноосное сжатие. Зависимость депрессии разрушения от пластового давления определяется по результатам исследований скважин на установившихся режимах. Необходимо отметить, что первичное исследование на установившихся режимах скважины, призабойная зона которой способна к разрушению, обязательно должно быть многоцикловым с переходом в каждом цикле на режим с разрушением и отработкой на нем до полного выноса частиц породы. Это объясняется тем, что влагонасыщенность призабойной зоны фильтратом бурового раствора уменьшается с удалением от скважины, что, в свою очередь, определяет прочность породы, так как чем меньше влагонасыщенность, тем больше прочность. Следовательно, при проведении многоцикловых исследований скважины призабойная зона очищается от малопрочной влагонасыщенной породы и депрессия увеличивается. При определении по результатам испытания скважин депрессии разрушения необходимо убедиться, что по-

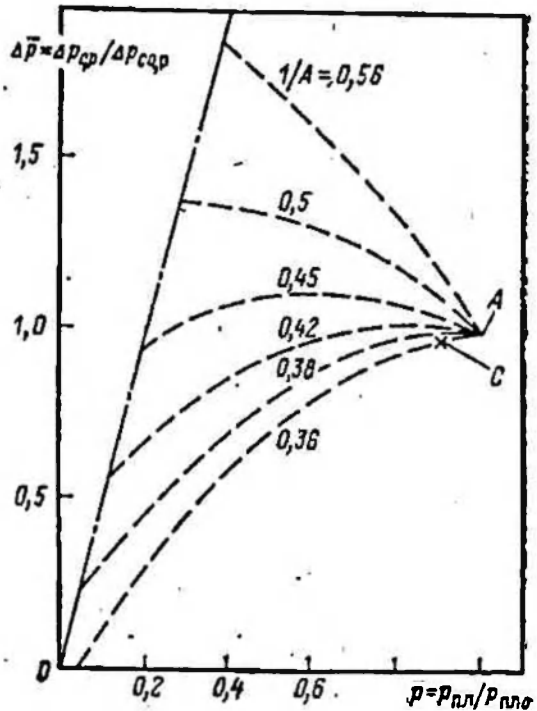


Рис. 5. Зависимость депрессии разрушения коллектора от пластового давления и прочностных характеристик

лученное значение характеризует именно процесс разрушения призабойной зоны. Тот факт, что при каком-то режиме испытания наблюдается вынос частиц породы, еще не означает, что получены условия разрушения. Возможно, при этом режиме получен дебит, необходимый для захвата частиц породы с забоя и выноса их на поверхность или для очистки перфорационных каналов и каверн. Следовательно, если на некотором режиме испытания наблюдается вынос частиц породы, а полученный дебит заметно больше минимального дебита, необходимого для выноса этих частиц с забоя и определяемого формулой

$$Q_{\min} = 1130D^2 \left[ 100 \frac{\rho^2 (2,927zT\gamma_2 - 10^3 p \bar{\gamma}_1)}{z^2 T^2 \bar{\gamma}_1^3} \right]^{1/4}, \quad (1.24)$$

то тогда соответствующая этому режиму депрессия будет называться депрессией разрушения. Здесь  $\bar{D}$  — диаметр НКТ;  $\underline{p}$  — давление у башмака НКТ;  $\gamma_2$  — удельный вес частиц породы;  $\bar{\gamma}_1$  — относительный удельный вес газа.

Чтобы убедиться, является ли полученная депрессия депрессией разрушения, необходимо при испытании скважины на этом режиме определить изменение количества выносимых частиц породы  $G$  во времени. Уменьшение  $G$  во времени будет свидетельствовать об очистке призабойной зоны от предварительно разрушенной породы. Независимость  $G$  от времени или некоторое увеличение свидетельствует о разрушении породы. В последнем случае полученная при испытании депрессия будет депрессией разрушения. Пусть, например, при первичном многоцикловом исследовании скважины на установившихся режимах при начальном пластовом давлении  $p_{\text{пл}/0} = 20,0$  МПа и следующих необходимых для расчетов параметрах:  $\gamma_{\text{ср}} H = 48,0$  МПа,  $\mu = 0,2$ ,  $\alpha = 1$  — было получено значение депрессии разрушения, равное  $p_{\text{ср}} = 4,0$  МПа. По мере падения давления депрессия разрушения уменьшается и к моменту  $p_{\text{пл}} = 18,0$  МПа становится равной  $p_{\text{ср}} = 3,88$  МПа. Подставляя в формулы (1.20) вместо  $(p_{\text{пл}} - p_{\text{ср}})$  депрессии разрушения, получаем главные напряжения  $\sigma_1 = \sigma_3 = 0$ ,  $\sigma_2 = \sigma_1$ ,  $\sigma_3 = \sigma_2$  на стенке скважины для двух пластовых давлений 20,0 МПа и 19,0 МПа. Затем по формулам (1.13) и (1.14) находим две пары значений октаэдрических напряжений  $\tau_{\text{окт}} = \sigma_{\text{окт}}$ . В координатах  $\tau_{\text{окт}}$  и  $\sigma_{\text{окт}}$  это будут две точки, соединяя которые прямой, находим по углу наклона этой прямой к оси  $\sigma_{\text{окт}}$  значение  $1/A$  и по отрезку, отсекаемому на оси  $\tau_{\text{окт}}$ , значение  $B/A$ . Используя найденные таким образом значения  $A$  и  $B$ , по формуле (1.23) рассчитываем депрессию разрушения и зависимости от пластового давления. На рис. 5 точке  $A$  соответствуют значения  $p_{\text{пл}/0} = 20,0$  МПа,  $\Delta p_{\text{ср}} = 4,0$  МПа, точке  $C$  — значения  $p_{\text{пл}} = 18,0$  МПа и  $\Delta p_{\text{ср}} = 3,88$  МПа, а прямая линия определяет изменение депрессии разрушения от пластового давления. Эта зависимость и должна лечь в основу установления режима эксплуатации скважины, обеспечивающего устойчивость призабойной зоны [2].

## ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ОБРАБОТКИ РЕЗУЛЬТАТОВ ИССЛЕДОВАНИИ СКВАЖИН В ДЕФОРМИРУЕМЫХ КОЛЛЕКТОРАХ

Из опыта разработки многих месторождений известно, что индикаторные линии, полученные при исследовании газовых скважин на установившихся режимах, могут значительно отличаться по форме от стандартных кривых, обрабатываемых двухчленной формулой притока газа к скважине. В некоторых случаях загиб индикаторной линии к оси ( $p_{пл}^2 - p_{заб}^2$ ) можно объяснить ростом деформаций призабойной зоны и, как следствие, уменьшением пористости и проницаемости. В работе [1] для объяснения такого поведения индикаторных линий предлагается использовать зависимости пористости и проницаемости от давления в точке пласта. Однако при этом обычно не учитывается тот факт, что сама форма каверны, для которой рассчитывается приток жидкости или газа, сильно влияет на деформации коллектора, а следовательно, и на пористость и проницаемость. Другими словами, математическая модель, описывающая фильтрацию жидкости или газа к открытому забою скважины или к перфорационной каверне, должна учитывать влияние не только фильтрационных напряжений на пористость и проницаемость, но также влияние горного давления и формы полости на деформации и, как следствие, на пористость и проницаемость.

### Зависимость проницаемости от деформаций пористой среды

Чтобы определить влияние деформаций пласта на продуктивность скважин, необходимо решить уравнение неразрывности фильтрационного потока, в котором проницаемость — функция деформаций. Если не вдаваться подробно в анализ работ, в которых решалась указанная задача с теми или иными допущениями, то можно сказать, что в большинстве работ проницаемость пласта принималась некоторой функцией от пористости или давления в данной точке пласта. Однако определять таким образом проницаемость можно только в том случае, если пласт изотропный и элемент пласта находится в условиях равномерного всестороннего нагружения.

В анизотропном пласте и при неравномерном нагружении надо рассматривать проницаемости по главным направлениям, по которым действуют нагрузки, и говорить о проницаемости по направлению фильтрационного потока. Весьма удобно для



изучения изменения проницаемости по направлениям уравнение  
А. Маршала

$$K = \frac{m^2}{8N^2} \sum_{i=1}^N (2i-1) r_i^2, \quad (2.1)$$

где  $K$  — проницаемость модели;  $m$  — пористость модели;  $N$  — число каналов в модели;  $r_i$  — радиус  $i$ -го канала.

Для определения зависимости проницаемости от напряженного состояния призабойной зоны, обусловленного действием горного давления и фильтрационных сил, необходимо изменение пористости и радиусов поровых каналов выразить через деформацию пористой среды. В дифференциальной форме зависимость (2.1) имеет вид

$$\begin{aligned} dK &= \frac{\partial}{\partial m} \left[ \frac{m^2}{8N^2} \sum_{i=1}^N (2i-1) r_i^2 \right] dm + \frac{\partial}{\partial r_i} \left[ \frac{m^2}{8N^2} \sum_{i=1}^N (2i-1) r_i^2 \right] dr_i = \\ &= \frac{2m dm}{8N^2} \sum_{i=1}^N (2i-1) r_i^2 + \frac{2m^2}{8N^2} \sum_{i=1}^N (2i-1) r_i dr_i. \end{aligned} \quad (2.2)$$

или в относительных значениях

$$\frac{dK}{K} = 2 \left[ \frac{dm}{m} + \frac{dr_{cp}}{r_{cp}} \right]. \quad (2.3)$$

где

$$\frac{dr_{cp}}{r_{cp}} = \frac{\sum_{i=1}^N (2i-1) r_i dr_i}{\sum_{i=1}^N (2i-1) r_i^2}$$

— относительное изменение среднего радиуса поровых каналов.

Рассмотрим теперь влияние изменения среднего радиуса пор и пористости на проницаемость, независимость друг от друга. Интегрируя уравнение (2.3), получаем

$$K = K_0 \left( \frac{m}{m_0} \frac{r_{cp}}{r_{cp0}} \right)^2. \quad (2.4)$$

Для того чтобы выразить изменение пористости и радиуса пор через деформации, рассмотрим элементарный кубический объем пористой среды  $V$  с длиной ребра  $a$ . Выделим в этом объеме элемент порового пространства со сторонами по осям  $i=1, 2, 3$ , равными  $a$ . Представим, что под действием внешних нагрузок стороны куба изменяются и станут равными  $a+\Delta a_1, a+\Delta a_2, a+\Delta a_3$ . Если принять, что объем пористой среды изменяется только в результате изменения объема порового пространства, что происходит в случае, когда сжимаемость породы намного больше сжимаемости

твердых частиц скелета породы, то пористость с учетом деформации породы можно записать в виде

$$m = \frac{V_{\text{пор}}}{V} = \frac{a_1 a_2 a_3 + a^2 (\Delta a_1 + \Delta a_2 + \Delta a_3)}{a^3 + a^2 (\Delta a_1 + \Delta a_2 + \Delta a_3)} =$$

$$= \frac{\frac{a_1 a_2 a_3}{a^3} + \frac{\Delta a_1}{a} + \frac{\Delta a_2}{a} + \frac{\Delta a_3}{a}}{1 + \frac{\Delta a_1}{a} + \frac{\Delta a_2}{a} + \frac{\Delta a_3}{a}} = \frac{m_0 + e_1 + e_2 + e_3}{1 + e_1 + e_2 + e_3}, \quad (2.5)$$

где  $m_0 = a_1 a_2 a_3 / a^3$  — начальная пористость;  $e_i = \Delta a_i / a$  — деформации элементарного объема породы по осям  $i=1, 2, 3$ .

Средний радиус поровых каналов с учетом деформации можно приближенно выразить следующим образом:

$$N\pi r_{\text{ср}}^2 = a_2 a_3 + a (\Delta a_2 + \Delta a_3);$$

$$N\pi r_{\text{ср}}^2 = a_1 a_3 + a (\Delta a_1 + \Delta a_3); \quad (2.6)$$

$$N\pi r_{\text{ср}}^2 = a_1 a_2 + a (\Delta a_1 + \Delta a_2),$$

где  $N$  — число поровых каналов.

В зависимости от того, по какому из выражений (2.6) вычисляется средний радиус пор, и будет определяться проницаемость соответственно по осям  $i=1, 2, 3$ . При определении проницаемости по направлению оси  $i=1$  средний радиус поровых каналов

$$r_{\text{ср}, 1} = \frac{1}{\sqrt{N\pi}} \sqrt{a_2 a_3 + a (\Delta a_2 + \Delta a_3)}. \quad (2.7)$$

С учетом того, что  $\Delta a_i = a e_i$ , уравнение (2.7) можно записать в виде

$$r_{\text{ср}, 1} = \frac{a}{\sqrt{N\pi}} \sqrt{S_{2,3} + e_2 + e_3}, \quad (2.8)$$

где  $S_{2,3} = a_2 a_3 / a^2$  — начальная просветность по направлению оси  $i=1$ .

Подставляя выражения (2.5) и (2.8) в уравнение (2.6), с учетом того, что начальное значение среднего радиуса поровых каналов равно

$$r_{\text{ср}0} = \sqrt{\frac{a_2 a_3}{N\pi}} = \frac{a}{\sqrt{N\pi}} \sqrt{S_{2,3}},$$

получаем

$$K_i = K_{0i} \left[ \frac{m_0 + e_1 + e_2 + e_3}{m_0 (1 + e_1 + e_2 + e_3)} \sqrt{1 + \frac{e_2 + e_3}{S_{2,3}}} \right]^2, \quad (2.9)$$

где  $K_{0i}$  — начальная проницаемость по направлению оси  $i=1$ . Если под начальными проницаемостью  $K_{0i}$  и пористостью  $m_0$  пони-

мать проницаемость и пористость при  $r=r_A$ , то в общем виде можно записать

$$K_i = K_{0i} \left[ \frac{m_0 + \Delta\theta}{m_0(1 + \Delta\theta)} \sqrt{1 + \frac{\Delta e_j + \Delta e_k}{S_{jk}}} \right]^2, \quad (2.10)$$

где  $i \neq j \neq k$ ;  $\Delta\theta = \theta - \theta_A$ ;  $\Delta e_j = e_j - e_{jA}$ ;  $\Delta e_k = e_k - e_{kA}$ ;  $\theta = e_1 + e_2 + e_3$ ;  $\theta$  — объемная деформация в точке, где определяются проницаемости  $K_i$ ;  $\theta_A$  — объемная деформация при  $r=r_A$ ;  $S_{jk}$  — начальные просветности по направлениям осей  $i=1, 2, 3$  при  $r=r_A$ .

### Влияние характера вскрытия пласта на проницаемость коллектора в призабойной зоне скважины

Оценим с помощью зависимости (2.10) значения проницаемостей на поверхности открытого забоя скважины и на поверхности полусферической перфорационной каверны. Для этого найдем деформации, которые через напряжения выражаются следующим образом:

$$e_1 = \frac{1}{E} [\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)]; \quad e_2 = \frac{1}{E} [\sigma_2 - \mu(\sigma_3 + \sigma_1)]; \quad (2.11)$$

$$e_3 = \frac{1}{E} [\sigma_3 - \mu(\sigma_1 + \sigma_2)].$$

где  $E$  — модуль Юнга породы;  $\mu$  — коэффициент Пуассона породы;  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  — напряжения по осям  $i=1, 2, 3$ , которые для цилиндрической выработки, т. е. открытого забоя скважины, имеют вид

$$\left. \begin{aligned} \sigma_1 &= \sigma_2 \\ \sigma_3 &= \sigma_\varphi \end{aligned} \right\} = -q_r \left( 1 \pm \frac{r_0^2}{r^2} \right), \quad (2.12)$$

где  $r_0$  — радиус скважины;  $r$  — расстояние от оси скважины, на котором определяются напряжения;

$$q_r = \alpha (\gamma_{ср} H - p_{пл}) + \frac{\ddot{m}}{i - \mu} (p_{пл0} - p_{пл})$$

$q_r$  — горизонтальное горное давление;  $q_v = \gamma_{ср} H - p_{пл}$  — вертикальное эффективное горное давление;  $\gamma_{ср} H$  — полное горное давление вышележащих над продуктивным пластом пород;  $\alpha$  — коэффициент бокового давления;  $p_{пл0}, p_{пл}$  — начальное и текущее пластовые давления.

В наиболее удаленной точке от оси скважины на поверхности перфорационной каверны напряжения имеют при  $\alpha=1$  вид

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= \sigma_R = 0; \\ \sigma_2 = \sigma_\varphi &= [-(3 + 15\mu) F_1 - (13 - 5\mu) q_v + (15\mu - 3) F_2] / 2(7 - 5\mu) + \\ &+ [5(7\mu - 1) D_1 - 16(7\mu + 2) D_2] / 4(13 - 7\mu) - \mu D_3 / (1 - \mu) - q_v; \end{aligned} \quad (2.13)$$

$$\sigma_3 = \sigma_0 = [-(3 + 15\mu) F_1 - (15\mu - 3) q_B + (13 - 5\mu) F_2] / 2(7 - 5\mu) + [(33 - 7\mu) D_1 - 16(7\mu + 2) D_2] / 4(13 - 7\mu) - \mu D_3 / (1 - \mu) + p_{\text{ц}} - 2q_{\text{г}},$$

где  $p_{\text{ц}}$  — эффективное давление на границе цементной оболочки с породой. Для случая, когда радиус перфорационной каверны  $R_0 = 0,01$  м, а радиус скважины  $r_0 = 0,1$  м, имеем

$$F_1 = -q_{\text{г}} - 1,02C; \quad F_2 = -q_{\text{г}} + 1,01C; \quad C = p_{\text{ц}} - q_{\text{г}}; \quad (2.14)$$

$$D_1 = -0,20C; \quad D_2 = 0,07C; \quad D_3 = 0,07C.$$

Для расчета проницаемостей на поверхности перфорационной каверны и открытого забоя скважины используем следующие данные:  $E = 5 \cdot 10^3$  МПа,  $q_B = 50,0$  МПа,  $p_{\text{ц}} = 0$ ,  $\mu = 0,3$ ,  $\alpha = 1$ , а пористость, просветность и проницаемость коллектора при  $r = r_k$  и  $p_{\text{пл}} = p_{\text{пл}0}$ , соответственно  $m_0 = 0,1$ ,  $S_{jk} = S = 0,2$ ,  $K_{01} = K_0$ . Подставляя перечисленные исходные данные последовательно в приведенные выше формулы и учитывая, что в данном случае  $\theta_k = 3$   $e_{jk} = 3$   $K_k = -3(1 - 2\mu) q_B / E$ , получаем значение проницаемости на поверхности полусферической каверны, равное  $0,66 K_0$ . Проведя аналогичный расчет проницаемости на поверхности открытого забоя скважины, получим  $K_1 = 0,94 K_0$ .

В данном примере выбрано наиболее вероятное значение эффективного давления на контакте цементного кольца с породой, равное нулю, так как в настоящее время при цементировании скважин давление составного столба глинистого и цементного растворов подбирают таким образом, чтобы предотвратить газопроявление, т. е. немногим больше пластового давления, а в этом случае, очевидно,  $p_{\text{ц}} = 0$ . Из приведенного примера видно, что проницаемость коллектора у поверхности открытого забоя на 6% меньше  $K_0$ , в то время как проницаемость перфорационной каверны на 34% меньше проницаемости  $K_0$  удаленной от скважины части пласта. Анализируя характер изменения проницаемостей у поверхности перфорационной каверны и у поверхности открытого забоя в зависимости от изменения пластового давления  $p_{\text{пл}}$ , можно показать, что перфорация пласта, помимо того, что увеличивает фильтрационные сопротивления в результате уменьшения площади притока, ухудшает также проницаемость вблизи призабойной зоны за счет разницы в напряженно-деформированных состояниях открытого забоя и перфорационной каверны.

### Приток газа к перфорационной каверне с учетом упруго-пластических деформаций пласта

Пусть каверна находится в однородном поле сжимающего эффективного напряжения  $\sigma_k = -q + p_k$ , а вокруг сферической каверны радиусом  $r_0$  имеется две сферические области: область пластических деформаций  $r_0 \leq r \leq r_p$  и область упругих деформаций

$r_p \leq r \leq r_k$ . Дебит через такую полусферу

$$Q = \frac{\pi}{\mu p_{\text{ат}}} (p_k^2 - p_0^2) \left/ \left[ \int_{r_0}^{r_k} \frac{dr}{r^2 K_1} + \int_{r_p}^{r_k} \frac{dr}{r^2 K_2} \right] \right. \quad (2.15)$$

В приведенных формулах  $q$  — горное давление, определяемое средним удельным весом вышележащих пород  $\gamma_{\text{ср}}$  и глубиной залегания пласта  $H$  ( $q = \gamma_{\text{ср}} H$ );  $p_k$  — пластовое давление при  $r = r_k$ ;  $p_0$  — забойное давление при  $r = r_0$ ;  $K_1, K_2$  — функции проницаемостей от радиуса  $r$  в пластической и упругой областях. Проницаемость в пластической и упругой областях будем определять как функцию относительных деформаций, которая имеет вид

$$K_l = K_0 \left[ \frac{m_0 + \Delta\theta_l}{m_0 (1 + \Delta\theta_l)} \sqrt{1 + \frac{\Delta e_{\theta l} + \Delta e_{\varphi l}}{S_0}} \right]^2, \quad (2.16)$$

где  $l = 1, 2, 3$ ;  $K_0, m_0$  и  $S_0$  — соответственно проницаемость, пористость и просветность коллектора при начальном пластовом давлении и  $r = r_k$ ;  $\Delta\theta_l = \theta_l - \theta_k$ ;  $\Delta e_{\theta l} = e_{\theta l} - e_{\theta k}$ ;  $\Delta e_{\varphi l} = e_{\varphi l} - e_{\varphi k}$ ;  $\theta = e_r + e_{\theta} + e_{\varphi}$  — объемная деформация в точке, где определяется проницаемость;  $\theta_k$  — объемная деформация при  $r = r_k$ ;  $e_{\theta l}, e_{\varphi l}$  и  $e_{\theta k}, e_{\varphi k}$  — деформации в точках  $r = r_l$  и  $r = r_k$ .

Деформации  $e_r, e_{\theta}, e_{\varphi}$  находятся из известного решения об упругопластическом равновесии сферического сосуда. Введем для этого сферическую систему координат  $r, \theta, \varphi$ , начало которой совпадает с центром сферического сосуда, т. е. каверны, и заметим, что компоненты напряжений и деформаций частью не зависят от угловой координаты, а именно  $\sigma_{\theta}, e_{\theta}, \sigma_{\varphi}, e_{\varphi}$ , а остальные компоненты равны нулю:  $\tau_{\theta\varphi} = \tau_{r\varphi} = \tau_{r\theta} = 0, \gamma_{\theta\varphi} = \gamma_{\varphi r} = \gamma_{r\theta} = 0$ . В этом случае дифференциальное уравнение равновесия имеет вид

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + 2 \frac{\sigma_r - \sigma_{\theta}}{r} - \frac{dp}{dr} = 0, \quad (2.17)$$

где  $(dp/dr)$  — массовая сила от действия градиента давления при движении жидкости или газа.

Условие текучести Губера—Мизеса, утверждающее, что при пластическом состоянии материала октаэдрическое касательное напряжение

$$\tau_{\text{окт}} = \frac{1}{3} \sqrt{(\sigma_r - \sigma_{\theta})^2 + (\sigma_r - \sigma_{\varphi})^2 + (\sigma_{\theta} + \sigma_{\varphi})^2}$$

постоянно, т. е.  $\tau_{\text{окт}} = k^*$ , в данном случае принимает простой вид

$$\sigma_r - \sigma_{\theta} = \kappa \frac{3}{\sqrt{r}} k^* = \kappa k, \quad \kappa = \pm 1. \quad (2.18)$$

Зависимости между компонентами деформации и компонентой радиального смещения

$$e_r = \partial u / \partial r, \quad e_{\theta} = e_{\varphi} = u/r \quad (2.19)$$



приводят к дифференциальному уравнению совместности деформаций

$$de_r/dr + \frac{e_\theta - e_r}{r} = 0. \quad (2.20)$$

Основные соотношения между компонентами напряжений и деформаций при пластическом состоянии и с учетом сжимаемости материала имеют вид

$$(e_r - e)(e_\theta - e) = (\sigma_r - \sigma)(\sigma_\theta - \sigma), \quad (2.21)$$

где  $\sigma = (\sigma_r + \sigma_\theta + \sigma_\varphi)/3$ ;  $e = (e_r + e_\theta + e_\varphi)/3$  — соответственно среднее напряжение и средняя деформация. Граничные условия на внутренней и внешней сферах можно представить как  $\sigma_r = 0$  при  $r = r_0$ ,  $\sigma_r = -q + p_k$  при  $r = r_k$ .

Будем предполагать, что при переходе через общую границу упругой и пластической зон все компоненты напряжения и смещения изменяются непрерывно, так что на основании условия текучести на сфере  $r = r_p$  справедливо равенство  $\sigma_r - \sigma_\theta = \kappa k$ .

Рассмотрим сначала распределение напряжений в упругой зоне, заполняющей шаровое кольцо  $r_p < r < r_k$ . Оно определяется формулами

$$\sigma_r = \left( \lambda + \frac{2}{3} G \right) C_1 + p(r) - 2B(r) - 4G \frac{C_2}{r^3}; \quad (2.22)$$

$$\sigma_\theta = \left( \lambda + \frac{2}{3} G \right) C_1 + \lambda \xi p(r) + B(r) + 2G \frac{C_2}{r^3}.$$

где  $G = \frac{E}{2(1+\mu)}$ ;  $\lambda = \frac{\mu E}{(1+\mu)(1-2\mu)}$ ;  $\xi = \frac{1}{\lambda + 2G}$  константы Ламе,  $E$  — модуль Юнга породы;  $\mu$  — коэффициент Пуассона породы;  $p(r)$  — давление жидкости или газа в точке  $r$ ;

$$B(r) = \frac{2G\xi}{r^3} \int_{r_0}^r p(r) r^2 dr. \quad (2.23)$$

Определив  $C_1$  из условия на внешней границе  $r = r_k$ ,  $\sigma_r = \sigma_k$ ,  $p(r) = p_k$ ,  $B(r_k) = 2G\xi p_k/3$ , получим

$$C_1 = \left[ \sigma_k - \left( 1 - \frac{4}{3} \xi \right) p_k + 4G \frac{C_2}{r_k^3} \right] / \left( \lambda + \frac{2}{3} G \right), \quad C_2 = C.$$

Таким образом, компоненты напряжения

$$\sigma_{r1} = \sigma_k - \left( 1 - \frac{4}{3} G\xi \right) p_k + p(r) - 2B(r) - 4GC \left( \frac{1}{r^3} - \frac{1}{r_k^3} \right); \quad (2.24)$$

$$\sigma_{\theta 1} = \sigma_k - \left( 1 - \frac{4}{3} G\xi \right) p_k + \lambda \xi p(r) + B(r) + 2GC \left( \frac{2}{r_k^2} + \frac{1}{r^3} \right).$$

Условие на границе между упругой и пластической зонами позволяет выразить произвольную постоянную  $C$  через  $r_p$  и найти компоненты напряжений в упругой зоне

$$\sigma_{r1} = \sigma_k - \left(1 - \frac{4}{3} G_5^{\xi}\right) p_k + p(r) - 2B(r) - \frac{2}{3} r_p^3 [(1 - \lambda \xi) p(r_p) - 3B(r_p) - \chi k] \left(\frac{1}{r^2} - \frac{1}{r_k^2}\right); \quad (2.25)$$

$$\sigma_{\theta 1} = \sigma_k - \left(1 - \frac{4}{3} G_5^{\xi}\right) p_k + \lambda \xi p(r) + B(r) + \frac{1}{3} r_p^3 [(1 - \lambda \xi) p(r_p) - 3B(r_p) - \chi k] \left(\frac{2}{r_k^2} + \frac{1}{r^2}\right).$$

Неизвестный знак  $\chi$ , входящий в решение задачи, определяется из условия на внутренней граничной сфере при образовании пластической зоны, т. е. при  $r = r_0 = r_p$ , а именно

$$\chi = \text{sign} \left\{ (1 - \lambda \xi) p(r_0) - \frac{3}{2} \left[ \sigma_k - \left(1 - \frac{4}{3} G_5^{\xi}\right) p(r_k) - p(r_0) \right] \right\} \quad (2.26)$$

Рассмотрим теперь распределение напряжений в пластической зоне, занимающей шаровое кольцо  $r_0 < r \leq r_p$ . Оно определяется дифференциальным уравнением равновесия и условием текучести, а также дифференциальным уравнением совместности деформаций. Решая систему уравнений равновесия сил и условия текучести, получаем

$$\sigma_{r2} = p(r) - p(r_0) - 2\chi k \ln \frac{r}{r_0}; \quad (2.27)$$

$$\sigma_{\theta 2} = p(r) - p(r_0) - \chi k \left(1 + 2 \ln \frac{r}{r_0}\right).$$

Условие, при котором появляется пластическая зона, имеет вид

$$3\sigma_k - \frac{1+\mu}{1-\mu} [p(r_k) - p(r_0)] = -2\chi k. \quad (2.28)$$

Это условие связывает одной зависимостью эффективное горное давление  $\sigma_k$ , депрессию  $\Delta p = p(r_k) - p(r_0)$  и характеристику породы  $k$ , которая численно равна пределу упругости породы при одноосном сжатии  $k = [\sigma_{сж}]$ .

Рассмотрим распределение радиальных смещений  $u$  и относительных деформаций  $e_{\theta}$  и  $e_r$  в упругой и пластической зонах. В упругой зоне в случае центральной симметрии деформации

$$e_{\theta 1} = \frac{1}{E} [(1 - \mu) \sigma_{\theta 1} - \mu \sigma_{r1}]; \quad e_{r1} = \frac{1}{E} [\sigma_{r1} - 2\mu \sigma_{\theta 1}]. \quad (2.29)$$

Подставляя в уравнение совместности деформаций значение относительной деформации  $e_{r2}$  и учитывая, что средняя деформация как в упругой, так и в пластической зоне

$$e = (1 - 2\mu) \sigma / E, \quad (2.30)$$

получаем дифференциальное уравнение, связывающее тангенциальную составляющую относительной деформации в пластической зоне с давлением  $p = p(e_{01}, r)$  и характеристикой породы  $k$ :

$$\frac{de_{02}}{dr} + \frac{1}{r} \left\{ 3e_{02} - \alpha \left[ 3p(r) - p(r_0) - 2\chi k \left( 3 \ln \frac{r}{r_0} + 1 \right) \right] \right\} = 0. \quad (2.31)$$

При решении уравнения (2.31) получаем

$$e_{02} = \frac{3(1-2\mu)}{E} \left[ \frac{3}{r^2} \int p(r) r^2 dr - p(r_0) - 2\chi k \ln \frac{r}{r_0} - \frac{C_1}{r^3} \right]. \quad (2.32)$$

Постоянная  $C_1$  в уравнении (2.32) находится из условия на границе  $r = r_p$ ,  $e_{01} = e_{02}$ .

Определяя  $C_1$  и подставляя в выражение (2.32), получаем

$$e_{02} = 3 \frac{1-2\mu}{E} \left[ \frac{1}{r^3} \int_{r_0}^r p(r) r^2 dr - \frac{1}{3} \left( 1 - \frac{r_0^3}{r^3} \right) p(r_0) - \frac{2}{3} k \ln \frac{r}{r_0} \right] + \frac{r_p^3}{r^3} \left\{ \frac{1-\mu}{E} \sigma_{\theta}(r_p) - \frac{\mu}{E} \sigma_r(r_p) + 3 \frac{1-2\mu}{E} \left[ \frac{1}{3} \left( 1 - \frac{r_0^3}{r_p^3} \right) p(r_0) - \frac{1}{r_p^3} \int_{r_0}^{r_p} p(r) r^2 dr + \frac{2}{3} k \ln \frac{r_p}{r_0} \right] \right\}, \quad (2.33)$$

где  $\sigma_{\theta}(r_p)$  и  $\sigma_r(r_p)$  определяют по формуле (2.25) при  $r = r_p$ . Относительные и объемная деформации при  $r = r_p$  согласно формуле (2.30) имеют вид

$$e_{0k} = e_{\varphi k} = \frac{1-2\mu}{E} \sigma_k = \frac{1-2\mu}{E} (-q + p_k); \quad (2.34)$$

$$\theta_k = 3 \frac{1-2\mu}{E} (-q + p_k).$$

Для решения уравнений, определяющих зависимость дебита перфорационной каверны от забойного давления, необходимо найти отношение  $r_p/r_0$ , которое определяется из условия на границе между упругой и пластической областями  $r = r_p$ ,  $\sigma_{r1} = \sigma_{r2}$  и имеет вид

$$\ln \frac{r_p}{r_0} = -\frac{1}{2\chi k} \left[ \sigma_k - \left( 1 - \frac{4}{3} G_5^E \right) (p(r_k) - p(r_p)) + p(r_0) \right] - \frac{1}{3}, \quad (2.35)$$

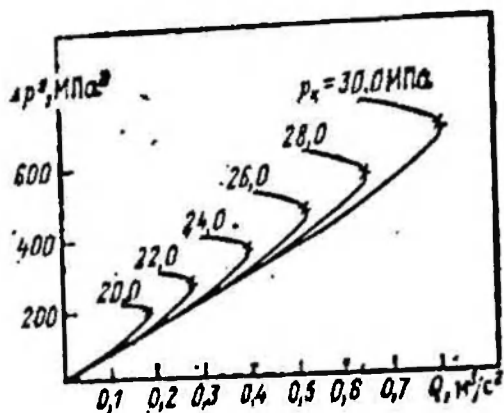


Рис. 6. Индикаторные кривые при упругопластических деформациях пласта

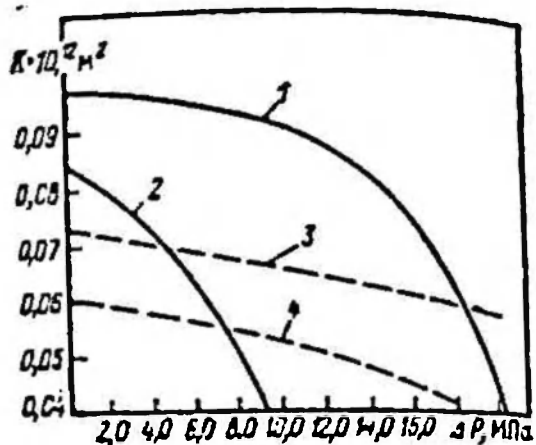


Рис. 7. Зависимость проницаемости у поверхности каверны от депрессии  $\Delta p = p_k - p_0$ :  
 1 —  $p_k = 30$  МПа.  $q = 35$  МПа; 2 —  $p_k = 20$  МПа.  $q = 35$  МПа; 3 —  $p_k = 30$  МПа;  $q = 72$  МПа; 4 —  $p_k = 20$  МПа.  $q = 72$  МПа

а также значение  $r_0$ , которое можно выразить через смещение поверхности сферы  $u(r_0)$  и деформацию  $\epsilon_{0l}(r_0)$  при  $r = r_0$  в виде

$$r_0 = r_{оп} + u(r_0) = r_{оп} + r_{оп} \epsilon_{0l}(r_0) = r_{оп} [1 + \epsilon_{0l}(r_0)]. \quad (2.36)$$

Для иллюстрации влияния упругопластических деформаций на дебит каверны рассмотрим два примера со следующими значениями величин, необходимых для расчета:

1.  $p_k = 30,0$  МПа,  $q = \gamma H = 35,0$  МПа,  $\mu_r = 0,022 \cdot 10^{-3}$  Па·с,  $r_0 = 0,01$  м,  $r_k = 100$  м,  $\mu = 0,3$ ,  $E = 10^3$  МПа,  $m_0 = 0,2$ ,  $k = 8,4$  МПа,  $K_0 = 0,1 \cdot 10^{-12}$  м<sup>2</sup>,  $S = 0,2$ ;
2.  $q = 72,0$  МПа,  $k = 63,9$  МПа.

Численное решение задачи находилось с использованием метода последовательных приближений. В первом приближении распределение давления вокруг сферической полости

$$p = \sqrt{p^2(r_k) - [p^2(r_k) - p^2(r_0)] \frac{r_0}{r}},$$

а в последующих приближениях

$$p^2 = p^2(r_0) + [p^2(r_k) - p^2(r_0)] \left[ \int_{r_0}^{r_p} \frac{dr}{r^2 K_1} + \int_{r_p}^{r_k} \frac{dr}{r^2 K_2} \right] \left/ \left[ \int_{r_0}^{r_p} \frac{dr}{r^2 K_1} + \int_{r_p}^{r_k} \frac{dr}{r^2 K_2} \right] \right.$$

В первом примере основные величины, необходимые для расчета, подобраны таким образом, чтобы смоделировать напряженно-деформированное состояние вокруг сферической каверны в пласте с аномально высоким пластовым давлением (АВПД). Во втором

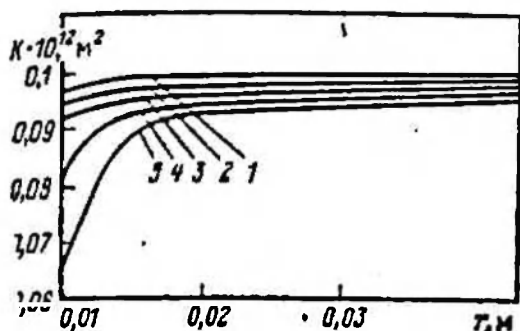


Рис. 8. Характер изменения проницаемости вокруг каверны:

1 —  $p_0 = 30$  МПа; 2 —  $p_0 = 26$  МПа; 3 —  $p_0 = 22$  МПа; 4 —  $p_0 = 16$  МПа; 5 —  $p_0 = 12$  МПа

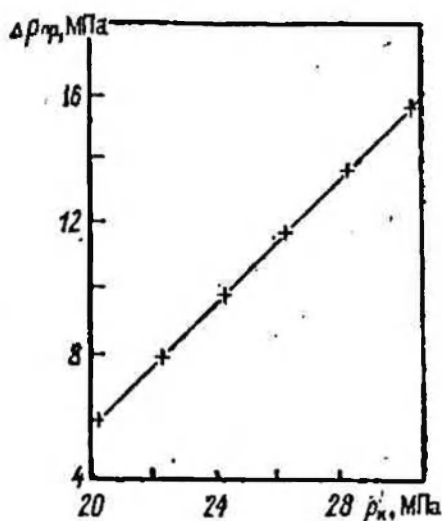


Рис. 9. Зависимость предельно допустимой депрессии  $\Delta p_{пр}$  от пластического давления  $p_k$

примере смоделировано напряженно-деформированное состояние каверны с пластовым давлением, равным гидростатическому. В обоих случаях пластическая область вокруг каверны появляется при пластовом давлении  $p_k = 30,0$  МПа и забойном давлении  $p_0 = 29,0$  МПа. Такой подбор данных позволил показать, что при прочих равных условиях для пластов с АВПД можно получить при исследовании скважин методом установившихся отборов индикаторные линии с характерным изгибом (рис. 6), а для пластов с гидростатическим давлением такого изгиба не будет. Это объясняется тем, что для пластов с АВПД деформация коллектора вблизи каверны в большей степени определяется фильтрационными напряжениями, а не эффективным горным давлением. Поэтому проницаемость коллектора при  $r = r_0$  для пластов с АВПД изменяется существенно с изменением депрессии, а для пластов с гидростатическим давлением изменение проницаемости незначительное (рис. 7). На рис. 8 показано изменение проницаемости вблизи каверны в зависимости от депрессии при пластовом давлении, равном  $p_k = 30,0$  МПа. Из рисунка видно, что «воронка» проницаемости увеличивается с ростом депрессии и даже при нулевой депрессии проницаемость вокруг каверны есть функция радиуса.

Изображенные на рис. 6 индикаторные линии получены при решении задачи на примере пласта с АВПД. Видно, что с уменьшением пластового давления депрессия, при которой наблюдается перегиб индикаторной линии, уменьшается. Исходя из характера деформирования в пластической области, можно сказать, что работа на режимах за точкой перегиба крайне нежелательна из-за необратимых изменений пористости и проницаемости. На рис. 9 показана зависимость между депрессией, при которой происходит перегиб индикаторной кривой, и пластовым давлением. Эта зави-



симось должна определять режим работы скважины в условиях упругопластических деформаций пласта.

Таким образом, определив физико-механические свойства пород по результатам исследования кернов в условиях всестороннего сжатия и данным первичных исследований скважины, можно использовать предлагаемую модель для описания фильтрации жидкости или газа к перфорационной каверне и прогноза изменения основных параметров, определяющих режим работы скважины при упругопластических деформациях пласта.

Необходимо также отметить, что разработанная выше математическая модель упругопластического режима фильтрации хорошо описывает так называемые серповидные индикаторные линии, ранее рассмотренные и опубликованные многими исследователями [1, 3].

## ЭКСПЛУАТАЦИЯ СКВАЖИН В УСЛОВИЯХ НЕУСТОЙЧИВОСТИ ГОРНЫХ ПОРОД

Эксплуатация скважин глубокозалегающих месторождений зачастую осложняется наличием аномально высоких пластовых давлений и мощных пластов каменной соли, характеризующихся значительной степенью неустойчивости. В связи с разработкой месторождений Прикаспийской впадины проблема эксплуатации скважин в этих условиях приобрела первостепенное значение [4].

### Особенности бурения скважин в условиях неустойчивости горных пород

Бурение скважин в неустойчивых горных породах, например в каменной соли, представляет собой сложную проблему, при решении которой необходимо учитывать физико-механические свойства пластовых флюидов, опасность смятия обсадных труб в результате течения пластов каменной соли и обвалов неустойчивых пород, а также возможность рапопроявления, значительных межколонных перетоков, фонтанирования и т. д. Особую опасность представляют значительные концентрации сероводорода, углекислого газа, меркаптанов и других коррозионно-активных компонентов [5].

Специфическими условиями бурения скважин в неустойчивых породах пластов каменной соли большой толщины являются:

наличие мощных соляных покрышек с прослоями терригенных пород, склонных к обвалам и поглощениям;

образование каверн в результате размыва солей промывочной жидкостью;

смятие обсадных колонн при пластическом течении солей;

трудность крепления скважин в пластах каменной соли;

применение промывочных жидкостей очень высокой плотности;

наличие значительных перепадов давления в процессе спуско-подъемных операций и вызываемые ими поглощения и обвалы горных пород;

наличие линз высокоминерализованного рассола, т. е. рапы.

Одно из наиболее тяжелых осложнений — повреждение обсадных колонн в интервалах залегания каменной соли. Как правило, нарушаются незацементированные участки труб в местах образования больших каверн и текучих породах. Легкая растворимость калийно-магниевых солей, бишофита и карналлита приводит к образованию каверн диаметром 2,5 м и более и высотой в несколько десятков метров, зацементировать которые практически невозможно. Неустойчивость и текучесть пород связаны с тем, что галит с примесью глинистого материала обнаруживает значительные

пластические деформации даже при малых касательных напряжениях, что приводит к сужению ствола скважины, уменьшению поперечных размеров каверн, изгибу колонны и ее разрушению. Смятие колонны происходит через определенный промежуток времени от нескольких суток до нескольких месяцев и после проведения работ по выправлению поврежденных участков обычно не повторяется.

Другое осложнение при бурении скважин в зонах аномально высоких пластовых давлений — проявление или фонтанирование рапы. Рапа представляет собой хлоридно-натриевые, кальциевые и хлоридно-магниевые растворы минерализацией 300—600 кг/м<sup>3</sup>. Рапопроявления приурочены к изолированным линзам, пластовое давление в которых значительно выше противодавления столба бурового раствора и приближается к геостатическому. Это обстоятельство является причиной фонтанирования, а хорошая сообщаемость рапопроявляющего пласта со скважиной серьезно ограничивает возможности предотвращения рапопроявления.

Фонтанирование рапы происходит за счет упругой энергии породы и рассола, а затем и уменьшения резервуара рапы в результате пластического течения солей под действием неуравновешенного давления вышележащих пород. Как правило, рапа имеет высокую температуру, более 150 °С; и при движении по стволу скважины значительно охлаждается в результате теплообмена с окружающей средой и аднабатического расширения выделяющегося растворенного газа. В процессе охлаждения происходит интенсивное выпадение солей из рапы, их кристаллизация и осаждение на стенках скважины, что приводит к резкому сужению и даже полному перекрытию ствола скважины. Это, в свою очередь, может служить причиной прихвата бурильного инструмента с одновременной потерей циркуляции. Бурение в зонах с АВПД ведется на переутяжеленных растворах, поэтому проявление рапы обуславливает уменьшение плотности промывочной жидкости и, как следствие, обвалы неустойчивых пород в открытой части ствола выше зоны фонтанирования, что также может быть причиной прихвата бурильного инструмента, закупорки ствола и прекращения фонтанирования. Поступление даже незначительного количества рапы в глинистый раствор резко ухудшает его структурно-механические свойства и приводит к коагуляции. В случае проявления рапы во время цементирования обсадной колонны цементный раствор выносится потоком рапы на поверхность. Указанные выше осложнения бурения, а во многих случаях и ликвидации скважин. Поэтому при первых признаках рапопроявления следует прекратить бурение и после расчета установившегося пластового давления рапы определить плотность промывочной жидкости. В случае продолжающегося фонтанирования необходимо провести «разрядку энергии» линзы рапы путем самопроизвольного фонтанирования или с помощью аэрации столба рассола в скважине.

При интенсивном отложении солей на стенках скважины не-

обходима многократная промывка. Помимо указанных выше осложнений, серьезной проблемой бурения скважин в зонах с АВПД являются пластическое течение, разрушение и другие проявления физико-механических свойств горных пород приствольной части скважины. Основные мероприятия по борьбе с этими явлениями:

- предотвращение образования каверн, осыпей и обвалов;
- изоляция или стабилизация каверн;
- применение обсадных труб повышенной прочности.

Для предупреждения образования каверн следует использовать буровые растворы на неводной, например углеводородной, основе. В отложениях магниевых солей эту задачу можно решать с помощью безводных известково-битумных растворов. Стабилизировать контуры каверн можно путем известкования засоленного хлористым натрием бурового раствора. Как показывает практика, для предотвращения осыпей и обвалов можно использовать гелемагниевого с конденсированной твердой фазой и известково-битумные растворы. Для борьбы с текучестью солей могут применяться гелемагниевого растворы, утяжеленные до плотности  $1800 \text{ кг/м}^3$ , а с рапопроявлениями — буровые растворы, утяжеленные до плотности  $2200 \text{ кг/м}^3$  и выше. В растворах такой плотности обычно используется свинцовый концентрат или хлористый цинк, на основе которого можно получить буровой раствор плотностью более  $2500 \text{ кг/м}^3$  [5]. Если предотвратить образование больших каверн не удастся, то необходимо изолировать полость каверны от остального затрубного пространства и проницаемых пластов. Герметизация каверны достигается путем создания цементного кольца выше и ниже подошвы каверны. Зона герметизации должна быть на 40 м выше кровли каверны и на 50—100 м ниже подошвы каверны. Буровой раствор, оставшийся в полости каверны, препятствует течению солей и оказывает на обсадную трубу равномерное давление, равное геостатическому, что исключает возможность разрушения трубы вследствие изгиба. Однако надо иметь в виду, что в начальный период ожидания затвердевания цемента на трубу все-таки будет действовать поперечная нагрузка со стороны наиболее текучих прослоев магниевой соли. Крепление обсадной колонны в это время можно осуществить с помощью временного цементного моста, устанавливаемого в интервале залегания магниевых солей. Это мероприятие позволяет в 1,8—2,0 раза увеличить допустимый момент сопротивления изгибу обсадных труб и в 5—6 раз сопротивляемость их двухстороннему сжатию [5]. Во всех случаях терригенные и солевые отложения должны крепиться раздельно промежуточными колоннами, вследствие несовместимости условий бурения.

Трудности бурения глубоких скважин с АВПД многократно возрастают, если газовая залежь содержит сероводород, двуокись углерода и другие агрессивные компоненты. Это объясняется тем, что сероводород и углекислый газ, растворяясь в воде, образуют сильно коррозирующие кислоты, которые вызывают общую коррозию подземного и наземного оборудования. Еще более опасно

сероводородное растрескивание, которое происходит, как правило, внезапно при относительно небольшой общей коррозии. Механизм этого явления связан с проникновением в сталь атомарного водорода, образующегося при электрохимической сероводородной коррозии. Наводораживанию и хрупкому разрушению наиболее подвержены высокопрочные обсадные трубы. Установлено, однако, что при температуре выше 65°C интенсивность наводораживания металла резко снижается. Как показывают наблюдения, сероводород очень агрессивен по отношению к глинистым буровым растворам и его присутствие вызывает в них загустение, вплоть до пастообразного состояния, сальникообразования и улучшения адгезионных свойств, что может служить причиной прихвата бурильного инструмента. Поэтому желательно предотвратить поступление сероводорода в скважину. Необходимо, однако, отметить, что при кислотности бурового раствора  $pH > 9$  прохождение даже больших количеств сероводорода не вызывает заметного изменения структурно-механических свойств раствора. Поэтому поддержание соответствующей кислотности бурового раствора путем ввода кальцинированной соды и щелочи практически предупреждает прихваты бурильного инструмента при забойной температуре менее 100°C. При более высоких температурах, более 120°C, постоянство соответствующего значения кислотности буровых растворов достигается добавкой тетрабората натрия.

Большую опасность представляет коррозия цементного камня при воздействии агрессивных компонентов природного газа. При углекислотной коррозии вначале идет реакция между гидроксидом цементного камня и углекислотой с образованием малорастворимого карбоната кальция, который на второй стадии процесса реагирует с угольной кислотой с образованием хорошо растворимого бикарбоната кальция. При сероводородной коррозии сероводород, диффундируя в глубь цементного камня, растворяется в поровой воде, превращаясь в слабую кислоту, которая активно взаимодействует с минеральными компонентами цемента и приводит к разрушению его структуры. Для борьбы с коррозией цементного камня необходимо понижать проницаемость цемента с целью предупреждения проникновения в него агрессивных компонентов, а также применять специальные расширяющие цементы для улучшения контакта цемента с обсадной трубой и стенкой скважины и проводить химическое ингибирование тампонажных растворов.

В целом техника и технология бурения скважины, вскрывшей залежь с аномально высоким пластовым давлением и высоким содержанием сероводорода и углекислого газа, должна обеспечить:

- предотвращение поступления сероводорода в скважину;
- нейтрализацию сероводорода буровым раствором;
- контроль за поступлением сероводорода в буровой раствор;
- определение и поддержание необходимой нейтрализующей способности бурового раствора;



конструкцию скважины, устойчивую к воздействию сероводорода;

оборудование устья скважины п буровой в целом дегазационной системой;

сигнализацию, оповещение и контроль за наличием сероводорода на дневной поверхности, средства индивидуальной защиты.

Мероприятия по предупреждению коррозии промышленного оборудования должны обеспечивать:

защиту оборудования от контакта с агрессивной средой;

применение ингибиторов коррозии с начала эксплуатации;

применение коррозионно-стойких металлов и материалов;

снижение внутренних напряжений в металле.

Поступление сероводорода в скважину можно ограничить соответствующим противодавлением столба бурового раствора, а также снижением колебаний давления в стволе при спуско-подъемных операциях. Для нейтрализации поступившего в буровой раствор сероводорода необходимо добавлять в раствор глинопорошки, железистые тяжелителн, магнетит. Хорошие результаты получаются при использовании известково-битумного раствора, который снижает коррозию бурового оборудования, устойчив при взаимодействии с сероводородом, обладает высокой поглотительной способностью и термостойкостью, предупреждает прихват бурильного инструмента и не снижает проницаемость вскрываемых интервалов.

Конструкция скважины в условиях аномально высоких пластовых давлений и сероводородной коррозии должна обеспечивать безопасность работы скважины, в особенности:

защиту скважины от аварийного фонтанирования;

возможность проведения необходимых технологических операций, в том числе исследования, освоения, глушения, интенсификации;

возможность нормальной эксплуатации.

Конструкция должна быть как можно более простой. Для предотвращения коррозии кольцевое пространство между эксплуатационной и лифтовой колоннами изолируется от продуктивного пласта одним или двумя пакерами, а затрубное пространство над пакером заполняется ингибиторным раствором. В лифтовой колонне устанавливается предохранительный клапан-отсекатель, циркуляционное устройство и ингибиторный клапан.

### Особенности освоения и эксплуатации скважин в зонах неустойчивости горных пород и аномально высоких пластовых давлений

Наличие аномально высоких пластовых давлений значительно увеличивает трудоемкость работ по освоению скважин, а именно:  
применение кумулятивных перфораторов, спускаемых на НКТ для перфорации колонны;

использование мощных насосных и цементируемых агрегатов для закачки бурового раствора высокой плотности;  
значительное поглощение раствора с целью глушения скважин при проведении солянокислотных обработок;  
наличие межколонных газопроявлений в процессе испытания и исследования скважин;  
необходимость монтажа на скважине фонтанной арматуры, рассчитанной на 70,0 МПа.

Отличительная особенность испытания и исследования скважин с аномально высоким пластовым давлением — влияние механических свойств пород на депрессию и приток флюида к скважине. Действительно, как показывает практика освоения глубоких скважин с АВПД, создание больших депрессий далеко не всегда обеспечивает приток газа из пластов, которые по данным геофизических исследований должны быть продуктивными. Зачастую это связано с загрязнением призабойной зоны при бурении на утяжеленных буровых растворах. Однако во многих случаях не удается вызвать притока газа из таких пластов даже после проведения интенсифицирующих обработок. Это объясняется тем, что в процессе освоения скважины в призабойной зоне возникают градиенты давления, которые приводят к изменению первоначального напряженного состояния пород, в том числе к увеличению осевых нормальных напряжений. С увеличением вертикальных нагрузок в породе образуются зоны местной концентрации напряжений, приводящие к росту зон трещиноватости, ослаблению межзерновых связей, повороту зерен и тем самым к изменению всей структуры порового пространства. В результате действия дополнительных вертикальных напряжений происходит переупаковка зерен причем так, что их длинная ось поворачивается в сторону минимального напряжения. Все это является необратимым и приводит к появлению пластических деформаций и необратимому уменьшению пористости и проницаемости призабойной зоны, что может быть причиной полного прекращения притока пластового флюида в скважину. Наиболее заметны эти явления в трещиноватых коллекторах, а также в плохо отсортированных песчаниках с большим содержанием цементирующего материала [1]. Таким образом, освоение скважины должно быть спланировано так, чтобы не вызвать пластических деформаций в призабойной зоне пласта. Рассмотрим типичный случай глубокозалегающей залежи с аномально высоким пластовым давлением, приуроченной к трещиноватым и трещиновато-пористым коллекторам, упруго-деформирующимся в течение всего процесса освоения скважины и при создании депрессии на пласт призабойной зоне градиенты давления приводят к нарушению первоначального напряженного состояния горных пород и в конечном счете к изменению начальной пористости. Как было отмечено экспериментами, даже небольшие изменения пористости приводят к заметному ухудшению проницаемости, а это, в свою очередь, вызывает изменение поля давления [1]. Таким образом, при освоении

скважины создаются два взаимодействующих друг с другом поля, а именно: давления пластового флюида и деформаций горных пород. Правильный расчет этого взаимодействия необходим для определения оптимальной депрессии на пласт при освоении глубоких скважин с АВПД. Как видно из полученных в гл. 4 формул, в коллекторах с чисто упругими деформациями приток пластового флюида монотонно увеличивается с ростом депрессии на пласт. Тогда при освоении оптимальной следует считать максимально возможную депрессию, при которой на стенках скважины не появляются пластические деформации, т. е. оптимальную депрессию можно определить из условия появления пластических деформаций на стенках скважины.

В случае справедливости критерия Треска пластическая деформация возникает, если разность между наименьшими и наибольшими нормальными напряжениями, т. е. между радиальным и вертикальным напряжениями, превысит предел текучести породы. При этом условии появления пластических деформаций на стенках скважины принимает вид  $p_{сд} \leq -q + \sigma_T + \gamma_{ж}z$ , где  $p_{сд}$  — допустимое давление на скважине;  $\sigma_T$  — предел текучести породы.

С учетом полученного выше неравенства для вызова притока пластового флюида можно рекомендовать ступенчатое, т. е. по 3,0—5,0 МПа, увеличение депрессии вплоть до появления пластических деформаций, которые определяются по снижению темпов роста или уменьшению дебита пластового флюида. В случае отсутствия притока следует переходить к интенсифицирующим обработкам. Вид и технология этих обработок также в значительной степени зависят от свойств пород призабойной зоны.

При проектировании интенсифицирующей обработки необходимо располагать достоверной информацией о таких свойствах пород, как прочность, устойчивость, твердость, а также содержание глинистых частиц и минералов в поровом пространстве. Прочность и устойчивость характеризуют способность породы и ее скелета выдерживать кислотные обработки, фильтрационные напряжения и нагрузки, возникающие при высокой скорости закачки жидкости, и неравномерные нагрузки вблизи ствола скважины. Твердость пород влияет на раздавливание и степень вдавливания расклинивающего материала в породу, что определяет геометрию и проницаемость трещин, образующихся при гидроразрыве. Важный показатель, учитываемый при кислотных обработках, — содержание глинистых частиц и минералов в поровом пространстве призабойной зоны. Этот показатель определяет тип кислоты и ее концентрацию. От него также зависят глубина проникновения кислоты в пласт и возможность вторичной закупорки под диспергированными частицами.

Аномально высокое пластовое давление влияет на плотность и прочностные характеристики породы. При значительном превышении пластового давления над гидростатическим порода, как правило, оказывается недоуплотненной и менее прочной, чем порода того же состава на тех же глубинах, но находящаяся под действием

гидростатического пластового давления. Таким образом, при обработке крепкой кислотой, а также при проведении гидроразрыва в глубоких скважинах с АВПД, значительно превышающим гидростатическое, увеличивается опасность проявления необратимых деформаций, приводящих к разрушению породы и стенок скважины и тем самым к снижению эффективности таких обработок. Для пород-коллекторов с АВПД, близким к гидростатическому, характерны высокие значения параметров прочности и твердости. Эффективность гидроразрыва пласта в таких условиях зависит от свойств жидкости разрыва и расклинивающего материала. Для образования широких трещин повышенной проницаемости требуется закачка в пласт под высоким давлением больших объемов высоковязкой жидкости и расклинивающего агента высокой прочности и большой концентрации. В этом случае снижается раздавливание и вдавливание расклинивающего материала в породу, что препятствует смыканию трещин, заполнению основных фильтрационных каналов и трещин измельченными частицами, чем и обеспечивается их большая пропускная способность. Отсюда следует, что высокая твердость пород в глубоких скважинах с АВПД, близким к гидростатическому, усложняет технологию проведения гидроразрыва пласта и снижает его эффективность. С другой стороны, в плотных породах диапазон изменения давления, в пределах которого порода деформируется чисто упруго, оказывается шире, чем в неплотных породах. Тем самым улучшаются условия создания и закрепления трещины при гидроразрыве.

Применение высокопрочного материала, получаемого путем спекания бокситов, обеспечивает более высокую проницаемость трещины, чем широко используемые в настоящее время песок или стеклянные шарики. Керамические шарики из этого материала инертны к закачиваемым реагентам и способны выдерживать значительные напряжения, возникающие в точках контакта. В глубоких скважинах с АВПД в настоящее время наибольшее распространение получили солянокислотные обработки призабойной зоны. Однако при обработке пласта крепкими кислотами в результате снижения прочности скелета уменьшается предел текучести породы, что приводит к снижению максимально возможной депрессии при освоении скважины. Это обстоятельство может иметь так как пластические деформации могут проявиться уже при небольших депрессиях на пласт. Для достижения оптимальных результатов от обработки и для сохранения прочности пород в глубоких скважинах с АВПД можно рекомендовать закачку больших объемов кислоты слабой концентрации. Для глубоких скважин с аномально высоким пластовым давлением, вскрывших карбонат-ладающую рядом преимуществ по сравнению с солянокислотную обработку, обычной типа. Пузырьки газа снижают скорость реакции кислоты с породой и, таким образом, понижают скорость ее действия на больших расстояниях от забоя, что позво-



ляет обработать больший объем пласта, чем при обычных солянокислотных обработках с сохранением прочностных характеристик скелета породы. Кроме того, снижается опасность разрыва пласта. Тем самым пенокислотная обработка оказывается эффективней, чем солянокислотные обработки обычного типа для увеличения естественной проницаемости пласта. Вызов притока после проведения обработки пенокислотой не требует продолжительных по времени и дорогостоящих операций и осуществляется при помощи газа-пенообразователя, например азота. Необходимо, однако, отметить, что закачка больших объемов кислоты в плотные низкопроницаемые коллекторы оказывается затруднительной и тогда наиболее эффективные результаты дает применение мощных гидроразрывов пласта, позволяющих увеличить зону распространения трещин до 1000 м.

