АКАДЕМИЯ НАУК СССР
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ
ИНСТИТУТ ГЕОЛОГИИ И ГЕОФИЗИКИ

А. А. Кауфман, Г. М. Морозова

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МЕТОДА ЗОНДИРОВАНИЙ СТАНОВЛЕНИЕМ ПОЛЯ В БЛИЖНЕЙ ЗОНЕ

ИЗДАТЕЛЬСТВО „НАУКА" · СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ
НОВОСИБИРСК—1970

АКАДЕМИЯ НАУК СССР
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ
ИНСТИТУТ ГЕОЛОГИИ И ГЕОФИЗИКИ

А. А. Кауфман, Г. М. Морозова

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МЕТОДА ЗОНДИРОВАНИЙ СТАНОВЛЕНИЕМ ПОЛЯ В БЛИЖНЕЙ ЗОНЕ

ИЗДАТЕЛЬСТВО „НАУКА" · СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ
НОВОСИБИРСК—1970

Ответственный редактор

член-корреспондент Академии Наук С С С Р

М.М. ЛАВРЕНТЬЕВ

ВВЕДЕНИЕ

В последние годы в структурной электроразведке появился новый метод: зондирование становлением поля в ближней зоне (ЗСБЗ). В отличие от вертикальных электрических зондирований, частотных зондирований и зондирований становлением поля этот метод позволяет исследовать параметры геоэлектрического разреза установками, размеры которых значительно меньше расстояния до изучаемых пластов. Благодаря этой особенности существенно повышается детальность исследований, и, что весьма важно в условиях Сибири, появляются возможности создания достаточно портативных вариантов метода. В благоприятных условиях метод зондирования поля в ближней зоне может быть использован при изучении относительно глубоких слоев Земли. Сейчас зондирование становлением поля в ближней зоне успешно развивается рядом научных организаций и производственными коллективами (ВНИИГеофизика, Нижневолжский институт, СНИИГГиМС, ИГиГ СО АН СССР, ИАиЭ СО АН СССР, Южная экспедиция Министерства Геологии СССР и т.д.).

В предлагаемой монографии содержатся основные результаты исследований, посвященных теории метода зондирования поля в ближней зоне, выполненных в лаборатории электромагнитных полей Института геологии и геофизики СО АН СССР. Поэтому здесь не нашли своего отражения интересные работы Г.Г. Обухова, П.П.Фролова и др. Теория метода ЗСБЗ не ограничивается, как это сделано в монографии, анализом электромагнитного поля вертикального магнитного диполя или вертикальной компоненты магнитного поля электрического диполя, расположенного на поверхности горизонтальнослоистой среды. В дальнейшем желательно исследовать поведение компонент электрического диполя в ближней зоне, а также построить теорию метода в средах с негоризонтальными поверхностями раздела. Самостоятельный интерес представляют исследования возможности применения метода зондирования отановлением поля в ближней зоне в морской геофизике, когда передатчик или приемник, либо вся установка расположены на дне.

Авторы считают приятным долгом поблагодарить член-корр. АН СССР М.М. Лаврентьева, любезно согласившегося быть редактором монографии и оказавшего большую помощь в процессе работы над теорией метода, а также сотрудников ВЦ СО АН СССР доктора физ.-мат. наук А.С. Алексеева, доктора физ.-мат. наук В.Г. Романова и кандидата физ.-мат.наук В.А. Цецохо. Мы также признательны зав. лаборатории электроразведки СНИИГГиМСа кандидату геол.-мин. наук Б.И. Рабиновичу, ознакомившемуся с рукописью и сделавшему существенные замечания, и мл.н.с. лаборатории электромагнитных полей В.Н.Курилло, который создал программы расчета кривых кажущегося удельного сопротивления в многослойных разрезах и принял активное участие в анализе влияния датчиков конечных размеров.

Глава I

ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ ПОЛЕ МАГНИТНОГО ДИПОЛЯ В ОДНОРОДНОЙ СРЕДЕ И ОДНОРОДНОМ ПОЛУПРОСТРАНСТВЕ

Анализ электромагнитных полей, применяемых в методе ЗСБЗ, начнем с наиболее простого случая – однородной среды и исследуем роль токов смещения и связь между глубинностью метода и моментом времени, когда происходит измерение поля.

Пусть ток J в источнике включается внезапно и описывается ступенчатой функцией:

$$J(t)=\begin{cases}0 & t<0\\ J & t>0\end{cases} \qquad (I.I)$$

Применяя преобразование Лапласа к вектор-потенциалу

$$A_z(\omega)=\frac{i\omega\mu M}{4\pi}\,\frac{e^{-\kappa R}}{R} \qquad (I.2)$$

в гармоническом режиме, получаем выражение для A_z при возбуждении поля токовой ступенчатой функцией в виде / I /:

$$A_z=\begin{cases}0 & (t<\tau_0)\\ \dfrac{\mu M}{4\pi R}\left[e^{-\sigma\tau_0}\delta(t-\tau_0)+\sigma\tau_0 e^{-\sigma t}\dfrac{I_1\left(\sigma\sqrt{t^2-\tau_0^2}\right)}{\sqrt{t^2-\tau_0^2}}\right], & (t\geqslant\tau_0)\end{cases} \qquad (I.3)$$

здесь μ – магнитная проницаемость $\mu=\mu^*\cdot 4\pi\cdot 10^{-7}$ гн/м

ε – диэлектрическая проницаемость $\varepsilon=\varepsilon^*\cdot\frac{1}{36\pi}10^{-9}$ Ф/м

γ – удельная проводимость $\sigma=\frac{1}{2}\frac{\gamma}{\varepsilon}$, $\tau=\sqrt{\varepsilon\mu}\cdot R$, (I.4)

где R – расстояние от диполя до точки наблюдения

M – момент диполя, равный $J\cdot n\cdot S$, здесь n – число витков, S – площадь витка.

$I_1(\sigma\sqrt{t^2-\tau_0^2})$ – модифицированная функция Бесселя первого порядка,

$\delta(t-\tau_0)$ – функция Дирака, определяемая из соотношения

$$\int_a^b f(x')\delta^n(x'-x)dx' = \begin{cases} (-1)^n f^{(n)}(x) & (a<x<b) \\ 0 & (x<a,\ x>b) \end{cases} \qquad (I.5)$$

t – время, отсчитываемое с момента включения тока.

Поле возникает в любой точке среды в момент времени $t=\tau_0=\sqrt{\varepsilon\mu}\,R$ и, чем дальше от источника, тем позже появляется сигнал, распространяющийся со скоростью $v=\frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}}=\frac{c}{\sqrt{\varepsilon^*\mu^*}}$, $(c=3\cdot10^8\ м/сек)$. Электрическое поле E_φ связано с вектор-потенциалом соотношением: $E_\varphi=-\frac{\partial A_z}{\partial R}\sin\theta$.

Опуская промежуточные выкладки, имеем: $E_\varphi=E_\varphi^{(1)}+E_\varphi^{(2)}$, где

$$E_\varphi^{(1)}=\frac{\mu M}{4\pi R^2}\left[(1+\sigma\tau_0)\delta(t-\tau_0)+\tau_0\delta'(t-\tau_0)\right]e^{-\sigma\tau_0}\sin\theta \qquad t=\tau_0$$

$$E_\varphi^{(2)}=\frac{\mu M}{4\pi R^2}\sigma^2\tau_0 e^{-\sigma t}\frac{I_2(\sigma\sqrt{t^2-\tau_0^2})}{t^2-\tau_0^2}\sin\theta \qquad t\geqslant\tau_0 \qquad (I.5')$$

и $E_\varphi=0 \qquad (t<\tau_0)$

Э.Д.С., наводимая в горизонтальной рамке, расположенной на оси диполя, связана с электрическим полем соотношением $\mathcal{E}=2\pi r n E_\varphi$. Поэтому для общего случая, учитывая токи смещения, ограничимся анализом только электрической компоненты поля.

В отличие от второго слагаемого в (I.5'), поле $E_\varphi^{(1)}$ не равно нулю только в момент прихода сигнала ($t=\tau_0$).

Согласно (I.5) имеем:

$$\int_{\tau_0-\varepsilon}^{\tau_0+\varepsilon} E_\varphi^{(1)}dt=\frac{\mu M}{4\pi R^2}e_\varphi^{(1)}\sin\theta,$$ где

$$e_\varphi^{(1)}=(1+m)e^{-m}$$ здесь $m=\sigma\tau_0=\frac{\gamma}{2}\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}\cdot R$.

С увеличением параметра m (возрастает проводимость, расстояние от источника) функция $e_\varphi^{(1)}$ быстро убывает.

В непроводящей среде функция $E_\varphi^{(2)}$ равна нулю, и поле определяется $e_\varphi^{(1)}$. В частности,

$$\int_{\tau_0-\varepsilon}^{\tau_0+\varepsilon} E_\varphi^{(1)} dt = \frac{\mu M}{4\pi R^2} \sin\Theta \tag{I.6}$$

Представим электрическое поле $E_\varphi^{(2)}$ в в де:

$$E_\varphi^{(2)} = \frac{M\rho}{2\pi R^4} e_\varphi^{(2)} \sin\Theta, \tag{I.7}$$

где

$$e_\varphi^{(2)} = m^3 e^{-mn} \frac{I_2(m\sqrt{n^2-1})}{n^2-1}, \tag{I.8}$$

здесь

$$n = \frac{t}{\tau_0} \geqslant 1 .$$

Применяя разложение функции $I_2(z)$ в ряд по степеням z, имеем следующее выражение для $e_\varphi^{(2)}$ в момент прихода сигнала:

$$e^{(2)}_{\varphi(n=1)} = \frac{1}{8} m^5 e^{-m} \tag{I.9}$$

(функция $e_\varphi^{(2)}$ имеет максимум при m = 5).

С увеличением расстояния до источника поля и удельной проводимости среды возрастает отношение $e^{(2)}_{\varphi(n=1)}/e_\varphi^{(1)}$. В табл. I приведены значения параметра m в зависимости от удельного сопротивления ρ и ε^* (R = I).

Применяя асимптотическое представление для функции $I_2(z)$ $I_2(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi z}} e^z$ имеем:

$$e_\varphi^{(2)} = \left(\frac{m}{\sqrt{n^2-1}}\right)^{5/2} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{m(\sqrt{n^2-1}-n)} \tag{I.10}$$

Таблица I

ε^* \ ρ	I	I0	30	I00
9	63,0	6,3	2,I	0,63
I6	47,0	4,7	I,6	0,47
25	38,0	3,8	I,3	0,38
36	3I,0	3,I	I,0	0,3I

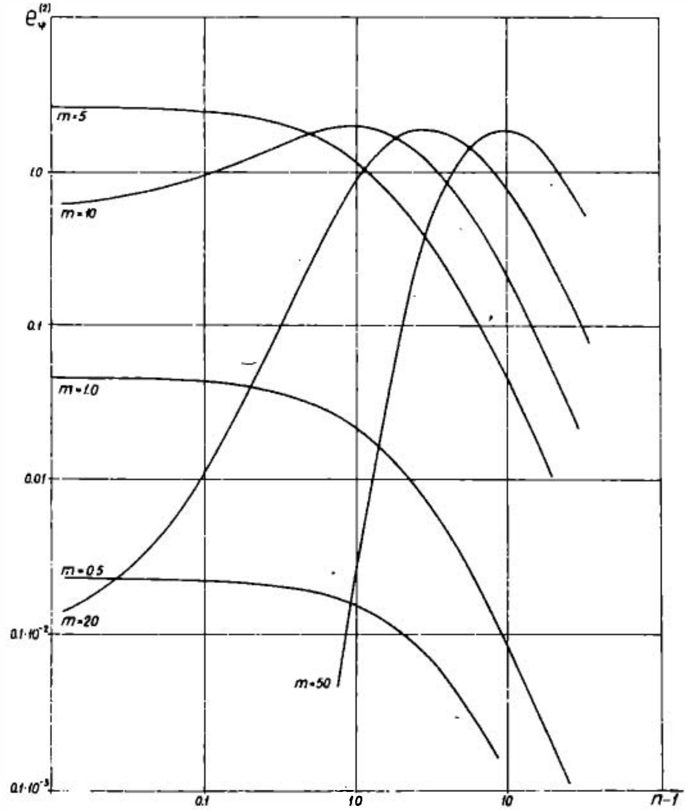

$e_\varphi^{(2)}$
m=5
m=10
m=1.0
m=0.5
m=20
m=50
1.0
0.1
0.01
0.1·10⁻²
0.1·10⁻³
0.1
1.0
10
n−1

Рис. 1

Формула (I.10) справедлива, если $\frac{1}{2}\frac{\gamma t}{\varepsilon} \gg 1$, т.е. токи проводимости преобладают над токами смещения. В предельном случае, когда $t/\tau_0 \gg$ I, формула (I.10) принимает вид:

$$e_\varphi^{*(2)} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\left(\frac{m}{n}\right)^{5/2} e^{-\frac{1}{2}\frac{m}{n}}, \qquad \text{(I.II)}$$

соответствующий квазистационарному полю.

На рис. I приведены графики функции $e_\varphi^{(2)}$ в зависимости от n. Шифр кривых – параметр m. В высокоомных средах и на относительно небольших расстояниях из источника поле $e_\varphi^{(2)}$ монотонно убывает с ростом времени, обладая максимальным значением в момент прихода волны ($t = \tau_0$). Квазистационарная асимптотика наступает при относительно больших значениях n.

С увеличением m (возрастает удельная проводимость, расстояние до источника, уменьшается диэлектрическая постоянная) на кривых $e_\varphi^{(2)}$ появляется максимум, положение которого смещается в сторону больших значений n. Если параметр среды m больше 5, то асимптотика, справедливая для квазистационарного поля, практически имеет место, когда время регистрации сигнала t превышает, по крайней мере, в четыре раза время, необходимое для прихода волны в точку наблюдения ($n \geqslant 4$). Определим отношение поля $e_\varphi^{(2)}$ в момент $t = \tau_0$ к полю, расчитанному по формулам квазистационарного режима. Согласно (I.9) и (I.II) имеем $\frac{e_\varphi^{(2)}}{e_\varphi^{*(2)}} = \frac{\sqrt{2\pi}}{8} m^{5/2} e^{-m/2}$. Поле, определенное по этой формуле, приводит к значительно большим значениям по сравнению с фактически существующим в данный момент полем, если $m >$ I0.

Квазистационарное электромагнитное поле магнитного диполя

Полагая в формуле для вектор-потенциала A_z $m \gg$ I и $n \gg$ I, имеем:

$$A_z = \frac{\mu M}{4\pi\sqrt{2\pi}R}\,\frac{u}{t}\,e^{-\frac{u^2}{2}}, \qquad \text{(I.I2)}$$

здесь $u = \frac{2\pi R}{\tau}$ $\tau = \sqrt{2\pi \cdot 10^7 \rho t}$.

Т а б л и ц а 2

u	R/τ	h_R	h_θ	e_φ
0,500 $I0^{-I}$	0,796 $I0^{-2}$	0,9999	0,I0000 $I0^{I}$	0,2490 $I0^{-6}$
0,595	0,946 $I0^{-2}$	0,9999	I,000 $I0^{0}$	0,59I7
0,707	0,II2 $I0^{-I}$	0,9999	I,000	0,I409 $I0^{-5}$
0,84I	0,I34 $I0^{-I}$	0,9998	I,000	0,3343
0,I00 $I0^{0}$	0,I59 $I0^{-I}$	0,9997	I,000	0,7939
0,II9	0,I89 $I0^{-I}$	0,9996	I,000	0,I884 $I0^{-4}$
0,I4I	0,225 $I0^{-I}$	0,9993	I,00I	0,4469
0,I68	0,268 $I0^{-I}$	0,9987	I,002	0,I058 $I0^{-3}$
0,200	0,3I8 $I0^{-I}$	0,9979	I,004	0,2503
0,238	0,379 $I0^{-I}$	0,9964	I,007	0,5903
0,283	0,450 $I0^{-I}$	0,994I	I,0II	0,I388 $I0^{-2}$
0,336	0,535 $I0^{-I}$	0,9902	I,0I9	0,3246
0,400	0,637 $I0^{-I}$	0,9838	I,03I	0,7542
0,476	0,757 $I0^{-I}$	0,9732	I,050	0,I738 $I0^{-I}$
0,566	0,900 $I0^{-I}$	0,9562	I,080	0,3938
0,673	0,I07 $I0^{0}$	0,929I	I,I23	0,8767
0,800	0,I27	0,8872	I,I83	0,I898 $I0^{0}$
0,95I	0,I5I	0,8242	I,26I	0,3954
0,II3 $I0^{I}$	0,I80	0,7338	I,343	0,7798
0,I34	0,2I4	0,6I27	I,399	0,I423 $I0^{I}$
0,I60	0,255	0,4645	I,373	0,2328
0,I90	0,303	0,3054	I,204	0,3256
0,226	0,360	0,I632	0,878	0,3658
0,269	0,428	0,0646	0,48I	0,30I4
0,320	0,509	0,0I66	0,I73	0,I600
0,380	0,606	0,232 $I0^{-2}$	0,338 $I0^{-I}$	0,4564 $I0^{0}$
0,452	0,720	0,I35 $I0^{-3}$	0,278 $I0^{-2}$	0,5409 $I0^{-I}$
0,538	0,857	0,228 $I0^{-5}$	0,662 $I0^{-4}$	0,I85I $I0^{-2}$
0,640	0,I02 $I0^{I}$	0,666 $I0^{-8}$	0,273 $I0^{-6}$	0,I092 $I0^{-4}$
0,76I	0,I2I	0,I60 $I0^{-II}$	0,944 $I0^{-I0}$	0,5378 $I0^{-8}$
0,905	0,I44	0,II7 $I0^{-I6}$	0,974 $I0^{-I5}$	

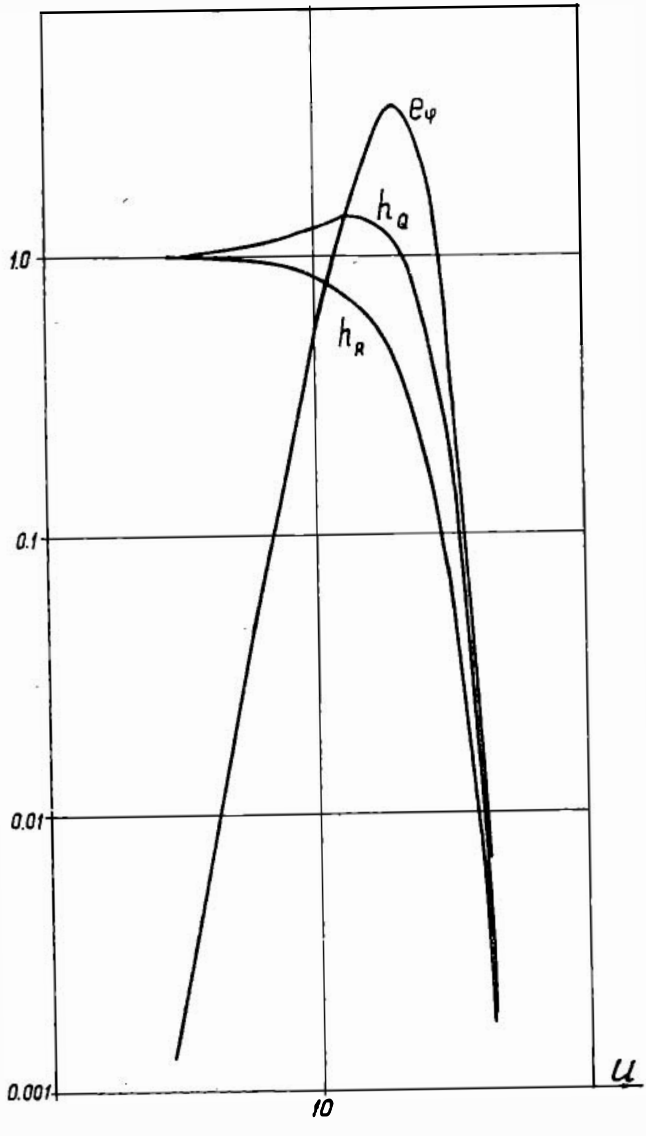


Рис. 2

После несложных преобразований получаем для компонент поля выражения:

$$H_R = \frac{2M}{4\pi R^3} h_R \cos\theta = \frac{2M}{4\pi R^3}\left[1 - \Phi(u) + \sqrt{\frac{2}{\pi}}\, u e^{-\frac{u^2}{2}}\right]\cos\theta,$$

$$H_\theta = \frac{M}{4\pi R^3} h_\theta \sin\theta = \frac{M}{4\pi R^3}\left[1 - \Phi(u) + \sqrt{\frac{2}{\pi}}\, u(1+u^2) e^{-\frac{u^2}{2}}\right]\sin\theta,$$

$$E_\varphi = \frac{M\rho}{4\pi R^4} e_\varphi \sin\theta = \sqrt{\frac{2}{\pi}}\, \frac{M\rho}{4\pi R^4} u^5 e^{-\frac{u^2}{2}} \sin\theta,$$

здесь $\Phi(u) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int\limits_0^u e^{-\frac{t^2}{2}} dt$ интеграл вероятности.

Формулы (I.13) справедливы, когда токи смещения меньше токов проводимости и измерения поля проводятся на временах, значительно превышающих время, необходимое для распространения сигнала от источника до точки наблюдения. В табл. 2 приведены значения функции h_R , h_θ и e_φ в зависимости от параметра u. На рис. 2 представлены графики этих функций.

Применяя разложение интеграла $\Phi(u)$ в ряд по степеням малого параметра u (относительно большие времена, малые расстояния от точки наблюдения до источника, небольшая проводимость):

$\Phi(u) \simeq \sqrt{\frac{2}{\pi}}\left(u - \frac{u^3}{6} + \frac{u^5}{40} - \ldots\right)$, получаем приближенные формулы для компонент поля:

$$H_R = \frac{M}{6\pi R^3}\sqrt{\frac{2}{\pi}}\, u^3 \cos\theta = \frac{M}{12\pi\sqrt{\pi}}\, \frac{\mu^{3/2}\gamma^{3/2}}{t^{3/2}} \cos\theta,$$

$$H_\theta = -\frac{M}{6\pi R^3}\sqrt{\frac{2}{\pi}}\, u^3 \sin\theta = \frac{M}{12\pi\sqrt{\pi}}\, \frac{\mu^{3/2}\gamma^{3/2}}{t^{3/2}} \sin\theta,$$

$$E_\varphi = \sqrt{\frac{2}{\pi}}\, \frac{M\rho}{4\pi R^4} u^5 \sin\theta = \frac{M}{16\pi\sqrt{\pi}}\, \frac{\mu^{5/2}\gamma^{5/2}}{t^{5/2}} R \sin\theta$$

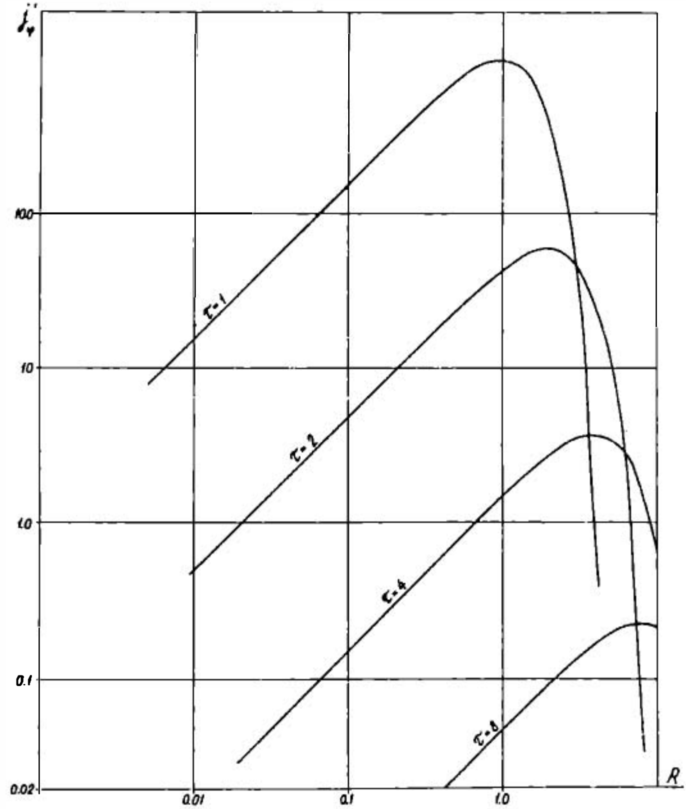


Рис. 3

Эти формулы удовлетворительно описывают поле, если параметр $u \leq 0{,}2$. В поздней стадии становления магнитное поле не зависит от расстояния до источника ($\theta = const$), и имеет место более тесная связь с удельной проводимостью, чем в гармонических полях при измерении амплитуды и активной компоненты /2//3/.

В табл. 3 приведены значения параметра u как функции удельного сопротивления ρ и времени t.

Согласно (I.I3) плотность тока в среде равна:

$$j_\varphi = \sqrt{\frac{2}{\pi}}\, \frac{M}{4\pi}\, \frac{\sin\theta}{R^4}\, u^5 e^{-\frac{u^2}{2}} \qquad \text{(I.I5)}$$

На рис. 3 представлены графики функции $\frac{u^5}{R^4} e^{-\frac{u^2}{2}}$ в зависимости от расстояния до источника $R\left(\theta = \frac{\pi}{2}\right)$. Шифр кривых – параметр τ.

Т а б л и ц а 3

$\rho_{омм}$ \ $t_{мкс}$	I	4	9	I6	25	36	49	64	8I	I00
0,I0	2,50	I,I5	0,84	0,63	0,50	0,42	0,36	0,3I	0,28	0,25
0,50	I,II	0,56	0,38	0,28	0,22	0,I9	0,I6	0,I4	0,I2	0,II
I,00	0,80	0,40	0,27	0,20	0,I6	0,I3	0,I2	0,I0	0,09	0,08
5,00	0,35	0,I8	0,I2	0,089	0,07I	0,059	0,05I	0,044	0,039	0,035
I0,00	0,250	0,I25	0,084	0,063	0,050	0,042	0,036	0,03I	0,028	0,025

С увеличением времени максимум на кривых смещается в сторону больших расстояний. Поэтому магнитное поле или э.д.с., измеряемые на оси диполя, становятся более чувствительными к удаленным участкам среды. Подтвердим это следующим расчетом. Представим мысленно все однородное пространство в виде концентрической системы сферических оболочек. В каждый момент времени измеряемое магнитное поле определяется распределением токов в оболочках. Опуская несложные выкладки, связанные с расчетом магнитного поля по закону Био–Савара, получаем для отношения э.д.с., создаваемой токами в оболочках, радиус которых больше R_2, к э.д.с. в однородной среде в точке, расположенной от диполя на расстоянии R_1, следующее выражение:

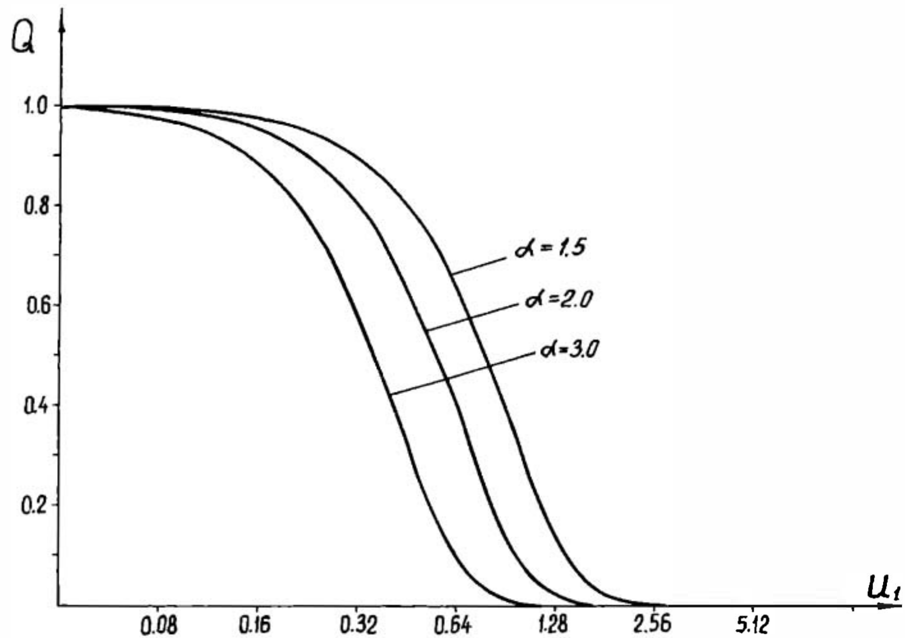


Рис. 4

$$Q(u_1, \alpha) = \left(1 - \frac{1}{3} u_1^2\right) e^{-\frac{u_1^2}{2}(\alpha^2 - 1)}, \qquad \text{(I.I6)}$$

где $\alpha = \frac{R_2}{R_1}$, $u_1 = \frac{2\pi R_1}{\tau}$

На рис. 4 приведены кривые Q (u_1, α) в зависимости от u_1. При малых временах токи в основном сконцентрированы вблизи источника и поле, измеряемое в точке R_1, практически не зависит от токов, наведенных в относительно удаленных точках среды ($u_1 \to \infty$, $Q \to 0$). При больших временах ($u_1 \to$ 0) поле, главным образом, определяется токами во внешней части среды ($R > R_2$); $Q(u_1, \alpha) \to$ I, и чем позже производится измерение, тем больше глубинность исследования. Если параметр $\frac{u_1^2}{2}(\alpha^2 - \text{I}) \leqslant$ 0,I2, то функция $Q(u_1, \alpha)$, характеризующая относительный вклад в величину э.д.с. токов, индуцированных в области $R > R_2$ равна: $Q(u_1, \alpha) \approx 1 - \frac{1}{3} u_1^2$.

Так как с течением времени происходит превращение электромагнитной энергии в тепловую, то выбор момента измерения, естественно, определяется мощностью источника поля и чувствительностью измерительной аппаратуры.

Электромагнитное поле вертикального магнитного диполя в однородном полупространстве

Как известно /4/, выражения для компонент поля вертикального магнитного диполя (E_φ, B_z и B_τ) имеют следующий вид:

$$E_\varphi = \frac{3M\rho}{2\pi \tau^4} e_\varphi \,, \quad B_z = \frac{\mu M}{4\pi \tau^3} b_z \,, \quad B_\tau = -\frac{\mu M}{4\pi \tau^3} b_\tau \,, \qquad \text{(I.I7)}$$

где ρ – удельное сопротивление среды,
M – момент магнитного поля,
τ – расстояние от диполя до точки измерения,
μ – магнитная проницаемость среды, равная $4\pi \cdot \text{I0}^{-7}$ гн/м.,

$$e_\varphi = \left[\Phi(u) - \sqrt{\tfrac{2}{\pi}}\, u\left(1 + \tfrac{u^2}{3}\right) e^{-\frac{u^2}{2}}\right],$$

$$b_z = \left[1 - \left(1 - \tfrac{9}{u^2}\right)\Phi(u) - \sqrt{\tfrac{2}{\pi}}\, e^{-\frac{u^2}{2}}\left(\tfrac{9}{u} + 2u\right)\right], \qquad (I.18)$$

$$b_r = 4e^{-\frac{u^2}{4}}\left[\left(2 + \tfrac{u^2}{4}\right) I_1\left(\tfrac{u^2}{4}\right) - \tfrac{u^2}{4} I_0\left(\tfrac{u^2}{4}\right)\right];$$

здесь $u = \dfrac{2\pi r}{\tau}$, $\tau = 2\pi\sqrt{2t}\cdot a$, $a = \dfrac{1}{\sqrt{\mu\gamma}}$,

γ - удельная проводимость среды,

t - время,

$\Phi(u)$ - интеграл вероятности,

$I_0(x)$ и $I_1(x)$ - модифицированные функции Бесселя нулевого и первого порядков.

В табл. 4 приведены значения e_φ , b_z и b_r как функции параметра τ/r .

Рассмотрим поведение компонент поля, когда параметр $\dfrac{\tau}{r}$ мал ($u \to \infty$). Используя асимптотические выражения для функций $\Phi(u)$, $I_0(u)$ и $I_1(u)$ при $u \to \infty$: $\Phi(u) \to 1$,

$$I_0(u) \to \frac{e^u}{\sqrt{2\pi u}}\left(1 + \frac{1}{8u} + \frac{9}{128u^2} + \dots\right),\quad I_1(u) \to \frac{e^u}{\sqrt{2\pi u}}\left(1 - \frac{3}{8u} - \frac{15}{128u^2} - \dots\right)$$

имеем:

$$E_\varphi \to \frac{3M\rho}{4\pi r^4},$$

$$(I.19)$$

$$B_z \to \frac{\mu M}{4\pi r^3}\,\frac{9}{u^2} = \frac{9M\rho}{2\pi r^5}\,t,$$

$$B_r \to \frac{\mu M}{4\pi r^3}\,\frac{6\sqrt{2}}{\sqrt{\pi}\,u} = \frac{3\mu M}{\pi r^4}\sqrt{\frac{2t}{\mu\gamma\pi}}.$$

Таблица 4

τ/r	e_{φ}	$1-b_z$	b_r
0,I250 IO^{0}	+0,I000 IO^{+I}	0,9964 IO^{0}	+0,95I6 IO^{-I}
0,I486	0,I000	0,9950	0,II3I IO^{0}
0,I768	0,I000	0,9929	0,I344
0,2I02	0,I000	0,9899	0,I597
0,2500	0,I000	0,9858	0,I897
0,2973	0,I000	0,9799	0,2252
0,3536	0,I000	0,97I5	0,2672
0,5204	0,I000	0:9597	0,3I67
0,5000	0,I000	0,9430	0,3749
0,5946	0,I000	0,9I92	0,4427
0,707I	0,I000	0,8860	0,52I3
0,8409	0,I000	0,8388	0,6II0
0,I000 IO^{I}	0,I000	0,7720	0,7II2
0,II89	0,I000	0,6776	0,8I87
0,I4II	+0,9986 IO^{0}	0,3445	0,924I
0,I682	0,984I	0,3625	+I,I004 IO^{I}
0,2000	0,92I0	0,I405	0,I0I7
0,2378	0,7778	-0,7562 IO^{-I}	+0,9296 IO^{0}
0,2828	0,576I	0,2273 IO^{0}	0,7564
0,3364	0,3750	0,2893	0,5509
0,4000	0,2I86	0,2786	0,365I
0,4757	0,II68	0,2296	0,2246
0,5757	+0,5839 IO^{-I}	0,I709	0,I306
0,6727	0,2779	0,II98	+0,7276 IO^{-I}
0,8000	0,I279	0,7903 IO^{-I}	0,393I
0,95I4	+0,5726 IO^{-2}	0,508I	0,2077
0,II3I IO^{2}	0,25I8	0,3I92	0,I080
0,I345	0,I093	0,I973	+0,5555 IO^{-2}
0,I600	+0,4702 IO^{-3}	0,I206	0,2833
0,I903	0,2009	0,73II IO^{-2}	0,I437
0,2263	+0,8543 IO^{-4}	0,4407	+0,7255 IO^{-3}
0,269I	0,362I	0,2646	0,3653
0,3200	0,I53I	0,I584	0,I836
0,3805	+0,6464 IO^{-5}	0,9465 IO^{-3}	+0,92II IO^{-4}
0,4525	0,2225	0,5647	0,46I7
0,5382	0,II48	0,3366	0,23I2
0,6400	+0,4834 IO^{-6}	0,2005	0,II58

Характер влияния удельного сопротивления среды и расстояния до источника такой же, как в волновой зоне для гармонического диполя, электрическое поле на дневной поверхности не зависит от времени; магнитное поле растет с увеличением времени (вертикальная компонента растет быстрее, чем горизонтальная). В области больших значений параметра u $B_z < B_r$. Чем больше удельная проводимость среды и расстояние до источника, тем при больших временах имеют место отмеченные выше закономерности в поведении поля. Из сопоставления результатов расчета по асимптотическим формулам с данными, приведенными в табл. 4, следует, что выражения (I.19) справедливы с достаточной точностью для электрического поля E_φ и вертикальной компоненты B_z при $\tau/r < 2$, и для горизонтальной компоненты B_r при $\tau/r < 1$. В табл. 5 даны максимальные значения времени t (мк.сек.), при которых выполняются соотношения (I.19) для E_φ и B_z.