Таким образом, особенности освоения и эксплуатации скважин в карбонатных коллекторах с АВПД в значительной степени связаны с проявлениями механических, в том числе деформационных, свойств горных пород. Учет этих свойств совершенно необходим для правильного планирования процессов освоения и эксплуатации скважин в неустойчивых коллекторах с АВПД.

Большие глубины залегания в сочетании со сложными геологическими условиями и неустойчивостью горных пород и коллекторов предъявляют высокие требования к прочности и надежности обсадных колонн и насосно-компрессорных труб. Зачастую приходится применять многорядные конструкции колонн, что приводит к неоправданному ограничению диаметров эксплуатационных труб и НКТ и, как следствие, к большим потерям давления при движении газа по стволу скважины. Проявление механических свойств горных пород — причина уменьшения пористости и проницаемости коллекторов при отборе газа из залежи. Это объясняется тем, что с падением пластового давления неуравновешенная часть вертикального горного давления передается на коллектор, вызывая в нем перестройку и уменьшение порового пространства, что приводит к значительному необратимому ухудшению коллекторских свойств продуктивной толщи. Практически это проявляется в первую очередь в непрерывном увеличении коэффициентов фильтрационного сопротивления в известном уравнении притока пластового флюида к скважине, а также в некоторой задержке падения среднего по залежи пластового давления, вследствие уменьшения пористости. К сожалению эта задержка в падении среднего пластового давления не приводит к улучшению технико-экономических показателей разработки. Более того, вызванное падением давления ухудшение фильтрационных параметров пласта обуславливает резкое увеличение депрессии на пласт и уменьшение дебитов скважин, что служит причиной увеличения фонда добывающих скважин, уменьшения периода бескомпрессорной эксплуатации, увеличения мощности дожимных компрессорных станций, увеличения периода разработки месторождения, уменьшения периода постоянной добычи.



Одной из самых сложных проблем разработки газовых месторождений с АВПД следует считать уменьшение коэффициента газотдачи в результате действия деформационных свойств прдуктивной толщи. Проявление механических свойств пород в упругих, упругопластических деформаций и вызванное ими изменение фильтрационных параметров имеет далеко идущие последствия для разработки месторождений с АВПД. Для этих месторождений, как показано Ю. П. Коротчевым, наиболее экономически целесообразны варианты разработки с большим числом скважин уменьшенного диаметра. Это объясняется тем, что эксплуатация скважин большого диаметра при режиме постоянной устьевой скорости требует создания больших депрессий на пласт, что вызывает резкое ухудшение фильтрационных параметров призабойной зоны и в конечном счете приводит даже к уменьшению дебитов с возрастанием депрессии. Нетрудно заметить, что это положение в корне противоречит основным представлениям теории разработки газовых месторождений обычного типа.

Следующий комплекс проблем разработки месторождения в условиях неустойчивости коллекторов с АВПД связан с физико-химическими превращениями природного газа в пласте, например с выпадением конденсата и серы. Наиболее специфической проблемой здесь является выпадение серы, которое также может вызвать заметное уменьшение пористости, и в особенности проницаемости, продуктивного пласта. Свободная элементарная сера может выпадать в пласте в результате химической реакции сероводорода с пиритом, входящим в состав породы, и термического разложения сероводорода с участием пирита в качестве катализатора окислительно-восстановительной реакции между двуокисью углерода и сероводородом.

Для выпадения элементарной серы необходимо выполнение следующих условий: высокая концентрация сероводорода, низкое содержание конденсата, отсутствие ароматических компонентов, высокие давление и температура на забое, резкие изменения давления и температуры от пласта до устья скважины. Как показывают полученные данные, выпадение серы в призабойной зоне может оказывать значительное влияние на продуктивность скважины, особенно, если температура в пласте ниже точки плавления серы. Для борьбы с выпадением серы в пласте и промысловом оборудовании необходимо ограничивать изменения давления и температуры в процессе добычи газа, и также применять физические

В этих условиях возникает проблема эксплуатации месторождения, в том числе, связанная с применением и патентного оборудования. Проявление в процессе эксплуатации скважинного оборудования признаков коррозии, в том числе, так называемой агрессивной коррозии, под действием сероводорода, является одной из основных проблем, связанных с разработкой месторождений. Решить проблему защи-

ты оборудования от коррозии можно с помощью проведения таких мероприятий, как применение труб из сталей, противостоящих сульфидно-коррозионному растрескиванию; снижение напряжений, в особенности растягивающих, в трубах; применение фонтанной арматуры, колонных головок, трапов и другого оборудования в антикоррозионном исполнении.

### Влияние деформации коллекторов на приток жидкости или газа к скважине

Как было отмечено ранее, с падением пластового давления изменяются коллекторские свойства пласта (пористость, проницаемость и др.). Наиболее заметно эти процессы протекают в призабойной зоне в условиях больших депрессий и проявления упругих, упругопластических, пластических и вязкоупругопластических деформаций. Учет этих явлений особенно важен для обработки результатов гидродинамических исследований скважин.

В связи с этим большой практический и научный интерес приобретает проблема обоснования уравнения притока жидкости или газа к скважине и расчета взаимодействия полей давления деформаций (или напряжений) в пористой среде. В соответствии с характером деформации взаимодействие полей давления пластового флюида и напряжений в горной породе приводит к формированию нелинейно-упругого, вязкоупругого, пластического и упругопластического режимов фильтрации. Настоящая глава посвящена исследованию режимов фильтрации при эксплуатации скважин в пластах с деформируемыми коллекторами.

Характерной особенностью притока жидкости или газа к скважине в деформируемых коллекторах, особенно в условиях проявления АВПД, является влияние механических свойств горных пород на процессы фильтрации и вызванное им взаимодействие полей давлений и деформаций (или напряжений) пород призабойной зоны пласта. В этих условиях для расчета притока жидкости или газа к скважине необходимо решить совместно систему уравнений теории фильтрации, упругости, пластичности и состояния пластового флюида.

Начнем, как обычно это делается в механике деформируемых тел, с рассмотрения геометрических уравнений, связывающих перемещения точек пласта с изменениями линейных и угловых размеров пористой среды. В цилиндрической системе координат эти уравнения имеют вид

$$\begin{aligned}
 e_r &= \frac{\partial u}{\partial r}; & e_\theta &= \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{u}{r}; & e_z &= \frac{\partial w}{\partial z}; \\
 2e_{r\theta} &= \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} - \frac{v}{r} + \frac{\partial v}{\partial r}; & 2e_{rz} &= \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial r}; & & \\
 2e_{\theta z} &= \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta}, & & & & 
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

где  $r, \theta, z$  — цилиндрические координаты;  $u, v, w$  — переменная в радиальном, окружном и осевом направлении соответственно;  $e_r, e_\theta, e_z$  — относительные изменения (деформации) линейных размеров в радиальном, окружном и осевом направлениях;  $e_{r\theta}, e_{\theta z}, e_{rz}$  — угловые деформации.

Все перемещения точек тела должны быть согласованы так, чтобы не нарушалось условие сплошности среды, поэтому линейные и угловые деформации должны удовлетворять уравнениям неразрывности следующего вида [6]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 e_r}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 e_z}{\partial r^2} - 2 \frac{\partial^2 e_{rz}}{\partial r \partial z} &= 0; \\ r \frac{\partial^2 e_\theta}{\partial z^2} - 2 \frac{\partial^2 e_{\theta z}}{\partial \theta \partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 e_z}{\partial \theta^2} + \frac{\partial e_z}{\partial r} - 2 \frac{\partial e_{rz}}{\partial z} &= 0; \\ \frac{\partial^2 e_r}{\partial \theta^2} - 2 \frac{\partial^2}{\partial r \partial \theta} (r e_{\theta r}) + \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial e_\theta}{\partial r} \right) - r \frac{\partial e_r}{\partial r} &= 0; \\ \frac{\partial^2 e_{r\theta}}{\partial z^2} - \frac{\partial^2}{\partial r \partial z} \left( \frac{e_{\theta z}}{r} \right) - \frac{1}{r} \frac{\partial^2 e_{rz}}{\partial \theta \partial z} + \frac{\partial^2}{\partial \theta \partial z} \left( \frac{e_z}{r} \right) &= 0; \\ \frac{\partial}{\partial r} \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r e_{\theta r}) \right] - \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial r \partial z} (r^2 e_{r\theta}) - \frac{\partial^2}{\partial r \partial \theta} \left( \frac{e_{rz}}{r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 e_r}{\partial \theta \partial z} &= 0; \\ \frac{\partial^2 e_{rz}}{\partial \theta^2} - \frac{\partial^2}{\partial r \partial \theta} (r e_{\theta z}) - \frac{\partial^2}{\partial r \partial \theta} (r e_{\theta r}) + r \frac{\partial^2}{\partial r \partial z} (r e_\theta) - r \frac{\partial^2 e_r}{\partial z} &= 0. \quad (3.2) \end{aligned}$$

В случае осесимметричной деформации, т. е. при  $v=0$ , эта система может сводиться к двум уравнениям

$$\frac{\partial e_\theta}{\partial r} + \frac{e_\theta - e_r}{r} = 0; \quad r \frac{\partial^2 e_\theta}{\partial z^2} - 2 \frac{\partial e_{rz}}{\partial z} + \frac{\partial e_z}{\partial r} = 0. \quad (3.3)$$

Перейдем теперь к составлению уравнений равновесия сил (или напряжений), примененных к произвольной точке среды. Под напряжением будем понимать предел отношения величины силы к площадке, на которую она действует, при стремлении последней к нулю. Силы, действующие перпендикулярно к площадке, вызывают нормальные напряжения, а вдоль площадки касательные напряжения. Рассмотрим теперь равновесие сил, примененных к элементарному объему пористой среды (рис. 10). Нетрудно видеть, что на выделенный элемент пористой среды действует следующая система сил и напряжений.

Нормальные напряжения:  $T_{rr}$  — нормальное радиальное напряжение действует в радиальном направлении перпендикулярно к граням  $abb_1a_1$ ;  $dcc_1d_1$ ;  $T_{\theta\theta}$  — нормальное окружное напряжение действует в окружном направлении перпендикулярно к граням  $abcd$  и  $a_1\theta_1c_1d_1$ ;  $T_{zz}$  — нормальное осевое напряжение действует в направлении, параллельном оси  $Oz$  и перпендикулярном к граням  $bb_1c_1c$  и  $aa_1d_1d$ .

Касательные напряжения:  $T_{zr}$  — действуют в радиальном направлении вдоль граней  $bb_1c_1c$  и  $aa_1dd_1$ ;  $T_{rz}$  — в осевом направлении, параллельном оси  $Oz$ , вдоль граней  $abb_1a_1$  и  $dcc_1d_1$ ;  $T_{\theta r}$  — в ок-

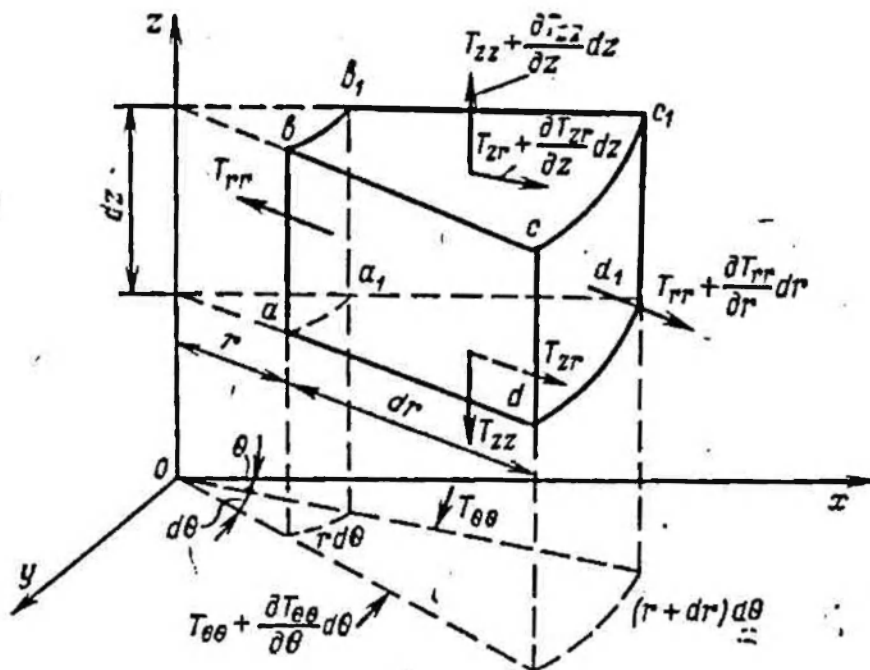


Рис. 10. Модель напряженного состояния элемента пористой среды

ружном направлении вдоль граней  $abad$  и  $a_1b_1c_1d_1$ ;  $T_{r\theta}$  — в окружном направлении вдоль граней  $abb_1a_1$  и  $dcc_1d_1$ ;  $T_{\theta z}$  — в направлении, параллельном оси  $Oz$ , вдоль граней  $abcd$  и  $a_1b_1c_1d_1$ ;  $T_{z\theta}$  — в окружном направлении вдоль граней  $aa_1d_1d$  и  $bb_1c_1c$ .

Растягивающие напряжения будем считать положительными, а сжимающие — отрицательными. Касательные напряжения будем считать положительными, если их направления совпадают с положительными направлениями осей координат и если при этом растягивающее нормальное напряжение на этой грани совпадает по направлению действия с положительным направлением соответствующей координатной линии. Касательные напряжения также будут положительными, если их направления противоположны положительному направлению соответствующей координатной линии и если действие растягивающего напряжения на этой грани противоположно положительному направлению соответствующей координатной линии.

Для вывода уравнений равновесия спроектируем все силы, действующие на элемент среды на направлениях радиусов-векторов  $Oz$  (или  $Ol$ ),  $O_1z$  и координатную ось  $O_1\theta$ , которая перпендикулярна к осям  $O_1z$  и  $O_1r$ . Тогда из условия равновесия сил находим

$$\begin{aligned} \frac{\partial T_{rr}}{\partial r} + \frac{1}{r} (T_{rr} - T_{\theta\theta}) + \frac{\partial T_{zr}}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_{\theta r}}{\partial \theta} + F_r &= 0; \\ \frac{\partial T_{zr}}{\partial z} + \frac{\partial T_{rz}}{\partial r} + \frac{1}{r} T_{rz} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_{\theta z}}{\partial \theta} + F_z &= 0; \\ \frac{\partial T_{r\theta}}{\partial r} + \frac{\partial T_{z\theta}}{\partial z} + \frac{1}{r} \left( \frac{\partial T_{\theta\theta}}{\partial \theta} + T_{r\theta} + T_{\theta r} \right) + F_\theta &= 0, \end{aligned} \quad (3.4)$$

где  $F_r, F_\theta, F_z$  — проекции объемной силы, в том числе и даламберовой силы инерции.

Кроме того, из равенств моментов сил относительно осей  $O_1r, O_1z$  и  $O_1\theta$  следует, что  $T_{\theta z} = T_{z\theta}$ ;  $T_{\theta r} = T_{r\theta}$ ;  $T_{rz} = T_{zr}$ . Здесь  $T_{ij}$  ( $i, j = r, \theta, z$ ) представляют собой полные (суммарные) напряжения, включающие как напряжения в материале скелета породы, так и давление пластового флюида, т. е.  $T_{ii} = \sigma_{ii}(1-m) - m\rho$ ;  $i = r, \theta, z$ .

Однако во многих случаях описание напряженного состояния породы с помощью полных напряжений недостаточно эффективно, так как было замечено, что для анализа деформирования и разрушения пород с небольшой площадью контактов зерен и мало-сжимаемым материалом скелета важна лишь та часть напряжений, которая вызывается силами, действующими в местах контактов зерен породы. Эти напряжения, называемые далее эффективными, очевидно, равны разности напряжений в материале скелета и напряжений, вызываемых давлением пластового флюида, т. е.  $\sigma_i = (\sigma_{ii}^i + p)(1-m)$ .

Из приведенных выше уравнений следует также, что эффективные напряжения равны разности полных напряжений и напряжений, вызываемых всесторонним давлением пластового флюида, т. е.  $T_{ii} = \sigma_i - p$ , при этом, очевидно,  $T_{ij} = \sigma_{ij}$ . Теперь после подстановки полученных соотношений в уравнения равновесия находим

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial \theta} - \frac{\partial p}{\partial r} &= 0; \\ \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial r} + \frac{1}{r} \left( \tau_{rz} + \frac{\partial \tau_{\theta z}}{\partial \theta} \right) - \frac{\partial p}{\partial z} &= 0; \\ \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial r} + \frac{\partial \tau_{\theta z}}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta} + \frac{2}{r} \tau_{r\theta} - \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} &= 0, \end{aligned} \quad (3.5)$$

В случае осевой симметрии эти уравнения принимают вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{1}{r} (\sigma_r - \sigma_\theta) - \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} - \frac{\partial p}{\partial r} &= 0; \\ \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial r} + \frac{\tau_{rz}}{r} - \frac{\partial p}{\partial z} &= 0. \end{aligned} \quad (3.6)$$

В рамках линейной теории упругости напряжения и деформации связаны соотношениями следующего вида

$$\sigma_r = \lambda e + 2Ge_r + \beta p; \quad \sigma_\theta = \lambda e + 2Ge_\theta + \beta p; \quad (3.7)$$

$$\sigma_z = \lambda e + 2Ge_z + \beta p; \quad \tau_{rz} = 2Ge_{rz},$$

где  $\lambda$  — коэффициент Ламе породы;  $G$  — модуль сдвига породы;  $p$  — давление пластового флюида;  $e = e_r + e_\theta + e_z$ ;

$$\beta = (1-m) \frac{E(1-2\mu_*)}{E_*(1-2\mu)}; \quad \lambda = \frac{E\mu}{(1+\mu)(1-2\mu)}; \quad G = \frac{E}{2(1+\mu)};$$



$E, E_*$  — модули Юнга породы и материала скелета;  $\mu, \mu_*$  — коэффициенты Пуассона породы и материала скелета.

Уравнения равновесия сил можно выразить через перемещения с помощью геометрических уравнений и соотношений Гука в виде

$$\begin{aligned} \nabla^2 u + \frac{1}{1-2\mu} \frac{\partial e}{\partial r} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial v}{\partial \theta} - \frac{u}{r^2} &= \frac{1-\beta}{G} \frac{\partial p}{\partial r}; \\ \nabla^2 v + \frac{1}{1-2\mu} \frac{1}{r} \frac{\partial e}{\partial \theta} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial u}{\partial \theta} - \frac{v}{r^2} &= \frac{1-\beta}{Gr} \frac{\partial p}{\partial \theta}; \\ \nabla^2 w + \frac{1}{1-2\mu} \frac{\partial e}{\partial z} &= \frac{1-\beta}{G} \frac{\partial p}{\partial z}; \end{aligned} \quad (3.8)$$

где  $\nabla^2$  — оператор Лапласа;  $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ .

В случае осесимметричной деформации эти уравнения значительно упрощаются:

$$\begin{aligned} (\lambda + G) \frac{\partial e}{\partial z} + G \nabla^2 w &= (1-\beta) \frac{\partial p}{\partial z}; \\ (\lambda + G) \frac{\partial e}{\partial r} + G \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} \right) + G \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} &= (1-\beta) \frac{\partial p}{\partial r}. \end{aligned} \quad (3.9)$$

В условиях плоской деформации первое из этих уравнений обращается в тождество, а второе принимает вид

$$(\lambda + 2G) \frac{de}{dr} = (1-\beta) \frac{\partial p}{\partial r}, \quad (3.10)$$

откуда следует, что  $e = (1-\beta)/(\lambda+2G)p + \text{const}$  и, следовательно, в условиях плоской деформации изменение удельного объема и пористости породы зависит только от давления пластового флюида.

Рассмотрим теперь самый общий случай упругой деформации пористой среды. Запишем для этого уравнения равновесия сил в перемещениях в декартовой системе координат:

$$\begin{aligned} G \nabla^2 u_x + (\lambda + G) \frac{\partial e}{\partial x} &= (1-\beta) \frac{\partial p}{\partial x}; \\ G \nabla^2 u_y + (\lambda + G) \frac{\partial e}{\partial y} &= (1-\beta) \frac{\partial p}{\partial y}; \\ G \nabla^2 u_z + (\lambda + G) \frac{\partial e}{\partial z} &= (1-\beta) \frac{\partial p}{\partial z}; \\ \nabla^2 &= \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \end{aligned} \quad (3.11)$$

где  $u_x, u_y, u_z$  — перемещения в направлениях осей  $O_x, O_y, O_z$ . Дифференцируя первое из этих уравнений по  $x$ , второе по  $y$  и третье по  $z$ , а затем складывая полученные результаты, находим

$$(\lambda + 2G) \nabla^2 e = (1-\beta) \nabla^2 p, \quad (3.12)$$

откуда следует, что  $e = (1 - \beta) / (\lambda + 2G) p + f(x, y, z)$ , где  $f(x, y, z)$  — гармоническая функция, равная удельному изменению объема породы в произвольной точке пласта при отсутствии фильтрации пластового флюида, т. е.  $f = e_0(x, y, z)$  — изменение удельного объема пористой среды, вызванное действием только поверхностных нагрузок. Соотношение, приведенное выше, можно также выразить с помощью средних нормальных напряжений в виде

$$\sigma_{cp} = (1 - \beta) \frac{1 + \mu}{3(1 - \mu)} p + g. \quad (3.13)$$

где  $g$  — среднее нормальное напряжение в отсутствии движения пластового флюида, т. е.  $g = \sigma_{cp0}(x, y, z)$  есть среднее нормальное напряжение, вызванное действием только поверхностных сил.

Приведенные выше уравнения определяют связь между пластическим давлением, перемещением, деформациями и напряжениями в пористой среде. В свою очередь, давление пластового флюида подчиняется основному уравнению фильтрации с учетом влияния сжимаемости на коллекторские свойства пород. В этом уравнении изменение проницаемости является в первом приближении функцией изменения пористости, т. е.  $\Delta k = \Delta k(\Delta m)$ . Это изменение пористости связано с изменением объема и средних напряжений породы соотношениями следующего вида:

$$\begin{aligned} e &= m(1 + \beta_n \Delta \sigma_{cp}) - m_0 - \beta_{ск} (1 - m_0) \Delta p; \\ e &= 3 \frac{1 - 2\mu}{E} \Delta \sigma_{cp} = \beta_n \Delta \sigma_{cp}. \end{aligned} \quad (3.14)$$

Здесь нулевой индекс означает начальное значение величины,  $\beta_n$ ,  $\beta_{ск}$  — коэффициенты сжимаемости породы и материала породы;  $\sigma_{cp}$  — среднее напряжение,

$$\begin{aligned} \sigma_{cp} &= \frac{1}{3} (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) = \frac{1}{3} (\sigma_r + \sigma_\theta + \sigma_z); \\ \beta_n &= \frac{1}{\Delta \sigma_{cp}} \frac{\Delta V_n}{V_{n0}}; \quad \beta_{ск} = - \frac{1}{\Delta p} \frac{\Delta V_{ск}}{V_{ск0}}; \end{aligned} \quad (3.15)$$

$$\begin{aligned} \Delta \sigma_{cp} &= \sigma_{cp} - \sigma_{cp0}; & \Delta p &= p - p_0; \\ \Delta V_{ск} &= V_{ск} - V_{ск0}; & \Delta V_n &= V_n - V_{n0}. \end{aligned}$$

где  $V_{ск}$ ,  $V_n$  — объем материала скелета и породы соответственно. Приведенные выше соотношения показывают взаимозависимость полей напряжений (деформаций) и давления пластового флюида. Таким образом, для решения задачи расчета притока жидкости или газа необходимо решить совместно систему уравнений фильтрации и равновесия сил в перемещениях либо систему уравнений фильтрации и равновесия сил в напряжениях и совместности деформаций в напряжениях, которые в случае притока

флюида к скважине имеют вид

$$\begin{aligned} \nabla^2 \sigma_r - \frac{4}{r^2} \frac{\partial \tau_{r0}}{\partial \theta} - 2 \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r^2} + \frac{1}{1+\mu} \frac{\partial^2 \sigma}{\partial r^2} &= \alpha_1 \nabla^2 p + \alpha_2 \frac{\partial^2 p}{\partial r^2}; \\ \nabla^2 \sigma_\theta + \frac{4}{r^2} \frac{\partial \tau_{r0}}{\partial \theta} + 2 \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r^2} + \frac{1}{1+\mu} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \sigma}{\partial \theta^2} \right) &= \\ &= \alpha_1 \nabla^2 p + \alpha_2 \left( \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 p}{\partial \theta^2} \right); \\ \nabla^2 \sigma_z + \frac{1}{1+\mu} \frac{\partial^2 \sigma}{\partial z^2} &= \alpha_1 \nabla^2 p + \alpha_2 \frac{\partial^2 p}{\partial z^2}; \end{aligned}$$

(3.16)

$$\begin{aligned} \nabla^2 \tau_{zr} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial \tau_{z0}}{\partial \theta} - \frac{1}{r^2} \tau_{rz} + \frac{1}{1+\mu} \frac{\partial^2 \sigma}{\partial r \partial z} &= \alpha_2 \frac{\partial^2 p}{\partial r \partial z}; \\ \nabla^2 \tau_{r0} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sigma_r - \sigma_\theta) - \frac{4}{r^2} \tau_{r0} + \\ + \frac{1}{1+\mu} \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma}{\partial \theta} \right) &= \frac{\alpha_2}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{\partial p}{\partial r} - \frac{p}{r} \right); \\ \nabla^2 \tau_{\theta z} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial \theta} - \frac{\tau_{0z}}{r^2} + \frac{1}{1+\mu} \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \sigma}{\partial \theta \partial z} &= \alpha_2 \frac{\partial^2 p}{r \partial \theta \partial z}; \\ \sigma &= \sigma_r + \sigma_\theta + \sigma_z; \\ \alpha_1 &= \frac{5(1-2\mu)\beta + \mu}{1-\mu}; \quad \alpha_2 = 2 + \frac{1-2\mu}{1+\mu} \beta; \\ \nabla^2 &= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}. \end{aligned}$$

Анализ приведенных выше соотношений показывает, что расчет притока жидкости или газа к скважине с учетом взаимодействия полей давлений пластового флюида и деформаций породы представляет собой довольно сложную задачу. Проблема осложняется и тем, что зависимость пористости и проницаемости от напряжений и деформаций определяется в условиях, не соответствующих пластовым. В связи с этим большое значение приобретает вопрос о правомерности непосредственного применения экспериментальных зависимостей пористости и проницаемости от давления к расчетам движения газа в пласте и призабойной зоне скважины. В настоящее время этот вопрос можно решить только в пределах упругих деформаций пород. Рассмотрим, например, напряженное состояние однородного тяжелого пространства с вертикальной скважиной и постоянным пластовым давлением  $p$ . В этом случае значение неизвестной функции  $g$  в уравнении (3.1) нетрудно найти с помощью решения С. Г. Лехницкого, справедливого при  $p=0$ ,

$$\sigma_r = -q_0 \left( 1 - \frac{r_c^2}{r^2} \right); \quad \sigma_\theta = -q_0 \left( 1 + \frac{r_c^2}{r^2} \right); \quad \sigma_z = -q_0, \quad (3.17)$$

где  $q_6, q_v$  — боковое и вертикальное горное давления. Отсюда имеем  $\sigma_{ср0} = -\frac{1}{3}(2q_6 + q_v)$  и в случае  $q_6 = q_v = q$   $\sigma_{ср0} = -q$ .

Следовательно  $\sigma_{ср} = \frac{(1+\mu)}{3(1-\mu)}(1-\beta)\rho - q$ .

В опытах на всестороннее сжатие обычно исследуется зависимость пористости и проницаемости от средних эффективных напряжений, которые для условий опыта равны « $-q + p$ ». Поэтому, как это следует из приведенной выше формулы, результаты экспериментов для рассматриваемого случая можно переносить без изменений на условия пласта только при  $\mu = 0.5$  и  $\beta = 0$ , т. е. для несжимаемой породы. В остальных случаях необходимо учитывать приведенные выше соотношения между средним напряжением и пластовым и горным давлением.

Таким образом, несоответствие условий деформаций породы при одном и том же пластовом давлении в условиях эксперимента и реального пласта возможно даже в самых простых случаях однородного напряженно-деформированного состояния. Поэтому в расчетах фильтрации пластового флюида необходимо использовать экспериментальные зависимости  $k = k(e)$  и  $m = m(e)$ , а не  $k = k(p)$  и  $m = m(p)$ , поскольку, как было показано выше, последние не соответствуют пластовым условиям деформаций пород.

Как было отмечено ранее, влияние упругих деформаций пород на приток жидкости или газа к стволу скважины можно оценить на основе совместного решения уравнений теории упругости и фильтрации. В частности, изменение текущей пористости пласта по сравнению с начальной можно определить из следующего приближенного соотношения

$$m - m_0 = e + \beta_{ск}(1 - m_0)(p - p_0) \quad (3.18)$$

или по формуле

$$m_0 - m = \left( \frac{1 - \beta_n}{\lambda + 2G} - \beta_{ск} \right) (1 - m_0)(p_0 - p), \quad (3.19)$$

где  $\lambda, G$  — коэффициент Ламе и модуль сдвига породы, соответственно. Теперь оказывается возможным с помощью уравнения  $k = k_0(m/m_0)$  установить зависимость проницаемости от давления в пластовых условиях:  $k = k_0 [1 - b(p_0 - p)]^v$  где при плоской деформации пласта  $b = \frac{i}{m_0} \left( \frac{1 - \beta_n}{\lambda + 2G} - \beta_{ск} \right) (1 - m_0)$ .

В остальных случаях коэффициент  $b$  определяется после решения соответствующей системы уравнений осесимметричной теории упругости. Важно отметить, что в пределах упругих деформаций этот коэффициент постоянен и, следовательно, может вычисляться по результатам гидродинамических исследований скважин. Необходимо также обратить внимание на то, что полученная выше форма функции зависимости проницаемости от давления определяется линейной зависимостью пористости упругих пород от дав-

ления и, следовательно, применение других соотношений для линейно-упругих пористых сред является необоснованным. Важное преимущество полученного соотношения — возможность его непосредственного использования в уравнениях фильтрации в пласте проницаемостью, зависящей от давления. Так, например, для расчета притока жидкости к скважине приведенную выше зависимость проницаемости от давления подставляем в уравнение фильтрации пластового флюида в упругом пласте

$$k\nabla^2 p + \frac{dk}{dr} \frac{\partial p}{\partial r} = 0 \quad (3.20)$$

и после разделения переменных находим

$$p = p_k + \frac{1}{b} \sqrt[\gamma+1]{\left[ [1 - b(p_k - p_c)]^{\gamma+1} - 1 \right] \frac{\ln(r/R)}{\ln(r_c/R)} + 1} - \frac{1}{b}. \quad (3.21)$$

Теперь с учетом известного соотношения

$$Q = 2\pi r h \frac{k}{\mu_{ж}} \frac{dp}{dr}$$

нетрудно получить зависимость объемного дебита жидкости от давления и упругих характеристик породы

$$Q = \frac{2\pi h}{\ln(R/r_c)} \frac{k_0}{\mu_{ж} b (\gamma + 1)} \left\{ 1 - [1 - b(p_k - p_c)]^{\gamma+1} \right\}, \quad (3.22)$$

где  $h$  — толщина пласта,  $\mu_{ж}$  — динамическая вязкость пластовой жидкости,  $k, c$  — индексы, обозначающие условия на стенке скважины и на контуре питания. Нетрудно заметить, что при  $\gamma=0$  полученные выражения сводятся к известным формулам теории фильтрации для жесткой пористой среды:

В случае фильтрации реального газа удается найти аналогичные аналитические выражения, если воспользоваться соотношением

$$k = k_0 [1 - b_* (\Phi_0 - \Phi)]^\gamma,$$

$$\text{где } \Phi = \int_0^p \rho dp; \quad b_* = (b/\rho_{cp});$$

$\rho$  — плотность газа. После подстановки этого соотношения в уравнение фильтрации реального газа в пласте проницаемостью, зависящей от давления

$$k\nabla^2 \Phi + \frac{dk}{dr} \frac{d\Phi}{dr} = 0, \quad (3.23)$$

находим

$$\Phi = \Phi_k - \frac{1}{b_*} \left\{ 1 - \sqrt[\gamma+1]{\left[ [1 - b_* (\Phi_k - \Phi_c)]^{\gamma+1} - 1 \right] \frac{\ln(r/R)}{\ln(r_c/R)} + 1} \right\}. \quad (3.24)$$



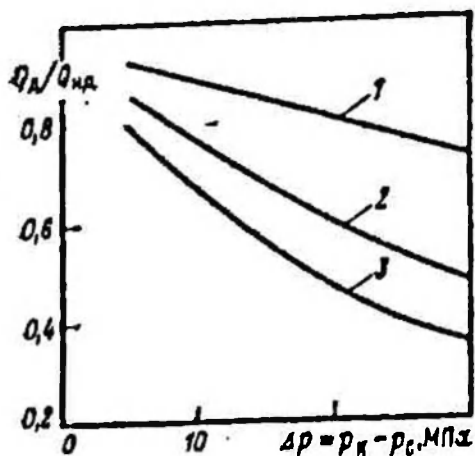


Рис. 11. Кривые влияния депрессии и свойств пород на дебит скважины: 1 —  $E=10^8$  МПа,  $\gamma=2$ ; 2 —  $E=10^8$  МПа,  $\gamma=5$ ; 3 —  $E=10^9$  МПа,  $\gamma=8$ ;  $Q_d$  — дебит скважины в деформируемой породе при  $p_k=60$  МПа;  $Q_{нд}$  — дебит скважины в недеформируемой породе при  $p_k=60$  МПа

С учетом известного выражения для массового расхода реального газа

$$Q = 2\pi r h \frac{r k^2}{\mu_s} \frac{d\Phi}{dr} \quad (3.25)$$

получаем

$$Q = \frac{2\pi h}{\ln(R/r_c)} \frac{k_0}{\mu_s b_0 (\gamma+1)} [1 - [1 - b_0 (\Phi_k - \Phi_c)]^{\gamma+1}]. \quad (3.26)$$

Некоторые результаты расчетов влияния деформации пород на приток реального газа приведены на рис. 11 [5].

Рассмотрим теперь приток жидкости или газа к перфорационному отверстию в упругом пласте при нелинейно-упругом режиме фильтрации. Будем считать, что вокруг перфорационного отверстия в породе образуется каверна в виде полусферы, приток жидкости или газа к которой можно считать полярно симметричным. Как и прежде, для учета влияния деформации пород на процессы фильтрации будем совместно решать уравнения теории упругости (т. е. Ламе) и фильтрации в породе проницаемостью, зависящей от давления.

Уравнения теории упругости (Ламе) в сферической системе координат в случае полярной симметрии имеют вид

$$\frac{d}{dr} \left( \frac{du}{dr} + 2 \frac{u}{r} \right) - \frac{1-\beta}{\lambda+2G} \frac{r dp}{dr} = 0, \quad (3.27)$$

где  $u$  — радиальное перемещение породы;  $r$  — текущий радиус;  $\lambda$ ,  $G$  — коэффициенты Ламе;  $p$  — давление пластового флюида. Соответствующие уравнения фильтрации с проницаемостью, зависящей от давления пластового флюида, имеют вид:

для жидкости

$$\frac{k}{r^2} \frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{d\Phi}{dr} \right) + \frac{dk}{dr} \frac{d\Phi}{dr} = 0; \quad (3.28)$$

для реального газа

$$\frac{k}{r^2} \frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{d\Phi}{dr} \right) + \frac{dk}{dr} \frac{d\Phi}{dr} = 0, \quad (3.29)$$

где  $\Phi = \int_0^p \rho dp$ ;  $\rho$  — плотность реального газа.

Как и раньше, будем считать, что изменения пористости и проницаемости связаны между собой степенной зависимостью  $k = k_0 (m/m_0)^\gamma$  [1, 3]. Ограничиваясь рамками линейной теории упругости, связь между напряжениями и деформациями примем в виде закона Гука, [8].

$$\sigma_{ij} = \delta_{ij} \lambda e + 2G e_{ij} + \delta_{ij} \beta p, \quad (3.30)$$

где  $\delta_{ij}$  — символ Кронекера; индексы  $i, j$  — сферические координаты;  $e$  — объемная деформация породы,

$$e = \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} (r^2 u). \quad (3.31)$$

Для завершения постановки задачи запишем ее граничные условия в виде: при  $r=r_0$   $p=p_0$ ; при  $r=R$   $p=p_k$ . Здесь  $R$  — расстояние от скважины, при котором движение флюида можно считать плоско-радиальным;  $p_k$  — давление флюида при  $r=R$ ;  $r_0$  — радиус каверны;  $p_0$  — давление флюида в каверне, которое практически равно давлению в стволе скважины.

Аналогично предыдущему изменению проницаемости, вызванное фильтрацией пластового флюида, находится в виде

$$m_k - m = \left[ \frac{1 - \beta}{\lambda + 2G} - \beta_{ск} \right] (1 - m_0) (p_k - p); \quad (3.32)$$

$$e_k - e = \frac{1 - \beta}{\lambda + 2G} (p_k - p),$$

где индекс  $k$  относится к контурным, в том числе начальным условиям,  $e_k, m_k$  — объемная деформация и пористость породы на коятуре питания. Принимая  $u_k = 0$ , после решения системы уравнения теории упругости и фильтрации находим выражение для распределения давления жидкости в призабойной зоне скважины

$$p = p_k - \frac{1}{b} + \frac{1}{b} \left[ 1 - \left( 1 - [1 - b(p_k - p_0)]^{\gamma+1} \right) \frac{r_0}{r} \right]^{\frac{1}{\gamma+1}}, \quad (3.33)$$

где  $b = m_k^{-1} \left[ \frac{1 - \beta}{\lambda + 2G} - \beta_{ск} (1 - m_0) \right]$ . Выражение для дебита жидкости через перфорационное отверстие получается из формулы

$$Q = 2\pi r^2 \frac{k}{\mu_{ж}} \frac{dp}{dr} \quad (3.34)$$

в следующем виде

$$Q = \frac{2\pi R r_0}{R - r_0} \frac{k_0}{\mu_{ж} b (\gamma + 1)} \left\{ 1 - [1 - b(p_k - p_0)]^{\gamma+1} \right\}. \quad (3.35)$$

Решение для газа находится аналогично предыдущему из приведенных выше формул после замены  $b$  на  $b_k$ ,  $p$  на  $\Phi$ ,  $u_i$  на  $u_i$ .

Рассмотрим теперь приток жидкости или газа к перфорационному отверстию в упруговязкой породе при нелинейно-упругом режиме фильтрации. Для решения задачи о влиянии реологических свойств породы в условиях сложного напряженного состояния пласта на фильтрацию пластовой жидкости необходимо совместно решить следующую систему уравнений [7].

Уравнения равновесия

$$\sum_i \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial i} - \frac{\partial p}{\partial j} = 0, \quad (3.35)$$

где  $\sigma_{ij}$  — эффективные напряжения;  $i, j$  — координаты;  $p$  — давление пластового флюида.

Физические уравнения

$$\mathcal{F}(D) S_{ij} = Q(D) \epsilon_{ij}; \quad F(D) \sigma = H(D) \epsilon. \quad (3.37)$$

$$S_{ij} = \sigma_{ij} - \sigma \delta_{ij}; \quad \sigma = \frac{1}{3} \sum_i \sigma_{ii};$$

$$\epsilon_{ij} = e_{ij} - \epsilon \delta_{ij}; \quad \epsilon = \frac{1}{3} \sum_i e_{ii};$$

$$D = \frac{\partial}{\partial t}; \quad \mathcal{F}(D) = \sum_{n=0}^N p_n \frac{\partial^n}{\partial t^n};$$

$$Q(D) = \sum_{n=0}^N q_n \frac{\partial^n}{\partial t^n}; \quad F(D) = \sum_{n=0}^N f_n \frac{\partial^n}{\partial t^n}; \quad H(D) = \sum_{n=0}^N h_n \frac{\partial^n}{\partial t^n}.$$

Здесь  $\delta_{ij}$  — символ Кронекера.

Геометрическое уравнение

$$\epsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial j} + \frac{\partial u_j}{\partial i} \right), \quad (3.38)$$

здесь  $\epsilon_{ij}$  — относительные деформации;  $u_i, u_j$  — перемещения в направлении осей  $i$  и  $j$  соответственно.

Как показали многочисленные эксперименты, изменение удельного объема пород можно считать линейно-упругим, т. е.  $\epsilon = \sigma / (3K)$  и, следовательно,  $H(D) = 1, F(D) = 1 / (3K)$ , где  $K$  — объемный модуль.

Большинство известных линейных реологических моделей горных пород можно выразить при помощи соотношений

$$\mathcal{F}(D) = p_0 + p_1 \frac{\partial}{\partial t} + p_2 \frac{\partial^2}{\partial t^2}; \quad Q(D) = q_0 + q_1 \frac{\partial}{\partial t} + q_2 \frac{\partial^2}{\partial t^2}. \quad (3.39)$$

К уравнениям применяется преобразование Лапласа и решение

строится в пространстве изображений:

$$\sum_i \frac{\partial \sigma_{ij}^*}{\partial t} - \frac{\partial p^*}{\partial j} = 0; \quad S_{ij}^* = 2G(s) e_{ij}^*; \quad (3.40)$$

$$\varepsilon^* = \sigma^*/(3K); \quad e_{ij}^* = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i^*}{\partial j} + \frac{\partial u_j^*}{\partial i} \right),$$

где  $\bar{z}G(\bar{s}) = (\bar{q}_0 + \bar{q}_1 \bar{s} + \bar{q}_2 \bar{s}^2) / (\bar{p}_0 + \bar{p}_1 \bar{s} + \bar{p}_2 \bar{s}^2)$ ; звездочка обозначает преобразование Лапласа по времени

$$f^* = \int_0^{\infty} e^{-st} f(t) dt.$$

Приведенные выше уравнения верны при нулевых начальных условиях и аналогичны уравнениям линейной теории упругости с учетом объемных сил. Такая же аналогия была обнаружена Алфреем и Ли между уравнениями термоупругости и термовязкоупругости в случае отсутствия объемных сил. Для решения задачи необходимо установить связь между изменениями пористости и давления.

После подстановки физических и геометрических уравнений в уравнения равновесия в сферической системе координат в пространстве изображений получаем уравнения Ламе следующего вида

$$\frac{d}{dr} \left( \frac{du^*}{dr} + 2 \frac{u^*}{r} \right) - \frac{1}{K + \frac{4}{3} G(s)} \frac{dp^*}{dr} = 0, \quad (3.41)$$

здесь  $r$  — радиус;  $u^*$  — радиальное перемещение породы в пространстве изображения Лапласа;

$$3\varepsilon_k^* = \frac{\partial u^*}{\partial r} + 2 \frac{u^*}{r}; \quad m_k^* - m^* = 3(\varepsilon_k^* - \varepsilon^*), \quad (3.42)$$

где  $3\varepsilon_k^*$ ,  $3\varepsilon$  — объемное и текущее соответственно расширение породы в пространстве изображений на контуре питания скважины;  $m_k^*$ ,  $m$  — пористость породы в пространстве изображений на контуре питания скважины и текущая.

Сжимаемость зерен породы считается пренебрежимо малой по сравнению с сжимаемостью породы в целом. Из уравнений Ламе следует, что

$$m_k^* - m^* = \frac{p_0 + p_1 s + p_2 s^2}{(s-a)(s-b)} (p_k^* - p^*), \quad (3.43)$$

где  $a$ ,  $b$  — корни уравнения.

$$Kp_0 + \frac{2}{3} q_0 + \left( Kp_1 + \frac{2}{3} q_1 \right) s + \left( Kp_2 + \frac{2}{3} q_2 \right) s^2 = 0. \quad (3.44)$$

Обратное преобразование для случая  $a \neq b$  дает

$$m_k - m = \rho_2 [\rho_k(r, t) - p(r, t)] + \frac{t}{a-b} \int_0^t [(\rho_0 + \rho_1 a + \rho_2 a^2) e^{at} - (\rho_0 + \rho_1 b + \rho_2 b^2) e^{bt}] H(\tau) [\rho_k(r, t-\tau) - p(r, t-\tau)] d\tau, \quad (3.45)$$

где  $H(\tau)$  — функция Хевисайда.  
При  $a = b$  получаем

$$m_k - m = \rho_2 [\rho_k(r, t) - p(r, t)] + \int_0^t [\rho_1 + 2a\rho_2 + (\rho_0 + \rho_1 a + \rho_2 a^2) \tau] e^{a\tau} H(\tau) [\rho_k(r, t-\tau) - p(r, t-\tau)] d\tau. \quad (3.46)$$

Согласно теории нелинейно-упругого режима фильтрации между изменениями пористости и проницаемости существует следующая, экспериментально установленная связь  $k = k_n (m/m_n)^\gamma$ , где  $k, k_n$  — текущая и начальная проницаемости;  $m, m_n$  — текущая и начальная пористости;  $\gamma$  — коэффициент, зависящий от степени цементирования породы,  $0.4 \leq \gamma \leq 1.2$ , причем меньшие значения соответствуют слабосцементированным, а большие значения сильно сцементированным породам [1, 3].

С помощью полученных выше уравнений можно установить зависимость проницаемости от давления в условиях данного напряженного состояния и в принципе рассчитать весь процесс фильтрации. Однако чтобы получить удобные для практического применения результаты, нужно в качестве первого приближения принять  $p = p(r)$ , тогда из приведенных выше соотношений легко найти изменение пористости в пространстве изображений:

$$m_k^* - m^* = \frac{\rho_0 + \rho_1 s + \rho_2 s^2}{s(s-a)(s-b)} [\rho_k(r) - p(r)], \quad (3.47)$$

откуда при  $a \neq b$  имеем  $m_k - m = A(t) [\rho_k(r) - p(r)]$ , где  $A(t) = \frac{\rho_0}{ab} + \frac{\rho_0 + \rho_1 a + \rho_2 a^2}{a(a-b)} e^{at} - \frac{\rho_0 + \rho_1 b + \rho_2 b^2}{b(a-b)} e^{bt}$ ;

при  $a = b$   $m_k - m = B(t) [\rho_k(r) - p(r)]$ ,

где  $B(t) = \frac{\rho_0}{a^2} + \left[ \rho_1 - \frac{\rho_0}{a^2} + \left( \frac{\rho_0}{a} + \rho_1 + \rho_2 a \right) t \right] e^{at}$ .

Теперь из экспериментальной зависимости проницаемости от давления и полученных теоретических результатов нетрудно видеть, что

$$k = k_n \left[ 1 - \frac{A(t)}{m_n} (\rho_k - p) \right]^\gamma. \quad (3.48)$$

В дальнейшем все формулы записываются для случая  $a \neq b$ , при  $a = b$  достаточно заменить  $A(t)$  на  $B(t)$ .

Так как процесс считается квазистационарным, то уравнение фильтрации жидкости в пласте проницаемостью, зависящей от



давления, имеет вид

$$\frac{k}{r^2} \frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{dp}{dr} \right) + \frac{dk}{dr} \frac{dp}{dr} = 0, \quad (3.49)$$

после подстановки в него полученного соотношения для проницаемости и решения полученного уравнения находим

$$p(r, t) = p_K + \frac{m_K}{A(t)} \left\{ 1 - \left[ 1 - \left\{ 1 - \frac{A(t)}{m_K} (p_K - p_c) \right\}^{\gamma+1} \right] \times \right. \\ \left. \times \frac{r_0}{r} \right\}^{\frac{1}{\gamma+1}} - \frac{m_K}{A(t)}, \quad (3.50)$$

где  $p_c$  — давление пластового флюида в каверне вокруг перфорационного отверстия, т. е. при  $r=r_0$ . Далее совершенно аналогично предыдущему получаем выражение для объемного дебита через одно перфорационное отверстие

$$Q = \frac{2\pi R r_0}{R - r_0} \frac{k_K m_K}{\mu_K (\gamma + 1) A(t)} \left\{ 1 - \left[ 1 - \frac{A(t)}{m_K} (p_K - p_c) \right]^{\gamma+1} \right\}. \quad (3.51)$$

где  $Q$  — дебит через одно перфорационное отверстие;  $\bar{R}$  — радиус контура питания скважины;  $r_0$  — радиус каверны вокруг перфорационного отверстия;  $\mu_K$  — вязкость пластового флюида.

Соответствующие результаты для фильтрации реального газа можно получить из приведенных выше решений способом, использованным ранее, т. е. заменой  $A(t)$  на  $A_*(t)$ ,  $B(t)$  на  $B_*(t)$ ,  $p$  на  $\Phi$ ,  $\mu_K$  на  $\mu_r$ , где  $A_* = A/\rho_{ср}$ ,  $B_* = B/\rho_{ср}$ .

Рассмотрим теперь применение полученных выше результатов к средам, свойства которых описываются линейными реологическими моделями.

Среда Максвелла характеризуется константами  $p_0=1/\kappa$ ,  $p_1=1$ ,  $p_2=0$ ,  $q_0=0$ ,  $q_1=2G$ ,  $q_2=0$ , где  $\kappa$  — время релаксации,  $G$  — модуль сдвига.

Повторив приведенные выше рассуждения, нетрудно получить

$$A(t) = \frac{1}{K} \frac{4G}{3K + 4G} \exp\left(-\frac{3Kt}{\kappa(3K + 4G)}\right). \quad (3.52)$$

Модель среды Максвелла наиболее хорошо описывает свойства глинистых пород.

Среда Кельвина характеризуется константами  $p_0=1$ ,  $p_1=p_2=0$ ,  $q_0=2G$ ,  $q_1=2G\kappa$ ,  $q_2=0$ .

$$A(t) = \frac{3}{3K + 4G} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{3K + 4G}{4G\kappa} t\right) \right]. \quad (3.53)$$

Среда Пойнтинга — Томсона характеризуется константами  $p_0=1$ ,  $p_2=0$ ,  $p_1=\kappa_1$ ,  $q_0=2G$ ,  $q_1=2G\kappa_2$ ,  $q_2=0$

$$A(t) = \frac{3}{3K + 4G} \left[ 1 + \left( \frac{3K + 4G}{3K\kappa_1 + 4G\kappa_2} \kappa_1 - 1 \right) \times \right. \\ \left. \times \exp\left(-\frac{3K + 4G}{3K\kappa_1 + 4G\kappa_2} t\right) \right]. \quad (3.54)$$

При разработке нефтяных и газовых месторождений в неустойчивых коллекторах, а также на больших глубинах с аномально высокими пластовыми давлениями (АВПД) очень важно предвидеть наступление пластических деформаций в породе, а также исследовать их влияние на процессы фильтрации. В реальных условиях деформация пород сопровождается упрочнением, а объемное изменение породы частично необратимо. Ввиду отсутствия необходимых экспериментальных данных, а также способов решения пространственных упругопластических задач с учетом сжимаемости материала делаются предположения об идеально пластическом характере деформаций и упругом объемном изменении породы. Предположение об идеальной пластичности породы основано на возможности аппроксимации действительной кривой диаграммы напряжение — деформация ломаной линией и поэтому может быть принято в качестве первого приближения. Предположение об упругом характере объемного изменения материала — одна из основных предпосылок теории малых упругопластических деформаций по-видимому достаточно точно соответствующая действительности в большом диапазоне изменения напряжений.

В отличие от предыдущего необходимо найти совместное решение уравнений теории пластичности и фильтрации, так как напряженное состояние пласта оказывает существенное влияние на процесс фильтрации и, наоборот, фильтрация приводит к значительному изменению начальных напряжений в пласте.

Для идеально-пластического тела проблема сводится к совместному решению уравнений равновесия и условия пластичности. К сожалению, в настоящее время почти не имеется точных решений задач этого типа. Как правило, при решении задач теории пластичности делается предположение о несжимаемости материала, которое естественно нельзя принять при решении поставленной задачи. Но даже и при этом допущении не удастся использовать в трехмерном случае все граничные условия.

Рассмотрим случай, когда весь пласт находится в пластическом состоянии и система уравнений равновесия и пластичности, а также граничные условия полностью определяют напряженное состояние породы. Ниже решается задача о фильтрации флюида в идеально пластичном пласте небольшой толщины. Решение соответствующей задачи теории упругости показывает возможность пренебрежения касательными напряжениями. Примем это предположение в качестве первого приближения и для пластичного пласта, для срединной плоскости которого это допущение точно соответствует действительности. Остальные граничные условия имеют вид: при  $r=r_0$ ,  $\sigma_r=0$ ,  $\tau_{rz}=0$ , при  $r=R$ ,  $\sigma_r=-(q-p_k)\mu/(1-\mu)$  и всюду  $(\partial p/\partial z)=0$ ,  $\sigma_z=-q+p$ ,  $\tau_{rz}=0$ . После подстановки этих допущений в уравнения равновесия сил они значительно упрощаются и принимают вид

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} - \frac{dp}{dr} = 0; \quad \sigma_z = -q + p, \quad (3.55)$$

где  $q$  — давление вышележащих пород.

В качестве условия пластичности примем условие Губера—Мизеса

$$(\sigma_r - \sigma_0)^2 + (\sigma_0 - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_r)^2 = 2\sigma_T^2, \quad (3.56)$$

где  $\sigma_T$  — предел текучести породы при сжатии.

Затем из приведенных выше упрощенных уравнений равновесия находим выражение для окружного нормального напряжения

$$\sigma_0 = \sigma_r + r \frac{d}{dr} (\sigma_r - \sigma_z). \quad (3.57)$$

Подставив это уравнение в условие Губера—Мизеса, получим нелинейное дифференциальное уравнение

$$r^2 \left( \frac{d\sigma}{dr} \right)^2 + r\sigma \frac{d\sigma}{dr} + \sigma^2 - \sigma_T^2 = 0 \quad (\text{где } \sigma = \sigma_r - \sigma_z), \quad (3.58)$$

которое, в свою очередь, распадается на два уравнения

$$\begin{aligned} r \frac{d\sigma}{dr} &= -\frac{\sigma}{2} - \sigma_T \sqrt{1 - 0,75 \frac{\sigma^2}{\sigma_T^2}}; \\ r \frac{d\sigma}{dr} &= -\frac{\sigma}{2} + \sigma_T \sqrt{1 - 0,75 \frac{\sigma^2}{\sigma_T^2}}; \end{aligned} \quad (3.59)$$

из них второе должно быть отброшено как физически нереальное, так как не выполняется на контуре питания скважины. В первом из приведенных уравнений переменные легко разделяются и решение находится в следующем виде:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \ln \left| \frac{\sigma}{2\sigma_T} + \sqrt{1 - 0,75 \frac{\sigma^2}{\sigma_T^2}} \right| - \frac{\sqrt{3}}{2} \arcsin \left( -\frac{\sqrt{3}}{2} \frac{\sigma}{\sigma_T} \right) = \\ = -\ln \frac{r}{r_0} + \ln c, \end{aligned} \quad (3.60)$$

где  $c$  — произвольная постоянная.

Ввиду того что второй член в левой части уравнения изменяется очень мало, решение значительно упрощается:

$$\frac{\sigma}{2\sigma_T} + \sqrt{1 - 0,75 \frac{\sigma^2}{\sigma_T^2}} = c \frac{r_c^2}{r^2},$$

где постоянная  $c$  находится из условия на стенках скважины, т. е. при  $r = r_c \sigma_c = q - p_c$ , откуда

$$c = \frac{\sigma_c}{2\sigma_T} + \sqrt{1 - 0,75 \frac{\sigma_c^2}{\sigma_T^2}}.$$

Из условий на контуре питания теперь нетрудно найти давление флюида, при котором пласт полностью становится пластич-

ПММ:

$$\sigma_n + q - p_n = -\sigma_r, \text{ откуда } p_n = q + \sigma_r \frac{1-\mu}{1-2\mu}. \quad (3.61)$$

Для определения изменения пористости необходимо применить закон упругого изменения объема  $e = (1-2\mu)/E (\sigma_r + \sigma_\theta + \sigma_z)$ , из которого с учетом полученных выше результатов находим изменение пористости идеально пластичной породы, вызванное фильтрацией пластового флюида:

$$m_n - m = \frac{1-2\mu}{E} \left\{ 3(p_n - p) - 2\sigma_r + 2\sigma_r \sqrt{1 - 0,75 c^2 \frac{r_c^4}{r^4}} + \frac{3c^2 \sigma_r r_c^4}{2r^4 \sqrt{1 - 0,75 c^2 \frac{r_c^4}{r^4}}} \right\} - \beta_{сн} (1 - m_0). \quad (3.62)$$

Из полученного соотношения видно, что в процессе фильтрации пластового флюида в идеально пластичной пористой среде вокруг необсаженного ствола скважины образуется зона необратимых изменений начальной пористости.

Рассмотрим теперь приток к перфорационному отверстию. Как и прежде, будем предполагать, что вокруг перфорационного отверстия в обсадной колонне образуется каверна в виде полусферы с радиусом  $r_0$ . Уравнение равновесия в сферической системе координат в случае полярной симметрии имеет вид

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + 2 \frac{\sigma_r - \sigma_t}{r} - \frac{dp}{dr} = 0, \quad (3.63)$$

условие пластичности Губера—Мизеса при этом значительно упрощается:

$$\sigma_t - \sigma_r = \sigma_r. \quad (3.64)$$

Из уравнений равновесия и условия пластичности нетрудно найти радиальные нормальные напряжения  $\sigma_r = p + 2\sigma_r \ln r/r_0 + C$ , где  $C$  — произвольная постоянная, определяемая из следующих граничных условий: при  $r=r_0 \sigma_r=0$ , при  $r=R \sigma_r = -(q-p_n)\mu/(1-\mu)$ . С учетом граничных условий получаем выражение для нормального радиального напряжения

$$\sigma_r = p - p_0 + 2\sigma_r \ln \frac{r}{r_0} \quad (3.65)$$

и условие перехода в пластическое состояние сферической области с внутренним радиусом  $r_0$  и внешним радиусом  $R$  в виде

$$p_0 - \frac{1-2\mu}{1-\mu} p_n = \frac{\mu q}{1-\mu} + 2\sigma_r \ln \frac{R}{r_0}. \quad (3.66)$$

Изменение пористости, вызванное фильтрацией флюида, находим аналогично предыдущему с помощью закона упругого изменения объема:

$$m_k - m = \left( 3 \frac{1 - 2\nu}{E} - \beta_{ск}^i \right) (1 - m_0) (\rho_k - \rho) + 6 \frac{1 - 2\nu}{E} \sigma_T \ln \frac{R}{r}. \quad (3.67)$$

Из полученного соотношения видно, что проявление пластических деформаций приводит к необратимому уменьшению пористости и, следовательно, проницаемости вокруг перфорационного отверстия в стенке скважины.

### Технологический режим работы скважины в условиях неустойчивости горных пород и аномально высоких пластовых давлений

Технологический режим работы скважин на газовых месторождениях сложного состава в условиях неустойчивости горных пород и проявления аномально высоких пластовых давлений должен обеспечивать заданную добычу природного газа и надежную работу подземного и наземного оборудования.

Как было показано выше, первое условие может соблюдаться только в случае правильного учета влияния деформаций пород на продуктивность скважины. Особенно неблагоприятное влияние оказывает необратимое изменение пористости и проницаемости призабойной зоны. Поэтому технологический режим работы скважины на газовых месторождениях с АВПД должен назначаться из условия отсутствия пластических деформаций стенок скважины, которым, как можно показать, является условие постоянства заданного забойного давления. Действительно, на стенках необсаженной скважины радиальные эффективные напряжения равны нулю, а максимальными являются вертикальные эффективные напряжения, равные в первом приближении разности горного и забойного давлений. Следовательно, пластические деформации на стенках скважины согласно условию пластичности Треска появятся в том случае, если разница между радиальными и вертикальными напряжениями достигнет значения предела текучести породы на сжатие. Отсюда следует, что для предотвращения пластических деформаций стенок скважины забойное давление должно быть больше разности горного давления и предела текучести породы.

Нетрудно также видеть, что если предел текучести горной породы превышает горное давление, то пластические деформации будут отсутствовать при любом дебите или забойном давлении, т. е. перестанут быть ограничивающими факторами технологического режима работы скважины.

Второй ограничивающий фактор — бескоррозионный режим эксплуатации скважин. При этом режиме задается максимально допустимая скорость движения газа в стволе скважины, препятст-



вующая возникновению коррозии металла насосно-компрессорных труб и скважинного оборудования при защите скважин ингибиторами коррозии. Это объясняется тем, что при вводе ингибитора скорость коррозии остается постоянной и незначительной в довольно большом диапазоне скоростей движения газожидкостного потока. Однако, начиная с некоторого критического значения скорости потока, происходит резкое увеличение коррозии, приближающейся к коррозии незащищенного металла. Обычно своего максимального значения скорость потока достигает на устье, поэтому технологический режим работы скважины должен предусматривать скорости на устье, не превышающие максимально допустимые. Предельно допустимое значение скорости потока определяется экспериментально и зависит от состава газа, давления, температуры, оборудования и других факторов. Так, например, на месторождении Лак (Франция) при содержании в газе сероводорода 15,3 % и углекислого газа 9,7 % по объему скорость потока газа в скважинах поддерживается на уровне 13,5 м/с, а на месторождении Северная Колумбия (Канада) при содержании сероводорода 1,5 % и углекислого газа 10 % по объему — в пределах 10—26 м/с. При закачке ингибитора или поступлении жидкости на забой скорость потока должна обеспечивать вынос жидкости на поверхность [5].

Рассмотренные выше ограничивающие факторы определяют технологический режим работы скважины, а также оказывают решающее влияние на все параметры разработки месторождений подобного типа. Так, например, вызванное падением пластового давления ухудшение коллекторских пород призабойной зоны и месторождения в целом приводит к росту фонда добывающих скважин, снижению их дебита, увеличению депрессии на пласт, уменьшению периода бескомпрессорной эксплуатации, увеличению мощности дожимных компрессорных станций и, как следствие, к ухудшению технико-экономических показателей разработки месторождения. Таким образом, технологический режим работы скважины на месторождениях с аномально высокими пластовыми давлениями и неустойчивыми коллекторами должен определяться не только с учетом ограничивающих факторов, но и общих технико-экономических показателей разработки данного месторождения.

## НАДЕЖНОСТЬ СКВАЖИН В УСЛОВИЯХ НЕУСТОЙЧИВОСТИ ГОРНЫХ ПОРОД

В настоящее время повышение надежности скважин в условиях неустойчивости горных пород достигается в основном путем применения комбинированных колонн, состоящих из двух обсадных труб с цементным кольцом между ними. Как показывают результаты экспериментов и расчетов, несущая способность таких колонн может значительно превышать предел прочности труб. К недостаткам этого метода следует отнести зависимость несущей способности составных труб от качества цементного кольца. Кроме того, этот метод позволяет значительно увеличить сопротивление труб смятию только при одном виде нагружения, а именно при равномерном давлении на внешнюю поверхность труб. Однако практика бурения глубоких скважин в сложных геологических условиях показывает, что наиболее вероятные причины смятия труб — изгибающие нагрузки, а не равномерное давление, даже если оно равно геостатическому. Тем не менее большинство рекомендаций по увеличению надежности скважин в основном касаются операций по цементированию скважин. Не умаляя важности этого компонента крепления скважин, его следует, однако, признать недостаточным для обеспечения надежности ее работы в условиях неустойчивости горных пород. В связи с этим в настоящей книге предложен перспективный, на взгляд авторов, метод повышения надежности скважин в сложных геологических условиях путем создания и применения двухслойных труб. Этот метод позволяет устранить овальность как внутренней, так и внешней трубы и значительно повысить несущую способность обсадной колонны. Кроме того, посредством его можно значительно увеличить несущую способность обсадных труб по отношению не только к равномерному и неравномерному внешним давлениям, но и к изгибающим нагрузкам.

### Геологические условия и причины смятия и разрушения обсадных труб

Практика бурения и заканчивания скважин в сложных геологических условиях свидетельствует о том, что основная причина смятия обсадных труб — геомеханические и механические нагрузки. Вероятность смятия значительно увеличивается при наличии каверн или отсутствии цементного кольца между трубами. В качестве геомеханических можно назвать тектонические напряжения, иногда значительно превышающие вертикальное горное давление. Зачастую они являются главной причиной смятия обсадных ко-

лопи боковым давлением и ликвидации скважины. Следует также отметить возможность появления давлений, превышающих вертикальное горное давление, при растворении солей в пласте в результате фазовых переходов, а также при рапопроявлении. Кроме того, глинистые породы при влажности более 10 % и солевые отложения при температурах более 200 °С приобретают высокую пластичность и почти полностью передают вертикальное горное давление на обсадные трубы, что предъявляет дополнительные требования к их прочности. Однако равномерное геостатическое давление в большинстве случаев не может быть причиной смятия обсадных труб. Гораздо более опасны одностороннее давление пластичных пород, действие сосредоточенных нагрузок, а также изгибающего момента. Общая же причина смятия обсадных труб — пластическое течение глинистых пород и каменной соли [5, 9, 23, 24, 44].

Следует отметить, что проявление горного давления в толще каменной соли и его интенсивность зависят от тектоногенеза, химического состава соли, ее физико-химических свойств, увлажненности, глубины залегания, температуры и фактора времени. Основной вид деформации обсадных колонн в пластах каменной соли — смятие труб на значительных участках. В пластах калиево-магнелиевых солей и пластических глин преобладают нарушения колонн в результате их изгиба или изгиба со смятием.

Рассмотренный выше комплекс факторов, приводящих к смятию и разрушению обсадных труб, образует то, что обычно называют сложными геологическими условиями. В этой связи важно отметить, что степень проявления этих условий существенно зависит от механических свойств горных пород. Это замечание имеет большое значение для пластов каменной соли. Как и большинство горных пород, каменная соль при кратковременных нагружениях и относительно небольших нагрузках, испытывает только упругие деформации, к которым в процессе нагружения добавляются пластические и вязкопластические. На рис. 12 представлены результаты одноосных испытаний образцов каменной соли при следующих параметрах: прочность на одноосное сжатие  $\sigma_c = 18,9$  МПа, осевая деформация разрушения  $\epsilon_3 = 0,15$ , начальный модуль упругости Юнга  $E = 2,48 \cdot 10^4$  МПа, скорость нагружения 1 МПа·мин/м<sup>2</sup>,  $h = 0,2$  м,  $d = 0,1$  м. Как видно из рисунка, зависимость между напряжениями и деформациями при одноосном нагружении имеет сильно выраженный нелинейный характер. Аналогичные результаты (рис. 13) получены при трехосном нагружении ( $\sigma_1 = \sigma_2 > \sigma_3$ ). Таким образом, при кратковременных испытаниях состояние образца каменной соли можно описать линейной и нелинейной теорией упругости. При этом начало разрушения будет определяться критерием Мора, а кривая Мора описываться уравнением следующего вида [9]:

$$\frac{\sigma_3}{\sigma_c} = M - 1 - \sqrt{M^2 - N \frac{\sigma_1}{\sigma_c}} \quad (4.1)$$

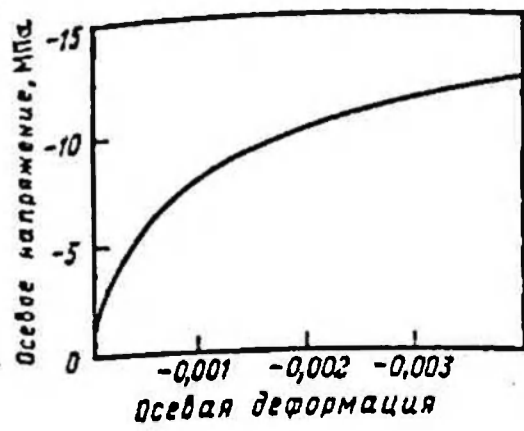


Рис. 12. Кривая деформации образца каменной соли при одноосном нагружении

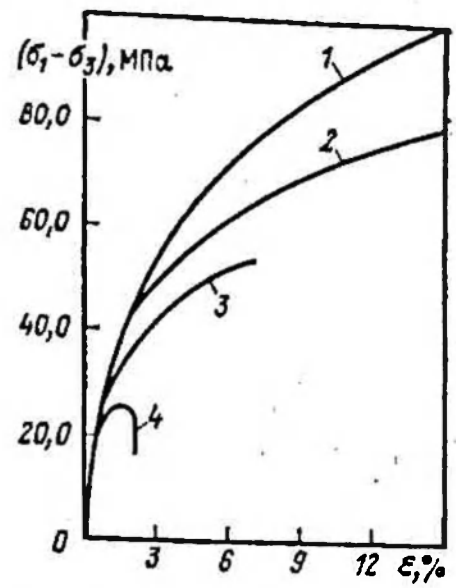


Рис. 13. Кривые деформирования образца каменной соли при трехосном нагружении:  
 1 —  $\sigma_2 = 20$  МПа;  $\sigma_3 = 5$  МПа,  $\sigma_1 = 0$  МПа;  
 2 —  $\sigma_2 = 10$  МПа;  $\sigma_3 = 0$  МПа;  
 3 —  $\sigma_2 = 5$  МПа;  $\sigma_3 = 0$  МПа;  
 4 —  $\sigma_2 = 0$  МПа;  $\sigma_3 = 0$  МПа

где  $\sigma_c$  — предел прочности на одноосное сжатие;  $\sigma_1, \sigma_3$  — наименьшее и наибольшее нормальные напряжения;  $M = 0,69902$ ;  $N = 28,885$ . Значения коэффициентов  $M$  и  $N$  получаются после обработки экспериментальных данных по нагружению цилиндрических образцов каменной соли. Необходимо, однако, отметить, что приведенные выше данные получены при комнатной температуре. Как показали данные экспериментов, увеличение температуры ведет к уменьшению прочности. На рис. 14 приведены для сравнения критерии разрушения Мора, полученные при комнатной и повышенной температурах [9]. При долговременных испытаниях каменная соль проявляет свойства вязкоупругости, ее реологическую модель можно представить в виде комбинации элементов вязкости, трения и упругости. В общем случае массив каменной соли можно рассматривать как вязкоупругопластическую среду, уравнение состояния которой имеет вид

$$\dot{\epsilon}_\theta = a(\dot{\sigma}_\theta - \nu \dot{\sigma}_r) + \begin{cases} b \left[ \sigma_\theta - \sigma_r - \sigma'_c \left( 1 - \frac{\epsilon_\theta}{\epsilon_T} \right) \right] & \text{при } \sigma_\theta - \sigma_r > f \\ 0 & \text{при } \sigma_\theta - \sigma_r < f \end{cases} \quad (4.2)$$

$$\dot{\epsilon}_r = a(\dot{\sigma}_r - \nu \dot{\sigma}_\theta) - \begin{cases} b \left[ \sigma_\theta - \sigma_r - \sigma'_c \left( 1 - \frac{\epsilon_\theta}{\epsilon_T} \right) \right] & \text{при } \sigma_\theta - \sigma_r > f \\ 0 & \text{при } \sigma_\theta - \sigma_r < f \end{cases}$$

$$a = \frac{1 - \mu^2}{E}; \quad \nu = \frac{\mu}{1 - \mu}$$

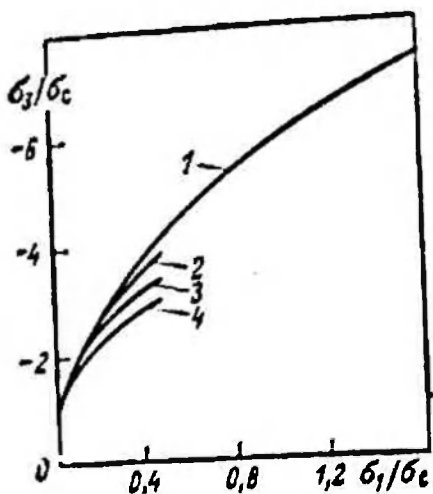


Рис. 14. Кривые прочности соляных пород при различных температурах:

1 — 22 °С; 2 — 105 °С; 3 — 75 °С; 4 — 125 °С

$$f = \sigma'_c \left( 1 - \frac{\epsilon_\theta}{\epsilon_T} \right);$$

$$\sigma'_c = (0,5 - 0,6) \sigma_c.$$

где  $E$ ,  $\mu$  — модуль Юнга и коэффициент Пуассона;  $b$  — постоянная вязкости каменной соли;  $\epsilon_T$  — величина предельной деформации;  $\sigma_c$  — длительная прочность соли; точка сверху означает дифференцирование по времени. После подстановки этих соотношений в уравнения равновесия сил и неразрывности деформаций находим выражения для напряжений в области вязкопластического деформирования:

$$\begin{aligned} \sigma_\theta &= p(t) + \sigma'_c \left[ 1 - \exp\left(-\frac{b}{a} t\right) \right] (1 + \ln \rho) + \\ &+ \frac{1}{2} \sigma'_c \exp\left(-\frac{b}{a} t\right) \rho_c^2 (1 - \rho^{-2}); \\ \sigma_r &= p(t) + \sigma'_c \left[ 1 - \exp\left(-\frac{b}{a} t\right) \right] \ln \rho + \\ &+ \frac{1}{2} \sigma'_c \exp\left(-\frac{b}{a} t\right) \rho_c^2 (1 - \rho^{-2}). \end{aligned} \quad (4.3)$$

где  $\rho$  — отношение текущего радиуса к радиусу скважины;  $\rho_c$  — радиус зоны пластической деформации, при  $t=0$  состояние массива считается упругим и давление на стенку скважины равным нулю. Величина давления на стенки скважины связана с радиусом вязкопластических деформаций следующим соотношением:

$$\begin{aligned} 2p(t) + \sigma'_c \left[ 1 - \exp\left(-\frac{b}{a} t\right) \right] (1 + 2 \ln \rho_c) + \\ + \sigma'_c \exp\left(-\frac{b}{a} t\right) \rho_c^2 = 2\gamma H, \end{aligned}$$

где  $\gamma$  — плотность пород,  $H$  — глубина залегания. Если отпор стенок скважины пропорционален смещению  $p = k'u$  или  $p = k\epsilon u$  при  $\nu=1$ , то при  $\mu=0,5$  имеем

$$p \left( 1 - b \frac{\sigma'_c}{\epsilon_T} \right) = a \sigma_c \exp\left(-\frac{b}{a} t\right) \rho_c^2,$$

далее давление на стенку скважины находится из условия при  $t=0$ ,  $p=0$   $\rho_c^2 = 2\gamma H / \sigma'_c$ .

Еще более общую форму записи уравнения состояния каменной соли можно получить на основе линейной наследственной теории



Больцмана—Вольтерра и нелинейной теории наследственной упругости Ю. Н. Работнова. В последнее время для описания ползучести каменной соли используется теория старения, с помощью которой было получено уравнение состояния следующего вида

$$\begin{aligned}\sigma_i &= G\varepsilon_i - [1 - \exp(-\bar{a}t^{\bar{b}})] g\varepsilon_i^c, \\ \varepsilon_i &= \frac{\sigma}{\alpha} + [1 - \exp(-\rho t^k)] \frac{\sigma_i^b}{m},\end{aligned}\quad (4.4)$$

где  $g, c, \bar{a}, \bar{b}, b, m, \rho, k$ —параметры уравнения состояния;  $E, G$ —модули Юнга и сдвига;  $\alpha = E/(1-2\mu)$ ;  $G = E/2(1+\mu)$ ;  $\sigma = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3$ ;  $\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3$ ;

$$\begin{aligned}\sigma_i &= \frac{1}{\sqrt{3}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}; \\ \varepsilon_i &= \sqrt{\frac{2}{3}} \sqrt{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_3)^2 + (\varepsilon_3 - \varepsilon_1)^2}.\end{aligned}\quad (4.5)$$

Параметры уравнения определяются по результатам испытаний образцов каменной соли.

В заключение следует отметить значительное влияние влажности при долговременных испытаниях на снижение прочности каменной соли, которое во многих случаях достигает 40—50 %.

Таким образом, каменная соль проявляет все известные типы деформаций горных пород. Причем вид и степень этих деформаций полностью определяет характер осложнений, возникающих в результате взаимодействия обсадных труб с пластами каменной соли или пластичных глин. В свою очередь, расчет деформаций пород можно осуществить только путем анализа напряженного состояния горных пород на всех этапах деформирования от линейно-упругого до ползучести.

Исследование напряженного состояния пласта необходимо начать с первого и самого простого этапа линейной упругой деформации.

### Напряжения и перемещения стенок скважины в пластах каменной соли

Для расчета напряжений, вызываемых весом горных пород в массиве с вертикальной цилиндрической скважиной, можно использовать известное решение С. Г. Лехницкого

$$\begin{aligned}\sigma_z &= -\gamma_{п}z; \\ \sigma_r &= -\gamma_{п}z \frac{\mu}{1-\mu} \left(1 - \frac{r_c^2}{r^2}\right) - \gamma_{ж}z \frac{r_c^2}{r^2}; \\ \sigma_{\theta} &= -\gamma_{п}z \frac{\mu}{1-\mu} \left(1 + \frac{r_c^2}{r^2}\right) + \gamma_{ж}z \frac{r_c^2}{r^2},\end{aligned}$$

где  $z$  — расстояние до поверхности земли;  $\gamma_n, \gamma_{ж}$  — удельный вес породы и жидкости в стволе скважины;  $r_c, r$  — радиус скважины и текущий радиус соответственно;  $\sigma_r, \sigma_\theta, \sigma_z$  — радиальное, окружное и осевое нормальные напряжения.

Однако пласты каменной соли во многих случаях неоднородны по разрезу и содержат пропластки высокопластичных пород, часть которых выдавливается в скважину. В результате этого явления, названного разгрузкой горного давления, часть его переносится на более удаленную от скважины зону. При этом, как известно, на кровлю и подошву упругого пласта будут действовать следующие нагрузки:

$$\text{при } r_c < r < r_0 \quad q = q_0 \quad \tau = 0; \quad (4.6)$$

$$\text{при } r_0 < r < r_{ж} \quad q = \gamma_n H - 2k_{ж} \ln(r_{ж}/r); \quad \tau = k_{ж}; \quad (4.7)$$

$$\text{при } r_{ж} < r \quad q = \gamma_n H \quad \tau = 0, \quad (4.8)$$

где  $k_{ж}$  — коэффициент пластичности глинистых пород;  $H$  — толщина пласта;  $\gamma_n$  — удельный вес вышележащих пород;  $\tau$  — касательная нагрузка, приложенная к кровле и подошве упругого пласта со стороны глинистых пород;  $r_0$  — радиус зоны, где глинистый пласт утратил свою прочность;  $r_{ж}$  — радиус разгруженной области, определяемый из уравнения  $r_{ж} = r_0 \exp(\gamma_n H - p_{\text{min}} - k_{ж}) / (2k_{ж})$ .  $p_{\text{min}}$  — давление промывочной жидкости в процессе бурения скважины.

Таким образом, задача свелась к нахождению напряжений в полом конечном цилиндре с нагрузками на торцах, выраженными уравнениями (4.6) — (4.8).

Для решения этой задачи рассмотрим уравнения равновесия сил

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} = 0; \quad (4.9)$$

$$\frac{\partial \tau_{rz}}{\partial r} + \frac{\tau_{rz}}{r} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = 0$$

и уравнения совместности деформации в напряжениях

$$\frac{\partial}{\partial r} [\sigma_\theta - \mu(\sigma_r + \sigma_z)] + \frac{1+\mu}{r} (\sigma_\theta - \sigma_r) = 0; \quad (4.10)$$

$$r \frac{\partial^2}{\partial z^2} [\sigma_\theta - \mu(\sigma_r + \sigma_z)] - 2(1+\mu) \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial r} [\sigma_z - \mu(\sigma_r + \sigma_\theta)] = 0. \quad (4.11)$$

Из уравнений равновесия следует

$$\sigma_\theta = \frac{\partial}{\partial r} (r\sigma_r) + r \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z}; \quad (4.12)$$

$$\sigma_z = \frac{1}{r} \int \frac{\partial}{\partial r} (r\tau_{rz}) dz.$$

После подстановки выражения (4.12) в уравнение (4.10) с учетом граничных условий находим

$$\sigma_r = -\frac{1-\mu}{2r^2} \int_{r_0}^r r^2 \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} dr - \frac{1+\mu}{2} \int_{r_0}^r \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} dr + \frac{\mu}{r} \int_z^h \tau_{rz} dz +$$

$$+ \frac{r^2 - r_c^2}{r^2 (R^2 - r_c^2)} \left[ \frac{1+\mu}{2} R^2 \int_{r_c}^R \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} dr + \frac{1-\mu}{2} \int_{r_c}^R r^2 \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} dr \right], \quad (4.13)$$

где  $R$  — радиус внешнего контура пласта;  $2h$  — толщина пласта. Теперь подстановка выражений (4.9) и (4.13) в уравнение (4.12) дает основное уравнение

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} \left\{ \int_{r_0}^r r^2 \tau_{rz} dr - r^2 \int_{r_0}^r \tau_{rz} dr + \frac{r^2 + r_c^2 (1+\mu)/(1-\mu)}{1 - (r_c^2/R^2)} \int_{r_0}^R \tau_{rz} dr + \right.$$

$$\left. + \frac{r^2 (1-\mu)/(1+\mu) + r_c^2}{R^2 - r_c^2} \int_{r_0}^R r^2 \tau_{rz} dr \right\} +$$

$$+ 2r \frac{\partial}{\partial r} \left[ \frac{1}{r} \int_z^h \frac{\partial}{\partial r} (r \tau_{rz}) dz \right] - 4r \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} = 0. \quad (4.14)$$

Уравнение (4.14) можно решить методом коллокации, предложенным впервые А. В. Канторовичем, если представить его решение в виде ряда

$$\tau_{rz} = P(r, z) + \sum_{ij} a_{ij} \Phi_{ij}(r, z), \quad (4.15)$$

где  $P(r, z)$  — функция, принимающая заданные значения на границах;  $a_{ij}$  — постоянные коэффициенты;  $\Phi_{ij}(r, z)$  — базисные функции, принимающие на границах нулевые значения.

Точное решение уравнения (4.14) неизвестно, но с помощью метода коллокации можно добиться выполнения всех уравнений теории упругости на любых горизонтальных плоскостях или цилиндрических поверхностях, соосных со стволом скважины, при этом выражение (4.14) будет сведено к системе обыкновенных интегродифференциальных уравнений. Наиболее простой вариант расчета получается при выполнении уравнения равновесия и одного уравнения совместности деформаций по всей области пласта, а второго уравнения совместности деформаций только на отдельных окружностях, соосных с осью скважины, число и расположение которых может быть любым. В этом случае при подстановке уравнения (4.15) в выражение (4.14) последнее сводится к системе линейных алгебраических уравнений относительно коэффициентов  $a_{ij}$ . Для получения всех компонент тензора напряжений не-

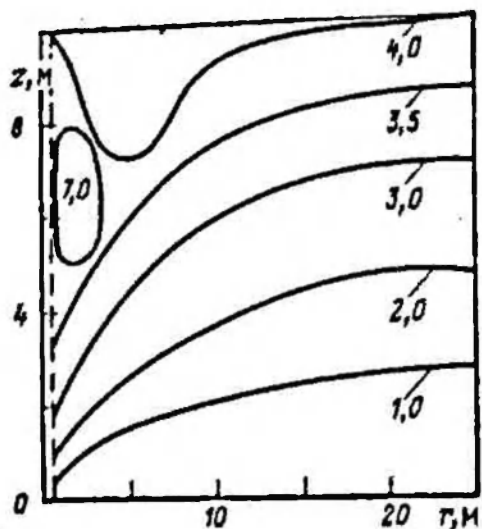


Рис. 15. Линии равных касательных напряжений (в МПа) при разгрузке горного давления

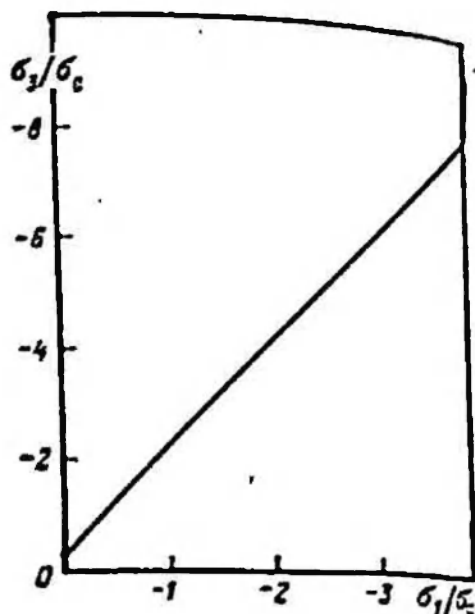


Рис. 16. Кривая длительной прочности каменной соли

обходимо подставить после решения вышеуказанной системы алгебраических уравнений выражение (4.15) в уравнения (4.13) и (4.12). На рис. 15 представлены результаты расчетов по приведенной выше методике для граничных условий (4.6) — (4.8) и следующих данных:  $r_0 = 0,15$  м,  $r_0 = 1,0$  м,  $r = 25$  м,  $k_* = 4$  МПа,  $H = 2000$  м,  $\mu = 0,1$ ,  $h = 10$  м. Как видно из рисунка, разгрузка горного давления, вызываемая выдавливанием глинистых пород в скважину, приводит к существенному изменению напряженного состояния упругого пласта. В частности, концентрация напряжений, обусловленная касательной и вертикальной нормальной нагрузками, которые приложены к кровле и подошве пласта, несомненно, должна учитываться при расчетах устойчивости пород вокруг ствола скважины. Естественно, что в области упругих деформаций стенки скважины не будут разрушаться или течь. Однако начало разрушения или пластического течения можно рассчитать только при известных значениях упругих напряжений, определяемых по приведенным выше формулам. При этом начало появления пластической деформации будет определяться критерием Мора

$$f = M - 1 - \sqrt{M^2 - N\sigma_{*1}} - \sigma_{*3} = 0, \quad (4.16)$$

где  $\sigma_{*1} = \sigma_1/\sigma_c$ ;  $\sigma_{*3} = \sigma_3/\sigma_c$ ;  $M$ ,  $N$  — постоянные.

Для расчета поля упругих напряжений воспользуемся решением С. Г. Лехницкого

$$\begin{aligned} \sigma_r &= -q\alpha \left(1 - \frac{r_c^2}{r^2}\right) - \rho \frac{r_c^2}{r^2}; \\ \sigma_\theta &= -q\alpha \left(1 + \frac{r_c^2}{r^2}\right) - \rho \frac{r_c^2}{r^2}; \end{aligned} \quad (4.17)$$

$$\sigma_z = -q; \quad q = \gamma_{\text{п}} z; \quad p = \gamma_{\text{ж}} z,$$

где  $\alpha$  — коэффициент выравнивания напряжений, в случае только упругих деформаций  $\alpha = \mu / (1 - \mu)$ .

Выясним теперь условия, при которых в пластическое состояние переходит область пласта вдали от скважины. Для этого в формулах (4.17) устремим текущий радиус к бесконечности, а полученные выражения подставим в уравнение (4.16). В результате получим  $\sigma_z = -10,26 \sigma_c$ , что соответствует при  $\sigma_c = 19$  МПа глубине 7,8 км. Необходимо, однако, отметить, что полученные результаты основаны на данных кратковременных испытаний, не учитывают снижения прочности каменной соли при длительном действии нагрузки и поэтому дают завышенные значения глубин сохранения упругой области напряжений и деформаций каменной соли. Для учета длительности действия горного давления воспользуемся кривой длительной прочности, приведенной на рис. 16. Повторив предыдущие выкладки и рассуждения, находим  $\sigma_z = -7,2 \sigma_c$ , что соответствует глубине 4,14 км. Таким образом, каменная соль с указанными физическими свойствами на глубинах менее 4,14 км вдали от скважины находится в упругом состоянии.

Рассмотрим теперь условия на стенке скважины. Из уравнений (4.17) при  $r = r_c$  следует, что

$$\sigma_r = -p; \quad \sigma_{\theta} = -2\alpha q - p; \quad \sigma_z = -q. \quad (4.18)$$

На глубине 4 км это соответствует значениям

$$\sigma_r = -40 \text{ МПа}; \quad \sigma_{\theta} = -100 \text{ МПа}; \quad \sigma_z = -100 \text{ МПа}, \quad (4.19)$$

т. е.  $\sigma_r > \sigma_{\theta} = \sigma_z$ .

В соответствии с условием прочности (4.16) поле напряжений (4.19) связано только с упругими деформациями, в то время как с учетом снижения прочности при длительном действии нагрузок (см. рис. 16) эта система напряжений приводит к разрушению материала и развитию деформаций ползучести.

Приведенные выше оценки позволяют сделать вывод о том, что первоначально в момент вскрытия данного пласта каменная соль находится только в упругом состоянии, а развивающиеся в дальнейшем перемещения стенок скважин, вызываются деформациями ползучести, а не пластичности. Разумеется, при других условиях и механических параметрах каменная соль может проявлять и пластические деформации. Существенными здесь будут проявления нелинейной упругости и физически нелинейной вязкоупругости. В связи с этим рассмотрим вначале распределение напряжений вокруг скважины в пласте каменной соли, характеризующейся нелинейной связью деформаций и напряжений.

Как видно из рис. 12, зависимость между напряжениями и деформациями при одноосном нагружении можно достаточно точно описать уравнением следующего вида [26]:

$$\sigma_x = E \varepsilon_x + E_1 \varepsilon_x^2. \quad (4.20)$$



Соотношение (4.20) легко обобщается на трехмерный случай:

$$\sigma_i = E e_i + E_1 e_i^2, \quad (4.21)$$

где

$$\sigma_i = \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{(\sigma_r - \sigma_\theta)^2 + (\sigma_\theta - \sigma_z)^2 + (\sigma_r - \sigma_z)^2 + 6(\tau_{r\theta}^2 + \tau_{\theta z}^2 + \tau_{rz}^2)}; \quad (4.22)$$

$$e_i = \frac{\sqrt{2}}{2(1+\mu)} \sqrt{(e_r - e_\theta)^2 + (e_\theta - e_z)^2 + (e_r - e_z)^2 + \frac{3}{2}(\gamma_{r\theta}^2 + \gamma_{\theta z}^2 + \gamma_{rz}^2)} \quad (4.23)$$

В рассматриваемом случае очевидно, что  $\tau_{r\theta} = \tau_{\theta z} = 0$ ,  $\gamma_{r\theta} = \gamma_{\theta z} = \gamma_{rz} = 0$ . Считая деформацию пласта плоской, а каменную соль несжимаемой, из уравнения равновесия и соотношений (4.21)–(4.23) находим

$$\sigma_r = B - \frac{2}{\sqrt{3}} E \frac{A}{r^2} - \frac{2\sqrt{3}}{9} E_1 \frac{A^2}{r^4}; \quad (4.24)$$

$$\sigma_\theta = \sigma_r + \frac{4}{3} E \frac{A}{r^2} + \frac{8\sqrt{3}}{9} E_1 \frac{A^2}{r^4}; \quad (4.25)$$

$$\sigma_z = \frac{1}{2} (\sigma_r + \sigma_\theta), \quad (4.26)$$

где  $A$ ,  $B$  — постоянные, определяемые из граничных условий: при  $r=a$   $\sigma_r = -p$ , при  $r \rightarrow \infty$   $\sigma_r = -\alpha q$ ; (4.27)

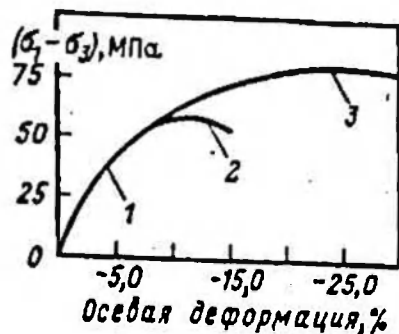
здесь  $p$  — давление жидкости в стволе скважины;  $q$  — вертикальное горное давление;  $\alpha$  — коэффициент выравнивания напряжений.

$$B = -\alpha q; \quad A = \frac{1}{2a_*} \left( -b_* - \sqrt{b_*^2 - 4a_* c_*} \right), \quad (4.28)$$

где 
$$a_* = \frac{2\sqrt{3}}{9} \frac{E_1}{a^4}; \quad b_* = \frac{2}{3} \frac{E}{a^2}; \quad c_* = \alpha q - p. \quad (4.29)$$

В соответствии с кривой 3 на рис. 17 принимаем  $E = 1800$  МПа, остальные параметры для глубины 3000 м равны:  $E_1 = 9000$  МПа,  $\alpha q = 75$  МПа,  $p = 30$  МПа. Результаты расчетов напряжений и перемещений вокруг ствола скважины в пласте каменной соли приведены на рис. 18 и 19. Заметим, что при простом нагружении и при использовании соотношения (4.20) уравнения нелинейной теории упругости совпадают с соответствующими уравнениями теории пластичности, поэтому полученные перемещения стенок скважины можно считать результатом проявления упругопластических деформаций. Следующий и, по-видимому, наиболее опасный для скважины этап наступает с началом проявления вязкоупругих деформаций.

Рис. 17. Кривая деформации при трехслойном испытании:  
 1 —  $\sigma_1 = \sigma_2 = 0$ ; 2 —  $\sigma_1 = \sigma_2 = -5.0$  МПа;  
 3 —  $\sigma_1 = \sigma_2 = -10.0$  МПа



Для исследования влияния вязкоупругих свойств каменной соли на напряжения и перемещения пород вокруг скважины можно использовать метод вязкоупругой аналогии, подробно рассмотренный в работе автора [6]. В соответствии с этим методом решение вязкоупругой задачи строится путем замены упругих постоянных в упругом решении на соответствующие им временные операторы. Так, например, упругие перемещения стенок скважины в радиальном направлении определяются, как известно, по формуле

$$u = - \frac{r_0}{2G} \left[ \frac{3K - 2G}{3K + 4G} q + p \left( \frac{1}{3} + \frac{4G}{9K} \right) \right].$$

В соответствии с принципом аналогии решение вязкоупругой задачи можно записать в виде

$$u_* = - \frac{r_0}{2G(s)} \left[ \frac{3K - 2G(s)}{3K + 4G(s)} q_* + \left( \frac{1}{3} + \frac{4G(s)}{9K} \right) p_* \right].$$

Окончательное выражение для перемещений стенок скважины можно получить после применения к этой формуле обратного пре-

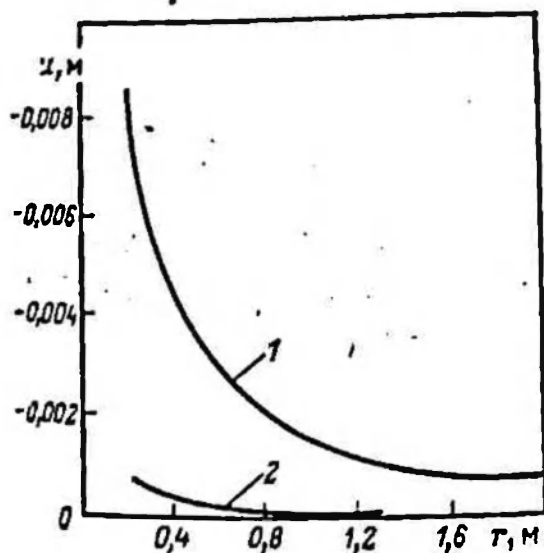


Рис. 18. Эпюра радиальных перемещений вокруг ствола скважины в пласте каменной соли при деформациях:

1 — пластических; 2 — упругих

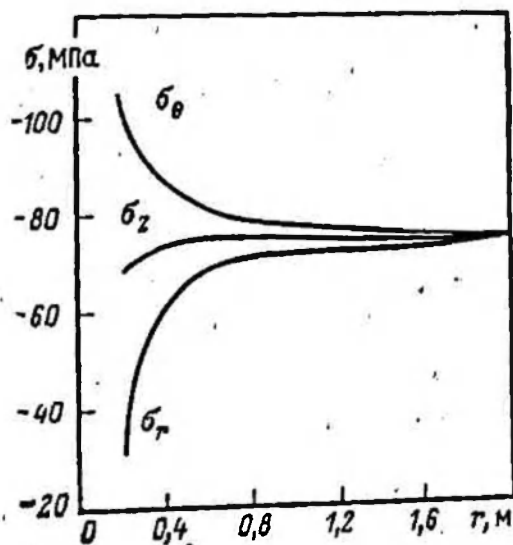


Рис. 19. Эпюра пластических напряжений вокруг скважины в пласте каменной соли

образования Лапласа по времени, как это было указано в предыдущей главе.

Метод аналогии представляет собой очень удобный и простой метод решения задач для вязкоупругих сред. Однако его применимость ограничена областью линейной зависимости деформаций от напряжений. Для учета этого фактора рассмотрим модель физически нелинейной вязкоупругой среды следующего вида:  $\alpha_0 \sigma + t_0 \sigma'' = E \varepsilon + E_1 \varepsilon^2 + \eta \varepsilon''$ , где  $\alpha_0, t_0, E, E_1, \eta$  — постоянные. Используя условия несжимаемости и плоской деформации, находим общее выражение для радиальных перемещений  $u(r, t) = \Phi(t) \exp(-Et/\eta) \frac{1}{r}$ ,

где  $\Phi(t)$  — функция, определяемая в соответствии с граничными условиями задачи: при  $r \rightarrow \infty$   $\sigma_r = -\alpha q$ , при  $r = a$   $\sigma_r = -p$ , при  $t = 0$   $d\sigma_r/dr = 0$  из уравнения

$$\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{3}{2} \frac{\alpha_0 a^2}{\eta} (\alpha q - p) \exp(Et/\eta) - \frac{E_1}{\eta a^2 \sqrt{3}} \Phi^2 \exp(-Et/\eta).$$

Решение этого уравнения имеет вид  $\Phi(t) = \Phi_1(t)/\Phi_2(t)$ , где

$$\begin{aligned} \Phi_1(t) &= C(r) \frac{\sqrt{3}}{2} m \frac{\alpha_0}{E} (p - \alpha q) \lambda a^2 \exp(Et/\eta) - \\ &- \frac{\lambda}{2(1+\lambda)} \exp\left[\frac{E}{\eta} (1 - \alpha_0 \lambda) t\right] - \exp\left(-\frac{\lambda E t}{\eta}\right); \\ \Phi_2(t) &= C(r) - \frac{\sqrt{3} E}{3a^3 m \alpha_0 (p - \alpha q) (1 + \lambda)} \exp(-\alpha_0 E \lambda t/\eta); \\ m &= E^2/[E_1 \alpha_0 (p - \alpha q)]; \quad \lambda = \sqrt{1 + \frac{2\sqrt{3}}{m}} - 1. \end{aligned}$$

Функция  $C(r)$  определяется из граничного условия при  $t=0$   $u=u_0$  в виде  $C(r) = (B - u_0 r B_1)/(u_0 r - A_1)$ , где  $A_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} m \frac{\alpha_0}{E} \lambda a^2 (p - \alpha q)$

$$B = 1 - \lambda/[2(1 + \lambda)]; \quad B_1 = -E/[\sqrt{3} a^2 m \alpha_0 (1 + \lambda) (p - \alpha q)].$$

Теперь находим выражения для перемещений и напряжений пород каменной соли вокруг ствола необсаженной скважины:

$$\begin{aligned} u(r, t) &= \frac{C(r) A_1 + B \exp\left(-\frac{2E\lambda}{\eta} t\right)}{r \left[ C(r) + B_1 \exp\left(-\frac{2E\lambda}{\eta} t\right) \right]}; \\ \sigma_r &= (p - \alpha q) \left[ \left( 1 - \frac{m\lambda}{\sqrt{3}} \frac{a^2}{r^2} - \frac{\sqrt{3}}{6} m \lambda^2 \frac{a^4}{r^4} \right) \left( 1 - \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \exp\left(-\frac{\alpha_0}{t_0} t\right) \right) + \exp\left(-\frac{\alpha_0}{t_0} t\right) \right]; \end{aligned} \quad (4.30)$$

$$\sigma_{\theta} = (p - \alpha q) \left[ \left( 1 + \frac{m\lambda}{\sqrt{3}} \frac{a^3}{r^2} + \frac{\sqrt{3}}{2} m\lambda^2 \frac{a^4}{r^4} \right) \left( 1 - \exp\left(-\frac{\alpha_0}{t_0} t\right) \right) + \exp\left(-\frac{\alpha_0}{t_0} t\right) \right].$$

Приведенные соотношения представляют собой аналитическое решение задачи. Для получения численных результатов необходимо знать лишь механические характеристики породы.

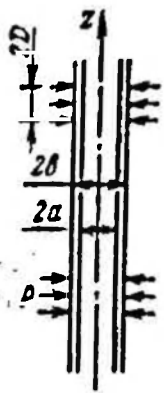
Изложенная выше методика расчета устойчивости и перемещений стенок скважины в пласте каменной соли позволяет во многих случаях прогнозировать возможность смятия и разрушения обсадных труб в результате сужения ствола скважины.

### Устойчивость и прочность обсадных колонн скважин в сложных геологических условиях

Исследование устойчивости и прочности обсадных труб в пластах каменной соли начнем со случая отсутствия цементного кольца и каверн в призабойной зоне. Тогда, если давление на трубу со стороны породы будет равномерным, то круглая труба в массиве упругих горных пород не теряет радиальную устойчивость во всех практически возможных случаях нагружения. Аналогичный вывод можно сделать для зацементированной части овальной трубы. Однако каменная соль ведет себя чисто упруго только при кратковременных испытаниях и притом только в очень ограниченной области напряженных состояний. При длительном воздействии нагрузок, в частности горного давления, соляные породы проявляют сильно выраженные свойства вязкопластической среды. Вследствие этого можно считать, что в процессе эксплуатации на обсадную колонну действует боковое горное давление, равное вертикальному. В условиях проявления вязкопластических свойств каменной соли критическое давление на обсадную колонну, при котором наступает потеря прочности, можно рассчитать с помощью формул Ламе и соответствующих теорий прочности. Однако при неравномерных нагрузках эта методика не гарантирует отсутствие смятия обсадных труб даже при расчете на геостатическое давление. При неравномерности нагрузки по высоте пласта для оценочных расчетов достаточно рассмотреть действие отдельных пропластков высокопластичных пород на обсадную трубу (рис. 20). Задача в этом случае сводится к расчету напряженно-деформированного состояния бесконечного полого упругого цилиндра при граничных условиях следующего вида

$$\begin{aligned} \sigma_r(a, z) = \tau_{rz}(a, z) = \tau_{rz}(b, z) &= 0; \\ \sigma_r(b, z) &= \begin{cases} p & \text{при } |z| \leq D \\ 0 & \text{при } |z| > D \end{cases} \end{aligned} \quad (4.31)$$

Рис. 20. Схема нагружения обсадной колонны при пластическом течении отдельных пропластков



или в интегральной форме

$$\sigma_r(b, z) = \frac{2\rho}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{1}{\beta} \sin \beta D \cos \beta z d\beta.$$

Значения напряжений получаем после подстановки функции напряжений Лява

$$\Phi = \int_0^{\infty} \frac{1}{\beta^3} [A_1 J_0(\beta r) + B_1 \beta r J_1(\beta r) + A_2 K_0(\beta r) + B_2 \beta r K_1(\beta r)] \sin \beta z d\beta \quad (4.32)$$

в решение Лява

$$\begin{aligned} \sigma_r &= \frac{\partial}{\partial z} \left( \mu \nabla^2 \Phi - \frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2} \right); & \sigma_\theta &= \frac{\partial}{\partial z} \left( \mu \nabla^2 \Phi - \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right); \\ \sigma_z &= \frac{\partial}{\partial z} \left[ (2 - \mu) \nabla^2 \Phi - \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} \right]; & \tau_{rz} &= \frac{\partial}{\partial r} \left[ (1 - \mu) \nabla^2 \Phi - \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} \right]. \end{aligned} \quad (4.33)$$

где  $A_1, B_1, A_2, B_2$  — константы;  $\beta$  — параметр;  $r, \theta, z$  — цилиндрические координаты;  $\nabla^2$  — оператор Лапласа;  $\sigma_r, \sigma_\theta, \sigma_z, \tau_{rz}$  — нормальные радиальное, окружное и осевое напряжения и касательное напряжение соответственно;  $\mu$  — коэффициент Пуассона. После подстановки функции Лява из формулы (4.32) в соотношения (4.33), а полученного результата в граничные условия (4.31) находим неизвестные константы и тем самым решение задачи. Некоторые результаты решения при  $(D/a) = 1, (a/b) = 0,9$  приведены на рис. 21.

Другой тип нагружения — неравномерное по окружности обжатие обсадной колонны со стороны каменной соли и цементного кольца (рис. 22). В этом случае нагрузку, действующую на трубу, можно аппроксимировать функцией  $(-q \cos^2 \theta)$ , где  $q$  — боковое горное давление;  $\theta$  — угол. Представим нагрузку на трубу в виде суммы  $(-0,5q - 0,5 \cos 2\theta)$ . Для определения напряженного состояния колонны под действием первой составляющей нагрузки



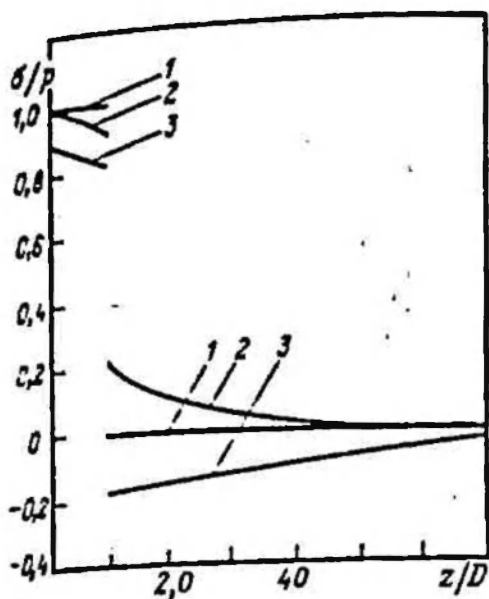


Рис. 21. Эпюры нормальных напряжений на внешней поверхности трубы:

1 —  $\sigma_r/\rho$ ; 2 —  $\sigma_\theta/\rho$ ; 3 —  $\sigma_z/\rho$

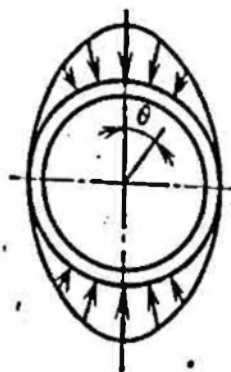


Рис. 22. Схема нагружения обсадной колонны при течении каменной соли

воспользуемся известным решением Ламе

$$\sigma_r = -\frac{0,5qb^2}{b^2 - a^2} \left(1 - \frac{a^2}{r^2}\right); \quad \sigma_\theta = -\frac{0,5qb^2}{b^2 - a^2} \left(1 + \frac{a^2}{r^2}\right); \quad (4.34)$$

$$\tau_{r\theta} = \tau_{\theta z} = \tau_{zr} = 0,$$

причем в случае плоского напряженного состояния имеет  $\sigma_z = 0$ , а при плоской деформации  $\sigma_r = -b^2\mu q / (b^2 - a^2)$ . Для расчета напряженного состояния трубы под действием второй составляющей нагрузки можно использовать функцию напряжений Эри следующего вида

$$\varphi = (Ar^2 + Br^{-2} + Cr^4 + D) \cos 2\theta.$$

Тогда в соответствии с формулами

$$\sigma_r = \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \theta^2}; \quad \sigma_\theta = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2}; \quad (4.35)$$

$$\tau_{r\theta} = -\frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right)$$

получаем общие выражения для напряжений

$$\sigma_r = -2(A + 3Br^{-4} + 2Dr^{-2}) \cos 2\theta;$$

$$\sigma_\theta = 2(A + 3Br^{-4} + 6Cr^2) \cos 2\theta;$$

$$\tau_{r\theta} = 2(A - 3Br^{-4} + 3Cr^2 - Dr^{-2}) \sin 2\theta,$$

где  $A, B, C, D$  — постоянные, определяемые из граничных условий

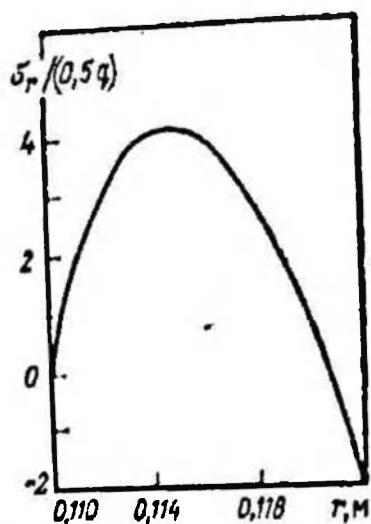


Рис. 23. Эпюра нормальных радиальных напряжений при  $\theta=0$

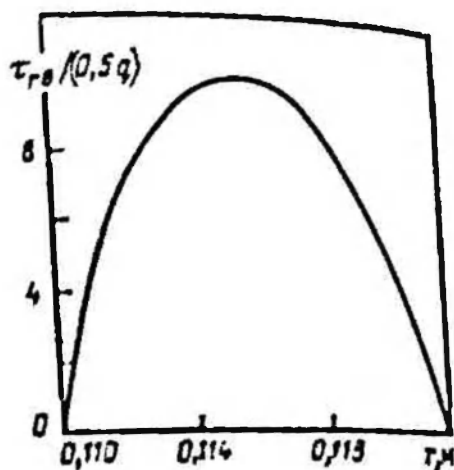


Рис. 24. Эпюра касательных напряжений при  $\theta=\pi/4$

задачи  $\sigma_r(b) = -0,5q \cos 2\theta$ ;  $\tau_{r\theta}(b) = 0$ ;  $\sigma_r(a) = \tau_{r\theta}(a) = 0$  в виде

$$D = -0,25 \frac{b^2 r^6 + b^2 r^4 + 2a^2}{(1-r^2)^3}; \quad 3B = -0,25q \frac{a^4}{1-r^4} - 2D \frac{a^2}{1+r^2};$$

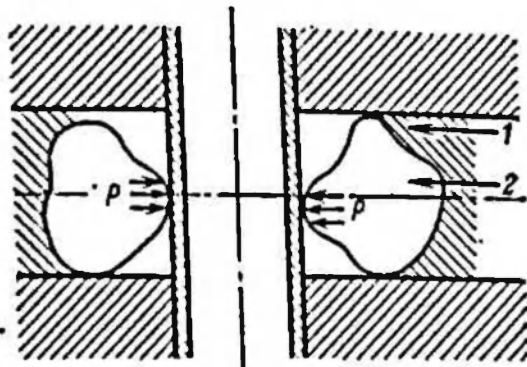
$$A = 0,25 \frac{q}{1-r^4} - 2D \frac{1}{a^2 + b^2}; \quad 3C = 0,25 \frac{q}{b^2(1-r^2)} + D \frac{1}{a^2 b^2},$$

где  $\rho = a/b$ .

Поле напряжений обсадной трубы при этом виде обжатия получается после суммирования напряжений от действия обеих составляющих нагрузки. На рис. 23, 24 представлены результаты расчетов напряженного состояния трубы при  $b=0,112$  м,  $a=0,11$  м. Как показывает анализ эпюры касательных напряжений на рис. 24, согласно теории наибольших касательных напряжений появление пластических деформаций в теле трубы возможно уже с глубины 3—4 км при данном виде нагружения. Более сложное и, возможно, более опасное для прочности трубы нагружение возникает, когда в течение каменной соли вовлекаются обломки пород очень высокой твердости и прочности (рис. 25). В этом случае труба оказывается под действием двух сосредоточенных нагрузок. Для расчета напряженно-деформированного состояния трубы в этих условиях можно использовать общее решение Папковича—Нейбера [6].

$$\begin{aligned} \sigma_r &= -\frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2} + 4(1-\mu) \left( \frac{\partial \Phi_1}{\partial r} \cos \theta + \frac{\partial \Phi_2}{\partial r} \sin \theta \right) + \mu \nabla^2 \Phi; \\ \sigma_\theta &= -\left( \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \right) \Phi + \frac{4(1-\mu)}{r} \left( -\sin \theta \frac{\partial \Phi_1}{\partial \theta} + \right. \\ &\quad \left. + \cos \theta \frac{\partial \Phi_2}{\partial \theta} \right) + \mu \nabla^2 \Phi; \\ \sigma_z &= -\frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} + \mu \nabla^2 \Phi; \end{aligned} \quad (4.36)$$

Рис. 25. Принципиальная схема нагружения обсадной колонны:  
1 — соль; 2 — твердая порода



$$\tau_{r\theta} = \left( \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} - \frac{1}{r} \frac{\partial^2}{\partial r \partial \theta} \right) \Phi + \frac{2(1-\mu)}{r} \left( \frac{\partial \Phi_1}{\partial \theta} \cos \theta + \frac{\partial \Phi_2}{\partial \theta} \sin \theta \right) - \left( \frac{\partial \Phi_1}{\partial r} \sin \theta - \frac{\partial \Phi_2}{\partial r} \cos \theta \right);$$

$$\tau_{rz} = -\frac{\partial^2 \Phi}{\partial r \partial z} + 2(1-\mu) \left( \frac{\partial \Phi_1}{\partial z} \cos \theta + \frac{\partial \Phi_2}{\partial z} \sin \theta \right); \quad (4.37)$$

$$\tau_{\theta z} = -\frac{1}{r} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial r \partial \theta} + 2(1-\mu) \left( -\sin \theta \frac{\partial \Phi_1}{\partial z} + \cos \theta \frac{\partial \Phi_2}{\partial z} \right);$$

$$2Gw = -\frac{\partial \Phi}{\partial z};$$

$$2Gu = -\frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} - 2(1-\mu) (\Phi_1 \sin \theta - \Phi_2 \cos \theta); \quad (4.38)$$

$$2Gu = -\frac{\partial \Phi}{\partial r} + 2(1-\mu) (\Phi_1 \cos \theta + \Phi_2 \sin \theta),$$

где  $\Phi = \Phi_0 + r(\Phi_1 \cos \theta + \Phi_2 \sin \theta)$ ;

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial r^2};$$

$r, \theta, z$  — цилиндрические координаты,  $G, \mu$  — модуль сдвига и коэффициент Пуассона;  $u, v, w$  — радиальные, окружные и осевые перемещения;  $\sigma_i, \tau_{ij}$  — нормальные и касательные напряжения ( $i, j=r, \theta, z; i \neq j$ );  $\Phi_i$  — функции напряжений ( $i=0, 1, 2$ ). Функции напряжений в виде [25].

$$\Phi_0 = \cos m\theta \int_0^{\infty} [A_{mn} \mathcal{J}_m(nr/b) + B_{mn} K_m(nr/b)] \cos \frac{nz}{b} dn; \quad (4.39)$$

$$\Phi_1 = \frac{1}{b} \cos(m+1)\theta \int_0^{\infty} [C_{mn} \mathcal{J}_{m+1}(nr/b) + D_{mn} K_{m+1}(nr/b)] \cos \frac{nz}{b} dn +$$

$$+ \frac{1}{b} \cos(m-1)\theta \int_0^{\infty} [E_{mn} \mathcal{J}_{m-1}(nr/b) + F_{mn} K_{m-1}(nr/b)] \cos \frac{nz}{b} dn;$$

$$\Phi_2 = \frac{1}{b} \sin(m+1)\theta \int_0^{\infty} [C_{mn} \mathcal{Y}_{m+1}(nr/b) + D_{mn} K_{m+1}(nr/b)] \cos \frac{nz}{b} dn -$$

$$- \frac{1}{b} \sin(m-1)\theta \int_0^{\infty} [E_{mn} \mathcal{Y}_{m-1}(nr/b) + F_{mn} K_{m-1}(nr/b)] \cos \frac{nz}{b} dn,$$

где  $\mathcal{Y}_m(nr/b)$ ,  $K_m(nr/b)$  — модифицированные функции Бесселя второго рода порядка  $m$ ;  $E_{0n} = F_{0n} = 0$ .