Применяя разложение интеграла вероятности и модифицированных функций Бесселя по малому параметру

$$I_0(x) \to 1 + \frac{x^2}{4} + \frac{x^4}{64} + \dots ,$$

$$I_1(x) \to \frac{x}{2} + \frac{x^3}{16} + \dots$$

получаем приближенные формулы для компонент поля, когда параметр τ/r значительно больше единицы (большие времена, относительно небольшая проводимость среды, малые расстояния от точки наблюдения до источника):

$$E_\varphi = \frac{\mu^{5/2} \gamma^{3/2} r M}{40\pi\sqrt{\pi}\, t^{5/2}} ,$$

$$B_z = \frac{\mu M}{4\pi r^3}\left[1 + \frac{2}{15}\frac{r^3}{\sqrt{\pi}}\frac{1}{t^{3/2}}(\mu\gamma)^{3/2}\right], \qquad (I.20)$$

$$B_r = \frac{\mu M}{4\pi r^3}\cdot\frac{r^4}{32\, t^2}(\mu\gamma)^2 .$$

Вертикальная компонента магнитного поля значительно больше горизонтальной и не зависит от расстояния. Поэтому при измерении вертикальной компоненты поля в поздней стадии становления изменение расстояния между передающими и приемным устройствами и угла наклона между ними приводит к меньшим ошибкам, чем при измерении гармонических полей.

Таблица 5

r м	ρ ом. м					
	5	10	20	40	100	1000
50	32	16,0	8,00	4,00	1,60	0,16
100	127	63,0	31,8	15,9	6,36	0,64
200	508	254	127	63,6	25,4	2,54

В области больших времен магнитное поле связано с электропроводностью среды и расстоянием также, как реактивная компонента поля в низкочастотной части спектра. Поэтому в поздней стадии становления магнитное поле более чувствительно к изменениям удельной проводимости среды, чем амплитуда вторичного поля на низких частотах.

Приближенные формулы для компонент поля (1.20) можно получить, используя связь временной характеристики со спектральной плотностью.

Как известно / 5 /

$$f(t)=\frac{2}{\pi}\int_0^\infty f(\omega)\sin\omega t\,d\omega ,$$

где $f(\omega)$ – реактивная компонента электрического или магнитного поля, деленная на частоту. Применяя интегрирование по частям, имеем:

$$f(t)=\frac{2}{\pi}\Big[-\frac{1}{t}f(\omega)\cos\omega t\Big|_0^\infty + \tag{1.21}$$

$$+\frac{1}{t^2}f'(\omega)\sin\omega t\Big|_0^\infty-\frac{1}{t^2}\int_0^\infty f''(\omega)\sin\omega t\,d\omega\Big].$$

Этот процесс можно продолжить, если $f(\omega)$ или её первые производные равны нулю при $\omega = 0$.

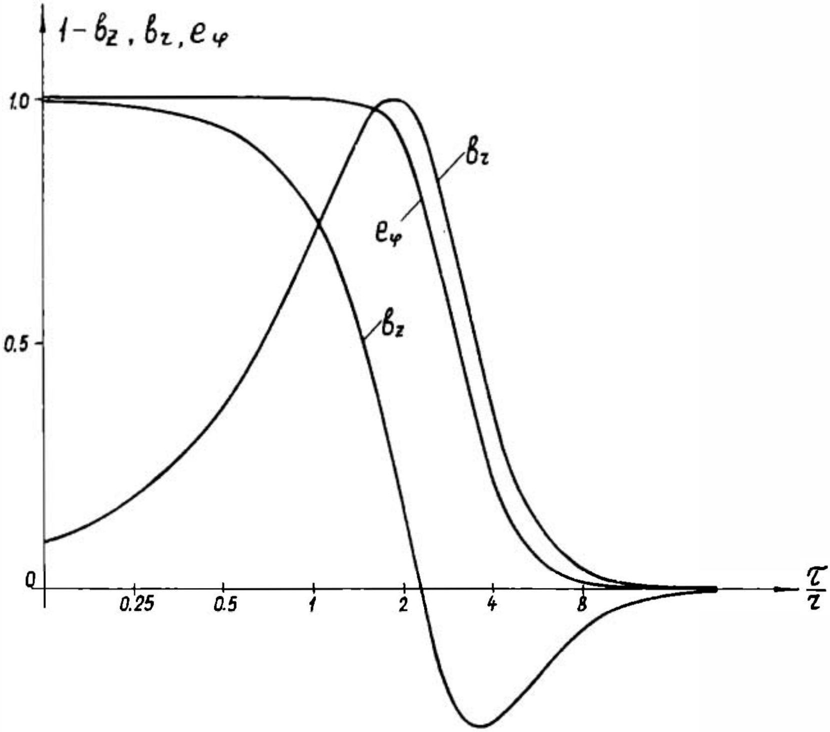


Рис. 5

Как известно:

$$\frac{Re\, b_r}{\omega} \approx A\omega + \frac{r^4(\mu\gamma)^2}{32}\,\omega \ln \omega$$

$$\frac{Re\, b_z}{\omega} \approx \frac{1}{\omega} + \frac{2\sqrt{2}\, r^3}{15}\,\frac{(\mu\gamma\omega)^{3/2}}{\omega}, \quad (\omega \to 0)$$

где A - коэффициент, не зависящий от частоты.
Подставляя эти выражения в (I.2I) и принимая во внимание, что реактивная компонента магнитного поля вертикального магнитного диполя и её производные по частоте равны нулю при $\omega \to \infty$ имеем:

$$b_r(t) = \frac{2}{\pi}\int_0^{\infty} Re\, b_r(\omega)\frac{\sin\omega t}{\omega}\,d\omega \simeq \frac{r^4(\mu\gamma)^2}{32\, t^2},$$

$$b_z(t) = \frac{2}{\pi}\int_0^{\infty} Re\, b_z(\omega)\frac{\sin\omega t}{\omega}\,d\omega \simeq 1 + \frac{2}{15}\,\frac{r^3(\mu\gamma)^{3/2}}{t^{3/2}}.$$

Таким образом, магнитное поле на больших временах определяется низкочастотной частью спектра реактивной компоненты поля, обусловленной взаимодействием индуцированных токов в проводящей среде.

Формулы (I.20) удовлетворительно описывают поле, когда параметр τ/r больше I6. На рис. 5 приведены графики для компонент поля вертикального диполя в зависимости от параметра τ/r.

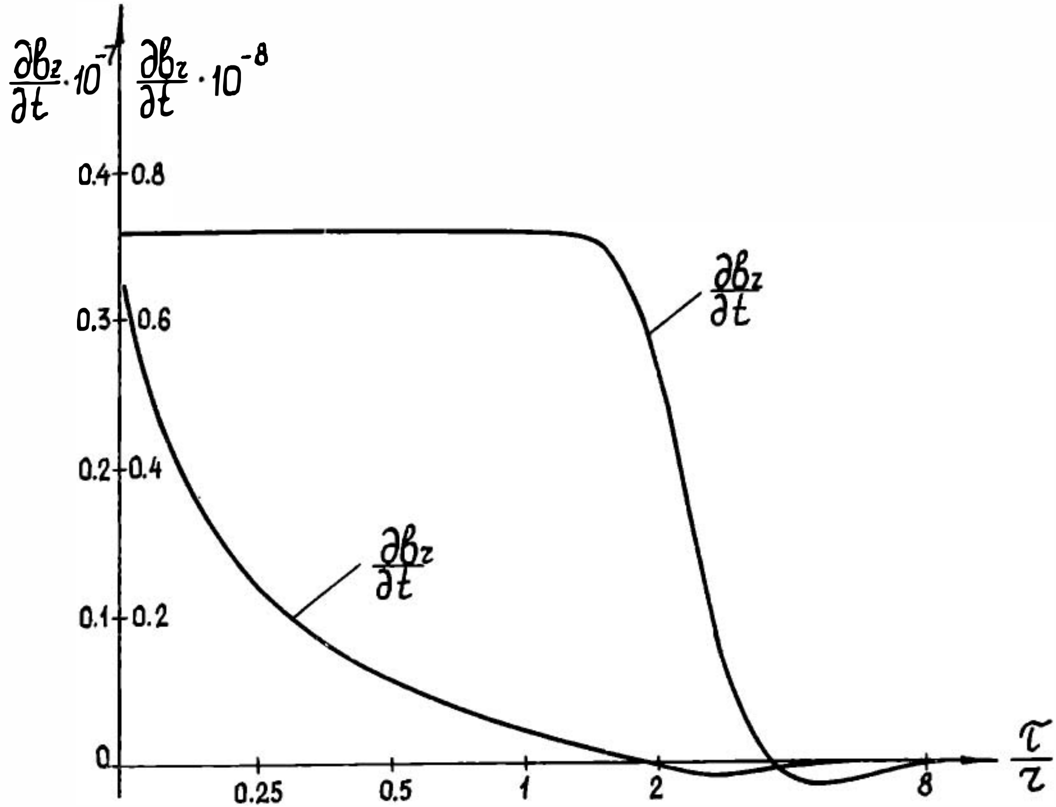
Рассмотрим производные по времени от компонент магнитного поля. Согласно (I.I8) имеем:

$$\frac{\partial B_z}{\partial t} = \frac{9M\rho}{2\pi r^5}\left[\Phi(u) - \sqrt{\frac{2}{\pi}}\, e^{-\frac{u^2}{2}}\, u\left(1+\frac{u^2}{3}+\frac{u^4}{9}\right)\right], \qquad (1.22)$$

$$\frac{\partial B_r}{\partial t} = \frac{4\pi M}{r^3}\,\frac{\rho u^2}{\tau^2}\, e^{-\frac{u^2}{4}}\left[\left(1+\frac{u^2}{2}\right)I_0\!\left(\frac{u^2}{4}\right) - \left(2+\frac{u^2}{2}+\frac{8}{u^2}\right)I_1\!\left(\frac{u^2}{4}\right)\right]$$

Таблица 6

τ/r	$\partial b_z^z/\partial t$	$\partial b_r^z/\partial t$
0,I250 IO^0	0,358I IO^7	0,65I9 IO^8
0,I486	0,358I	0,4993
0,I768	0,358I	0,3907
0,2I02	0,358I	0,3III
0,2500	0,358I	0,25II
0,2973	0,358I	0,2047
0,3536	0,358I	0,I680
0,4204	0,358I	0,I384
0,5000	0,358I	0,II4I
0,5946	0,358I	0,9367 IO^7
0,707I	0,358I	0,7625
0,8409	0,358I	0,6I04
0,I000 IO^I	0,358I	0,4745
0,II89	0,3580	0,3489
0,I4II	0,3547	0,2228
0,I682	0,3309	0,8665 IO^{+6}
0,2000	0,2600	-0,3950
0,2378	0,I539	-0,I098 IO^7
0,2828	0,6065 IO^{+6}	-0,II30
0,3364	0,8I4I IO^{+5}	-0,8I06 IO^{+6}
0,4000	-0,I0I2 IO^{+6}	-0,4672
0,4757	-0,II52	-0,2326
0,5657	-0,805I IO^5	-0,I046
0,6727	-0,4636	-0,4385 IO^{+5}
0,8000	-0,2393	-0,I748
0,95I4	-0,II57	-0,6727 IO^{+4}
0,II3I IO^2	-0,5356 IO^{+4}	-0,2525
0,I345	-0,2408	-0,93I5 IO^{+3}
0,I600	-0,I06I	-0,3393
0,I903	-0,46I0 IO^{+2}	-0,I225
0,2263	-0,I983	-0,4398 IO^{+2}
0,269I	-0,8477 IO^{+2}	-0,I57I
0,3200	-0,3605	-0,5598 IO^{+I}
0,3805	-0,I528	-0,I990
0,4525	-6462 IO	-0,706I IO
0,5382	-0,2728	-0,2503
0,6400	-0,II50	-0,8866 IO



$\frac{\partial b_z}{\partial t}\cdot 10^{-7}$
$\frac{\partial b_z}{\partial t}\cdot 10^{-8}$
0.4
0.8
0.3
0.6
0.2
0.4
0.1
0.2
0
0.25
0.5
1
2
8
$\frac{\tau}{\tau}$
$\frac{\partial b_z}{\partial t}$
$\frac{\partial b_z}{\partial t}$

Рис. 6

В табл. 6 приведены значения $\frac{\partial b_z}{\partial t}$ и $\frac{\partial b_r}{\partial t}$ в зависимости от параметра τ/r, соответствующие графики представлены на рис. 6.

Из приближенных формул (I.20) следует, что:

$$\frac{\partial B_z}{\partial t} \simeq \frac{9M\rho}{2\pi r^5} \qquad (\tau/r < 2)$$

$$\frac{\partial B_r}{\partial t} \simeq \frac{3M}{2\pi r^4}\sqrt{\frac{\mu\rho}{\pi t}} \qquad (\tau/r < 1)$$

$$\frac{\partial B_z}{\partial t} \simeq -\frac{\mu M}{20\pi\sqrt{\pi}}\frac{(\mu\gamma)^{3/2}}{t^{5/2}} = -M\sqrt{\frac{2}{\pi}}\frac{\rho\pi^4\cdot 32}{\tau^5\cdot 5}$$

$$(I.23)$$

$$\frac{\partial B_r}{\partial t} \simeq -\frac{\mu M}{64\pi} r\frac{(\mu\gamma)^2}{t^3} = -\frac{8\pi^5 M\rho}{\tau^6}, \quad \left(\frac{\tau}{r} > 16\right)$$

$$E_\varphi = -\frac{r}{2}\frac{\partial B_z}{\partial t} \quad .$$

Э.д.с., индуцированная в рамке, связана с параметрами среды так же, как компоненты магнитного поля.

Глава II

ПОЗДНЯЯ СТАДИЯ СТАНОВЛЕНИЯ ПОЛЯ

Получение асимптотических формул, описывающих позднюю стадию становления в горизонтально-слоистой среде, в отличие от наиболее простых случаев однородной среды и однородного полупространства, представляет известные трудности.

Как было показано на стр. 17 поздняя стадия становления поля определяется низкочастотной частью спектра и его производными по частоте. Поэтому вывод асимптотических формул для поздней стадии становления состоит из двух частей:

представление низкочастотной части спектра в виде ряда по ω и

определение коэффициентов асимптотического ряда по степеням $1/t$.

Вначале покажем, что в формировании поля на достаточно больших временах основную роль играют низкочастотные пространственные гармоники, характеризующиеся малыми значениями m. Как известно, вектор-потенциал вертикального магнитного диполя, расположенного на дневной поверхности, можно представить в виде суммы цилиндрических волн с пространственной частотой m :

$$A_z = \frac{\mu M}{2\pi} \int\limits_0^\infty \frac{m}{m + \frac{m_1}{R}} J_0(mr)\, dm \,, \tag{2.1}$$

где

$$R = cth\Big[m_1 h_1 + arcth \frac{m_1}{m_2} cth\big[m_2 h_2 + \ldots + arcth \frac{m_{N-1}}{m_N}\big]\Big], \quad m_i = \sqrt{m^2 + k_i^2}\,, \quad i = 1 \ldots N. \tag{2.2}$$

Чем меньше пространственная частота m , тем медленнее изменяется цилиндрическая волна, т.е. поле становится более однородным, и, как показано ниже, более глубоко проникает в проводящую среду / 6 /.

Интеграл в правой части (2.I) запишем в виде суммы двух интегралов:

$$\int\limits_0^\infty F(m_i, m) J_0(mr)\, dm = \int\limits_0^{m_0} F J_0(mr)\, dm + \int\limits_{m_0}^\infty F J_0(mr)\, dm, \tag{2.3}$$

здесь m_0 - достаточно малое число. Поскольку внешний интеграл не содержит нулевой пространственной гармоники, то подынтегральную функцию можно разложить в ряд по степеням $(k/m)^{2n}$, и интеграл принимает вид:

$$\int_{m_0}^{\infty} F J_0(mr)\,dm = \sum_{n=1}^{\infty} a_n K_i^{2n} \quad , \tag{2,4}$$

здесь $K_i \ll 1$ – волновое число i – пласта, через которое можно выразить волновые числа остальных пластов.

Согласно (2.4) для реальной и мнимой компонент внешнего интеграла имеем:

$$Re\int_{m_0}^{\infty} F J_0(mr)\,dm = \sum_{n=1}^{\infty} C_n\,\omega^{2n} \; ,$$

$$Jm\int_{m_0}^{\infty} F J_0(mr)\,dm = \sum_{n=1}^{\infty} d_n\,\omega^{2n-1} \; . \tag{2.5}$$

Таким образом, низкочастотная часть спектра обязанная пространственным гармоникам с $m > m_0$ содержит только целые степени ω. При возбуждении поля током в источнике

$$J = \begin{cases} 0 & (t<0) \\ J & (t>0) \end{cases}$$

вектор-потенциал $A_z(t)$ связан с гармоническим полем соотношением:

$$A_z(t) = \frac{2}{\pi}\int_0^{\infty} Re\,A_z(t)\,\frac{\sin\omega t}{\omega}\,d\omega \quad ,$$

$$A_z(t) = \frac{2}{\pi}\int_0^{\infty} Jm\,A_z(t)\,\frac{\cos\omega t}{\omega}\,d\omega \quad . \tag{2.6}$$

Поэтому при определении вклада, вносимого внешней частью интеграла (2.4) в позднюю стадию становления, надо найти интегралы вида:

$$L_{on} = \int_0^{\infty} \omega^{2n-1}\sin\omega t\,d\omega \quad , \tag{2.7}$$

$$M_{on} = \int_0^{\infty} \omega^{2n-2}\cos\omega t\,d\omega \quad ,$$

которые будем рассматривать как предельный случай $(t \to \infty)$ более общих интервалов:

$$L_{on} = \lim_{\beta \to 0} \int_0^\infty e^{-\beta\omega} \omega^{2n-1} \sin \omega t \, d\omega$$

$$M_{on} = \lim_{\beta \to 0} \int_0^\infty e^{-\beta\omega} \omega^{2n-2} \cos \omega t \, d\omega \qquad (2.8)$$

Интегралы в правой части (2.8) табличные и, как не трудно видеть, равны нулю. Таким образом, показано, что поведение поля на больших временах определяется той частью низкочастотного спектра, которая представлена длиннопериодными пространственными гармониками: $m < m_0$, т.е. первым слагаемым в правой части (2.3). Очевидно, что целые степени ω , возникающие при определении низкочастотного спектра внутреннего интеграла,также не влияют на позднюю стадию становления. Поэтому при разложении спектра в ряд по ω основной интерес представляют члены,содержащие дробные степени ω и логарифм ω .

Методика получения низкочастотного спектра, точнее членов, определяющих становление в поздней стадии, зависит от удельного сопротивления основания среды, величина которого влияет на характер распределения токов. Так, при конечном удельном сопротивлении на больших временах все токи находятся в наиболее глубоко залегающей среде; напротив, при бесконечно большом удельном сопротивлении основания токи распределяются равномерно по вертикали: от дневной поверхности до границы с непроводящей средой.

Вначале рассмотрим вывод асимптотических формул в двухслойной среде с проводящим основанием.

Первый способ исходит из следующего представления для A_z;

$$A_z = \frac{M}{4\pi r} \int_0^\infty F(m) e^{-m\bar{z}} J_0(m) \, dm \ , \qquad (2.9)$$

где

$$F(m) = -\frac{m_{10} + m_{12} e^{-2m_1 h}}{1 + m_{10} m_{12} e^{-2m_1 h}} \ , \qquad (2.10)$$

здесь

$$m_{10}=\frac{m_1-m}{m_1+m}\ ,\ m_{12}=\frac{m_2-m_1}{m_2+m_1}\ ,\ h=\frac{H}{r}\ ,\ \bar{z}=\frac{z}{r}\ ,$$

H - мощность пласта, z и r - координаты точки наблюдения. Поскольку при всех m слагаемое $m_{10}m_{12}e^{-2m_1h}$ меньше единицы, то дробь $\frac{1}{1+m_{10}m_{12}e^{-2m_1h}}$ можно представить в виде ряда:

$$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n m_{10}^n m_{12}^n e^{-2m_1hn} .$$

Тогда функция $F(m)$ принимает вид:

$$F(m)=-\left[\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1} m_{10}^n m_{12}^{n-1} e^{-2m_1h(n-1)}+\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1} m_{10}^{n-1} m_{12}^n e^{-2m_1hn}\right]. \tag{2.II}$$

Знакопеременный ряд в выражении (2.II) при всех значениях m достаточно быстро сходится, и каждый член ряда можно интерпретировать как соответствующее отражение от поверхности раздела сред с различной проводимостью при возбуждении поля элементарной цилиндрической волной. Считая величину $2m_1hn$ на участке интегрирования $0\leqslant m\leqslant m_0<1$ достаточно малой, разложим $e^{-2m_1h(n-1)}$ и e^{-2m_1hn} в ряд и представим функцию F в виде:

$$F=\sum_{\ell=1} F_\ell \quad , \tag{2.I2}$$

где F_ℓ - функции, получаемые при замене экспонент, стоящих в правой части (2.II), соответствующим членом разложения. Очевидно,

$$F_1=-\left[\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1} m_{10}^n m_{12}^{n-1}+\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1} m_{10}^{n-1} m_{12}^n\right]. \tag{2,I3}$$

Воспользовавшись известным разложением

$$\frac{1}{1+x}=\sum_{\kappa=1}^{\infty}(-1)^\kappa x^\kappa \quad ,$$

имеем:

$$F_1 = -\left[A_1 + B_1\right] \ , \tag{2.14}$$

где

$$A_1 = \frac{m_{10}}{1 + m_{10} m_{12}} \ , \quad B_1 = \frac{m_{12}}{1 + m_{10} m_{12}} \ . \tag{2.15}$$

Аналогично

$$F_2 = -2m_1 h\left[\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} (n-1) m_{10}^{n} \, m_{12}^{n-1} + \right. \tag{2.16}$$

$$\left. + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} n m_{10}^{n-1} m_{12}^{n} \right] = 2m_1 h\left[A_2 + B_2\right].$$

Нетрудно заметить, что функции A_2 и B_2 можно представить в виде:

$$A_2 = m_{12} A_1' \ , \quad B_2 = m_{12} B_1' \ , \tag{2.17}$$

где A_1' и B_1' – производные по параметру m_{12} и для F_2 имеем:

$$F_2 = \frac{d_2}{d_1} m_{12} F_1' \ ,$$

здесь d_i – коэффициенты разложения $e^{-2m_1 h}$. Аналогично

$$F_3 = \frac{d_3}{d_2} m_{12} F_2' \ . \tag{2.18}$$

В общем случае имеем:

$$F_n = \frac{d_n}{d_{n-1}} m_{12} F_{n-1}' \ , \tag{2.19}$$

где

$$\frac{d_n}{d_{n-1}} = -\frac{2m_1 h}{n-1} \ .$$

Опуская несложные преобразования, получаем следующие выражения для функций F_i :

$$F_1 = \frac{m_{10} + m_{12}}{1 + m_{10} m_{12}} , \tag{2.20}$$

$$F_2 = 2 m_1 h\, m_{12} \frac{1 - m_{10}^2}{(1 + m_{10} m_{12})^2} , \tag{2.21}$$

$$F_3 = -2 m_1^2 h^2 m_{12} \frac{(1 - m_{10}^2)(1 - m_{10} m_{12})}{(1 + m_{10} m_{12})^3} , \tag{2.22}$$

$$F_4 = \frac{4}{3} h^3 m_1^3 m_{12} \frac{1 - m_{10}^2}{(1 + m_{10} m_{12})^4} \left[m_{10}^2 m_{12}^2 - 4 m_{10} m_{12} + 1 \right] , \tag{2.23}$$

$$F_5 = \frac{2}{3} h^4 m_1^4 m_{12} \frac{1 - m_{10}^2}{(1 + m_{10} m_{12})^5} \left[- m_{10}^3 m_{12}^3 + \right. \tag{2.24}$$

$$\left. + 11 m_{10}^2 m_{12}^2 - 11 m_{10} m_{12} + 1 \right] .$$

Функции F_ℓ с индексом $\ell > 9$ не вносят вклад в разложе - ние интегралов, если ограничиться членами ряда со степенями ω не больше трех.

Воспользуемся соотношениями:

$$\frac{1}{1 + m_{10} m_{12}} = \frac{(m_1 + m)(m_1 + m_2)}{2 m_1 (m_2 + m)} , \quad 1 - m_{10}^2 = \frac{4 m m_1}{(m_1 + m)^2} ,$$

$$1 - m_{10} m_{12} = \frac{2 \left[m (m + m_2) + \alpha^4 \right]}{(m_1 + m)(m_2 + m_1)} ,$$

где $\alpha^4 = K_1^2$, и выразим функции F_i через m, m_1, m_2:

$$F_1 = - \frac{S \alpha^4}{(m + m_2)^2} , \tag{2.25}$$

$$F_2 = 2mh\,\frac{(S-1)\alpha^4}{(m+m_2)^2}\,, \qquad (2.26)$$

$$F_3 = F_3' + F_3''\,, \qquad (2.27)$$

где

$$F_3' = -2h^2(S-1)\alpha^4\frac{m^2}{(m+m_2)^2}\,,\quad F_3'' = -2h^2(S-1)\alpha^8\frac{m}{(m_2+m)^3} \qquad (2.28)$$

$$F_4 = \sum_{i=1}^{4} F_4^{(i)}\,,$$

где

$$F_4^{(1)} = \frac{4}{3}h^3(S-1)\alpha^4\frac{m^3}{(m+m_2)^2}\,,$$

$$F_4^{(2)} = \frac{8}{3}h^3(S-1)\alpha^8\frac{m^2}{(m+m_2)^3}\,, \qquad (2.29)$$

$$F_4^{(3)} = \frac{4}{3}h^3(S-1)\alpha^{12}\frac{m}{(m+m_2)^4}\,,$$

$$F_4^{(4)} = -\frac{2}{3}h^3(S-1)\alpha^{12}\frac{m}{(m+m_2)^4}$$

и, наконец,

$$F_5 = \sum_{i=1}^{6} F_5^{(i)}\,, \qquad (2.29')$$

$$F_5^{(1)} = -\frac{2}{3}h^4(S-1)\alpha^4\frac{m^4}{(m+m_2)^2}\,,$$

$$F_5^{(2)} = -2h^4(S-1)\alpha^8\frac{m^3}{(m+m_2)^3}\,,$$

$$F_5^{(3)} = -2h^4(S-1)\alpha^{12}\frac{m^2}{(m+m_2)^4}\,,$$

$$F_5^{(4)} = -\frac{2}{3}h^4(S-1)\alpha^{16}\frac{m}{(m+m_2)^5}\,,$$

$$F_5^{(5)} = \frac{4}{3} h^4 (S-1) \alpha^{12} \frac{m^2}{(m+m_2)^4} ,$$

$$F_5^{(6)} = \frac{4}{3} h^4 (S-1) \alpha^{16} \frac{m}{(m+m_2)^2} ,$$

здесь

$$S = \frac{\gamma_2}{\gamma_1} \quad \text{и} \quad \alpha^4 = K_1^2 .$$

Таким образом, внутренний интеграл в выражении для вектор-потенциала записывается в виде:

$$\sum_{K=1} \int_0^{m_0} F_K e^{-m\bar{z}} J_0(m) dm . \tag{2.30}$$

Так как $m_0 \ll 1$, то произведение $e^{-m\bar{z}} J_0(m)$ можно пред - ставить в виде быстро сходящегося ряда:

$$e^{-m\bar{z}} J_0(m) = \sum_{K=0}^{\infty} f_K^{(0)} m^K . \tag{2.31}$$

Интегралы в выражении (2.30) после подстановки ряда (2.31) и умножения знаменателя в функциях $F_K^{(i)}$ на сопряженное приводятся к табличным интегралам вида:

$$I_n = \int_0^{m_0} m^n (m^2 + S\alpha^4)^{1/2} dm , \tag{2.32}$$

которые связаны между собою рекуррентным соотношением

$$I_n = \frac{m^{n-1}(m^2 - S\alpha^4)^{1/2}}{(n+2)} - \frac{n-1}{n-2} S\alpha^4 I_{n-2} \qquad (n \geq 2).$$

При определении компонент электромагнитного поля многие коэффициенты сокращаются, так, например, в асимптотическом выражении для вертикальной компоненты магнитного поля присутствуют члены, содержащие относительную мощность пласта H/r в степени не выше трех, т.е. величину B_z (с заданной точностью) определяют только F_1, F_2, F_3 и F_4.

Собирая коэффициенты при нечетных степенях K и $\ln K$ для правой части (2.30), получаем ту часть низкочастотного спектра, которая определяет позднюю стадию становления. Здесь уместно, используя описываемый метод расчета, получить полное представление о низкочастотном спектре, включая слагаемые, содержащие целые степени. При этом, естественно, возникает необходимость в разложении интеграла (2.9) на внешнем участке интегрирования. Примем промежуточную точку m_0, разделяющую весь интервал на внутренний и внешний участки интегрирования, равной α /7/. Методика суммирования ряда (2.II), основанная на разложении $e^{-2m_1 h\ell}$ в ряд по степеням $(m_1 h\ell)^K$, неприемлема для внешней части интеграла, так как параметр m неограниченно возрастает. Поэтому будем искать разложение в ряд по степеням α для интегралов, подинтегральная функция которых представляет собою произведение каждого члена суммы (2.II) на $e^{-mz} J_0(m)$. Для первых шести интегралов имеем следующие выражения:

$$N_0 = -\int_{\alpha}^{\infty} \frac{m_1 - m}{m_1 + m} e^{-mz} J_0(m)\,dm ,$$

$$N_1 = -\int_{\alpha}^{\infty} \frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1} e^{-2m_1 h} e^{-mz} J_0(m)\,dm , \qquad (2.33)$$

$$N_2 = \int_{\alpha}^{\infty} \left(\frac{m_1 - m}{m_1 + m}\right)^2 \frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1} e^{-2m_1 h} e^{-mz} J_0(m)\,dm ,$$

$$N_3 = \int_{\alpha}^{\infty} \frac{m_1 - m}{m_1 + m} \left(\frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1}\right)^2 e^{-4m_1 h} e^{-mz} J_0(m)\,dm ,$$

$$N_4 = \int_{\alpha}^{\infty} \left(\frac{m_1 - m}{m_1 + m}\right)^3 \left(\frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1}\right)^2 e^{-4m_1 h} e^{-mz} J_0(m)\,dm ,$$

$$N_5 = \int_{\alpha}^{\infty} \left(\frac{m_1 - m}{m_1 + m}\right)^2 \left(\frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1}\right)^3 e^{-6m_1 h} e^{-mz} J_0(m)\,dm .$$

Можно показать, что первый член разложения каждого последующего интеграла N_i начинается с более высокой степени α. Эта закономерность отсутствует, если искать разложение для интегралов N_i в пределах от нуля до α : ряды начинаются с одной и той же степени α, но соответствующие коэффициенты уменьшаются. Поэтому на внутреннем участке интегрирования введены функции F_i. Для переменной интегрирования m в (2.33) выполняется условие $m^2 > \alpha^4$, и радикалы, входящие в подынтегральные функции N_i: $\sqrt{m^2+\alpha^4}$ и $\sqrt{m^2+5\alpha^4}$, можно разложить в достаточно быстро сходящийся ряд по степеням α^4/m^2. Таким образом, N_i могут быть выражены через интегралы, не содержащие в подынтегральной функции параметра α. Эти интегралы имеют вид:

$$L_K = \int_\alpha^\infty \frac{e^{-\beta_i m}}{m^K} J_0(m)\,dm\ , \tag{2.34}$$

где
$$\beta_0 = z\ ,\ \beta_1 = z+2h\ ,\ \beta_2 = z+4h\ ,\ \beta_3 = z+6h\ .$$

Введем коэффициенты $f_K^{(i)}$ из соотношения

$$e^{-\beta_i m} J_0(m) = \sum_{K=0}^{\infty} f_K^{(i)} m^K\ .$$

В частности, при $\beta_0\ (h=0)$ имеем $f_K^{(0)}$.