После подстановки соотношений (4.36) в выражение (4.37) находим общие уравнения для напряжений и перемещений

$$\sigma_r = \frac{1}{b^2} \sum_{m=0,2,4}^{\infty} \cos m\theta \int_0^{\infty} \left\{ A_{mn} \left[ - \left( n^2 + \frac{m^2 b^2}{r^2} \right) \mathcal{Y}_m \left( \frac{nr}{b} \right) + \right. \right.$$

$$\left. + \frac{nb}{r} \mathcal{Y}'_m \left( \frac{nr}{b} \right) \right] + B_{mn} \left[ - \left( n^2 + \frac{m^2 b^2}{r^2} \right) K_m \left( \frac{nr}{b} \right) + \frac{nb}{r} K'_m \left( \frac{nr}{b} \right) \right] +$$

$$+ C_{mn} \left[ (1+\alpha) n \mathcal{Y}'_{m+1} \left( \frac{nr}{b} \right) - \frac{n^3 (r/b)^2 + (m+1)^2 - (2-\alpha)(m+1)}{(r/b)} \times \right.$$

$$\left. \times \mathcal{Y}_{m+1} \left( \frac{nr}{b} \right) \right] + D_{mn} \left[ (1+\alpha) n K'_{m+1} \left( \frac{nr}{b} \right) - \right.$$

$$\left. - \frac{n^3 (r/b)^2 + (m+1)^2 - (2-\alpha)(m+1)}{(r/b)} K_{m+1} \left( \frac{nr}{b} \right) \right] + E_{mn} \left[ (1+\alpha) \times \right.$$

$$\left. \times n \mathcal{Y}'_{m-1} \left( \frac{nr}{b} \right) - \frac{n^3 (r/b)^2 + (m-1)^2 + (2-\alpha)(m-1)}{(r/b)} \mathcal{Y}_{m-1} \left( \frac{nr}{b} \right) \right] +$$

$$+ F_{mn} \left[ (1+\alpha) n K'_{m-1} \left( \frac{nr}{b} \right) - \right.$$

$$\left. - \frac{n^3 (r/b)^2 + (m-1)^2 - (2-\alpha)(m-1)}{(r/b)} K_{m-1} \left( \frac{nr}{b} \right) \right] \Big\} \cos \frac{nz}{b} dn,$$

где  $\alpha = 2(1-\mu)$ , знак «штрих» означает производную по всему аргументу;

$$\sigma_z = \frac{1}{b^2} \sum_{m=0,2,4,\dots}^{\infty} \cos m\theta \int_0^{\infty} \left\{ A_{mn} \left[ n^2 \mathcal{Y}_m \left( \frac{nr}{b} \right) \right] + B_{mn} \left[ n^2 K_m \left( \frac{nr}{b} \right) \right] + \right.$$

$$+ C_{mn} \left[ (2-\alpha) n \mathcal{Y}'_{m+1} \left( \frac{nr}{b} \right) + \frac{n^3 (r/b)^2 + (2-\alpha)(m+1)}{(r/b)} \mathcal{Y}_{m+1} \left( \frac{nr}{b} \right) \right] +$$

$$+ D_{mn} \left[ (2-\alpha) n K'_{m+1} \left( \frac{nr}{b} \right) + \frac{n^3 (r/b)^2 + (2-\alpha)(m+1)}{(r/b)} K_{m+1} \left( \frac{nr}{b} \right) \right] +$$

$$+ E_{mn} \left[ (2-\alpha) n \mathcal{Y}'_{m-1} \left( \frac{nr}{b} \right) + \frac{n^3 (r/b)^2 + (2-\alpha)(-m+1)}{(r/b)} \mathcal{Y}_{m-1} \left( \frac{nr}{b} \right) \right] +$$

$$+ F_{mn} \left[ (2-\alpha) n K'_{m-1} \left( \frac{nr}{b} \right) + \frac{n^3 (r/b)^2 + (2-\alpha)(-m+1)}{(r/b)} \times \right.$$

$$\left. \times K_{m-1} \left( \frac{nr}{b} \right) \right] \Big\} \cos \frac{nz}{b} dn;$$

$$\begin{aligned}
\sigma_{\theta} = & \frac{1}{b^2} \sum_{m=0,2,4,\dots}^{\infty} \cos m\theta \int_0^{\infty} \left\{ A_{mn} \left[ m^2 \left( \frac{b}{r} \right)^2 \mathcal{Y}_m \left( \frac{nr}{b} \right) - \frac{nb}{r} \mathcal{Y}'_m \left( \frac{nr}{b} \right) \right] + \right. \\
& + B_{mn} \left[ m^2 \left( \frac{b}{r} \right)^2 K_m \left( \frac{nr}{b} \right) - \frac{nb}{r} K'_m \left( \frac{nr}{b} \right) \right] + \\
& + C_{mn} \left[ (1-\alpha) n \mathcal{Y}'_{m+1} \left( \frac{nr}{b} \right) + (m+1)(m+1+\alpha) \frac{b}{r} \mathcal{Y}_{m+1} \left( \frac{nr}{b} \right) \right] + \\
& + D_{mn} \left[ (1-\alpha) n K'_{m+1} \left( \frac{nr}{b} \right) + (m+1)(m+1+\alpha) \frac{b}{r} K_{m+1} \left( \frac{nr}{b} \right) \right] + \\
& + E_{mn} \left[ (1-\alpha) n \mathcal{Y}'_{m-1} \left( \frac{nr}{b} \right) + (m-1)(m-1-\alpha) \frac{b}{r} \mathcal{Y}_{m-1} \left( \frac{nr}{b} \right) \right] + \\
& + F_{mn} \left[ (1-\alpha) n K'_{m-1} \left( \frac{nr}{b} \right) + (m-1) \times \right. \\
& \left. \times (m-1-\alpha) \frac{b}{r} K_{m-1} \left( \frac{nr}{b} \right) \right] \cos \frac{nz}{b} dn;
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\tau_{\theta} = & \frac{1}{b^2} \sum_{m=0,2,4,\dots}^{\infty} \sin m\theta \int_0^{\infty} \left\{ A_{mn} \left[ -\frac{mb^2}{r^2} \mathcal{Y}_m \left( \frac{nr}{b} \right) + \frac{mnb}{r} \mathcal{Y}'_m \left( \frac{nr}{b} \right) \right] + \right. \\
& + B_{mn} \left[ -\frac{mb^2}{r^2} K_m \left( \frac{nr}{b} \right) + \frac{mnb}{r} K'_m \left( \frac{nr}{b} \right) \right] + \\
& + C_{mn} \left[ n(m+\alpha) \mathcal{Y}'_{m+1} \left( \frac{nr}{b} \right) - \frac{\alpha(m+1)b}{r} \mathcal{Y}_{m+1} \left( \frac{nr}{b} \right) \right] + \\
& + D_{mn} \left[ n(m+\alpha) K'_{m+1} \left( \frac{nr}{b} \right) - \frac{\alpha(m+1)b}{r} K_{m+1} \left( \frac{nr}{b} \right) \right] + \\
& + E_{mn} \left[ n(m-\alpha) \mathcal{Y}'_m \left( \frac{nr}{b} \right) - \frac{\alpha(m-1)b}{r} \mathcal{Y}_{m-1} \left( \frac{nr}{b} \right) \right] + \\
& + F_{mn} \left[ n(m-\alpha) K'_m \left( \frac{nr}{b} \right) - \frac{\alpha(m-1)b}{r} K_{m-1} \left( \frac{nr}{b} \right) \right] \left. \right\} \cos \frac{nz}{b} dn;
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\tau_{rz} = & \frac{1}{b^2} \sum_{m=0,2,4,\dots}^{\infty} \cos m\theta \int_0^{\infty} \left\{ A_{mn} \left[ n^2 \mathcal{Y}'_m \left( \frac{nr}{b} \right) \right] + B_{mn} \left[ n^2 K'_m \left( \frac{nr}{b} \right) \right] + \right. \\
& + C_{mn} \left[ n^2 \frac{r}{b} \mathcal{Y}'_{m+1} \left( \frac{nr}{b} \right) + n(i-\alpha) \mathcal{Y}_{m+1} \left( \frac{nr}{b} \right) \right] + \\
& + D_{mn} \left[ n^2 \frac{r}{b} K'_{m+1} \left( \frac{nr}{b} \right) + n(1-\alpha) K_{m+1} \left( \frac{nr}{b} \right) \right] + \\
& + E_{mn} \left[ n^2 \frac{r}{b} \mathcal{Y}'_{m-1} \left( \frac{nr}{b} \right) + n(1-\alpha) \mathcal{Y}_{m-1} \left( \frac{nr}{b} \right) \right] + \\
& + F_{mn} \left[ n^2 \frac{r}{b} K'_{m-1} \left( \frac{nr}{b} \right) + n(1-\alpha) K_{m-1} \left( \frac{nr}{b} \right) \right] \left. \right\} \sin \frac{nz}{b} dn;
\end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \tau_{r\theta} = & \frac{1}{b^2} \sum_{m=0,2,4,\dots}^{\infty} \sin m\theta \int_0^{\infty} \left\{ A_{mn} \left[ -mn \frac{b}{r} \mathcal{Y}_m \left( \frac{nr}{b} \right) \right] + \right. \\ & + B_{mn} \left[ -mn \frac{b}{r} K_m \left( \frac{nr}{b} \right) \right] + C_{mn} \left[ -n(m+\alpha) \mathcal{Y}_{m+1} \left( \frac{nr}{b} \right) \right] + \\ & + D_{mn} \left[ -n(m+\alpha) K_{m+1} \left( \frac{nr}{b} \right) \right] + E_{mn} \left[ n(-m+\alpha) \mathcal{Y}_{m-1} \left( \frac{nr}{b} \right) \right] + \\ & \left. + F_{mn} \left[ n(-m+\alpha) K_{m-1} \left( \frac{nr}{b} \right) \right] \right\} \sin \frac{nz}{b} dn; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2G\omega = & \frac{1}{b} \sum_{m=0,2,4}^{\infty} \cos m\theta \int_0^{\infty} \left\{ A_{mn} \mathcal{Y}_m \left( \frac{nr}{b} \right) + B_{mn} K_m \left( \frac{nr}{b} \right) + \right. \\ & + \frac{r}{b} \left[ C_{mn} \mathcal{Y}_{m+1} \left( \frac{nr}{b} \right) + D_{mn} K_{m+1} \left( \frac{nr}{b} \right) + E_{mn} \mathcal{Y}_{m-1} \left( \frac{nr}{b} \right) + \right. \\ & \left. \left. + F_{mn} K_{m-1} \left( \frac{nr}{b} \right) \right] \right\} \sin \frac{nz}{b} dn; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2Gv = & \frac{1}{b} \sum_{m=0,2,4,\dots}^{\infty} \sin m\theta \int_0^{\infty} \left\{ m \frac{b}{r} \left[ A_{mn} \mathcal{Y}_m \left( \frac{nr}{b} \right) + B_{mn} K_m \left( \frac{nr}{b} \right) \right] + \right. \\ & + C_{mn} (m+2\alpha) \mathcal{Y}_{m+1} \left( \frac{nr}{b} \right) + D_{mn} (m+2\alpha) K_{m+1} \left( \frac{nr}{b} \right) + \\ & \left. + E_{mn} (m-2\alpha) \mathcal{Y}_{m-1} \left( \frac{nr}{b} \right) + F_{mn} (m-2\alpha) K_{m-1} \left( \frac{nr}{b} \right) \right\} \cos \frac{nz}{b} dn; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2Gu = & -\frac{1}{b} \sum_{m=0,2,4}^{\infty} \cos m\theta \int_0^{\infty} \left\{ A_{mn} \left[ n \mathcal{Y}'_m \left( \frac{nr}{b} \right) \right] + B_{mn} \left[ n K'_m \left( \frac{nr}{b} \right) \right] + \right. \\ & + C_{mn} \left[ n \frac{r}{b} \mathcal{Y}'_{m+1} \left( \frac{nr}{b} \right) + (1-2\alpha) \mathcal{Y}'_{m+1} \left( \frac{nr}{b} \right) \right] + \\ & + D_{mn} \left[ n \frac{r}{b} K'_{m+1} \left( \frac{nr}{b} \right) + (1-2\alpha) K'_{m+1} \left( \frac{nr}{b} \right) \right] + \\ & + E_{mn} \left[ n \frac{r}{b} \mathcal{Y}'_{m-1} \left( \frac{nr}{b} \right) + (1-2\alpha) \mathcal{Y}'_{m-1} \left( \frac{nr}{b} \right) \right] + \\ & \left. + F_{mn} \left[ n \frac{r}{b} K'_{m-1} \left( \frac{nr}{b} \right) + (1-2\alpha) K'_{m-1} \left( \frac{nr}{b} \right) \right] \right\} \cos \frac{nz}{b} dn, \end{aligned}$$

где  $A_{mn}, B_{mn}, C_{mn}, D_{mn}, E_{mn}$  — произвольные постоянные, определяемые из граничных условий задачи:

$$\sigma_r = q(z, \theta), \quad \tau_{rz} = \tau_{r\theta} = 0 \quad \text{при } r = b$$

$$\sigma_r = \tau_{rz} = \tau_{r\theta} = 0 \quad \text{при } r = a,$$

где  $q(z, \theta)$  — поверхностная нагрузка, которую можно предста-

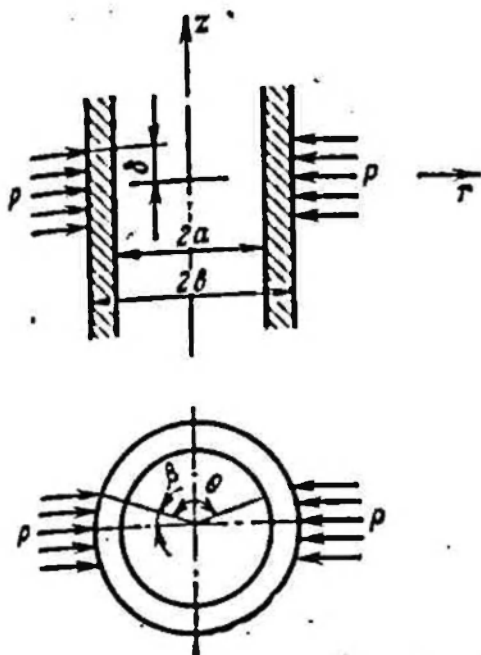


Рис. 26. Схема локального нагружения обсадной колонны

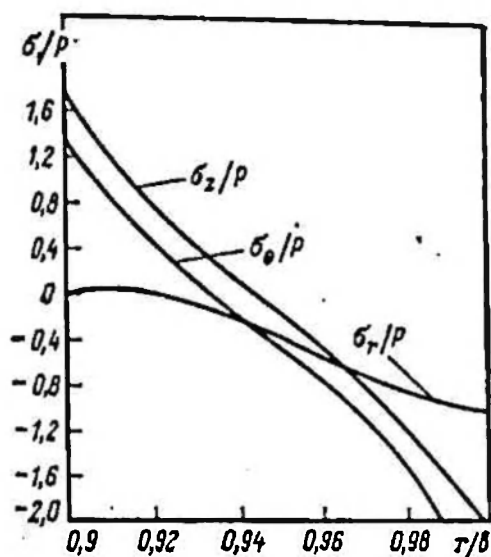


Рис. 27. Эпюры нормальных напряжений при локальном нагружении  $z=0, \theta=0$

ВИНТ В ВИДЕ

$$q(z, 0) = -\frac{2P}{\pi^2 b^2} \frac{b}{\delta \beta} \left[ \frac{\beta}{2} + \sum_{m=2,4,\dots}^{\infty} \frac{1}{m} \sin m\beta \cos m\theta \right] \times \\ \times \int_0^{\infty} \frac{1}{n} \sin \frac{n\delta}{b} \cos \frac{nz}{b} dn;$$

$P$  — внешняя нагрузка;  $2\delta \cdot 2\beta b$  — площадь нагружения (рис. 26).

Рассмотрим напряженное состояние трубы с внешним радиусом 0,122 м и внутренним, равным 0,11 м, под действием нормальной нагрузки интенсивностью  $P$  на площадку внешней поверхности трубы высотой 0,0122 м. Ограничимся при этом исследованием напряжений в наиболее опасных точках, а именно при  $z=0$  и  $\theta=0$ ;  $z=0,0122$  м и  $\theta=0$ ;  $z=0$  и  $\theta=0,05$  (рис. 27, 28). Исходя из третьей теории прочности внешнее давление  $P$  можно принять равным пределу текучести обломка горной породы. Анализ полученных результатов показывает, что наиболее опасна точка на внутренней поверхности трубы с координатами  $z=0$  и  $\theta=0$ . Пластическая зона в этой точке появится в том случае, если

$$\sigma_{mt} \leq 1,6 \sigma_{mn} \quad (4.40)$$

где  $\sigma_{mt}$  — предел текучести материала трубы на растяжение;  $\sigma_{mn}$  — предел текучести горной породы.

Если учесть небольшие величины предела текучести соляных пород (около 20 МПа), то можно утверждать, что неровности кон-

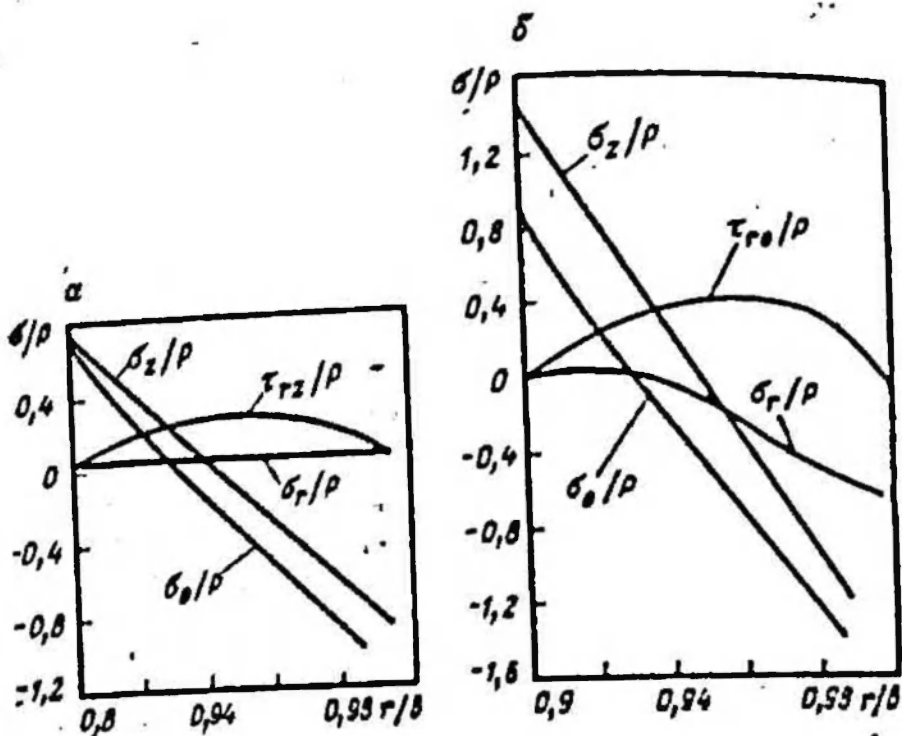


Рис. 28. Эпюры нормальных и касательных напряжений:  
 а —  $z=0,00122$  м.  $\theta=0$ . б —  $z=0$ .  $\theta=0,05$

тура каменной соли при обжатии трубы сами по себе не могут вызвать ее разрушение. Однако это вполне возможно для ангидрита, мрамора и других пород, обладающих высокой твердостью и прочностью.

Кроме рассмотренного выше поперечного изгиба, в промышленной практике встречается также продольный изгиб обсадной колонны вследствие оседания пород призабойной и приствольной зон и обвалов пород в каверны, образовавшиеся при бурении скважины. В результате такого оседания горная порода вызывает на поверхности колонны касательные нагрузки, под действием которых колонна может потерять устойчивость и разрушиться. Для расчета критических значений нагрузок, приложенных к обсадной колонне воспользуемся динамическим критерием устойчивости. Этот критерий основан на том, что при нагрузках выше критических выведенная из равновесия упругая система будет колебаться вокруг положения равновесия, при котором ось трубы не будет прямолинейной. В этом случае труба не вернется в прежнее состояние даже при нулевой частоте колебаний. Для использования динамического критерия в расчетах статической продольной устойчивости колонны труб необходимо получить уравнение изгиба оси трубы из выражения

$$(\partial^2 M / \partial z^2) = q, \quad (4.41)$$

где  $M = EJ (\partial^2 u / \partial z^2)$ ;  $J = 0,25 \pi (b^4 - a^4)$ ;  $M$  — момент сил в произвольном сечении трубы;  $z$  — осевая координата;  $q$  — интенсивность распределения сил;  $E$  — модуль Юнга материала трубы;

$J$  — момент инерции сечения трубы;  $u$  — радиальное перемещение оси колонны;  $b, a$  — внешний и внутренний радиусы трубы. Интенсивность распределенных сил представляет собой совокупность нагрузок, действующих на трубу, а именно совокупность избыточной боковой силы, появляющейся под действием давления газа породы, центробежных сил движущегося в трубе газа, а также интенсивности силы Кориолиса ускорения газа, боковых сил, вызываемых при искривлении оси трубы под действием осевых сил, инерционной силы поперечного ускорения трубы, погонной силы вязкого трения и податливости породы. После подстановки соответствующих выражений для компонентов и интенсивности распределенных сил в уравнение (4.41) получаем уравнение колебаний оси обсадной колонны

$$EJ \frac{\partial^4 u}{\partial z^4} + [\pi(a^2 p_r - b^2 p_n + a^2 v^2 \rho_r) + N] \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + 2\pi a^2 v^2 \rho_r \frac{\partial^2 u}{\partial z \partial t} + \pi [a^2 \rho_r + (b^2 - a^2) \rho_m] \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + c \frac{\partial u}{\partial t} + 2aku = 0, \quad (4.42)$$

где  $p_r, \rho_r, v$  — давление, плотность и скорость газа;  $p_n$  — давление пород на обсадную трубу;  $t$  — время;  $c$  — коэффициент вязкого трения пород;  $k$  — коэффициент податливости породы, причем для грунтов средней плотности  $0,5 < k \cdot 10^{-7} < 5$  Н/м<sup>3</sup>, для плотного грунта  $5 < k \cdot 10^{-7} < 10$  Н/м<sup>3</sup>;  $N$  — результирующая осевая сила в поперечном сечении трубы.

В случае, если верхний конец трубы не закреплен в осевом направлении, то осевая сила  $N$  в любом сечении равна результирующей от действия веса трубы и касательных нагрузок со стороны породы. Если концы труб закреплены, то результирующая осевая сила определяется из условия отсутствия перемещений верхнего и нижнего конца обсадной колонны. Вычислим для этого осевую составляющую реакции опоры верхнего конца колонны

$$N_0 = -\frac{1}{L} \int_0^L (L-z) (\gamma_m s_m + 2\pi b \tau) dz = -\frac{l}{2} (\gamma_m s_m + 2\pi b \tau_c), \quad (4.43)$$

где  $\gamma_m$  — удельный вес материала трубы;  $\tau$  — касательная нагрузка, действующая на единицу поверхности трубы со стороны породы;  $L$  — общая длина обсадной колонны;  $s_m = \pi(b^2 - a^2)$ ;  $l$  — общая длина участков труб, на которые действует нагрузка  $\tau = \tau_c$ ;  $\tau_c$  — предельное напряжение сдвига. Из условия равновесия части колонны длиной  $z$  находим

$$N = N_0 + \int_0^z (\gamma_m s_m + 2\pi b \tau) dz. \quad (4.44)$$

Для расчета статической продольной неустойчивости колонны труб в соответствии с динамическим критерием, перемещения оси трубы необходимо принять не зависящими от времени, тогда урав-

пение изгиба оси колонны примет вид

$$EJ (d^4 u/dz^4) + [\pi (a^2 p_r - b^2 p_n + a^2 v^2 p_r L) + N] \frac{d^2 u}{dz^2} + 2aku = 0. \quad (4.4)$$

При практических расчетах можно пренебречь центробежной силой, а давление пород считать равным вертикальному давлению цементирования.

Предельное напряжение сдвига для влажного грунта можно определить не только экспериментально, но и аналитически. Действительно, из уравнения течения влажного (текучего) грунта

$$\frac{d^2 w}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dw}{dr} = \frac{g}{v},$$

где  $w = w(r)$  — осевая скорость оседания грунта;  $v$  — кинематический коэффициент вязкости грунта. Для граничных условий  $w = 0$  при  $r = b$  и  $r = b_0$  ( $b_0$  — радиус неподвижного грунта) найдем

$$w = \frac{g}{4v} \left( b_0^2 - r^2 + \frac{b_0^2 - b^2}{\ln(b_0/b)} \ln \frac{r}{b_0} \right).$$

С учетом очевидного равенства  $\tau_{rz} = \mu_z (dw/dr)$ , где  $\mu_z$  — коэффициент динамической вязкости влажного грунта;  $\tau_{rz}$  — касательное напряжение

$$\tau_{rz} = \frac{\gamma}{4} \left( \frac{1}{r} \frac{b_0^2 - b^2}{\ln(b_0/b)} - 2r \right),$$

так как при  $r \rightarrow b$   $\tau_{rz} = \tau_0$ , то  $\tau_0 = \frac{\gamma}{4} \left( \frac{1}{b} \frac{b_0^2 - b^2}{\ln(b_0/b)} - 2b \right)$ ,

где  $\gamma$  — удельный вес влажного грунта. При  $b_0 < 0,5$  м, что вполне достаточно для практических расчетов, полученные по этой формуле результаты удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными. Решение уравнения (4.45) для условий реальной скважины представляет значительные математические трудности, поэтому исследование устойчивости колонны мы будем проводить на участках оседания горных пород. В этом случае уравнение (4.45) примет вид

$$(d^4 u/dz^4) + (a_* + b_* z) (d^2 u/dz^2) = 0, \quad (4.46)$$

где  $a_* = \frac{1}{EJ} (\pi a^2 p_r + N_0 + T)$ ;  $b_* = \frac{1}{EJ} (\gamma_m s_m - \pi b^2 \gamma_n)$ ;  $T = 2\pi b l \tau_0$ ;  $(4.47)$

$l$  — общая длина исследуемого участка труб;  $T$  — результирующая сила касательных нагрузок;  $N_0$  — осевая составляющая реакции опоры верхнего конца колонны в случае его неподвижного закрепления,

$$N_0 = -0,5l (\gamma_m s_m + 2\pi b \tau_0).$$



Задача состоит в определении критического значения результирующей осевой силы, ниже которого колонна труб на рассматриваемом участке не теряет устойчивости. Общее решение уравнения (4.46) находим в виде

$$u = A + Bz + C_1 \int_0^z d\xi \int_0^\xi f_1(\zeta) d\zeta + C_2 \int_0^z d\xi \int_0^\xi f_2(\zeta) d\zeta, \quad (4.48)$$

где

$$\begin{aligned} f_1(\zeta) &= \sqrt{a_* + b_* \zeta} J_{1/2} \left[ \frac{z}{3b_*} (a_* + b_* \zeta)^{3/2} \right]; \\ f_2(\zeta) &= \sqrt{a_* + b_* \zeta} Y_{1/2} \left[ \frac{z}{3b_*} (a_* + b_* \zeta)^{3/2} \right]; \end{aligned} \quad (4.49)$$

Здесь  $J, Y$  — функции Бесселя действительного аргумента первого и второго рода;  $A, B, C_1, C_2$  — произвольные постоянные, определяемые из граничных условий.

$$u = (d^2u/dz^2) = 0 \text{ при } z = 0; \quad u = (du/dz) = 0 \text{ при } z = l, \quad (4.50)$$

т. е. рассматривается случай, когда верхний конец трубы шарнирно подвижен, а нижний зашцеилен. После подстановки выражения (4.48) в условия (4.50) находим результирующее уравнение

$$f_1(0) \left[ l \int_0^l f_2(\zeta) d\zeta - \int_0^l d\xi \int_0^\xi f_2(\zeta) d\zeta \right] = f_2(0) \left[ l \int_0^l f_1(\zeta) d\zeta - \int_0^l d\xi \int_0^\xi f_1(\zeta) d\zeta \right], \quad (4.51)$$

где

$$f_1(0) = \sqrt{a_*} J_{1/2} \left( \frac{2a_*^{3/2}}{3b_*} \right); \quad f_2(0) = \sqrt{a_*} Y_{1/2} \left( \frac{2a_*^{3/2}}{3b_*} \right).$$

Для случая, когда оба конца зашцеилены, результирующее уравнение выводится совершенно аналогично и имеет вид

$$\int_0^l f_2(z) dz \int_0^l dz \int_0^z f_1(\zeta) d\zeta = \int_0^l f_1(z) dz \int_0^l dz \int_0^z f_2(\zeta) d\zeta. \quad (4.52)$$

После решения уравнений (4.50) или (4.52) находим верхнюю границу для допустимых значений давления газа, длины нагруженного участка и предельного напряжения сдвига, т. е. критические параметры, при превышении которых труба теряет устойчивость. На практике очень важно знать и нижнюю границу, т. е. значения параметров, при которых труба не теряет устойчивости. Для этого случая граничные условия принимаем в виде  $u = (d^2u/dz^2) = 0$  при  $z=0$  и  $z=l$ . Результирующее уравнение при этом получается в очень удобной для практических расчетов форме

$$\Phi_1(0) \Phi_2(l) - \Phi_1(l) \Phi_2(0) = 0, \quad (4.53)$$

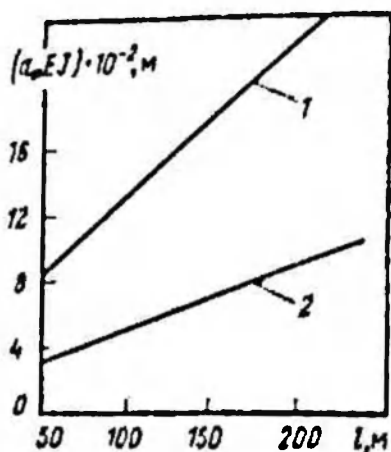


Рис. 29. Эпюра критических параметров обсадной колонны в неустойчивых породах

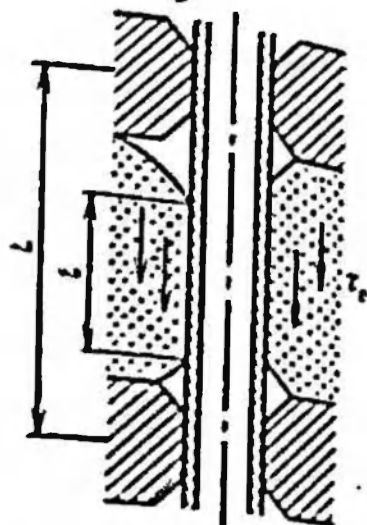


Рис. 30. Схема нагружения обсадной колонны при оседании пород

где

$$\begin{aligned} \varphi_1(0) &= J_{1/2} \left( \frac{2a_*^{3/2}}{b_*} \right); & \varphi_1(l) &= J_{1/2} \left[ \frac{2}{3b_*} (a_* + b_* l)^{3/2} \right]; \\ \varphi_2(0) &= Y_{1/2} \left( \frac{2a_*^{3/2}}{b_*} \right); & \varphi_2(l) &= Y_{1/2} \left[ \frac{2}{3b_*} (a_* + b_* l)^{3/2} \right]. \end{aligned} \quad (4.54)$$

На рис. 29 приведены результаты расчетов критических параметров колонны для двух вариантов: 1 —  $D_0 = 0,3$  м,  $D_1 = 0,28$  м  $q = 644$  Н/м; 2 —  $D_0 = 0,22$  м,  $D_1 = 0,2$  м  $q = 515$  Н/м, где  $D_0$ ,  $D_1$  — внешний и внутренний диаметры колонны,  $q$  — масса 1 м трубы. При значениях параметров ниже критических для данного значения  $l$  труба не теряет устойчивости.

Рассмотрим теперь напряженно-деформированное состояние обсадной колонны под действием указанных выше предельных напряжений сдвига. В соответствии со схемой нагружения, представленной на рис. 30, для расчета прочности колонны необходимо решить задачу теории упругости для полого цилиндра с равномерной касательной нагрузкой на его внешней поверхности. Рассмотрим наиболее опасный случай, когда  $l = L$ . Для решения задачи выразим перемещения точек трубы через две функции перемещений Тимпе

$$w = \frac{\partial \varphi}{\partial z} - \frac{1}{2(1-2\mu)} \frac{\partial \psi}{\partial z}; \quad (4.55)$$

$$u = \frac{\partial \varphi}{\partial r} - \frac{1}{2(1-2\mu)} \frac{\partial \psi}{\partial r} + 2 \frac{1-\mu}{1-2\mu} \frac{\psi}{r}. \quad (4.56)$$

Уравнения теории упругости в этом случае сводятся к двум диф-

дифференциальным уравнениям относительно функции перемещений

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = 0; \quad \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = 0. \quad (4.57)$$

Решение рассматриваемой задачи получим, если функции перемещений примем в виде

$$\varphi = C_1 \frac{1}{6} \left( z^3 - \frac{3}{2} r^2 z \right) + C_3 \left( \ln r + \frac{1}{2} \right) z; \quad \psi = C_2 \frac{3}{2} r^2 z - C_4 z. \quad (4.58)$$

После подстановки выражений (4.58) в формулы (4.55) и (4.56), а полученного результата в соотношения Гука и граничные условия

$$\sigma_r(a, z) = \sigma_r(b, z) = \tau_{rz}(a, z) = 0; \quad \tau_{rz}(b, z) = \tau_c \quad (4.59)$$

находим решение задачи в напряжениях

$$\sigma_r = \sigma_\theta = 0; \quad \sigma_z = N/m; \quad \tau_{rz} = \tau_c \frac{b}{r} \frac{r^2 - z^2}{b^2 - a^2}. \quad (4.60)$$

где  $N$  определяется по формулам (4.43), (4.44).

Результаты расчетов по приведенным выше формулам показывают, что в основном оседание пород при неискривленных трубах не приводит к их разрушению.

Как показывает анализ фактических данных, наиболее опасный случай нагружения — продольно-поперечный изгиб колонны под действием осевых сил и одностороннего давления каменной соли. Для расчета напряженно-деформированного состояния трубы в этом случае необходимо решить трехмерную задачу теории упругости для конечного полого цилиндра, т. е. найти такие выражения для перемещений и деформаций трубы, которые удовлетворяли бы следующим уравнениям:

уравнения Ламе

$$\nabla^2 u + \frac{1}{1-2\mu} \frac{\partial e}{\partial r} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial v}{\partial \theta} - \frac{u}{r^2} = 0; \quad (4.61)$$

$$\nabla^2 v + \frac{1}{1-2\mu} \frac{1}{r} \frac{\partial e}{\partial \theta} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial v}{\partial \theta} - \frac{v}{r^2} = 0; \quad (4.62)$$

$$\nabla^2 w + \frac{1}{1-2\mu} \frac{\partial e}{\partial z} = 0, \quad (4.63)$$

где  $u, v, w$  — перемещения точек трубы в радиальном, окружном и осевом направлениях соответственно;

$$e = \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{\partial w}{\partial z}; \quad \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}; \quad (4.64)$$

уравнения равновесия сил

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \left( \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial \theta} + \sigma_r - \sigma_\theta \right) + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} = 0;$$

$$\frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial r} + \frac{1}{r} \left( \frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta} + 2\tau_{r\theta} \right) + \frac{\partial \tau_{\theta z}}{\partial z} = 0;$$

$$\frac{\partial \tau_{rz}}{\partial r} + \frac{1}{r} \left( \frac{\partial \tau_{\theta z}}{\partial \theta} + \tau_{rz} \right) + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = 0;$$

(4.65)

уравнения совместности деформаций в напряжениях

$$\nabla^2 \sigma_r - \frac{4}{r^2} \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial \theta} - 2 \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r^2} + \frac{1}{1+\mu} \frac{\partial^2 \sigma}{\partial r^2} = 0;$$

$$\nabla^2 \sigma_\theta + \frac{4}{r^2} \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial \theta} + 2 \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r^2} + \frac{1}{1+\mu} \frac{1}{r} \left( \frac{\partial \sigma}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \sigma}{\partial \theta^2} \right) = 0;$$

$$\nabla^2 \sigma_z + \frac{1}{1+\mu} \frac{\partial^2 \sigma}{\partial z^2} = 0;$$

(4.66)

$$\nabla^2 \tau_{rz} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial \theta} - \frac{1}{r^2} \tau_{rz} + \frac{1}{1+\mu} \frac{\partial^2 \sigma}{\partial r \partial z} = 0;$$

$$\nabla^2 \tau_{r\theta} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sigma_r - \sigma_\theta) - \frac{4}{r^2} \tau_{r\theta} + \frac{1}{1+\mu} \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma}{\partial \theta} \right) = 0;$$

$$\nabla^2 \tau_{\theta z} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial \theta} - \frac{1}{r^2} \tau_{\theta z} + \frac{1}{1+\mu} \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \sigma}{\partial \theta \partial z} = 0,$$

$$\sigma = \sigma_r + \sigma_\theta + \sigma_z.$$

Для решения задачи воспользуемся функциями перемещения  
Дюгалла

$$u = r \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} + \frac{\partial \omega}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \theta};$$

$$v = \frac{1}{r} \frac{\partial \omega}{\partial \theta} - \frac{\partial \psi}{\partial r};$$

(4.67)

$$w = -r \frac{\partial^2 \varphi}{\partial r \partial z} - \frac{1}{2} (1 - \mu) \frac{\partial \varphi}{\partial z} + \frac{\partial \omega}{\partial z};$$

$$\frac{1}{2G} \sigma_r = (1 - 2\mu) \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} + r \frac{\partial^3 \varphi}{\partial r \partial z^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial r^2} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \psi}{\partial r \partial \theta};$$

$$\frac{1}{2G} \sigma_\theta = (1 - 2\mu) \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \omega}{\partial \theta^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \omega}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \psi}{\partial r \partial \theta} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial \psi}{\partial \theta};$$

(4.68)

$$\frac{1}{2G} \sigma_z = -2(2 - \mu) \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} - r \frac{\partial^3 \varphi}{\partial r \partial z^2} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial z^2};$$

$$\frac{1}{G} \tau_{r\theta} = \frac{\partial^3 \psi}{\partial \theta \partial z^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial^2 \omega}{\partial r \partial \theta} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial \omega}{\partial \theta} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \theta^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2};$$

$$\frac{1}{G} \sigma_r = r \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} - r \frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2 \partial z} - (5 - 4\mu) \frac{\partial^2 \varphi}{\partial r \partial z} + 2 \frac{\partial^2 \omega}{\partial r \partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \psi}{\partial r \partial z}, \quad (4.69)$$

$$\frac{1}{G} \sigma_{\theta z} = - \frac{\partial^2 \varphi}{\partial r \partial \omega \partial z} - \frac{4 - 4\mu}{r} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \omega \partial z} + \frac{2}{r} \frac{\partial^2 \omega}{\partial \omega \partial z} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial r \partial z}$$

Непосредственной подстановкой можно убедиться, что соотношения (4.67) — (4.69) удовлетворяют всем уравнениям (4.61) — (4.66), если

$$\nabla^2 \varphi = 0; \quad \nabla^2 \omega = \bar{u}; \quad \nabla^2 \psi = 0. \quad (4.70)$$

Для нагрузок, четных по  $z$  и  $\theta$ , эти функции можно взять в виде

$$\varphi = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \{ A_{m0}^{(1)} r^m + B_{m0}^{(1)} r^{-m} + [A_{mn}^{(1)} \mathcal{Y}_m(\kappa r) + B_{mn}^{(1)} K_m(\kappa r)] \cos(\kappa z) + [C_{mn}^{(1)} J_m(\kappa r) + D_{mn}^{(1)} Y_m(\kappa r)] \operatorname{ch}(\kappa z) \} \cos m\theta; \quad (4.71)$$

$$\omega = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \{ A_{m0}^{(2)} r^m + B_{m0}^{(2)} r^{-m} + [A_{mn}^{(2)} \mathcal{Y}_m(\kappa r) + B_{mn}^{(2)} K_m(\kappa r)] \cos(\kappa z) + [C_{mn}^{(2)} J_m(\kappa r) + D_{mn}^{(2)} Y_m(\kappa r)] \operatorname{ch}(\kappa z) \} \cos m\theta; \quad (4.72)$$

$$\psi = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \{ A_{m0}^{(3)} r^m + B_{m0}^{(3)} r^{-m} + [A_{mn}^{(3)} \mathcal{Y}_m(\kappa r) + B_{mn}^{(3)} K_m(\kappa r)] \cos(\kappa z) + [C_{mn}^{(3)} J_m(\kappa r) + D_{mn}^{(3)} Y_m(\kappa r)] \operatorname{ch}(\kappa z) \} \sin m\theta. \quad (4.73)$$

Здесь  $A_{mn}$ ,  $B_{mn}$ ,  $C_{mn}$ ,  $D_{mn}$  — постоянные, определяемые из граничных условий;  $J_m$ ,  $Y_m$  — функции Бесселя действительного аргумента первого и второго рода соответственно;  $\mathcal{Y}_m$ ,  $K_m$  — функции Бесселя мнимого аргумента первого и второго рода соответственно;  $\kappa = \pi/L$ ,  $L$  — половина длины рассматриваемого участка трубы. Функции (4.71) — (4.73) очевидно тождественно удовлетворяют уравнениям (4.70). После подстановки формул (4.71) — (4.73) в соотношения (4.67) — (4.69) находим явные выражения для напряжений и перемещений

$$\frac{1}{2G} \sigma_r = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \{ A_{m0}^{(1)} a_{m0}^{(1)}(I, r) + B_{m0}^{(1)} b_{m0}^{(1)}(I, r) + A_{m0}^{(2)} a_{m0}^{(2)}(I, r) + B_{m0}^{(2)} b_{m0}^{(2)}(I, r) + A_{m0}^{(3)} a_{m0}^{(3)}(I, r) + B_{m0}^{(3)} b_{m0}^{(3)}(I, r) + [A_{mn}^{(1)} a_{mn}^{(1)}(I, r) + B_{mn}^{(1)} b_{mn}^{(1)}(I, r) + A_{mn}^{(2)} a_{mn}^{(2)}(I, r) + B_{mn}^{(2)} b_{mn}^{(2)}(I, r) + A_{mn}^{(3)} a_{mn}^{(3)}(I, r) + B_{mn}^{(3)} b_{mn}^{(3)}(I, r)] \cos(\kappa z) + [C_{mn}^{(1)} c_{mn}^{(1)}(I, r) + D_{mn}^{(1)} d_{mn}^{(1)}(I, r) + C_{mn}^{(2)} c_{mn}^{(2)}(I, r) + D_{mn}^{(2)} d_{mn}^{(2)}(I, r) + C_{mn}^{(3)} c_{mn}^{(3)}(I, r) + D_{mn}^{(3)} d_{mn}^{(3)}(I, r)] \operatorname{ch}(\kappa z) \} \cos m\theta; \quad (4.74)$$

$$\frac{1}{2G} \sigma_{\theta} = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \{ A_{m0}^{(1)} a_{m0}^{(1)}(II, r) + B_{m0}^{(1)} b_{m0}^{(1)}(II, r) + A_{m0}^{(2)} a_{m0}^{(2)}(II, r) +$$



$$\begin{aligned}
& + B_{m0}^{(2)} b_{m0}^{(2)} (\text{II}, r) + A_{m0}^{(3)} a_{m0}^{(3)} (\text{II}, r) + B_{m0}^{(3)} b_{m0}^{(3)} (\text{II}, r) + \\
& + [A_{mn}^{(1)} a_{mn}^{(1)} (\text{II}, r) + B_{mn}^{(1)} b_{mn}^{(1)} (\text{II}, r) + A_{mn}^{(2)} a_{mn}^{(2)} (\text{II}, r) + B_{mn}^{(2)} b_{mn}^{(2)} (\text{II}, r) + \\
& + A_{mn}^{(3)} a_{mn}^{(3)} (\text{II}, r) + B_{mn}^{(3)} b_{mn}^{(3)} (\text{II}, r)] \cos(\kappa z) + \\
& + [C_{mn}^{(1)} c_{mn}^{(1)} (\text{II}, r) + D_{mn}^{(1)} d_{mn}^{(1)} (\text{II}, r) + C_{mn}^{(2)} c_{mn}^{(2)} (\text{II}, r) + \\
& + D_{mn}^{(2)} d_{mn}^{(2)} (\text{II}, r) + C_{mn}^{(3)} c_{mn}^{(3)} (\text{II}, r) + D_{mn}^{(3)} d_{mn}^{(3)} (\text{II}, r)] \text{ch}(\kappa z) \cos m\theta; \quad (4.75)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{1}{2G} \sigma_z = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \{ & [A_{mn}^{(1)} a_{mn}^{(1)} (\text{III}, r) + B_{mn}^{(1)} b_{mn}^{(1)} (\text{III}, r) + A_{mn}^{(2)} a_{mn}^{(2)} (\text{III}, r) + \\
& + B_{mn}^{(2)} b_{mn}^{(2)} (\text{III}, r)] \cos(\kappa z) + [C_{mn}^{(1)} c_{mn}^{(1)} (\text{III}, r) + D_{mn}^{(1)} d_{mn}^{(1)} (\text{III}, r) + \\
& + C_{mn}^{(2)} c_{mn}^{(2)} (\text{III}, r) + D_{mn}^{(2)} d_{mn}^{(2)} (\text{III}, r)] \text{ch}(\kappa z) \cos(m\theta); \quad (4.76)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{1}{G} \tau_{rz} = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \{ & [A_{mn}^{(1)} a_{mn}^{(1)} (\text{IV}, r) + B_{mn}^{(1)} b_{mn}^{(1)} (\text{IV}, r) + A_{mn}^{(2)} a_{mn}^{(2)} (\text{IV}, r) + \\
& + B_{mn}^{(2)} b_{mn}^{(2)} (\text{IV}, r) + A_{mn}^{(3)} a_{mn}^{(3)} (\text{IV}, r) + B_{mn}^{(3)} b_{mn}^{(3)} (\text{IV}, r)] \sin(\kappa z) + \\
& + [C_{mn}^{(1)} c_{mn}^{(1)} (\text{IV}, r) + D_{mn}^{(1)} d_{mn}^{(1)} (\text{IV}, r) + C_{mn}^{(2)} c_{mn}^{(2)} (\text{IV}, r) + \\
& + D_{mn}^{(2)} d_{mn}^{(2)} (\text{IV}, r) + C_{mn}^{(3)} c_{mn}^{(3)} (\text{IV}, r) + D_{mn}^{(3)} d_{mn}^{(3)} (\text{IV}, r)] \text{sh}(\kappa z) \cos m\theta; \quad (4.77)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{1}{G} \tau_{\theta z} = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \{ & A_{m0}^{(1)} a_{m0}^{(1)} (V, r) + B_{m0}^{(1)} b_{m0}^{(1)} (V, r) + A_{m0}^{(2)} a_{m0}^{(2)} (V, r) + \\
& + B_{m0}^{(2)} b_{m0}^{(2)} (V, r) + A_{m0}^{(3)} a_{m0}^{(3)} (V, r) + B_{m0}^{(3)} b_{m0}^{(3)} (V, r) + [A_{mn}^{(1)} a_{mn}^{(1)} (V, r) + \\
& + B_{mn}^{(1)} b_{mn}^{(1)} (V, r) + A_{mn}^{(2)} a_{mn}^{(2)} (V, r) + B_{mn}^{(2)} b_{mn}^{(2)} (V, r) + A_{mn}^{(3)} a_{mn}^{(3)} (V, r) + \\
& + B_{mn}^{(3)} b_{mn}^{(3)} (V, r)] \cos(\kappa z) + [C_{mn}^{(1)} c_{mn}^{(1)} (V, r) + D_{mn}^{(1)} d_{mn}^{(1)} (V, r) + \\
& + C_{mn}^{(2)} c_{mn}^{(2)} (V, r) + D_{mn}^{(2)} d_{mn}^{(2)} (V, r) + C_{mn}^{(3)} c_{mn}^{(3)} (V, r) + \\
& + D_{mn}^{(3)} d_{mn}^{(3)} (V, r)] \text{ch}(\kappa z) \sin m\theta; \quad (4.78)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{1}{G} \tau_{0z} = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \{ & [A_{mn}^{(1)} a_{mn}^{(1)} (\text{VI}, r) + B_{mn}^{(1)} b_{mn}^{(1)} (\text{VI}, r) + A_{mn}^{(2)} a_{mn}^{(2)} (\text{VI}, r) + \\
& + B_{mn}^{(2)} b_{mn}^{(2)} (\text{VI}, r) + A_{mn}^{(3)} a_{mn}^{(3)} (\text{VI}, r) + B_{mn}^{(3)} b_{mn}^{(3)} (\text{VI}, r)] \sin(\kappa z) + \\
& + [C_{mn}^{(1)} c_{mn}^{(1)} (\text{VI}, r) + D_{mn}^{(1)} d_{mn}^{(1)} (\text{VI}, r) + C_{mn}^{(2)} c_{mn}^{(2)} (\text{VI}, r) + \\
& + D_{mn}^{(2)} d_{mn}^{(2)} (\text{VI}, r) + C_{mn}^{(3)} c_{mn}^{(3)} (\text{VI}, r) + D_{mn}^{(3)} d_{mn}^{(3)} (\text{VI}, r)] \text{sh}(\kappa z) \sin(m\theta); \quad (4.79)
\end{aligned}$$

$$u = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \{ A_{m0}^{(1)} a_{m0}^{(1)} (\text{VII}, r) + B_{m0}^{(1)} b_{m0}^{(1)} (\text{VII}, r) + A_{m0}^{(2)} a_{m0}^{(2)} (\text{VII}, r) +$$

$$\begin{aligned}
& + B_{m0}^{(2)} b_{m0}^{(2)} (\text{VII}, r) + A_{m0}^{(3)} a_{m0}^{(3)} (\text{VII}, r) + B_{m0}^{(3)} b_{m0}^{(3)} (\text{VII}, r) + \\
& + [A_{mn}^{(1)} a_{mn}^{(1)} (\text{VII}, r) + B_{mn}^{(1)} b_{mn}^{(1)} (\text{VII}, r) + A_{mn}^{(2)} a_{mn}^{(2)} (\text{VII}, r) + \\
& + B_{mn}^{(2)} b_{mn}^{(2)} (\text{VII}, r) + A_{mn}^{(3)} a_{mn}^{(3)} (\text{VII}, r) + B_{mn}^{(3)} b_{mn}^{(3)} (\text{VII}, r)] \cos(\kappa z) + \\
& + [C_{mn}^{(1)} c_{mn}^{(1)} (\text{VII}, r) + D_{mn}^{(1)} d_{mn}^{(1)} (\text{VII}, r) + C_{mn}^{(2)} c_{mn}^{(2)} (\text{VII}, r) + \\
& + D_{mn}^{(2)} d_{mn}^{(2)} (\text{VII}, r) + C_{mn}^{(3)} c_{mn}^{(3)} (\text{VII}, r) + \\
& + D_{mn}^{(3)} d_{mn}^{(3)} (\text{VII}, r)] \text{ch}(\kappa z) \cos(m\theta); \quad (4.80)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
v = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \{ & A_{m0}^{(2)} a_{m0}^{(2)} (\text{VIII}, r) + B_{m0}^{(2)} b_{m0}^{(2)} (\text{VIII}, r) + A_{m0}^{(3)} a_{m0}^{(3)} (\text{VIII}, r) + \\
& + B_{m0}^{(3)} b_{m0}^{(3)} (\text{VIII}, r) + [A_{mn}^{(2)} a_{mn}^{(2)} (\text{VIII}, r) + B_{mn}^{(2)} b_{mn}^{(2)} (\text{VIII}, r) + \\
& + A_{mn}^{(3)} a_{mn}^{(3)} (\text{VIII}, r) + B_{mn}^{(3)} b_{mn}^{(3)} (\text{VIII}, r)] \cos(\kappa z) + \\
& + [C_{mn}^{(2)} c_{mn}^{(2)} (\text{VIII}, r) + D_{mn}^{(2)} d_{mn}^{(2)} (\text{VIII}, r) + C_{mn}^{(3)} c_{mn}^{(3)} (\text{VIII}, r) + \\
& + D_{mn}^{(3)} d_{mn}^{(3)} (\text{VIII}, r)] \text{ch}(\kappa z) \sin(m\theta);
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
w = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \{ & [A_{mn}^{(1)} a_{mn}^{(1)} (\text{IX}, r) + B_{mn}^{(1)} b_{mn}^{(1)} (\text{IX}, r) + A_{mn}^{(2)} a_{mn}^{(2)} (\text{IX}, r) + \\
& + B_{mn}^{(2)} b_{mn}^{(2)} (\text{IX}, r)] \sin(\kappa z) + [C_{mn}^{(1)} c_{mn}^{(1)} (\text{IX}, r) + D_{mn}^{(1)} d_{mn}^{(1)} (\text{IX}, r) + \\
& + C_{mn}^{(2)} c_{mn}^{(2)} (\text{IX}, r) + D_{mn}^{(2)} d_{mn}^{(2)} (\text{IX}, r)] \text{sh}(\kappa z) \cos m\theta.
\end{aligned}$$

Здесь  $a_{m0}^{(1)}(l, r) = (m+1)r^m$ ;  $b_{m0}^{(1)}(l, r) = (-m+1)r^{-m}$ ;

$a_{m0}^{(2)}(l, r) = m(m-1)r^{m-2}$ ;  $b_{m0}^{(2)}(l, r) = m(m+1)r^{-m-2}$ ;

$a_{m0}^{(3)}(l, r) = m(m-1)r^{m-2}$ ;  $b_{m0}^{(3)}(l, r) = -(m+1)r^{-m-2}$ ;

$a_{mn}^{(1)}(l, r) = [-(1-2\mu)J_m(\kappa r) - \kappa r J_m'(\kappa r)] \kappa^2$ ;

$b_{mn}^{(1)}(l, r) = [-(1-2\mu)K_m(\kappa r) - \kappa r K_m'(\kappa r)] \kappa^2$ ;

$a_{mn}^{(2)}(l, r) = \kappa^2 J_m(\kappa r)$ ;  $b_{mn}^{(2)}(l, r) = \kappa^2 K_m(\kappa r)$ ;

$a_{mn}^{(3)}(l, r) = m \left[ -\frac{1}{r^2} J_m(\kappa r) + \kappa \frac{1}{r} J_m'(\kappa r) \right]$ ;

$b_{mn}^{(3)}(l, r) = m \left[ -\frac{1}{r^2} K_m(\kappa r) + \kappa \frac{1}{r} K_m'(\kappa r) \right]$ ;

$c_{mn}^{(1)}(l, r) = [(1-2\mu)J_m(\kappa r) + \kappa r J_m'(\kappa r)] \kappa^2$ ;

$d_{mn}^{(1)}(l, r) = [(1-2\mu)Y_m(\kappa r) + \kappa r Y_m'(\kappa r)] \kappa^2$ ;

$c_{mn}^{(2)}(l, r) = \kappa^2 J_m(\kappa r)$ ;  $d_{mn}^{(2)}(l, r) = \kappa^2 Y_m(\kappa r)$ ;

$c_{mn}^{(3)}(l, r) = m \left[ -\frac{1}{r^2} J_m(\kappa r) + \kappa \frac{1}{r} J_m'(\kappa r) \right]$ ;

$$d_{mn}^{(3)}(I, r) = m \left[ -\frac{1}{r^2} Y_m(\kappa r) + \kappa \frac{1}{r} Y_m'(\kappa r) \right];$$

$$a_{m0}^{(1)}(II, r) = r^m; \quad b_{m0}^{(1)}(II, r) = r^{-m}; \quad a_{m0}^{(2)}(II, r) = -m(m+1)r^{m-2};$$

$$b_{m0}^{(2)}(II, r) = -m(m+1)r^{-m-2}; \quad a_{m0}^{(3)}(II, r) = -m(m-1)r^{m-2};$$

$$b_{m0}^{(3)}(II, r) = -m(m-1)r^{-m-2};$$

$$a_{mn}^{(1)}(II, r) = -(1-2\mu)\kappa^2 \mathcal{J}_m(\kappa r); \quad b_{mn}^{(1)}(II, r) = -(1-2\mu)\kappa^2 K_m(\kappa r);$$

$$a_{mn}^{(2)}(II, r) = -\left[ \frac{m^2}{r^2} \mathcal{J}_m(\kappa r) - \frac{\kappa}{r} \mathcal{J}_m'(\kappa r) \right];$$

$$b_{mn}^{(2)}(II, r) = -\left[ \frac{m^2}{r^2} K_m(\kappa r) - \frac{\kappa}{r} K_m'(\kappa r) \right];$$

$$a_{mn}^{(3)}(II, r) = -\left[ \kappa \frac{m}{r} \mathcal{J}_m'(\kappa r) - \frac{m}{r^2} \mathcal{J}_m(\kappa r) \right];$$

$$b_{mn}^{(3)}(II, r) = -\left[ \kappa \frac{m}{r} K_m'(\kappa r) - \frac{m}{r^2} K_m(\kappa r) \right];$$

$$c_{mn}^{(1)}(II, r) = (1-2\mu)\kappa^2 J_m(\kappa r); \quad d_{mn}^{(1)}(II, r) = (1-2\mu)\kappa^2 Y_m(\kappa r);$$

$$c_{mn}^{(2)}(II, r) = -\left[ \frac{m^2}{r^2} J_m(\kappa r) - \kappa \frac{1}{r} J_m'(\kappa r) \right];$$

$$d_{mn}^{(2)}(II, r) = -\left[ \frac{m^2}{r^2} Y_m(\kappa r) - \kappa \frac{1}{r} Y_m'(\kappa r) \right];$$

$$c_{mn}^{(3)}(II, r) = -\left[ \kappa \frac{m}{r} J_m'(\kappa r) - \frac{m}{r^2} J_m(\kappa r) \right];$$

$$d_{mn}^{(3)}(II, r) = -\left[ \kappa \frac{m}{r} Y_m'(\kappa r) - \frac{m}{r^2} Y_m(\kappa r) \right];$$

$$a_{mn}^{(1)}(III, r) = \kappa^2 [2(2-\mu) \mathcal{J}_m(\kappa r) + \kappa r \mathcal{J}_m'(\kappa r)];$$

$$b_{mn}^{(1)}(III, r) = \kappa^2 [2(2-\mu) K_m(\kappa r) + \kappa r K_m'(\kappa r)];$$

$$a_{mn}^{(2)}(III, r) = -\kappa^2 \mathcal{J}_m(\kappa r); \quad b_{mn}^{(2)}(III, r) = -\kappa^2 K_m(\kappa r);$$

$$c_{mn}^{(1)}(III, r) = -\kappa^2 [2(2-\mu) J_m(\kappa r) + \kappa r J_m'(\kappa r)];$$

$$d_{mn}^{(1)}(III, r) = -\kappa^2 [2(2-\mu) Y_m(\kappa r) + \kappa r Y_m'(\kappa r)];$$

$$c_{mn}^{(2)}(III, r) = -\kappa^2 J_m(\kappa r); \quad d_{mn}^{(2)}(III, r) = -\kappa^2 Y_m(\kappa r);$$

$$a_{mn}^{(1)}(IV, r) = \kappa^2 [\kappa r \mathcal{J}_m(\kappa r) + (5-4\mu) \mathcal{J}_m'(\kappa r) + \kappa r \mathcal{J}_m''(\kappa r)];$$

$$b_{mn}^{(1)}(IV, r) = \kappa^2 [\kappa r K_m(\kappa r) + (5-4\mu) K_m'(\kappa r) + \kappa r K_m''(\kappa r)];$$

$$a_{mn}^{(2)}(IV, r) = -2\kappa^2 \mathcal{J}_m(\kappa r); \quad b_{mn}^{(2)}(IV, r) = -2\kappa^2 K_m(\kappa r);$$

$$a_{mn}^{(3)}(IV, r) = -\kappa \frac{m}{r} \mathcal{J}_m(\kappa r); \quad b_{mn}^{(3)}(IV, r) = -\kappa \frac{m}{r} K_m(\kappa r);$$

$$c_{mn}^{(1)}(IV, r) = \kappa^2 [\kappa r J_m(\kappa r) - (5-4\mu) J_m'(\kappa r) - \kappa r J_m''(\kappa r)];$$

$$d_{mn}^{(1)}(IV, r) = \kappa^2 [\kappa r Y_m(\kappa r) - (5-4\mu) Y_m'(\kappa r) - \kappa r Y_m''(\kappa r)];$$

$$c_{mn}^{(2)}(IV, r) = 2\kappa^2 J_m'(\kappa r); \quad d_{mn}^{(2)}(IV, r) = 2\kappa^2 Y_m'(\kappa r);$$

$$c_{mn}^{(3)}(IV, r) = \kappa \frac{m}{r} J_m(\kappa r); \quad d_{mn}^{(3)}(IV, r) = \kappa \frac{m}{r} Y_m(\kappa r);$$

$$a_{m0}^{(1)}(V, r) = -mr^m; \quad b_{m0}^{(1)}(V, r) = -mr^{-m};$$

$$a_{m0}^{(2)}(V, r) = -2m(m-1)r^{m-2}; \quad b_{m0}^{(2)}(V, r) = 2m(m+1)r^{-m-2};$$

$$a_{m0}^{(3)}(V, r) = -2m(m-1)r^{m-2}; \quad b_{m0}^{(3)}(V, r) = 2mr^{-m-2};$$

$$a_{mn}^{(1)}(V, r) = m\kappa^2 \mathcal{J}_m(\kappa r); \quad b_{mn}^{(1)}(V, r) = m\kappa^2 K_m(\kappa r);$$

$$a_{mn}^{(2)}(V, r) = 2 \left[ -\kappa \frac{m}{r} \mathcal{J}_m'(\kappa r) + \frac{m}{r^2} \mathcal{J}_m(\kappa r) \right];$$

$$b_{mn}^{(2)}(V, r) = 2 \left[ -\kappa \frac{m}{r} K_m'(\kappa r) + \frac{m}{r^2} K_m(\kappa r) \right];$$

$$a_{mn}^{(3)}(V, r) = -\frac{m^2}{r^2} \mathcal{J}_m(\kappa r) + \frac{\kappa}{r} \mathcal{J}_m'(\kappa r) - \kappa^2 \mathcal{J}_m''(\kappa r);$$

$$b_{mn}^{(3)}(V, r) = -\frac{m^2}{r^2} K_m(\kappa r) + \frac{\kappa}{r} K_m'(\kappa r) - \kappa^2 K_m''(\kappa r);$$

$$c_{mn}^{(1)}(V, r) = -m\kappa^2 J_m(\kappa r); \quad d_{mn}^{(1)}(V, r) = -m\kappa^2 Y_m(\kappa r);$$

$$c_{mn}^{(2)}(V, r) = 2 \left[ -\kappa \frac{m}{r} J_m'(\kappa r) + \frac{m}{r^2} J_m(\kappa r) \right];$$

$$d_{mn}^{(2)}(V, r) = 2 \left[ -\kappa \frac{m}{r} Y_m'(\kappa r) + \frac{m}{r^2} Y_m(\kappa r) \right];$$

$$c_{mn}^{(3)}(V, r) = -\frac{m^2}{r^2} J_m(\kappa r) + \frac{\kappa}{r} J_m'(\kappa r) - \kappa^2 J_m''(\kappa r);$$

$$d_{mn}^{(3)}(V, r) = -\frac{m^2}{r^2} Y_m(\kappa r) + \frac{\kappa}{r} Y_m'(\kappa r) - \kappa^2 Y_m''(\kappa r);$$

$$a_{mn}^{(1)}(VI, r) = -m\kappa^2 \mathcal{J}_m'(\kappa r) - m \frac{4-4\mu}{r} \kappa \mathcal{J}_m(\kappa r);$$

$$b_{mn}^{(1)}(VI, r) = -m\kappa^2 K_m'(\kappa r) - m \frac{4-4\mu}{r} \kappa K_m(\kappa r);$$

$$a_{mn}^{(2)}(VI, r) = 2\kappa \frac{m}{r} \mathcal{J}_m(\kappa r); \quad b_{mn}^{(2)}(VI, r) = 2\kappa \frac{m}{r} K_m(\kappa r);$$

$$a_{mn}^{(3)}(VI, r) = \kappa^2 \mathcal{J}_m'(\kappa r); \quad b_{mn}^{(3)}(VI, r) = \kappa^2 K_m'(\kappa r);$$

$$c_{mn}^{(1)}(VI, r) = m\kappa^2 J_m'(\kappa r) - m \frac{4-4\mu}{r} \kappa J_m(\kappa r);$$

$$d_{mn}^{(1)}(VI, r) = m\kappa^2 Y_m'(\kappa r) - m \frac{4-4\mu}{r} \kappa Y_m(\kappa r);$$

$$c_{mn}^{(2)}(VI, r) = -2\kappa \frac{m}{r} J_m(\kappa r); \quad d_{mn}^{(2)}(VI, r) = -2\kappa \frac{m}{r} Y_m(\kappa r);$$

$$\begin{aligned}
a_{mn}^{(3)}(VI, r) &= \chi^2 J_m'(\chi r); & d_{mn}^{(3)}(VI, r) &= \chi^2 Y_m'(\chi r); \\
a_{m0}^{(1)}(VII, r) &= r^{m+1}; & b_{m0}^{(1)}(VII, r) &= r^{-m+1}; \\
a_{m0}^{(2)}(VII, r) &= mr^{m-1}; & b_{m0}^{(2)}(VII, r) &= -mr^{-m-1}; \\
a_{m0}^{(3)}(VII, r) &= mr^{m-1}; & b_{m0}^{(3)}(VII, r) &= mr^{-m-1}; \\
a_{mn}^{(1)}(VII, r) &= -\chi^2 r J_m(\chi r); & b_{mn}^{(1)}(VII, r) &= -\chi^2 r K_m(\chi r); \\
a_{mn}^{(2)}(VII, r) &= \chi J_m'(\chi r); & b_{mn}^{(2)}(VII, r) &= \chi K_m'(\chi r); \\
a_{mn}^{(3)}(VII, r) &= \frac{m}{r} J_m(\chi r); & b_{mn}^{(3)}(VII, r) &= \frac{m}{r} K_m(\chi r); \\
c_{mn}^{(1)}(VII, r) &= \chi^2 r J_m(\chi r); & d_{mn}^{(1)}(VII, r) &= \chi^2 r Y_m(\chi r); \\
c_{mn}^{(2)}(VII, r) &= \chi J_m'(\chi r); & d_{mn}^{(2)}(VII, r) &= \chi Y_m'(\chi r); \\
c_{mn}^{(3)}(VII, r) &= \frac{m}{r} J_m(\chi r); & d_{mn}^{(3)}(VII, r) &= \frac{m}{r} Y_m(\chi r); \\
a_{m0}^{(2)}(VIII, r) &= -mr^{m-1}; & b_{m0}^{(2)}(VIII, r) &= -mr^{-m-1}; \\
a_{m0}^{(3)}(VIII, r) &= -mr^{m-1}; & b_{m0}^{(3)}(VIII, r) &= -mr^{-m-1}; \\
a_{mn}^{(2)}(VIII, r) &= -\frac{m}{r} J_m(\chi r); & b_{mn}^{(2)}(VIII, r) &= -\frac{m}{r} K_m(\chi r); \\
a_{mn}^{(3)}(VIII, r) &= -\chi J_m'(\chi r); & b_{mn}^{(3)}(VIII, r) &= -\chi K_m'(\chi r); \\
c_{mn}^{(2)}(VIII, r) &= -\frac{m}{r} J_m(\chi r); & d_{mn}^{(2)}(VIII, r) &= -\frac{m}{r} Y_m(\chi r); \\
c_{mn}^{(3)}(VIII, r) &= -\chi J_m'(\chi r); & d_{mn}^{(3)}(VIII, r) &= -\chi Y_m'(\chi r); \\
a_{mn}^{(1)}(IX, r) &= \chi^2 r J_m'(\chi r) + \chi(4-4\mu) J_m(\chi r); & & \\
b_{mn}^{(1)}(IX, r) &= \chi^2 r K_m'(\chi r) + \chi(4-4\mu) K_m(\chi r); & & \\
a_{mn}^{(2)}(IX, r) &= -\chi J_m(\chi r); & b_{mn}^{(2)}(IX, r) &= -\chi K_m(\chi r); \\
c_{mn}^{(1)}(IX, r) &= -\chi^2 r J_m'(\chi r) - (4-4\mu) \chi J_m(\chi r); & & \\
d_{mn}^{(1)}(IX, r) &= -\chi^2 r Y_m'(\chi r) - (4-4\mu) \chi Y_m(\chi r); & & \\
c_{mn}^{(2)}(IX, r) &= \chi J_m(\chi r); & d_{mn}^{(2)}(IX, r) &= \chi Y_m(\chi r); & \chi &= n\pi/L.
\end{aligned}$$

Здесь значок штрих означает дифференцирование по  $\chi$ . Приведенные выше соотношения (4.71) — (4.80) позволяют точно удовлетворить условиям нагружения боковых поверхностей трубы. Нетрудно видеть, что после удовлетворения условиям на боковых поверхностях не остается произвольных постоянных для выполнения условий на торце. Однако эти постоянные можно получить, если воспользоваться методом однородных решений. В соответствии с этим методом выделяем из общего решения частное, которое при соответствующих значениях параметра  $\chi = \omega$ , дает нулевые

значения напряжений на боковых поверхностях. Тогда произвольные постоянные, входящие в это решение, например  $C^{(1)}, D^{(1)}, C^{(2)}, D^{(2)}, C^{(3)}, D^{(3)}$ , можно использовать для удовлетворения граничным условиям на торце трубы. Значения параметра  $\chi$  в однородном решении получаем из следующего трансцендентного уравнения

$$\begin{aligned}
c_{mn}^{(1)}(I, a); & d_{mn}^{(1)}(I, a); & c_{mn}^{(2)}(I, a); & d_{mn}^{(2)}(I, a); & c_{mn}^{(3)}(I, a); \\
d_{mn}^{(3)}(I, a); & & & & \\
c_{mn}^{(1)}(I, b); & d_{mn}^{(1)}(I, b); & c_{mn}^{(2)}(I, b); & d_{mn}^{(2)}(I, b); & c_{mn}^{(3)}(I, b); \\
d_{mn}^{(3)}(I, b); & & & & \\
c_{mn}^{(1)}(IV, a); & d_{mn}^{(1)}(IV, a); & c_{mn}^{(2)}(IV, a); & d_{mn}^{(2)}(IV, a); & \\
c_{mn}^{(3)}(IV, a); & d_{mn}^{(3)}(IV, a); & & & \\
c_{mn}^{(1)}(IV, b); & d_{mn}^{(1)}(IV, b); & c_{mn}^{(2)}(IV, b); & d_{mn}^{(2)}(IV, b); & \\
c_{mn}^{(3)}(IV, b); & d_{mn}^{(3)}(IV, b); & & & \\
c_{mn}^{(1)}(V, a); & d_{mn}^{(1)}(V, a); & c_{mn}^{(2)}(V, a); & d_{mn}^{(2)}(V, a); & \\
c_{mn}^{(3)}(V, a); & d_{mn}^{(3)}(V, a); & & & \\
c_{mn}^{(1)}(V, b); & d_{mn}^{(1)}(V, b); & c_{mn}^{(2)}(V, b); & d_{mn}^{(2)}(V, b); & c_{mn}^{(3)}(V, b); \\
d_{mn}^{(3)}(V, b) & & & &
\end{aligned} = 0,$$

где  $c_{mn}^{(1)}(I, a), c_{mn}^{(1)}(I, b)$  и т. д. — значения соответствующих функций при  $r=a$  и  $r=b$  соответственно,  $c_{m0}=0$ . Нетрудно видеть, что освободившихся в результате введения параметра  $\omega$ , постоянных в принципе достаточно для удовлетворения любых условий на торце. Трудности сводятся лишь к аппроксимации граничных условий на торце функциями, полученными из однородных решений. Наиболее просто эта проблема решается методами моментов. В частности, если торцы труб жестко закреплены, можно принять, что при  $z = \pm L$

$$\bar{u} = \frac{1}{\pi(b^2 - a^2)} \int_a^b \left[ \int_0^{2\pi} u d\theta \right] r dr = 0;$$

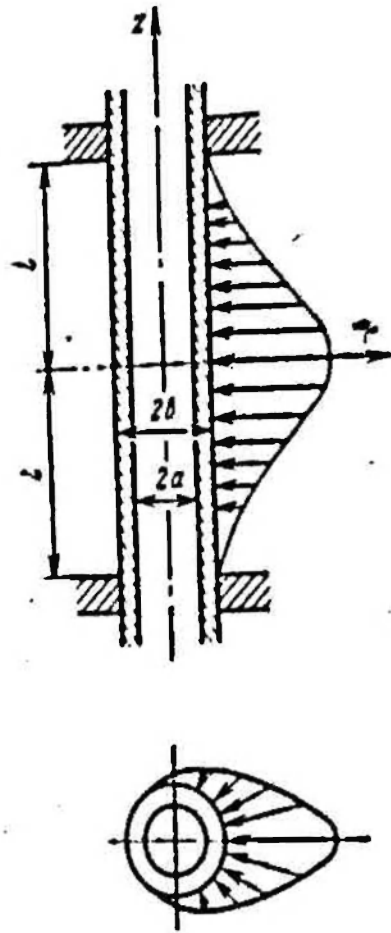
$$\bar{v} = \frac{1}{\pi(b^2 - a^2)} \int_a^b \left[ \int_0^{2\pi} v d\theta \right] r dr = 0;$$

$$\bar{w} = \frac{1}{\pi(b^2 - a^2)} \int_a^b \left[ \int_0^{2\pi} w d\theta \right] r dr = 0.$$

Значения коэффициентов  $A_{mn}^{(1)}, B_{mn}^{(1)}, A_{mn}^{(2)}, B_{mn}^{(2)}, A_{mn}^{(3)}, B_{mn}^{(3)}$  определяются из приведенных выше соотношений после подстановки выражений для радиальных, окружных и осевых перемещений для каждой пары значений  $m$  и  $n$ . С учетом полученных выше результатов рассмотрим относительно



Рис. 31. Схема неравномерно-го нагружения обсадной колонны при поперечном изгибе



но простой, но важный для практических расчетов случай, когда давление пород на обсадную колонну описывается формулами следующего вида (рис. 31).

$$\sigma_r(b, z) = -0,25p \left( 1 + \cos \theta + \cos \frac{\pi z}{L} + \cos \frac{\pi z}{L} \cos \theta \right); \quad (4.81)$$

$$\sigma_r(a, z) = 0; \quad (4.82)$$

$$\tau_{rz}(a, z) = \tau_{rz}(b, z) = \tau_{r\theta}(a, z) = \tau_{r\theta}(b, z) = 0 \quad (4.83)$$

В соответствии с граничным условием (4.81) определим вначале напряженно-деформированное состояние трубы под действием первой составляющей нагрузки, т. е. —  $0,25 p$ . Решение этой задачи хорошо известно:

$$\sigma_r^{(1)} = -0,25p \frac{b^2}{b^2 - a^2} \left( 1 - \frac{a^2}{r} \right); \quad (4.84)$$

$$\sigma_\theta^{(1)} = -0,25p \frac{b^2}{b^2 - a^2} \left( 1 + \frac{a^2}{r^2} \right);$$

$$\sigma_z^{(1)} = -0,25p \frac{2\mu b^2}{b^2 - a^2};$$

$$u^{(1)} = -0,25 \frac{p}{E} \frac{b^2}{b^2 - a^2} (1 + \mu) \left( 1 - 2\mu + \frac{a^2}{r^2} \right); \quad v^{(1)} = w^{(1)} = 0, \quad (4.85)$$

где  $a, b$  — внутренний и внешний радиусы трубы;  $E, \mu$  — модуль Юнга и коэффициент Пуассона материала трубы соответственно. Как следует из формулы (4.81), вторая система напряжений должна удовлетворять условию

$$\sigma_r^{(2)}(b, z) = -0,25p \cos \theta, \quad (4.86)$$

а также условиям (4.82) и (4.83).

Для расчета напряжений и перемещений трубы при этом типе нагружения можно использовать общее решение уравнений теории упругости в форме, предложенной К. В. Соляником—Крассом:

$$u^{(2)} = \frac{1}{2G} \frac{1}{r^2} \left( \frac{\partial^2 \Psi_1}{\partial r^2} - \frac{2}{r} \frac{\partial \Psi_1}{\partial r} - \frac{\partial f_1}{\partial z} - r \frac{\partial^2 f_1}{\partial r \partial z} \right) \cos \theta;$$

$$v^{(2)} = -\frac{1}{2G} \frac{1}{r^2} \left( \frac{\partial \Psi_1}{r \partial r} + \frac{\partial f_1}{\partial z} \right) \sin \theta;$$

$$w^{(2)} = \frac{1}{2G} \frac{1}{r^2} \left[ \frac{\partial^2 \Psi_1}{\partial r \partial z} + 2 \frac{\partial f_1}{\partial r} + 4(1 - \mu) \frac{\partial}{\partial r} (f_1 - \Psi_1) - r \frac{\partial^2 f_1}{\partial z^2} \right] \cos \theta, \quad (4.87)$$

где  $\Psi_1 = \chi_1 + z\psi_1$ , а функции  $\psi_1, \bar{f}_1, \chi_1$  удовлетворяют уравнениям

$$\nabla_3^2 \psi_1 = 0; \quad \nabla_3^2 \bar{f}_1 = 0; \quad \nabla_3^2 \chi_1 = 0, \quad (4.88)$$

$$\text{где } \nabla_3^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} - \frac{3}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}.$$

После подстановки уравнения (4.87) в соотношения Гука получаем выражения для напряжений

$$\sigma_r = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial z} [T_1 - (1 - 2\mu) f_1 - 2\mu \bar{f}_1 - r^2 \Omega_1] \cos \theta;$$

$$\sigma_\theta = -\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial z} \left\{ T_1 + r^2 \frac{\partial}{\partial r} \left[ \frac{2\mu \bar{f}_1 + (1 - 2\mu) f_1}{r} \right] \right\} \cos \theta;$$

$$\sigma_z = \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 F_1}{\partial r \partial z} \cos \theta; \quad (4.89)$$

$$\tau_{r\theta} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial z} [T_1 - (1 - 2\mu) f_1 - 2\mu \bar{f}_1] \sin \theta;$$

$$\tau_{\theta z} = -\frac{1}{r^2} \frac{\partial T_1}{\partial r} \sin \theta; \quad \tau_{rz} = -\frac{1}{r^2} \left( \frac{\partial^2 F_1}{\partial z^2} - \Omega_1 \right) \cos \theta; \quad (4.90)$$

$$T_1 = \frac{\partial \Psi_1}{\partial z} + f_1 + 2(1 - \mu)(f_1 - \Psi_1);$$

$$\Omega_1 = \frac{1}{r} \frac{\partial T_1}{\partial r} - \frac{\partial^2 f_1}{\partial z^2}; \quad F_1 = T_1 - 2\mu \bar{f}_1 - f_1 + r \frac{\partial f_1}{\partial r}; \quad (4.91)$$

В некоторых случаях более удобная запись получается, если ввести новые обозначения, а именно

$$f = \frac{\partial f_1}{\partial z}; \quad \frac{\partial \Psi_1}{\partial z} = \bar{\psi}; \quad \frac{\partial F_1}{\partial z} = F; \quad \Omega = \Omega_1; \quad \Psi = T_1.$$

Тогда имеем

$$\sigma_r = \frac{1}{r} \left[ \frac{\partial \Psi}{\partial z} - 2\mu\psi - (1 - 2\mu) f - r^2 \frac{\partial^2 \chi}{\partial z^2} \right] \cos \theta;$$

$$\sigma_\theta = -\frac{1}{r^2} \left\{ \frac{\partial \Psi}{\partial z} + r^2 \frac{\partial}{\partial r} \left[ \frac{2\mu\psi + (1 - 2\mu)f}{r} \right] \right\} \cos \theta; \quad (4.92)$$

$$\sigma_z = \frac{1}{r^2} \frac{\partial E}{\partial r} \cos \theta;$$

$$\tau_{r\theta} = \frac{1}{r^2} \left[ \frac{\partial \Psi}{\partial z} - (1 - 2\mu) f - 2\mu\psi \right] \sin \theta;$$

$$\tau_{\theta z} = -\frac{1}{r^2} \frac{\partial \Psi}{\partial r} \sin \theta; \quad \tau_{rz} = \frac{1}{r^2} \left( \Omega - \frac{\partial F}{\partial z} \right) \cos \theta. \quad (4.93)$$

Здесь

$$F = \frac{\partial \Psi}{\partial z} - 2\psi - f + r \frac{\partial f}{\partial r}; \quad \Omega = \frac{1}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial r} - \frac{\partial f}{\partial z}; \quad (4.94)$$

$$\Psi = \chi + r\psi; \quad \chi = \frac{\partial^2 \chi_1}{\partial z^2} + f_1 + \psi_1 + 2(1 - \mu)(f_1 - \psi_1).$$

При этом должны удовлетворяться уравнения

$$\nabla^2 \chi = 0; \quad \nabla^2 \psi = 0; \quad \nabla^2 f = 0. \quad (4.95)$$

Решение конкретной задачи получается путем комбинация соответствующих частных решений уравнений (4.95). В соответствии с формулой (4.81) третья система напряжений и перемещений должна удовлетворять условию

$$\sigma_r^{(3)}(b, z) = -0,25\rho \cos \frac{\pi z}{L}, \quad (4.96)$$

а также условиям (4.82) и (4.83).

Выражения для напряжений и перемещений в этом случае можно получить из формул (4.74) — (4.80) при  $m=0$ ,  $n=1$ ,  $\chi = \pi/L$ :

$$A_{m1}^{(1)} = B_{m1}^{(1)} = A_{m1}^{(2)} = B_{m1}^{(2)} = A_{m1}^{(3)} = B_{m1}^{(3)} = 0 \quad (\text{при } m \neq 0, n \neq 1)$$

$$C_{m1}^{(1)} = D_{m1}^{(1)} = C_{m1}^{(2)} = D_{m1}^{(2)} = C_{m1}^{(3)} = D_{m1}^{(3)} = 0.$$

При этом нетрудно видеть, что

$$\tau_{r\theta}^{(3)} = \tau_{\theta z}^{(3)} = 0; \quad v^{(3)} = 0; \quad (4.97)$$

$$\frac{1}{2G} \sigma_r^{(3)} = [A_{01}^{(1)} a_{01}^{(1)}(l, r) + B_{01}^{(1)} b_{01}^{(1)}(l, r) + A_{01}^{(2)} a_{01}^{(2)}(l, r) + B_{01}^{(2)} b_{01}^{(2)}(l, r)] \cos \frac{\pi z}{L};$$



$$\frac{1}{2G} \sigma_{\theta}^{(1)} = [A_{\delta_1}^{(1)} a_{\delta_1}^{(1)}(\text{II}, r) + B_{\delta_1}^{(1)} b_{\delta_1}^{(1)}(\text{II}, r) + A_{\delta_1}^{(2)} a_{\delta_1}^{(2)}(\text{II}, r) + B_{\delta_1}^{(2)} b_{\delta_1}^{(2)}(\text{II}, r)] \cos \frac{\pi z}{L};$$

$$\frac{1}{2G} \sigma_r^{(3)} = [A_{\delta_1}^{(1)} a_{\delta_1}^{(1)}(\text{III}, r) + B_{\delta_1}^{(1)} b_{\delta_1}^{(1)}(\text{III}, r) + A_{\delta_1}^{(2)} a_{\delta_1}^{(2)}(\text{III}, r) + B_{\delta_1}^{(2)} b_{\delta_1}^{(2)}(\text{III}, r)] \cos \frac{\pi z}{L};$$

$$\frac{1}{G} \tau_{rz}^{(3)} = [A_{\delta_1}^{(1)} a_{\delta_1}^{(1)}(\text{IV}, r) + B_{\delta_1}^{(1)} b_{\delta_1}^{(1)}(\text{IV}, r) + A_{\delta_1}^{(2)} a_{\delta_1}^{(2)}(\text{IV}, r) + B_{\delta_1}^{(2)} b_{\delta_1}^{(2)}(\text{IV}, r)] \sin \frac{\pi z}{L};$$

$$u^{(3)} = [A_{\delta_1}^{(1)} a_{\delta_1}^{(1)}(\text{VII}, r) + B_{\delta_1}^{(1)} b_{\delta_1}^{(1)}(\text{VII}, r) + A_{\delta_1}^{(2)} a_{\delta_1}^{(2)}(\text{VII}, r) + B_{\delta_1}^{(2)} b_{\delta_1}^{(2)}(\text{VII}, r)] \cos \frac{\pi z}{L};$$

$$w^{(3)} = [A_{\delta_1}^{(1)} a_{\delta_1}^{(1)}(\text{IX}, r) + B_{\delta_1}^{(1)} b_{\delta_1}^{(1)}(\text{IX}, r) + A_{\delta_1}^{(2)} a_{\delta_1}^{(2)}(\text{IX}, r) + B_{\delta_1}^{(2)} b_{\delta_1}^{(2)}(\text{IX}, r)] \sin \frac{\pi z}{L}.$$

Здесь

$$a_{\delta_1}^{(1)}(\text{I}, r) = \left(\frac{\pi}{L}\right)^2 \left[ -(1-2\mu) \mathcal{Y}_0\left(\frac{\pi r}{L}\right) - \frac{\pi r}{L} \mathcal{Y}_1\left(\frac{\pi r}{L}\right) \right];$$

$$b_{\delta_1}^{(1)}(\text{I}, r) = \left(\frac{\pi}{L}\right)^2 \left[ -(1-2\mu) K_0\left(\frac{\pi r}{L}\right) + \frac{\pi r}{L} K_1\left(\frac{\pi r}{L}\right) \right];$$

$$a_{\delta_1}^{(2)}(\text{I}, r) = \left(\frac{\pi}{L}\right)^2 \left[ \mathcal{Y}_0\left(\frac{\pi r}{L}\right) - \frac{L}{\pi r} \mathcal{Y}_1\left(\frac{\pi r}{L}\right) \right];$$

$$b_{\delta_1}^{(2)}(\text{I}, r) = \left(\frac{\pi}{L}\right)^2 \left[ K_0\left(\frac{\pi r}{L}\right) + \frac{L}{\pi r} K_1\left(\frac{\pi r}{L}\right) \right]; \quad (4.100)$$

$$a_{\delta_1}^{(1)}(\text{II}, r) = -(1-2\mu) \left(\frac{\pi}{L}\right)^2 \mathcal{Y}_0\left(\frac{\pi r}{L}\right);$$

$$b_{\delta_1}^{(1)}(\text{II}, r) = -(1-2\mu) \left(\frac{\pi}{L}\right)^2 K_0\left(\frac{\pi r}{L}\right);$$

$$a_{\delta_1}^{(2)}(\text{II}, r) = \frac{\pi}{rL} \mathcal{Y}_2\left(\frac{\pi r}{L}\right); \quad b_{\delta_1}^{(2)}(\text{II}, r) = -\frac{\pi}{rL} K_1\left(\frac{\pi r}{L}\right); \quad (4.101)$$

$$a_{\delta_1}^{(1)}(\text{III}, r) = \left(\frac{\pi}{L}\right)^2 \left[ 2(2-\mu) \mathcal{Y}_0\left(\frac{\pi r}{L}\right) + \frac{\pi r}{L} \mathcal{Y}_1\left(\frac{\pi r}{L}\right) \right];$$

$$b_{\delta_1}^{(1)}(\text{III}, r) = \left(\frac{\pi}{L}\right)^2 \left[ 2(2-\mu) K_0\left(\frac{\pi r}{L}\right) - \frac{\pi r}{L} K_1\left(\frac{\pi r}{L}\right) \right];$$

$$a_{\delta_1}^{(2)}(\text{III}, r) = -\left(\frac{\pi}{L}\right)^2 \mathcal{Y}_0\left(\frac{\pi r}{L}\right); \quad b_{\delta_1}^{(2)}(\text{III}, r) = -\left(\frac{\pi}{L}\right)^2 K_0\left(\frac{\pi r}{L}\right); \quad (4.102)$$

$$\begin{aligned}
 a_{01}^{(1)}(\text{IV}, r) &= \left(\frac{\pi}{L}\right)^2 \left[ 2 \frac{\pi r}{L} \mathcal{J}_0\left(\frac{\pi r}{L}\right) + 4(1-\mu) \mathcal{J}_1\left(\frac{\pi r}{L}\right) \right]; \\
 b_{01}^{(1)}(\text{IV}, r) &= \left(\frac{\pi}{L}\right)^2 \left[ 2 \frac{\pi r}{L} K_0\left(\frac{\pi r}{L}\right) - 4(1-\mu) K_1\left(\frac{\pi r}{L}\right) \right]; \\
 a_{01}^{(2)}(\text{IV}, r) &= -2 \left(\frac{\pi}{L}\right)^2 \mathcal{J}_1\left(\frac{\pi r}{L}\right); \\
 b_{01}^{(2)}(\text{IV}, r) &= -2 \left(\frac{\pi}{L}\right)^2 K_1\left(\frac{\pi r}{L}\right);
 \end{aligned} \tag{4.103}$$

$$\begin{aligned}
 a_{01}^{(1)}(\text{VII}, r) &= -\left(\frac{\pi}{L}\right)^2 r \mathcal{J}_0\left(\frac{\pi r}{L}\right); & b_{01}^{(1)}(\text{VII}, r) &= -\left(\frac{\pi}{L}\right)^2 r K_0\left(\frac{\pi r}{L}\right); \\
 a_{01}^{(2)}(\text{VII}, r) &= \frac{\pi}{L} \mathcal{J}_1\left(\frac{\pi r}{L}\right); & b_{01}^{(2)}(\text{VII}, r) &= -\frac{\pi}{L} K_1\left(\frac{\pi r}{L}\right);
 \end{aligned} \tag{4.104}$$

$$\begin{aligned}
 a_{01}^{(1)}(\text{IX}, r) &= \left(\frac{\pi}{L}\right) r \mathcal{J}_1\left(\frac{\pi r}{L}\right) + 4(1-\mu) \frac{\pi}{L} \mathcal{J}_0\left(\frac{\pi r}{L}\right); \\
 b_{01}^{(1)}(\text{IX}, r) &= -\left(\frac{\pi}{L}\right)^2 r K_1\left(\frac{\pi r}{L}\right) + 4(1-\mu) \frac{\pi}{L} K_0\left(\frac{\pi r}{L}\right).
 \end{aligned} \tag{4.105}$$

После подстановки соотношений (4.97) — (4.105) в граничные условия (4.82), (4.83), (4.96) получаем систему алгебраических уравнений, решение которой имеет вид

$$A_{01}^{(1)} = -\frac{p}{8G\Delta(\text{II})} \begin{vmatrix} b_{01}^{(1)}(\text{I}, a); & a_{01}^{(2)}(\text{I}, a); & b_{01}^{(2)}(\bar{\text{I}}, a); \\ b_{01}^{(1)}(\text{IV}, b); & a_{01}^{(2)}(\text{IV}, b); & b_{01}^{(2)}(\text{IV}, b); \\ b_{01}^{(1)}(\text{IV}, a); & a_{01}^{(2)}(\text{IV}, a); & b_{01}^{(2)}(\text{IV}, a). \end{vmatrix}$$

$$B_{01}^{(1)} = \frac{p}{8G\Delta(\text{II})} \begin{vmatrix} a_{01}^{(1)}(\text{I}, a); & a_{01}^{(2)}(\text{I}, a); & b_{01}^{(2)}(\text{I}, a); \\ a_{01}^{(1)}(\text{IV}, b); & a_{01}^{(2)}(\text{IV}, b); & b_{01}^{(2)}(\text{IV}, b); \\ a_{01}^{(1)}(\text{IV}, a); & a_{01}^{(2)}(\text{IV}, a); & b_{01}^{(2)}(\text{IV}, a); \end{vmatrix}$$

$$A_{01}^{(2)} = -\frac{p}{8G\Delta(\text{II})} \begin{vmatrix} a_{01}^{(1)}(\text{I}, a); & b_{01}^{(1)}(\text{I}, a); & b_{01}^{(2)}(\text{I}, a); \\ a_{01}^{(1)}(\text{IV}, b); & b_{01}^{(1)}(\text{IV}, b); & b_{01}^{(2)}(\text{IV}, b); \\ a_{01}^{(1)}(\text{IV}, a); & b_{01}^{(1)}(\text{IV}, a); & b_{01}^{(2)}(\text{IV}, a); \end{vmatrix}$$

$$B_{01}^{(2)} = \frac{p}{8G\Delta(\text{II})} \begin{vmatrix} a_{01}^{(1)}(\text{I}, a); & b_{01}^{(1)}(\text{I}, a); & a_{01}^{(2)}(\text{I}, a); \\ a_{01}^{(1)}(\text{IV}, b); & b_{01}^{(1)}(\text{IV}, b); & a_{01}^{(2)}(\text{IV}, b); \\ a_{01}^{(1)}(\text{IV}, a); & b_{01}^{(1)}(\text{IV}, a); & a_{01}^{(2)}(\text{IV}, a); \end{vmatrix}$$

$$\Delta^{(II)} = \begin{vmatrix} a_{01}^{(1)}(I, b); & \bar{b}_{01}^{(1)}(\bar{I}, \bar{b}); & a_{01}^{(2)}(I, b); & b_{01}^{(2)}(I, b); \\ a_{01}^{(1)}(I, a); & \bar{b}_{01}^{(1)}(\bar{I}, a); & a_{01}^{(2)}(I, a); & b_{01}^{(2)}(I, a); \\ a_{01}^{(1)}(IV, b); & \bar{b}_{01}^{(1)}(IV, b); & a_{01}^{(2)}(IV, b); & b_{01}^{(2)}(IV, b); \\ a_{01}^{(1)}(IV, a); & \bar{b}_{01}^{(1)}(IV, a); & a_{01}^{(2)}(IV, a); & b_{01}^{(2)}(IV, a); \end{vmatrix} \quad (4.106)$$

Численные значения напряжений и перемещений теперь можно легко определить после подстановки соотношений (4.106) в формулы (4.97) — (4.99).

Рассмотрим теперь четвертую систему напряжений, удовлетворяющую условию

$$\sigma_r^{(4)}(b, z) = -0,25\rho \cos(\pi z/L) \cos \theta, \quad (4.107)$$

а также условиям (4.82) и (4.83). Выражения для напряжений и перемещений в этом случае можно получить из общего решения системы уравнений (4.74) — (4.82) при  $m=1, n=1$ . Кроме того, необходимо принять, что

$$\hat{A}_{mn}^{(1)} = \bar{B}_{mn}^{(1)} = \hat{A}_{mn}^{(2)} = \bar{B}_{mn}^{(2)} = \hat{A}_{mn}^{(3)} = \bar{B}_{mn}^{(3)} = 0, \quad (4.108)$$

$$C_{mn}^{(1)} = D_{mn}^{(1)} = C_{mn}^{(2)} = D_{mn}^{(2)} = C_{mn}^{(3)} = D_{mn}^{(3)} = 0,$$

(при  $m \neq 1, n \neq 1$ )

С учетом соотношений (4.108) находим

$$\begin{aligned} \frac{1}{2G} \sigma_r^{(IV)} &= [A_{11}^{(1)} a_{11}^{(1)}(I, r) + B_{11}^{(1)} b_{11}^{(1)}(I, r) + A_{11}^{(2)} a_{11}^{(2)}(\bar{I}, r) + \\ &+ B_{11}^{(2)} b_{11}^{(2)}(\bar{I}, r) + A_{11}^{(3)} a_{11}^{(3)}(I, r) + B_{11}^{(3)} b_{11}^{(3)}(I, r)] \cos(\pi z/L) \cos \theta; \\ \frac{1}{2G} \sigma_\theta^{(IV)} &= [A_{11}^{(1)} a_{11}^{(1)}(II, r) + B_{11}^{(1)} b_{11}^{(1)}(II, r) + A_{11}^{(2)} a_{11}^{(2)}(II, r) + \\ &+ B_{11}^{(2)} b_{11}^{(2)}(II, r) + A_{11}^{(3)} a_{11}^{(3)}(II, r) + B_{11}^{(3)} b_{11}^{(3)}(II, r)] \cos(\pi z/L) \cos \theta; \\ \frac{1}{2G} \sigma_z^{(IV)} &= [A_{11}^{(1)} a_{11}^{(1)}(III, r) + B_{11}^{(1)} b_{11}^{(1)}(III, r) + A_{11}^{(2)} a_{11}^{(2)}(III, r) + \\ &+ B_{11}^{(2)} b_{11}^{(2)}(III, r)] \cos(\pi z/L) \cos \theta; \\ \frac{1}{2G} \tau_{rz}^{(IV)} &= [A_{11}^{(1)} a_{11}^{(1)}(IV, r) + B_{11}^{(1)} b_{11}^{(1)}(IV, r) + A_{11}^{(2)} a_{11}^{(2)}(IV, r) + \\ &+ B_{11}^{(2)} b_{11}^{(2)}(IV, r) + A_{11}^{(3)} a_{11}^{(3)}(IV, r) + B_{11}^{(3)} b_{11}^{(3)}(IV, r)] \sin(\pi z/L) \cos \theta; \\ \frac{1}{G} \tau_{r\theta}^{(IV)} &= [A_{11}^{(1)} a_{11}^{(1)}(V, r) + B_{11}^{(1)} b_{11}^{(1)}(V, r) + A_{11}^{(2)} a_{11}^{(2)}(V, r) + \\ &+ B_{11}^{(2)} b_{11}^{(2)}(V, r) + A_{11}^{(3)} a_{11}^{(3)}(V, r) + B_{11}^{(3)} b_{11}^{(3)}(V, r)] \cos(\pi z/L) \sin \theta; \\ \frac{1}{G} \tau_{\theta z}^{(IV)} &= [A_{11}^{(1)} a_{11}^{(1)}(VI, r) + B_{11}^{(1)} b_{11}^{(1)}(VI, r) + A_{11}^{(2)} a_{11}^{(2)}(VI, r) + \\ &+ B_{11}^{(2)} b_{11}^{(2)}(VI, r) + A_{11}^{(3)} a_{11}^{(3)}(VI, r) + B_{11}^{(3)} b_{11}^{(3)}(VI, r)] \sin(\pi z/L) \sin \theta; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
u^{(IV)} &= [A_{11}^{(1)} a_{11}^{(1)}(\text{VII}, r) + B_{11}^{(1)} b_{11}^{(1)}(\text{VII}, r) + A_{11}^{(2)} a_{11}^{(2)}(\text{VII}, r) + \\
&+ B_{11}^{(2)} b_{11}^{(2)}(\text{VII}, r) + A_{11}^{(3)} a_{11}^{(3)}(\text{VII}, r) + B_{11}^{(3)} b_{11}^{(3)}(\text{VII}, r)] \cos(\pi z/L) \cos \theta; \\
v^{(IV)} &= [A_{11}^{(1)} a_{11}^{(1)}(\text{VIII}, r) + B_{11}^{(1)} b_{11}^{(1)}(\text{VIII}, r) + A_{11}^{(2)} a_{11}^{(2)}(\text{VIII}, r) + \\
&+ B_{11}^{(2)} b_{11}^{(2)}(\text{VIII}, r) + A_{11}^{(3)} a_{11}^{(3)}(\text{VIII}, r) + B_{11}^{(3)} b_{11}^{(3)}(\text{VIII}, r)] \cos(\pi z/L) \sin \theta, \\
w^{(IV)} &= [A_{11}^{(1)} a_{11}^{(1)}(\text{IX}, r) + B_{11}^{(1)} b_{11}^{(1)}(\text{IX}, r) + A_{11}^{(2)} a_{11}^{(2)}(\text{IX}, r) + \\
&+ B_{11}^{(2)} b_{11}^{(2)}(\text{IX}, r)] \sin(\pi z/L) \cos 0.
\end{aligned} \tag{4.109}$$

После подстановки (4.109) в граничные условия (4.82), (4.83), (4.107) получаем систему из шести линейных алгебраических уравнений для определения произвольных постоянных  $A_{11}^{(1)}$ ,  $B_{11}^{(1)}$ ,  $A_{11}^{(2)}$ ,  $B_{11}^{(2)}$ ,  $A_{11}^{(3)}$ ,  $B_{11}^{(3)}$ .

$$\begin{aligned}
&A_{11}^{(1)} a_{11}^{(1)}(l, b) + B_{11}^{(1)} b_{11}^{(1)}(l, b) + A_{11}^{(2)} a_{11}^{(2)}(l, b) + \\
&+ B_{11}^{(2)} b_{11}^{(2)}(l, b) + A_{11}^{(3)} a_{11}^{(3)}(l, b) + B_{11}^{(3)} b_{11}^{(3)}(l, b) = -\frac{\rho}{8G};
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&A_{11}^{(1)} a_{11}^{(1)}(l, a) + B_{11}^{(1)} b_{11}^{(1)}(l, a) + A_{11}^{(2)} a_{11}^{(2)}(l, a) + \\
&+ B_{11}^{(2)} b_{11}^{(2)}(l, a) + A_{11}^{(3)} a_{11}^{(3)}(l, a) + B_{11}^{(3)} b_{11}^{(3)}(l, a) = 0;
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&A_{11}^{(1)} a_{11}^{(1)}(\text{IV}, b) + B_{11}^{(1)} b_{11}^{(1)}(\text{IV}, b) + A_{11}^{(2)} a_{11}^{(2)}(\text{IV}, b) + \\
&+ B_{11}^{(2)} b_{11}^{(2)}(\text{IV}, b) + A_{11}^{(3)} a_{11}^{(3)}(\text{IV}, b) + B_{11}^{(3)} b_{11}^{(3)}(\text{IV}, b) = 0;
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&A_{11}^{(1)} a_{11}^{(1)}(\text{IV}, a) + B_{11}^{(1)} b_{11}^{(1)}(\text{IV}, a) + A_{11}^{(2)} a_{11}^{(2)}(\text{IV}, a) + \\
&+ B_{11}^{(2)} b_{11}^{(2)}(\text{IV}, a) + A_{11}^{(3)} a_{11}^{(3)}(\text{IV}, a) + B_{11}^{(3)} b_{11}^{(3)}(\text{IV}, a) = 0;
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&A_{11}^{(1)} a_{11}^{(1)}(\text{V}, b) + B_{11}^{(1)} b_{11}^{(1)}(\text{V}, b) + A_{11}^{(2)} a_{11}^{(2)}(\text{V}, b) + \\
&+ B_{11}^{(2)} b_{11}^{(2)}(\text{V}, b) + A_{11}^{(3)} a_{11}^{(3)}(\text{V}, b) + B_{11}^{(3)} b_{11}^{(3)}(\text{V}, b) = 0;
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&A_{11}^{(1)} a_{11}^{(1)}(\text{V}, a) + B_{11}^{(1)} b_{11}^{(1)}(\text{V}, a) + A_{11}^{(2)} a_{11}^{(2)}(\text{V}, a) + \\
&+ B_{11}^{(2)} b_{11}^{(2)}(\text{V}, a) + A_{11}^{(3)} a_{11}^{(3)}(\text{V}, a) + B_{11}^{(3)} b_{11}^{(3)}(\text{V}, a) = 0.
\end{aligned}$$

Здесь

$$a_{11}^{(1)}(l, r) = \left(\frac{\pi}{L}\right)^2 \left[ -\frac{\pi r}{L} \mathcal{J}_0\left(\frac{\pi r}{L}\right) + 2\mu \mathcal{J}_1\left(\frac{\pi r}{L}\right) \right];$$

$$b_{11}^{(1)}(l, r) = \left(\frac{\pi}{L}\right)^2 \left[ \frac{\pi r}{L} K_0\left(\frac{\pi r}{L}\right) + 2\mu K_1\left(\frac{\pi r}{L}\right) \right];$$

$$a_{11}^{(2)}(l, r) = \left(\frac{\pi}{L}\right)^2 \mathcal{J}_1\left(\frac{\pi r}{L}\right); \quad b_{11}^{(2)}(l, r) = \left(\frac{\pi}{L}\right)^2 K^* \left(\frac{\pi r}{L}\right);$$

$$a_{11}^{(3)}(l, r) = \frac{1}{r^2} \left[ \frac{\pi r}{L} \mathcal{J}_0\left(\frac{\pi r}{L}\right) - 2\mathcal{J}_1\left(\frac{\pi r}{L}\right) \right];$$

$$b_{11}^{(3)}(l, r) = \frac{1}{r^2} \left[ -\frac{\pi r}{L} K_0\left(\frac{\pi r}{L}\right) - 2K_1\left(\frac{\pi r}{L}\right) \right];$$

$$a_{11}^{(1)}(IV, r) = \left(\frac{\pi}{L}\right)^2 \left[ \frac{\pi r}{L} \mathcal{Y}_1\left(\frac{\pi r}{L}\right) + (5 - 4\mu) \mathcal{Y}_1'\left(\frac{\pi r}{L}\right) + \frac{\pi r}{L} \mathcal{Y}_1''\left(\frac{\pi r}{L}\right) \right];$$

$$b_{11}^{(1)}(IV, r) = \left(\frac{\pi}{L}\right)^2 \left[ \frac{\pi r}{L} K_1\left(\frac{\pi r}{L}\right) + (5 - 4\mu) K_1'\left(\frac{\pi r}{L}\right) + \frac{\pi r}{L} K_1''\left(\frac{\pi r}{L}\right) \right];$$

$$a_{11}^{(2)}(IV, r) = -2(\pi/L)^2 \mathcal{Y}_1(\pi r/L); \quad b_{11}^{(2)}(IV, r) = -2(\pi/L)^2 K_1(\pi r/L);$$

$$a_{11}^{(3)}(IV, r) = -(\pi/L) \mathcal{Y}_1(\pi r/L); \quad b_{11}^{(3)}(IV, r) = -(\pi/L) K_1(\pi r/L);$$

$$a_{11}^{(1)}(V, r) = (\pi/L)^2 \mathcal{Y}_1(\pi r/L); \quad b_{11}^{(1)}(V, r) = (\pi/L)^2 K_1(\pi r/L);$$

$$a_{11}^{(2)}(V, r) = 2 \left[ -\left(\frac{\pi}{rL}\right) \mathcal{Y}_1'\left(\frac{\pi r}{L}\right) + \frac{1}{r^2} \mathcal{Y}_1\left(\frac{\pi r}{L}\right) \right];$$

$$b_{11}^{(2)}(V, r) = 2 \left[ -\left(\frac{\pi}{rL}\right) K_1'\left(\frac{\pi r}{L}\right) + \frac{1}{r^2} K_1\left(\frac{\pi r}{L}\right) \right];$$

$$a_{11}^{(3)}(V, r) = -\frac{1}{r^2} \mathcal{Y}_1\left(\frac{\pi r}{L}\right) + \frac{\pi}{rL} \mathcal{Y}_1'\left(\frac{\pi r}{L}\right) - \left(\frac{\pi}{L}\right)^2 \mathcal{Y}_1''\left(\frac{\pi r}{L}\right);$$

$$b_{11}^{(3)}(V, r) = -\frac{1}{r^2} K_1\left(\frac{\pi r}{L}\right) + \frac{\pi}{rL} K_1'\left(\frac{\pi r}{L}\right) - \left(\frac{\pi}{L}\right)^2 K_1''\left(\frac{\pi r}{L}\right).$$

Здесь  $r$  принимает значения  $a$  и  $b$ , значок штрих означает дифференцирование по всему аргументу. Результирующее поле напряжений представляет собой сумму всех четырех систем напряжений. Приведенные выше формулы для напряжений и перемещений обеспечивают точное удовлетворение всем граничным условиям на боковых поверхностях. Как было указано выше, удовлетворение граничным условиям на торцах можно реализовать с помощью метода однородных решений в интегральном смысле. Нетрудно видеть, что расчет даже относительно простого вида нагружения в трехмерном случае представляет собой достаточно сложную задачу. Для получения приемлемых с инженерной точки зрения соотношений используем прием, состоящий в том, что граничные условия на боковых поверхностях будем удовлетворять точно путем решения трехмерных уравнений теории упругости, а на торцах с помощью методов сопротивления материалов. Кроме того, будем считать, что на боковую поверхность трубы на участке длиной  $2L$  действует постоянная по оси нагрузка (рис. 32)

$$\sigma_r = -0,5p(1 + \cos \theta). \quad (4.111)$$

Нетрудно видеть, что эта нагрузка вызывает растягивающие нормальные осевые напряжения. При жестко заземленных концах нагруженного участка с помощью методов теории сопротивления материалов находим (рис. 33)

$$\sigma_z^{(0)} = \frac{1}{216} \frac{p^2 b^2 L^3}{E(b^4 - a^4)^2}, \quad (4.112)$$

где  $\sigma_z^{(0)}$  — осевое нормальное напряжение, вызываемое односторонним давлением каменной соли на обсадную колонну;  $p$  — интен-



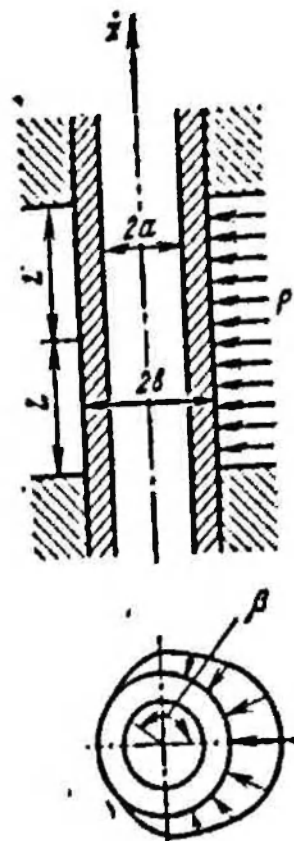


Рис. 32. Схема равномерного нагружения обсадной колонны при поперечном изгибе

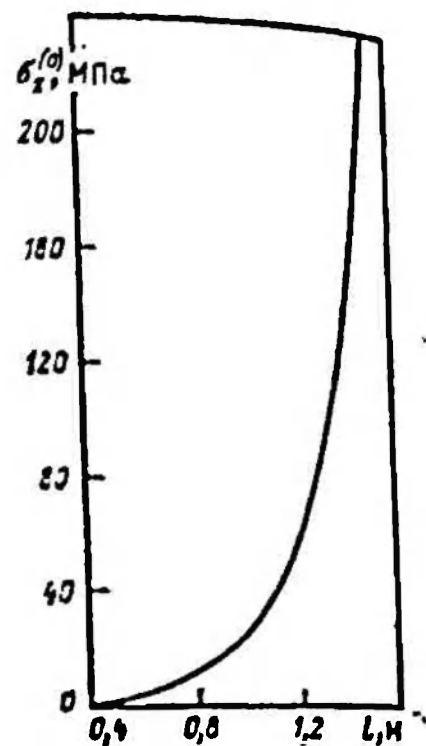


Рис. 33. Эпюра осевых растягивающих напряжений при поперечном изгибе обсадной колонны

сивность нагрузки каменной соли на обсадную трубу;  $L$  — половина высоты нагруженного участка трубы;  $E$  — модуль Юнга материала трубы;  $b$ ,  $a$  — наружный и внутренний радиусы трубы соответственно.

Напряжения, вызываемые первой составляющей нагрузки (4.111), легко рассчитать по известным формулам Ламе

$$\sigma_r^{(1)} = -0,5p \frac{b^2}{b^2 - a^2} \left(1 - \frac{a^2}{r^2}\right); \quad (4.113)$$

$$\sigma_\theta^{(1)} = -0,5p \frac{b^2}{b^2 - a^2} \left(1 + \frac{a^2}{r^2}\right).$$

Для расчета напряжений, вызываемых действием второй составляющей нагрузки (4.111), воспользуемся решением, приведенным выше в (4.107) и полученным К. В. Соляником—Крассом в виде

$$\sigma_r = D \frac{a^2 - r^2}{r} \left\{ \frac{r^2 - b^2}{a^2 + b^2} \left[ 2(1 - 2\mu) \left( a^2 + b^2 + \frac{a^2 b^2}{r^2} \right) - k_2 \frac{a^2}{r^2} \right] - 12[r^2 - 2(1 + \mu)a^2 - (3 + 2\mu)b^2] \right\} \cos \theta; \quad (4.114)$$

$$\sigma_\theta = -\frac{D}{r} \left( \frac{(a^2 - r^2)(r^2 - b^2)}{a^2 + b^2} \left[ 2(1 - 2\mu) \left( a^2 + b^2 - \right. \right. \right.$$

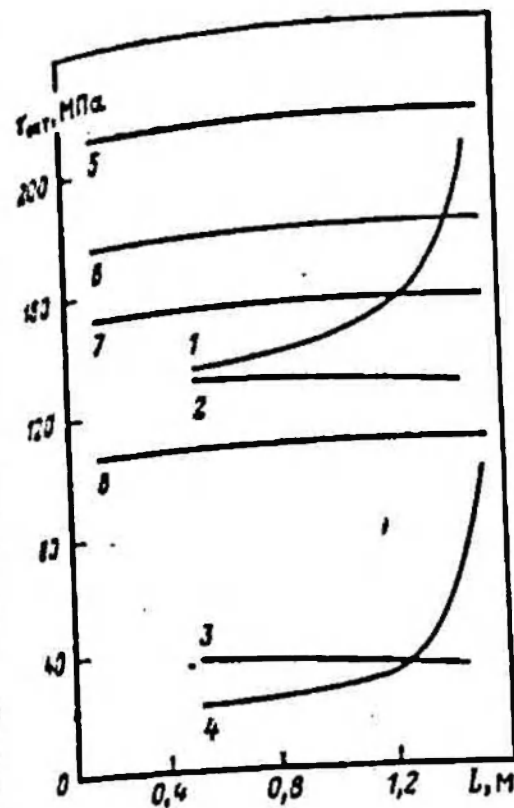


Рис. 34. Эпюры октаэдрических касательных напряжений:

Текущие значения при: 1 —  $r=b$ ,  $\theta=0$ ; 2 —  $r=a$ ,  $\theta=0$ ; 3 —  $r=b$ ,  $\theta=\pi$ ; 4 —  $r=a$ ,  $\theta=\pi$ . Предельно допустимые для сталей марки: 5 — 20; 6 — 40; 7 — 30; 8 — 10

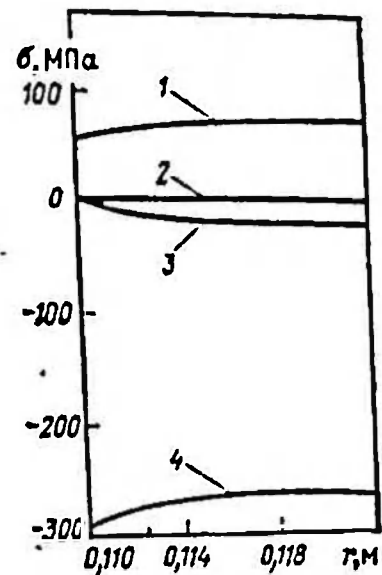


Рис. 35. Эпюры нормальных напряжений в среднем поперечном сечении трубы при поперечном изгибе:

1 —  $\sigma_\theta$  при  $\theta=\pi$ ; 2 —  $\sigma_r$  при  $\theta=\pi$ ; 3 —  $\sigma_r$  при  $\theta=0$ ; 4 —  $\sigma_\theta$  при  $\theta=0$

$$- \frac{a^2 b^2}{r^2} - k_2 \frac{a^2}{r^2} \left. \right] + 4 \left\{ (7 + 10\mu) (a^2 + b^2) + \frac{a^2}{a^2 + b^2} \left[ 2(1 - 2\mu) b^2 - k_2 \right] r^2 + 2 \left[ 6(3 - 2\mu) b^2 + k_2 \right] a^2 \right\} \cos \theta; \quad (4.115)$$

$$\sigma_z = 2Dr \left( 24(1 + \mu) z^2 + \frac{1}{a^2 + b^2} \left\{ 2(2 + \mu) \left[ 2(a^4 + a^2 b^2 + b^4) - 3(a^2 + b^2)r^2 \right] + k_1(a^2 + b^2 - 2r^2) \frac{a^2}{r^2} \right\} \right) \cos \theta; \quad (4.116)$$

$$\tau_{r\theta} = D \frac{(a^2 - r^2)(r^2 - b^2)}{(a^2 + b^2)r} \left[ 2(1 - 2\mu) \left( a^2 + b^2 + \frac{a^2 b^2}{r^2} \right) - k_2 \frac{a^2}{r^2} \right] \sin \theta; \quad (4.117)$$

$$\tau_{\theta z} = 12D \left[ (1 - 2\mu) r^2 - (3 + 2\mu) \left( a^2 + b^2 + \frac{a^2 b^2}{r^2} \right) \right] z \sin \theta; \quad (4.118)$$

$$\tau_{rz} = 12D \frac{1}{r^2} (a^2 - r^2)(r^2 - b^2) z \cos \theta, \quad (4.119)$$

где  $D = \frac{pb}{48(1 + \mu)(b^4 - a^4)}$ ;

$$k_1 = \frac{\sigma}{1-\mu} [\mu(1+\mu)a^2 + 2(3+2\mu)b^2];$$

$$k_2 = \frac{\sigma}{1-\mu} [(1-2\mu)(1+\mu)a^2 - 2\mu(3+2\mu)b^2].$$

Результирующее поле напряжений получается суммированием всех трех компонент напряжений. На рис. 34 и 35 представлены результаты расчетов напряженного состояния трубы при условиях нагружения (4.111), (4.82) и (4.83) и следующих данных:  $b = 0,122$  м;  $a = 0,11$  м;  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа;  $\mu = 0,3$ ;  $p = 20,0$  МПа. Результаты расчетов осевого напряжения по формуле (4.112) показывают, что реальная опасность разрушения обсадных труб под действием растягивающих напряжений появляется в том случае, если длина нагруженного участка трубы окажется более трех метров. С уменьшением длины нагруженного участка обсадной трубы осевые нормальные напряжения очень быстро уменьшаются. Полученные результаты показывают, что применение методов теории упругости для расчета прочности и надежности обсадной колонны позволяет получить новые результаты и представления о разрушении обсадных труб в условиях неустойчивости горных пород.

#### Применение двухслойных труб для повышения надежности скважин в условиях неустойчивости горных пород

Повышение надежности скважин путем повышения прочности обсадной колонны можно осуществить методом, использованным ранее П. А. Радченко для соединения машиностроительных деталей цилиндрической формы, которые изготовлены из разных материалов. Сущность способа повышения надежности обсадных труб этим методом, который будем называть методом статического расширения, состоит в том, что в обсадную трубу вставляется труба меньшего диаметра. Эта труба в дальнейшем расширяется в результате замораживания находящейся в ней воды до полного контакта с внешней трубой. В процессе замерзания давление воды увеличивается и внутренняя труба переходит из начального ненапряженного состояния в упругое, упругопластическое и, наконец, в полностью пластическое напряженное состояние. В результате появления пластических деформаций достигается полный контакт труб и в дальнейшем они ведут себя как единое тело. После промораживания воды давление в трубе искусственно сбрасывается путем снятия заглушек на торцах и далее происходит разгрузка, в процессе которой на внутренней трубе возможно появление вторичных пластических деформаций. Вследствие опасного выше нагружения и разгрузки в колонне появляются остаточные напряжения и деформации, которые могут значительно влиять на прочность полученной двухслойной трубы. В частности, с внутренней стороны образуется зона сжатия, а с внешней — растяжения. Повышение прочности колонны достигается за счет увеличения толщины стенок.

Немаловажный фактор — значительное улучшение механических характеристик металла, так как при одинаковой обработке материал тонкостенных труб, как правило, обладает более высокой прочностью по сравнению с материалом толстостенных труб. Количественные оценки увеличения прочности обсадных труб предлагаемым в работе методом можно получить только после напряжений и деформаций, возникающих в двухслойной трубе в процессе ее создания и последующего нагружения.

Для расчета напряженно-деформированного состояния двухслойной обсадной трубы очень важно оценить давление, создаваемое замерзающей водой. Для определения этого давления в настоящее время обычно используют методику института ВНИИГ имени Б. Е. Веденсева, в соответствии с которой для трубы, закрытой с торцов, давление замерзающей жидкости определяется по формуле [10]

$$p = \frac{1 - (\gamma_w / \gamma_l)}{\frac{1}{E_l} + \frac{1}{E_w} (k^{-1} - 1) + \frac{b_{тр}}{k}}$$

где  $k = V_l / V_0$ ;  $b_{тр} = 2r_{ср} / (E_{тр} l)$ .  $l$  — толщина стенки;  $V_0$  — начальный объем воды в трубе;  $V_l$  — объем льда;  $E_l$ ,  $E_w$ ,  $E_{тр}$  — модули Юнга льда, воды и материала трубы,  $\gamma_w$ ,  $\gamma_l$  — удельные веса воды и льда. В рассматриваемом примере, т. е. при  $r_{ср} = 0,067$  м,  $l = 0,01$  м и полном промерзании воды, в соответствии с этой формулой давление может достигнуть 900 МПа. Необходимо отметить, что полученные по этой методике величины давления льда сильно завышены даже для случая полного замораживания жидкости, что противоречит имеющимся экспериментальным данным. Согласно этим данным, предельное давление при замерзании воды в замкнутых объемах при  $-20^\circ\text{C}$  составляет 200 МПа. В результате обработки экспериментальных данных П. В. Бриджмена был построен график (рис. 36), позволяющий оценивать давление замерзающей воды в замкнутом объеме. Согласно данным П. В. Бриджмена, давление замерзающей воды в замкнутом объеме не может превысить 203 МПа. Физически это объясняется тем, что в процессе полного замерзания воды лед при давлениях, превышающих 203 МПа, переходит в модификацию большей плотности, что приводит к резкому снижению давления. Кроме того, увеличение давления замерзающей жидкости обуславливает снижение температуры кристаллизации, в результате чего замерзающая жидкость внутри замкнутого объема представляет собой смесь воды и льда даже при больших значениях отрицательных температур.

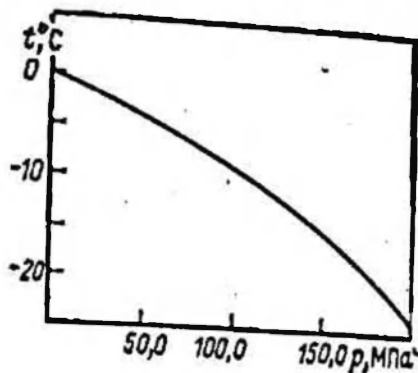


Рис. 36. Кривая замерзания воды

Необходимо также отметить, что основными факторами, влияющими на давление замерзающей воды, являются параметры трубы, т. е. ее толщина, радиус и механические характеристики материала трубы, в первую очередь предел текучести, модуль Юнга и Пуассона. Экспериментальные данные П. В. Бриджмена и других исследователей относятся к очень толстостенным цилиндрам с высокими механическими свойствами, и поэтому они характеризуют максимально возможное для данных условий давление замерзающей жидкости в практически неизменяемом объеме. При замерзании воды в обсадной трубе это давление будет значительно меньше, так как деформация стенок трубы приводит к увеличению объема и, следовательно, к уменьшению давления замерзающей воды. Учитывая незначительную величину предела текучести льда, давление в замерзающей массе можно считать равномерным и для расчета давления льда между трубами использовать известные формулы Ламе. Если жидкость замерзает между трубами, то радиальные перемещения внутренней и внешней труб определяются по формулам

$$u_1 = \frac{p_1 r_1^2 - p_2 r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} \frac{1 - \mu}{E} r + \frac{(p_1 - p_2) r_1^2 r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} \frac{1 + \mu}{E} \frac{1}{r}; \quad (4.120)$$

$$u_2 = \frac{p_2 r_3^2 - p_4 r_4^2}{r_4^2 - r_3^2} \frac{1 - \mu}{E} r + \frac{(p_2 - p_4) r_3^2 r_4^2}{r_4^2 - r_3^2} \frac{1 + \mu}{E} \frac{1}{r}. \quad (4.121)$$

где  $u_1, u_2$  — радиальные перемещения внутренней и внешней труб;  $r_2, r_3$  — внутренний и внешний радиусы ледяного кольца;  $p_1, p_2$  — давление на поверхности трубы при  $r=r_1$  и  $r=r_2$ ;  $p_4$  — давление льда;  $E, \mu$  — модуль Юнга и коэффициент Пуассона материала обсадной трубы.

При отсутствии вертикальных перемещений замерзающей массы имеем

$$\alpha (r_3^2 - r_2^2) = R_3^2 - R_2^2, \quad (4.122)$$

где  $\alpha$  — коэффициент линейного расширения воды при замерзании;  $R_3, R_2$  — значения радиусов  $r_3$  и  $r_2$  после образования ледяной пробки,

$$R_3 = r_3 + u_2^{(3)}; \quad R_2 = r_2 + u_1^{(2)}. \quad (4.123)$$

Здесь  $u_2^{(3)}$  — значение  $u_2$  при  $r=r_3$ ;  $u_1^{(2)}$  — значение  $u_1$  при  $r=r_2$ . Ограничиваясь линейным приближением после подстановки выражений (4.123) в формулу (4.122), получаем

$$\frac{\alpha - 1}{2} (r_3^2 - r_2^2) = r_3 u_2^{(3)} - r_2 u_1^{(2)}. \quad (4.124)$$

Теперь из соотношений (4.120) — (4.124) нетрудно найти выраже-

не для давления замерзающей жидкости

$$p_2 \left[ \frac{(1-\mu)r_3^2 + (1+\mu)r_4^2}{(r_4/r_3)^2 - 1} + \frac{(1+\mu)r_1^2 + (1-\mu)r_2^2}{1 - (r_1/r_2)^2} \right] = \\ = \frac{\alpha-1}{2} (r_3^2 - r_2^2) E + p_1 \frac{2r_1^2}{1 - (r_1/r_2)^2} + p_4 \frac{2r_4^2}{(r_4/r_3)^2 - 1}. \quad (4.125)$$

Если жидкость замерзает не между трубами, а внутри трубы меньшего диаметра, то формула (4.125) несколько упрощается:

$$p_1 \frac{(1-\mu)a^2 + (1+\mu)b^2}{R^2 - 1} = \frac{\alpha-1}{2} (b^2 - a^2) E. \quad (4.126)$$

Пусть  $a=0,06$  м,  $b=0,073$  м,  $\mu=0,25$ ,  $E=2 \cdot 10^5$  МПа,  $\alpha=1,026$ ,  $R=(b/a)$ ,  $a$ ,  $b$  — внутренний и внешний радиусы трубы. После подстановки исходных данных из формулы (4.126) определяем давление льда, которое равно 120 МПа и находится в хорошем соответствии с экспериментальными данными.

Необходимо теперь выяснить, является ли это давление достаточным для расширения внутренней трубы (диаметр 0,146 м) до полного контакта с внешней (диаметр 0,168 м).