Представим интегралы (2.34) в виде ряда:

$$L_K = \int_\alpha^\infty \frac{e^{-\beta_i m}}{m^K} J_0(m)\,dm = B_K + \sum_P a_p \alpha^p + a_{0K} \ln\alpha\ ,$$

здесь p - может быть отрицательным числом. Беря от обеих частей равенства (2.35) производную по α, и, приравнивая коэффициенты при одинаковых степенях α, легко находим a_p. Для определения постоянных в разложении интегралов L_K воспользуемся соотношениями:

$$\frac{\partial L_K}{\partial \beta} = -L_{K-1}$$

$$J_{i0}(\alpha) = \int_\alpha^\infty \frac{J_0(u)}{u}\,du = \sum_{K=1}^{\infty} \frac{(-1)^{K+1}\left(\frac{\alpha}{2}\right)^{2K}}{2K\,(K!)^2} - \ln\frac{\alpha}{2} - C\ . \tag{2.36}$$

$$J_{i1}(\alpha) = \int\limits_{\alpha}^{\infty} \frac{J_1(u)}{u} du = 1 - \sum_{K=0}^{\infty} \frac{(-1)^K \left(\frac{\alpha}{2}\right)^{2K+1}}{(2K+1) K! (K+1)!} ,$$

здесь $J_0(u)$ и $J_1(u)$ - функции Бесселя нулевого и первого порядка, C - постоянная Эйлера. Для интеграла $\mathcal{L}_0$ имеем:

$$\mathcal{L}_0 = \int\limits_0^{\infty} e^{-\beta_i m} J_0(m) dm .$$

Устремляя α к нулю, получаем интеграл Вебера-Липшица:

$$\mathcal{L}_{0\,(\alpha=0)} = \int\limits_0^{\infty} e^{-\beta_i m} J_0(m) dm = \frac{1}{\sqrt{1+\beta_i^2}} .$$

Таким образом:

$$B_0 = \frac{1}{\sqrt{1+\beta_i^2}} . \tag{2.37}$$

Применяя (2.36), имеем:

$$\frac{\partial B_1}{\partial \beta_i} = B_0 = -\left(1+\beta_i^2\right)^{-1/2}$$

и (2.38)

$$B_1 = -\ln\left[\beta_i + \left(1+\beta_i^2\right)^{1/2}\right] + P_0 .$$

При параметре β_i, равным нулю, получаем

$$B_1(0) = P_0 , \tag{2.39}$$

$\mathcal{L}_1 = J_{i0}(\alpha)$ - интегральная функция Бесселя.
Из соотношения (2.36) имеем $P_0 = C + \ln 2$.
Аналогично находятся остальные функции $B(\beta_i)$. В рассматриваемом приближении достаточно определить B_0, B_1, B_2, B_3 и B_4.

$$B_0=(1+\beta_i^2)^{1/2}, \quad B_1=-\ln\left[\beta_i+(1+\beta_i^2)^{1/2}\right]+\ln 2-c\ ,$$

$$B_2=\beta_i\ln\left[\beta_i+(1+\beta_i^2)^{1/2}\right]-(1+\beta_i^2)^{1/2}+\beta_i\,(c-\ln 2)\ ,$$

$$B_3=\frac{1}{2}\beta_i^2\ln\left[\beta_i+(1+\beta_i^2)^{1/2}\right]+\frac{4}{3}\beta_i(1+\beta_i^2)^{1/2}+ \tag{2.40}$$

$$+\frac{1}{4}\ln\left[\beta_i+(1+\beta_i^2)^{1/2}\right]+\frac{\beta_i^2}{2}(\ln 2-c)-\frac{1}{4}-\frac{1}{4}\ln 2+\frac{1}{4}c\,.$$

$$B_4=\beta_i\left(\frac{1}{6}\beta_i^2-\frac{1}{4}\right)\ln\left[\beta_i+(1+\beta_i^2)^{1/2}\right]+\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{6}\beta_i^3\right)(1-\beta_i^2)^{1/2}-$$

$$-\frac{5}{36}(1+\beta_i^2)^{3/2}-\frac{\beta_i^3}{6}(\ln 2-c)+\frac{\beta_i}{4}(1+\ln 2-c)\,.$$

Собирая все коэффициенты при одинаковых степенях α в разложениях внутреннего и внешнего интегралов, получаем для низкочастотной части спектра вектор-потенциала следующее представление:

$$A_z=\frac{M}{4\pi r}\Big[\varphi_0\alpha^2+\varphi_1\alpha^4\ln\alpha+\varphi_2\alpha^4+\varphi_3\alpha^6+ \tag{2.41}$$
$$+\varphi_4\alpha^8\ln\alpha+\varphi_5\alpha^8+\varphi_6\alpha^{10}+\dots\Big],$$

где

$$\alpha^2=(i\omega\mu\gamma_1)^{1/2}r\ ,$$

$$\varphi_0=-\frac{2}{3}f_0\,S^{1/2}\ ,$$

$$\varphi_1=f_1\frac{S}{4}+f_0\frac{2h(1-S)}{4}+\frac{1}{4}f_1-a_2 f_1\ ,$$

$$\varphi_2=\Big[f_0\frac{2h(1-S)}{8}\left(\frac{1}{2}-2\ln 2+\ln S\right)+$$

$$+f_1\frac{S}{8}\left(\frac{1}{2}-2\ln 2+\ln S\right)-\frac{B_2}{4}-a_2\bar{B}_2\Big],$$

$$\varphi_3 = -f_1 \frac{S^2}{16} + f_2 \frac{4S^{3/2}}{15} - f_3 \frac{S}{8} - f_6 \frac{h(1-S)S}{8} +$$

$$+ f_1 \frac{8h(1-S)S^{1/2}}{15} - f_2 \frac{h(1-S)}{4} + f_0 \frac{8h^2(S-1)S^{3/2}}{15} -$$

$$- f_1 \frac{h^2(S-1)}{4} + \frac{f_3}{8} + \frac{f_1}{16} - \frac{a_2 \bar f_3}{2} + \frac{\bar f_1 a_3}{2} - h\frac{a_2 f_0}{2} \, ,$$

$$\varphi_4 = -f_3 \frac{S^2}{8} - f_2 \frac{h(1-S)S}{4} + f_1 \frac{h^2(S-1)}{4} - f_1 \frac{h^2(S-1)S}{4} -$$

$$- \frac{f_3}{8} - a_3 \bar f_3 + h a_2 \bar f_2 \, ,$$

$$\varphi_5 = \Big[f_1 \frac{5S^3}{256} - f_3 \frac{S^2}{96}(5 - 12\ln 2 + 6\ln S) - f_5 \frac{S}{16} +$$

$$+ f_0 \frac{hS^2(1-S)}{128} - f_2 \frac{2h(1-S)S}{96}(5 - 12\ln 2 + 6\ln S) - f_4 \frac{h(1-S)}{8} +$$

$$+ f_1 \frac{h(S-1)}{24}\left(\frac{7}{2} - 6\ln 2 + 3\ln S\right) - f_1 \frac{h^2(S-1)S}{48}(5 - 12\ln 2 + 6\ln S) -$$

$$- f_1 \frac{h^4(S-1)}{24} + \frac{f_5}{16} + \frac{B_4}{8} - \frac{5}{256} f_1 - \frac{a^2 f_5}{4} - a_3 B_4 +$$

$$+ \frac{a_4 f_1}{4} + a_2 B_3 + \frac{a_3 \bar f_4}{4} + \frac{h_1 a_2 \bar f_0}{16} + \frac{\bar a_2 f_1}{4} + \frac{\nu_3 \check f_1}{4} \Big]$$

$$\varphi_6 = \Big[-f_1 \frac{7S^4}{3\;256} + f_3 \frac{5S^3}{128} - f_4 \frac{16S^{5/2}}{105} + f_5 \frac{S^2}{16} - f_7 \frac{S}{24} +$$

$$+ f_4 \frac{h(1-S)S}{8} + f_2 \frac{5hS^2(1-S)}{64} - f_3 \frac{32hS^{3/2}(1-S)}{105} - f_6 \frac{h(1-S)}{12} -$$

$$-f_1\frac{3h^2}{32}(S-1)S+f_2\frac{12h^2S^{1/2}(S-1)}{35}+f_3\frac{h^2}{8}(S-1)-f_1\frac{5h^2(S-1)S^2}{64}-$$

$$-f_2\frac{32h^2(S-1)S^{3/2}}{105}-f_3\frac{h^2(S-1)S}{8}-f_5\frac{h^2(S-1)}{12}+f_1\frac{32h^3(S-1)S^{1/2}}{315}-$$

$$-f_1\frac{16h^3(S-1)^2S^{1/2}}{315}+f_1\frac{64h^3(S-1)S^{3/2}}{315}-f_2\frac{h^3S(S-1)}{12}+f_4\frac{h^3(S-1)}{18}-$$

$$-f_1\frac{16}{35}h^3(S-1)S^{1/2}+f_2\frac{h^3(S-1)}{6}+f_1\frac{h^4S(S-1)}{24}-f_3\frac{h^4(S-1)}{36}-$$

$$-f_1\frac{h^4(S-1)}{8}+f_2\frac{h(S-1)}{90}-f_1\frac{h^6}{270}(S-1)+\frac{f_7}{24}-\frac{f_5}{16}-\frac{5f_3}{128}+$$

$$+\frac{7}{128\cdot 6}f_1-\frac{a_2\bar{f}_7}{6}-\bar{f}_5\frac{a_3}{2}+\bar{f}_3\frac{a_4}{2}+\bar{f}_1\frac{a_5}{6}-f_4\frac{ha_2}{2}-$$

$$-f_2\frac{ha_3}{2}-f_0\frac{ha_4}{6}+f_1\frac{a_2h}{4}+\bar{f}_2\frac{a_2h}{8}+\bar{f}_2\frac{h\,a_3}{24}-$$

$$-\bar{f}_0\frac{ha_2}{48}+\bar{f}_3\frac{\bar{a}_2}{2}+\bar{f}_1\frac{\bar{a}_3}{6}-\bar{f}_0\frac{h\bar{a}_2}{6}+\check{f}_3\frac{v_3}{2}+\check{f}_1\frac{v_4}{6}-\check{f}_0\frac{h\,v_3}{3}\Big],$$

где f_K, $\bar{f}_K$, $\check{f}_K$ и $\tilde{f}_K$ соответственно являются функциями β_0, β_1, β_2 и β_3, аналогичная связь имеет место для постоянных коэффициентов B,

$$a_2=-\frac{1}{4}(S-1);\quad a_3=\frac{1}{8}(S^2-1);\quad a_4=\frac{1}{64}(-5S^3-S^2\ldots)$$

$$a_5=\frac{1}{128}(S-1)(7S^3+9S^2+9S+7),$$

$$\bar{a}_2=\frac{1}{64}(S-1);\quad \bar{a}_3=\frac{1}{128}(-S^2-2S+3),$$

$$v_3=\frac{1}{64}(S-1)^2,\quad v_4=\frac{1}{128}(-2S^3+S^2+4S-3)$$

2-ой способ

В отличие от первого способа описываемый ниже вывод асимптотических формул для поздней стадии становления менее громоздок, и в основе его лежит представление о том, что на достаточно больших временах токи находятся во второй среде, и поле, практически такое же, как в однородном полупространстве с удельным сопротивлением подстилающей среды. Это определяет характер преобразований подынтегральных функций в гармоническом режиме, в результате которых выделяется слагаемое, соответствующее однородному полупространству. Как известно, /8/ поле может быть представлено в виде:

$$B_z = \frac{\mu M}{2\pi}\int_0^\infty \frac{m^3}{m + \frac{m_1}{R}} J_0(mr)\,dm \quad , \tag{2.43}$$

$$B_r = \frac{\mu M}{2\pi}\int_0^\infty \frac{m^3}{m + \frac{m_1}{R}} J_1(mr)\,dm \quad ,$$

и

$$E_\varphi = \frac{i\omega\mu M}{2\pi}\int_0^\infty \frac{m^2}{m + \frac{m_1}{R}} J_0(mr)\,dm \quad ,$$

где

$$R = cth\left[m_1 h_1 + arcth\frac{m_1}{m_2}\right] \quad . \tag{2.44}$$

Для знаменателя подынтегральной функции имеем:

$$m + \frac{m_1}{R} = m + m_2\frac{1+\frac{m_1}{m_2}th\,m_1h_1}{1+\frac{m_2}{m_1}th\,m_1h_1} \quad . \tag{2.45}$$

Поскольку наиболее существенная область для поздней стадии - это низкочастотные пространственные гармоники $m \ll$ I, то дробь в правой части (2.45) можно разложить в быстро сходящийся ряд:

$$\frac{1+\frac{m_1}{m_2}th\,m_1h_1}{1+\frac{m_2}{m_1}th\,m_1h_1} = 1 + P(m_1, m_2, h)$$

и

$$m + \frac{m_1}{R} = m_1 + m_2\left[1 + P(m_1, m_2, h)\right] = (m_1+m_2)\left(1+\frac{m_2}{m+m_2}P\right),$$

где $P(m_1, m_2, h)$ — также быстро сходящийся ряд по степеням m_1 и m_2. Поэтому, представив дробь $\frac{1}{m+m_1/R}$ в виде

$$\frac{1}{m+m_2}\left[1+\frac{m_2}{m+m_2}P(m_1, m_2, h)\right]^{-1},$$

можно выразить компоненты поля через сумму быстро уменьшающихся по величине интегралов; при этом первый интеграл определяет поле в однородном полупространстве с удельным сопротивлением ρ_2. Естественно, интегрирование выполняется на интервале $0 \leqslant m \leqslant m_0$, и при разложении интегралов в ряд по малому параметру K выделяются только члены, содержащие нечетные степени K и $\ln K$.

Теперь рассмотрим методику получения асимптотических формул для нестационарного поля, исходя из реактивной компоненты:

$$M(t) = \frac{2}{\pi}\int_0^\infty F(\omega)\sin\omega t\, d\omega \quad , \qquad (2,46)$$

где

$$F(\omega) = \frac{Re\, M(\omega)}{\omega} \, .$$

Интегрируя по частям, имеем:

$$M(t) = \frac{2}{\pi}\Big[\frac{1}{t}F(0) - \frac{1}{t^2}\omega t F'(\omega)\Big|_{\omega\to 0} -$$

$$-\frac{1}{t^3}F''(\omega)\Big|_{\omega\to 0} - \frac{1}{t^3}\int_0^\infty F'''(\omega)\cos\omega t\, d\omega\Big] . \qquad (2,47)$$

Это соотношение позволяет получить формулы для поля в поздней стадии становления. Введем следующие обозначения

$$K_1 = \sqrt{i\omega\mu\gamma_1} = \frac{1}{a_1}\omega^{1/2}e^{i\frac{\pi}{4}}, \quad K_1^3 = \frac{1}{a_1^3}\omega^{3/2}e^{i\frac{3\pi}{4}},$$

$$K_1^4 = \frac{1}{a_1^4}\omega^2 e^{i\pi}, \quad K_1^5 = \frac{1}{a_1^5}\omega^{5/2}e^{i\frac{5\pi}{4}} \text{ и т.д. }, \qquad (2,48)$$

где

$$a_1 = \frac{1}{\sqrt{\mu\gamma_1}} \, .$$

Подставляя (2.48) в (2.4I), имеем для реальной части ряда (2.4I) следующее выражение:

$$\left[\frac{\sqrt{2}}{2}\frac{r}{a_1}\varphi_0\omega^{1/2}-\frac{\pi}{8}\frac{r^2}{a_1^2}\varphi_1\omega-\frac{\sqrt{2}}{2}\frac{1}{a_1^3}r^3\varphi_3\omega^{3/2}-\right.$$

$$\left.-\frac{1}{2}\varphi_4\frac{r^4}{a_1^4}\omega^2\ln\frac{r}{a_1}\omega^{1/2}-\varphi_5\frac{r^4}{a_1^4}\omega^2-\frac{\sqrt{2}}{2}\frac{r^5}{a_1^5}\varphi_6\omega^{5/2}+\ldots\right].$$

Положив в (2.46) вместо $M(\omega)$ соответственно $\omega^{1/2}$, ω, $\omega^{3/2}$, $\omega^2\ln\omega$, ω^2 и $\omega^{5/2}$ имеем:

$$F_1=\frac{1}{\sqrt{\omega}},\ F_2=1,\ F_3=\sqrt{\omega},\ F_4=\omega\ln\omega,\ F_5=\omega,\ F_6=\omega^{3/2}.$$

При неограниченном увеличении частоты квазистационарное поле стремится к нулю. Введем в подынтегральную функцию (2.46) множитель $e^{-\beta\omega}$, который не изменяет низкочастотной части спектра, и в окончательном результате положим β = 0. Тогда, применяя (2.46) имеем:

$$M_1(t)=\frac{2}{\pi}\int_0^\infty\frac{e^{-\beta\omega}}{\sqrt{\omega}}\sin\omega t\,d\omega=\sqrt{\frac{2}{\pi}}\frac{1}{t^{1/2}},$$

$$M_2(t)=\frac{2}{\pi}\int_0^\infty e^{-\beta\omega}\sin\omega t\,d\omega=\frac{2}{\pi}\frac{1}{t},$$

$$M_3(t)=\frac{2}{\pi}\int_0^\infty\omega^{1/2}e^{-\beta\omega}\sin\omega t\,d\omega=\frac{1}{\pi t}\int_0^\infty\frac{\cos\omega t}{\omega^{1/2}}d\omega=$$

$$=\frac{1}{\pi t^{1/2}}\int_0^\infty\frac{\cos u}{u^{1/2}}du=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\frac{1}{t^{3/2}},$$

$$M_4(t)=\frac{2}{\pi}\int_0^\infty\omega\ln\omega\, e^{-\beta\omega}\sin\omega t\,d\omega.$$

Так как $F_4 = \omega \ln \omega e^{-\beta\omega}$, то $F_4(0,0)=0$, $F_4' = 1 + \ln\omega$

и $F_4''(\omega,0) = 1/\omega$.

Поэтому

$$M_4(t) = \frac{2}{\pi t^2} \int_0^\infty \frac{\sin\omega t}{\omega} d\omega = -\frac{1}{t^2}.$$

Согласно (2.8) $M_5(t) = 0$ и, наконец,

$$M_6(t) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \omega^{3/2} e^{-\beta\omega} \sin\omega t \, d\omega$$

$$F_6(\omega,\beta) = \omega^{3/2} e^{-\beta\omega}, \; F_6(0,0)=0, \; F_6' = (\omega,0) = \frac{3}{2}\omega^{1/2},$$

$$F_6''(\omega,0) = \frac{3}{4}\omega^{-1/2}.$$

Таким образом

$$M_6(t) = -\frac{2}{\pi t^2} \cdot \frac{3}{4} \int_0^\infty \frac{\sin\omega t}{\omega^{1/2}} d\omega = -\frac{3}{2\sqrt{2\pi}} \frac{1}{t^{5/2}}.$$

Соответственно для компонент электромагнитного поля вертикаль - ного магнитного диполя, расположенного на дневной поверхности, имеем:

$$B_z(t) = \frac{\mu M}{4\pi} \left\{ -\frac{2}{15} \frac{(\mu\gamma_1)^{3/2} S^{3/2}}{\sqrt{\pi}\, t^{3/2}} + \frac{(\mu\gamma_1)^2 S h_1}{8t^2}(S-1) - \right. \tag{2.49}$$
$$\left. - \frac{(\mu\gamma_1)^{5/2} h_1^2}{35 t^{5/2}}(-17S^{3/2} + 8S^{5/2} + 9S^{1/2}) + \frac{(\mu\gamma_1)^3 h_1^3}{48t^3}(5S^3 - 19S^2 + 20S - 6) \right\}$$

$$B_z(t) = \frac{\mu M}{4\pi} r \left\{ -\frac{(\mu\gamma_1 S)^2}{32t^2} - \frac{32}{35} \frac{(\mu\gamma_1)^{5/2} h_1 S^{3/2}(1-S)}{\sqrt{\pi}\, t^{5/2}} + \right. \tag{2,50}$$
$$\left. + \frac{(\mu\gamma_1)^3}{4t^3} \left[h_1^2 \frac{S(S-1)}{16}(6-5S) \right] \right\}.$$

$$E_\varphi(t) = \frac{\mu M}{4\pi} r \left\{ -\frac{(\mu\gamma_1 S)^{3/2}}{10\sqrt{\pi}\, t^{5/2}} + \frac{1}{8}\, \frac{(\mu\gamma_1)^2 h_1 S(S-1)}{t^3} + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{112}\, \frac{(\mu\gamma_1)^{5/2}}{\sqrt{\pi}\, t^{7/2}} \left[r^2 S^{5/2} + 4h_1^2 \sqrt{S}(1-S)(8S-9) \right] \right\} \quad (2.5I)$$

$$\frac{\partial B_z}{\partial t} = \frac{M\rho_1}{4\pi h_1^5} \left\{ \frac{128\sqrt{2}\, S^{3/2} \pi^5}{5\sqrt{\pi}\,(\tau_1/h_1)^5} - \frac{128\pi^6}{(\tau_1/h_1)^6} S(S-1) - \right.$$

$$- \frac{96\cdot 20\sqrt{2}\,\pi^7}{(\tau_1/h)^7} \left[\frac{r^2}{h_1^2}\, \frac{4S^{5/2}}{105} + \frac{4\sqrt{S}}{105}(1-S)(8S-9) \right] +$$

$$(2.52)$$

$$\left. + \frac{256\cdot 24\,\pi^8}{(\tau_1/h)^8} \left[\frac{r^2}{h_1^2} \cdot \frac{5S^2(S-1)}{64} + (S-1)\left(-\frac{5S^2}{24} + \frac{7S}{12} - \frac{1}{4} \right) \right] \right\}$$

и

$$E_\varphi = -\frac{r}{2} \dot{B}_z \quad (2,53)$$

(с точностью до двух первых членов (2.5I)).

Здесь ρ_1 и h_1 – удельное сопротивление и мощность первого пласта $S = \frac{\gamma_2}{\gamma_1} = \frac{\rho_1}{\rho_2}$.

Второй способ расчета позволил получить асимптотические формулы для трехслойной среды, в качестве примера приведена формула для вертикальной компоненты вектора индукции.

$$B_z(t) = \frac{\mu M}{2\pi} \left\{ -\frac{(\mu\gamma_1)^{3/2} S_3^{3/2}}{15\sqrt{\pi}\, t^{3/2}} + \frac{(\mu\gamma_1)^2 S_3}{16 t^2} A_1 - \right. \quad (2.54)$$

$$\left. - \frac{(\mu\gamma_1)^{5/2}}{t^{5/2}\, 70\sqrt{\pi}} A_2 + \frac{(\mu\gamma_1)^3}{32 t^3} A_3 \right\},$$

$$\frac{\partial B_z}{\partial t} = \frac{\mu M}{4\pi}\left\{ \frac{(\mu\gamma_1)^{3/2} S_3^{3/2}}{10\sqrt{\pi}\, t^{5/2}} - \frac{(\mu\gamma_1)^2 S_3}{8t^3} A_1 + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{28} \frac{(\mu\gamma_1)^{5/2}}{t^{7/2}\sqrt{\pi}} A_2 - \frac{3}{32} \frac{(\mu\gamma_1)^3}{t^4} A_3 \right\} \qquad (2.55)$$

или

$$\frac{\partial B_z}{\partial t} = \frac{M\rho_1}{4\pi h_1^5}\left\{ \frac{128\sqrt{\pi}\,\pi^4 S_3^{3/2}}{5(\tau_1/h_1)^5} - \frac{128\pi^6 S_3 A_1}{(\tau_1/h_1)^6 h_1} + \right.$$

$$\left. + \frac{512\sqrt{2\pi}\,\pi^6}{(\tau_1/h_1)^7\cdot 7} \frac{A_2}{h_1^2} - \frac{256\pi^8}{(\tau_1/h_1)^8} \frac{A_3}{h_1^3} \right\}, \qquad (2.56)$$

где

$$\frac{A_1}{h_1} = \left[(S_3-1) + \frac{h_2}{h_1}(S_3 - S_2)\right],$$

$$\frac{A_2}{h_2} = \left[\left(-17S_3^{3/2} + 8S_3^{5/2} + 9S_3^{1/2}\right) + \left(\frac{h_2}{h_1}\right)^2\left(-17S_2S_3^{3/2} + 8S_3^{5/2} + 9S_2^2S_3^{1/2}\right) + \right.$$

$$\left. + 2\frac{h_2}{h_1}\left(-8S_2S_3^{3/2} + 8S_3^{5/2} - 9S_3^{3/2} + 9S_2S_3^{1/2}\right)\right],$$

$$\frac{A_3}{h_1^3} = \left[\left(5S_3^3 - 6 - 19S_3^3 + 20S_3\right) + \left(\frac{h_2}{h_1}\right)^3\left(5S_3^3 - 6S_2^3 - \right.\right.$$

$$\left. - 19S_2S_3^2 + 20S_2^2S_3\right) + \left(\frac{h_2}{h_1}\right)^2 3\left(5S_3^3 - 11S_2S_3^2 + 6S_2^2S_3 - \right.$$

$$\left. - 6S_2^2 - 8S_3^2 + 14S_2S_3\right) + 3\frac{h_2}{h_1}\left(5S_3^3 - 5S_2S_3^2 - \right.$$

$$\left.\left. - 14S_3^2 + 14S_2S_3 - 6S_2 + 6S_3\right)\right],$$

здесь $$S_2 = \frac{\gamma_2}{\gamma_1}, \quad S_3 = \frac{\gamma_3}{\gamma_1}.$$

Из анализа асимптотических формул можно сделать следующие выводы:

При достаточно больших временах индуцированные токи, в основном, находятся в нижележащем пласте, и поэтому поле определяется только его удельной проводимостью. В поздней стадии становления электромагнитное поле более чувствительно к изменениям электрических свойств среды, чем в области малого параметра при гармоническом режиме, а также в волновой зоне. Вертикальная компонента магнитного поля не зависит от расстояния между передатчиком и точкой измерения. Эта особенность в поведении поля H_z связана с характером распределения токов в среде, которые в значительной области, по мере удаления от диполя, возрастают. Поэтому, с одной стороны удаление от источника приводит к ослаблению влияния токов, индуцированных вблизи него, с другой стороны возрастает роль токов около точки наблюдения. Как показывает расчет, эти два фактора, действующие в противоположных направлениях, компенсируют друг друга. Поэтому глубинность метода становления поля в поздней стадии не зависит от разноса, и в частности, можно осуществлять измерения со совмещенными передающими и приемными устройствами. Горизонтальная компонента поля магнитного диполя и петли в поздней стадии меньше, чем вертикальная компонента H_z. Независимость H_z от расстояния между передающим и приемным устройствами и высоты над дневной поверхностью, преобладание вертикальной компоненты над горизонтальной, отсутствие первичного поля, наиболее тесная связь поля с электропроводностью – все это является несомненным достоинством метода переходных процессов в воздушном и наземном вариантах для картирования под наносами в умеренно проводящих средах.

Все выводы, касающиеся глубинности метода переходных процессов в поздней стадии становления, когда разносы установки значительно меньше мощности пласта, полностью относятся к реактивной компоненте поля в области очень низких частот. Однако, реализация метода в гармоническом режиме, повидимому, едва ли возможна, так как эта компонента поля не только во много раз меньше первичного поля, но и меньше активной составляющей, которая не обладает отмеченными выше особенностями, характерными для поздней стадии становления.

Теперь рассмотрим методы получения асимптотических формул, справедливых на достаточно больших временах, когда наиболее глубоко залегающая под дневной поверхностью среда является изолятором. Способ, описанный на стр. 23 в данном случае, непригоден, так как множитель $m_{10} m_{12} e^{-2m_1 h_1}$ в формуле (2.10) равен $-(m_1 - m/m_1 + m)^2 e^{-2m_1 h_1}$ и при $m \to 0$ как угодно близок к единице. Поэтому поступим иначе, и в качестве примера рассмотрим вертикальную компоненту B_z.

$$B_z = \frac{\mu M}{2\pi} \int_0^\infty m^3 \mathcal{D} J_0(mr)\, dm ,$$

где

$$\mathcal{D} = \frac{R_2}{mR_2 + m_1} , \quad R_2 = cth\left[m_1 h_1 + arcth \frac{m_1}{m}\right] .$$

Представим $\mathcal{D}$ в виде:

$$\mathcal{D} = \frac{m + m_1 cth\, m_1 h_1}{m_1^2 + m^2 + m_1(m_1 + m) cth\, m_1 h_1} \tag{2.57}$$

Введем новую переменную x : $x = mh_1/\beta$, тогда

$$B_z = \frac{\mu M \beta^3}{2\pi h^3} \lim_{\beta \to 0} \int_0^{1/\beta} x^3 \frac{(x + x_1 cth \beta x_1)\, dx}{x_1^2 + x^2 + x_1(x_1 + x) cth \beta x_1} , \tag{2.58}$$

здесь $\beta = \sqrt{i\omega\mu\gamma}\, h$, $x_1 = \sqrt{1 + x^2}$, $\beta \ll 1$.

Представим $cth\, \beta x_1$ в виде:

$$cth \beta x_1 = \frac{1}{\beta x_1} + P(\beta x_1) ,$$

здесь $P(\beta x_1)$ степенной ряд.
Подставляя выражение для $cth\, \beta x_1$ в (2.58) имеем:

$$\mathcal{D} = \frac{1 + \beta x - \beta x_1 P(\beta x_1)}{(2\beta x^2 + 2x + \beta)\left[1 + \frac{2\beta x x_1}{2\beta x^2 + 2x + 2\beta} P(\beta x_1)\right]} \tag{2.59}$$

Так как на всем интервале интегрирования $0 < x < \frac{1}{\beta}$ множитель $\frac{2\beta x x_1 P(\beta x_1)}{2\beta x^2 + 2x + \beta}$ меньше единицы, то интеграл в правой части (2.58) сводится к сумме табличных интегралов вида:

$$\int_0^{1/\beta} \frac{x^n x_1}{2\beta x^2 + 2x + \beta} dx ,$$

для которых можно получить разложение по степеням малого параметра β. Поскольку на позднюю стадию становления влияют только слагаемые, содержащие $\ln\beta$ (при непроводящем основании в спектре отсутствуют члены, содержащие дробные степени ω), то процедура суммирования членов разложения по β существенно упрощается. Этот способ расчета становится громоздким в средах с большим числом поверхностей раздела. Поэтому воспользуемся другим методом, который был ранее использован при получении формул для поля в дальней зоне, когда расстояние до точки измерения от источника во много раз больше общей мощности проводящих пластов /9/. Так же как и в поле в поздней стадии становления, поле в дальней зоне определяется пространственными гармониками с малыми m. Поэтому формулы, полученные для нестационарного поля в дальней зоне, при достаточно больших временах переходят в формулы для поздней стадии становления, и влияние разносов исчезает.

Разлагая знаменатель подынтегрального выражения (2.57) в ряд Маклорена по степеням m и, ограничиваясь двумя первыми членами, представим подынтегральную функцию в виде:

$$\frac{m^n}{a + bm} , \qquad (2.60)$$

где a и b - коэффициенты, зависящие от параметров геоэлектрического разреза и частоты поля.

Так например, для четырехслойного разреза

$$a = \frac{\beta}{h_1}\left(\frac{\nu_1}{\mu_1} + \frac{\nu_2}{\mu_2} + 1\right)\left\{1 - \frac{\beta}{3(\nu_1\mu_2 + \nu_2\mu_1 + \mu_1\mu_2)}\left[\nu_1^3\frac{\mu_1}{\mu_2} + \right.\right.$$

$$\left.\left. + \nu_2^3\frac{\mu_1}{\mu_2} + \mu_1\mu_2 + 3\frac{\mu_1}{\mu_2}\left(\nu_1 + \nu_2\frac{\mu_1}{\mu_2}\right)^2 + 3\left(\nu_1 + \nu_2\frac{\mu_1}{\mu_2}\right)\cdot\left(\nu_1\nu_2 + \mu_2\right)\right]\right\} =$$

$$= \frac{\beta}{h}\frac{S}{S_1}\left\{1+\frac{\beta}{3S_1S_2}\left[\nu_1 S_2^2+\nu_2 S_3^2+S_1^2+3(S_2+S_3)(S+\nu_1 S_3)\right]\right\}=$$

$$= \frac{\beta}{h_1}\frac{S}{S_1}\left(1+\frac{1}{3}a_4\beta\right), \qquad (2.61)$$

$$b = 2\left\{1-\frac{\beta}{2S_1}\left[2S-S_1+(\nu_1+\nu_2)S_3+\nu_1(S_2+S_3)\right]\right\}=$$

$$= 2\left(1-\frac{1}{2}b_4\beta\right), \quad \text{где:} \quad \beta=-i\omega\mu\gamma_1 h_1^2,$$

$$\nu_i=\frac{h_{i+1}}{h_i}, \quad \mu_i=\frac{\rho_{i+1}}{\rho_i}, \quad S_i=\frac{h_i}{\rho_i}, \quad S=\sum S_i,$$

h_i, ρ_i, S_i – соответственно мощность, удельное электрическое сопротивление и продольная проводимость пласта с индексом i.

В частности, для трехслойного разреза:

$$a=\frac{\beta}{h_1}\left(\frac{\nu}{\mu}+1\right)\left\{1-\frac{\beta}{3(\nu+\mu)}\left[\frac{\nu^3}{\mu}+\mu+3\frac{\nu^2}{\mu}+3\nu\right]\right\}=$$

$$=\frac{\beta}{h_1}\frac{S}{S_1}\left\{1-\frac{\beta}{3SS_1}\left(\nu_1 S_2^2+S_1^2+3S_2S\right)\right\}=\frac{\beta}{h_1}\frac{S}{S_1}\left(1-\frac{1}{3}a_3\beta\right),$$

$$b=2\left\{1-\frac{1}{2}\left(1+2\frac{\nu}{\mu}+\frac{\nu^2}{\mu}\beta\right)=2\left\{1-\frac{\beta}{2S_1}\left(2S-S_1+\nu_1 S_2\right)\right\}=\right.$$

$$=2\left(1-\frac{1}{2}b_3\beta\right).$$

Для двухслойного разреза:

$$a=\frac{\beta}{h_1}\left(1-\frac{1}{3}\beta\right), \qquad \beta=i\omega\mu_0\gamma h_1^2,$$

$$b=2\left(1-\frac{1}{2}\beta\right), \qquad a_2=b_2=1.$$

для плоскости

$$a = \frac{1}{2} i\omega\mu S \quad , \quad b = 1$$

Согласно (2.60) интегралы, определяющие низкочастотную часть пространственного спектра, могут быть сведены к двум типам:

$$h_1 = \int_0^\infty \frac{1}{m+g} J_0(mr)\,dm = \frac{\pi}{2}\left[H_0(gr) - N_0(gr)\right] \qquad (2.62)$$

$$h_2 = \int_0^\infty \frac{1}{m+g} J_1(mr)\,dm = \frac{1}{g}\frac{\partial h_1}{\partial r} \quad ,$$

где $g = \frac{a}{b}$; $H_0(gr)$ и $N_0(gr)$ - функции Струве и Неймана.

Так как слагаемые, содержащие целые степени ω в выражении (2.62), не влияют на позднюю стадию становления, то временная характеристика поля на больших временах определяется только функцией Неймана, содержащей $\ln \omega$.

Таким образом, для асимптотических формул компонент поля магнитного диполя на дневной поверхности имеем:

$$B_z(t) = -\frac{M\mu^4 S^3}{16\pi t^3}\left[1 - \frac{3\mu S_1 h_1}{t}(2b_i - a_i)\right] ,$$

$$B_r(t) = \frac{3M\mu^5 r S^4}{64\pi t^4}\left[1 - \frac{4\mu S_1 h_1}{t}\left(\frac{5}{2}b_i - \frac{4}{3}a_i\right)\right] ,$$

$$E_\varphi(t) = -\frac{r}{2}\frac{\partial B_z}{\partial t} = -\frac{M\mu^4 r S^3}{32\pi t^4}\left[1 - \frac{4\mu S_1 h_1}{t}(2b_i - a_i)\right] ,$$

$$Z(t) = \frac{E_\varphi}{H_z} = \frac{2}{S}\left[1 + \frac{4\mu S_1 h_1}{t}\left(\frac{1}{2}b_i - \frac{1}{3}a_i\right)\right] .$$

Вертикальная компонента $\dot{B}_z$ не зависит от расстояния и связана с электрическим полем соотношением:

$$E_\varphi = -\frac{r}{2}\frac{\partial B_z}{\partial t}$$

Горизонтальная компонента магнитного поля B_r в отличие от B_z и E_φ прямо пропорциональна S^4.

В заключение представим формулы для поля в двухслойной среде (2.63) несколько в ином виде:

$$\frac{\partial B_z}{\partial t} = \frac{768\rho_1 \pi^7 M}{(\tau_1/h_1)^8 h^5}\left[1 - \frac{32\pi^2}{(\tau_1/h_1)^2}\right],$$

$$B_r = \frac{192 M\mu_0 \pi^7 r}{(\tau_1/h_1)^8 h^4}\left[1 - \frac{112}{3}\frac{\pi^2}{(\tau_1/h_1)^2}\right].$$

Вертикальная компонента магнитного поля прямо пропорциональна кубу продольной проводимости S. Поэтому при постоянстве удельной проводимости осадочной толщи небольшие изменения мощности могут быть замечены при измерении магнитного поля. Таким образом, переход на более короткие разносы, в частности, совмещение передающего и приемного устройства, обеспечивает в поздней стадии становления высокую чувствительность поля к изменениям глубины до поверхности фундамента и создает благоприятные условия для детального исследования геоэлектрического разреза в горизонтальном направлении.

Глава Ш

МЕТОДИКА РАСЧЕТА НЕСТАЦИОНАРНЫХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ

Связь между нестационарным полем, возникающим в момент выключения тока в генераторном контуре, и спектром имеет вид:

$$E_\varphi(t) = \frac{2}{\pi}\int_0^\infty Re\, E_\varphi(\omega)\,\frac{\sin\omega t}{\omega}\,d\omega\,,$$

$$\frac{\partial B_z}{\partial t} = \frac{2}{\pi}\int_0^\infty Im\, B_z(\omega)\,\sin\omega t\,d\omega\,, \tag{3.1}$$

$$\frac{\partial B_r}{\partial t} = \frac{2}{\pi}\int_0^\infty Im\, B_r(\omega)\,\sin\omega t\,d\omega\,,$$

$$E_\varphi(\omega) = \frac{M}{4\pi}\rho_1 K_1^2\int_0^\infty m\,D_1 J_1(mr)\,dm\,,$$

$$B_z(\omega) = \frac{\mu M}{4\pi}\int_0^\infty m^2 D_1 J_0(mr)\,dm\,, \tag{3.2}$$

$$B_r(\omega) = \frac{\mu M}{4\pi}\int_0^\infty m^2 D_1 J_1(mr)\,dm\,,$$

здесь M – момент диполя, J_0, J_1 – функции Бесселя. Подынтегральная функция D_1 определяется параметрами геоэлектрического разреза. Так, например, в трехслойной среде имеем:

$$D_1 = \frac{m_{10} - P e^{-2m_1h_1}}{1 - m_{10} P e^{-2m_1h_1}}\,, \tag{3.3}$$

где

$$P = \frac{m_{12} + m_{23}\, e^{-2m_2h_2}}{1 + m_{12}\, m_{23}\, e^{-2m_2h_2}}\,,$$

$$m_{10} = \frac{m_1 - m}{m_1 + m}\,, \quad m_{12} = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\,,$$

$$m_{23} = \frac{m_2 - m_3}{m_2 + m_3}\,, \quad m_1 = \sqrt{m^2 - K_1^2}\,,$$

$$m_2 = \sqrt{m^2 - K_2^2}\,, \quad m_3 = \sqrt{m^2 - K_3^2}\,,$$

K_1, K_2 и K_3 – волновые числа сред,

$K_n^2 = i\omega\mu\gamma_n$; γ_n – удельная проводимость,

h_1 и h_2 – соответственно мощности первого и второго пласта,

$K_n^2 = i\dfrac{8\pi^2}{\lambda_n^2}$, λ_n – величина, которую принято называть длиной волны.

При вычислении процесса становления поля (3.I) область интегрирования по частоте разделена на три интервала, в каждом из которых применяется специальная методика расчета спектральной функции.

I. Низкочастотная часть спектра

Особенности расчета в этой части спектра определяются ролью, которую играют компоненты поля в области низких частот при формировании поздней стадии становления.

Интегрируя (3.I) по частям, получаем выражение для поздней стадии становления в виде ряда по степеням $1/t$:

$$f(t) = \frac{2}{\pi} \lim_{\omega \to 0} \left\{ \left[\frac{\Phi_1(\omega)}{t} - \frac{\Phi_1'(\omega)\sin\omega t}{t^2} - \right.\right.$$

$$\left.\left. - \frac{1}{t^3}\Phi_1''(\omega) \right] - \frac{1}{t^3}\int_0^\infty \Phi'''(\omega)\cos\omega t\, d\omega \right\} , \qquad (3.4)$$

или
$$f(t) = \frac{2}{\pi} \lim_{\omega \to 0} \left[-\frac{\Phi_2(\omega)\sin\omega t}{t} - \frac{\Phi_2'(\omega)}{t^2} - \right.$$

$$\left. - \frac{1}{t^2}\int_0^\infty \Phi_2''(\omega)\cos\omega t\, d\omega \right] ,$$

где

$$\Phi_1(\omega) = \frac{Re\, f(\omega)}{\omega} , \quad \Phi_2(\omega) = \frac{Im\, f(\omega)}{\omega} .$$

Таким образом, нестационарное электромагнитное поле на больших временах определяется в общем виде поведением произведения спектра поля на спектральную функцию возбуждения и его производными в области низких частот.