Вспользуемся для этого зависимостью между малыми изменениями давления  $\Delta p$ , внешнего  $\Delta b$  и внутреннего  $\Delta a$  радиусов:

$$\Delta b = \frac{2(1-\mu^2)b}{(b/a)^2 - 1} \frac{\Delta p}{E}; \quad \Delta a = \frac{1+\mu}{(b/a)^2 - 1} \left[ (1-2\mu)a + \frac{b^2}{a} \right] \frac{\Delta p}{E}, \quad (4.127)$$

где  $\Delta a = a - a_1$ ;  $\Delta b = b - b_1$ ;  $\Delta p = p - p_1$ ;  $a$ ,  $b$ ,  $p$ ,  $a_1$ ,  $b_1$ ,  $p_1$  — текущие и начальные значения внутреннего и внешнего радиусов и давления соответственно.

Из соотношений (4.127) нетрудно получить

$$(\Delta R/R) = -2\Delta p/G; \\ R = R_1 \exp(-2p/G), \quad (4.128)$$

где  $R=b/a$ ;  $R_1=b_1/a_1$ ;  $G$  — модуль сдвига и, следовательно,

$$p = -0,5G \ln(R/R_1). \quad (4.129)$$

Из условий контакта внешней поверхности внутренней трубы и внутренней поверхности внешней трубы, т. е. при  $a_1=0,062$  м,  $b_1=0,072$  м,  $a=0,063$  м;  $b=0,073$  м, вычисляем по формуле (4.129) давление, необходимое для расширения внутренней трубы до полного контакта с внешней трубой, а именно  $p=88,2$  МПа. Это давление вполне можно обеспечить, как было показано ранее, в результате замораживания воды во внутренней трубе.

Необходимо отметить, что приведенные выше результаты были получены для случая развития только упругих деформаций. При возникновении пластических деформаций давление, необходимое для нужного расширения внутренней трубы, окажется несколько



меньше и будет соответствовать давлению, при котором внутренняя труба полностью перейдет в пластическое состояние. Началь-  
пластических деформаций можно рассчитать по формуле

$$p > \frac{b^2 - a^2}{b^2} \frac{\sigma_T}{\sqrt{3}}, \quad (4.130)$$

где  $p$  — давление, вызывающее пластическую деформацию внутренней поверхности трубы;  $a$ ,  $b$  — внутренний и внешний радиусы трубы;  $\sigma_T$  — предел текучести материала трубы.

В рассматриваемом случае, т. е. при  $a = 0,063$  м,  $b = 0,073$  м,  $\sigma_T = 380$  МПа, это давление равно 55,0 МПа. Давление, при котором внутренняя труба полностью перейдет в пластическое состояние, можно рассчитать по формуле

$$p > \frac{2\sigma_T}{\sqrt{3}} \ln \frac{b}{a} = 66,0. \quad (4.131)$$

Таким образом, при увеличении давления замерзающей жидкости до 66 МПа внутренняя труба перейдет полностью в пластическое состояние, что обеспечит полный контакт с внешней трубой по всей поверхности.

Полученные результаты позволяют определить давление замерзающей жидкости, необходимое для создания двухслойной трубы повышенной прочности, а именно  $55 < p < 66$  МПа.

При расчете напряженного состояния двухслойной трубы в процессе ее нагружения давлением замерзающей жидкости будем пренебрегать упрочнением и сжимаемостью материала трубы в пластической зоне. Кроме того, учитывая удаленность концов, деформации трубы будем считать плоскими. Для решения задачи будем использовать уравнения малых упругопластических деформаций. В пластической зоне ( $a < r \leq r_s$ ) должны удовлетворяться следующие уравнения:

уравнения равновесия

$$(d\sigma_r/dr) + (\sigma_r - \sigma_\theta)/r = 0; \quad (4.132)$$

физические соотношения

$$\sigma_\theta - \sigma_r = (2\sigma_n/3\varepsilon_n)(\varepsilon_\theta - \varepsilon_r); \quad \sigma_z - \sigma_r = (2\sigma_n/3\varepsilon_n)(\varepsilon_z - \varepsilon_r); \quad (4.133)$$

$$\sigma_n = F(\varepsilon_n); \quad (4.134)$$

геометрические соотношения

$$\varepsilon_r = (du/dr); \quad \varepsilon_\theta = (u/r); \quad \varepsilon_z = (dz/dz); \quad (4.135)$$

условие несжимаемости

$$\varepsilon_r + \varepsilon_\theta + \varepsilon_z = 0; \quad (4.136)$$

условие плоской деформации

$$\varepsilon_z = 0. \quad (4.137)$$

В упругой зоне ( $r_s \leq r < c$ ) должны удовлетворяться уравнения (4.132), (4.135), (4.137), а вместо (4.133), (4.134) — обычные со-

отношения Гука, т. е.

$$E\varepsilon_r = \sigma_r - \mu(\sigma_\theta + \sigma_z); \quad E\varepsilon_\theta = \sigma_\theta - \mu(\sigma_r + \sigma_z); \quad E\varepsilon_z = \sigma_z - \mu(\sigma_r + \sigma_\theta) \quad (4.138)$$

Граничные условия:

$$\text{при } r = a; \quad \sigma_r = -p; \quad \text{при } r = c; \quad \sigma_r = 0; \quad (4.139)$$

$$\text{при } r = r_2; \quad \sigma_{r \text{ уп}} = \sigma_{r \text{ пл}}; \quad \sigma_{\theta \text{ уп}} = \sigma_{\theta \text{ пл}}. \quad (4.140)$$

Здесь  $r, \theta, z$  — цилиндрические координаты;  $a, c$  — внутренний и внешний радиусы составной колонны;  $r_2$  — радиус пластической зоны;  $\sigma_r, \sigma_\theta, \sigma_z$  — радиальные, окружные и осевые деформации;

$\sigma_n, \varepsilon_n$  — интенсивности нормальных напряжений и деформаций

$$\sigma_n = \frac{\sqrt{3}}{2} |\sigma_\theta - \sigma_r|; \quad \varepsilon_n = \frac{1}{\sqrt{3}} |\varepsilon_\theta - \varepsilon_r|, \quad (4.141)$$

где  $u, w$  — радиальные и осевые перемещения.

В процессе нагружения составной колонны давлением замерзающей жидкости в материале трубы первоначально возникают только упругие напряжения, определяемые при граничных условиях (4.139) по формулам Ламе

$$\sigma_{r \text{ уп}} = \frac{p}{(c/a)^2 - 1} \left(1 - \frac{c^2}{r^2}\right); \quad \sigma_{\theta \text{ уп}} = \frac{p}{(c/a)^2 - 1} \left(1 + \frac{c^2}{r^2}\right), \quad (4.142)$$

в случае плоской деформации  $\sigma_{z \text{ уп}} = \mu(\sigma_{r \text{ уп}} + \sigma_{\theta \text{ уп}})$ . Рассмотрим теперь второй предельный случай, когда составная труба полностью перешла в пластическое состояние. Для расчета напряжений выразим (4.132) с помощью (4.141) в следующем виде

$$d\sigma_r/dr + 2\sigma_r/(\sqrt{3}r) = 0. \quad (4.143)$$

Из соотношения (4.143) с учетом граничных условий (4.139) находим выражение для радиального напряжения в пластической зоне

$$\sigma_{r \text{ пл}} = -p + \frac{2}{\sqrt{3}} \int_a^r (\sigma_n/r) dr. \quad (4.144)$$

Используя второе из условий (4.139), находим из формулы (4.144) давление, необходимое для перехода всей составной трубы в пластическое состояние:

$$p \geq \frac{2}{\sqrt{3}} \int_a^c (\sigma_n/r) dr. \quad (4.145)$$

Принимая в качестве условия пластичности соотношение

$$\sigma_n = \sigma_T, \quad (4.146)$$

получаем

$$p > \frac{2\sigma_T}{\sqrt{3}} \ln \frac{c}{a}. \quad (4.147)$$

После подстановки исходных данных в выражение (4.147) находим  $p \geq 121$  МПа. Таким образом, двухслойная колонна перейдет полностью в пластическое состояние только при максимально возможном давлении замерзающей жидкости. В этом случае напряженное состояние составной трубы можно рассчитать по формулам, полученным из выражений (4.141), (4.144), в виде

$$\sigma_{r,пл} = -p + \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_T \ln \frac{r}{a}; \quad \sigma_{\theta,пл} = \sigma_{r,пл} + \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_T;$$

$$\sigma_z,пл = \sigma_{r,пл} + \frac{1}{\sqrt{3}} \sigma_T. \quad (4.148)$$

Рассмотрим теперь случай, когда давление замерзающей жидкости не достигает своего максимально возможного значения и труба поэтому не полностью переходит в пластическое состояние.

В пластической зоне ( $a \leq r < r_s$ ) напряжения определяются по формулам, аналогичным (4.148). В упругой области ( $r_s \leq r \leq c$ ) воспользуемся известным решением Ламе, которое в данном случае имеет вид

$$\sigma_r = \frac{p_s}{(c/r_s)^2 - 1} \left( 1 - \frac{c^2}{r^2} \right); \quad \sigma_{\theta} = \frac{1 p_s}{(c/r_s)^2 - 1} \left( 1 + \frac{c^2}{r^2} \right); \quad (4.149)$$

$$\sigma_z = \frac{p_s}{(c/r_s)^2 - 1},$$

где  $c$  — внешний радиус составной колонны,  $c = 0,083$  м;  $p_s$ ,  $r_s$  — давление и радиус пластической зоны.

Значения  $p_s$  и  $r_s$  находим из условия непрерывности радиальных и окружных напряжений при переходе через границу между упругой и пластической зонами, т. е. по (4.140). Из условий (4.140) получаем систему уравнений

$$p_s = p - \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_T \ln \frac{r_s}{a}; \quad (4.150)$$

$$\frac{c^2 + r_s^2}{c^2 - r_s^2} p_s = -p + \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_T \ln \frac{r_s}{a} + \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_T. \quad (4.151)$$

После подстановки уравнения (4.150) в соотношение (4.151) получаем трансцендентное уравнение относительно радиуса пластической зоны

$$\frac{c^2 + r_s^2}{c^2 - r_s^2} \left( p - \frac{2\sigma_T}{\sqrt{3}} \ln \frac{r_s}{a} \right) = -p + \frac{2\sigma_T}{\sqrt{3}} \ln \frac{r_s}{a} + \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_T. \quad (4.152)$$

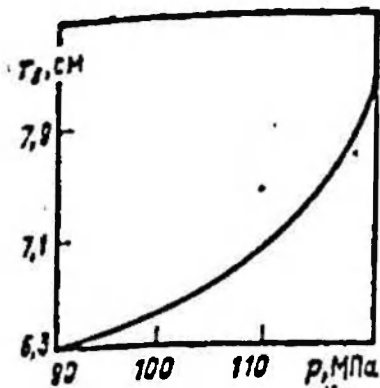


Рис. 37. Динамика роста пластической зоны при замерзании воды внутри трубы

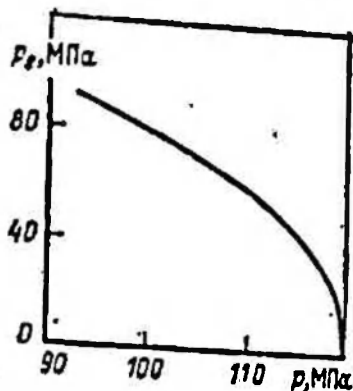


Рис. 38. Динамика изменения давления на границе пластической зоны при замерзании воды внутри трубы

Результаты расчетов для различных значений давления замерзания жидкости представлены на рис. 37, 38.

После замерзания жидкости заглушки снимаются и давление замерзшей воды сбрасывается практически полностью. При этом в процессе снижения внутреннего давления в материале трубы происходит упругая разгрузка, в ходе которой возможно появление вторичных пластических деформаций. Согласно теореме В. В. Москвитина о вторичных пластических деформациях, условие их появления имеет вид

$$p \geq \frac{2\sigma_T}{\sqrt{3}} \frac{c^3 - d^3}{c^2}$$

После подстановки в эту формулу данных для рассматриваемой колонны получаем  $p \geq 180$  МПа. Полученное давление больше максимально возможного для рассматриваемых условий, и поэтому в процессе разгрузки вторичные деформации появиться не могут. Тем не менее, при сбросе давления труба не возвращается в прежнее состояние, так как вследствие необратимых пластических деформаций в материале трубы остаются остаточные напряжения. Величина этих напряжений равна разности пластических и упругих напряжений из формул (4.148) и (4.142), т. е.

$$\sigma_{i0} = \sigma_{i\text{пл}} - \sigma_{i\text{уп}} \quad i = r, \theta, z. \quad (4.153)$$

Результаты расчетов для случая, когда вся составная труба в процессе нагружения переходит в пластическое состояние, приведены на рис. 39. В случае, когда труба лишь частично переходит в пластическое состояние, остаточные напряжения будут только в зоне пластических деформаций, т. е. при  $a \leq r \leq r_s$ . При этом величины остаточных напряжений будут равны разности напряжений, определяемых формулами Ламе (рис. 40),

$$\sigma_r = \frac{pa^2 - p_s r_s^2}{r_s^2 - a^2} - \frac{(p - p_s) a^2 r_s^2}{(r_s^2 - a^2) r^2}; \quad (4.154)$$

$$\sigma_{\theta} = \frac{pa^2 - p_s r_s^2}{r_s^2 - a^2} + \frac{(p - p_s) a^2 r_s^2}{(r_s^2 - a^2) r^2}; \quad \sigma_z = \frac{pa^2 - p_s r_s^2}{r_s^2 - a^2} \quad (4.155)$$

эластических напряжений, вычисляемых по формулам (4.148) с учетом (4.153). Результаты расчетов приведены на рис. 41—43. Полученные выше результаты свидетельствуют о высокой эффективности и технической осуществимости повышения надежности скважин путем повышения прочности обсадных труб методом статического расширения.

В заключение следует также отметить принципиальную возможность применения метода динамического расширения для создания двухслойных труб.

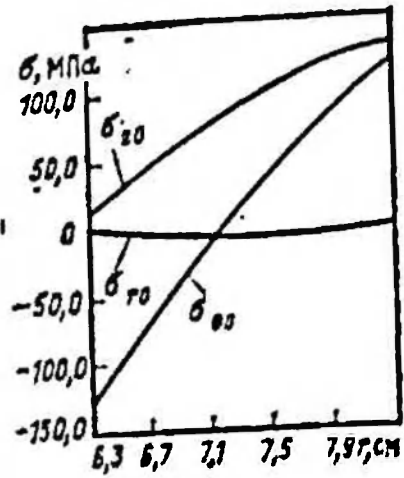


Рис. 39. Эпюры остаточных напряжений при переходе всей трубы в пластическое состояние

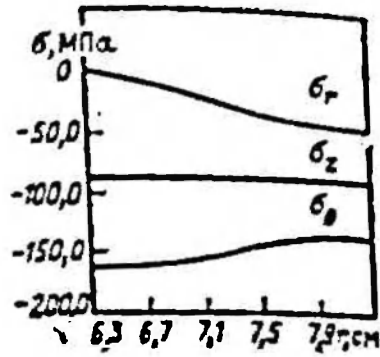


Рис. 40. Эпюры упругих напряжений при  $p_z = 40$  МПа

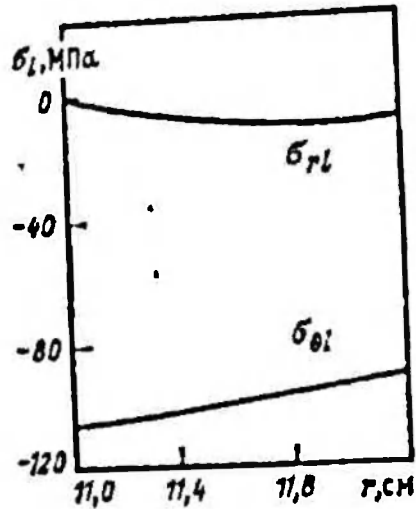


Рис. 41. Эпюры нормальных напряжений  $\sigma_{rl}$  и  $\sigma_{ol}$  при неполном переходе трубы в пластическое состояние

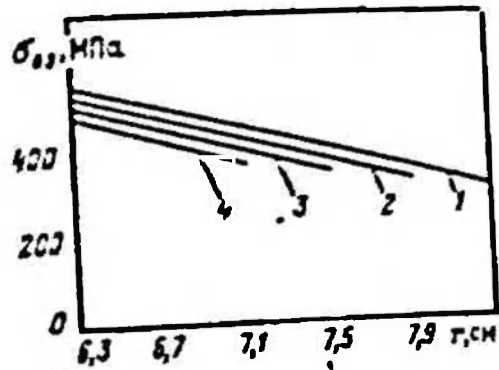


Рис. 42. Эпюры окружных остаточных напряжений при различных давлениях замерзающей воды:  
р, МПа: 1—120; 2—119,9; 3—116,5;  
4—111,2

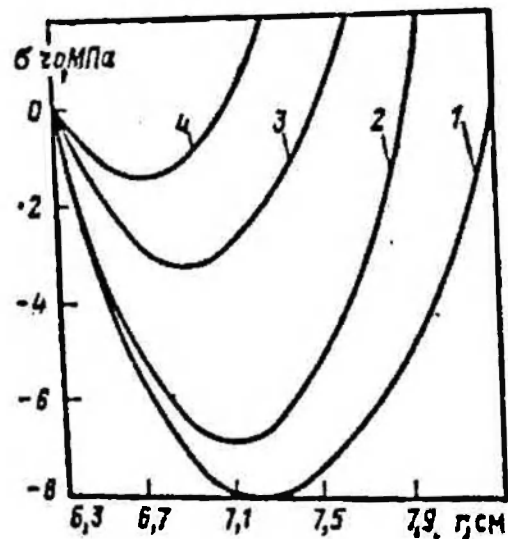


Рис. 43. Эпюры радиальных остаточных напряжений при различных давлениях замерзающей воды (Обозначения см. на рис. 42)



## ЭКСПЛУАТАЦИЯ СКВАЖИН В СЛАБОСЦЕМЕНТИРОВАННЫХ КОЛЛЕКТОРАХ

### Основные проблемы заканчивания и эксплуатации скважин в слабосцементированных песчанниках

Наиболее сложная проблема эксплуатации скважин в слабосцементированных песчаных коллекторах — разрушение призабойной зоны, вынос песка и связанные с этим осложнения в работе скважины, наземного и подземного оборудования. Основными факторами, влияющими на интенсивность выноса песка, являются: глубина залегания пласта, дебит скважины, степень цементованности, уплотняемость и естественная проницаемость породы пласта, состояние поверхности забоя, через которую происходит фильтрация пластовых флюидов (характер вскрытия пласта, открыты или закупорены перфорационные каналы, плотность и тип перфорации и т. д.), характер и фазовое состояние добываемого флюида [15], характеристики пластового песка (угловатость, глинистость, размеры зерен, фракционный состав), депрессия на пласт, ухудшение естественной проницаемости (скин-эффект), пластовое давление. Наиболее важные причины, обуславливающие вынос песка из пласта — разрушение призабойной зоны, образование каналов и каверн, обрушение их стенок, оседание вышележащих пород и вынос их частиц в скважину [11, 22, 27]. Попадающий в ствол скважины песок может на отдельных его участках и забое уплотняться, образуя соответственно высячки и забойные пробки, что приводит к резкому снижению дебита. Удаляют эти пробки обычно путем промывки их через подъемные трубы, спускаемые внутрь лифтовой колонны. Однако в случае скопления большого количества песка промывка может оказаться малоэффективной и для предотвращения образования пробок приходится снижать дебиты скважин, увеличивать скорость движения флюидов в трубах, уменьшая их диаметр или устанавливая фильтры различного рода, препятствующие поступлению песка в скважину. Неустойчивость и разрушение слабосцементированных песчаных коллекторов — также одна из основных причин смятия фильтровой части обсадных труб под действием односторонней боковой нагрузки со стороны породы и осевых нагрузок, вызванных проседанием вышележащих пластов, в которых зацементирована обсадная колонна. Аналогичные случаи были рассмотрены ранее для неустойчивых пород каменной соли. Характерной особенностью слабосцементированных песчаных коллекторов является их высокая сжимаемость, что в процессе отбора флюидов приводит к заметному уменьшению толщины пласта-коллектора и сопровождается оседанием вышележащих пород и земной поверхности. След-

стве этого обсадные колонны в неустойчивых коллекторах падают в сложном напряженно-деформированном состоянии, характеризующемся действием изгибающих нагрузок и высокими значениями осевых напряжений. В сочетании с сильной эрозией песком эти нагрузки могут вызвать смятие и разрушение колонны труб. Таким образом, вынос песка приводит к резкому ухудшению условий эксплуатации скважины и требует принятия специальных мер до его предупреждения.

Как показывает опыт, борьба с выносом песка должна начинаться как можно раньше, еще до того, как призабойная зона окажется сильно нарушенной. Поэтому мероприятия по задержанию песка, принятые с самого начала эксплуатации, оказываются более эффективными, чем последующие ремонтно-восстановительные работы. Более того, специфика эксплуатации скважин в неустойчивых коллекторах должна учитываться на всех этапах бурения и заканчивания скважины (при бурении и вскрытии продуктивного пласта, цементировании обсадной колонны, перфорации и освоении скважины, выборе и применении специальных жидкостей для заканчивания и подземного ремонта, а также при выборе технологии и монтаже технических средств борьбы с выносом песка). В частности, в процессе бурения или заканчивания скважины необходимо по возможности исключить снижение проницаемости и другие виды ухудшения продуктивности, так как при этом могут возникнуть серьезные осложнения, в том числе неравномерное проникновение в пласт химических реагентов при укреплении пород смолами, неравномерная толщина гравия в гравийной набивке, неоправданно высокие фильтрационные скорости добываемого флюида в отдельных интервалах вскрытой толщи пласта. Некачественное цементирование может быть причиной большой разностенности цементного кольца и значительного увеличения длины перфорационных каналов в цементном камне, что может существенно снизить продуктивность скважины при оборудовании забоя гравийной набивкой вследствие больших потерь давления в длинных перфорационных каналах, заполненных зернами гравия, особенно больших размеров.

Важным этапом должна быть очистка перфорационных каналов. Исключительно важное значение для последующей эксплуатации имеет правильный подбор жидкостей при вскрытии пласта и заканчивании скважины, так как это необходимо для обеспечения устойчивости стенок скважины, предотвращения кавернообразования вследствие размыва пород и необратимого снижения проницаемости пласта в результате закупорки его твердыми частицами, набухания глины и т. д. Для борьбы с этими осложнениями при вскрытии пласта в жидкость заканчивания добавляют специальные коркообразующие частицы, которые играют основную роль в образовании глинистой корки, служащей для снижения инфильтрации жидкости в пласт и препятствующей проникновению твердых частиц в трещины и поры скелета пласта. Образовывающаяся корка должна легко отмываться с поверхности забоя сква-

жидкости в процессе ее эксплуатации, поэтому коркообразующий материал должен легко растворяться в растворителях, совместимых с пластом и пластовыми водами. С этой целью в жидкости заканчивания добавляют карбонат кальция и нефтерастворимые смолы. Карбонат кальция легко растворим в кислотах, обычно применяемых для интенсификации добычи, а нефтерастворимые смолы легко растворяются в добываемой нефти или газовом конденсате. Карбонат кальция наряду с карбонатами железа, бария, оксиды железа, сернистым барием используется для увеличения плотности жидкости заканчивания. Необходимо также иметь в виду и такие свойства, как сопротивляемость жидкости замерзанию, коррозионные свойства, возможное вредное воздействие на людей и окружающую среду, возможную несовместимость с пластовыми жидкостями, глубокое проникновение в пласт.

В качестве жидкостей для заканчивания скважин в слабосцементированных песчаниках обычно используют минерализованную воду или нефть. Применение минерализованных вод позволяет максимально уменьшить гидратизацию пластовых глин и обеспечить нужную плотность жидкости при небольшом содержании твердой фазы. Для получения минерализованной воды необходимой концентрации в пресную воду добавляют ингибиторы гидратации пластовых глин: хлористый натрий (5—10 %), хлористый кальций (1—3 %) или хлористый калий (1—3 %).

Однако следует учитывать, что эти жидкости могут быть несовместимы с пластовой водой и давать при смешивании осадки. Например, при перемене растворов, содержащих ионы бария и сульфатов, может образоваться осадок сульфата бария. В пластовых водах иногда присутствуют ионы бария, а также ионы сульфата. Сульфатные ионы могут быть также в морской воде и жидкостях, содержащих добавку сульфата кальция для снижения фильтруемости, поэтому в основном при заканчивании скважин используется пластовая вода, наиболее совместимая с пластовыми глинами.

Жидкости для заканчивания скважин могут содержать твердые частицы, способные вызывать глубокую кольматацию пласта и значительное снижение его проницаемости. Чистые или не содержащие механических примесей жидкости часто циркулируют без поглощения пластом даже при значительной репрессии на проищаемые интервалы. В таких случаях твердые частицы, попавшие в жидкость в виде остатков глинистой корки и ржавчины из наземных резервуаров и труб, а также осаждающихся из растворов окислов железа, закупоривают проищаемую зону. Снижение проницаемости в этом случае может быть очень существенным (до 90 %) и в значительной степени необратимым. Так, например, при промывке призабойной зоны восстанавливается только 10—30 % первоначальной проницаемости, а при закачке глиноокислоты около 50 %. Кольматация призабойной зоны создает благоприятные условия для выноса песка, поэтому необходимо использовать для приготовления растворов только чистые емкости и трубы, от-

фильтровывать жидкости для заканчивания скважин через соответствующие фильтры, обрабатывать жидкости для предотвращения осаждения окислов железа, еще до эксплуатации скважины тщательно промывать призабойную зону и удалять инфильтрат.

Для борьбы с коьматажом в жидкости заканчивания добавляют коллоидные вещества, которые значительно снижают проницаемость фильтрационной корки и препятствуют проникновению в пласт твердых частиц и избыточного количества воды. Коллоидные частицы влияют также на структурную вязкость, динамическое напряжение сдвига и тиксотропные свойства раствора. В качестве коллоидных добавок широко используется лигносульфат кальция, гидроксилэтилцеллюлоза (ГЭЦ) и другие полимеры.

ГЭЦ обеспечивает хорошую несущую способность и уменьшение сдвиговых напряжений, т. е. минимальные потери на трение. Кроме того, ГЭЦ и лигносульфат кальция легко разрушаются соляной кислотой. Жидкости заканчивания, содержащие ГЭЦ, должны иметь в своем составе разрушитель или коркообразующий материал, чтобы предотвратить проникновение коллоидных частиц в пласт.

В качестве добавок используют также гуаровую смолу. Однако жидкость с добавкой гуаровой смолы должна содержать как коркообразующий наполнитель, так и разрушитель смолы.

Для вскрытия продуктивных пластов с большим содержанием глины можно использовать жидкости на нефтяной основе, инвертные и меловые эмульсии и пены. Правильно составленные растворы на нефтяной основе могут предотвратить гидратацию глины и растворение солей, что позволяет снизить до минимума загрязнение и проницаемость призабойной зоны пласта. Эти жидкости обычно представляют собой смеси окисленного асфальта, органических кислот, щелочей, стабилизирующих агентов и дизельного топлива. Асфальт коллоидально диспергирован в дизельном топливе и обеспечивает высокую несущую способность и низкую фильтруемость жидкости. Органические кислоты и щелочи добавляются для образования мыла в углеводородной среде, которое увеличивает вязкость и статическое напряжение сдвига.

В инвертных эмульсиях используются эмульгированная вода для уменьшения концентрации мыла, а также асфальтовые вещества для придания несущей способности и удержания во взвешенном состоянии частиц утяжелителей. В этих жидкостях деформируемые эмульгируемые капли воды способствуют закупорке пор и снижению проницаемости. Для увеличения механических скоростей бурения как в жидкости на нефтяной основе, так и в инвертных эмульсиях добавляют диспергирующие в нефти глины.

Меловые эмульсии готовят на нефтяной основе специально для работ по заканчиванию и ремонту скважин, они представляют собой эмульсию типа «вода в масле», стабилизированную тонко раздробленными меловыми частицами растворимого в кислоте карбоната кальция, которые используются вместо органических эмульгаторов, применяемых в обычных инвертных эмульсионных



растворах. Все остальные вещества, вводимые в жидкость для обеспечения коркообразования или утяжеления, также являются для растворимыми в кислоте. Таким образом, образующаяся фильтрационная корка легко может растворяться кислотой. Меловые эмульсии обычно используются для предотвращения снижения проницаемости. Они не применяются на больших глубинах и при высоких температурах, т. е. там, где можно использовать другие жидкости на нефтяной основе.

Пены, используемые в качестве жидкости заканчивания, представляют собой стабильные аэрированные эмульсии, состоящие из пенообразователя, пресной или соленой воды, сжатого газа и стабилизатора пены. Пена предварительно готовится на поверхности до консистенции, похожей на аэрозольный крем для бритья, и используется только один раз, т. е. без повторного закачивания. Приготовленная пена обычно имеет плотность не менее  $0,036 \text{ г/см}^3$ . Степень аэрации пены колеблется от  $240 \text{ м}^3$  воздуха на  $1 \text{ м}^3$  пенообразователя до  $4000 \text{ м}^3$  в зависимости от забойного давления. Применение пены в процессе заканчивания скважины обладает следующими преимуществами:

небольшое забойное давление вследствие низкого гидростатического напора не приводит к поглощению жидкости пластом и загрязнению призабойной зоны;

высокая несущая способность пены создает хорошие условия для выноса выбуренной породы на поверхность;

высокие скорости обеспечивают быстрое обнаружение пластовых жидкостей в возвратном потоке;

давления циркуляции ниже, чем при использовании других жидкостей заканчивания;

быстрый и несложный вызов притока из пласта;

доступность и безопасность применения в промысловых условиях.

Пены применяются также для очистки забоя от песка и других обломков при бурении и извлечении хвостовиков и прихваченного песком подземного оборудования.

Описанные выше жидкости заканчивания представляют собой сложные системы, ни один из компонентов которых не должен ухудшать проницаемость пласта. Это требование — важнейший принцип борьбы с выносом песка при эксплуатации скважины в слабощементированных песчанниках. Эти жидкости должны также предупреждать оплывание и размыв рыхлых песков, а также разрушение призабойной зоны скважины в процессе ее заканчивания и освоения.

Очень важный фактор, имеющий большое значение для эксплуатации скважины, — перфорация обсадных колонн, так как размер перфорационных отверстий, плотность перфорации, реологические свойства растворов, применяемых в процессе перфорации, нарушения, которые возникают при перфорации, оказывают значительное влияние на продуктивность скважины. Основная цель перфорации — это создание сообщения или канала связи между



призабойной зоной пласта и стволом скважины. Продуктивность скважины при этом будет в значительной степени зависеть от диаметра и длины каналов, состояния их стенок и площади проходного сечения.

Перфорация пулями малого диаметра (около 3 мм) может служить эффективным средством борьбы с выносом песка, так как при прохождении пули через цементное кольцо образованный ею канал заполняется плотно расположенными частицами разрушенного цементного камня, препятствующими выносу песка в скважину. Однако в случае размыва пород и образования цементного камня большой толщины пробивная способность малогабаритных пуль может оказаться недостаточной. Тогда для получения перфорационных каналов максимальной протяженности применяются специальные перфораторы большого диаметра, позволяющие перфорировать не только обсадные, но и лифтовые трубы.

Для получения продуктивности скважины, близкой к продуктивности скважины с открытым забоем, необходимо, чтобы перфорационные каналы не были закупорены. Это особенно важно при закачке химреагентов для укрепления призабойной зоны пласта. Перфорационные каналы должны заполняться гравием с зернами соответствующих размеров для предотвращения закупорки каналов тонкозернистым песком в процессе эксплуатации скважины. В противном случае этот песок может значительно уменьшить проводимость каналов и соответственно продуктивность скважины. Гидравлические сопротивления перфорационных каналов существенно возрастают, если с газом поступает нефть или вода, так как эффективная проницаемость песка или гравия в таком случае ниже абсолютной.

Кроме того, сам процесс перфорации приводит к ухудшению получающихся каналов вследствие уплотнения их стенок даже в прочных породах. Эффективное средство борьбы с ухудшением проводимости каналов — удаление обломочного материала и очистка перфорационных отверстий и каналов. Это достигается с помощью кислотной обработки, обратной промывки, размыва через перфорационные каналы, создания текущей и мгновенной депрессии на них.

Очистка каналов созданием депрессии применяется там, где возможно вымывание обломков перфорации и глинистой корки из каналов без разрушения пласта. Устройство, предназначенное для этой цели, состоит из пакера, воздушной камеры с диафрагмой, одного или нескольких звеньев бурильных труб и двух клапанов. Один клапан находится над воздушной камерой, другой — под ней. При работе нижний клапан быстро открывается, в результате чего призабойная зона подвергается мгновенному воздействию атмосферного давления. Вместе с выбросом жидкости из каналов в скважину удаляется обломочный материал.

Если перфорационные каналы заполнены глинистым раствором с противодавлением на пласт, то после перфорации проводится обратная промывка каналов путем отбора из пласта. Об-

ратная промывка должна сочетаться с депрессией при простреле для улучшения отпстки перфорационных каналов.

Наиболее эффективный метод удаления обломков перфорации, глинистого раствора и пластового песка из перфорационных каналов — размыв, проводимый через них. При этом жидкость циркулирует через перфорационные каналы вверх за обсадной колонной и далее через верхние перфорационные каналы поступает в затрубное пространство. Размыв проводится снизу вверх.

Наиболее качественно перфорационные каналы очищаются с помощью кислотных обработок. При этом растворяются не только обломки перфорации, но и коркообразующий материал из карбоната кальция. Как показывают промышленные данные, при кислотных обработках устраняется скин-эффект, т. е. снижение проницаемости призабойной зоны в процессе заканчивания скважины. Наиболее резкое увеличение продуктивности наблюдается при использовании соляной или плавиковой кислоты, при проведении обработки смолой или намыве гравия внутри обсадной колонны.

В заключение следует отметить, что успешное решение проблем заканчивания скважины в неустойчивых коллекторах представляет собой исключительно сложную задачу, требующую учета всех факторов, которые определяют условия эксплуатации скважины в слабосцементированных песчанниках.

### Технологический режим работы скважины при выносе песка

Технологический режим работы скважины, эксплуатация которой сопровождается выносом песка, определяется из условия максимально возможного ограничения поступления песка из пласта в ствол скважины. Как известно, причина выноса песка — размыв породы при высоких скоростях фильтрации и разрушение скелета пласта под действием механических напряжений, возникающих вследствие образования воронки депрессии вокруг ствола скважины. Поэтому технологический режим работы скважины должен обеспечивать постепенную нагрузку скважины и ее работу с минимальными скоростями фильтрации. На практике это достигается постепенным увеличением дебита до некоторого максимального значения, при котором вынос песка находится в допустимых пределах.

Постепенная нагрузка скважины — эффективное средство предохранения призабойной зоны от разрушения и ограничения выноса песка из пласта. Это объясняется тем, что при быстром вводе скважины в пласт возникает нестационарное поле давлений пластового флюида, которое вблизи ствола скважины характеризуется большими градиентами давления и приводит к значительной концентрации как нормальных, так и касательных напряжений в призабойной зоне пласта. Наибольших значений эти напряжения достигают в начальный период, в течение которого и происходит наиболее интенсивное разрушение пород призабойной зоны. Затем фильтрация становится близкой к стационарной, неод-

порядность полей давления пластового флюида :: механических напряжений пород сглаживается и действие касательных напряжений уменьшается. В дальнейшем разрушение скелета пласта и вынос песка происходят под действием в основном нормальных напряжений. Для практики эксплуатации пескопроявляющих скважин большой интерес представляет расчет максимально возможного дебита, при котором эти напряжения, в том числе октаэдрическое нормальное, не превышают допустимой величины.

Этот дебит можно определить в процессе текущих исследований скважин, но, к сожалению, его значения меняются в процессе разработки месторождения и их нельзя экстраполировать на значительные промежутки времени. Это объясняется тем, что критический дебит зависит как от прочности породы, которая может значительно измениться при прорыве пластовых вод к забой скважины, так и от поля давлений флюида и механических напряжений (деформаций) пород в призабойной зоне пласта, которые также значительно изменяются в процессе разработки месторождений. Следовательно, прогнозный расчет критического, т. е. максимально допустимого, дебита скважины можно получить только на основе теоретического анализа взаимовлияния давления пластового флюида и напряженного состояния пород призабойной зоны с учетом их прочностных характеристик.

Как известно, при отборе пластового флюида из слабосцементированных песчаников вокруг перфорационного отверстия образуется каверна или свод, которые остаются устойчивыми при значениях дебита ниже критического. Наша цель состоит в обоснования технологического режима работы скважины на основе расчета этого дебита, исходя из решения уравнений, описывающих приток флюида к скважине и деформации пород призабойной зоны. Для получения практически приемлемых по сложности результатов ограничимся случаем полярной симметрии полей давлений и деформаций пород, для которых справедлив критерий прочности Кулона. При этом порода испытывает только радиальные перемещения  $u$ , а также радиальные  $e_r = du/dr$  и окружные  $e_\alpha = e_\varphi = u/r$  деформации. В упругой области эти деформации связаны с механическими напряжениями соотношениями Гука следующего вида

$$\begin{aligned} \sigma_r &= \lambda e + 2Ge_r + \beta p; \\ \sigma_\alpha &= \lambda e + 2Ge_\alpha + \beta p; \\ \sigma_\varphi &= \lambda e + 2Ge_\varphi + \beta p, \end{aligned} \quad (5.1)$$

где  $\lambda$ ,  $G$  — коэффициенты Ламе;  $\beta = E(1-2\mu_*) (1-m) / E_*(1-2\mu)$ ;  $e = e_r + e_\alpha + e_\varphi = (du/dr) + 2(u/r)$ ;  $E$ ,  $E_*$ ,  $\mu$ ,  $\mu_*$  — модули Юнга и коэффициенты Пуассона для породы и зерен соответственно;  $p$  — давление флюида;  $m$  — пористость;  $\sigma_r$ ,  $\sigma_\alpha$ ,  $\sigma_\varphi$  — нормальные, радиальные и окружные эффективные напряжения.

Под эффективными напряжениями будем понимать разницу между общими, т. е. суммарными в твердой фазе и флюиде, напря-

жениями и давлением пластового флюида. Кроме того, для слабоцементированных песчанников можно, очевидно, принять  $\beta=0$ . Для расчета напряженно-деформированного состояния пород призабойной зоны воспользуемся уравнением равновесия сил, которое в сферической системе координат в случае полярной симметрии имеет следующий вид;

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{1}{r} (2\sigma_r - \sigma_\alpha - \sigma_\varphi) - \frac{dp}{dr} = 0. \quad (5.2)$$

Это уравнение после подстановки в него соотношений Гука (5.1) можно выразить в перемещениях

$$\frac{d}{dr} \left( \frac{du}{dr} + 2 \frac{u}{r} \right) - \frac{1}{\lambda + 2G} \frac{dp}{dr} = 0. \quad (5.3)$$

Общее решение уравнения (5.3) легко найти путем последовательного интегрирования по радиусу

$$u = \frac{1}{(\lambda + 2G) r^2} \int p r^2 dr + C_1 \frac{r}{3} + C_2 \frac{1}{r^2}. \quad (5.4)$$

где  $C_1, C_2$  — постоянные интегрирования, определяемые из граничных условий.

Как правило, граничные условия задаются через напряжения и в рассматриваемом случае имеют вид

$$\text{при } r = r_0 \quad \sigma_r = \sigma_0 = 0, \quad p = p_0; \quad (5.5)$$

$$\text{при } r = R \quad \sigma_r = \sigma_R = -\frac{\mu}{1-\mu} (q - p); \quad p = p_R. \quad (5.6)$$

где  $r_0, R$  — радиус каверны и области ее влияния на приток флюида к скважине.

Теперь после подстановки выражения (5.4) в соотношения (5.1), а полученного результата в условия (5.5), (5.6) находим общие выражения для напряжений

$$\sigma_r = p - p_0 - \frac{4G}{(\lambda + 2G) r^2} \int_{r_0}^r p r^2 dr + \frac{r_0^{-3} - r^{-3}}{r_0^{-3} - R^{-3}} \left[ \sigma_R - p_R + p_0 + \frac{4G}{(\lambda + 2G) R^2} \int_{r_0}^R p r^2 dr \right]; \quad (5.7)$$

$$\sigma_\alpha = \sigma_\varphi = \frac{\lambda}{\lambda + 2G} p - p_0 + \frac{2G}{(\lambda + 2G) r^2} \int_{r_0}^r p r^2 dr + \frac{r_0^{-3} + 0,5r^{-3}}{r_0^{-3} - R^{-3}} \left[ \sigma_R - p_R + p_0 + \frac{4G}{(\lambda + 2G) R^2} \int_{r_0}^R p r^2 dr \right],$$

где  $p$  — произвольное полярно-симметричное поле давлений.

Для получения численных значений напряжений необходимо выразить давление в виде функции  $p=p(r)$ . В частности, при отборе жидкости через перфорационное отверстие имеем

$$p = p_0 + B(r_0^{-1} - r^{-1}), \quad (5.8)$$

где  $B = (Q\mu')/(2\pi k)$ ;  $\mu$  — динамическая вязкость флюида;  $k$  — проницаемость породы;  $Q$  — дебит.

Если проницаемость призабойной зоны неизвестна, можно воспользоваться формулой

$$B = a_* r_0 R Q / (R - r_0), \quad (5.9)$$

где  $a_*$  — коэффициент в уравнении притока  $p_R - p_0 = a_* Q$ . Аналогичным образом, в случае притока газа находим

$$p = p_0 + B_1 \left( \frac{1}{r_0} - \frac{1}{r} \right) + C_1 \left( \frac{1}{r_0^3} - \frac{1}{r^3} \right), \quad (5.10)$$

где  $B_1 = \mu' p_{ат} Q_{ат} / (2\pi k)$ ;  $p_{ат}$  — атмосферное давление;  $Q_{ат}$  — дебит газа, приведенный к атмосферным условиям.

Коэффициенты  $B_1, C_1$  проще всего найти с помощью уравнения притока  $p^2 - p_0^2 = \bar{Q}_1 \bar{Q}_{ат} + \bar{v}_1 \bar{Q}_{ат}^2$  в виде

$$B_1 = \frac{a_1}{2} \frac{r_0 R}{R - r_0} Q_{ат}; \quad C_1 = \frac{b_1}{2} \frac{r_0^3 R^3}{R^3 - r_0^3} Q_{ат}^2. \quad (5.11)$$

Теперь, подставляя выражение (5.8) в соотношение (5.7), находим напряженно-деформированное состояние пород вокруг перфорационного отверстия в случае притока жидкости

$$\begin{aligned} \sigma_r = p - p_0 - \frac{4G}{(\lambda + 2G)r^3} & \left[ \left( p_0 + \frac{B}{r_0} \right) \frac{r^3 - r_0^3}{3} - B \frac{r^2 - r_0^2}{2} \right] + \\ & + \frac{r^3 - r_0^3}{R^3 - r_0^3} \frac{R^3}{r^3} \left\{ \sigma_R - p_R + p_0 + \right. \\ & \left. + \frac{4G}{(\lambda + 2G)R^3} \left[ \left( p_0 + \frac{B}{r_0} \right) \frac{R^3 - r_0^3}{3} - B \frac{R^2 - r_0^2}{2} \right] \right\}; \quad (5.12) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_\alpha = \sigma_\varphi = \frac{\lambda}{\lambda + 2G} p - p_0 + \frac{2G}{(\lambda + 2G)r^3} & \left[ \left( p_0 + \frac{B}{r_0} \right) \frac{r^3 - r_0^3}{3} - \right. \\ & \left. - B \frac{r^2 - r_0^2}{2} \right] + \frac{r^3 + 0,5r_0^3}{R^3 - r_0^3} \frac{R^3}{r^3} \left\{ \sigma_R - p_R + p_0 + \right. \\ & \left. + \frac{4G}{(\lambda + 2G)R^3} \left[ \left( p_0 + \frac{B}{r_0} \right) \frac{R^3 - r_0^3}{3} - B \frac{R^2 - r_0^2}{2} \right] \right\}. \end{aligned}$$

Зависимости  $\sigma_r(Q), \sigma_\alpha(Q), \sigma_\varphi(Q)$  легко находятся после подстановки уравнений (5.8), (5.9) в выражения (5.7). Аналогично получаем выражения для напряжений в случае



притока газа к перфорационному отверстию. После подстановки соотношения (5.10) в выражения (5.7) имеем

$$\sigma_r = p - p_0 - \frac{4G}{(\lambda + 2G)r^2} \left[ \left( p_0 + \frac{B_1}{r_0} + \frac{C_1}{r_0^3} \right) \frac{r^2 - r_0^2}{3} - B_1 \frac{r^2 - r_0^2}{2} - C_1 \ln \frac{r}{r_0} \right] + \frac{r^2 - r_0^2}{R^2 - r_0^2} \frac{R^2}{r^2} \left\{ \sigma_R - p_R + p_0 + \frac{4G}{(\lambda + 2G)R^2} \left[ \left( p_0 + \frac{B_1}{r_0} + \frac{C_1}{r_0^3} \right) \frac{R^2 - r_0^2}{3} - B_1 \frac{R^2 - r_0^2}{2} - C_1 \ln \frac{R}{r_0} \right] \right\}; \quad (5.13)$$

$$\sigma_\alpha = \sigma_\varphi = \frac{\lambda p}{\lambda + 2G} - p_0 + \frac{2G}{(\lambda + 2G)R^2} \left[ \left( p_0 + \frac{B_1}{r_0} + \frac{C_1}{r_0^3} \right) \frac{r^2 - r_0^2}{2} - B_1 \frac{r^2 - r_0^2}{2} - C_1 \ln \frac{r}{r_0} \right] + \frac{r^2 + 0,5r_0^2}{R^2 - r_0^2} \frac{R^2}{r^2} \left\{ \sigma_R - p_R + p_0 + \frac{4G}{(\lambda + 2G)R^2} \left[ \left( p_0 + \frac{B_1}{r_0} + \frac{C_1}{r_0^3} \right) \frac{R^2 - r_0^2}{3} - B_1 \frac{R^2 - r_0^2}{2} - C_1 \ln \frac{R}{r_0} \right] \right\}$$

Соотношения  $\sigma_r(r, \bar{Q})$ ,  $\sigma_\alpha(r, Q)$  нетрудно получить после подстановки выражений (5.10), (5.11) в уравнения (5.13).

Приведенные выше соотношения полностью определяют поле пластовых давлений флюида и механических напряжений горных пород в области упругих деформаций.

Практика, однако, показывает, что с увеличением нагрузок в неоднородности поля напряжений слабосцементированные песчанники теряют свою прочность и переходят в новое состояние, при котором соотношения между напряжениями определяются критерием прочности Кулона [33, 34]:

$$\sigma_1 = 2S_0 \operatorname{tg} \alpha + \sigma_3 \operatorname{tg}^2 \alpha, \quad (5.14)$$

где  $\sigma_1$  и  $\sigma_3$  — наибольшее и наименьшее по абсолютной величине главные эффективные напряжения;  $S_0$  — прочность сдвигу;  $\alpha$  — угол разрушения,  $\alpha = 0,25 \pi + 0,5 \varnothing$ ;  $\varnothing$  — внутренний угол трения. Это состояние характеризуется линейным соотношением между главными напряжениями  $\sigma_1$  и  $\sigma_3$ . Однако с увеличением деформации прочность породы обычно снижается и постоянные  $S_0$  и  $\operatorname{tg} \alpha$  сами становятся функциями деформаций. В дальнейшем для простоты ограничимся линейным случаем и будем считать, что порода ведет себя упруго до пределов, установленных критерием Кулона. Параметры  $S_0$  и  $\operatorname{tg} \alpha$  примем постоянными, хотя их значения могут отличаться от соответствующих величин в упругой зоне.

В случае полярной симметрии полей давлений флюида и механических напряжений пород  $\sigma_r$ ,  $\sigma_\alpha$ ,  $\sigma_\varphi$  будут главными, а на по-

верхности каверны критерий Кулона примет вид

$$\sigma_{\alpha} = 2S_0 \operatorname{tg} \alpha. \quad (5.15)$$

С другой стороны, из решения уравнений теории упругости при отсутствии течения флюида имеем [42]

$$\sigma_{\alpha} = -\frac{3}{2} \frac{\mu}{1-\mu} (q - p_0); \quad (5.16)$$

при  $\mu = \frac{1}{3}$   $\sigma_{\alpha} = -\frac{3}{4} (q - p_0);$

в области близкой к пластической

$$\sigma_{\alpha} = -\frac{3}{2} (q - p_0). \quad (5.17)$$

Для консолидированных песков  $S_0 < 0,1$  МПа,  $\frac{\pi}{3} < \alpha < \frac{13}{36} \pi$

и, следовательно, правая часть уравнения (5.15) оказывается меньше 0,35 МПа и во многих случаях меньше правой части уравнения (5.6). Следовательно, зона Кулона может формироваться на своде каверны даже при отсутствии притока флюида, т. е. еще до начала работы скважины.

Для определения напряжений в этой зоне подставим критерий Кулона (5.14) в уравнения равновесия (5.2) и после интегрирования по радиусу находим

$$\sigma_r = \frac{1}{r^a} \int_{r_0}^r r^a dp(r) + \frac{b}{a} [1 - (r_0/r)^a], \quad (5.18)$$

где  $a = 2(1 - \operatorname{tg}^2 \alpha)$ ,  $b = -4S_0 \operatorname{tg} \alpha$ , т. е. при отсутствии течения в зоне Кулона имеем [42]

$$\sigma_r = \frac{b}{a} \left[ 1 - \left( \frac{r_0}{r} \right)^a \right]; \quad \sigma_{\alpha} = 2S_0 \operatorname{tg} \alpha + \sigma_r \operatorname{tg}^2 \alpha. \quad (5.19)$$

В случае притока жидкости или газа радиальные и окружные напряжения в области Кулона находим после подстановки выражения (5.8) или (5.10) в соотношение (5.18), а полученного результата в критерий Кулона (5.14).

В практике, однако, наиболее часто зона Кулона формируется на своде каверны в процессе эксплуатации, т. е. при некотором дебите скважины. В этом случае технологический режим работы скважины устанавливается после подстановки выражений (5.12) или (5.13) в условие  $\sigma_{\alpha} < 2S_0 \operatorname{tg} \alpha$ , при котором на своде каверны образуется зона течения породы [32]. Условие прочности свода каверны при этом принимает вид

$$-\frac{3}{2} \frac{\mu}{1-\mu} (q - p_R) - \frac{\mu}{1-\mu} (p_R - p_0) < 2S_0 \operatorname{tg} \alpha.$$

Нетрудно видеть, что при  $p_R = \operatorname{const}$  это условие определяет

технологический режим постоянной или падающей депрессии. В наиболее характерном случае при  $\mu = (1/3)$  критическая депрессия, очевидно, равна

$$p_R - p_0 = 4S_2 \operatorname{ig} \alpha - 1,5 (q - p_R).$$

Из последнего выражения, учитывая приведенные выше оценки для  $S_0$  и  $\alpha$ , нетрудно видеть, что для несцементированных песков эксплуатация скважины практически всегда приводит к разрушению свода перфорационной каверны и выносу песка.

### Технологический режим работы обводняющихся скважин

При эксплуатации скважин, вскрывших водоплавающую залежь, сложенную рыхлыми породами, вынос песка начинается сразу после поступления воды на забой скважины даже при очень малых депрессиях, т. е. практически независимо от изменения напряженного состояния пород призабойной зоны. В этом случае технологический режим работы скважины должен определяться из условий обводнения, а не прочностными характеристиками пород.

Для расчетов образования конусов воды необходимо решить систему уравнений фильтрации пластовых флюидов при соблюдении условий на динамической поверхности раздела газовой и жидкой фаз. Широкое распространение нашла гипотеза М. Маскета, которая указывает, что конусообразование возможно только тогда, когда на газовой фазе при подходе к нему со стороны легкой жидкости градиент давления по направлению силы тяжести не больше удельного веса тяжелой жидкости  $\gamma_2$ .

$$\left(\frac{\partial p}{\partial z}\right) \Big|_{z=h} < \gamma_2. \quad (5.20)$$

Однако этого условия, которое позволяет получить приближенное решение задач, связанных с конусообразованием, недостаточно для правильной физической трактовки получаемых решений. Соотношение (5.20) — необходимое и достаточное условие существования динамической границы раздела в виде конуса. Однако определить природу нарушения первоначальной горизонтальной границы, для которой условие (5.20) выполняется всегда при подходе к ней как снизу, так и сверху, не удастся. Можно доказать, что условие (5.20) является верхней гранью области существования конусов, а конусообразование начинается, когда хотя бы на малой части границы раздела при подходе к ней со стороны легкой жидкости  $\gamma_1$  выполняется следующее неравенство:

$$\left(\frac{\partial p}{\partial z}\right) \Big|_{z=h} > \gamma_1. \quad (5.21)$$

Очевидно, что условия (5.20) в качестве дополнения к гипотезе М. Маскета также недостаточно для решения задач конусообразования в произвольных пористых средах. Можно только утверждать, что, какова бы ни была геометрия вскрытия, режим работы

важны, фильтрационные свойства пористой среды и форма течения, градиент давления при подходе к границе раздела со стороны легкой жидкости по направлению сил тяжести ограничиваются неравенствами (5.20) и (5.21), т. е. в любой точке поверхности раздела при подходе к ней со стороны легкой жидкости справедливо

$$\gamma_1 < (\partial p / \partial z) < \gamma_2. \quad (5.22)$$

Таким образом, ограничения, накладываемые на градиент давления неравенствами (5.22), уже могут служить физически обоснованным доказательством существования конусов в пористых средах и в некоторой мере раскрывать природу их зарождения. Необходимо также учитывать, что на деформацию границы раздела и формирование конуса существенное влияние оказывает горизонтальная составляющая градиента давления и скоростей фильтрации. Для правильной физической и математической постановки и решения конкретных задач проектирования разработки залегающих залежей получены следующие общие уравнения связи между формой поверхности раздела, распределением давления, его градиента, фильтрационными свойствами пористой среды и скоростью фильтрации при отборе скважиной только одной из этих жидкостей;

$$\frac{\mu_1}{k_{1z}} W_1 - \frac{\mu_2}{k_{2z}} W_2 = (\gamma_1 - \gamma_2) \frac{\partial h}{\partial r} \left[ \sqrt{1 + (\partial h / \partial r)^2} \right] / \left[ v + (\partial h / \partial r)^2 \right];$$

$$\left. \sqrt{\left( \frac{\partial p}{\partial r} \right)^2 + v^2 \left( \frac{\partial p}{\partial z} - \gamma_1 \right)^2} \right|_{z=h} - \left. \sqrt{\left( \frac{\partial p}{\partial r} \right)^2 + v^2 \left( \frac{\partial p}{\partial z} - \gamma_2 \right)^2} \right|_{z=h} =$$

$$= (\gamma_1 - \gamma_2) v \frac{(\partial h / \partial r) \sqrt{1 + (\partial h / \partial r)^2}}{v + (\partial h / \partial r)^2}, \quad (5.23)$$

где  $v = k_z / k_r$  — параметр анизотропии по проницаемости;  $W_1, W_2$ ,  $\gamma_1, \gamma_2, \mu_1, \mu_2$  — соответственно скорости фильтрации, плотности и вязкости легкой и тяжелой жидкостей;  $h$  — высота конуса;  $p$  — давление на границе раздела (рис. 44).

Общие условия (5.23) справедливы для любой точки динамической поверхности газовойодяного контакта, а выражения (5.20), (5.21), (5.22) являются их частными случаями.

При решении конкретных задач притока газа или нефти к скважине, вскрывающей водолавающую залежь, необходимо использовать вышеприведенные уравнения связи либо их частные случаи, допустимые упрощенной физической трактовкой. Так, для исследования задач деформации границы раздела непосредственно под скважиной, уравнение связи в окрестности вершины конуса

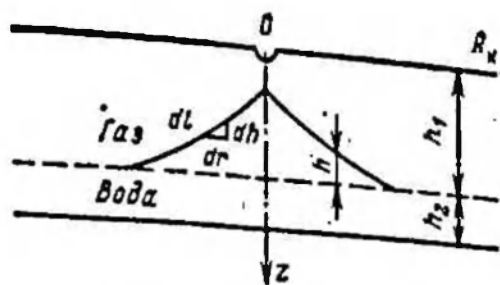


Рис. 44. Модель конуса

в первом приближении можно использовать в следующем виде:

$$\frac{\partial p}{\partial r} \Big|_{r=0} \approx 0; \quad \frac{\partial p}{\partial z} \Big|_{z=h} - \gamma_1 = \Delta \gamma \frac{(\partial h / \partial r) \sqrt{1 + (\partial h / \partial r)^2}}{v + (\partial h / \partial r)^2}. \quad (5.24)$$

Фильтрационная скорость на вершине критического конуса

$$W_1 = (\gamma_2 - \gamma_1) k_r / \mu_1. \quad (5.25)$$

Если дебит скважины будет меньше предельно допустимого, т. е. критического, то формируется конус, на вершине которого градиент давления будет меньше удельного веса тяжелой жидкости, а скорость газа будет меньше величины, определенной по уравнению (5.15), и для ее расчета предварительно необходимо найти угол раствора конуса.

Для выяснения величины безводного дебита рассмотрим изотропный пласт постоянной толщины. Допустим, что он насыщен двумя различными по плотности и вязкости жидкостями, имеющими гравитационное расслоение, а установившийся отбор легкой жидкости осуществляется скважиной с полусферическим забоем. Тогда при любом малом установившемся дебите  $\bar{Q}_1 \neq 0$  образуется конус тяжелой жидкости, вершина которого имеет вид острия, направленного к забою скважины. Градиент давления на вершине конуса при подходе к ней со стороны легкой жидкости принимает одно из значений отрезка  $[\gamma_1, \gamma_2]$ . Причем его предельными значениям соответствуют дебиты  $\bar{Q}_1 = 0$ ,  $\bar{Q}_1 = Q_{\text{кр}}$ . С другой стороны, поскольку образующая конуса в то же время является и линией тока, то скорость легкой жидкости в произвольной точке поверхности раздела  $W_1 \neq 0$ , за исключением бесконечности. Скорость тем меньше, чем дальше от оси скважины находится выбранная точка. Тогда из уравнения (5.23), связывающего скорость легкой жидкости на поверхности конуса и его форму, следует, что, начиная с некоторого расстояния  $r_1$  от оси скважины,  $\partial h / \partial r$  значительно меньше единицы. Поэтому уравнение (5.23) вдали от скважины имеет следующий вид:

$$W_1 = \frac{k_{1r}}{\mu_1} (\gamma_1 - \gamma_2) (\partial h / \partial r).$$

С другой стороны, известно, что при установившемся отборе жидкости несовершенной скважиной всегда существует такое расстояние от оси скважины  $r_2$ , начиная с которого фильтрационная скорость, взятая в любой точке пласта, отличается от средней, определенной по формуле

$$W_1 = \frac{Q_1}{2\pi r_2 h_1}.$$

на любое малое, наперед заданное число  $\epsilon$ . Следовательно, если выбрать наибольшее из расстояний  $r_1$  и  $r_2$ , начиная с которого будут справедливы оба вышеприведенных выражения, то после не-



возможных преобразований получим уравнение связи

$$Q_1 = \frac{\pi k_1 \Delta \gamma}{\mu_1} (h_1^2 - h_k^2). \quad (5.26)$$

Однако по формуле (5.26) определить истинную высоту конуса, порожденного отбором легкой жидкости, не представляется возможным. Для устранения указанной неопределенности определим скорость фильтрации на вершине конуса через эквипотенциальную поверхность  $h$ , следовательно, используя выражение для критической скорости на вершине конуса (5.25), получим

$$Q_1 = 2\pi k_{1r} h_k^2 \Delta \gamma. \quad (5.27)$$

Приравнивая дебиты, полученные по формулам (5.26) и (5.27), находим расстояние от стока до вершины конуса, а также высоту предельно допустимого критического конуса.

$$h_k = h_1 \sqrt{3}. \quad (5.28)$$

Следовательно, высота критического конуса, сформированного отбором легкой жидкости из изотропного пласта, пропорциональна только толщине и не зависит ни от радиуса сферической скважины в коллекторских свойствах пласта, ни от физических свойств жидкости. Формула для определения предельно установленного дебита получается подстановкой (5.28) в любое из уравнений (5.26) и (5.27) и в обоих случаях она будет одной и той же, а именно

$$Q = \frac{2}{3} \pi h_1^2 (\gamma_2 - \gamma_1) \frac{k_r}{\mu_1}. \quad (5.29)$$

Таким образом, из формул (5.28) и (5.29) следует, что для изотропного пласта предельно допустимый дебит не зависит от радиуса полусферического забоя скважины и остается одинаковым при малых и больших степенях вскрытия. Однако это не означает, что и критическая депрессия не зависит от степени вскрытия. Составление величин критических дебитов, рассчитанных по формуле (5.29) для различных по плотности и вязкости жидкостей, заполняющих пористый пласт, с аналогичными дебитами, вычисленными по предельным формулам типа М. Маскета для точечного стока, показывает, что по выражению (5.29) величина предельно допустимого, т. е. безводного, дебита меньше, чем по формулам М. Маскета примерно на 10%. Это же положение подтверждается в теоремой И. А. Чарного. Результаты, полученные при решении задачи конусообразования в изотропных пластах, а также изложенный выше метод позволяют определить критическую высоту конуса в равномерно-анизотропном пласте, вскрытом стоком, расположенным на его кровле, и дебит легкой жидкости, вызывающий предельно допустимый конус тяжелой жидкости. Формулы для определения критического безводного дебита и критической высоты конуса при отборе легкой жидкости из равномерно-анизо-

тропного пласта в точности совпадают с соотношениями (5.29), (5.29).