Из рассмотрения результатов, приведенных во второй главе, следует, что низкочастотная часть спектра $f(\omega)$ поля (B или E) в горизонтально-слоистой среде с непроводящим основанием может быть представлена в виде:

$$
\begin{aligned}
&Re B_z = a_1\omega^2 + a_2\omega^3 + a_3\omega^4 \ln\omega + a_4\omega^4 + \ldots \\
&Im B_z = b_1\omega + b_2\omega^3\ln\omega + b_3\omega^3 + b_4\omega^4 + \ldots \\
&Re B_r = l_1\omega^2 + l_2\omega^4\ln\omega + \ldots \\
&Im B_r = f_1\omega + f_2\omega^3 + f_3\omega^4 + \ldots \\
&Re E_\varphi = c_1\omega^2 + c_2\omega^4\ln\omega + c_3\omega^4 + c_4\omega^5 + \ldots \\
&Im E_\varphi = d_1\omega^3 + d_2\omega^4 + d_3\omega^5\ln\omega + d_4\omega^5 + \ldots,
\end{aligned}
\qquad (3.5)
$$

здесь a, b, c, d, l и f - функции параметров геоэлектрического разреза, типа установки и связаны простыми соотношениями с производными поля по частоте. Если среда, заполняющая нижнее полупространство, является проводящей, то в формулах (3.5) появляются новые слагаемые и, в частности, члены, содержащие дробные степени частоты. В качестве примера исследуем низкочастотную часть спектра вертикальной компоненты индукции B_z. Согласно (3.4) имеем:

$$\Phi_1 = a_1\omega + a_2\omega^2 + a_3\omega^3\ln\omega + a_4\omega^3 + \ldots$$

$$\Phi_1' = a_1 + 2a_2\omega + 3a_3\omega^2\ln\omega + (a_3 + 3a_4)\omega^2 + \ldots$$

$$\Phi_1'' = 2a_2 + 6a_3\omega\ln\omega + (5a_3 + 6a_4)\omega$$

$$\Phi_1''' = 6a_3\ln\omega + 11a_3 + 6a_4$$

и аналогично (3.6)

$$\Phi_2 = b_1 + b_2\omega^2\ln\omega + b_3\omega^2 + b_4\omega^3$$

$$\Phi_2' = 2b_2\omega\ln\omega + (b_2 + 2b_3)\omega + 3b_4\omega^2$$

$$\Phi_2'' = 2b_2\ln\omega + (3b_2 + 2b_3) + 6b_4\omega$$

Подставляя (3.6) в (3.4), имеем:

$$\underset{t\to\infty}{B_z(t)} \longrightarrow \frac{2}{\pi}\left\{-\frac{2a_2}{t^3} - \frac{1}{t^3}\int_0^\infty \Phi_1'''(\omega)\cos\omega t\,d\omega\right\}$$

и

$$\underset{t\to\infty}{B_z'(t)} \longrightarrow \frac{2}{\pi t^2}\int_0^\infty \Phi_2''(\omega)\cos\omega t\,d\omega .$$

Можно показать, что оба интеграла при $t \to \infty$ стремятся к нулю как $1/t$.

Таким образом, на позднюю стадию становления не влияют первые слагаемые ряда (3.5): $a_1\omega^2$ и $b_1\omega$, вносящие основной вклад в значение реальной и мнимой компонент поля в гармоническом режиме. Функция $b_1\omega$ допускает простое физическое объяснение. В области очень низких частот можно пренебречь взаимодействием токов, индуцированных в проводящей среде. В этом случае поле прямо пропорционально удельной проводимости, первичному электрическому полю (электрическое поле магнитного диполя в воздухе) и частоте. Естественно, что эта часть поля не имеет отношения к переходному процессу. Поскольку отношение второго слагаемого к первому для реальной компоненты пропорционально частоте, а для мнимой составляющей – произведение квадрата частоты на логарифм ω, т.е. значительно меньше, то расчет становления поля по реальной компоненте приводит к несколько лучшим результатам, чем по мнимой составляющей. Вместе с тем, известная методика расчета нестационарного процесса /10/ не позволяет получить удовлетворительные данные для поздней стадии становления. В связи с этим становится понятным, почему расчет горизонтальной компоненты B_r представляет более трудную задачу, чем вычисление B_z и E_φ.

Согласно (2.41) второй член разложения низкочастотной части спектра в ряд по ω для среды с проводящим основанием пропорционален $\omega^{3/2}$. Поэтому в данном случае расчет поздней стадии становления несколько проще, особенно это становится заметным с увеличением проводимости наиболее глубоко залегающих пластов.

К значительному повышению точности расчета приводит исключение в процессе вычислений первых слагаемых ($a_1\omega^2$ и $b_1\omega$). Так как выражение для коэффициента a_1 в горизонтально-слоистой среде неизвестно, то при расчете поля использовалась мнимая компонента магнитного и реальная компонента электрического поля (коэффициент b_1 известен как в горизонтально-слоистой среде, так и в средах с цилиндрическими поверхностями раздела) /6/, /11/. Так, например, в среде с тремя горизонтальными поверхностями раздела имеем:

$$D_1^{(a)} = \frac{K_1^2}{4m^2} + \frac{K_2^2 - K_1^2}{4m^2} e^{-2mh_1} + \frac{K_3^2 - K_2^2}{4m^2} e^{-2m(h_1+h_2)}. \tag{3.7}$$

Таким образом, расчет гармонического режима в низкочастотной части спектра производится по формулам:

$$E_\varphi = \frac{\rho_1 M}{4\pi} K_1^2 \left[\int_0^\infty m(D_1 - D_1^a) J_1(mr)\,dm + I_e \right],$$

$$B_z = \frac{\mu M}{4\pi} \left[\int_0^\infty m^2(D_1 - D_1^a) J_0(mr)\,dm + I_z \right], \tag{3.8}$$

$$B_r = \frac{\mu M}{4\pi} \left[\int_0^\infty m^2(D_1 - D_1^a) J_1(mr)\,dm + I_r \right],$$

где $$I_e = \int_0^\infty m D_1^a J_1(mr)\, dm \quad ,$$

$$I_z = \int_0^\infty m^2 D_1^a J_0(mr)\, dm \quad ,$$

$$I_r = \int_0^\infty m^2 D_1^a J_1(mr)\, dm \quad ,$$

которые, как известно, выражаются через элементарные функции:

$$I_e = \frac{K_1^2}{4} + \frac{K_2^2 - K_1^2}{4}\,\frac{\sqrt{4h_1^2 + r^2} - 2h_1}{r} + \frac{K_3^2 - K_2^2}{4}\cdot\frac{\sqrt{4(h_1+h_2)^2 + r^2} - 2(h_1+h_2)}{r}$$

$$I_z = \frac{K_1^2}{4r} + \frac{K_2^2 - K_1^2}{4}\cdot\frac{1}{\sqrt{4h_1^2 + r^2}} + \frac{K_3^2 - K_2^2}{4\sqrt{4(h_1+h_2)^2 + r^2}}\cdot$$

$$I_r = \frac{K_1^2}{4r} + \frac{K_2^2 - K_1^2}{4}\cdot\frac{\sqrt{4h_1^2 + r^2} - 2h_1}{r\sqrt{4h_1^2 + r^2}} + \frac{K_3^2 - K_2^2}{4r}\,\frac{\sqrt{4(h_1+h_2)^2 + r^2} - 2(h_1+h_2)}{\sqrt{4(h_1+h_2)^2 + r^2}},$$

Поскольку становление от I_e , I_z и I_r (преобразование Фурье) вычисляется в элементарных функциях, то расчет гармонического режима проводится только для первых слагаемых в выражении (3.8).

2. Расчет гармонического режима в промежуточной части спектра

Для лучшей сходимости (3.2) гармонический режим рассчитывается по формулам:

$$E_\varphi = \frac{\mu_1 M}{4\pi} K_1^2 \int_0^\infty m\left(D_1 - D_1^{одн.}\right) J_1(mr)\, dm + E_\varphi^{одн.}$$

$$B_z = \frac{\mu \cdot M}{4\pi} \int_0^\infty m^2\left(D_1 - D_1^{одн.}\right) J_0(mr)\, dm + B_z^{одн.} \qquad (3.9)$$

$$B_r = \frac{\mu M}{4\pi}\int_0^\infty m^2\left(D_1 - D_1^{одн.}\right)J_1(mr)\,dm + B_r^{одн.},$$

где $D_1^{одн.} = -m_{10}$ и $E_\varphi^{одн.}$, $B_z^{одн.}$ и $B_r^{одн.}$ – компоненты поля в однородном полупространстве. В отличие от методики, описанной в работе /10/, здесь рассчитываются только интегралы (3.9).

3. Расчет высокочастотной части спектра

Если длина волны меньше мощности первого пласта ($\frac{\lambda_1}{h_1} < 1$), то поле практически совпадает с полем в однородном полупространстве, и расчет ведется по формулам:

$$E_\varphi^{одн.} = \frac{3\rho_1 M}{2\pi r^4}\left[1 - e^{-K_1 r}\left(1 + K_1 r + \frac{1}{3}K_1^2 r^2\right)\right]$$

$$B_z^{одн.} = \frac{9\mu M}{2\pi K_1^2 r^5}\left[1 - e^{-K_1 r}\left(1 + K_1 r + \frac{4}{9}K_1^2 r^2 + \frac{1}{9}K_1^3 r^3\right)\right]$$

$$B_r^{одн.} = -\frac{\mu M}{4\pi r^3}\left[8K_1 r K_0 I_1 - 8 - K_1^2 r^2 I_0 K_0 + (16 + K_1^2 r^2) I_1 K_1\right].$$

Однако можно избежать вычисления интеграла Фурье на этом интервале и одновременно поля в однородном полупространстве на интервале $\lambda_0 < \lambda < \lambda_1$, представив их как разность между полем в однородном полупространстве на всем диапазоне λ: $0 < \lambda < \infty$ и полем на интервале $\lambda > \lambda_0$. Таким образом, определение нестационарного поля (на примере компоненты E_φ) сводится к вычислению интеграла Фурье от следующих выражений:

1 $\quad \dfrac{\rho_1 M K_1^2}{4\pi}\displaystyle\int_0^\infty m\left(D_1 - D_1^a\right)J_1(mr)\,dm \qquad \lambda > \lambda_0$

2 $\quad \dfrac{\rho_1 M}{4\pi} K_1^2 I_e \qquad \lambda > \lambda_0$

3. $\frac{\rho_1 M}{4\pi} K_1^2 \int\limits_0^\infty m(D_1 - D_1^{одн.}) J_1(mr)\,dm \qquad \lambda_1 < \lambda < \lambda_0$

4. $E_\varphi^{одн.} \qquad 0 < \lambda < \infty$

5. $E_\varphi^{одн.} \qquad \lambda > \lambda_0$.

Аналогичные соотношения могут быть записаны для компонент магнитного поля. Особенности данной схемы вычисления спектра поля определяется необходимостью вычитания под знаком интеграла той части подынтегральной функции, которая пропорциональна ω, т.е. D_1^a. Однако, при этом наиболее существенная для поздней стадии становления часть низкочастотного спектра получается в результате вычислений, когда приходится находить разность двух относительно больших и близких по величине функций D и D_1^a ($m > K_{max}$). Этого в значительной мере можно избежать следующим образом. Функция $D^{одн.} = m_1 - m / m_1 + m$ соответствует однородному полупространству с волновым числом K_1 и является главной частью подынтегральной функции D_1 при $m >$ I. Поэтому рассмотрим разность $D_1 - D_1^{одн.}$ и согласно (3.3) представим её в виде:

$$D_1 - D_1^{одн.} = \frac{4mm_1 P e^{-2m_1 h_1}}{(m_1+m)^2 [1 - m_{10} P e^{-2m_1 h_1}]} \qquad (3.10)$$

Теперь из правой части (3.10) целесообразно для низкочастотной части спектра вычесть остальные слагаемые функции $D_1^{(a)}$ (3.7). При $m < K$ подынтегральная функция $D_1 - D_1^{одн.}$ не содержит членов, пропорциональных ω . В ряде случаев возникает необходимость расчета поля в средах, когда мощность промежуточных пластов значительно больше мощности первого пласта. Здесь следует воспользоваться тем, что пространственные гармоники поля обладают различной глубинностью исследования. Так, выражение для функции D_1 (3.3) с увеличением m вначале переходит в формулу, соответствующую двухслойной среде с волновыми числами K_1 и K_2 а затем в выражение для однородного полупространства с волновым числом K_1 . С увеличением мощности промежуточных слоев уменьшается максимальная частота m пространственной гармоники, в которой ещё содержится информация о глубоких горизонтах геоэлектрического разреза. Поэтому при расчете поля в средах с тремя и более поверхностями раздела целесообразно для большей точности из подынтегральной функции вычитать функцию, соответствующую двухслойной среде с волновыми числами K_1 и K_2.

4. Методика расчета нестационарного поля

Введя новую переменную в (3.I): $x = \frac{1}{\lambda^2}$ и принимая во внимание, что $\omega t = (\tau/\lambda)^2$, где $\tau = 2\pi\sqrt{\frac{2\rho t}{\mu}}$, имеем:

$$E_\varphi(t) = \frac{2}{\pi}\int_0^\infty \frac{Re\, E_\varphi(x)}{x^2} \sin\tau^2 x\, dx \quad ,$$

аналогично

$$\frac{\partial B_z}{\partial t} = -\frac{2}{\pi}\int_0^\infty Im\, B_z(x) \sin\tau^2 x\, dx$$

В основу расчета нестационарных полей положен новый вариант метода трапеций. Гармоническая функция на интервале $\omega_{-1} < \omega_0 < \omega_1$ заменяется полиномом $C_0 + C_1\omega + C_2\omega^2$.

Элементарная переходная функция трапеции имеет вид:

$$\rho_\tau^{ед.} = \frac{16\pi}{\tau^2}\Big[\frac{2\bar{c}_2}{\omega_{-1}t^2}(\cos\omega_1 t - \cos\omega_{-1}t) + \frac{\bar{c}_1}{\omega_{-1}t}(\sin\omega_{-1}t - \sin\omega_1 t) +$$

$$+ \frac{2\bar{c}_2 A_2}{\omega_{-1}t}\sin\omega_1 t - \frac{2\bar{c}_2}{\omega_{-1}t}\sin\omega_{-1}t\Big] \quad , \qquad (3.II)$$

где

$$\bar{C}_2 = \frac{f(\omega_0)}{P} + \frac{f(\omega_1)}{P_1} \quad , \qquad \bar{C}_1 = \frac{f(\omega_0)(1+A^2)}{P} + \frac{f_1(1+A)}{P_1} ,$$

$$P = (A-1)^2 A \quad , \quad P_1 = (A^2-1)A(A-1) \, , \quad A = \frac{\omega_0}{\omega_{-1}} \, .$$

Интегрирование производится вдоль оси ординат в пределах более узких, чем вдоль оси абсцисс. Для переходной функции от низкочастотной асимптотики имеем:

$$I_e(\tau)=\frac{32\pi^3}{\tau^4}\left[1-\frac{\sqrt{4h^2+\tau^2}-2h}{\tau}\right]\left[\sin\left(\frac{\tau}{\lambda_0}\right)^2-\left(\frac{\tau}{\lambda_0}\right)^2\cos\left(\frac{\tau}{\lambda_0}\right)^2\right].$$

Становление от поля в однородном полупространстве выражается через интеграл вероятности Φ и модифицированные функции Бесселя I_0 и I_1.

$$\frac{\partial B_z}{\partial t}=\frac{9\rho_1 M}{4\pi\tau^5}\left[\Phi(u)-\sqrt{\frac{2}{\pi}}\,e^{-\frac{u^2}{2}}u\left(1+\frac{u^2}{3}-\frac{u^4}{9}\right)\right]$$

$$B_\tau=-\frac{4\mu M}{4\pi\tau^3}\left[\left(2+\frac{u^2}{4}\right)I_1\left(\frac{u^2}{4}\right)-\frac{u^2}{4}I_0\left(\frac{u^2}{4}\right)\right]e^{-\frac{u^2}{2}}$$

$$E_\varphi(t)=\frac{6\rho_1 M}{4\pi\tau^4}\left[\sqrt{\frac{2}{\pi}}\,e^{-\frac{u^2}{2}}u\left(1+\frac{u^2}{3}\right)-\Phi(u)\right],$$

здесь

$$u=\frac{2\pi\tau}{\tau}.$$

При расчете становления поля в однородном полупространстве на интервале $\lambda>\lambda_0$ воспользуемся разложением для компонент поля в виде ряда по малому параметру $K\tau$ /I2/.

$$\frac{\partial B_z}{\partial t}=\rho_1\frac{2}{\pi}\left[\frac{1}{2\tau}P_1-\frac{2\sqrt{2}}{15}P_2+\frac{2\sqrt{2}}{105}\tau^2P_3-\frac{5\tau^3}{576}P_4+\right.$$

$$\left.+\frac{\sqrt{2}}{1260}\tau^4P_5+\frac{\sqrt{2}}{9!}\frac{16}{11}\tau^6P_6\right]\frac{M}{4\pi}, \qquad (3.I2)$$

$$E_\varphi=\rho_1\frac{2}{\pi}\left[\frac{1}{4}P_1-\frac{\sqrt{2}\,\tau}{15}P_2+\frac{\sqrt{2}}{210}\tau^3P_3-\frac{\tau^4}{576}P_4+\right.$$

$$\left.+\frac{\sqrt{2}}{7560}\tau^5P_5-\frac{\sqrt{2}\,\tau^7}{498960}P_5\right]\frac{M}{4\pi},$$

где

$$P_1 = (\sin u_0 + u_0 \cos u_0)\left(\frac{2\sqrt{2}\,\pi}{\tau}\right)^4 ,$$

$$P_2 = \left[-u_0^{3/2}\cos u_0 + \frac{3}{2}\sqrt{u_0}\,\sin u_0 + \frac{3}{2}\sqrt{\frac{\pi}{2}}\,S(\sqrt{u_0})\right]\left(\frac{2\sqrt{2}\,\pi}{\tau}\right)^5 ,$$

$$P_3 = \left[-u_0^{5/2}\cos u_0 + \frac{5}{2}u_0^{3/2}\sin u_0 + \frac{15}{4}\sqrt{u_0}\,\cos u_0 - \right.$$

$$\left. - \frac{15}{4}\sqrt{\frac{\pi}{2}}\,C(\sqrt{u_0})\right]\cdot\left(\frac{2\sqrt{2}\,\pi}{\tau}\right)^7 \Big] ,$$

$$P_4 = \left[(3u_0 - 6)\sin u_0 - (u_0^3 - 6u_0)\cos u_0\right]\cdot\left(\frac{2\sqrt{2}\,\pi}{\tau}\right)^8 ,$$

$$P_5 = \left[-u_0^{7/2}\cos u_0 + \frac{7}{2}u_0^{5/2}\sin u_0 - \frac{35}{4}P_2\right]\cdot\left(\frac{2\sqrt{2}\,\pi}{\tau}\right)^9 ,$$

$$P_6 = \left[-u_0^{9/2}\cos u_0 + \frac{9}{2}u_0^{7/2}\sin u_0 - \frac{63}{4}P_3\right]\cdot\left(\frac{2\sqrt{2}\,\pi}{\tau}\right)^{11} ,$$

где $u_0 = \left(\frac{\tau}{\lambda_0}\right)^2$, $S(\sqrt{u_0})$ и $C(\sqrt{u_0})$ — интегралы Френеля.

Глава IУ

КРИВЫЕ КАЖУЩЕГОСЯ УДЕЛЬНОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ

В настоящее время выполнен большой объем расчетов поля $\partial B_z/\partial t$ и E_φ для вертикального магнитного диполя, расположенного на поверхности двух, трех и четырехслойной сред. В соответствии с принципом взаимности расчеты охватывают случай, когда источником поля является электрический диполь, а приемником незаземленная петля. В табл. 7 приведены параметры разрезов, для которых выполнен основной объем расчетов. Эти данные в виде кривых кажущегося удельного сопротивления собраны в альбомах /I3/ /I4/ /I5/. Графики полей весьма невыразительны, и эта одна из причин представления результатов в виде кривых ρ_τ. Кажущееся удельное сопротивление можно вести несколькими способами, каждый из которых обладает в определенной области параметров некоторыми преимуществами. В этой работе, главным образом, принят следующий способ введения ρ_τ :

$$\frac{\rho_\tau}{\rho_1} = \left(\frac{\dot{B}_z{}^{\text{одн.}}_{\text{б.з.}}}{\dot{B}_z} \right)^{2/3}, \qquad \frac{\rho_\tau}{\rho_1} = \left(\frac{E_\varphi{}^{\text{одн.}}_{\text{б.з.}}}{E_\varphi} \right)^{2/3} \tag{4.1}$$

здесь $E_\varphi{}^{\text{одн.}}_{\text{б.з.}}$ и $\dot{B}_z{}^{\text{одн.}}_{\text{б.з.}}$ – электрическое поле и производная по времени от вектора индукции в однородном полупространстве в ближней зоне. Используя соотношение (I.20) имеем:

$$\frac{\rho_\tau}{\rho_1} = \frac{8\pi^2}{\tau_1^3} \left(\frac{\pi}{\tau_1} \right)^{1/3} \left(\frac{M_r\, r\, \rho_1}{5 E_\varphi} \right)^{2/3}, \tag{4.2}$$

$$\frac{\rho_\tau}{\rho_1} = \frac{8\pi^2}{\tau_1^3} \left(\frac{\pi}{\tau_1} \right)^{1/3} \left(\frac{2 M_r \rho_1}{5 \dot{B}_z} \right)^{2/3},$$

или

$$\rho_\tau = \frac{\mu_0}{4\pi t} \left(\frac{\mu_0\, r\, M_r}{5 t\, E_\varphi} \right)^{2/3},$$

$$\rho_\tau = \frac{\mu_0}{4\pi t} \left(\frac{2\mu_0 M_r}{5 t\, \dot{B}_z} \right)^{2/3}. \tag{4.3}$$

Таблица 7

Двухслойные кривые ρ_τ; $\rho_1 = 1$; $h_1 = 1$.
$\rho_2/\rho_1 = 200, 100, 50, 25, 18, 8, 4, 2;$ $\frac{1}{2}\quad\frac{1}{4}\quad\frac{1}{8}\quad\frac{1}{16}\quad\frac{1}{25}\quad\frac{1}{50}\quad\frac{1}{100}\quad\frac{1}{200}\quad\frac{1}{500}\quad\frac{1}{1000}\quad\frac{1}{2500}\quad\frac{1}{5000}$
Трехслойные кривые ρ_τ; $\rho_1 = 1$; $h_1 = 1$.
$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{1}{8}\quad\frac{1}{4}\quad\frac{1}{2}\quad 2,\quad 4,\quad 8$
$\frac{h_2}{h_1} = \frac{1}{2},\ 1,\ 2,\ 4,\ 6$
$\frac{\rho_3}{\rho_1} = \infty,\ 1,\ \left(\frac{\rho_2}{\rho_1}\right)^2$

Отсутствие в коэффициенте установки удельного сопротивления верхнего пласта является достоинством такого способа введения ρ_τ. Можно ввести ρ_τ следующим образом:

$$\frac{\rho_\tau}{\rho_1} = \left(\frac{\dot{B}_z^{\,одн.}}{\dot{B}_z}\right)^{2/3} \quad \text{и} \quad \frac{\rho_\tau}{\rho_1} = \left(\frac{E_\varphi^{\,одн.}}{E_\varphi}\right)^{2/3}, \tag{4.4}$$

где $\dot{B}_z^{\,одн.}$ и $E_\varphi^{\,одн.}$ – поле в однородном полупространстве с удельным сопротивлением ρ_1. В этом случае, величина ρ_τ в меньшей степени зависит от расстояния между источником поля и точкой наблюдения, однако при этом следует отметить, что значение удельного сопротивления ρ_1 входит в коэффициент установки. Анализ кривых кажущегося удельного сопротивления, связанных с полем соотношением (4.I), начнем с двухслойной модели среды (рис. 7).

Рассмотрим основные особенности в поведении кривых $\frac{\rho_\tau}{\rho_1}$ /I4/.

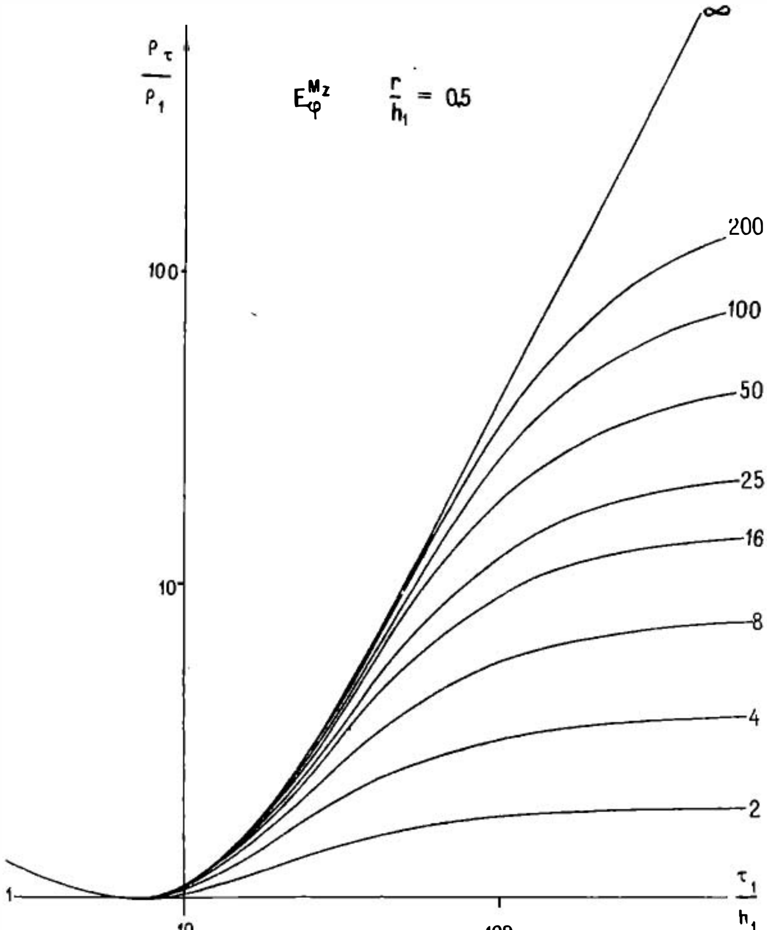
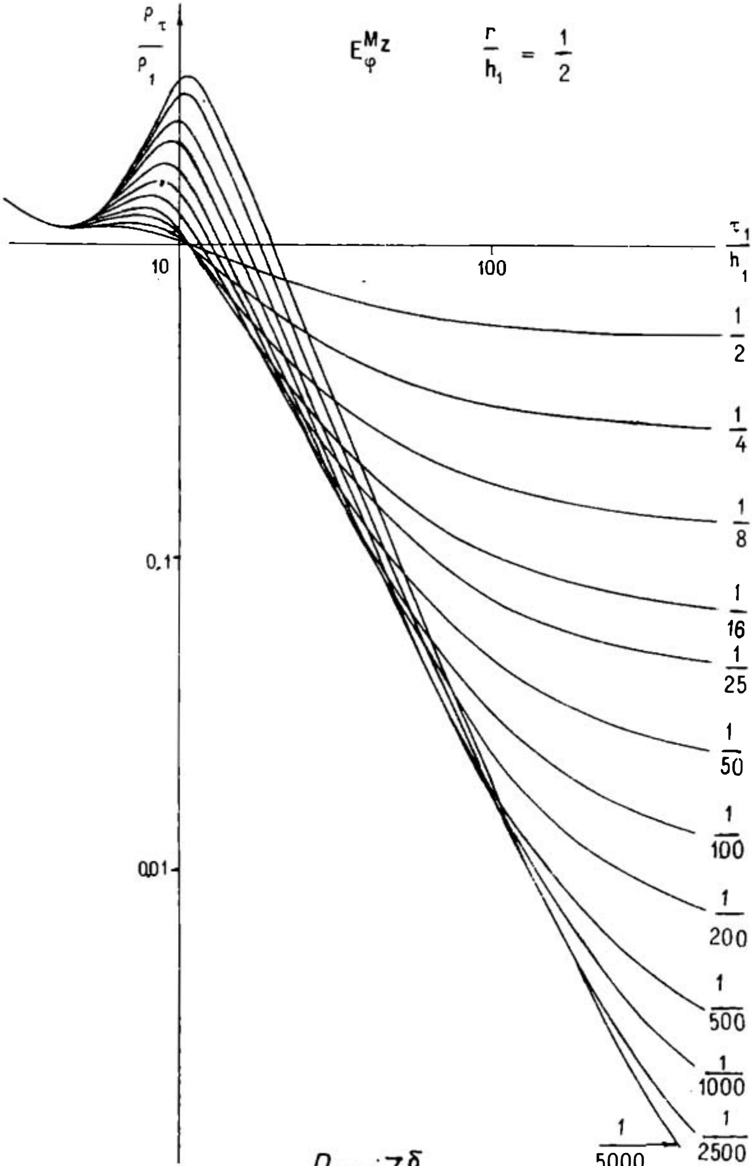
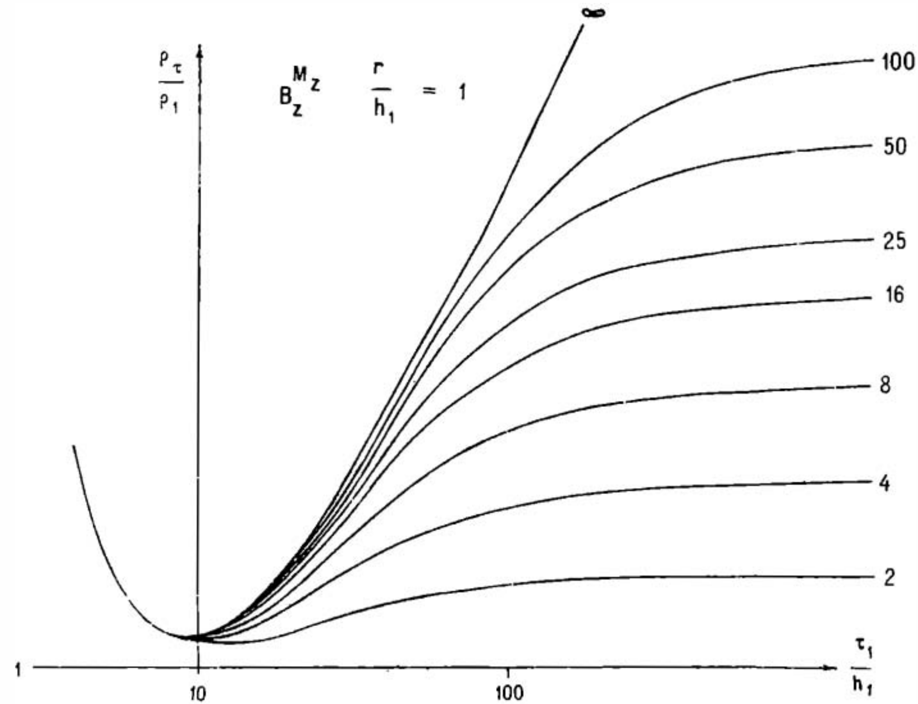


Рис. 7 а



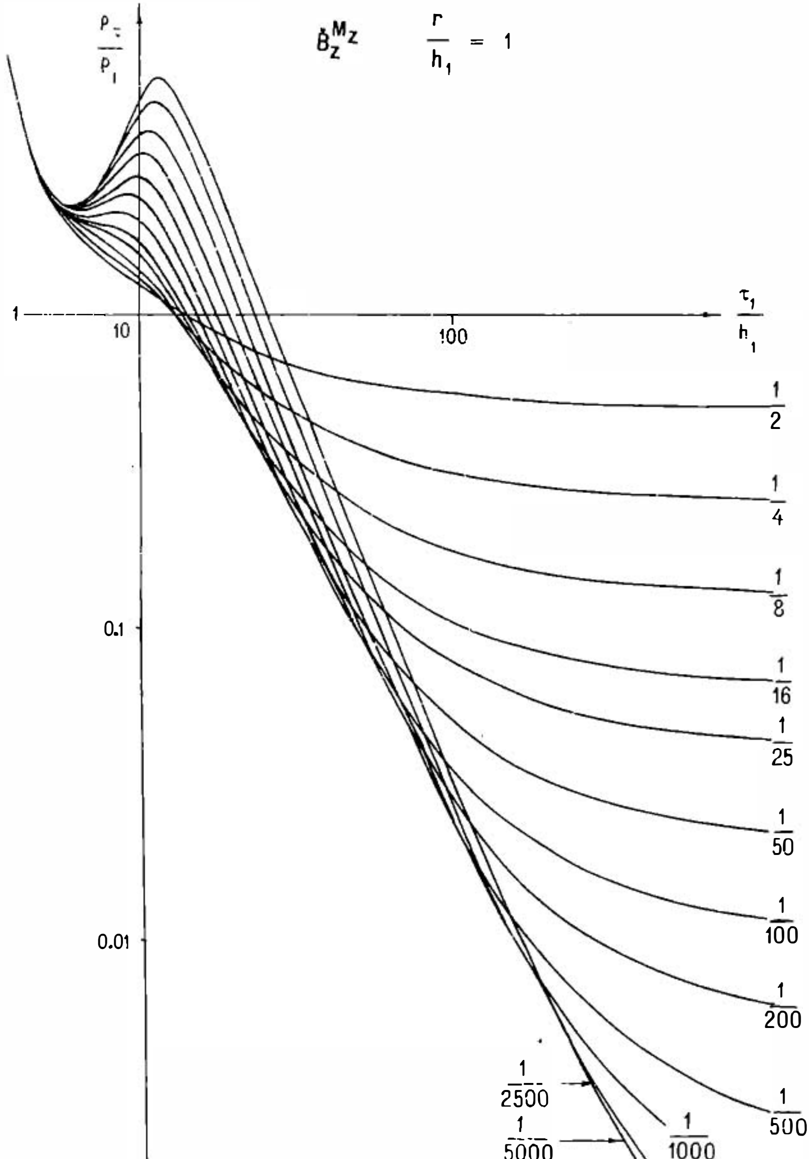
$\frac{\rho_\tau}{\rho_1}$
E_φ^{Mz}
$\frac{r}{h_1} = \frac{1}{2}$
$\frac{\tau_1}{h_1}$
10
100
0,1
0,01
$\frac{1}{2}$
$\frac{1}{4}$
$\frac{1}{8}$
$\frac{1}{16}$
$\frac{1}{25}$
$\frac{1}{50}$
$\frac{1}{100}$
$\frac{1}{200}$
$\frac{1}{500}$
$\frac{1}{1000}$
$\frac{1}{2500}$
$\frac{1}{5000}$

Рис. $7^{б}$



$\frac{\rho_\tau}{\rho_1}$
$B_z^{M_z}$ $\frac{r}{h_1} = 1$
∞
100
50
25
16
8
4
2
1
10
100
$\frac{\tau_1}{h_1}$

Рис. 7в



$\frac{\rho_\tau}{\rho_1}$
$B_z^{M_z}$
$\frac{r}{h_1} = 1$
$\frac{\tau_1}{h_1}$
1
10
100
0.1
0.01
$\frac{1}{2}$
$\frac{1}{4}$
$\frac{1}{8}$
$\frac{1}{16}$
$\frac{1}{25}$
$\frac{1}{50}$
$\frac{1}{100}$
$\frac{1}{200}$
$\frac{1}{500}$
$\frac{1}{1000}$
$\frac{1}{2500}$
$\frac{1}{5000}$

Рис. 7г

I. Все кривые ρ_τ при малых $\frac{\tau_1}{h_1}$ сливаются в одну кривую, соответствующую однородному полупространству с удельным сопротивлением ρ_1 (в начале становления индуцированные токи находятся в пласте, и определяют поле на поверхности).

2. Если точка наблюдения расположена достаточно близко от источника, то левая ветвь кривой ρ_τ имеет две асимптоты, вначале $\rho_\tau = \rho_1$ (ближняя зона), и затем при $\tau_1/h_1 \to 0$, $\rho_\tau = \rho_{\tau\, В.З.}$, где $\rho_{\tau\, В.З.}$ — кажущееся удельное сопротивление для поля в волновой зоне на поверхности однородного полупространства с удельным сопротивлением ρ_1.

3. При больших τ_1/h_1 кривые ρ_τ/ρ_1 приближаются к правым асимптотам: $\rho_\tau = \rho_1$ (полное проникновение токов в проводящее основание, при этом величина токов настолько мала, что изменение созданного ими магнитного поля, практически не индуцирует токов в верхнем пласте).

4. Когда среда, расположенная под пластом, обладает более высоким удельным сопротивлением и $\rho_2/\rho_1 > 50$, кривые ρ_τ при больших τ_1/h_1 имеют две асимптоты. Первая асимптота S соответствует случаю непроводящего основания (токи в верхнем пласте распределены почти равномерно по вертикали, и магнитное поле токов, индуцированных в основании мало).
С увеличением τ_1/h_1 токи проникают в проводящее основание, влияние пласта ослабевает, и поле становится таким же, как в однородном полупространстве с удельным сопротивлением ρ_2.

5. На кривых ρ_τ/ρ_1 для сред с более проводящим основанием наблюдается максимум вблизи $\tau_1/h_1 \sim$ 10. Величина максимума тем больше, чем больше удельная проводимость основания и также зависит от r/h_1. Однако, при малых r/h_1 $(r/h_1 \leq 0{,}35)$ влияние разноса установки становится незаметным.

Появление максимума на кривых ρ_τ в области относительно небольших значений τ_1/h_1 можно в самых общих чертах представить следующим образом:

В начальный момент индуцированные токи концентрируются вблизи источника, они достаточно интенсивны, и поле совпадает с полем в однородном полупространстве с удельным сопротивлением ρ_1. Изменение магнитного поля этих токов индуцирует токи, интенсивность которых является функцией координат точек среды, проводимости и времени, и если основание обладает более высокой удельной проводимостью, то можно ожидать, что в некоторый момент времени (достаточно близкий к началу становления) поле, измеренное на дневной поверхности будет зависеть от проводимости нижней среды. Естественно, что с увеличением мощности первого пласта этот эффект будет наблюдаться при больших временах.

6. Кривые ρ_τ/ρ_1 модуль которых ρ_2/ρ_1 значительно меньше единицы, имеют две правых асимптоты: одна соответствует бесконечно проводящему основанию, другая – поздней стадии становления в однородном полупространстве с удельным сопротивлением ρ_2.

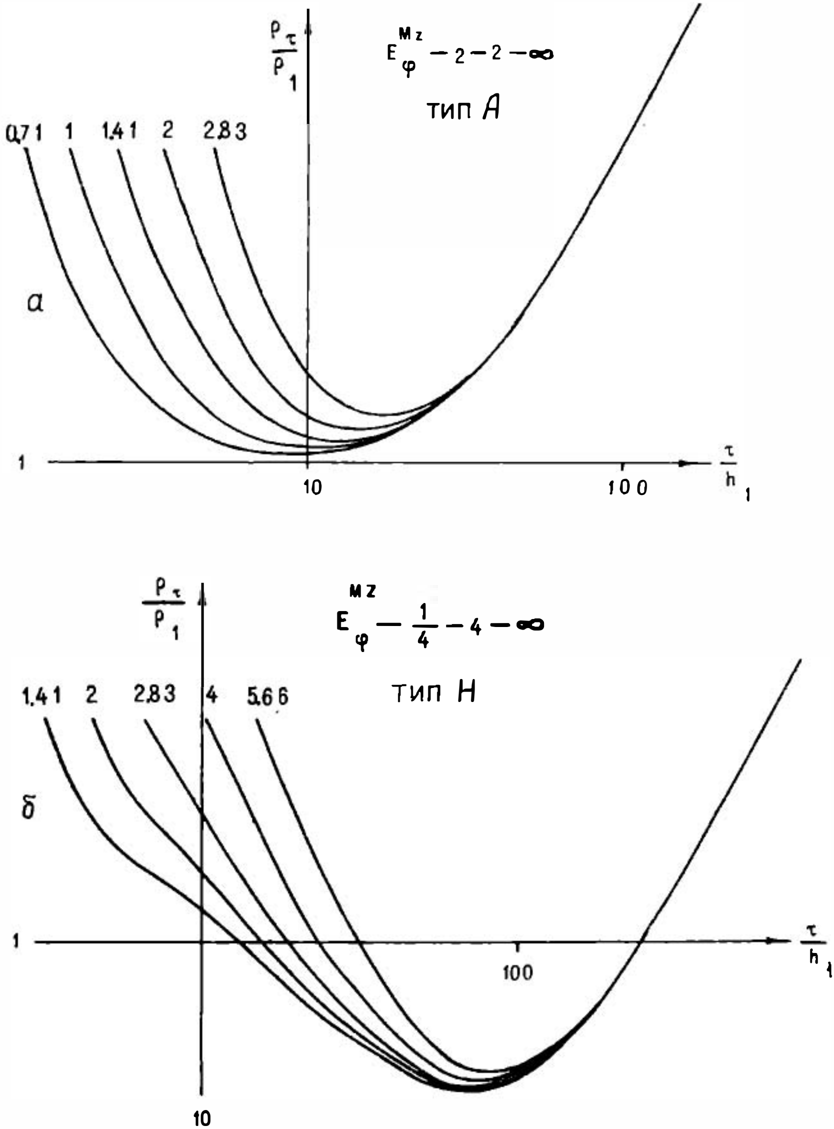
Сопоставление теоретических и экспериментальных кривых является наиболее точным методом определения параметров среды. Вместе с тем представляют интерес приближенные способы, основанные на эмпирически установленной связи между параметрами среды и характерными точками и участками кривых ρ_τ, которые можно рассматривать как начальный этап интерпретации.

I случай $\frac{\rho_2}{\rho_1} > 1$

Удельное сопротивление ρ_1 определяется по левой ветви кривых ρ_τ/ρ_1. При малых разносах по сравнению с мощностью пласта h_1, левая ветвь кривой ρ_τ имеет горизонтальный участок ($\rho_\tau = \rho_1$), который тем больше, чем меньше разнос установки. Если величина разноса r/h_1 превышает 0,35, то на кривых наблюдается минимум, абсцисса которого мало зависит от удельного сопротивления ρ_2 $(\mu \geq 1/16)$. Поэтому мощность пласта можно найти с небольшой погрешностью, не превышающей 10% из соотношения:

$$h_1 \simeq \frac{1}{9}\sqrt{10^7\, 2\pi \rho t_{min}}$$

При малых разносах r/h_1 мощность пласта приближенно определяется по точкам подхода кривой ρ_τ к ρ_1, которые, практически, не зависят от ρ_2. Совмещением экспериментальных и теоретических кривых определяется ρ_2. При достаточно большой мощности пласта h_1, его удельной проводимости или высокого удельного сопротивления основания возникают значительные трудности при определении ρ_2, так как расхождение между кривой ρ_τ и асимптотикой S наступает на временах, когда сигналы становятся малыми.



ρτ/ρ1
E φ Mz — 2 — 2 — ∞
тип A
0.71 1 1.41 2 2.83
a
1
10
100
τ/h1
ρτ/ρ1
E φ Mz — 1/4 — 4 — ∞
тип H
1.41 2 2.83 4 5.66
б
1
100
τ/h1
10

Рис. 8

2 случай $\frac{\rho_2}{\rho_1} < 1$

По левой кривой ρ_τ определяется удельное сопротивление ρ_1. Координаты точки максимума позволяют достаточно точно установить мощность первого пласта h_1 и удельное сопротивление ρ_2. Абсцисса максимума на кривых ρ_τ/ρ_1 слабо зависит от удельного сопротивления ρ_2, и мощность пласта находится из соотношения:

$$h_1 \simeq \frac{1}{10}\sqrt{10^7\, 2\pi \rho_1 t_{max}}$$

Трехслойные кривые типа $A(\rho_1<\rho_2<\rho_3)$ и $H(\rho_1>\rho_2<\rho_3)$ по внешнему виду похожи и характеризуются минимумом /13/,/15/, но величина отношения $\rho_{\tau\,min}/\rho_1 > 1$ в разрезах типа A и меньше единицы, когда $\rho_1>\rho_2<\rho_3$ (рис. 8). Из анализа кривых ρ_τ типа A следует, что с погрешностью менее 2,5% ордината минимума не зависит от величины $\nu\,(h_2/h_1)$.

Характер влияния изменения относительного сопротивления μ_2 на ординату минимума отражен в табл. 8. Приведенные значения $\rho_{\tau\,min}/\rho_1$ с ошибкой не превышающей ±2% справедливы, если $\mu_1^2 < \mu_2 < \infty$.

Таблица 8

Ординаты минимума кривых $\rho_{\tau\,min}/\rho_1$								
	$\rho_\tau(E_\varphi)$				$\rho_\tau(\dot{B}_z)$			
ν/h_1 \ ρ_2/ρ_1	2	4	8	16	2	4	8	16
1/2	1.02	1,02	1,02	1,02	1,04	1,04	1,05	1,05
$1/\sqrt{2}$	1.06	1,07	1,07	1,07	1.11	1,12	1.12	1.12
1	1.11	1,13	1,13	1,13	1.19	1,24	1,25	1,26
$\sqrt{2}$	1.18	1,23	1,24	1,25	1,30	1,39	1.42	1,45
2	1.30	1,39	1,42	1,42	1,44	1.61	1,70	1,73
$2\sqrt{2}$	1.42	1,61	1,68	1,72	1,60	1,89	2,04	2,15
4	1,59	1,90	2,00	2,04	1,74	2,22	2,61	2,70
$4\sqrt{2}$	1,74	2,20	2,48	2,61	1,97	2,67	3,17	3,50
8	1,91	2,62	3,05	3,30	2,12	3,18	3,90	4,60

Как видно из табл. 8 зависимость $\rho_{\tau\,min}/\rho_1$ от μ_2 возрастает с увеличением τ/h_1, и для кривых $\rho_\tau/\rho_1(\dot{B}_z)$ это заметнее, чем для кривых $\rho_\tau/\rho_1(E_\varphi)$.

Графики зависимости $(\rho_\tau/\rho_1)_{min}$ от τ/h_1 могут быть использованы для определения сопротивления второго горизонта. Анализ абсцисс минимума кривых кажущегося удельного сопротивления показывает, что $(\tau/h_1)_{min}$ возрастает с увеличением τ/h_1 и уменьшением μ_2 (табл. 9).

Таблица 9

Изменение абсциссы минимума при увеличении τ_1/h_1 от 2 до 8							
τ_1/h_1	$1/\sqrt{2}$	1	$\sqrt{2}$	2	$2\sqrt{2}$	4	$4\sqrt{2}$
Кривые $\rho_\tau(E_\varphi)$ с $\rho_3=\infty$	1,2	1,2	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6
$\rho_\tau(E_\varphi)$ с $\rho_3=\mu^2$	1,3	1,3	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7
$\rho_\tau(\dot{B}_z)$ с $\rho_3=\mu^2$	1.3	1.3	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7

Как видно из табл. 8 и 9 влияние изменения сопротивления опорного горизонта мало сказывается на величине абсциссы максимума и практически не влияет на её ординату. В отличие от кривых типа A, координаты минимума кривых зондирования типа H более тесно связаны с параметрами разреза. В частности, при $\frac{\tau}{h_1+h_2} \leq 0{,}5$ и $h_2/h_1 \geq 1$:

$$\left(\frac{\rho_\tau}{\rho_1}\right)_{min} \simeq \frac{\rho_\ell}{\rho_1}\sqrt{\frac{\rho_\ell}{\rho_1}} \qquad (4.5)$$

при $\frac{\rho_3}{\rho_1} \to \infty$

$$\left(\frac{\tau}{h_1}\right)_{min} \simeq 7\,\frac{h_1+h_2}{h_1}\sqrt{\frac{\rho_1}{\rho_2}} \qquad (4.6)$$

Суммарная мощность и опорная проводимость S при $\rho_3 \to \infty$, согласно (4.5) и (4.6), может быть определена из соотношений:

$$h_1 + h_2 = 4.9 \cdot 10^{-6} \cdot S^3 \left(\frac{\rho_{\tau\, min}}{\sqrt{2\pi t_{min}}} \right)^2 \qquad (4.7)$$

$$S = 452 \; \frac{\sqrt{2\pi t_{min}}}{\rho_{\tau\, min}^{2/3}} \; \rho_2^{1/6} \qquad (4.8)$$

Приближенно, с погрешностью до 10%, величина S определяется из равенства:

$$S \simeq 452 K \sqrt{\frac{2\pi t_{min}}{\rho_{\tau\, min}}} \;, \qquad (4.9)$$

где K равен 1.07 для кривых $\rho_\tau(E_\varphi)$ и 1.10 для $\rho_\tau(\dot{B}_z)$.

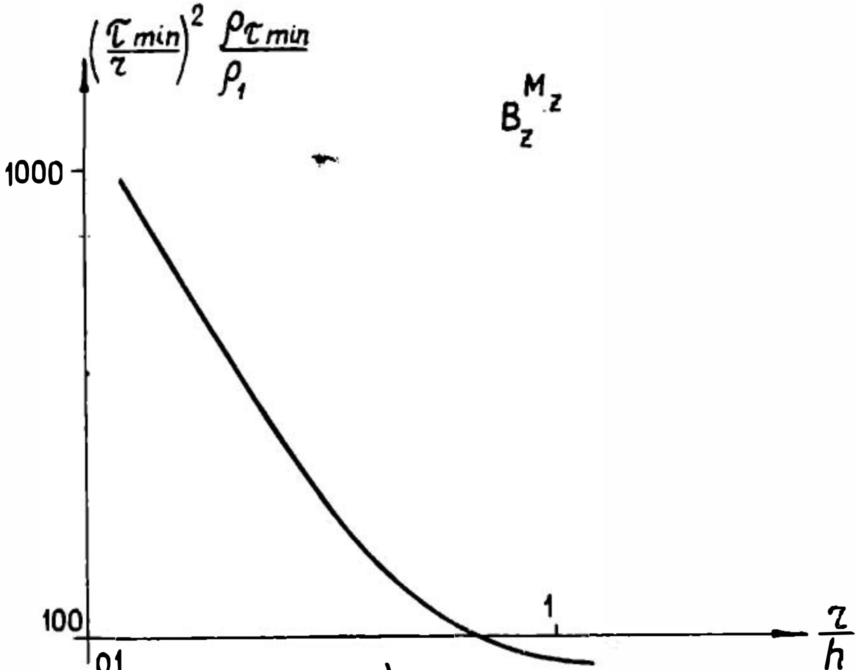
Глава V

О ВОЗМОЖНОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ МЕТОДА ЗСБЗ ПРИ ИЗУЧЕНИИ ГЛУБИННОГО СТРОЕНИЯ ЗЕМЛИ

Измерение нестационарных электромагнитных полей вблизи источника открывает некоторые возможности для изучения электропроводности относительно глубоких слоев Земли: глубины залегания и удельного сопротивления мантии и геоэлектрических параметров промежуточного слоя, о существовании которого свидетельствуют многочисленные данные магнитотеллурических зондирований в различных районах земного шара. Вначале рассмотрим эти вопросы для наиболее благоприятных условий применения метода, когда отсутствует хорошо проводящий и мощный слой наносов. В четвертой главе были описаны двухслойные кривые ρ_τ для электрического и магнитного поля и некоторые характерные точки кривых.

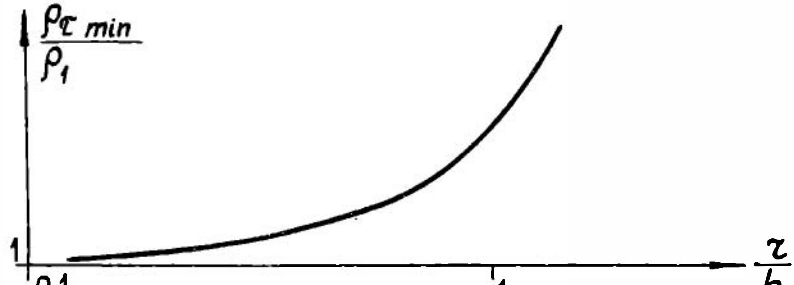
Мощность высокоомного пласта h_1 и его удельное сопротивление ρ_1 могут быть определены по координатам минимума на кривых $\rho_\tau/\rho_1\,(\tau_1/h_1 \sim 5)$, которые слабо зависят от удельного сопротивления проводящей мантии ρ_2. Мощность пласта h_1 находится с помощью графика

$$\left(\frac{\tau_{min}}{\tau}\right)^2 \frac{\rho_{\tau\, min}}{\rho_1} = f_1\left(\frac{\tau}{h_1}\right) \qquad (5.1)$$



$\left(\frac{\tau_{min}}{r}\right)^2 \frac{\rho_{\tau\,min}}{\rho_1}$
$B_z^{M_z}$
1000
100
0.1
1
$\frac{r}{h}$

а)



$\frac{\rho_{\tau\,min}}{\rho_1}$
1
0.1
1
$\frac{r}{h}$

б)

Рис. 9

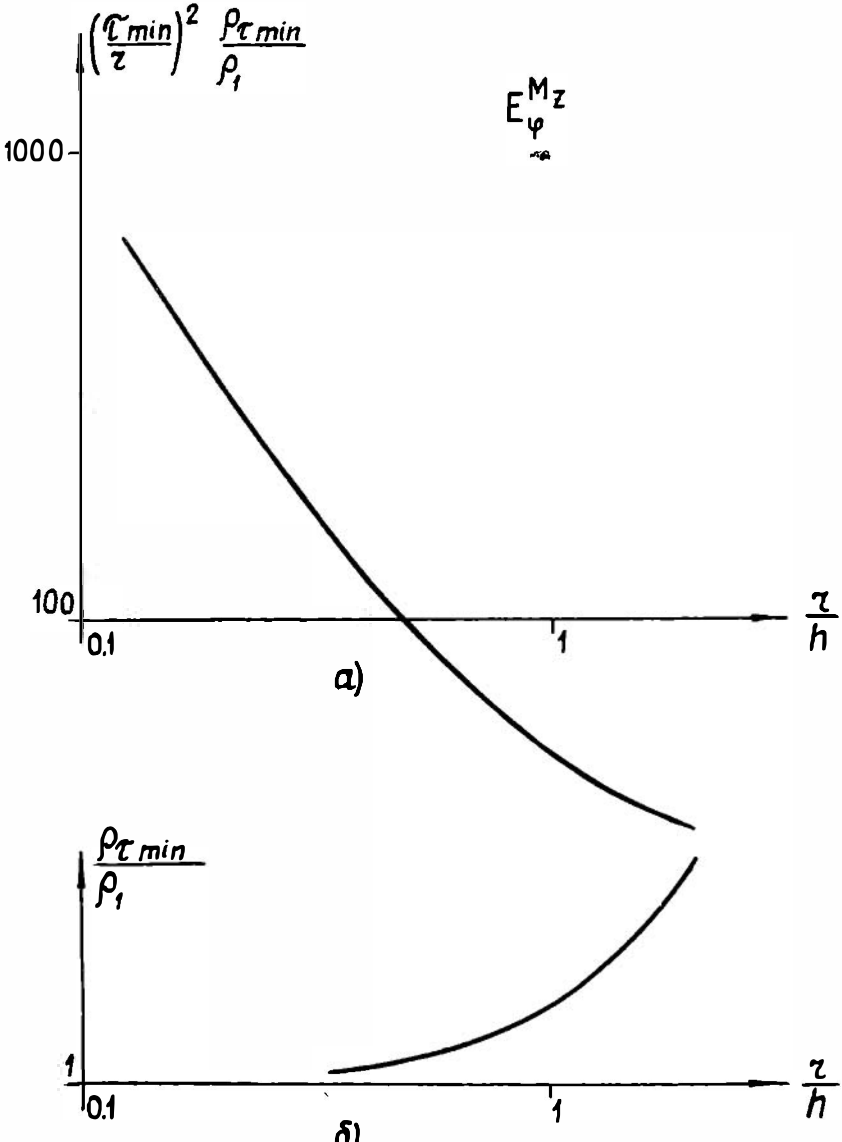

$\left(\frac{\tau_{min}}{\tau}\right)^2 \frac{\rho_{\tau\, min}}{\rho_1}$
$E_{\varphi}^{M_z}$
1000
100
0.1
1
$\frac{\tau}{h}$
а)
$\frac{\rho_{\tau\, min}}{\rho_1}$
1
0.1
1
$\frac{\tau}{h}$
б)

Рис. 10

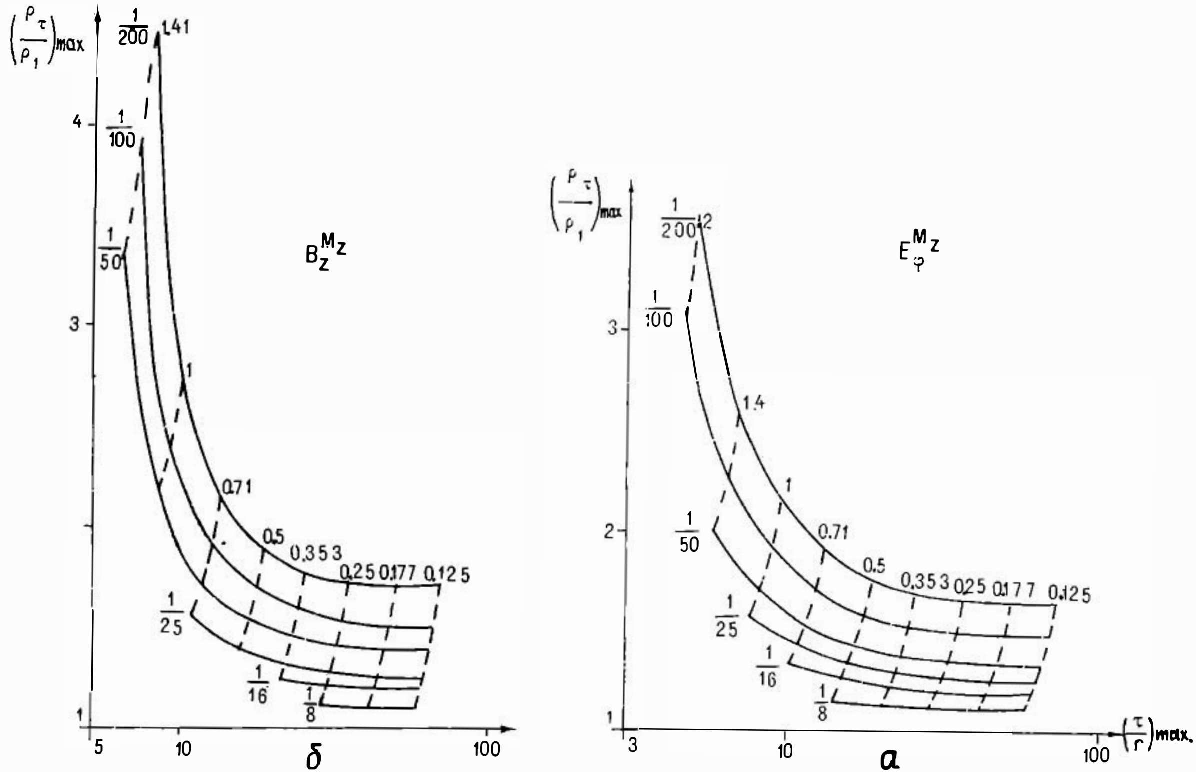

$\left(\frac{\rho_\tau}{\rho_1}\right)_{max}$
$B_z^{M_z}$
$\frac{1}{200}$ 1.41
$\frac{1}{100}$
$\frac{1}{50}$
1
0.71
0.5
0.353
0.25
0.177
0.125
$\frac{1}{25}$
$\frac{1}{16}$
$\frac{1}{8}$
4
3
1
5
10
100
б
$\left(\frac{\rho_\tau}{\rho_1}\right)_{max}$
$E_\varphi^{M_z}$
$\frac{1}{200}$ 2
$\frac{1}{100}$
1.4
1
$\frac{1}{50}$
0.71
0.5
0.353
0.25
0.177
0.125
$\frac{1}{25}$
$\frac{1}{16}$
$\frac{1}{8}$
3
2
1
3
10
100
$\left(\frac{\tau}{r}\right)_{max.}$
а

Рис. 11

представленного на рис. 9а, 10а, а удельное сопротивление ρ_1 из графика (рис. 9б, 10б):

$$\left(\frac{\rho_\tau}{\rho_1}\right)_{min} = f_2\left(\frac{\tau}{h_1}\right) \qquad (5.2)$$

Если известно ρ_1, то электропроводность мантии определяется по координатам максимума из графика (11а, б):

$$\left(\frac{\rho_\tau}{\rho_1}\right)_{max} = f_3\left(\frac{\tau_1}{\tau}\right) \qquad (5.3)$$

В табл. 10, 11 приведены величины сигналов (mkV), измеряемых при зондировании над двухслойным разрезом с параметрами:

ρ_1 = 500 омм
ρ_2 = 1; 5; 10 омм
h_1 = 50 км, 80 км, 100 км; $\frac{\tau}{h} = \frac{1}{8}$

При магнитном возбуждении и приеме (табл. 10) сигналы рассчитываются по формуле:

$$\mathcal{E} = \frac{M_и M_г}{4\pi h^5}\rho_1 \dot{B}_z , \quad M_г M_и = 10^{16} ам \cdot м^4 \qquad (5.4)$$

Для электрического возбуждения и магнитного приема (или наоборот) (табл. 11).

$$\mathcal{E} = \frac{M_и M_г}{4\pi h^4}\rho_1 E_\varphi , \quad M_и M_г = 10^{13} ам \cdot м^3 . \qquad (5.5)$$

Как видно из таблиц при электрическом возбуждении и магнитном приеме с данными параметрами установок сигналы оказываются выше.

На рис. 12 приведены кривые ρ_τ/ρ_1 для трехслойного геоэлектрического разреза, когда над высокоомными породами расположены хорошо проводящие наносы. Шифр кривых - отношение толщины промежуточного слоя к мощности первого пласта. Левая ветвь кривых соответствует двухслойной среде с параметрами ρ_1, h_1 и ρ_2.

Параметры первого слоя могут быть определены, используя координаты минимума по формулам:

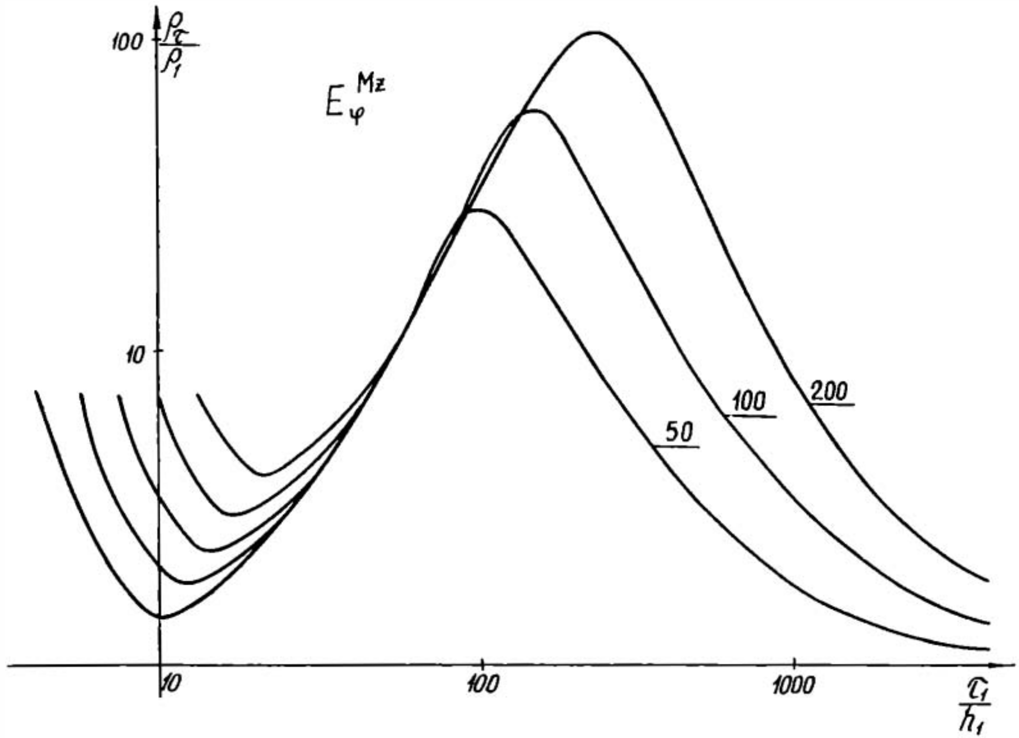


Рис. 12ª

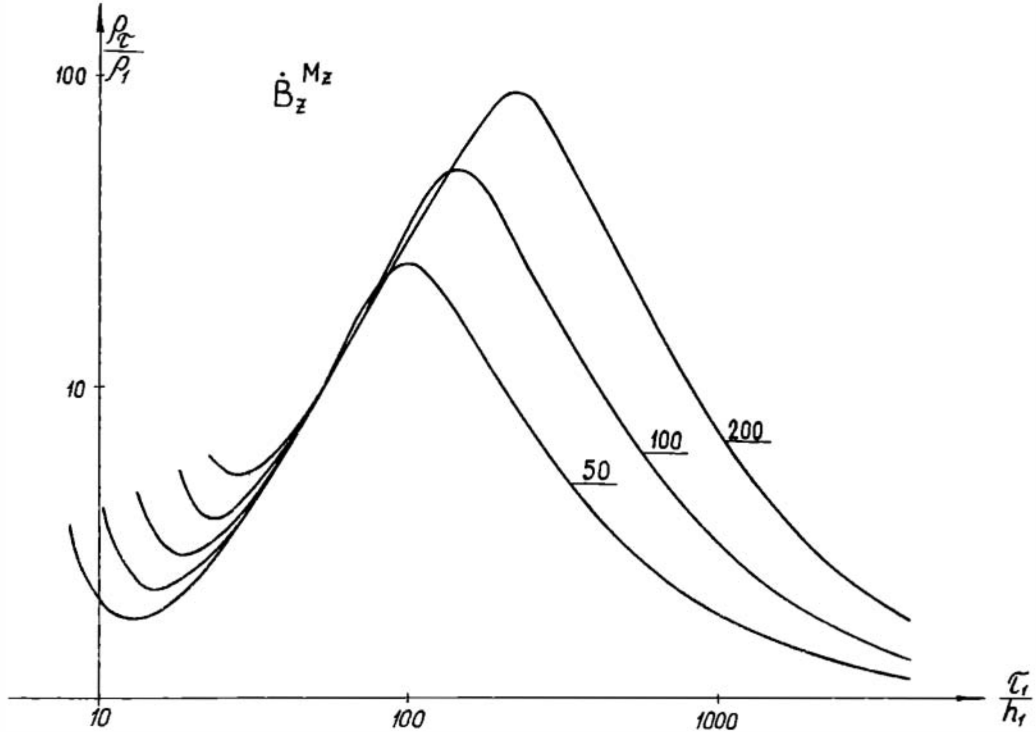


Рис. 12б

Таблица I0

h км	τ/h	2.83	4,00	5,66	8,00
I00	t сек	0,25	0,5I	I,02	2,03
	ρ_2 омм I	I3,00	2,30	0,3I	0,023
	5	I3,00	2,30	0,3I	0,027
	I0	I3.00	2,30	0,32	0,03I
80	t сек	0,I6	0,32	0,65	I,30
	ρ_2 омм I	39,50	6,90	0,94	0,07I
	5	39.50	6,90	0,95	0,084
	I0	39.50	6.90	0,97	0,093
50	t сек	0,065	0,I3	0,25	0,5I
	ρ_2 омм I	4I5	73,70	9.80	0,74
	5	4I5	73,70	I0,00	0,88
	I0	4I5	73,70	I0,00	0,97

Таблица II

h км	τ/h	2,82	4,00	5,66	8,00	II,3I	I6,00
I00	t сек	0,25	0,5I	I,02	2,03	4,06	8,I2
	ρ_2 омм I	83,5	I4,5	I,93	0,I4	0,0I5	0,008I
	5	83,5	I4,5	I,97	0,I7	0,029	0,0I9
	I0	83,5	I4,5	2,00	0,I9	0,039	0,02I
80	t сек	0,I6	0,32	0,65	I,30	2,60	5,20
	ρ_2 омм I	204	35,5	4,I2	0,35	0,037	0,0I9
	5	204	35,5	4,8I	0,42	0,072	0,040
	I0	204	35,5	4,87	0,47	0,095	0,052
50	t сек	0,065	0,I3	0,25	0,5I	I,02	2,04
	ρ_2 омм I	I335	233	3I,4	2,36	0,25	0,I3
	5	I335	233	3I,7	2,80	0,48	0,26
	I0	I335	233	32.I	3,08	0,62	0,34

$$h_1 \simeq \tau \frac{\sqrt{\frac{\tau_{min}}{\tau}}}{\frac{\rho_{\tau min}}{\rho_1} \cdot 2,9}, \quad \rho_1 \simeq \rho_\tau - \frac{\tau^2 \mu_0}{2\pi^2 t_{min}}, \quad (5.6)$$

где $\mu_0 = 4\pi 10^{-7}$ гн/м , $2 < \frac{\tau}{h_1} < 8$

Наибольший интерес, естественно, представляет глубина до поверхности проводящего слоя, и здесь можно воспользоваться координатами максимума. Когда $\rho_2/\rho_1 >$ I/I00; $h_2/h_1 \geq 50$, с погрешностью не превышающей I0%, имеем:

$$h_2 \simeq 2h_1 \left(\frac{\rho_\tau}{\rho_1}\right)_{max} \tag{5.7}$$

В табл. I2, I3 приведены величины сигналов вблизи максимальных значений ρ_τ/ρ_1 .