В результате исследований было установлено, что при эксплуатации пласта скважиной с малой степенью вскрытия критический безводный дебит и критическая высота конуса не зависят от параметра анизотропии, что и подтверждается эксплуатацией реальных скважин.

Выше был изложен метод и предложена расчетная формула для определения критического безводного дебита скважины с полусферическим забоем. Большинство же реальных скважин обычно имеет два характерных размера:  $h_v$  — степень вскрытия и  $r_c$  — радиус забоя скважины. В приведенных ниже формулах имеется в виду гидродинамически наибольший радиус  $r_c$  в области продуктивного пласта

$$Q_k = 2715 \mu_{гн}^{-1} k_r (\gamma_{жл} - \gamma_{гн}) h_1^2 \gamma_1 \Phi(h_v, r_c), \quad (5.30)$$

где  $\mu_{гн}$  — динамическая вязкость газа в пластовых условиях;  $k_r$  — проницаемость пласта в горизонтальном направлении;  $\gamma_{жл}$ ,  $\gamma_{гн}$  — плотности жидкости и газа в пластовых условиях;  $h_1$  — толщина гидродинамически связанного газового пласта. Функция  $\Phi(h_v, r_c)$ , определяющая влияние степени и формы вскрытия на величину критического безводного дебита, получена при решении задач о безводном дебите при вскрытии водоплавающей залежи точечным, линейным, сферическим, плоским и эллипсоидальным стоками.

Ввиду того что для всех перечисленных способов вскрытия пласта эквипотенциальные поверхности являются семейством эллипсоидов вращения и полностью характеризуются  $h_v$  и  $r_c$ , то функция  $\Phi(C)$  однозначна и применима для реальных скважин. В табл. 1 приведены значения функции  $\Phi(C) = \Phi(h_v, r_c)$  и критической высоты конуса, рассчитанные для различных соотношений радиуса скважины  $r_c$ , расстояний от кровли пласта до нижних

отверстий фильтра  $h_v$  и толщины газослоя пласта  $h_1$ . На рис. 45 по этим данным построены соответствующие кривые. Как видно из графика, критический дебит и высота конуса больше у таких скважин, в прикровельной части которых радиус больше толщины вскрытия. Другими словами, форма забоя, к которой необходимо стремиться, проводя работы по интенсификации, должна быть сплюснутой к кровле. Это необходимо достигнуть и потому, что, помимо увеличения точного безводного дебита, удлиняется и срок безводной эксплуатации скважины. Как видно из рис. 45, наиболее рациональная величина вскры-

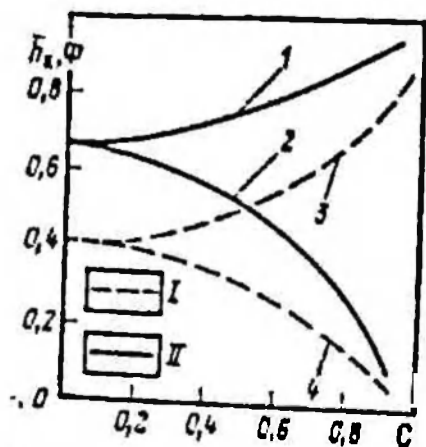


Рис. 45. Зависимость критического безводного дебита (I) и высоты конуса (II) от степени вскрытия:

1, 3 —  $r_c \geq h_v$ ; 2, 4 —  $r_c \leq h_v$

Таблица 1

N	$C = \sqrt{\frac{r_c^2 - h_b^2}{h_1^2}}$	$\Phi(C)$	$\frac{h}{h_1}$	$C = \sqrt{\frac{r_c^2 - h_b^2}{h_1^2}}$	$\Phi(C)$	$\frac{h}{h_1}$
	$\frac{h}{h_1}$					
1	0,05	0,66590	0,42201	0,05	0,668235	0,42401
2	0,10	0,66245	0,41901	0,10	0,671682	0,42701
3	0,15	0,65660	0,41401	0,15	0,67625	0,43101
4	0,20	0,64836	0,40701	0,20	0,684167	0,43801
5	0,25	0,63835	0,39863	0,25	0,693704	0,44656
6	0,30	0,625468	0,38801	0,30	0,705454	0,45728
7	0,35	0,61016	0,37563	0,35	0,71911	0,47001
8	0,40	0,5920	0,36126	0,40	0,7346	0,48482
9	0,45	0,570817	0,34488	0,45	0,751587	0,50156
10	0,50	0,54640	0,32651	0,50	0,770137	0,52056
11	0,55	0,51837	0,30601	0,55	0,79008	0,54183
12	0,60	0,486369	0,28332	0,60	0,811262	0,56556
13	0,65	0,4501	0,25845	0,65	0,833536	0,5920
14	0,70	0,40874	0,23107	0,70	0,856858	0,62166
15	0,75	0,361615	0,20101	0,75	0,880858	0,65483
16	0,80	0,30779	0,16801	0,80	0,90537	0,69238
17	0,85	0,2460	0,13170	0,85	0,930183	0,73577
18	0,90	0,175153	0,09179	0,90	0,954865	0,78755
19	0,95	0,0936	0,04795	0,95	0,978827	0,85449

тя водоплавающей залежи не должна превышать 0,5—0,55 общей толщины гидродинамически связанного пласта. Если в добывающих скважинах предусмотрены работы по интенсификации, то степень вскрытия должна быть еще меньше, поскольку в этом случае после проведения работ форма забоя будет наиболее близка к оптимальной. В качестве примера использования приведенной выше методики определим критический безводный дебит и высоту конуса для следующих исходных данных:  $k=10^{-15}$  м<sup>2</sup>;  $\gamma_{\text{пл}}=100$  кг/м<sup>3</sup>,  $\gamma_1=100$ ,  $\gamma_{2\text{пл}}=1100$  кг/м<sup>3</sup>,  $h_1=10$  м,  $\mu_{\text{пл}}=0,2 \times 10^{-4}$  Па·с, степень вскрытия  $h_b=7$  м, максимальный радиус забоя скважины  $r_c=0,5$  м. Здесь под максимальным понимается гидравлический радиус забоя после проведения операций по интенсификации. Определяем вначале коэффициент формы  $C$ , а затем по табл. 1 для найденного значения  $C$  находим высоту конуса  $h=h/h_1=0,23$  и значение функции  $\Phi(C)=0,408$ . Далее рассчитываем критический безводный дебит по формуле (5.30)  $Q_{\text{к}}=56,1$  тыс. м<sup>3</sup>/сут. Пусть теперь степень вскрытия  $h_b$  равна 2 м, а максимальный радиус забоя  $r_c=3$  м. Коэффициент формы забоя определяем по формуле

$$C = \sqrt{r_c^2 - h_b^2} / h_1 = 0,223.$$

По табл. 1 или рис. 45 для найденного значения  $C$  находим высоту

конуса  $\bar{h} = 0,439$  и значение функции  $\Phi(C) = 0,687$ . Расчетный критический безводный дебит будет равен  $Q_k = 94,46$  тыс. м<sup>3</sup>/сут.

Рассмотрим теперь определение критических депрессий и параметра анизотропии. Известно, что реальные нефтегазосодержащие коллекторы имеют, как правило, слоистое строение с различной по направлениям проницаемостью. Обычно в первом приближении можно выделить две главные проницаемости (вдоль направления и поперек). При определении критической безводной депрессии для скважин, вскрывающих равномерно-анизотропные коллекторы, необходимо знать параметр анизотропии. Формула для расчета критической безводной депрессии в этом случае имеет вид

$$p_{га} - p_a = \Delta p = 10^{-3} \frac{h_1}{3} (\gamma_{га} - \gamma_{лв}) \left( \frac{1}{R_c} - \frac{1}{1 - \bar{h}_k} \right) \times \\ \times \sqrt{\frac{k_r}{k_z} + 10^{-3} h_1 (\gamma_1 - \gamma_2) \bar{h}_k} \quad (5.31)$$

где  $\gamma_2, \gamma_1$  — соответственно плотности жидкости и газа;  $h_1$  — толщина газового пласта;  $\bar{h}_k$  — безразмерная высота конуса для известных  $h_1, h_2, r_c, \bar{h}_k$  — определяют из табл. 1 или рис. 45;  $k_r$  и  $k_z$  — соответственно горизонтальная и вертикальная проницаемости газового пласта; параметр анизотропии  $k_r/k_z$  определяется по данным лабораторных исследований керна;

$$R_c = \sqrt{(h_2^2 + r_c^2)/h_1^2} \text{ при } h_2 \gg r_c.$$

При газогидродинамических исследованиях разведочных скважин иногда удастся зафиксировать депрессию, при которой подошвенная вода прорвалась на забой скважины. В этом случае параметр анизотропии можно определить, обрабатывая результаты газогидродинамических исследований скважин и используя следующую формулу:

$$\frac{k_r}{k_z} = \left( 1 - \frac{\Delta p_1 - \Delta p_2}{\Delta p_1 - 10^{-3} \Delta \gamma h_1 \bar{h}_k} \right)^2 \quad (5.32)$$

где  $\Delta p_1$  — депрессия, рассчитанная по формуле (5.31), в которой необходимо принять  $k_r/k_z = 1$ ;  $\Delta p_2$  — фактическая депрессия, при которой подошвенная вода прорвалась на забой скважины.

Определить параметр  $k_r/k_z$ , используя формулу (5.32), очевидно, нетрудно, однако для получения исходной информации, в частности истинной геометрии вскрытия, требуется провести значительный объем работ. Особенно это сложно для тех скважин, в которых проводилась интенсификация притока. В этом случае появление дополнительных вертикальных и наклонных трещин вблизи скважины и учет их может дать значительное расхождение определенной и фактической анизотропии пласта. Однако знание фактического дебита позволяет хотя бы приближенно определить проницаемость по направлениям, т. е.  $k_r$  и  $k_z$ , что имеет

очень большое значение для правильной эксплуатации водоплавающей залежи. В качестве примера определим критическую безводную депрессию и параметр анизотропии для эксплуатационной скважины, вскрывшей водоплавающую залежь. Вначале по приведенным выше исходным данным для  $h_1, h_2, r_c, \gamma_{пл}, \gamma_{газ}, h_k$  определим  $R_0 = \sqrt{h_2^2 + r_c^2} / h_1 = 0,702$ . Далее рассчитываем безводную депрессию по формуле (5.31), предполагая, что газоносный пласт является изотропным по проницаемости. В результате несложных вычислений получаем  $\Delta p = 2,719 \times 10^{-2}$  МПа. Фактическая депрессия, при которой была замечена вода в скважине, равна  $6,7 \times 10^{-2}$  МПа. Следовательно, подставляя полученные значения в формулу (5.32), находим параметр анизотропии  $k_r/k_z = 121$ .

В случае уже обводнившихся скважин для правильного выбора их технологического режима и прогнозирования продуктивности необходимо иметь решение задачи, описывающей отбор двух жидкостей, различных по плотности. Формула совместного притока к скважине двух жидкостей одинаковой плотности была получена многими авторами в виде

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{\mu_2 k_1 h_1}{\mu_1 k_2 h_2} \quad (5.33)$$

Для проектирования работы реальных скважин формулу (5.33) можно использовать как асимптотически предельную для тех случаев, режимов и областей, в которых отношение предельно допустимого безводного дебита к дебиту легкой жидкости или газа при совместном отборе много меньше единицы и точность такого приближения эквивалентна этому отношению. Однако в любом случае необходимо иметь точное решение, полученное авторами для случая установившегося отбора несовершенной скважиной двух жидкостей с различными плотностью и вязкостью, в виде

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{\mu_1 h_2 k_2}{\mu_2 h_1 k_1} \left( 1 - \frac{Q_{1k}}{Q_1} \right), \quad (5.34)$$

где  $Q_2$  и  $Q_1$  — соответственно дебиты воды и легкой жидкости или газа, рассчитанные для пластовых условий;  $\mu_2$  и  $\mu_1$  — вязкости воды и газа;  $h_2$  и  $h_1$  — толщины, запятые водой и газом;  $k_2$  и  $k_1$  — фазовые проницаемости для воды и газа;  $Q_{1k}$  — критический безводный дебит, который определяется по результатам испытания скважин или расчетным путем по формуле (5.30). Необходимо помнить, что размерность в выражении (5.30) для дебита в тыс. м<sup>3</sup>/сут.

Однако в практике разработки недостаточно использовать одну формулу (5.34), так как необходимо совместное прогнозирование рабочей депрессии на пласт и процентного содержания флюида в продукции скважины при этой депрессии. Связь между этими параметрами можно найти, используя формулу (5.34) и известное соотношение для дебитов, справедливое при отборе несовершенной скважиной однородной несжимаемой ньютоновской жидкости.



Кроме того, оказалось необходимым вывести следующие расчетные формулы, а именно:

связь между дебитом легкой жидкости или газа и воды

$$Q_2 = 10^3 \frac{\bar{\beta} \bar{\gamma}_{2п}}{\bar{\gamma}_{1п}} (Q_1 - Q_{1к}), \quad (5.35)$$

формула притока легкой жидкости или газа

$$\Delta p = \frac{\Delta p_k}{Q_{1к}} \left( 1 + 10^3 \frac{\bar{\beta} \bar{\gamma}_{2п}}{\bar{\gamma}_{1п}} \right) Q_1 - \Delta p_k 10^3 \frac{\bar{\beta} \bar{\gamma}_{2п}}{\bar{\gamma}_{1п}}, \quad (5.36)$$

формула притока тяжелой жидкости

$$\Delta p = \frac{\Delta p_k}{Q_{1к}} \left( 1 + \frac{\bar{\gamma}_{1п}}{10^3 \bar{\beta} \bar{\gamma}_{2п}} \right) Q_2 + \Delta p_k. \quad (5.37)$$

зависимость газовой фактора от депрессии

$$\frac{Q_2}{Q_1} = 10^3 \bar{\beta} \bar{\gamma}_{2п} \frac{\Delta p - \Delta p_k}{10^3 \bar{\beta} \bar{\gamma}_{1п} + \bar{\gamma}_{1п} \Delta p}. \quad (5.38)$$

В формулах (5.35) — (5.38):  $\bar{\beta} = (\mu_1 \bar{h}_2 \bar{k}_2) / (\mu_2 \bar{h}_1 \bar{k}_1)$ ;  $\bar{\gamma}_{2п} = \gamma_{2п} / \gamma_{2с}$ ;  $\bar{\gamma}_{1п} = \gamma_{1п} / \gamma_{1с}$ ;  $\gamma_{1п}$ ;  $\gamma_{1с}$  — соответственно плотности жидкостей при пластовых и стандартных условиях;  $Q_1$  — дебит легкой жидкости или газа;  $Q_2$  — дебит тяжелой жидкости;  $Q_{1к}$ ,  $\Delta p_k$  — соответственно критические безводные дебит и депрессия, рассчитанные по формулам (5.30) и (5.31), либо определенные по результатам испытания обводнившихся скважин.

Очевидно, что определение истинных уравнений притока флюидов и прогноз степени обводнения продукции реальных добывающих скважин по формулам (5.30), (5.31), (5.35) — (5.37) будут достоверны в том случае, если предварительно изучены и установлены истинные фильтрационные свойства пласта, физико-химические свойства насыщающих пласт жидкостей, степень и характер вскрытия пласта и его истощение в процессе разработки. Один из методов определения фильтрационных свойств пласта по результатам исследования скважин, начинающих обводняться, изложен выше. Однако при длительном отборе обеих жидкостей толщины пласта, заполненные каждой из них, меняются. Для определения истинного значения  $h_1$ , входящего в формулы по определению критического дебита, критической депрессии и  $\beta$ , необходимы новые данные гидродинамических исследований скважин и методика их обработки и интерпретации. Предложенные выше аналитические методы определения степени обводненности пластов в основном базируются на формуле (5.33), точной при отборе жидкостей, одинаковых по плотности, и весьма приближенной для реальных жидкостей, особенно мала точность при добыче газа с водой. Поэтому для обработки результатов исследований скважин, дающих продукцию различной плотности, ранее рекомендовалось проводить исследования на значительных депрессиях, при которых рас-

четы по формуле (5.33) пмеют сравнительно малую погрешность. Однако выполнить эту рекомендацию исследователям скважин удается не всегда, поскольку допустимая депрессия сама зависит от неизвестной степени обводнения пласта и в некоторых случаях из-за ее большой величины не может быть реализована по технологическим причинам. Найденные точные решения позволяют устранить эти недостатки и предложить более совершенную интерпретацию результатов исследования, справедливую для любых рабочих депрессий, дебитов и степеней обводнения добывающих скважин. При определении фильтрационных свойств пласта, насыщенного однородной жидкостью, проводятся хорошо зарекомендовавшие себя стандартные исследования скважин, при которых замеряются дебиты и устьевые давления.

Определим степень истощения призабойной зоны скважины, вскрывающей водоплавающий пласт, используя при этом лишь данные стандартных исследований скважин, дающих обводненную продукцию. При использовании соотношений (5.30) и (5.35) на первом этапе можно не рассчитывать забойное давление, а измерить лишь суммарный дебит жидкости и газа, а затем разделить его на составляющие. Записав формулу (5.35) в виде  $Q_2 = \beta^*(Q_1 - Q_{1к})$ , видим, что связь между дебитами легкой и тяжелой жидкостей при установившемся отборе будет линейной. Следовательно, при исследовании обводненной скважины в целях срезделения фильтрационных параметров и степени истощения пласта в окрестности скважины достаточно провести несколько, например 5—6, установившихся режимов отбора и на каждом из них замерить дебиты легкой и тяжелой жидкостей для систем газ—вода или газ—конденсат. Нанесем фактические полученные значения  $Q_2$  и  $Q_1$  на координатную сетку  $Q_2 = f(Q_1)$ . Проводя через точки прямую, легко найдем тангенс угла наклона ее к оси абсцисс и точку пересечения, определяющие собой соответственно значение  $\beta^*$  и величину критического дебита, зная которые, из формулы (5.30) определим  $k_1 h_1 / \mu_1$  и  $k_2 h_2 / \mu_2$ , а следовательно, при известных  $k_i$  и  $\mu_i$  — положение контакта газ—вода. Для газоконденсатной или газонефтяной залежи при известных на каждом режиме депрессиях можно получить уравнение притока типа (5.36) и (5.37). На рис. 46 приведены результаты промысловых исследований на малой сепарационной установке скв. 9 и 49 месторождения Газли. Данные исследований в координатах  $Q_2$  —  $Q_1$  хорошо согласуются с прямыми, а точки пересечения их с осью абсцисс позволяют определить критические безводные дебиты для скв. 9  $Q_{1к} = 101$  тыс. м<sup>3</sup>/сут и для скв. 49  $Q_{1к} = 68$  тыс. м<sup>3</sup>/сут. Определив тангенсы углов наклона прямых к оси абсцисс, находим гидропроводности для воды, которые составляют соответственно

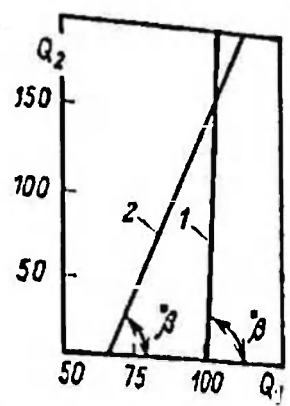


Рис. 46. Результаты обработки промысловых исследований:  
1 — скв. 9; 2 — скв. 49

62 и 9 % от гидропроводности для газа. Обработка и сопоставление результатов исследований скв. 9 и 49 показывают, что хотя безводный дебит для скв. 9 больше, чем для скв. 49, однако степень обводненности газового пласта в зоне дренирования скв. 9 больше, чем в зоне скв. 49.

Приведенные выше формулы для определения критического безводного дебита учитывали в основном только гидродинамику пласта и призабойной зоны скважины. Однако дебит, обеспечивающий установившийся вынос жидкости с забоя газовых скважин на поверхность, определяется и потерями на трение в НКТ. Эти величины могут быть различны и определять собой разную трактовку результатов исследований скважин и способы их рациональной эксплуатации. Исходя из этого критический безводный дебит должен рассматриваться в комплексе с минимальным дебитом выноса. Формула для определения минимального дебита, обеспечивающего установившийся вынос жидкости из скважины, имеет вид

$$Q_{\min} = 0,123D^3 \frac{\sigma p_3^2 (29,27T_y z \gamma_2 - 10^4 p_3 \bar{\gamma}_1)}{z^2 T_y^3 \bar{\gamma}_1^2} \quad (5.39)$$

где  $Q_{\min}$  — минимальный допустимый дебит скважины;  $D$  — диаметр насосно-компрессорных труб;  $\sigma$  — коэффициент поверхностного натяжения;  $p_3$  — давление в рассматриваемом сечении;  $T_y$  — устьевая температура;  $z$  — коэффициент сверхсжимаемости при  $p_3$  и  $T_y$ ;  $\gamma_2$  — плотность жидкости;  $\bar{\gamma}_1$  — относительная плотность газа по воздуху. При работе скважины по затрубному пространству необходимо в формуле (5.39) вместо диаметра насосно-компрессорных труб брать  $D^2 = D_n^2 - D_{\text{нкТ}}^2$ , где  $D_n$  — внутренний диаметр колонны;  $D_{\text{нкТ}}$  — внешний диаметр насосно-компрессорных труб.

В качестве примера определим минимальный дебит газа для выноса воды из скв. 9 и 49 месторождения Газли. Скважины работали по затрубному пространству при следующих исходных данных.

1. Скв. 9:  $D_n = 0,127$  м,  $D_{\text{нкТ}} = 0,073$  м,  $D = 0,062$  м,  $\sigma = 0,07$  Н/м,  $T_y = 303$  К,  $p_3 = 1,9$  МПа,  $\bar{\gamma}_1 = 0,575$ ,  $\gamma_2 = 1100$  кг/м<sup>3</sup>,  $z = 0,95$ , по формуле (5.39) находим  $Q_{\min} = 54,9$  тыс. м<sup>3</sup>/сут.

2. Скв. 49:  $D_n = 0,152$  м,  $D_{\text{нкТ}} = 0,073$  м,  $\sigma = 0,07$  Н/м,  $T_y = 308$  К,  $\bar{\gamma}_1 = 0,575$ ,  $\gamma_2 = 1100$  кг/м<sup>3</sup>,  $z = 0,95$ ,  $p_3 = 1,6$  МПа в соответствии с формулой (5.39) имеем  $Q_{\min} = 82,6$  тыс. м<sup>3</sup>/сут.

3. При работе скважины по насосно-компрессорным трубам  $D = 0,062$  м,  $Q_{\min} = 19,6$  тыс. м<sup>3</sup>/сут.

Сравнивая критические безводные дебиты, определенные ранее, т. е. 101 и 68 тыс. м<sup>3</sup>/сут, и минимальные дебиты для установившегося выноса воды из скважин, видим, что в обеих скважинах критические безводные дебиты больше, чем дебиты, необходимые для выноса воды при работе скважин по затрубному пространству или только по трубам. Однако при совместной работе скважин по трубам и затрубному пространству критические безводные дебиты будут меньше, чем минимальные дебиты выноса. Поэтому при та-

том режиме эксплуатации скважин истощения. Газли необходимо устанавливать рабочие депрессии меньше критических безводных величин, так как в стволе скважин будет находиться жидкость и эксплуатация будет возможной только с периодической продувкой через насосно-компрессорные трубы.

Для оперативного выбора оптимального диаметра насосно-компрессорных труб и режима эксплуатации скважин, вскрывающих обводняющиеся пласты, удобно пользоваться номограммой, построенной по формуле (5.39) и приведенной на рис. 47. Для каждой конкретной скважины с помощью номограммы можно определить диаметр лифтовых труб, обеспечивающих на рабочем режиме удаление воды из скважины, а для скважин с установленными лифтовыми трубами определить необходимые рабочие депрессии и дебиты. При использовании номограммы достаточно знать коэффициенты фильтрационных сопротивлений в дarcy-формуле притока к скважине в пластовое давление.

Наносим на номограмму индикаторную кривую  $p=f(p_{пл}, a, b, Q)$ . Точка пересечения прямой  $p=p_3$  с индикаторной кривой указывает, что все диаметры лифтовых труб, которые окажутся ниже этой точки, удовлетворяют условию удаления воды при работе скважины на режиме  $p_3$  — рабочее. Пусть, к примеру, пластовое давление равно 20,0 МПа, коэффициенты продуктивности скв. 1 равны  $a=69$ ,  $b=0,15$ , а для скв. 2  $a=11,6$ ,  $b=0,025$ . На забое скважины имеется вода при рабочей депрессии 5,0 МПа. Следовательно, точки пересечения  $p=0,15$  МПа и индикаторной линии на рис. 47 показывают, что диаметр насосно-компрессорных труб для скв. 1 должен быть не более 0,1 м, а для скв. 2, учитывая стандарты, — 0,154 м и меньше. Для оптимального проектирования разработки водоносной залежи и выбора оптимального технологического режима работы добывающих скважин важное значение имеют задачи прогнозирования в процессе эксплуатации скважин изменения критической безводной депрессии, а также оценка извлекаемых запасов газа в области дренажа обводняющейся скважины. Формула для расчета текущих запасов газа в области дренажа скважины выводится из уравнения материального баланса, динамической связи между дебитами воды и газа и результатов исследования скважины:

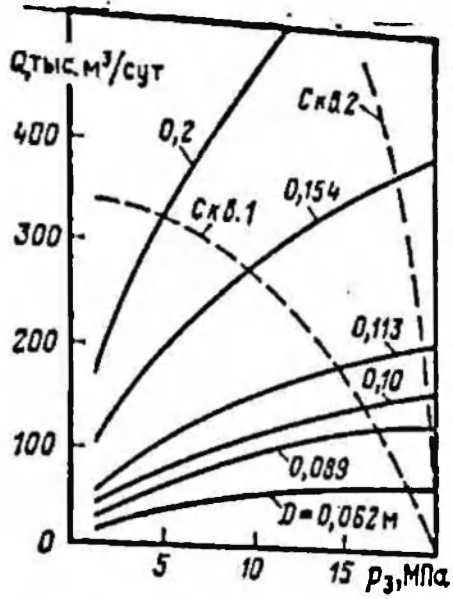


Рис. 47. Номограмма минимальных дебитов газа для удаления жидкости из скважин

$$\bar{Q}_{ост} = \bar{Q}_{доб} \frac{p_T(z_0/z_T)}{1 + \beta \frac{k_1 \mu_2}{k_2 \mu_1} \frac{z_0}{z_T}}; \quad h_{1T} = \frac{H_0 \cdot \bar{Q}_{ост}}{p_T(z_0/z_T)} \quad (5.40)$$



где  $\bar{Q}_{ост} = (Q_{ост}/Q_{зап})$ ;  $Q_{доб} = (Q_{доб}/Q_{зап})$  — соответственно оставшиеся запасы газа и объемы добытого газа;  $\bar{p}_r = p_r/p_0$  — отношение текущего давления к начальному;  $z_0, z_r$  — начальный и текущий коэффициенты сверхсжимаемости;  $k_1, k_2$  — фазовые проницаемости для газа и жидкости;  $\mu_1, \mu_2$  — вязкости газа и жидкости в пластовых условиях;  $\beta = \Delta Q_2/\Delta Q_1$  определяется по результатам исследований скважин с замером дебитов воды и газа;  $H_0$  — начальная газонасыщенная толщина;  $h_{1r}$  — текущая газонасыщенная толщина.

Формулы для определения и прогнозирования текущих безводных дебитов и критической депрессии получаются, если в вышеприведенные формулы вместо  $h_1$  подставить выражение для текущей газонасыщенной толщины (5.40), а значение функции, характеризующей вскрытие пласта, вычисляется по табл. 1 исходя из новой газонасыщенной толщины и степени вскрытия пласта. В заключение выпишем формулы для определения текущей критической безводной депрессии и безводного дебита:

$$\Delta p = 10^{-4} \frac{\bar{p}_r \bar{Q}_{ост}}{3 \bar{p}_r (z_0/z_r)} (\gamma_{zn} - \gamma_{1n}) \left[ \left( \frac{1}{\bar{k}_{ст}} - \frac{1}{1 - \bar{h}_{ст}} \right) \sqrt{\frac{k_r}{k_2} + \bar{h}_{ст}} \right]; \quad (5.41)$$

$$Q_{1n} = 2710 \frac{k_1 \gamma_{1n} H_0^2 \bar{Q}_{ост}^2}{\mu_{1r} \bar{p}_r^2 z_0^2} \Phi(\bar{h}_{ст} r_c).$$

Приведенные выше формулы можно использовать при проектировании разработки и обосновании технологического режима работы скважин, вскрывающих водоплавающие залежи, а также залежи с нефтяными оторочками [2].

### Пробкообразование и ремонтно-восстановительные работы

Во многих случаях вынос песка и пробкообразование — основные причины аварийного состояния скважины, для ликвидации которого требуется проведение ремонтно-восстановительных работ. Главная задача этих работ состоит в ликвидации песчаных пробок и восстановлении начальной проницаемости призабойной зоны. Удаляют песчаные пробки обычно с помощью желонки, промывочной жидкостью или продувкой сжатым газом.

Очистка с помощью желонки применяется в основном в глубоких скважинах с низким пластовым давлением и высокой проницаемостью призабойной зоны пласта. В случае плотных пробок этот метод используется после предварительного разрыхления пробки посредством тяжелой штанги длиной 5—6 м с острым концом. Наиболее часто применяются желонки трех типов, а именно: простая, поршневая и автоматическая. Очистка скважины от песчаных пробок промывочной жидкостью заключается в размыве и выносе пробки на поверхность специальной промывочной жидкостью. На практике обычно применяют прямой, обратный и ком-



Сниженный способ промывки. При прямом способе промывочную жидкость закачивают в промывочную трубу, а промытый песок выносится по кольцевому пространству между промывочной трубой и эксплуатационной колонной. Обратный способ предусматривает нагнетание жидкости в кольцевое пространство и вынос песка по промывочной трубе. При комбинированном способе размыв пробки осуществляется так же, как и при прямой промывке, а песок выносится, как при обратной промывке.

Значительный недостаток прямой промывки — низкая скорость восходящей струи жидкости, которая при больших диаметрах эксплуатационной колонны часто не обеспечивает выноса крупных частиц песка на поверхность. Недостатком обратной промывки является небольшая скорость нисходящей струи, которая может оказаться недостаточной для размыва пробки, поэтому обратную промывку нельзя применять для размыва очень плотных пробок. Однако по сравнению с прямой промывкой этот способ имеет ряд преимуществ, а именно: более высокая по сравнению с прямой промывкой скорость восходящего потока, что создает благоприятные условия для выноса крупных частей песка на поверхность, и значительное уменьшение возможности прихвата труб. Комбинированный способ сочетает преимущества прямой и обратной промывки, так как для размыва пробки жидкость вначале закачивают в промывочные трубы, а затем переключением кранов на устье скважины — в кольцевое пространство.

Для ликвидации песчаных пробок используется также закачка различных газообразных агентов, в том числе природного газа, воздуха, азота, двуокиси азота. Для условий газового промысла наиболее доступно и экономически выгодно применение выхлопных газов двигателей внутреннего сгорания, которые в избытке вырабатываются приводными двигателями компрессорных установок, используемых при ремонтных работах на скважинах.

СевКавНИИгазом разработана технология ликвидации песчаных пробок продувкой забоя выхлопными газами двигателей внутреннего сгорания [19]. Принципиальное отличие этой технологии от известных состоит в том, что вместо жидкостного циркулирующего агента применяется газообразный, что позволяет сохранить начальную проницаемость призабойной зоны пласта-коллектора, обеспечивает возможность проведения повторного вскрытия пласта в условиях действующей скважины и способствует более глубокой очистке призабойной зоны. В соответствии с описываемой технологией перед проведением работ по ликвидации песчаной пробки скважину глушат трехфазной пеной и спускают в нее насосно-компрессорные трубы со специальной коронкой для разрушения песчаной пробки и обратным клапаном. На крестовину фонтанной арматуры монтируется устьевой вращающийся герметизатор конструкции СевКавНИИгаза. Межтрубное пространство скважины обвязывается выкидной линией с манометром и быстросменным штуцером, а также аварийной линией для подсоединения агрегата ЦА-320 или насоса 9МГр. Используемые для ликвидации

песчаной пробки выхлопные газы дизеля В-2, температура которых на выхлопах равна 450 °С, поступают в бак охлаждения и очистки, где они освобождаются от сажи и паров воды и охлаждаются до температуры 30—40 °С, а затем направляются на прием двух компрессоров УКП-80. Количество выхлопных газов работающего на номинальном режиме дизеля В-2 достаточно для обеспечения работы четырех компрессоров УКП-80. После компримирования выхлопные газы по нагнетательному трубопроводу при открытом кране подаются через нагнетательный шланг и вертикально в колонну насосно-компрессорных труб и через отверстие в коронке поступают на забой скважины. Песок с потоком циркулирующего агента по межтрубному пространству поднимается к устью скважины, где по выкидной линии выносятся на поверхность.

Давление выхлопных газов в скважине регулируется быстросменным штуцером и контролируется манометром. Диаметр штуцера на выкидной линии подбирается таким образом, чтобы при истечении через него технологически необходимого расхода выхлопных газов в межтрубном пространстве создавалось давление, равное статическому устьевому давлению для данной скважины, что позволяет уравновесить забойное и пластовое давление и предотвратить приток газа из пласта [19].

Расход выхлопных газов при ликвидации песчаных пробок продувкой забоя выхлопными газами определяется скоростью восходящего потока в межтрубном пространстве, необходимой для подъема частиц песка. Скорость восходящего потока газообразного агента в скважине

$$v = v_{кр} + v_{из} \quad (5.42)$$

где  $v$  — полная скорость восходящего потока;  $v_{кр}$  — критическая скорость, обеспечивающая невесомость частицы шлама в восходящем потоке;  $v_{из}$  — избыточная скорость потока, обеспечивающая подъем частицы шлама на поверхность. Критическая скорость частицы [19]

$$v_{кр} = C \sqrt{d_p \left( \frac{\rho_p}{\rho} - 1 \right)} \quad (5.43)$$

где  $C$  — коэффициент, зависящий от формы частиц шлама;  $d_p$  — расчетный диаметр частицы шлама, м;  $\rho_p$  — плотность частицы шлама, кг/м<sup>3</sup>;  $\rho$  — плотность газообразного агента, кг/м<sup>3</sup>. Плотность газа в забойных условиях

$$\rho_z = \rho_n \frac{p_n T_z}{p_z T_n} = 2986,7 \frac{p_n p_z}{T_z} \quad (5.44)$$

где  $\rho_z$ ,  $\rho_n$  — плотность газообразного агента в забойных и нормальных условиях соответственно, кг/м<sup>3</sup>;  $p$ ,  $p_n$  — давление газообразного агента в забойных и нормальных условиях соответственно, МПа;  $T$ ,  $T_n$  — температура газообразного агента в забойных и нормальных условиях соответственно, К;  $z$  — коэффициент сверх-

сжимаемости газообразного агента при  $p$  и  $T$ . Критическая скорость газообразного агента в забойных условиях определяется с учетом (5.44) по формуле

$$v_{кр} = C \sqrt{d_в \left( \frac{p_в T_z}{2986,7 p} - 1 \right)}. \quad (5.45)$$

Полную скорость восходящего потока газообразного агента у башмака бурильных труб можно определить, принимая избыточную скорость, например равной 3 м/с, в соответствии с формулой (5.42). Технологически необходимый расход газа

$$Q = v \frac{\pi}{4} (\bar{D}^2 - d_в^2), \quad (5.46)$$

где  $Q$  — расход газа, м<sup>3</sup>/с;  $\bar{D}$  — диаметр скважины, м;  $d_в$  — наружный диаметр бурильных труб, м. Теперь для расчета числа компрессорных станций определенный по формуле (5.46) расход газообразного агента необходимо привести к нормальным условиям по формуле

$$Q_n = Q_з \frac{p_з}{p_n} = Q_з 2986,7 \frac{p_з}{T_z}, \quad (5.47)$$

где  $Q_з$ ,  $Q_n$  — расход газообразного агента в забойных и нормальных условиях соответственно, м<sup>3</sup>/с.

Приведенная выше методика расчетов необходимых расходов газообразных агентов для удаления песчаных пробок была апробирована на газовых скважинах Северо-Ставропольского месторождения для всех типов эксплуатационных колонн.

СРЕДСТВА И МЕТОДЫ БОРЬБЫ С ВЫНОСОМ ПЕСКА

В практике добычи нефти и газа применяются различные средства и методы борьбы с выносом песка, включая механические и химические методы укрепления песка путем установки различного вида фильтров и закачки химических реагентов. На рис. 48 пред-

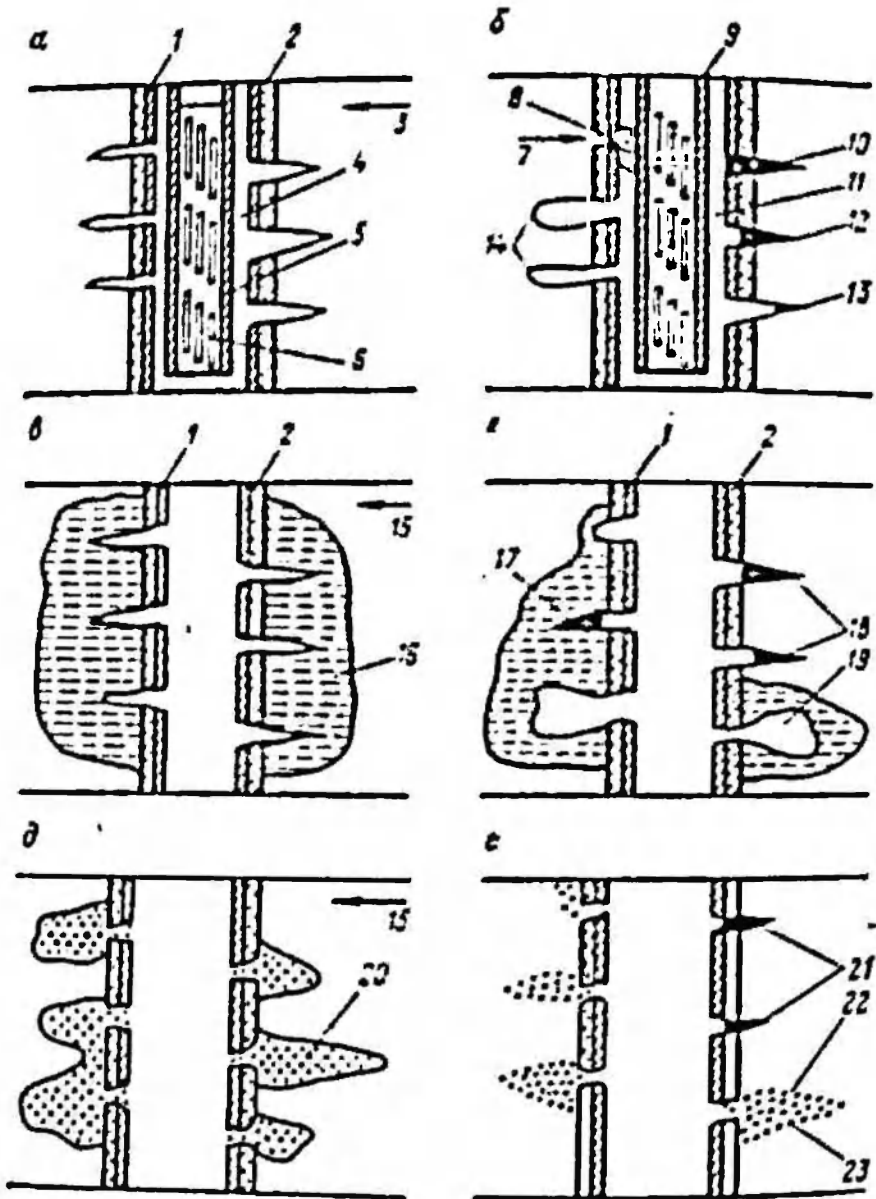


Рис. 48. Принципиальные схемы борьбы с выносом песка:

1 — обсадная колонна; 2 — цементный камень; 3 — мелкозернистый песок; 4 — гравий или крупнозернистый песок; 5 — щелевой фильтр; 6 — прорези или щели; 7 — перфорационное отверстие, забитое песком; 8 — пластовый песок; 9 — щелевой фильтр; 10 — каналы, забитые обломками перфорации; 11 — гравийная набивка; 12 — каналы, забитые глиной из бурового раствора; 13 — канал, конец которого забит пластовым песком; 14 — рабочие каналы; 15 — выщелоченный песок; 16 — пластовый песок, закрепленный химическим путем; 17 — канал, частично забитый во время обработки; 18 — забитые перфорационные каналы; 19 — работающая зона; 20 — предварительно приготовленный крупнозернистый песок; 21 — забитые каналы; 22 — высокопроницаемый песчаный фильтр; 23 — низкопроницаемая корка на поверхности фильтра

ставлены принципиальные схемы борьбы с выносом песка путем установки щелевых фильтров (а, б), закачки химических реагентов (в, г). Причем случаи (д, е) соответствуют исходному состоянию забоя.

Ниже приводится подробное описание указанных выше методов и средств борьбы с выносом песка из скважины.

### Установка блочных скважинных фильтров

Как было отмечено выше, к блочным скважинным фильтрам относятся проволочные, щелевые, подвесные гравийные, металло-керамические, многослойные песчаные и другие фильтры, спускаемые в виде блоков в скважину [20].

Проволочные, щелевые, подвесные гравийные фильтры — наиболее доступные и простые средства механической защиты скважины от выноса песка [21]. Самыми дешевыми из них являются щелевые фильтры, представляющие собой трубу с горизонтальными или вертикальными прорезями (щелями). Ширина щелей выбирается на основании результатов итогового анализа выносимого песка и должна быть вдвое больше диаметра самих зерен, составляющих 10 % (по массе) от всего количества песка. Фильтры с горизонтальным расположением щелей хорошо сопротивляются радиальным деформациям, возникающим при захвате их ловильными инструментами для извлечения на поверхность, но они недостаточно прочны при действии растягивающих вертикальных нагрузок и поперечном изгибе.

Щелевые фильтры, несмотря на дешевизну, получили ограниченное применение вследствие малой выходной площади и подвержены коррозии или эрозии, так как изготавливаются обычно из низкоуглеродистой стали. В этом отношении большими преимуществами обладают проволочные фильтры, в которых проволока наматывается непосредственно на перфорированную трубу, желобчатый корпус или подкладные ребра. При намотке на трубу проволока укладывается по предварительно нарезанным канавкам в виде резьбы. Проволока для фильтров снабжается утолщениями для фиксации зазоров между витками. Она наматывается на трубу под натягом и крепится сварным швом вдоль ее оси для предупреждения разматывания при разрыве проволоки. Проволока обычно изготавливается из наиболее прочного материала, который хорошо противостоит коррозионному и абразивному изнашиванию.

Проволочные фильтры с желобковым и ребристым корпусом изготавливаются без намоточных канавок, что позволяет использовать более тонкую проволоку. Иногда проволока приваривается контактной сваркой к каждому ребру в точках пересечения ее с ребрами. Благодаря применению контактной сварки, фильтр остается неповрежденным, даже если проволока частично срезается во время спуско-подъемных операций или подвергается эрозии.



Проволочные фильтры обладают гораздо большей фильтрационной поверхностью по сравнению с щелевыми, однако имеют большую толщину стенок, что уменьшает внутренний диаметр фильтра и служит причиной серьезных осложнений при ремонтных работах.

Применение подвесных гравийных фильтров также оказалось очень ограниченным вследствие закупорки фильтров глинистой коркой, оставшейся на стенках забоя после бурения. Для предотвращения этих осложнений в работе фильтра необходимо применять специальные жидкости для вскрытия пласта и удалять их остатки растворителем. Подвесные фильтры с набивкой из гравия обладают невысокой прочностью и легко разрушаются при обвалах, опливанни и других нарушениях забоя. Конструктивно подвесной гравийный фильтр состоит из внешнего и внутреннего щелевых каркасов и гравийной набивки, заполняющей пространство между ними. Наличие металлических каркасов осложняет работы по извлечению фильтра в случае выхода из строя, а несвязность структуры гравийной набивки приводит к переупаковке зерен гравия и значительному ухудшению фильтрационных свойств набивки. Кроме того, наличие алевритного материала в продуктивном пласте вызывает быструю кольматацию щелей фильтра.

Щелевые, проволочные и подвесные гравийные фильтры монтируются на конце насосно-компрессорных труб и устанавливаются напротив перфорированного участка обсадной колонны.

Общий недостаток описанных выше фильтров — снижение продуктивности скважины и сложность извлечения фильтров на поверхность. Кроме того, как свидетельствует опыт эксплуатации, фильтры с проволочной и сетчатой оплеткой имеют низкий коэффициент улавливания, а подвесные гравийные фильтры — высокие фильтрационные сопротивления.

Одним из перспективных методов борьбы с выносом песка является применение металлокерамических фильтров, которые получают методами порошковой металлургии и обладают способностью задерживать твердые частицы любого наперед заданного размера. Металлокерамические фильтры отличаются высокой прочностью и коррозионнотойкостью, а также способны выдерживать значительные перепады давлений и температур. В процессе эксплуатации их свойства, как впрочем и любых других фильтров, снижаются, однако при проведении обратной промывки они восстанавливаются почти до начального уровня.

Металлокерамические фильтры для газовых скважин собираются из отдельных секций, каждая из которых состоит из перфорированной трубы и металлокерамического элемента с зазором между ними около 5 мм с каждой стороны. Для сохранения этого зазора через каждые четыре металлокерамических элемента устанавливаются центрирующие кольца, которые одновременно служат и направляющими, так как центрируют фильтр в стволе скважины и предохраняют фильтрующие элементы от разрушения при спуске фильтра в скважину. Спуск фильтра в скважину осуществляют с

с помощью насосно-компрессорных труб или специального пакера со свинцовым или резиновым кольцом для предотвращения поступления песка выше фильтровой зоны. Металлокерамические фильтры изготавливаются путем прессования металлического порошка в стальных прессформах, имеющих форму фильтрующих элементов, с последующим спеканием в печах при высокой температуре.

Для получения порошка с частицами сферической формы расплавленный металл разбрызгивается с помощью струи сжатого воздуха или воды. Для распыления жидкого металла используется специальная установка, основные элементы которой — металлоприемник, распылительная форсунка, камера распыления и сборник порошка. Применение воды для распыления жидкого металла позволяет получать порошок, содержащий частицы исключительно правильной сферической формы без окисной пленки на поверхности. Для получения порошков с очень мелкими частицами, около 0,01—10 мкм, используется реакция взаимодействия окиси углерода и металла с образованием карбонила, который в дальнейшем превращается в очень тонкий порошок. Изготовленные из этого порошка металлокерамические фильтры обладают высокой степенью очистки и низкой проницаемостью.

В настоящее время для борьбы с выносом песка используется противопесочный скважинный фильтр с титановыми фильтрующими элементами ПСТФЭ-3, состоящий из поворотного пакера, секций фильтра заглушки — башмака с ниппелем-переводником и клапана. Поворотный пакер необходим для герметизации пространства между его корпусом и эксплуатационной колонной. Пакер состоит из корпуса, муфты, подвижного кольца и манжеты. Муфта имеет лапы-захваты для соединения с насосно-компрессорными и бурильными трубами при спуске фильтра в скважину и для обеспечения возможности вращения трубами после установки фильтра на забой. Муфта с корпусом соединяется посредством ниппеля-переводника с трапецидальной для муфты и метрической для корпуса резьбами. Уплотнение манжеты достигается перемещением муфты по трапецидальной резьбе и подвижного кольца по корпусу при вращении инструмента, т. е. труб, на которых спускается фильтр в скважину. Разуплотнение выполняется в обратном порядке с использованием инструмента с левой резьбой. Конструкция пакера предусматривает возможность установки манжеты из маслостойкой резины, полимерных материалов или металлоасбестопарашитовых термостойких элементов.

Фильтр состоит из корпуса, ниппеля, опорных колец, центрирующего кольца, титановых фильтрующих элементов и поджимной гайки. Корпус изготавливается из насосно-компрессорных труб диаметром 114 мм и имеет щелевидные или круглые отверстия по всей рабочей поверхности. Собственно фильтрующий элемент конструкции — это высокопроницаемый титановый элемент длиной 0,6 м, диаметром 0,09 м, с порами 150—200 мкм и пористостью, равной 0,32—0,40. Его выполняют из титанового электрического

порошка. Элемент обладает высокой прочностью, коррозионной и термической стойкостью.

Заглушка — башмак с ниппелем-переводником предназначен для опоры фильтра на забое и удержания его от вращения при уплотнении манжеты пакера.

Оборудование забоя скважины фильтром ПСТФЭ-3 предусматривается в трех вариантах: поднасосная установка без пакера, забойная установка с пакером и установка под башмак фонтанного лифта.

При оборудовании скважин с поднасосной установкой фильтра без пакера скважину освобождают от подземного оборудования, очищают от песчаной пробки и проверяют шаблоном диаметром 118 или 140 мм для эксплуатационных колонн диаметром 127 и 152 мм соответственно, затем проводят сборку фильтра необходимой длины и соединяют его с приемом глубинного насоса, на нижней секции фильтра устанавливают заглушку. Далее, спускают насосно-компрессорные трубы с фильтром и плунжер насоса (типа ИГН) или насос ИГВ (если спущен кожух насоса с замковой опорой) и вводят скважину в эксплуатацию.

При установке фильтра с пакером на забое скважину в начале освобождают от подземного оборудования, очищают от песчаной пробки и проверяют шаблоном диаметром 140 мм. Затем устанавливают у нижних отверстий перфорации мост-пробку длиной 1—2 м или взрывной пакер. Далее, подготавливают фильтр и присоединяют захватное приспособление инструмента к пакеру. Фильтр с пакером спускают в скважину посредством спайдера или устройства АПР-2ВБ. После спуска фильтра и посадки его на забой вращением инструмента вправо производят уплотнение манжеты пакера, по окончании уплотнения поворотом инструмента влево на 1/4 оборота и плавным подъемом освобождают инструмент и извлекают его из скважины. В заключение спускают глубиннонасосное оборудование и вводят скважину в эксплуатацию.

При оборудовании фонтанных скважин с установкой фильтра под башмак лифта технологические операции проводят в следующем порядке:

промыывают скважину специальной промывочной жидкостью, отвечающей требованиям безопасности ремонтных работ и не снижающей проницаемости призабойной зоны;

промыывают скважину с допуском насосно-компрессорных труб до забоя с последующим их подъемом;

проверяют шаблоном диаметром 140 или 118 мм;

подготавливают сборку секций фильтра необходимой длины, на нижнюю секцию устанавливают клапан;

соединяют фильтр с НКТ посредством переводника с левой резьбой и спускают фильтр в скважину в интервал перфорации;

проводят обвязку устья скважины;

промыывают скважину нефтью обратной промывкой;

создают давление в НКТ для закрытия клапана;

осваивают скважину плавным запуском и вводят ее в эксплуатацию.

Опыт применения металлокерамических фильтров в газовых скважинах подземных хранилищ природного газа показал их преимущества по сравнению с сетчатыми, гравийно-цементными и керамическими фильтрами. За время эксплуатации на этих площадях сетчатые фильтры полностью разрушились и вышли из строя. Керамические фильтры оказались очень непрочными и часто разбивались при спусках или подъемах. Гравийно-цементные фильтры плохо поддавались регенерации, однако извлечь их на поверхность, как правило, не удавалось. В то же время металлокерамические фильтры, как показывают результаты их эксплуатации, дают высокую надежность в работе, высокую прочность и способность к регенерации свойств практически до первоначального уровня.

В настоящее время развитие механических средств защиты скважины от выноса песка идет по пути создания многослойных фильтров сложной конструкции, обладающих высокой улавливающей способностью, низкими фильтрационными сопротивлениями, высокой прочностью и технологичностью в изготовлении и эксплуатации.

На месторождениях США нашел применение песчаный фильтр, состоящий из трех слоев проволочных фильтров, намотанных по спирали и разделенных между собой вертикальными стержнями или ребрами жесткости. Внутренний проволочный слой также разделен стержнями от наружной поверхности приемного патрубка, имеющего вертикальные щелевые прорези. Песчаный фильтр спускается в скважину на колонне насосно-компрессорных труб вместе с центраторами, пакерами (над кровлей продуктивного пласта) и башмачной глухой пробкой. Во избежание самопроизвольного гидроразрыва пласта и заполнения забоя песком скорость спуска насосно-компрессорных труб не должна превышать 1 мм/мин. Особенность фильтра — постепенное уменьшение снаружи вовнутрь размеров щелей фильтров. Размеры щелей необходимо подбирать из условия удержания частиц, соответствующих 50—20 и 5 %-ным фракциям песка. Для предотвращения абразивного износа песчаный фильтр можно использовать в сочетании с гравийным. В этом случае конструкция многослойного песчаного фильтра имеет наружную, внутреннюю и промежуточную сетки или только первые две. Наружная сетка с максимальным размером отверстий предназначена для задержания крупных частиц песка. Две другие сетки с последовательно уменьшающимися по размерам отверстиями служат для улавливания меньших частиц.

Известен фильтр, состоящий из пяти фильтрующих слоев. Первый наружный слой представляет собой металлических кожух с продольными щелями. Второй и четвертый кольцевые слои состоят из цементированного песка, размер частиц которого должен превышать ширину щелей в кожухе. Третий кольцевой слой сложен из очень мелкого высокопроницаемого песка. Пятый слой пред-



ставляет собой металлический хвостовик, являющийся продолжением эксплуатационной колонны и имеющий поперечные щели.

Из отечественных фильтров можно отметить фильтр Г. В. Тимашева. Фильтр состоит из металлического перфорированного каркаса, внутренней стеклопластиковой оболочки, перегородок, зернистого наполнителя и внешней оболочки. Внутренняя оболочка перегородка и внешняя оболочка изготовлены из цельного ленточного стеклопластика. Зернистый наполнитель располагается послойно между не соприкасающимися витками. Составляющие элементы наполнителя связаны между собой и в местах контакта — с оболочками и перегородкой эпоксидной смолой, которой пропитан армирующий наполнитель. Для фильтров используются армирующие стекловолоконистые наполнители в виде ткани с сетками переплетения полотняного и просвечивающего типа. В качестве связующего для фильтров используются эпоксидные смолы марки ЭД-5 и ЭД-6. Они применяются в сочетании с отвердителями, в результате химического взаимодействия с которыми образуются нерастворимые полимеры. Собственно фильтрующий элемент — это зернистый наполнитель, в качестве которого можно использовать дробленый шамот, коксовую стружку, стеклянные, полиэтиленовые шарики и кварцевые частицы. В качестве каркаса были использованы трубы ДГТ и Д16Т, изготовленные из сплава алюминия с медью, магнием и марганцем.

### Намыв гравийных фильтров

Наиболее надежное, прогрессивное и эффективное средство борьбы с пескопроявлением в современной нефтегазодобыче — намыв гравийных фильтров внутри обсадной колонны или в открытом забое скважины и установка гравийно-щелевых фильтров. Однако успешность проведения и качество работ по намыву гравийных фильтров значительно ограничены жесткими технологическими требованиями к процессу намыва. В настоящее время гравий зачастую намывают, не контролируя ни темп закачки, ни общее его количество. В результате после окончания намыва обнаруживается, что большая его часть осталась в бункере [18, 20].

Тщательное соблюдение всех требований технологии намыва гравийного фильтра является необходимым условием успешности данного метода борьбы с выносом песка в нефтяных и газовых скважинах [12, 13, 14].

Намыв гравийного фильтра внутри обсадной колонны проводится обычно в два этапа: в начале высокопроницаемый гравий задавливается в перфорационные каналы в стенках обсадных труб и цементном камне, а затем гравий намывается в кольцевой зазор между обсадной колонной и перфорированным хвостовиком или фильтром щелевого типа. Намыв гравия продолжается до создания резервного объема гравия над фильтром, т. е. гравийного затвора, после чего гравий уплотняется путем создания в нем перепада давления. Гравийный затвор компенсирует уменьшение



объема гравия в процессе эксплуатации, а также направляет поток жидкости или газа, выходящий из пласта, через фильтр продуктивного интервала.

На первом этапе гравий закачивается через лифтовые трубы прямо на забой скважины и задавливается в перфорационные каналы путем создания повышенного давления в лифтовых трубах и затрубном пространстве, а также трамбовкой гравия посредством расхаживания лифтовых труб. Затем оставшийся в стволе скважины излишек гравия вымывается и на забой спускается фильтр шелевого или проволочного типа. При закачке гравия через лифтовые трубы с открытым концом под действием высокого давления находится вся обсадная колонна и в случае ее ненадежности необходимо устанавливать пакер над интервалом перфорации.

Оборудование, применяемое для намыва гравия, включает в себя: башмак, фильтр для продуктивного интервала, надфильтровую трубу, сигнальный фильтр, фонари-центраторы, пакер для подвески фильтра, перепускное устройство (кроссовер) и промывочную трубу. Надфильтровая неперфорированная труба разделяет фильтр продуктивного пласта и сигнальный фильтр и предназначена для создания гравийного затвора. Сигнальный фильтр служит для ограничения высоты намыва гравия в кольцевом зазоре между обсадной колонной и фильтром продуктивного интервала. При заполнении зоны фильтра гравием давление закачки на поверхности увеличивается и жидкость проходит обратно через сигнальный фильтр. Это служит сигналом завершения операции намыва гравия. Центраторы на корпусе фильтра устанавливаются для обеспечения одинаковой толщины гравийного слоя вокруг фильтра. Пакер монтируется в верхней части оборудования для гравийного фильтра с целью обеспечения перекрестного намыва гравия посредством кроссовера и предохранения гравийного затвора от размыва потоком жидкости в кольцевом зазоре между колонной и фильтром. В сочетании с комплексом посадочных выпелей лифтовой колонны пакер может выполнять роль эксплуатационного пакера лифтовой колонны. Кроссовер служит для перекрестного намыва гравия и позволяет жидкость с гравием, поступающую сверху по рабочим трубам, перепускать в затрубное пространство под пакером, а выходящую вверх из промывочной трубы чистую жидкость направлять в затрубное пространство над пакером. Промывочную трубу устанавливают внутри фильтра, она обеспечивает движение обрабатывающих жидкостей по всему интервалу перфорации.

Перед окончательной операцией намыва гравия из перфорационных каналов удаляют обломки перфорации и остатки глинистого раствора, а сами каналы заполняют гравием.

Для очистки перфорационных каналов обычно используется прямая промывка или импульсная обратная промывка. На этом этапе особое внимание должно уделяться предотвращению загрязнения призабойной зоны и правильному выбору используемых жидкостей. Для прямой промывки применяют жидкости, образу-

шие фильтрационную корку, которая препятствует проникновению в пласт твердых частиц и сохраняет образовавшиеся в призабойной зоне полости от разрушения.

При импульсной обратной промывке создается мгновенная депрессия на пласт, твердые частицы вымываются из каналов и каверн в скважину и жидкость, находящаяся в стволе скважины, не контактирует с породами продуктивного пласта. В этом случае опасность загрязнения призабойной зоны снижается, но резко возрастает опасность нефте- и газопроявлений. Для удаления выносимых твердых частиц обычно используют рассолы, содержащие коркообразующие добавки.

Перфорационные каналы обычно заполняют гравием с помощью жидкостей, свободных от твердых частиц. После проведения этой операции следует закачать порцию жидкости, содержащей растворимые твердые частицы, для образования фильтрационной корки, что позволит избежать дальнейшего загрязнения призабойной зоны продуктивного пласта.