Таблица I2

h_1 км	τ_1/h_1	$\mathcal{E}^{(\dot{B}_z)}_{mkV}$	$\mathcal{E}^{(E_\varphi)}_{mkV}$	Примечание
0,4	I07	2,8	4,4	ρ_1 = I0 ом.м. = ρ_3
0,2	I52	5,6	4,5	ρ_2 = 2000 ом.м.
0,I	2I5	I2,7	5,2	$M_г M_и = \begin{cases} 10^{16}\ ам^4 \\ 10^{13}\ ам^3 \end{cases}$ $h_2 = 20$ км ; $\tau/h_1 = 8$

Таблица I3

h_1 км	τ_1/h_1	$\mathcal{E}^{(\dot{B}_z)}_{mkV}$	$\mathcal{E}^{(E_\varphi)}_{mkV}$	Примечание
I,0	I07	0,028	0,II	ρ_1 = I0 ом.м. = ρ_3
0,5	I52	0,056	0,I2	ρ_2 = 2000 ом.м
0,25	2I5	0,I3	0,I3	$M_г M_и = \begin{cases} 10^{16}\ ам^4 \\ 10^{13}\ ам^3 \end{cases}$ $h_2 = 50$ км ; $\frac{\tau}{h_1} = 8$

Для изучения возможностей метода становления поля в ближней зоне при выделении относительно глубоко залегающего проводящего слоя были проведены расчеты при следующих параметрах геоэлектрического разреза: ρ_1 = I; h_1 = I; ρ_2/ρ_1 = 0,00I; 0,0I; 0,05; $\rho_3 = \rho_1$; h_2/h_1 = 2.5; I.0; 0,5; 0,25. На рис. I3-I8 представлены трехслойные кривые ρ_τ/ρ_1 в зависимости от τ_1/h_1 . Как видно из графиков двухслойные и трехслойные

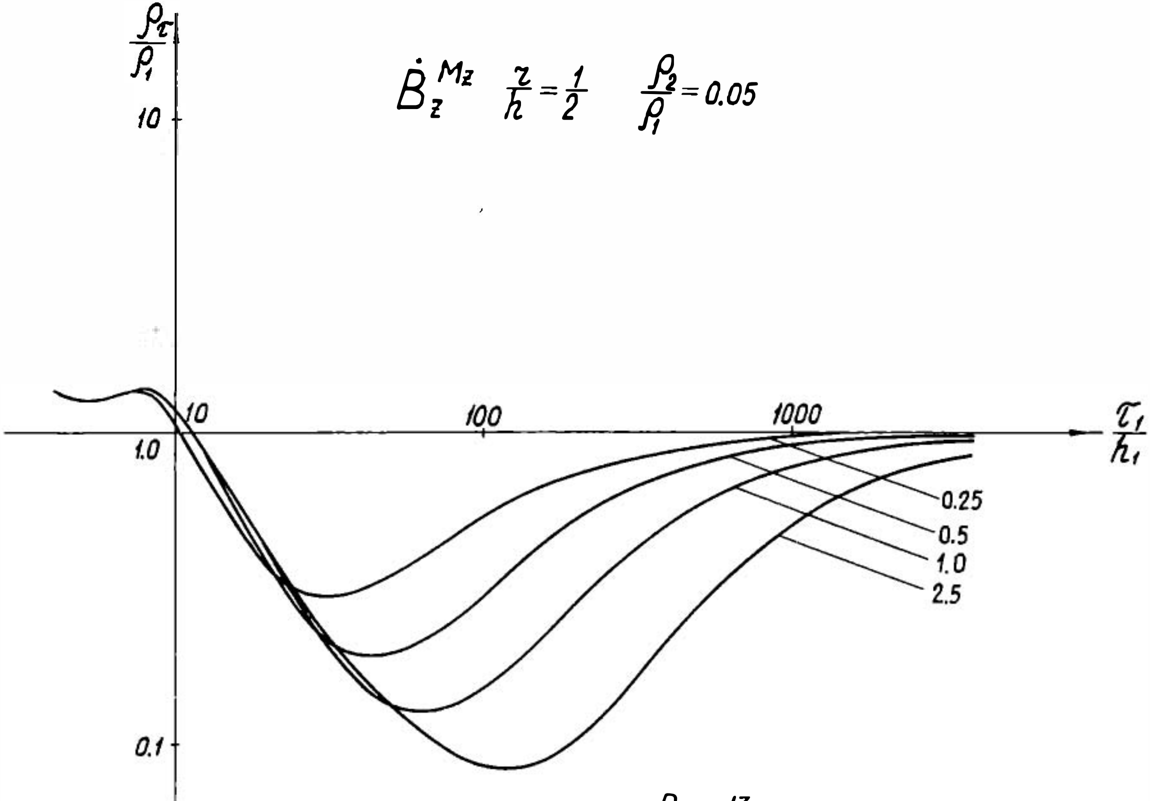

$\frac{\rho_\tau}{\rho_1}$
$\dot{B}_z^{M_z}$ $\frac{z}{h}=\frac{1}{2}$ $\frac{\rho_2}{\rho_1}=0.05$
10
1.0
0.1
10
100
1000
$\frac{\tau_1}{h_1}$
0.25
0.5
1.0
2.5

Рис. 13

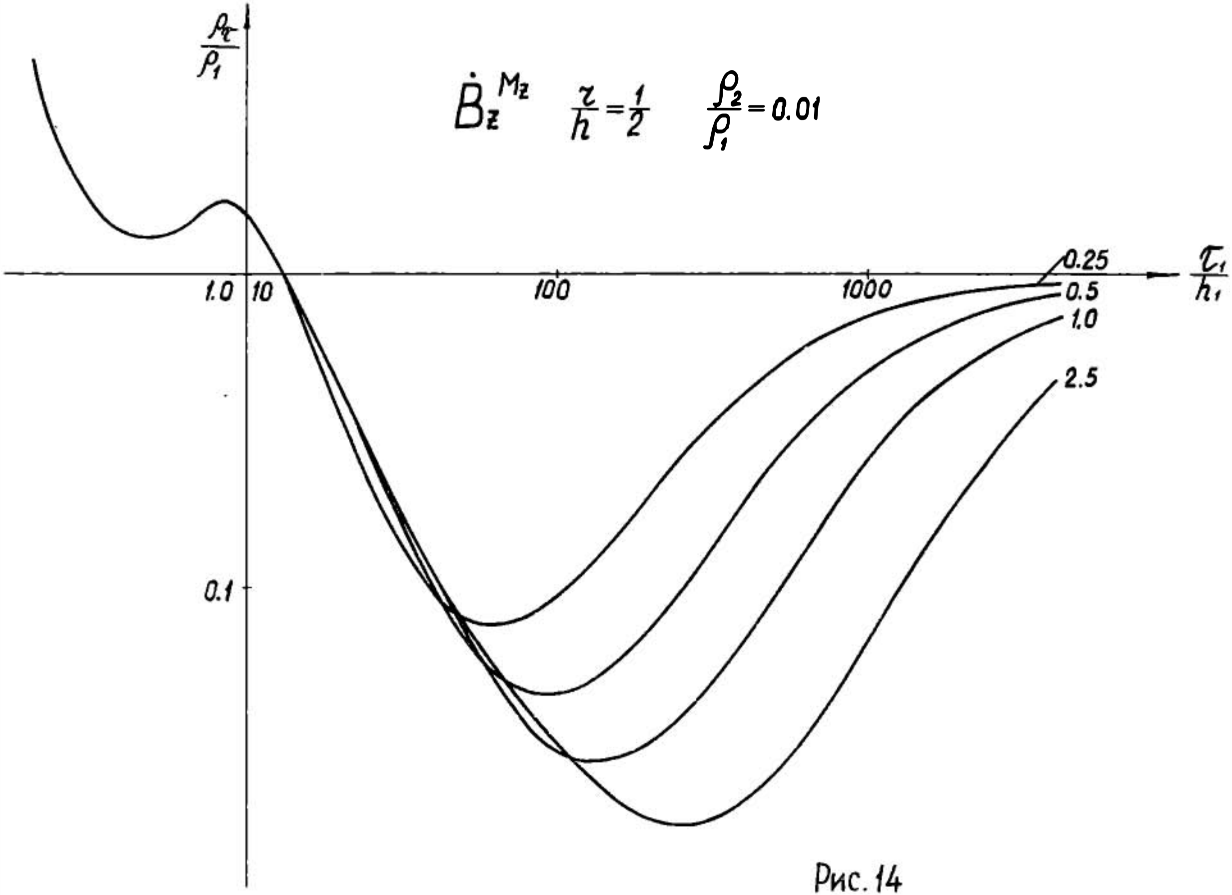


Рис. 14

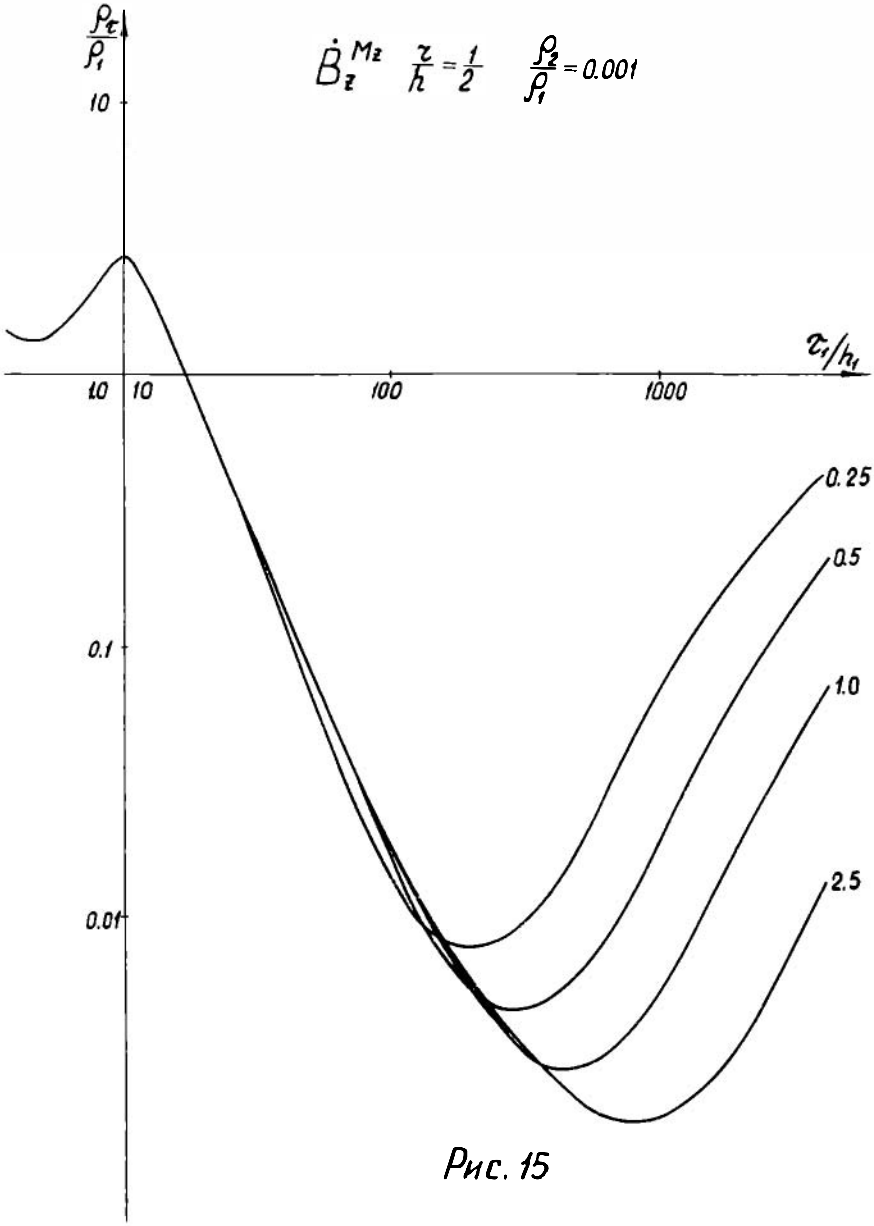

$\frac{\rho_\tau}{\rho_1}$
$\dot{B}_z^{Mz}$ $\frac{r}{h}=\frac{1}{2}$ $\frac{\rho_2}{\rho_1}=0.001$
10
0.1
0.01
τ_1/h_1
1.0
10
100
1000
0.25
0.5
1.0
2.5

Рис. 15

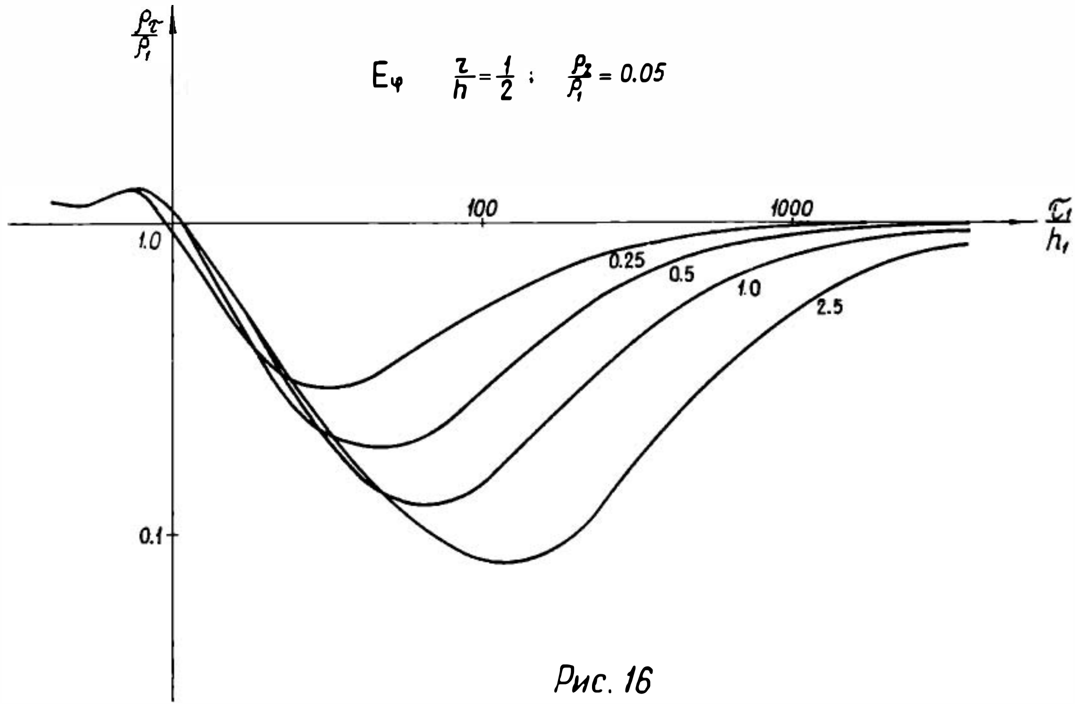
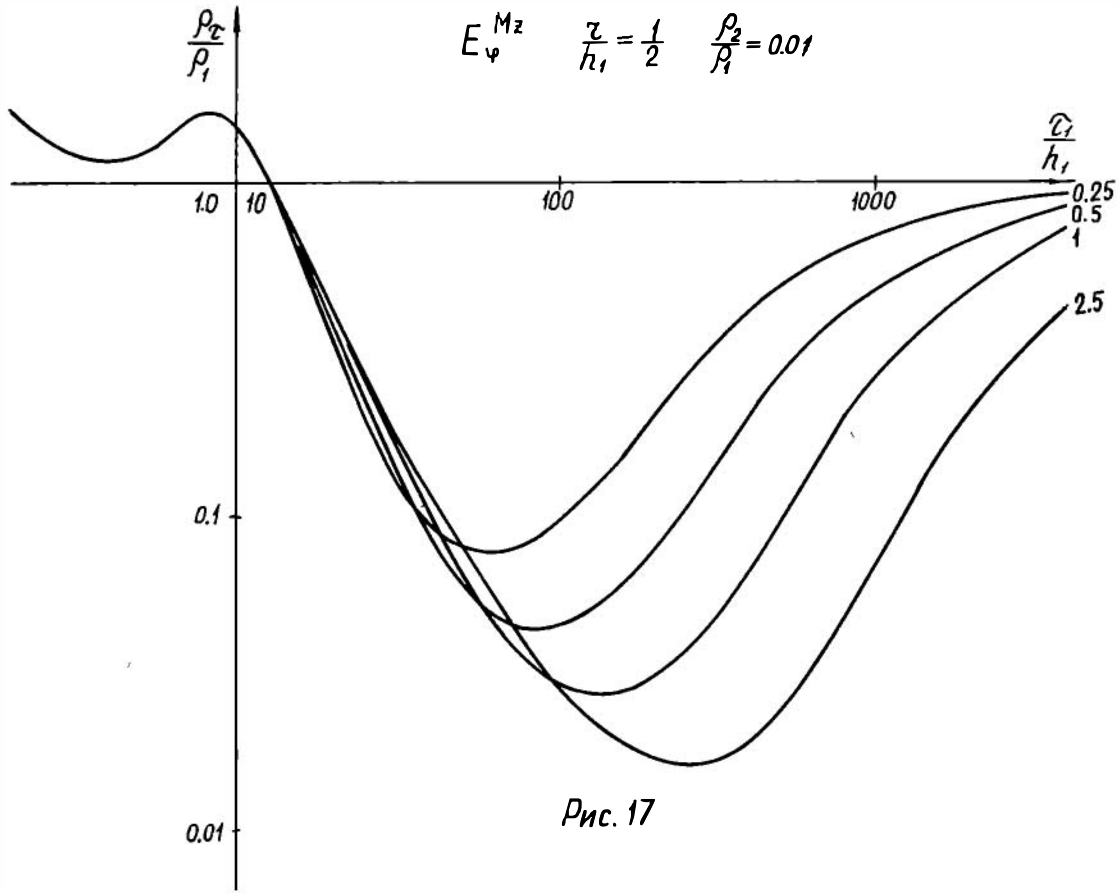
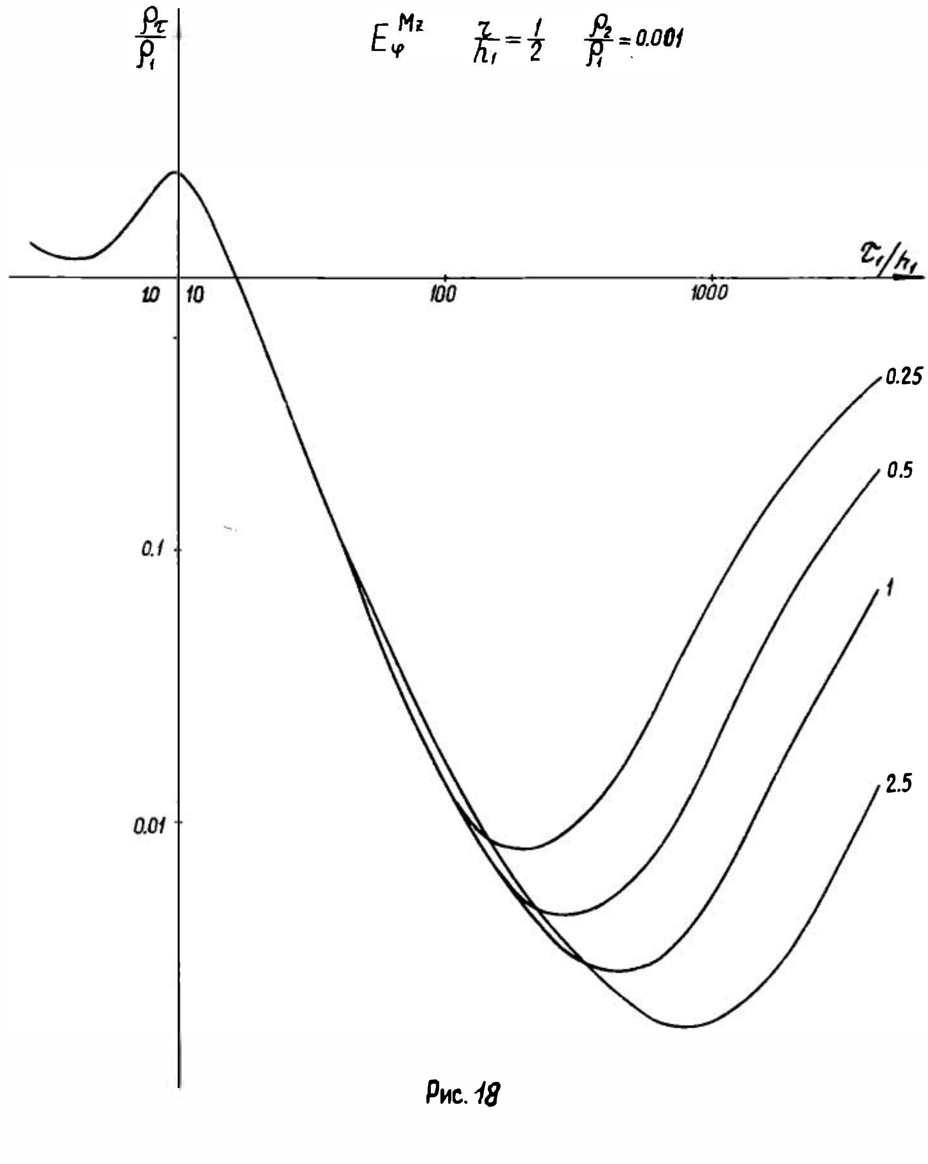

$E_\varphi \quad \frac{z}{h} = \frac{1}{2}\ ; \quad \frac{\rho_2}{\rho_1} = 0.05$
$\frac{\rho_\tau}{\rho_1}$
$\frac{\tau_1}{h_1}$
1.0
0.1
100
1000
0.25
0.5
1.0
2.5

Рис. 16



E_{φ}^{Mz} $\frac{z}{h_1}=\frac{1}{2}$ $\frac{\rho_2}{\rho_1}=0.01$
$\frac{\rho_\tau}{\rho_1}$
$\frac{\tau_1}{h_1}$
1.0
10
100
1000
0.1
0.01
0.25
0.5
1
2.5

Рис. 17



$\frac{\rho_\tau}{\rho_1}$
E_φ^{Mz} $\frac{z}{h_1} = \frac{1}{2}$ $\frac{\rho_2}{\rho_1} = 0.001$
τ_1/h_1
1.0
10
100
1000
0.1
0.01
0.25
0.5
1
2.5

Рис. 18

кривые совпадают в левой части, включая первый минимум и максимум. Поэтому для определения ρ_1, h_1 и ρ_2 по координатам $(\rho_\tau/\rho_1)_{min}$ и $(\rho_\tau/\rho_1)_{max}$ можно воспользоваться номограммами, приведенными в четвертой главе. Некоторое представление о величинах сигналов в этой области параметров τ_1/h_1 можно получить из табл. I4, I5.

I. Источник поля и приемник: незаземленная петля.

$$M_г/M_и = 10^{16}\ амм^4; \quad \rho_1 = \rho_3 = 5\ 10^3 омм; \quad \rho_2 = 5\ омм.$$

$$\tau/h_1 = \frac{1}{2}.$$

Т а б л и ц а I4

h_1 км	τ_1/h_1	5.6	8	II,3	I6
8	t сек $\mathcal{E}$ mkV	0,0064 77900	0,0I3 7370	0,026 II35	0,05I 6II
I2	t сек $\mathcal{E}$ mkV	0,0I4 I0300	0,029 727	0,057 II2	0,I2 60
I6	t сек $\mathcal{E}$ mkV	0,026 2430	0,05I 230	0,I 35	0,2 I9
20	t сек $\mathcal{E}$ mkV	0,04 797	0,08 76	0,I6 I2	0,32 6,3
24	t сек $\mathcal{E}$ mkV	0,058 320	0,I2 30	0,23 4,6	0,46 2,5

II. Источник – электрический диполь, приемник – незаземленная петля.

$$M_г M_и = 10^{13} амм^3; \quad \rho_1 = \rho_3 = 5\ 10^3 омм; \quad \rho_2 = 5\ омм; \quad \frac{\tau}{h_1} = \frac{1}{2}$$

Т а б л и ц а I5

h_1 км	τ_1/h_1	5,6	8	II,3	I6
8	t сек $\mathcal{E}$ mkV	0,0064 I74000	0,00I3 I5800	0,026 2580	0,05I I390

Продолжение табл. I5

I2	t сек	0,0I4	0,029	0,058	0,I2
	ε mkV	34300	3I50	508	276
I6	t сек	0,026	0,05I	0,I0	0,20
	ε mkV	I0900	990	I6I	88
20	t сек	0,04	0,08	0,I6	0,32
	ε mkV	4450	405	66	36
24	t сек	0,058	0,I2	0,23	0,46
	ε mkV	2I40	I95	32	I7
28	t сек	0,078	0,I6	0,3I	0,63
	ε mkV	II60	I06	I7	9,3
32	t сек	0,I0	0,20	0,4I	0,82
	ε mkV	679	62	I0	5,5

Мощность промежуточного проводящего слоя, можно определить как по ниспадающей ветви кривых зондирования, так и в области близкой к минимуму, когда начинает сказываться проводимость нижней среды. На первом участке различие кривых возрастает с уменьшением относительной мощности проводящего горизонта. В табл. I6 приведены данные, иллюстрирующие максимальное различие между двухслойными и трехслойными кривыми на ниспадающей ветви, практически одинаковое для кривых $\rho_\tau(E_\varphi)$ и $\rho_\tau(\dot{B}_z)$.

Таблица I6

h_2/h_1 \ ρ_2/ρ_1	0,05		0,0I		0,00I	
	τ_1/h_1	Δ	τ_1/h_1	Δ	τ_1/h_1	Δ
0.25	I3	23%	25	28%	64	25%
0:5	I8	I5%	24	I2%	I28	I0%
I	32	5%	80	I0%	256	8%

Наиболее интересным участком кривой ρ_τ/ρ_1 с точки зрения определения мощности проводящего пласта является область минимума, координаты которого тесно связаны с параметрами слоя. В частности, при $h_2 < h_1$ и $\rho_2/\rho_1 \leq 1/20$ имеем:

$$\frac{h_2}{h_1} \simeq \left[\frac{\left(\frac{\tau_1}{h_1}\right)_{min}}{4\pi\sqrt{\frac{\rho_1}{\rho_2}}} \right]^2 \qquad (5.8)$$

В таблицах I7, I8 приведены величины сигналов на ниспадающей ветви и в точках минимума. Расчет э.д.с. был выполнен по формулам (5,4; 5,5).

Таблица I7

ρ_2/ρ_1 \ h_2/h_1	0,25		0,5		I,0		Примечание
	τ_1/h_1	$\mathcal{E}_{mkV}$	τ_1/h_1	$\mathcal{E}_{mkV}$	τ_1/h_1	$\mathcal{E}_{mkV}$	
0,00I	64	I00	I28	2I	256	2,7	$M_и M_г$ = I0[I3] ам[3]
0,0I	25	760	42	2I0	80	25	h_1 = I0 км
0,05	I3	3000	I8	I300	32	220	ρ_1 = 5000 омм $\tau/h_1 = \frac{I}{2}$

Таблица I8

ρ_2/ρ_1 \ h_2/h_1	0,25		0,5		I,0		Примечание
	τ_1/h_1	$\mathcal{E}_{mkV}$	τ_1/h_1	$\mathcal{E}_{mkV}$	τ_1/h_1	$\mathcal{E}_{mkV}$	
0,00I	200	3,2	280	I,3	400	0,5	$M_и M_г$ = I0[I3] ам[3] h_1 = I0 км
0,0I	65	26	90	II	I28	4,I	ρ_1 = 5000 омм
0,05	32	II5	45	39	64	I3	$\tau/h_1 = \frac{I}{2}$

Аналогичные данные при магнитном возбуждении поля и приеме даны в табл. I9, 20.

Таблица 19

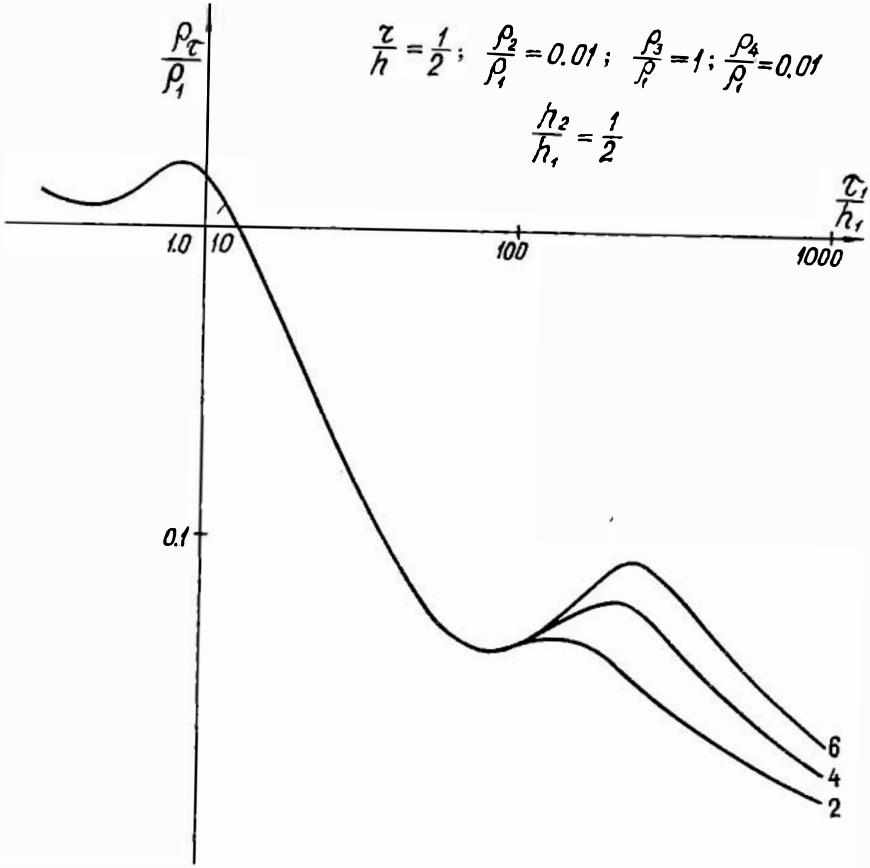
ρ_2/ρ_1 \ h_2/h_1	0,25		0,5		I		Примечание
	τ_1/h_1	$\mathcal{E}_{mkV}$	τ_1/h_1	$\mathcal{E}_{mkV}$	τ_1/h_1	$\mathcal{E}_{mkV}$	
0,00I	64	37	I28	8,I	256	I,0	$M_и M_г = 10^{16}$ ам^4 h_1 = I0 км ρ_1 = 5000 омм $r/h_1 = \frac{1}{2}$
0,0I	25	280	42	80	80	I0	
0,05	I3	II00	I8	5I0	32	84	

Таблица 20

ρ_2/ρ_1 \ h_2/h_1	0,25		0,5		I		Примечание
	τ_1/h_1	$\mathcal{E}_{mkV}$	τ_1/h_1	$\mathcal{E}_{mkV}$	τ_1/h_1	$\mathcal{E}_{mkV}$	
0,00I	200	I,3	280	0,5	400	0,2	$M_и M_г = 10^{16}$ам^4 h_1 = I0 км ρ_1 = 5000 омм $r/h_1 = \frac{1}{2}$
0,0I	65	II	90	4,5	I28	I,6	
0,05	32	45	45	I5	64	5,I	

Как видно, сигналы в области минимума при электрическом способе возбуждения поля оказывается достаточным для измерения. Поэтому в благоприятных геологических условиях (небольшая мощность наносов, слабые помехи) можно надеяться, что методом становления поля в ближней зоне удастся не только определить залегания и сопротивление проводящего слоя, но и установить его мощность.

На рис. I9 приведены кривые для четырехслойного разреза, когда $\rho_1 = \rho_3 = 1$; $\rho_2 = \rho_4 = 1/100$; $h_2 = 0{,}5\,h_1$; $h_3 = 2\,h_1$, $4\,h_1$, и $6\,h_1$. Из рассмотрения кривых, можно сделать вывод, что при $h_3 > 2h_1$, влияние мантии практически не сказывается на координатах максимума кривых ρ_τ/ρ_1.



$\frac{\rho_\tau}{\rho_1}$
$\frac{r}{h}=\frac{1}{2}$; $\frac{\rho_2}{\rho_1}=0.01$; $\frac{\rho_3}{\rho_1}=1$; $\frac{\rho_4}{\rho_1}=0.01$
$\frac{h_2}{h_1}=\frac{1}{2}$
$\frac{r_1}{h_1}$
1.0
10
100
1000
0.1
6
4
2

Рис. 19

ДОПОЛНЕНИЕ

§ I. Горизонтальная компонента H_r нестационарного поля вертикального магнитного диполя на поверхности двухслойной среды

Асимптотические формулы для поля H_r, справедливые в двух предельных случаях: больших и малых времен, были получены выше. Теперь рассмотрим более подробно временные характеристики этой компоненты поля. На рис. 20–28 приведены кривые кажущегося удельного сопротивления, связанного с горизонтальной компонентой H_r соотношением:

$$\frac{\rho_\tau}{\rho_1} = \frac{\pi\sqrt{Mr\pi}}{\tau_1^2\sqrt{2H_r}}$$

или

$$\frac{\rho_\tau}{\rho_1} = \frac{\sqrt{Mr}\,\mu}{8t\sqrt{2\pi H_r}} .$$

Общий характер кривых такой же как у кривых ρ_τ/ρ_1 построенных для вертикальной компоненты вектора индукции $\dot{B}_z$, но в данном случае при $\rho_2/\rho_1 < 1$ отсутствует максимум в левой части кривых. Если верхний пласт обладает большей проводимостью и $r/h_1 > 1/4$, то на кривых ρ_τ/ρ_1 наблюдается минимум, координаты которого связаны с ρ_1 и h_1, приближенными соотношениями:

$$\rho_1 \cong \rho_{\tau\,min} - \frac{10r^2\mu_0}{8\pi^2 t}$$

$$h_1 \cong \frac{0{,}22\,\tau_{min}}{\left(\frac{\rho_\tau}{\rho_1}\right)^2_{min}}$$

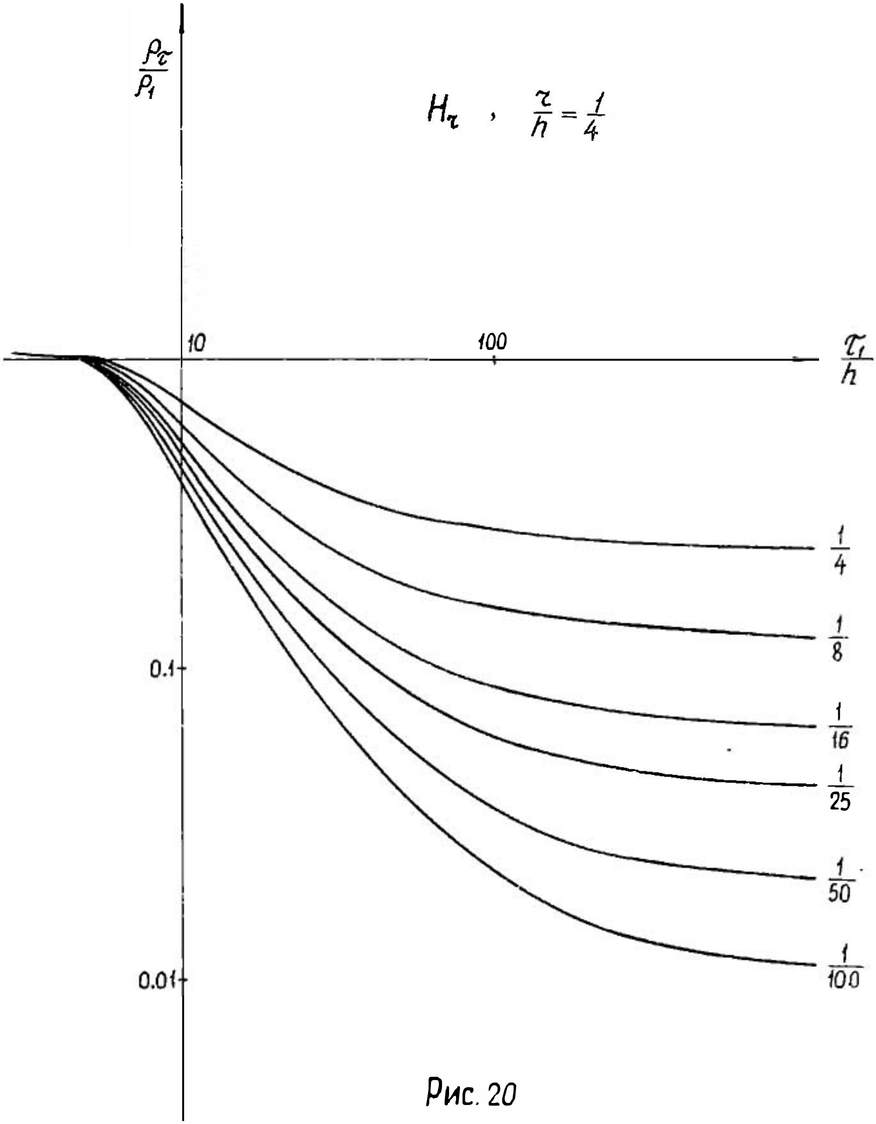

$\frac{\rho_\tau}{\rho_1}$
H_τ , $\frac{\tau}{h} = \frac{1}{4}$
10
100
$\frac{\tau_1}{h}$
0.1
0.01
$\frac{1}{4}$
$\frac{1}{8}$
$\frac{1}{16}$
$\frac{1}{25}$
$\frac{1}{50}$
$\frac{1}{100}$

Рис. 20

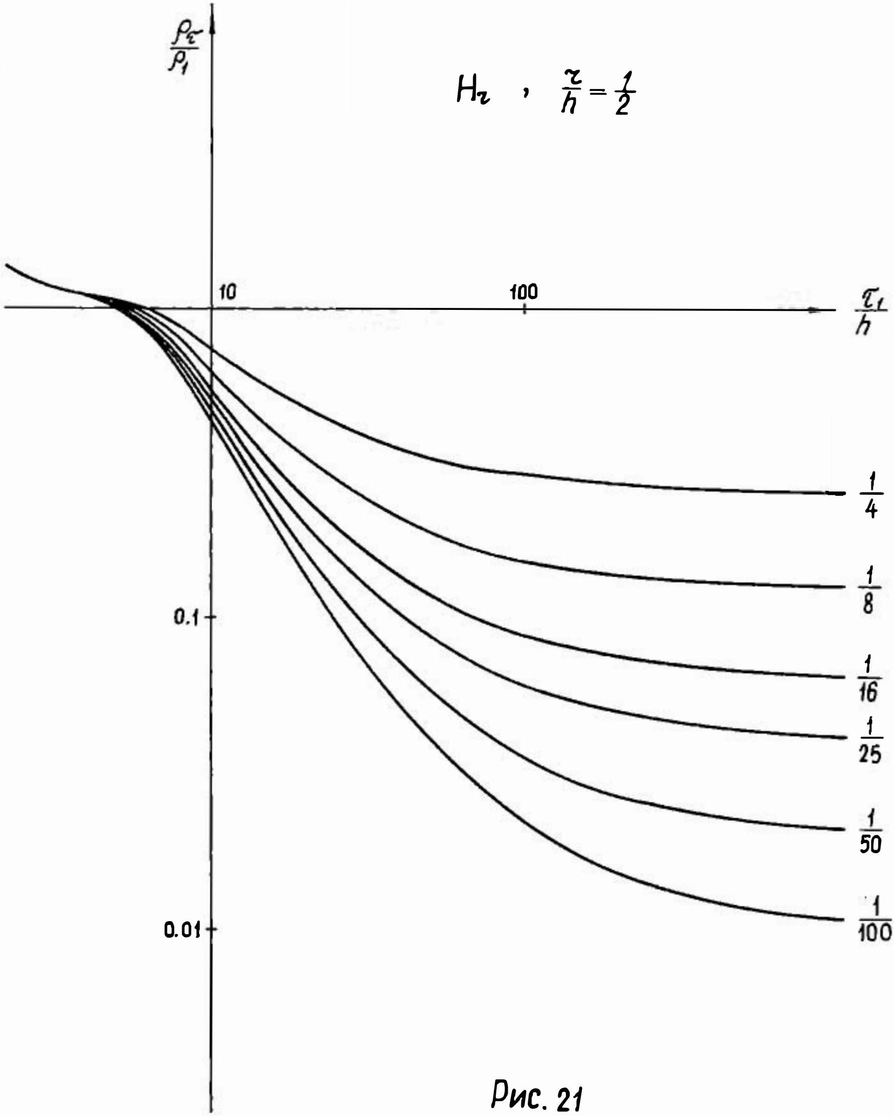
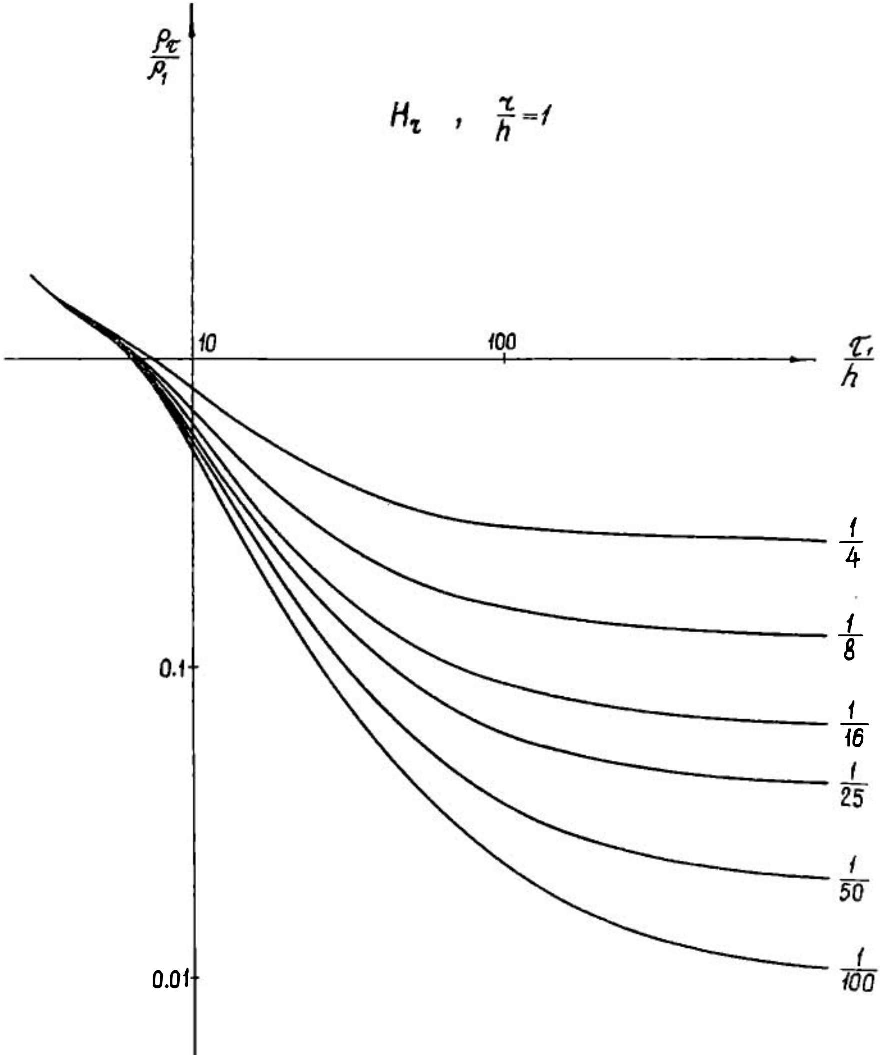
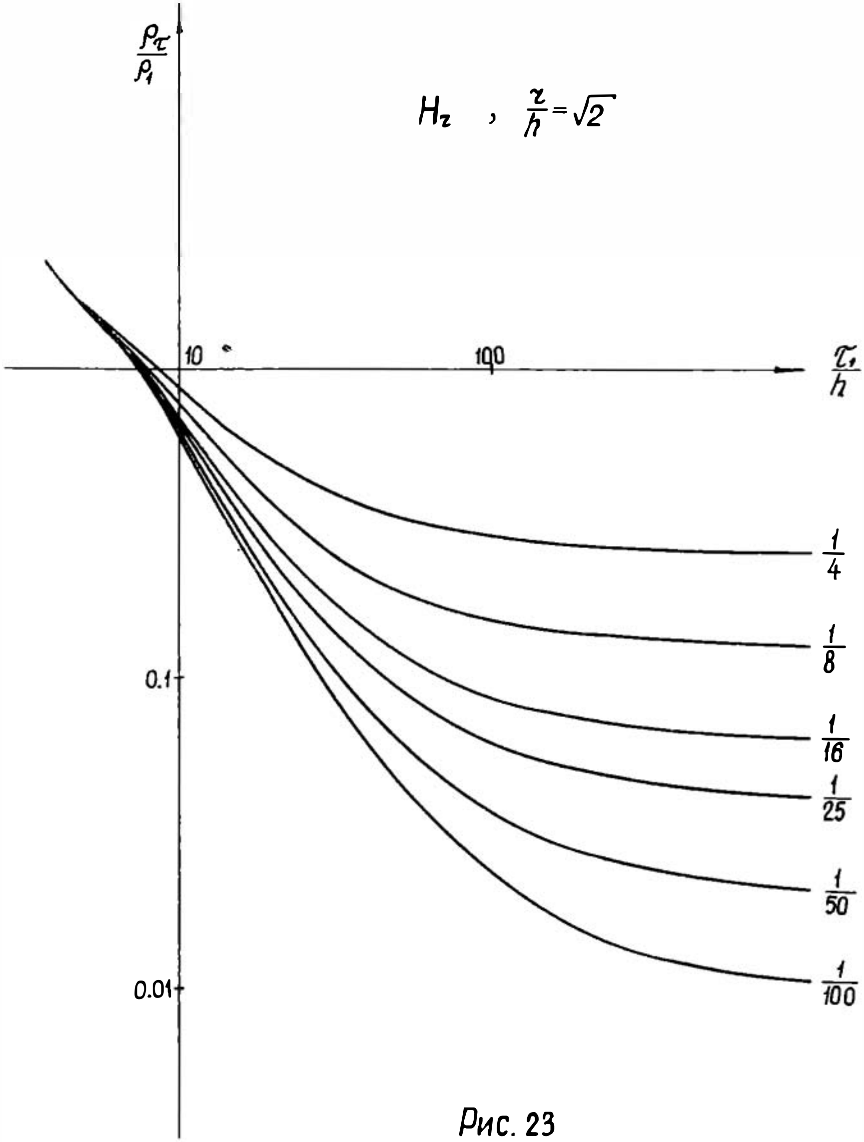

$\frac{\rho_\tau}{\rho_1}$
H_z , $\frac{z}{h}=\frac{1}{2}$
10
100
$\frac{\tau_1}{h}$
0.1
0.01
$\frac{1}{4}$
$\frac{1}{8}$
$\frac{1}{16}$
$\frac{1}{25}$
$\frac{1}{50}$
$\frac{1}{100}$

Рис. 21



$\frac{\rho_\tau}{\rho_1}$
H_r , $\frac{r}{h}=1$
10
100
$\frac{\tau_1}{h}$
0.1
0.01
$\frac{1}{4}$
$\frac{1}{8}$
$\frac{1}{16}$
$\frac{1}{25}$
$\frac{1}{50}$
$\frac{1}{100}$

Рис. 22



$\frac{\rho_\tau}{\rho_1}$
H_z , $\frac{r}{h}=\sqrt{2}$
10
100
$\frac{\tau}{h}$
0.1
0.01
$\frac{1}{4}$
$\frac{1}{8}$
$\frac{1}{16}$
$\frac{1}{25}$
$\frac{1}{50}$
$\frac{1}{100}$

Рис. 23

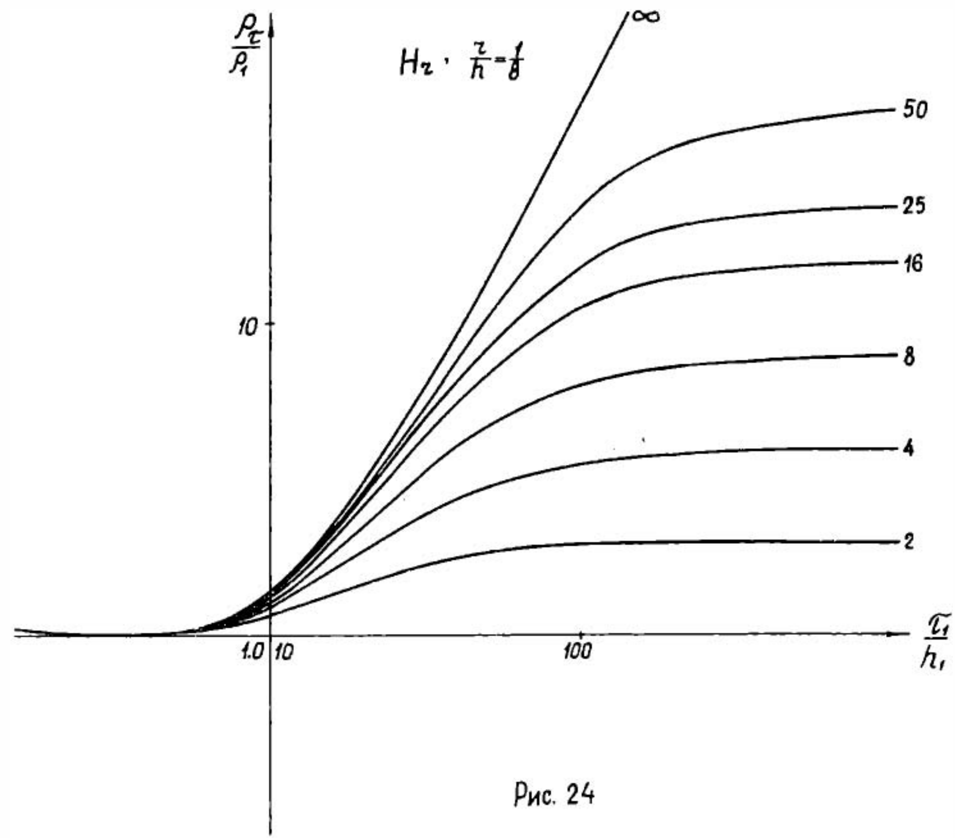
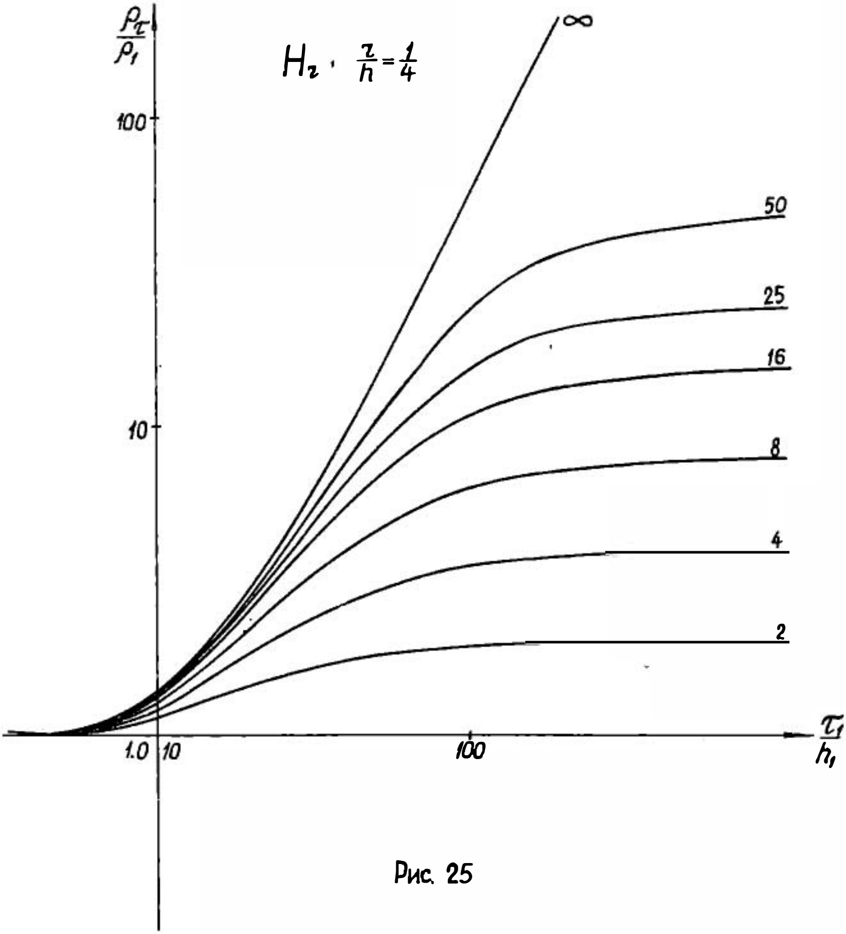
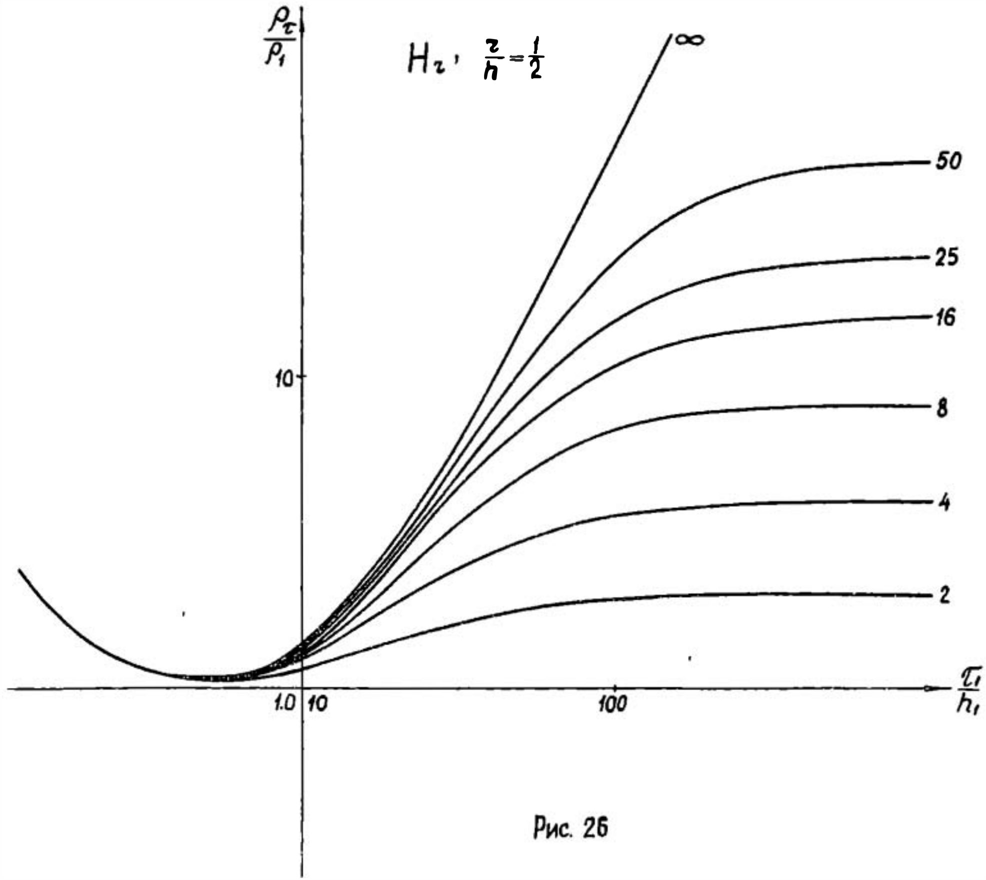

$\frac{\rho_\tau}{\rho_1}$
H_z, $\frac{r}{h}=\frac{1}{8}$
∞
50
25
16
10
8
4
2
1.0
10
100
$\frac{\tau_1}{h_1}$

Рис. 24



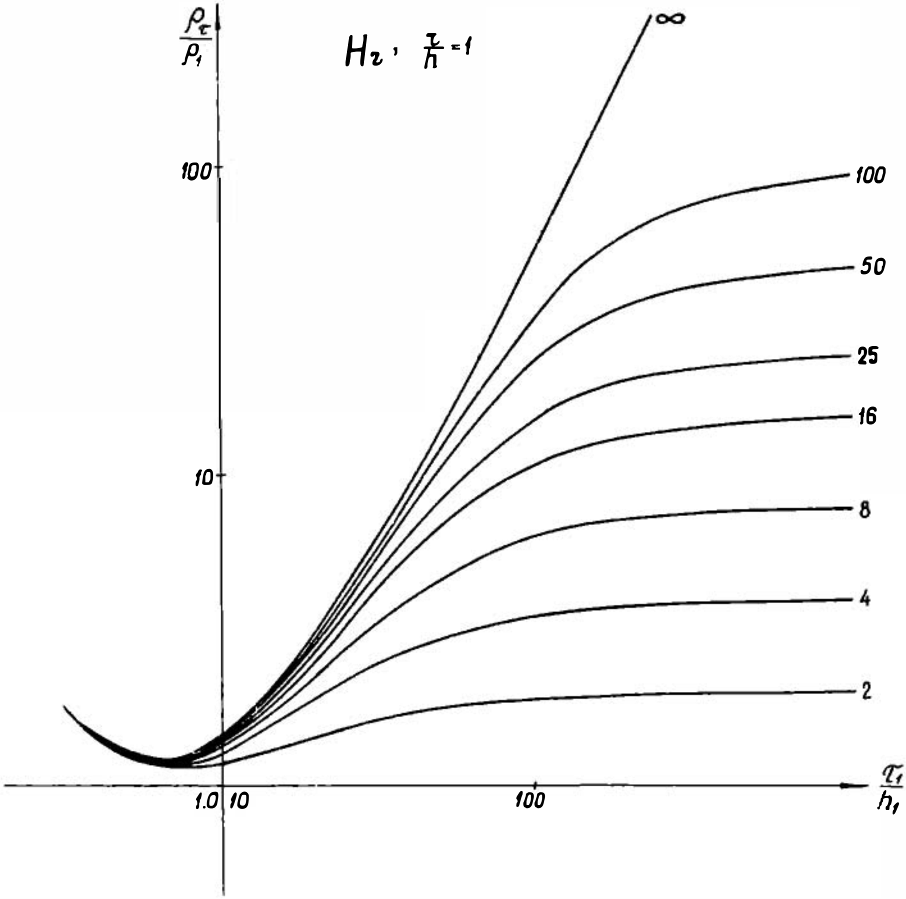
$\frac{\rho_\tau}{\rho_1}$
H_2, $\frac{\tau}{h} = \frac{1}{4}$
∞
100
50
25
16
10
8
4
2
1.0
10
100
$\frac{\tau_1}{h_1}$

Рис. 25



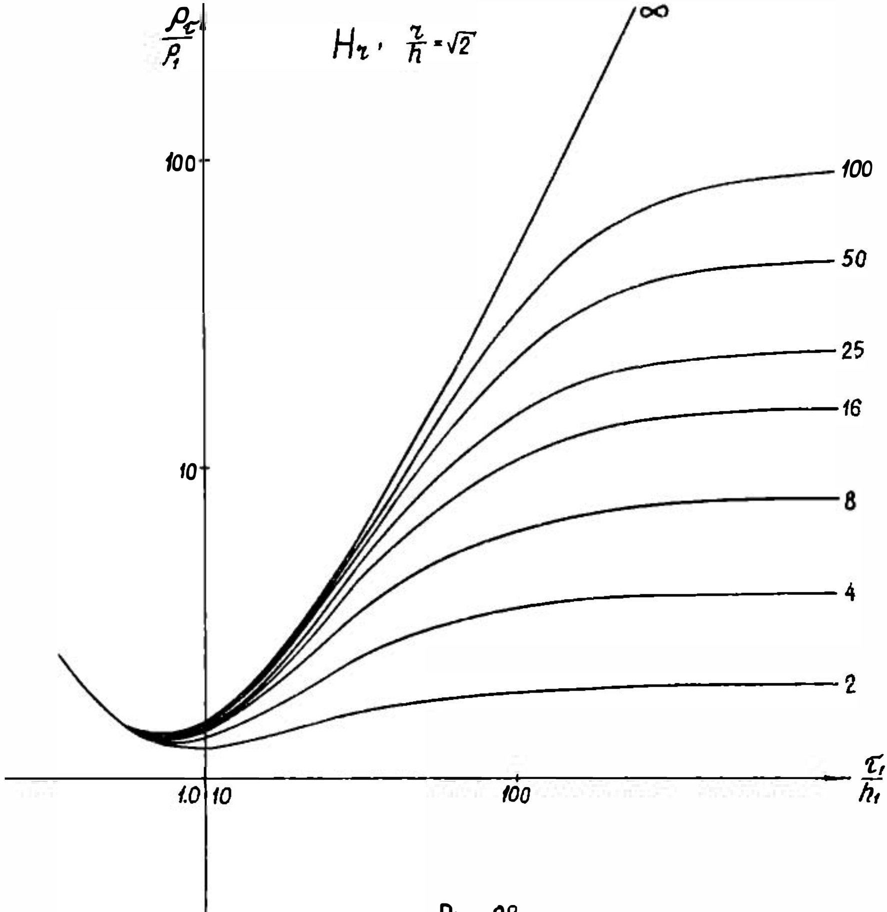
$\frac{\rho_\tau}{\rho_1}$
$H_z, \frac{z}{h} = \frac{1}{2}$
∞
50
25
16
10
8
4
2
1.0
10
100
$\frac{\tau_1}{h_1}$

Рис. 26



$\frac{\rho_\tau}{\rho_1}$
H_z, $\frac{\tau}{h} = 1$
∞
100
100
50
25
16
10
8
4
2
1.0
10
100
$\frac{\tau_1}{h_1}$

Рис. 27



$\frac{\rho_\tau}{\rho_1}$
$H_r, \frac{r}{h} = \sqrt{2}$
100
10
1.0
10
100
$\frac{\tau_1}{h_1}$
∞
100
50
25
16
8
4
2

Рис. 28

Как показывают расчеты для моделей сред, соответствующих задачам структурной и глубинной электрометрии, и асимптотичес - кие формулы для поздней стадии становления, горизонтальная компонента магнитного поля вертикального диполя мала и едва ли найдет практическое применение. С другой стороны, при определении мощности наносов, удельного сопротивления не глубоко залегающих пород измерение H_r может оказаться полезным. В табл. 2I приведены времена и значения H_r, H_z, выраженные в гаммах, для одной из моделей сред, характерной в геокартировании.

Таблица 2I

r/h_1	4		5,6		8,0		II,3		I6		I9		
$t_{сек}$	0,063		0,I37		0,270		0,540		I,08		2,I6		
ρ_2/ρ_1	H_z	H_r	H_z	H_r	H_z	H_r	H_z	H_r	H_z	H_r	H_z	H_r	
I6	220	290	I34	96	52	24	I3,6	4,2	2,6	0,6	I,I	0,2	
8	220	290	I35	96	53	24	I4,5	4,5	3,I	0,7	I,4	0,24	h_1 = 50м
4	220	290	I36	96	55	26	I6,3	5,I	4	0,9	2	0.35	r/h_1 = I
I/4	220	290	I43	96	76	43	55	I8	22	8	I5	4.8	
I/8	220	290	I45	III	82	50	64	27	32	I3	25	9,6	ρ_1 = I0омм
I/I6	220	290	I46	II3	88	58	72	36	44	22	37	I6	M_r = I0^{6}ам^2

В заключение следует отметить, что при возбуждении поля электрическим диполем на достаточно больших временах горизон - тальная компонента H_r становится больше вертикальной составляющей, и это обстоятельство, в частности, надо принимать во внимание, когда учитывается влияние рельефа местности на результаты измерения э.д.с. в незаземленной петле.

§ 2. О влиянии конечных размеров источников поля и приемных устройств

Основные расчеты полей в горизонтально-слоистых средах выполнены, главным образом, для точечных источников. Вместе с тем, в методе зондирования становлением поля в ближней зоне (ЗСБЗ), размеры питающей и приемной установок могут быть соизмеримы с

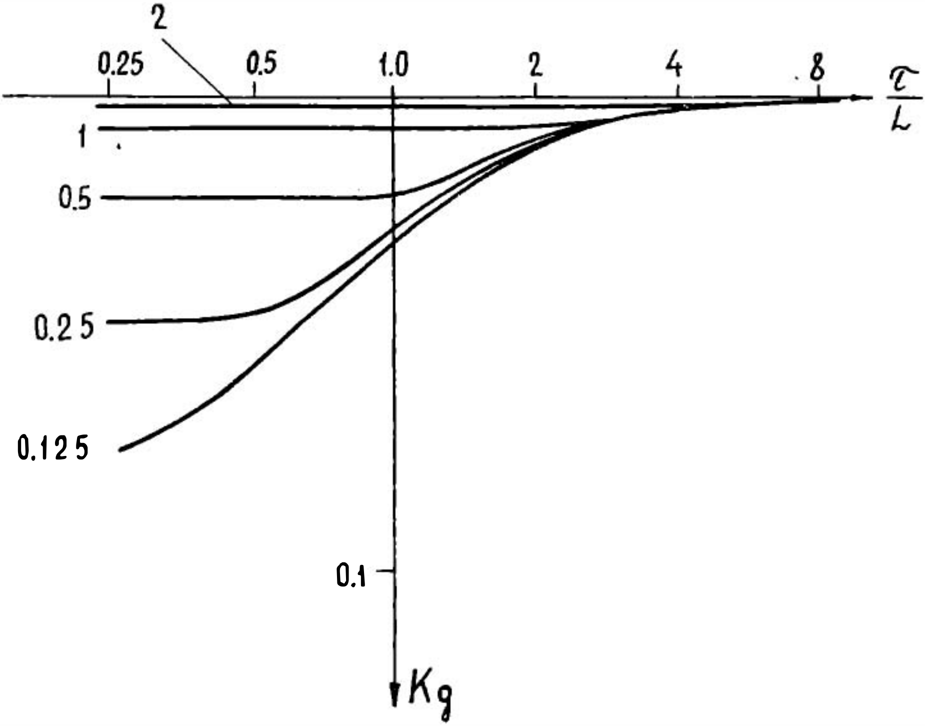


Рис. 29

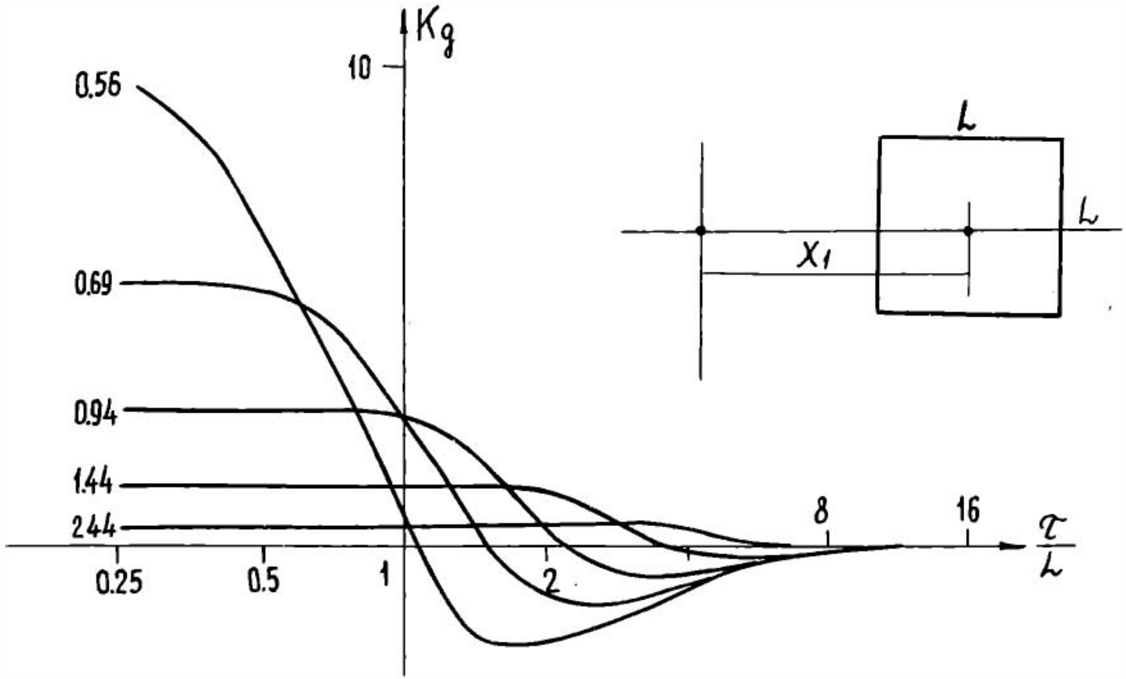


Рис. 30

расстоянием между ними. Поэтому возникает необходимость в исследованиях, учитывающих размеры установок. Наиболее простая зависимость имеет место в волновой зоне и поздней стадии становления. В обоих случаях поле прямо пропорционально размерам установки. В этом параграфе приведены результаты расчета нестационарного поля над однородным полупространством. Эти данные дают некоторое представление о влиянии конечных размеров датчиков различного типа в методе ЗСБЗ.

I. Система: источник поля: токовая линия длиной L, приемник: магнитный диполь.

На рис. 29 по оси ординат отложено значение коэффициента установки K_g равного отношению поля линии к полю электрического диполя, помещенного на середине линии с моментом, равным IL и направленным вдоль линии. По оси откладываются значения параметра становления τ/L. Шифр кривых K_g - расстояние x_1 от центра линии до диполя, выраженное в единицах длины линии L. Все кривые K_g имеют общую правую асимптоту $K_g = I$, на которую выходят с погрешностью менее 5% при $\tau_1/L > 8$. Левыми асимптотами являются горизонтальные прямые с ординатами:

$$K_g = \frac{x_1 (2x_1^2 + 0{,}5)}{3 (x_1^2 + 0{,}25)^{3/2}}$$

Чем меньше разносы установок, тем на более ранних временах наблюдается выход на левую асимптоту.

2. Система: электрический диполь-квадратная рамка

В данном случае коэффициент K_g является отношением среднего значения индукции, точнее B_z, в рамке к значению её в центре. Шифром кривых, представленных на рис. 30, служит расстояние от диполя до центра рамки X_1, выраженное в единицах стороны рамки L. При $\tau_1 > 8$ все кривые K_g с погрешностью менее 5% выходят на правую горизонтальную асимптоту $K_g = I$, соответствующую поздней стадии становления. Левые асимптоты - горизонтальные прямые с ординатами:

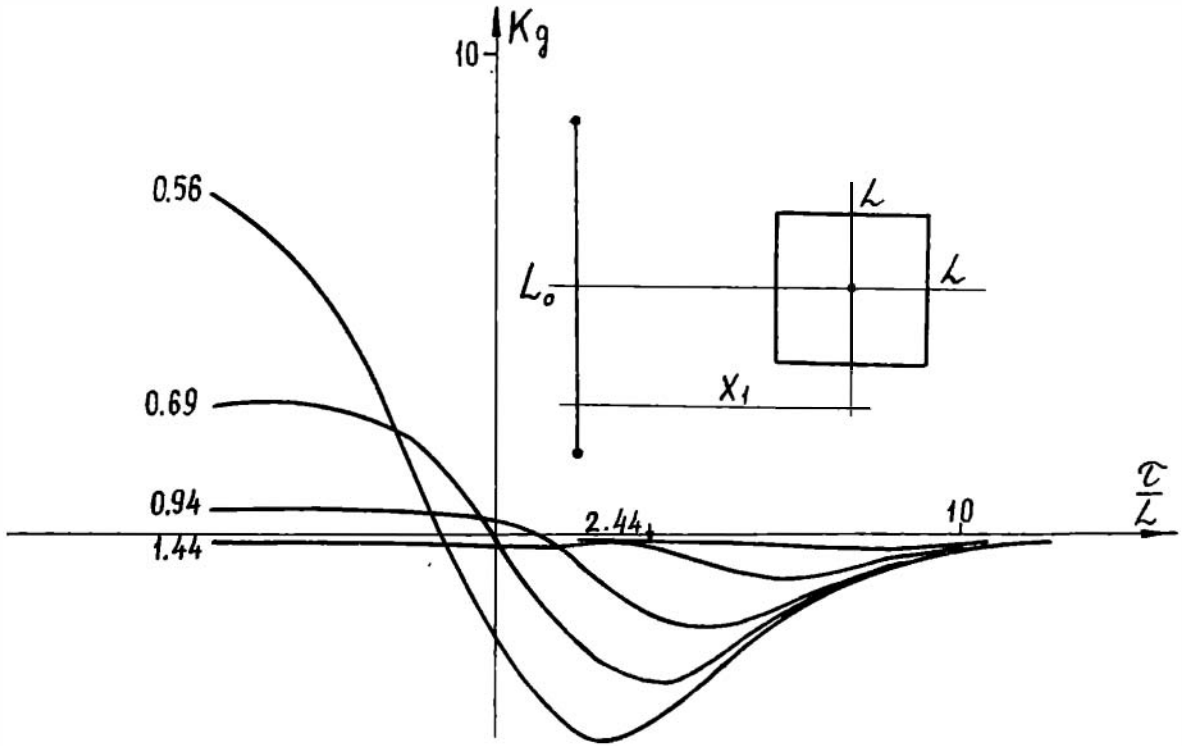


Рис. 31

$$K_g = \frac{x_1^4}{3}\left[\frac{1}{(x_1-0{,}5)^2\sqrt{(x_1-0{,}5)^2+0{,}25}} - \frac{1}{(x_1+0{,}5)^2\sqrt{(x_1+0{,}5)^2+0{,}25}}\right]$$

Чем больше разнос установки, тем при более поздних временах наблюдается выход на левую асимптоту.

В отличие от предыдущего случая кривые K_g пересекают правую асимптоту и имеют минимум, который с увеличением разноса уменьшается и сдвигается вправо. Если $x_1 > 3{,}5$, то среднее значение индукции в рамке практически совпадает с полем B_z в центре (при $\tau/L > 1$).

3. Линия конечной длины L_0 – квадратная рамка $L \times L$.

В данном случае K_g отношение среднего значения индукции $\dot{B}_z$ в рамке при возбуждении поля линией к значению индукции в центре рамки, когда источником поля является электрический диполь с моментом JL_0 направленным вдоль линии.

В качестве примера на рис. 31 представлены кривые K_g для $L_0/L = 2$. Шифр кривых – расстояние x_1, от середины линии до центра рамки, выраженное в единицах стороны рамки L. Все кривые K_g при $\tau_1/L > 16$ выходят на правую асимптоту $K_g = 1$ с погрешностью менее 5%. Если параметр $x_1 > 4$, то коэффициент K_g близок к единице (при $\tau/L > 1$).

§ 3. Нестационарное поле петли на поверхности двухслойной среды.

В рудной электрлразведке, в геокартировании и при решении задач структурной геофизики представляет интерес установка метода ЗСБЗ, состоящая из двух концентрически расположенных горизонтальных рамок, в одной из которых измеряется поле, в другой пропускается импульс тока.