От успешности проведения этой операции во многом зависит эффективность работы фильтра, в том числе потери давления в перфорационных каналах. Эти потери обычно определяют по формулам:

для жидкости

$$\Delta p = 11,75 l \mu Q / (kA) + 1,35 \cdot 10^{-12} \beta / \rho (Q/A)^2,$$

где  $\Delta p$  — падение давления, кПа;  $l$  — длина перфорационного канала, м;  $\mu$  — вязкость жидкости мПа·с;  $k$  — проницаемость материала, заполняющего перфорационный канал, мкм<sup>2</sup>;  $Q$  — расход жидкости, м<sup>3</sup>/сут;  $A$  — площадь поперечного сечения перфорационного канала, м<sup>2</sup>;  $\rho$  — плотность жидкости, кг/м<sup>3</sup>;  $\beta$  — коэффициент, м<sup>-1</sup> (для песчанника  $\beta = 3,281 \cdot 10^{12} - 0,9512 \lambda$ );

для газа

$$\Delta p = p_1 - p_2,$$

где  $p_1$  — давление в перфорационном канале со стороны породы, кПа;  $p_2$  — динамическое забойное давление в обсадной колонне у перфорированного интервала, кПа,

$$p_2 = \left[ p_1^2 - \frac{305zT\mu l Q \gamma}{a^2} \left( 1,785 \cdot 10^{-14} \frac{Q \gamma \beta}{a^2 \mu} + \frac{1}{k} \right) \right]^{0,5},$$

где  $Q$  — расход газа через перфорационный канал, м<sup>3</sup>/сут;  $\gamma$  — относительная плотность газа по воздуху;  $a$  — диаметр перфорационного канала, м;  $l$  — длина перфорационного канала, м;  $\mu$  — вязкость газа, мПа·с;  $T$  — температура, К;  $z$  — коэффициент сжимаемости газа.

Из приведенных выше формул видно, что наибольшее влияние на потери давления в перфорационном канале оказывает его диаметр и проницаемость заполняющего материала. При наполнении канала высокопроницаемым гравием гидравлические сопротивления оказываются настолько малы, что увеличение плотности

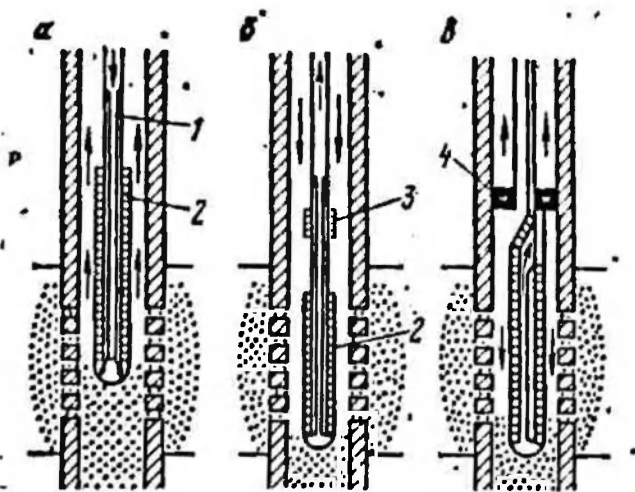


Рис. 49. Принципиальные схемы намыва гравия:

а — прямой размыв; б — обратная циркуляция; в — перекрестный намыв; 1 — промывочная труба; 2 — фильтр продуктивного интервала; 3 — сигнальный фильтр; 4 — пакер в кроссовер

перфорации дает лишь незначительный эффект. Окончательная операция намыва гравия проводится методами обратной циркуляции и перекрестного намыва.

При использовании метода размыва гравия заранее заданное количество гравия закачивается и оседает на забое скважины, после чего спускается фильтр и хвостовик с промывочной трубой и циркуляционным башмаком и в процессе прямой промывки фильтр спускается через размываемый гравий до необходимой глубины (рис. 49, а).

Намыв гравия методом обратной циркуляции предусматривает спуск на забой фильтра с хвостовиком, подвеску их в интервале перфорации и намыв обратной циркуляцией необходимого количества гравия в кольцевом зазоре вплоть до сигнального фильтра (рис. 49, б).

Метод перекрестного намыва (рис. 49, в) обладает следующими преимуществами.

1. Жидкость-носитель с гравием не смывает со стенок обсадной колонны остатки глинистого раствора, ржавчину, смазку резьбовых соединений и окалину и не засоряет этим материалом перфорационные каналы.

2. Вышележащий интервал перфорации или ненадежные обсадные колонны находятся под минимальным давлением.

3. Объем рабочих труб значительно меньше объема затрубного пространства, поэтому при тех же расходах закачки внутри буровых или насосно-компрессорных труб, используемых в качестве рабочей колонны, будут более высокие скорости жидкости, что снижает время подачи гравия на забой и уменьшает вероятность образования всяких пробок или деления гравия по диаметрам частиц (фракциям).

4. Метод обеспечивает достаточно точный контроль положения жидкости и гравия внутри рабочей колонны.

После создания гравийной набивки в кольцевом пространстве между обсадной колонной и перфорированной трубой (щелевым фильтром) может потребоваться промывка, стимулирующая приток пластового флюида.

В заключение следует отметить, что намыв гравийного фильтра представляет собой довольно сложный технологический процесс, обеспечивающий:

- высокую плотность гравийной набивки;
- достаточный запас гравия в кольцевом пространстве для компенсации уплотнения материала набивки;
- высокую твердость материала набивки, что достигается высоким (не менее 95 %) содержанием кварца или силикатных материалов.

Кроме того, намыв гравийного фильтра должен проводиться до начала интенсивного разрушения призабойной зоны. В связи с этим очень высокие требования предъявляются и к процессу проектирования установки гравийного фильтра, который должен включать в себя следующие операции:

- отбор представительного кернового материала по скважинам, подлежащим оборудованию гравийными фильтрами;
- стандартный сытовой анализ образцов песка;
- построение кривой гранулометрического состава, песка и гравия;

оценку дебита скважины и определение толщины продуктивного интервала, предварительный выбор диаметра перфорационных отверстий, оценку скорости потока пластового флюида через перфорационные каналы;

- определение критических размеров частиц песка и гравия;
- определение наибольшего и наименьшего размеров частиц гравия;

- выбор хвостовика со стандартными прорезями;
- расчет скорости потока для выбранного фильтра.

Как показывает анализ промышленного опыта, использование внутриколонных гравийных фильтров — наиболее распространенный метод борьбы с выносом песка, однако в последнее время все большее применение получают гравийные фильтры в открытом стволе скважины [43].

Намывные гравийные фильтры в открытом стволе устанавливаются там, где прочность призабойной зоны позволяет расширить ствол скважины. Эти фильтры обладают более низкими фильтрационными сопротивлениями и, как следствие, более высокой продуктивностью по сравнению с внутриколонными гравийными фильтрами или укреплением призабойной зоны химическими реагентами.

При намыве гравийного фильтра в открытом забое применяется следующее специальное подземное оборудование: расширители, циркуляционные муфты, пакеры надувного типа, комбинированный и промывочный инструменты. Расширители представляют собой инструменты с выдвигающимися боковыми шарнирами,



снабженными режущими головками. После спуска расширителя через обсадную колонну боковые шарниры под действием гидравлического давления выдвигаются в стороны и проводят расширение открытого ствола скважины ниже башмака обсадной колонны. При таком расширении диаметр забоя можно увеличить почти вдвое, что позволяет значительно увеличить толщину слоя вокруг щелевого или проволочного фильтра. Боковые шарниры расширителя выдвигаются гидравлически и могут складываться во время подъема при прохождении инструмента через торец или башмак обсадной колонны. Для складывания боковых шарниров подачу раствора насосами прекращают и инструмент проходит при подъеме через торец или башмак обсадной колонны. Таким образом, инструмент можно, когда это необходимо, раскрыть или закрыть для расширения только нужных участков открытого забоя в интервалах проницаемых песчаных пластов. Циркуляционные муфты можно вмонтировать в надфильтровую трубу или рабочую часть фильтра для создания доступа снаружи в полость хвостовика или фильтра при намыве гравия или цементирования. Окно циркуляционной муфты можно открыть или закрыть поворотом внутренней гильзы этой муфты с помощью рабочих пружин комбинированного инструмента, которые входят в пазы внутренней гильзы. В комбинированном инструменте объединены два манжетных пакера с обращенными навстречу друг другу манжетами, рабочие пружины или собачки для открытия или закрытия окон циркуляционных муфт, кроссовер и устройство для открытия или закрытия обводного канала кроссовера путем вращения всего комбинированного инструмента. На рис. 50 показано, как поворотом инструмента одновременно открывают окно циркуляционной муфты и обводного канала кроссовера, позволяя гравию выходить через циркуляционную муфту в кольцевой зазор между фильтром и стенками открытого забоя с возвратом циркулирующей жидкости через промывочную трубу и далее вверх по затрубному пространству между обсадной и рабочей колоннами. При закрытии окна циркуляционной муфты и обводного канала кроссовера поток закачиваемой чистой жидкости можно направлять через фильтр с возвратом в трубы над манжетой верхнего пакера. Путем обратной промывки можно удалить излишек гравия из инструмента для намыва и из бурильных труб, благодаря чему уменьшается вероятность прихвата инструмента или образования всяких пробок внутри рабочей колонны.

Помимо намыва гравия и промывки, комбинированный инструмент можно использовать для цементирования, закачки жидкости в надувной пакер или для испытания герметичности пакера. Надувные пакеры (рис. 51) используются в основном для открытого забоя, так как могут раздуться в результате закачки жидкости изнутри так, чтобы обеспечить герметичное перекрытие ствола скважины неправильной формы, диаметр которого значительно больше внутреннего диаметра обсадной колонны. Надувной пакер состоит из специально сконструированного надувного (накачиваемого)



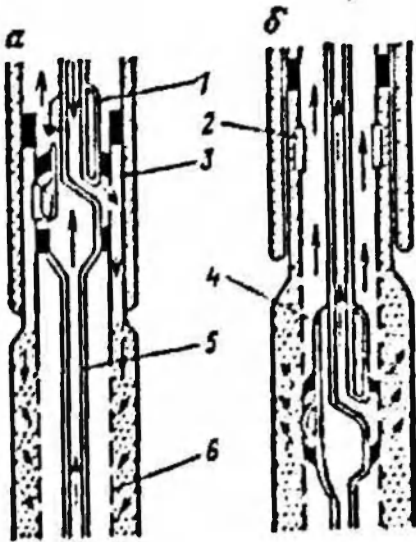


Рис. 50. Схема подземного оборудования для налива гравия в открытом забое:

*a* — налив гравия; *б* — установка гравийного массива. 1 — комбинированный инструмент в положении, когда обводной канал крессовера открыт; 2 — окно циркуляционной муфты закрыто; 3 — окно циркуляционной муфты открыто; 4 — обводной канал крессовера закрыт; 5 — промылочная труба (хвостовик); 6 — щелевой фильтр

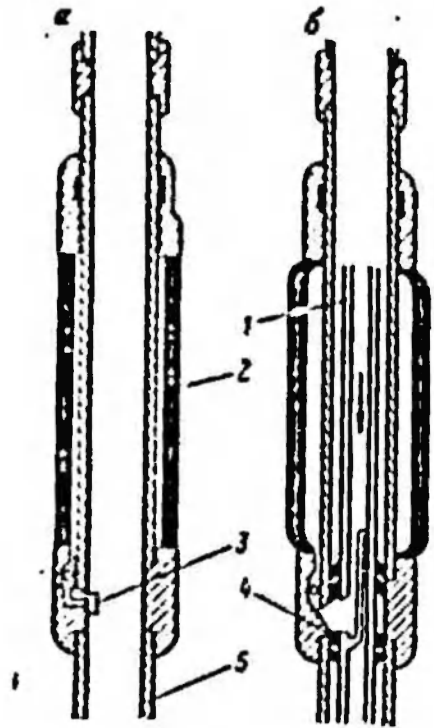


Рис. 51. Схема действия надувного заколонного пакера:

*a* — пакер в транспортном состоянии; *б* — раздутие пакера жидкостью. 1 — насосно-компрессорные трубы или буровые трубы; 2 — раздуваемый элемент; 3 — отламывающаяся пробка и контрольные клапаны; 4 — комбинированный инструмент; 5 — обсадная колонна или хвостовик фильтра

мого) элемента, закрепленного на коротком отрезке обсадной трубы, которую можно присоединять к хвостовику фильтра. Скользящее сальниковое уплотнение позволяет надуваемому элементу сокращаться по длине. Пакер можно спускать на щелевой или проволочном фильтре. При спуске канал, через который жидкость поступает в пакер, закрыт отламывающейся пробкой, благодаря чему предотвращается преждевременное его раздутие. Чтобы раздуть пакер, используют комбинированный инструмент, который устанавливают у входа канала в пакер, отламывая при этом закрывающую канал пробку. Затем повышают давление жидкости. Контрольные клапаны и внутренний обратный клапан задерживают жидкость в пакере. Надувной резиновый элемент пакера усилен стальными ребрами и растягивающимися поддерживающими рукавами. Он может раздуться в результате накачки глинистого раствора, воды или других жидкостей под давлением от 5,0 МПа и выше в зависимости от забойных условий и внутреннего диаметра ствола скважины, в котором раздувается пакер. При увеличении зазора между пакером и стволом скважины давление закачки жидкости снижается. Раздутие пакера не вызывает никаких затруднений, если диаметр ствола превышает диаметр пакера не более

чем на 0,1 м. Поступление закачиваемой жидкости в пакер контролируется спецпальными устройствами. Для предотвращения попадания в пакер жидкости при его спуске, даже если при этом возникнут импульсы давления, служит отламывающаяся пробка. Для предупреждения обратного просачивания жидкости и падения давления в пакере имеются по крайней мере два обратных клапана. Кроме того, в клапанную систему можно включить запорный клапан, в котором в конце закачки должен срезаться штифт. Давление среза штифта в запорном клапане устанавливается в пределах 5,3—18,3 МПа в зависимости от условий использования пакера. Запорная втулка закрывает плунжер клапана после закачки пакера для постоянного блокирования перетоков через клапаны в любом направлении.

Намыв гравия или цементирование можно применять посредством комбинированного инструмента для подсоединения к отверстиям пакера и закачки в него жидкости. При установке комбинированного инструмента внутри пакера произойдет отламывание предохранительной пробки.

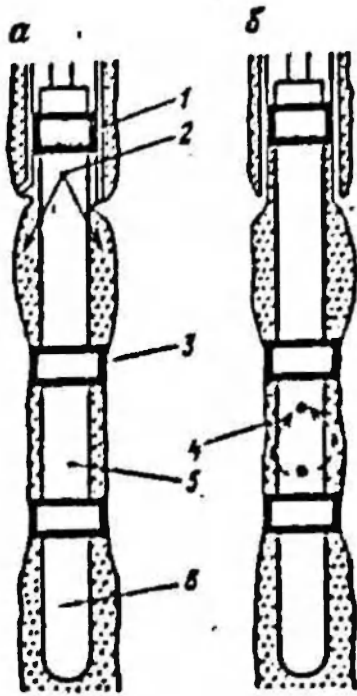
При большой толщине открытого забоя в тех случаях, когда вскрытие пласта перфорированной обсадной колонной сильно снижает продуктивность скважины, возможно разделение продуктивных интервалов с помощью надувных пакеров. Обычно между двумя продуктивными горизонтами, вскрытыми общим забоем, устанавливают два надувных пакера: один — в кровле, другой — в подошве изолируемого интервала. Циркуляционные муфты позволяют намывать гравий в продуктивных интервалах и проводить селективное цементирование изолируемых интервалов. При цементировании кольцевого пространства между пакерами цемент циркулирует через нижнюю циркуляционную муфту к верхней (рис. 52). Таким образом, можно исключить несколько интервалов (до 13).

При намыве гравия (рис. 53) окна циркуляционных муфт в цементируемых интервалах закрыты, а гравий закачивается через комбинированный инструмент, подведенный к окну циркуляционной муфты. При цементировании окна циркуляционных муфт в цементируемом интервале открыты и цемент поднимается от окна нижней циркуляционной муфты вверх.

При сооружении гравийного фильтра в открытом забое последовательно выполняются следующие операции: расширение ствола в продуктивном интервале, спуск и подвеска корпуса фильтра, намыв гравия. После первоначального намыва гравия продуктивный интервал можно размыть для разрушения висячих гравийных пробок и затем снова можно намыт гравий. При необходимости разделения горизонтов используются надувные пакеры.

С помощью расширителя ствол скважины следует расширить по диаметру так, чтобы толщина гравийного слоя составляла около 0,1 м. Причем для поддержания устойчивости каверны и предотвращения снижения проницаемости призабойной зоны необходимо использовать специальные жидкости для заканчивания скважин.

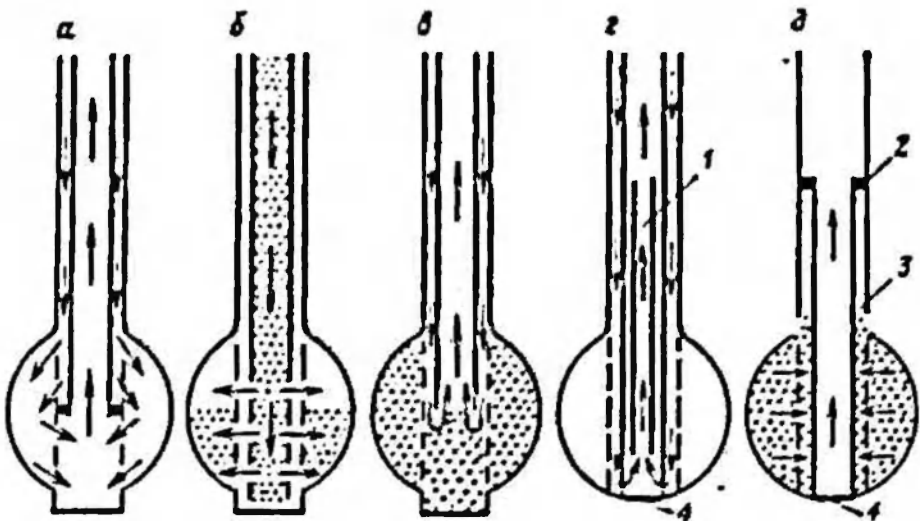
Рис. 52. Принципиальная схема применения надувных пакеров и циркуляционных муфт в открытом забое:



а — намыв гравия, б — цементирование интервалов; 1 — надувной подвесной пакер; 2 — закачка гравия с помощью комбинированного инструмента; 3 — надувной пакер; 4 — циркуляция цемента с помощью комбинированного инструмента; 5 — циркуляционные муфты; 6 — щелевой фильтр

Рис. 53. Принципиальная схема намыва гравийного фильтра:

а — расширение профильной зоны; б — закачка гравия; в — вымывание избытка гравия из обсадной колонны; г — закачка дополнительной порции гравия в кольцевое пространство; д — эксплуатация скважины; 1 — промывочные трубы; 2 — пакер; 3 — запас гравия; 4 — обратный клапан



Интервалы открытого забоя, в которых нужно установить надувные пакеры, оставляются с диаметром, полученным при бурении, или немного расширяются с увеличением диаметра не более 0,025 м для подготовки зоны посадки пакера. Для получения точной информации о диаметре расширенного ствола скважины проводится кавернометрия.

При расширении забоя под гравийный фильтр должны использоваться жидкости для вскрытия пласта и заканчивания скважин, содержащие коркообразующий материал и ингибиторы против гидратации или диспергирования глин. Неправильный выбор жидкостей приводит во многих случаях к резкому и необратимому уменьшению проницаемости призабойной зоны.

Форма, гранулометрический состав частиц и их концентрация в коркообразующем материале должны быть такими, чтобы быст-

ро образовалась очень тонкая корка и обеспечивалась механическая устойчивость поверхности забоя. Диаметры частиц должны быть такими, чтобы после сооружения гравийного фильтра частицы коркообразующего материала можно было бы легко вымыть добываемой из пласта жидкостью через гравийный фильтр.

Теоретически для создания плотной гравийной набивки необходимо применять маловязкие жидкости, не содержащие твердых частиц и имеющие низкое динамическое и нулевое статическое напряжения сдвига [28, 37]. Поэтому первоначально в качестве жидкости-носителя использовалась вода. Однако для гарантированного переноса гравия на забой требовалось закачивать большие объемы воды, значительная часть которой уходила в пласт, вызывая различные многочисленные осложнения. Большой недостаток применения воды в качестве жидкости-носителя — необходимость поддержания высокой скорости закачки для предотвращения свободного охлаждения гравия и закупорки насосно-компрессорных труб.

В настоящее время применяют вязкие или умеренно вязкие жидкости, способные переносить гравий в высоких концентрациях. В качестве вязких жидкостей-носителей обычно используется нефть вязкостью в поверхностных условиях 0,2—1,0 Па·с. Наиболее важное преимущество применения вязких жидкостей состоит в сохранении чистоты пласта. Поскольку осаждение гравия в вязкой жидкости происходит очень медленно, то отпадает необходимость в высоких скоростях закачки, а также рециркуляции таких жидкостей. Вязкие жидкости можно закачивать с очень низкой скоростью (80—320 л/мин), что снижает эрозию щелевидных прорезей фильтра, разрыхление и перемешивание песка с гравием. В результате снижения фильтрации жидкости в породу уменьшается опасность обвалов и значительно увеличивается устойчивость ствола и каверн в пласте.

В качестве маловязких жидкостей-носителей обычно используют рассолы вязкостью, близкой к вязкости воды или выше ее в зависимости от концентрации солей. В процессе создания гравийных набивок в открытом стволе маловязкая жидкость после выхода на поверхность очищается от мелких частиц породы и затем снова закачивается в скважину.

Перед началом операции по намыву гравийного фильтра в скважину спускается и подвешивается на соответствующей глубине хвостовик и фильтровые секции, надфильтровая труба, циркуляционные муфты и надувные пакеры. Тщательно измеряются расстояния между окнами циркуляционных муфт и входными каналами надувных пакеров. Циркуляционные муфты обычно спускают в скважину в открытом положении. После спуска и подвески забойного оборудования проводится спуск рабочей колонны с комбинированным инструментом и промывочной трубой (хвостовиком). Обычно сначала устанавливают положение верхней циркуляционной муфты путем спуска комбинированного инструмента в интервал перфорированной надфильтровой трубы, создания давления около 1,4 МПа и подъема инструмента до тех пор, пока



давление не снизится. Положение циркуляционной муфты можно проверить вращением инструмента, при котором ее гильза должна перекрыть в ней окна.

При простом намыве гравия без использования других циркуляционных муфт или надувных пакеров можно после этого начать закачку гравия по рабочей колонне, открыв обводной канал кроссовера в комбинированном инструменте.

Если требуется изоляция отдельных пропластков в открытом забое, то можно использовать сборку забойного оборудования по схеме, приведенной на рис. 51. В таких случаях обычно накачивают все надувные пакеры в последовательности сверху вниз после установления положения самой верхней циркуляционной муфты. При этом выполняются следующие операции.

1. Комбинированный инструмент опускается (или поднимается) на заранее измеренные расстояния так, чтобы в промежутке между противоположно направленными манжетами оказались циркуляционная муфта, расположенная непосредственно ниже пакера.

2. Проводится циркуляция, измеряется давление и расход.

3. Инструмент перемещают на требуемое расстояние, так, чтобы захватить входное отверстие первого надувного пакера, и закачивают в него жидкость.

4. Снова охватывают комбинированным инструментом циркуляционную муфту под пакером, открывают ее и проверяют давление и расход циркуляции, чтобы убедиться, что пакер раздут соответствующим образом.

При проведении описанных выше операций циркуляционные муфты, предназначенные для цементирования, должны быть закрыты.

Затем следует операция намыва гравия в самом нижнем продуктивном интервале, причем окна циркуляционных муфт, предназначенных для цементирования, остаются в закрытом положении после операции накачки пакеров. Затем циркуляционную муфту для закачки гравия закрывают, опрессовывают и переходят к намыву гравия в вышележащем продуктивном интервале. После этого цементируют изолируемые интервалы. Для этого открывают циркуляционные муфты нижнего цементируемого интервала и направляют циркуляцию через нижнюю циркуляционную муфту вверх по кольцевому пространству и далее снова в обсадную колонну через верхнюю циркуляционную муфту. При этой операции обводной канал в кроссовере комбинированного инструмента закрыт. Затем кольцевое пространство заполняется расчетным объемом цемента. Нижнюю циркуляционную муфту закрывают и опрессовывают, а излишнее количество цемента вымывают из скважины. Затем закрывают и опрессовывают верхнюю циркуляционную муфту и переходят к цементированию следующего материала.

При простом намыве гравия в открытом забое без цементирования непродуктивных интервалов гравий иногда неплотно охватывает фильтр. Тогда фильтр нужно извлечь и провести повтор-



ный намыв гравия. Если это не удастся, то внутри первоначального фильтра приходится сооружать внутренний гравийный фильтр, что приводит к резкому снижению продуктивности скважин.

Дополнительный намыв и перенамыв гравия осуществляют также в случае недопустимой усадки гравийной набивки. Первоначальный намыв гравия проводится на специальной жидкости для заканчивания скважин. Затем ее заменяют жидкостью для промывки и промывают интервал гравийного массива. Повторный дополнительный намыв гравия обычно оказывается достаточным. Однако в осложненных условиях необходимы дополнительные операции по намыву гравия. Для уплотнения гравия в гравийном затворе в зазоре между надфильтровой и обсадной трубами перенамыв и промывка повторяются до тех пор, пока количество гравия станет не меньше объема затвора между циркуляционной муфтой и башмаком обсадной колонны.

Как показывают результаты зарубежных исследователей [27, 31, 35—41], а также отечественный опыт, гравийные фильтры в открытом забое имеют определенные преимущества по сравнению с другими методами задержания песка, особенно в скважинах высокой продуктивности [16, 17].

### Закачка песчано-жидкостных смесей

Закачка песчано-жидкостных смесей — простейший и наиболее доступный химический метод борьбы с выносом песка (рис. 54). Сущность этого метода состоит в том, что приготовленная на поверхности смесь жидкости с химическим реагентом закачивается в скважину, образуя в интервале перфорации внутри ствола скважины и в призабойной зоне прочную проницаемую массу. После разбуривания образовавшейся в стволе скважины пробки из цементированного материала скважину можно ввести в эксплуатацию [27].

Первоначально в качестве песчано-жидкостной смеси использовался цементный раствор, составными элементами которого были тампонажный цемент и вода с водоцементным фактором, равным 0,5. Метод оказался наиболее эффективным при значительном разрушении призабойной зоны и высоких темпах выноса песка. Технология закачки цементного раствора предусматривает следующий порядок работ.

Вначале опрессовывают эксплуатационную колонну при закрытом фильтре, затем промывают песчаную пробку и проверяют колонну печатью. При отсутствии дефектов в эксплуатационной колонне опускают заливочные трубы на 3—5 м выше верхних отверстий фильтра. В скважинах с эксплуатационной колонной диаметром около 100 мм необходимость в спуске специальных заливочных труб отпадает и раствор можно закачивать непосредственно в колонну. После спуска заливочных труб устанавливается цементировочная головка обычного типа, проводится ее обвязка с колонной и заливочным агрегатом и проверяется герметичность

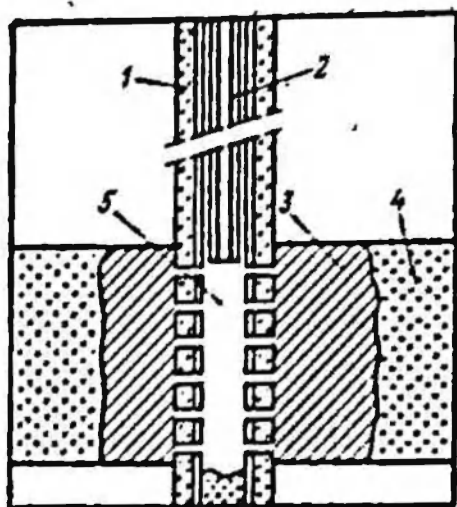


Рис. 64. Схема укрепления призабойной зоны песчано-жидкостной смесью:

1 — цементный замок; 2 — дилтсовые трубы; 3 — цементированный песчаный массив; 4 — песчано-цементированный пласт; 5 — зона выбуривания из ствола скважины цементированного материала

всех соединений. Перед закачкой цементного раствора в заливочные трубы нагнетают воду, затем закрывают край на затрубном пространстве и определяют поглотительную способность скважины. По величине поглотительной способности ориентировочно определяется максимальное давление продавкн цементного раствора, обычно оно в 4—5 раз больше давления нагнетания воды при одних и тех же скоростях закачки, равных 0,5 м<sup>3</sup>/мин. Раствор закачивают через спущенные трубы, доводят его уровень до башмака заливочных труб при открытом крае затрубного пространства цементировочной головки. Затем на максимальной скорости агрегата при закрытом крае затрубного про-

странства цементный раствор продавливается в пласт. По окончании продавкн открывают затрубное пространство и промывают скважину для извлечения излишка цементного раствора. После промывки заливочные трубы приподнимают и скважину оставляют в покое на 48 часов для затвердения цемента. Образовавшийся цементный стакан разбуривают и скважину вводят в эксплуатацию.

Если длина фильтровой части превышает 25—30 м при одновременной эксплуатации двух или нескольких объектов, то цементаж призабойной зоны проводится в два или несколько этапов. Вначале обрабатывается только верхняя часть фильтра. Для этого нижний интервал фильтра засыпают песком или, при наличии пробки в скважине, ее промывают только в верхнем интервале фильтра, намеченном к обработке. После обработки верхнего интервала промывкой вскрывают нижнюю часть фильтра, скважину оставляют в покое на двое суток для твердения раствора, а затем обрабатывают нижний интервал фильтра.

Перед обработкой скважины цементным раствором необходимо определить: количество сухого цемента, количество воды для затворения цемента и продавкн цементного раствора в пласт, давление продавкн раствора и время закачки раствора в пласт.

При этом количество сухого цемента определяют, исходя из объема закрепляемой зоны, по формуле  $V_1 = 0,785 (D^2 - d^2) h m$ , где  $V_1$  — объем закрепляемой зоны, м<sup>3</sup>;  $D$  — диаметр закрепляемой зоны, м (в среднем 0,5—1 м);  $d$  — диаметр эксплуатационной колонны, м;  $h$  — интервал перфорации, м;  $m$  — условная пористость закрепляемой зоны, равная 0,5—1,0. Масса сухого цемента определяется по формуле  $Q_{\text{ц}} = X \gamma_{\text{ц}} = (2/3) V_{\text{ц}}$ , где  $X$ ,  $V$  — объемы

сухого цемента и цементного раствора соответственно,  $\text{м}^3$ ;  $\gamma_{\text{ц}}$ ,  $\gamma_{\text{р}}$  — плотности сухого цемента и цементного раствора соответственно,  $\text{кг}/\text{м}^3$ .

Плотность цементного раствора при водоцементном факторе 0,5 определяется по формуле

$$\gamma_{\text{цр}} = (3\gamma_{\text{ц}}\gamma_{\text{в}})/(2\gamma_{\text{в}} + \gamma_{\text{ц}}),$$

где  $\gamma_{\text{в}}$  — плотность воды.

Количество воды, необходимое для затворения цемента, определяется при водоцементном факторе 0,5 по формуле  $Q_{\text{в}} = 0,5 Q_{\text{ц}}$ , где рассчитанное значение  $Q_{\text{ц}}$  должно быть увеличено на 5—10 %, учитывая неизбежные потери в процессе работы.

Количество воды для продавки цементного раствора в пласт

$$V_{\text{в}} = \frac{\pi}{4} (d_1^2 L + a^2 l),$$

где  $d_1$  — диаметр заливочных труб, м;  $L$  — глубина спуска заливочных труб, м;  $d$  — диаметр эксплуатационной колонны, м;  $l$  — расстояние от башмака заливочных труб до забоя скважины, м.

Продолжительность закачки раствора в скважину и продавки его в пласт определяют по формуле  $t = (V_1 + V_{\text{в}})/Q$ , здесь  $V_1$  — объем закрепляемой зоны,  $\text{м}^3$ ;  $Q$  — производительность цементировочного агрегата,  $\text{м}^3/\text{ч}$ .

Область применения метода закачки цементного раствора — сильно обводненные и высокодебитные скважины, продукция которых содержит большие количества песка. Нежелательно применение этого метода в скважинах с низкими пластовыми давлениями.

Естественным развитием изложенного выше метода является закачка цементно-песчаной смеси, состоящей из цемента, песка и воды. В этом случае на забое образуется бетонный массив, обладающий высокой прочностью и устойчивостью к размыву.

Закачиваемая смесь должна содержать цемент и песок в массовом отношении 1 : 3, в некоторых случаях возможны соотношения 1 : 2 и 1 : 1. Для приготовления цементно-песчаной смеси применяют тампонажные цементы и чистые, без глинистых примесей, пески с зернами размерами 0,2—0,4 мм. Это объясняется тем, что глинистые частицы резко снижают устойчивость и проницаемость смеси после твердения, крупнозернистые пески быстро выпадают из цементного раствора, а мелкозернистые после твердения образуют малопроницаемую массу.

Технология крепления призабойной зоны цементно-песчаной смесью предусматривает подготовку скважины к закачке, приготовление раствора цементно-песчаной смеси, закачку смеси в скважину и продавку ее в пласт, разбуривание оставленной в интервале фильтра пробки из цементно-песчаного раствора.

Наилучшие результаты получаются в обводненных скважинах с высоким статическим уровнем. Однако этот метод малопригоден для скважин, полученных из бурения, а также имеющих низкую поглощающую способность, так как вследствие медленного дви-

жепия смеси по трубам возможно разжижение раствора и выпадение песка в осадок.

Описанные выше методы не нашли широкого применения вследствие низкого качества и проницаемости образующейся цементной массы. Поэтому в настоящее время в основном используются песчано-жидкостные смеси на основе полимеризующихся смол.

Как показывает отечественный опыт применения смолоспесчаных смесей на IV горизонте Анастасиевско-Троицкого месторождения, после затвердения смеси в призабойной зоне образуется прочная высокой проницаемости матрица, способная надежно защитить скважину от выноса песка. Принципиальная схема обработки скважины предусматривает следующий порядок работ:

промывают скважину при наличии песчаной пробки;

для закачки приготовленной смолоспесчаной пробки башмак насосно-компрессорных труб (НКТ) устанавливают у верхних отверстий фильтра (при отсутствии песчаной пробки трубы не поднимают);

определяют приемистость пласта путем закачки нефти при максимальной скорости агрегата;

закачивают в НКТ 0,5 м<sup>3</sup> технической соляной кислоты и в качестве буфера — 0,2 м<sup>3</sup> нефти;

проводят в агрегате ЦА-320 перемешивание смолы с подкисленной водой в пропорции 1 : 1 (4—5 % концентрации соляной кислоты на 1 м<sup>3</sup> смолы);

выводят на режим работы пескосмесительный агрегат на воде с последующей закачкой приготовленного раствора смолы;

полученную равномерно размешанную смолоспесчаную смесь направляют в АН-700 и ПКТ;

закачивают буферную смесь и соляную кислоту в количестве 0,2 и 0,5 м<sup>3</sup> соответственно;

задавливают смолоспесчаную смесь нефтью на забой (объем нефти по расчету) и в затрубное пространство (0,2 м<sup>3</sup>);

по окончании операции скважину закрывают на 12—72 ч.

Весь процесс установки смолоспесчаного фильтра осуществляется в течение 30 мин. По окончании операции отдельные агрегаты промывают водой.

По описанной выше схеме на Анастасиевско-Троицком месторождении было осуществлено крепление призабойных зон более 50 скважин, в результате чего было отмечено:

существенное уменьшение пескопроявления, прекращение образования песчаных пробок и обеспечение бесперебойной эксплуатации скважин;

повышение давления на устье большинства скважин за счет снижения содержания воды в добываемой жидкости;

возможность применения бескомпрессорного регулируемого способа эксплуатации с поддержанием на устье давления, необходимого для транспорта газа во внешнюю сеть;

снижение затрат на ремонтные работы по промывке песчаных пробок.



Полученные данные свидетельствуют о высокой эффективности закачки смолопесчаных смесей для борьбы с выносом песка.

Характерная особенность песчано-жидкостных смесей — содержание в их составе жидкости-носителя, смолы, песка или гравия и активатора (ускорителя реакции). Смесь обычно готовится на поверхности и затем через заливочные трубы и перфорационные каналы закачивается в пласт, где смола полимеризуется и создает прочный каркас песчаного или гравийного фильтра. Излишки затвердевшей смолопесчаной смеси выбуривают, как в случае закачки цементного раствора.

Описанный выше метод укрепления призабойной зоны пескопроявляющих скважин — исключительно эффективное средство борьбы с выносом песка, однако требует строгого соблюдения разработанной технологии.

Особенно высокие требования предъявляются к подготовке скважины, в том числе обеспечению высокого качества цементирования. Для предотвращения ухода закачиваемого раствора за пределы перфорированного интервала необходимо ниже последних перфорационных отверстий, на расстоянии 0,6—1,2 м, установить временную пробку. Прострел должен проводиться только против пропластков с лучшими коллекторскими свойствами на расстоянии от глинистых прослоев не менее 0,3 м. Интервал перфорации не должен превышать 3—4 м, так как плотность перфорации должна составлять 10—13 отверстий на 1 метр. Перфорация не должна загрязнять призабойную зону, чтобы не уменьшать равномерность распределения смолы по вскрытому интервалу. Кроме того, смола, обволакивающая частицы бурового раствора, может вызвать закупорку перфорационных каналов, в результате чего часть продуктивного интервала останется необработанной и будет выносить песок в скважину. Емкости для хранения и транспортировки реагентов рабочих жидкостей, а также рабочие трубы должны быть идеально чистыми. Перфорационные каналы перед закачкой смолопесчаной смеси следует тщательно очищать. Имеющиеся в призабойной зоне каверны необходимо заполнять песком путем его задавливания в пласт. Давление закачки не должно вызывать появления трещин в пласте. Особенно тщательно нужно проверять соотношение компонентов в смеси. Недостаточное содержание смолы приводит к снижению прочности, а избыток ее — к закупорке перфорационных каналов и призабойной зоны в целом.

Как показывает практика, выполнение этих требований — обязательное условие успешности процесса.

### Укрепление призабойной зоны смолами

Сущность метода состоит в закачке специального химического раствора для скрепления частиц песка в призабойной зоне пескопроявляющихся скважин. Наибольшее распространение получил раствор, содержащий эпоксидные соединения, растворитель и отвердитель. При попадании такого раствора в призабойную зону



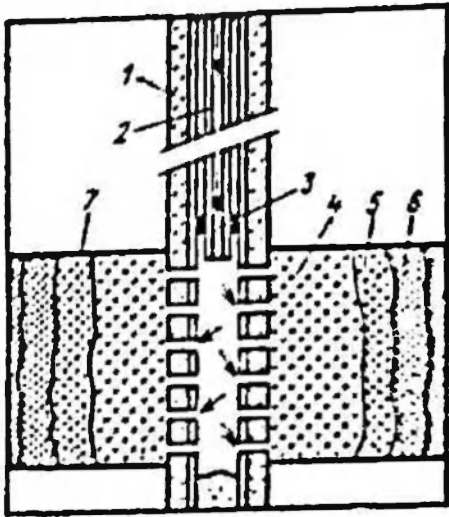


Рис. 55. Схема укрепления смолой призабойной зоны пласта:

1 — цементное кольцо. 2 — промывочная жидкость для вытеснения лигнитоуглей из скважины; 3 — жидкость для вытеснения смолы в пласт; 4 — смолообразующий раствор; 5 — вторая жидкость для предварительной обработки; 6 — первая жидкость для предварительной обработки; 7 — продуктивный пласт.

происходит реакция отверждения, вследствие которой вначале выделяется жидкая смола. Затем при реакции эпоксидной смолы с отвердителем образуется промежуточный продукт, который менее растворим в растворителе, чем смола, и, следовательно, через некоторое время выделяется из раствора. Внешне это выражается в появлении мельчайших капель жидкой смолы, которые со временем соединяются и образуют более крупные капли, оседающие в поровом пространстве и через некоторое время приходящие в соприкосновение с зернами песка. В результате действия капиллярных сил смола, распределившаяся в виде пленок, постепенно концентрируется в местах контакта зерен песка. Выделившаяся смола скапливается в виде висячих капель в местах

контакта зерен, тогда как чистый растворитель остается в поровом пространстве. Последующее затверждение смолы приводит к прочному скреплению соприкасающихся зерен песка и минимальной потере проницаемости. Связанная вода, присутствующая в поровом пространстве песчанников, взаимодействует с раствором смолы и ухудшает миграцию жидкой смолы, выделившейся в местах контакта зерен песка. Поэтому вначале необходимо устранить связанную воду, что обычно достигается закачкой спиртового растворителя.

Для успешного закрепления песка необходимо выполнение следующих условий:

небольшая толщина обрабатываемого интервала (не более 3 м);

хорошее качество поверхности песчанника в пределах обрабатываемого интервала (полное отсутствие глинистой корки, отсутствие каверн);

хорошее качество песка в пределах обрабатываемого интервала (однородность, ненарушенность, достаточная вертикальная проницаемость);

отсутствие или незначительный вынос песка до обработки; высокое пластовое давление.

Кроме того, остаются в силе требования, отмеченные ранее для песчано-жидкостных смесей.

Технологический процесс укрепления песка в призабойной зоне путем закачки смол состоит в последовательной закачке буферных жидкостей для предварительной обработки пласта, смолообразу-

ющего раствора и жидкости для вытеснения смолы в глубь пласта (рис. 55). Как правило, этот процесс состоит из следующих этапов:

1) глушение скважины, обычно осуществляемое с помощью нефти, минерализованной воды или другой жидкости, не оставляющей на поверхности пород непроницаемой корки. Когда используется буровой раствор, скважину следует промывать до тех пор, пока не будет полностью удалена глинистая корка;

2) удаление песка из ствола скважины;

3) спуск колонны насосно-компрессорных труб с пакером и хвостовиком;

4) последовательное нагнетание на забой скважины через колонну насосно-компрессорных труб;

а) спирта для удаления из порового пространства связанной воды;

б) промежуточной жидкости для изоляции раствора смолы от спирта;

в) раствора смолы с временем начала выделения смолы, достаточным для завершения закачки;

продавливание раствора смолы в пласт путем закачки специальной жидкости, например дизельного топлива, минерализованной воды, отделенной от раствора загущенной жидкости и др.; ввод скважины в эксплуатацию.

Закачка смол — более дорогостоящий метод борьбы с выносом песка по сравнению с блочным и намывным фильтрами, однако в сочетании с последними, т. е. при укреплении фильтров смолой, ее стоимость можно уменьшить, а эффективность их применения резко увеличить.

Оригинальная технология крепления рыхлых песков в призабойной зоне газовых скважин разработана в Нидерландах [29]. Процесс основан на химической реакции тетраоксида кремния с находящейся в порах газового пласта связанной водой, в результате чего образуется аморфный кремнезем, цементирующий соседние зерна песка. Поскольку связанная вода находится в зонах контакта соседних зерен, образующийся силикатный цемент замещает ее в этих точках, придавая породе прочность без значительного снижения проницаемости. Тетраоксид кремния — бесцветная жидкость с температурой кипения  $56^{\circ}\text{C}$ , летучая, образует пары соляной кислоты при взаимодействии с парами воды, при работе требует специальных средств защиты, пожароопасна. Возможность применения тетраоксида кремния была опробована в лабораторных условиях в 1960 г., но из-за своих специфических свойств промышленного применения он не нашел. Новая технология «силикалокс» отличается тем, что тетраоксид кремния вводится в скважину в газовой фазе в виде смеси с азотом без использования жидкости глушения. Объем реагента рассчитывается, исходя из объема связанной воды в зоне обработки. Масса его должна быть в 4,7 раза больше массы связанной воды, глубину проникновения принимают равной 0,6—0,9 м. Зная интервал перфорации, пористость и водонасыщенность, определяют массу связанной воды.

С увеличением количества связанной воды прочность лабораторных образцов повышается, а проницаемость понижается. Однако в пластовых условиях образующийся силикатный цемент может растворяться в пластовых водах, недонасыщенных аморфным кремнеземом, поэтому технология не рекомендуется для обводняющихся скважин [29].

### Ограничение водопритоков

Как известно, неустойчивость призабойной зоны и вынос песка резко увеличиваются при поступлении воды на забой скважины. В связи с этим ограничение водопритоков можно считать одним из методов борьбы с выносом песка. В случае опасности прорыва подошвенных вод высокоэффективным является создание водонепроницаемых экранов. Технологический процесс изоляции подошвенных вод по данному методу предусматривает следующие операции:

в интервале создания водонепроницаемого экрана осуществляют уплотненную кумулятивную перфорацию, до 60 прострелов на 1 м или делается надрез гидроперескоструйной перфорацией;

выше интервалов перфорации устанавливают пакер и проводят гидравлический разрыв пласта;

образовавшуюся трещину заполняют тампонирующим материалом для образования после отвердения водонепроницаемого экрана;

затем пакер снимают, скважину промывают и в интервале перфорационных отверстий устанавливают цементный мост;

разбуривают цементный мост, оставляя стакан на 1—2 м выше созданного экрана;

в заключение продуктивный интервал пласта перфорируют и скважину вводят в эксплуатацию.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Горбунов А. Т. Разработка аномальных нефтяных месторождений. М., Недра, 1981.
2. Зотов Г. А., Власенко А. П., Динков А. В. Эксплуатация скважин, вскрывающих водоплавающие залежи, сложенные слабосцементированными коллекторами. Обзорная информация. Сер. Разработка и эксплуатация газовых и газоконденсатных месторождений. М., ВНИИЭгазпром, 1983, вып. 10.
3. Механика насыщенных пористых сред/В. Н. Николаевский, К. С. Басниев, А. Т. Горбунов и др. — М., Недра, 1970.
4. Мелик-Пашаев В. С., Халимов Э. М., Серегина В. И. Аномально высокие пластовые давления на нефтяных и газовых месторождениях. М., Недра, 1984.
5. Черных В. А., Шмыгля П. Т. Научно-технические проблемы разработки газовых месторождений с аномально высокими пластовыми давлениями. Обзорная информация. Сер. Разработка и эксплуатация газовых и газоконденсатных месторождений. М., ВНИИЭгазпром, 1984, вып. 2.
6. Колтунов М. А., Васильев Ю. Н., Черных В. А. Упругость и прочность цилиндрических тел. М., Высшая школа, 1975.
7. Кузнецов Г. Б. Упругость, вязкоупругость и длительная прочность цилиндрических и сферических тел. М., Наука, 1979.
8. Николаевский В. Н. Механика пористых и трещиноватых сред. М., Недра, 1984.
9. Терентьев В. Д. Деформации обсадных колонн в толще каменной соли. Обзор. сер. Бурение. М., ВНИОЭНГ, 1980.
10. Ледообразование и рост льда в замкнутых объемах под давлением/А. И. Пехович, Е. Л. Разговорова, Е. П. Перовская и др. — Л., Наука, 1978.
11. Маслов И. И. Методы борьбы с выносом песка из нефтяных скважин. Обзор. Сер. Нефтепромысловое дело. М., ВНИОЭНГ, 1982.
12. Эллис Р. С., Снайдер Р. М., Самен Дж. Условия эффективной работы гравийных фильтров. — Нефть, газ и нефтехимия за рубежом, 1981, № 11, с. 6—13.
13. Эллис Р. С., Снайдер Р. М., Самен Дж. Оптимизация борьбы с выносом песка. — Нефть, газ и нефтехимия за рубежом, 1981, № 12, с. 13—21.
14. Баргас Л. Борьба с выносом песка. — Нефть, газ и нефтехимия за рубежом, 1982, № 10, с. 25—28.
15. Алиев М. А., Кафаров И. М., Ягубов Б. М. О влиянии обводненности продукции скважины на процесс пробкообразования. — Азербайджанское нефтяное хозяйство, 1982, № 1, с. 43—44.
16. Безилов А. Р., Дворкин Я. П. Экспериментальные и теоретические исследования работы противопесочных гравийно-щелевых фильтров. — Азербайджанское нефтяное хозяйство, 1983, № 3, с. 19—23.
17. Маслов И. И., Скуин Б. А., Закхеев А. Н. Создание противопесочных гравийных плавильных фильтров. — Нефтепромысловое дело, 1982, № 10, с. 23.
18. Оптимизация процесса намыва гравийных фильтров/Н. И. Игнатьев, А. Б. Леонтьев, Ю. Н. Садиков, В. Х. Шульгин. — Газовая промышленность, 1983, № 5, с. 31—32.
19. Тагиров К. М., Лобкин А. Н., Долгов С. В. Ликвидация песчаных пробок в газовых скважинах. — Газовая промышленность, 1983, № 12, с. 18—19.
20. Киселев Г. И. Способ доставки гравия из забой скважины. — Газовая промышленность, 1984, № 5, с. 28.
21. Применение противопесочных фильтров в скважинах IV горизонта Анастасиевско-Троицкого месторождения/Ф. Г. Аржанов, И. И. Маслов, В. И. Ретин, В. С. Свиридов. — Нефтепромысловое дело, 1981, № 10, с. 35—39.
22. Мелик-Асланов Л. С., Безилов А. Р. Проблема песка при добыче нефти. — Азербайджанское нефтяное хозяйство, 1981, № 9, с. 25—28.
23. Cheatham J. B., Ever J. W. Behavior of casing subject to salt loading. — Journal of Petroleum Technology, 1964, vol. 16, N 9, p. 1070—1076.

24. *Clegg T. D.* Casing failure.—*Journal of Petroleum Technology*, 1971, vol. 23, N 6, p. 676—685.
25. *Yao J. C.* Long cylindrical tube subjected to two diametrical opposite loads.—*The Aeronautical Quarterly*, 1969, vol. 20, part 4, p. 365—381.
26. *Höfer K. H., Thoma K.* Triaxial test on salt rocks.—*International Journal of Rock Mechanics and Mining Science*, 1968, vol. 5, N 1, p. 195—203.
27. *Suman G. O., Ellis R. C., Snyder R. E.* Sand control hand book. Second Edition, 1983. Houston, Texas.
28. *Garcla J. A.* A system for removing and disposing of produced sand.—*Journal of Petroleum Technology*, 1974, vol. 26, N 4, p. 450—454.
29. *Decries D. R., Zwolle S. Z., Meijjs F. J.* «Silica lock» — a novel sand control process for gas wells.—*Journal of Petroleum Technology*, 1983, vol. 35, N 11, p. 2087—2094.
30. *Stein N.* Designing gravel packs for changing well conditions.—*World Oil*, 1983, vol. 196, N 2, p. 41—47.
31. *Vargas L.* Good sand control requires proper fluid, gravel selection.—*World Oil*, 1982, vol. 195, N 5, p. 199—202.
32. *Stein N., Vilchne D. W.* Estimating the maximum production rate possible in a well with sand control without using sand control.—*Journal of Petroleum Technology*, 1972, vol. 24, N 9, p. 1157—1160.
33. *Bratli R. K., Risnes R.* Stability and failure of sand arches.—*Society of Petroleum Engineers Journal*, 1981, vol. 21, N 2, p. 236—248.
34. *Risnes R., Bratli R. K.* Sand stresses around a wellbore.—*Society of Petroleum Engineers Journal*, 1982, vol. 22, N 6, p. 883—898.
35. *Suman G. O.* Perforating—a prime source of well performance problems.—*Journal of Petroleum Technology*, 1972, vol. 24, N 4, p. 399—411.
36. *Aubert C. F., Bercegeay E. P.* Field tested methods improve sand control.—*World Oil*, 1971, vol. 172, N 1, p. 58—61.
37. *Suman G. O.* New completion fluids protect sensitive sand.—*World Oil*, 1974, vol. 179, N 4, p. 55.
38. *Ellis R. C., Snyder R. E., Suman G. O.* New design concepts help sand control.—*World Oil*, 1981, vol. 193, N 7, p. 91—97.
39. *Muecke T. W.* Formation fines factors controlling their movement in porous media.—*Journal of Petroleum Technology*, 1979, vol. 31, N 2, p. 144—150.
40. *Shryock S. G.* Test show methods for improved gravel packing.—*World Oil*, 1979, vol. 189, N 2, p. 55—58.
41. *Maly G. P., Robinson J. P., Laurie A. M.* New gravel pack tool for improving pack placement.—*Journal of Petroleum Technology*, 1974, vol. 26, N 1, p. 19—24.
42. *Hall C. D., Harrisberger W. H.* Stability of sand arches: a key to sand control.—*Journal of Petroleum Technology*, 1970, vol. 22, N 7, p. 821—829.
43. *Suman G. O.* Open hole gravel packing.—*World Oil*, 1975, vol. 190, N 5, p. 75—80.
44. *Cheatham J. B.* Wellbore stability.—*Journal of Petroleum Technology*, 1984, vol. 36, N 7, p. 899—896.



# ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение . . . . .	3
<b>Глава 1.</b>	
<b>Теоретические основы эксплуатации скважин при разрушении призабойной зоны пласта</b>	
Теоретические основы режимов работы скважины при разрушения призабойной зоны . . . . .	6
Приближенная математическая модель устойчивости призабойной зоны скважины . . . . .	8
Выбор критерия прочности породы . . . . .	12
Анализ устойчивости призабойной зоны скважин с различной конструкцией забоя . . . . .	13
Методика расчета критической депрессии разрушения призабойной зоны . . . . .	16
<b>Глава 2.</b>	
<b>Теоретические основы обработки результатов исследований скважин в деформируемых коллекторах</b>	
Зависимость проницаемости от деформаций пористой среды . . . . .	19
Влияние характера вскрытия пласта на проницаемость коллектора в призабойной зоне скважины . . . . .	22
Приток газа к перфорационной каверне с учетом упруго-пластических деформаций пласта . . . . .	23
<b>Глава 3.</b>	
<b>Эксплуатация скважин в условиях неустойчивости горных пород</b>	
Особенности бурения скважин в условиях неустойчивости горных пород . . . . .	31
Особенности освоения и эксплуатации скважин в зонах неустойчивости горных пород и аномально высоких пластовых давлений . . . . .	35
Влияние деформации коллекторов на приток жидкости или газа к скважине . . . . .	41
Технологический режим работы скважины в условиях неустойчивости горных пород и аномально высоких пластовых давлений . . . . .	59
<b>Глава 4.</b>	
<b>Надежность скважин в условиях неустойчивости горных пород</b>	
Геологические условия и причины смятия и разрушения обсадных труб . . . . .	61
Напряжения и перемещения стенок скважины в пластах каменной соли . . . . .	65
Устойчивость и прочность обсадных колонн скважин в сложных геологических условиях . . . . .	73
Применение двухслойных труб для повышения надежности скважин в условиях неустойчивости горных пород . . . . .	106
<b>Глава 5.</b>	
<b>Эксплуатация скважин в слабосцементированных коллекторах</b>	
Основные проблемы заканчивания и эксплуатации скважин в слабосцементированных песчаниках . . . . .	116
Технологический режим работы скважины при выносе песка . . . . .	122
Технологический режим работы обводняющихся скважин . . . . .	128
Пробкообразование и ремонтно-восстановительные работы . . . . .	140
	171

## Глава 6.

### Средства и методы борьбы с выносом песка

Установка блочных скважинных фильтров . . . . .	145
Намыв гравийных фильтров . . . . .	150
Закачка песчано-жидкостных смесей . . . . .	161
Укрепление призабойной зоны смолами . . . . .	165
Ограничение водопритоков . . . . .	168
Список литературы . . . . .	169

ПРОИЗВОДСТВЕННОЕ ИЗДАНИЕ

Герман Алексеевич Зотов, Александр Васильевич Динков,  
Виктор Александрович Черных

## ЭКСПЛУАТАЦИЯ СКВАЖИН В НЕУСТОЙЧИВЫХ КОЛЛЕКТОРАХ

Редактор издательства *Д. А. Латышева*  
Обложка удюжника *А. Е. Григорьева*  
Художественный редактор *В. В. Шутько*  
Технические редакторы *А. В. Трофимов, Г. В. Лехова*  
Корректор *Т. М. Столярова*

ИБ 6105

---

Сдано в набор 23.07.86. Подписано в печать 29.12.86. Т-25125. Формат 60×90<sup>1/16</sup>  
Бумага офсетная № 2. Гарнитура Литературная. Печать высокая. Усл. печ. л. 11,0.  
Усл. кр.-отг. 11,25. Уч.-изд. л. 12,0. Тираж 1560 экз. Заказ 1619/386-5. Цена 65 коп.

---

Ордена «Знак Почета» издательство «Недра», 125047, Москва, пл. Белорусского вокзала, 3.  
Московская типография № 6 Союзполиграфпрома при Государственном комитете СССР  
по делам издательств, полиграфии и книжной торговли.  
109088, Москва, Южнопортовая ул., 24.

## ВНИМАНИЮ СПЕЦИАЛИСТОВ

В издательстве «Недра» готовятся к печати  
и выйдут в свет новые книги

---

**БЕРЕЗИН В. Л., ГРОМОВ Н. И.** Поточное строительство магистральных трубопроводов. 19 л. 1 р. 50 к.

Даны основы автоматизированного проектирования строительства магистральных трубопроводов. Рассмотрена методика машинного проектирования поточного строительства отдельных трубопроводов и сооружаемых в общем коридоре. Впервые изложены такие задачи, как формирование модели местности при строительстве, распределение ресурсов по трассе, прогнозирование основных показателей строительного производства.

Для инженерно-технических работников, занимающихся вопросами проектирования, строительства и эксплуатации трубопроводов, а также организацией трубопроводного строительства.

---

**ГВОЗДЕВ Б. Л., ГРИЦЕНКО А. И., КОРНИЛОВ А. Е.** Эксплуатация газовых газоконденсатных месторождений: Справочное пособие. 32 л. 1 р. 90 к.

Приведены технические условия и спецификация на природный газ, газовый конденсат и продукты их переработки. Рассмотрены добыча, сбор, сепарация, промышленная подготовка и транспортирование газа и газового конденсата, а также технология текущего и капитального ремонтов скважин. Описаны оборудование, арматура, агрегаты и приборы, даны их технические характеристики. Приведены свойства химических реагентов, используемых для добычи газа и ремонта скважин, описаны способы их применения. Особое внимание уделено охране труда и окружающей среды.

Для инженерно-технических работников, занимающихся проектированием разработки газовых месторождений и добычей природного газа и газового конденсата.

---

**МНОГОМЕРНАЯ** и многокомпонентная фильтрация: Справочник ~~Зак~~  
Закиров С. Н., Сомов Б. Е., Гордон В. Я. и др. 25 л 1 р. 60 к.

Рассмотрены алгоритмы решения двумерных и трехмерных задач ~~теории~~ фильтрации в однофазной, двухфазной и трехфазной постановках, а также алгоритмы решения задач неустановившейся многокомпонентной фильтрации с газовыми переходами, позволяющие проектировать системы разработки нефтяных, газовых и газоконденсатных месторождений с учетом реальной неоднородности коллектора, изменение свойств и состава флюидов по толщине и площади пласта и без традиционных допущений и упрощений.

Для инженерно-технических работников, занимающихся проектированием разработки нефтяных, газовых и газоконденсатных месторождений, добычей нефти, газа и газового конденсата.

---

**ОХРАНА** труда при строительстве объектов нефтяной и газовой промышленности: Справочник/Карташев Г. И., Багдинов Ю. М., Благовещенский А. В. и др. 35 л. 2 р. 10 к.

Приведены сведения по охране труда на общестроительных работах магистральных трубопроводов, при погрузочно-разгрузочных операциях, на монтаже технологического оборудования, при эксплуатации и ремонте строительных машин и т. д. Отмечены особенности строительства нефтегазовых объектов на Крайнем Севере и в Средней Азии. Изложены общие эргономические требования, а также вопросы по производственной санитарии.

Для инженерно-технических работников научно-исследовательских, проектно-конструкторских и производственных организаций Миннефтегазостроя.

---



---

**ХИЗГИЛОВ И. Х.** Рациональное использование топливно-энергетических ресурсов на нефтебазах и нефтепродуктопроводах: Справочное пособие. 14 л. 70 к.

Дана характеристика потребителей тепловой энергии на нефтебазах и НПС. Приведены данные, необходимые для расчета норм расхода топлива, электрической и тепловой энергии для энерго- и топливопотребляющих установок на объектах транспорта и хранения нефти и нефтепродуктов. Изложены рекомендации и к ним расчеты по рациональному использованию топливно-энергетических ресурсов.

Для инженерно-технических работников, занимающихся вопросами проектирования и эксплуатации нефтебаз и нефтепродуктопроводов, а также мастеров и рабочих, обслуживающих эти объекты.

---

Интересующие Вас книги можно приобрести или заказать в магазинах книготорга, распространяющих научно-техническую литературу, и в магазинах — опорных пунктах издательства «Недра», адреса которых приведены в аннотированном плане выпуска, а также через отделы «Книга — почтой» магазинов:

№ 115—117334, Москва, Ленинский проспект, 40. Дом научно-технической книги;

№ 17—199178, Ленинград, В. О., Средний проспект, 61.

ИЗДАТЕЛЬСТВО «НЕДРА»

---