Вначале рассмотрим поле в однородном полупространстве. Используя известное выражение для электрического поля электрического диполя и представляя источник поля как сумму электрических диполей, получаем выражение для э.д.с. в измерительной петле

$$\mathcal{E} = J\rho R a \int_0^{2\pi} \frac{\cos\varphi\left[-\Phi(u) + \sqrt{\frac{2}{\pi}}\, u e^{-\frac{u^2}{2}}\right] d\varphi}{\sqrt{a^2+R^2-2aR\cos\varphi}^{\,3}}$$

Т а б л и ц а 22

τ/a \ R/a	I.I9	I,4I	2	2,83
I,00	24,3	8,46	I,0I	0,I89
I,I9	I8,6	7.90	I,0I	0,I89
I,4I	I3,7	7,00	I,0I	0,I89
I,68	9,9	5,87	I,0I	0,I89
2,00	6,96	4,65	I,00	0,I89
2,38	4,77	3,5I	0,97I	0,I89
2,83	3,I7	2,52	0,897	0,I89
3,36	2,05	I,73	0,776	0,I89
4,00	I,27	I,I3	0,622	0,I84
4,76	0,746	0,704	0,46I	0,I7I
5,66	0,4I6	0,4II	0,3I5	0,I45
6,73	0,2I9	0,226	0,I89	0,II6
8.00	0,I09	0,II7	0,II5	$0{,}830\cdot10^{-1}$
9,5I	$0{,}526\cdot10^{-1}$	$0{,}577\cdot10^{-1}$	$0{,}623\cdot10^{-1}$	0,523
II,30	0,244	0,274	0,3I7	0,304
I3,40	0,II0	0,I25	0,I53	0,I64
I6.00	$0{,}489\cdot10^{-2}$	$0{,}264\cdot10^{-2}$	$0{,}718\cdot10^{-2}$	$0{,}826\cdot10^{-1}$
I9,00	0,2I3	0,248	0,326	0,397
22,60	$0{,}921\cdot10^{-3}$	0,I07	0,I44	0,I82
26.90	0,395	$0{,}464\cdot10^{-3}$	$0{,}632\cdot10^{-3}$	$0{,}828\cdot10^{-3}$
32,00	0,I68	0,I98	0,273	0,366
38.00	$0{,}714\cdot10^{-4}$	$0{,}845\cdot10^{-4}$	0,II7	0,I59
45,20	0,302	0,358	$0{,}500\cdot10^{-4}$	$0{,}688\cdot10^{-4}$
53,80	0,I28	0,I5I	0,2I2	0,292
64,00	$0{,}539\cdot10^{-5}$	$0{,}639\cdot10^{-5}$	$0{,}900\cdot10^{-5}$	0,I02

Т а б л и ц а 23

τ/a \ R/a	4,00	5,66	8,00
4,00	0,4I5 IO^{-1}	0,977 IO^{-2}	0,237 IO^{-2}
4,76	0,4I5	0,977	0,237
5,66	0,4II	0,977	0,237
6,73	0,396	0,977	0,237
8,00	0,356	0,972	0,237
9,5I	0,289	0,948	0,237
II,3	0,209	0,869	0,237
I3,4	0,I34	0,720	0,23I
I6,0	0,783 IO^{-2}	0,526	0,2I4
I9,0	0,4I9	0,34I	0,I79
22,6	0,2II	0,I98	0,I32
26,9	0,I0I	0,I06	0,857 IO^{-3}
32,0	0,465 IO^{-3}	0,532 IO^{-3}	0,499
38,0	0,209	0,254	0,267
45,2	0,92I IO^{-4}	0,II7	0,I34
53,8	0,40I	0,525	0,637 IO^{-4}
64,0	0,I72	0,23I	0,296
76,I	0,738 IO^{-5}	0,I00	0,I3I
90,5	0,3I4	0,432 IO^{-5}	0,578 IO^{-5}
I07,0	0,I33	0,I84	0,25I
I28,0	0,563 IO^{-6}	0,786 IO^{-6}	0,I08
I52,0	0,238	0,333	0,462 IO^{-6}
I8I,0	0,I00	0,I40	0,I96
2I5,0	0,422 IO^{-7}	0,594 IO^{-7}	0,832 IO^{-7}
256,0	0,I78	0,25I	0,352

где a и R – радиусы питающей и измерительной рамок, $u=\frac{2\pi r}{\tau}$

здесь $$r=\sqrt{a^2+R^2-2aR\cos\varphi}$$

В волновой зоне ($t\to 0$) э.д.с. практически не зависит от времени и определяется геометрическими размерами рамок:

$$\mathcal{E}(t)\xrightarrow[t\to 0]{} -J\rho R a\int_0^{2\pi}\frac{\cos\varphi\, d\varphi}{\sqrt{a^2+R^2-2aR\cos\varphi}^{\,3}}$$

Представляя интеграл вероятности в виде ряда по степеням малого параметра u, после интегрирования имеем следующее приближенное выражение для э.д.с., справедливое в области больших времен:

$$\mathcal{E}(t)\simeq -\frac{J\rho}{a}\frac{R^2}{a^2}\sqrt{\frac{2}{\pi}}\frac{32\pi^6}{5\left(\frac{\tau}{a}\right)^5}$$

Э.д.с., рассчитанная по этой формуле совпадает с э.д.с., создаваемой магнитным диполем с моментом $J\pi a^2$.
В таблицах 22, 23 приведены значения функции $\mathcal{E}(t):\frac{J\rho R}{a^2}$ в зависимости от τ/a.

Как видно из таблиц при $\tau/R\geqslant 40$ электрическое поле петли радиуса a совпадает с полем магнитного диполя.

Процесс становления э.д.с. в петле на поверхности двухслойной среды описывается формулой:

$$\mathcal{E}(t)=\frac{2J\rho}{h}\frac{R}{h}\frac{a}{h}\int_0^{\infty}\Phi(\omega)\sin\omega t\, d\omega$$

где

$$\Phi(\omega)=J_m\int_0^{\infty}\frac{mR_2-n_1}{mR_2+n_1}J_1\left(m\frac{R}{h}\right)J_1\left(m\frac{a}{h}\right)dm\,,$$

здесь $$R_2=\operatorname{cth}\left(n_1h+\operatorname{arcth}\frac{n_1}{n_2}\right)$$

Расчеты э.д.с. были проведены для следующих отношений $\frac{R}{a}$ и $\frac{a}{h}$:

$\frac{a}{h}$ = 0,25; 0.50; 0,707; $\frac{R}{a}$ = I,4I, 2,0; 2,82, 4.0 и 5,6.

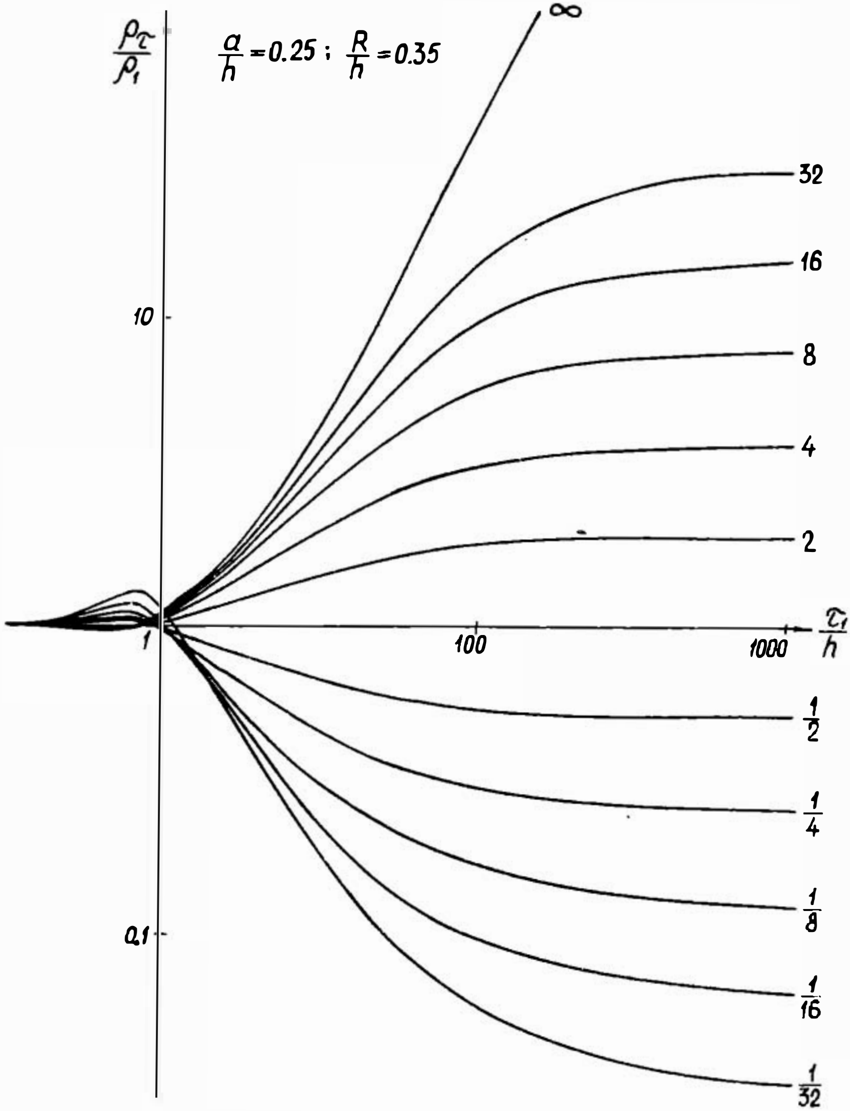
На рис. 32–39 приведены кривые $\frac{\rho_\tau}{\rho_1}$: $\frac{\rho_\tau}{\rho_1} = \left(\frac{\mathcal{E}^{одн.}(\rho_1)}{\mathcal{E}^{неодн.}}\right)^{2/3}$

В поздней стадии становления, когда $\tau_1/h > 64$, э.д.с. рассчитывается по формуле:

$$\mathcal{E} = \frac{J\rho_1}{h} \frac{R^2}{h^2} \frac{a^2}{h^2} \frac{32\pi^6 S}{\left(\frac{\tau_1}{h}\right)^5} \left[\sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\sqrt{S}}{5} - \frac{\pi(S-1)}{\frac{\tau_1}{h}} - \right.$$

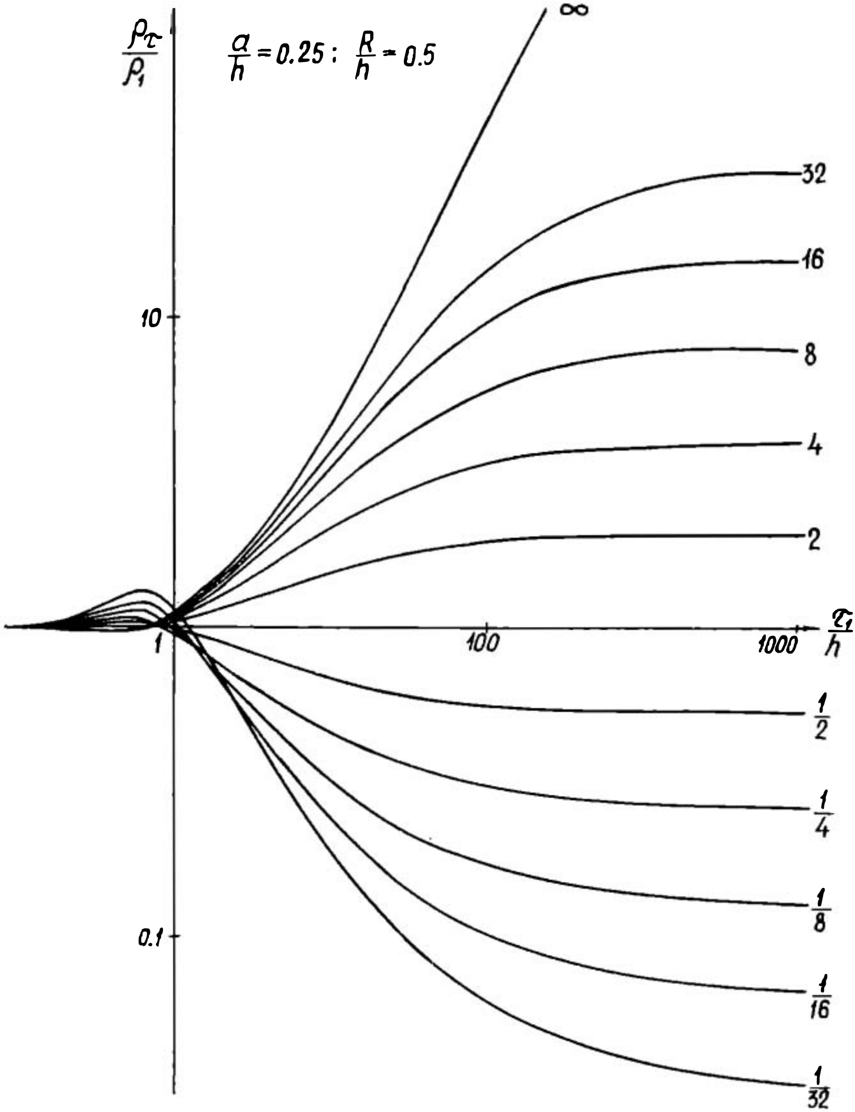
$$\left. - \frac{1}{7} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\pi^2}{\left(\frac{\tau_1}{h}\right)^2} \left\{ 2S^{3/2} \left(\frac{R^2}{h^2} + \frac{a^2}{h^2} \right) + \frac{4}{\sqrt{S}} - (1-S)(8S-9) \right\} \right]$$

Кривые ρ_τ/ρ_1 практически не зависят от геометрических размеров установки, если параметр $\tau_1/h > 20$ ($\rho_2/\rho_1 > 1$). С увеличением проводимости нижней среды влияние размеров рамок проявляется на больших временах.



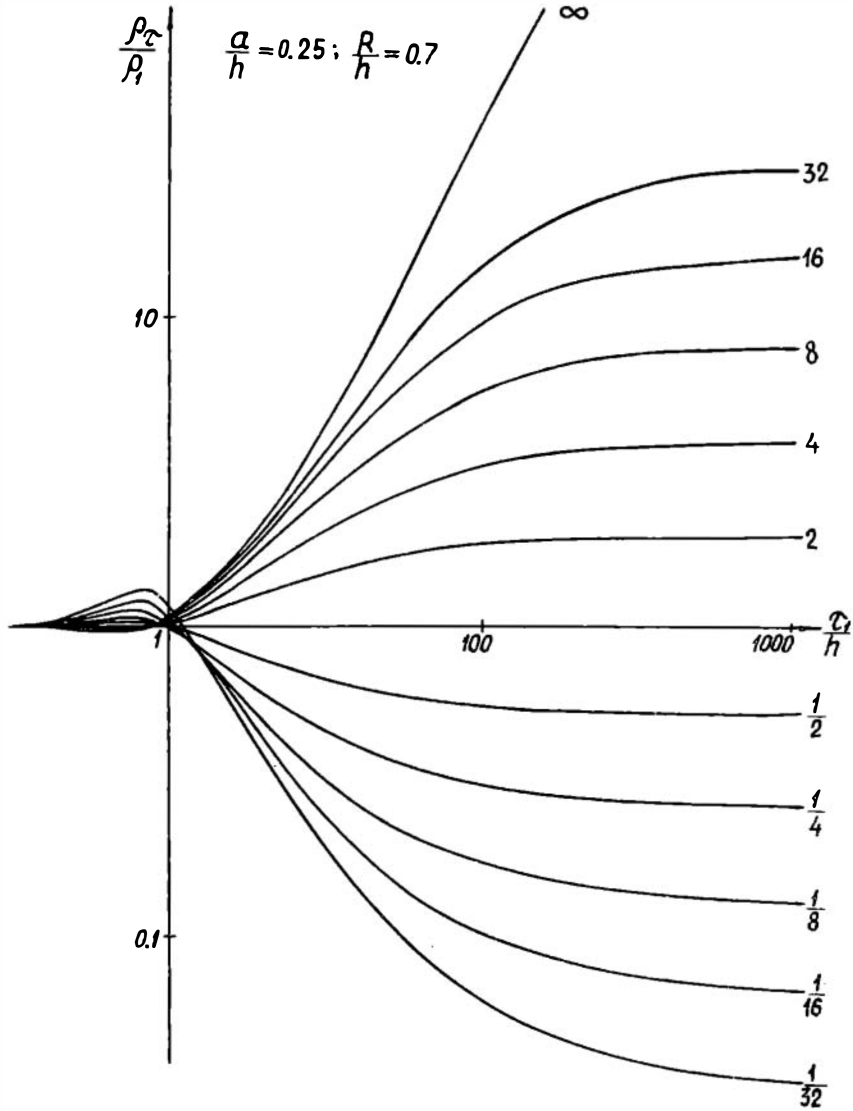
$\frac{\rho_\tau}{\rho_1}$
$\frac{a}{h} = 0.25$; $\frac{R}{h} = 0.35$
∞
32
16
10
8
4
2
1
100
1000
$\frac{\tau_1}{h}$
$\frac{1}{2}$
$\frac{1}{4}$
$\frac{1}{8}$
0.1
$\frac{1}{16}$
$\frac{1}{32}$

Рис. 32



$\frac{\rho_\tau}{\rho_1}$
$\frac{a}{h} = 0.25$; $\frac{R}{h} = 0.5$
∞
32
16
10
8
4
2
1
100
1000
$\frac{\tau_1}{h}$
$\frac{1}{2}$
$\frac{1}{4}$
$\frac{1}{8}$
0.1
$\frac{1}{16}$
$\frac{1}{32}$

Рис. 33



$\frac{\rho_\tau}{\rho_1}$
$\frac{a}{h}=0.25$; $\frac{R}{h}=0.7$
∞
32
16
10
8
4
2
1
100
1000
$\frac{\tau_1}{h}$
$\frac{1}{2}$
$\frac{1}{4}$
$\frac{1}{8}$
0.1
$\frac{1}{16}$
$\frac{1}{32}$

Рис. 34

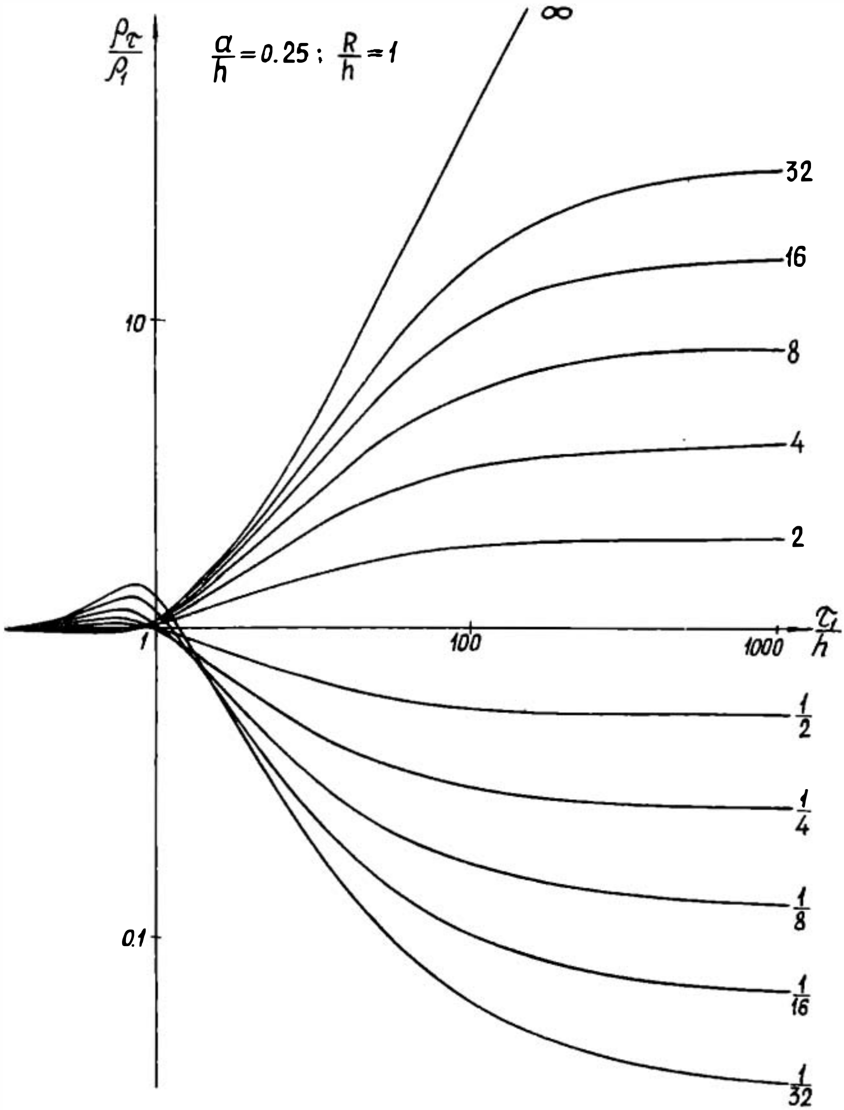
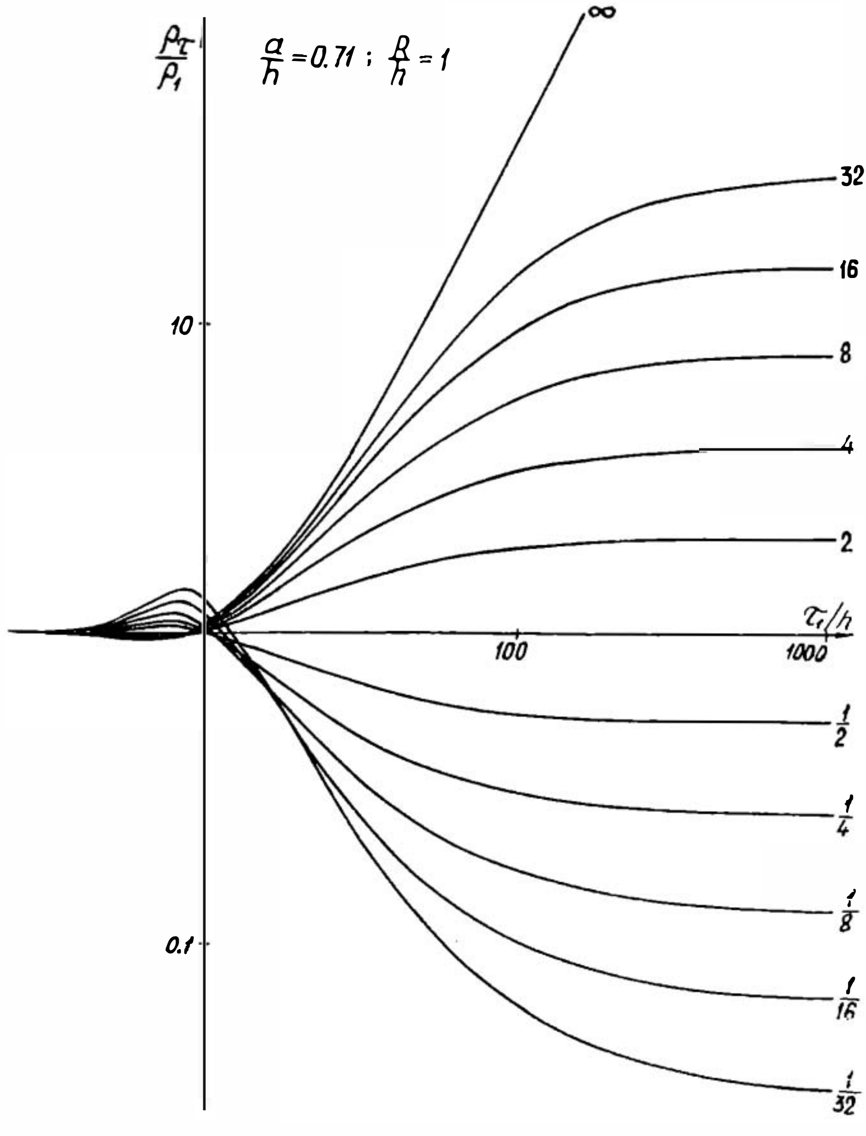

$\frac{\rho_\tau}{\rho_1}$
$\frac{a}{h} = 0.25;\ \frac{R}{h} = 1$
∞
32
16
10
8
4
2
1
100
1000
$\frac{\tau_1}{h}$
$\frac{1}{2}$
$\frac{1}{4}$
$\frac{1}{8}$
0.1
$\frac{1}{16}$
$\frac{1}{32}$

Рис. 35



$\frac{\rho_\tau}{\rho_1}$
$\frac{a}{h} = 0.71$; $\frac{R}{h} = 1$
∞
32
16
8
4
2
10
0.1
τ_1/h
100
1000
$\frac{1}{2}$
$\frac{1}{4}$
$\frac{1}{8}$
$\frac{1}{16}$
$\frac{1}{32}$

Рис. 36

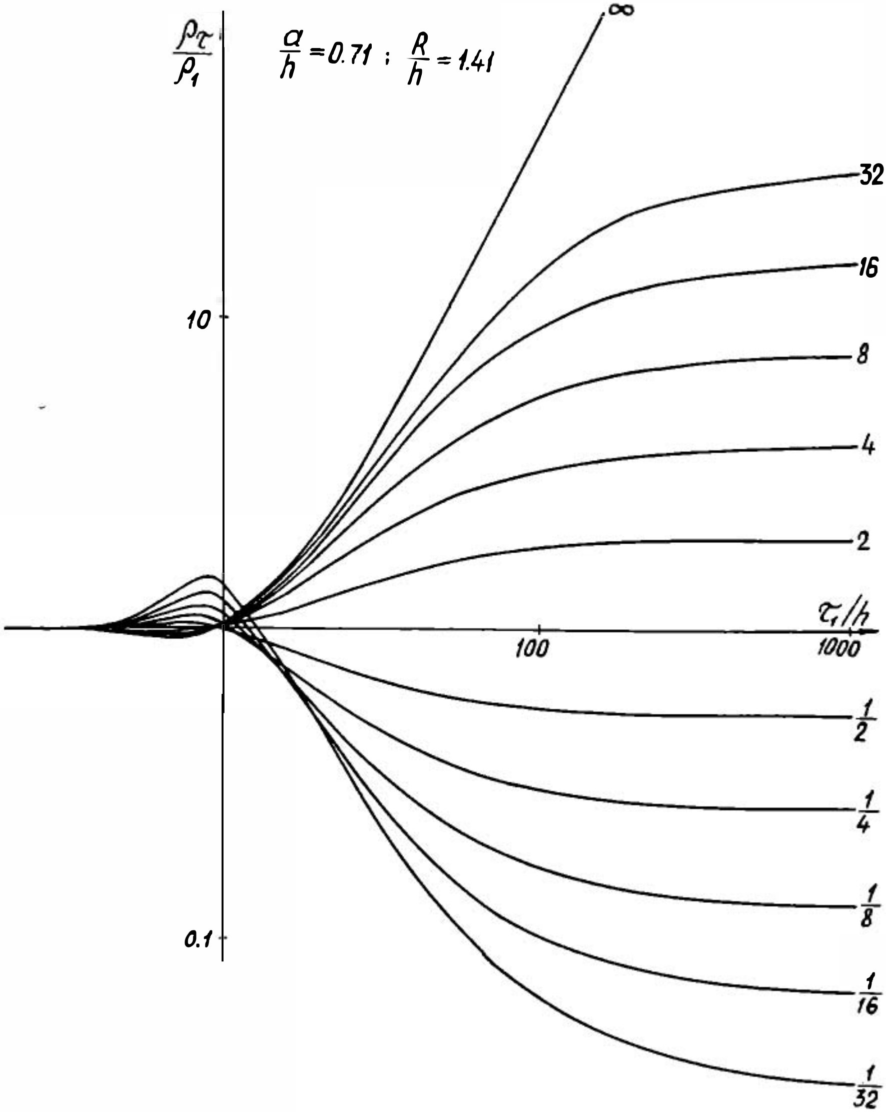
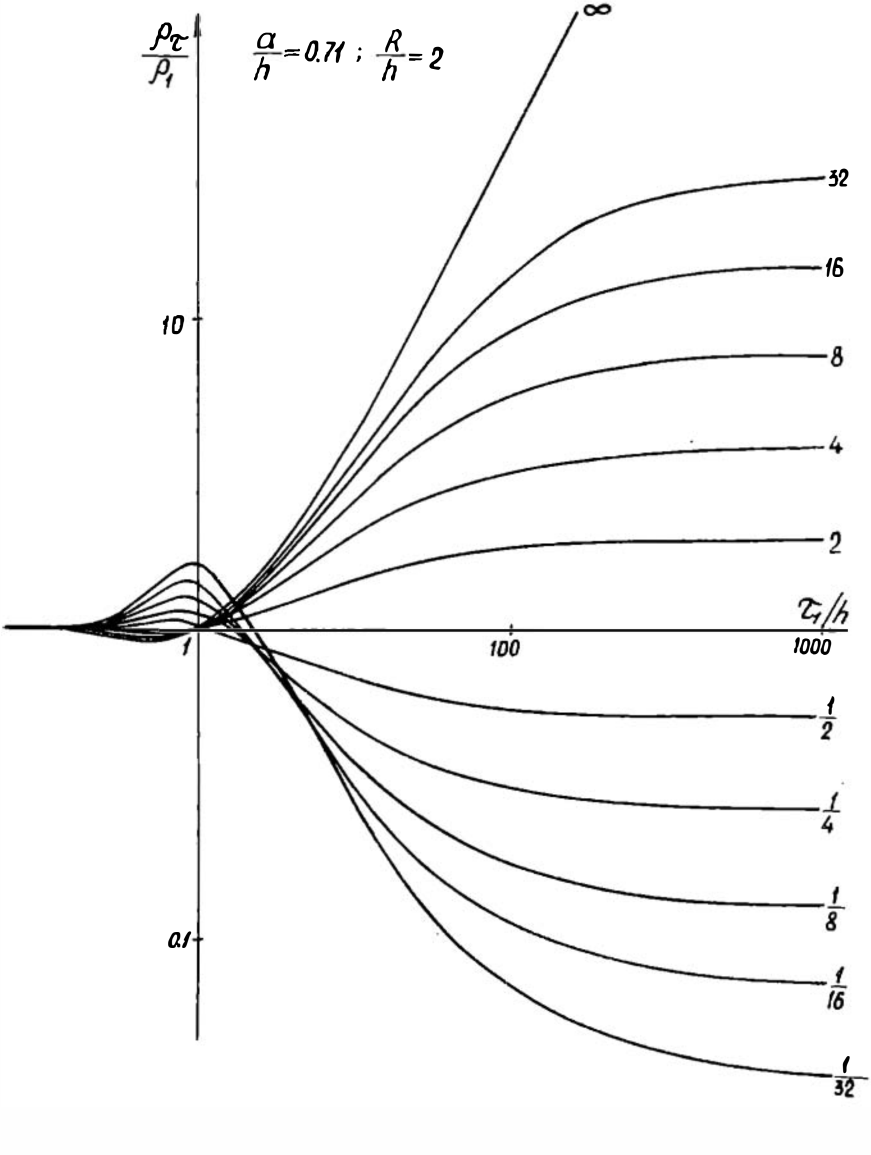
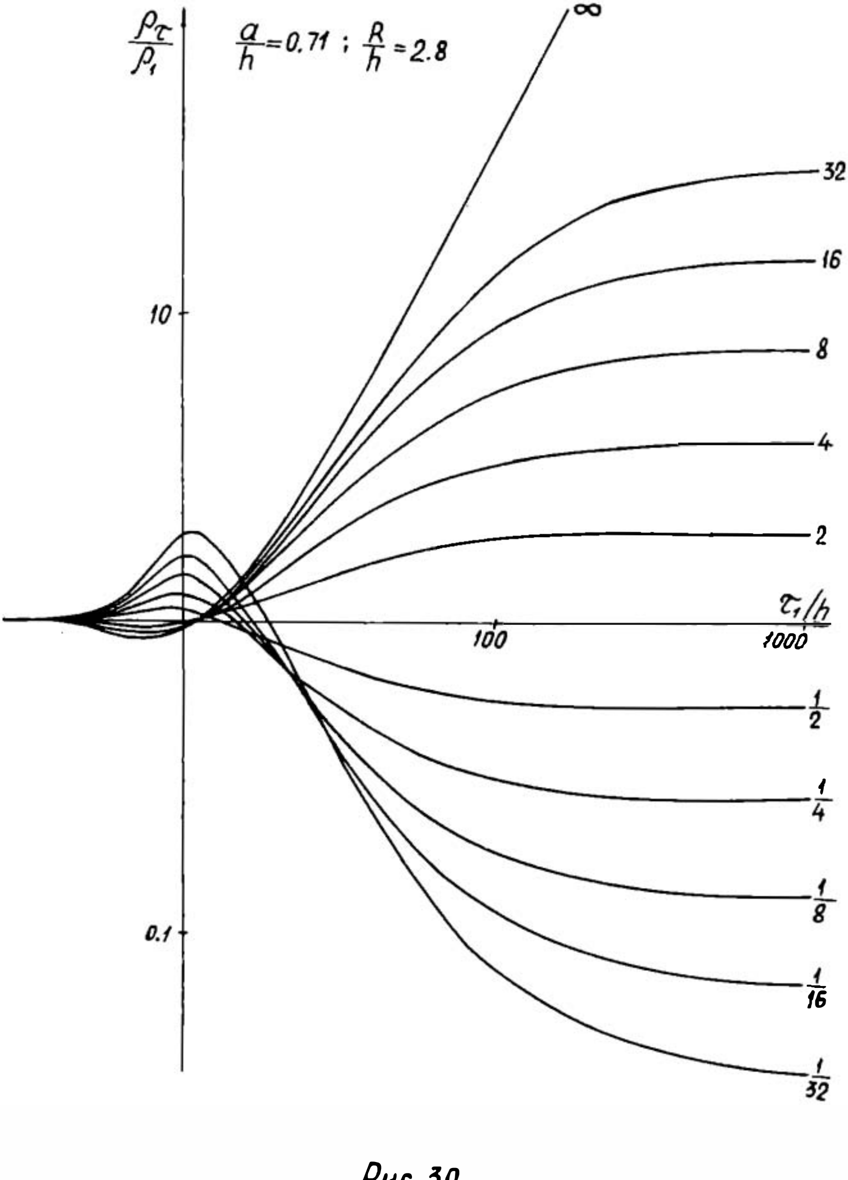

$\frac{\rho_\tau}{\rho_1}$
$\frac{a}{h}=0.71$; $\frac{R}{h}=1.41$
∞
32
16
8
4
2
10
τ_1/h
100
1000
0.1
$\frac{1}{2}$
$\frac{1}{4}$
$\frac{1}{8}$
$\frac{1}{16}$
$\frac{1}{32}$

Рис. 37



$\frac{\rho_\tau}{\rho_1}$
$\frac{a}{h} = 0.71$; $\frac{R}{h} = 2$
∞
32
16
10
8
4
2
τ_1/h
1
100
1000
$\frac{1}{2}$
$\frac{1}{4}$
$\frac{1}{8}$
0.1
$\frac{1}{16}$
$\frac{1}{32}$

Рис. 38



$\frac{\rho_\tau}{\rho_1}$
$\frac{a}{h} = 0.71$; $\frac{R}{h} = 2.8$
∞
32
16
10
8
4
2
τ_1/h
100
1000
$\frac{1}{2}$
$\frac{1}{4}$
$\frac{1}{8}$
0.1
$\frac{1}{16}$
$\frac{1}{32}$

Рис. 39

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

I. В.А. Диткин, А.П. Прудников. Справочник по операционному исчислению. М. "Высшая школа", 1965 г.

2. А.А. Кауфман. Индукционный каротаж методом переходных процессов. Геология и геофизика, № 7 СО АН СССР, 1969 г.

3. Г.М. Морозова, А.А. Кауфман. Нестационарное электромагнитное поле магнитного диполя в однородном полупространстве. Геология и геофизика, № 8, СО АН СССР, 1967 г.

4. С.М. Шейнманн. Об установлении электромагнитных полей в Земле. Прикладная геофизика, № 3. Гостоптехиздат, 1947 г.

5. В.Н. Солодовников. Статическая динамика линейных систем автоматического управления. Гостоптехиздат, 1952 г.

6. А.А. Кауфман. Теория индукционного каротажа."Наука", 1966 г.

7. А.А. Кауфман, Г.М. Морозова. О глубинности метода становления поля при относительно малых разносах. Геология и геофизика, № 5, СО АН СССР, 1968 г.

8. Л.Л. Ваньян. Основы электромагнитных зондирований."Недра", Москва, 1965 г.

9. Л.Л. Ваньян, Л.Б. Гасаненко, Г.П. Шолпо. Асимптотическое представление электромагнитного поля низкочастотного диполя. "Вопросы геофизики". Уч. зап, ЛГУ вып. 12, 1960 г.

10. Л.Л. Ваньян. Становление электромагнитного поля и его использование для решения задач структурной геологии. "Наука", Новосибирск, 1966 г.

11. Л.Б. Гасаненко, Г.Л. Шолпо. К теории электромагнитных зондирований. Вопросы геофизики. Уч. зап. ЛГУ вып. 12, 1960 г.

12. Л.Б. Гасаненко Нормальное поле вертикального гармонического низкочастотного магнитного диполя. Вопросы геофизики. Уч. зап., ЛГУ, № 249, 1958 г.

I3. А.А. Кауфман, В.Н. Курилло, Г.М. Морозова. Альбом теоретических кривых зондирований становления поля в ближней зоне. Новосибирск, вып. I, I969 г.

I4. А.А. Кауфман, В.Н. Курилло, Г.М. морозова, Г.А. Исаев, Б.И. Рабинович. Альбом двухслойных теоретических кривых зондирований становлением поля в ближней зоне. Новосибирск, вып. 2, I969 г.

I5. А.А. Кауфман, В.Н. Курилло, Г.М. Морозова, Г.А. Исаев, Б.И. Рабинович. Альбом трехслойных теоретических кривых зондирований становлением поля в ближней зоне. Новосибирск, вып. 3, I970 г.

О Г Л А В Л Е Н И Е

Технический редактор *Л. А. Панина*

Подписано к печати 27. VII. 1970   МН 01127
Бумага 60×84/16. Печ.л. 7.75   Уч.-изд. л. 715
Тираж 500   Заказ 216   Цена 50 к.

Институт геологии и геофизики СО АН СССР
Новосибирск, 90. Ротапринт.