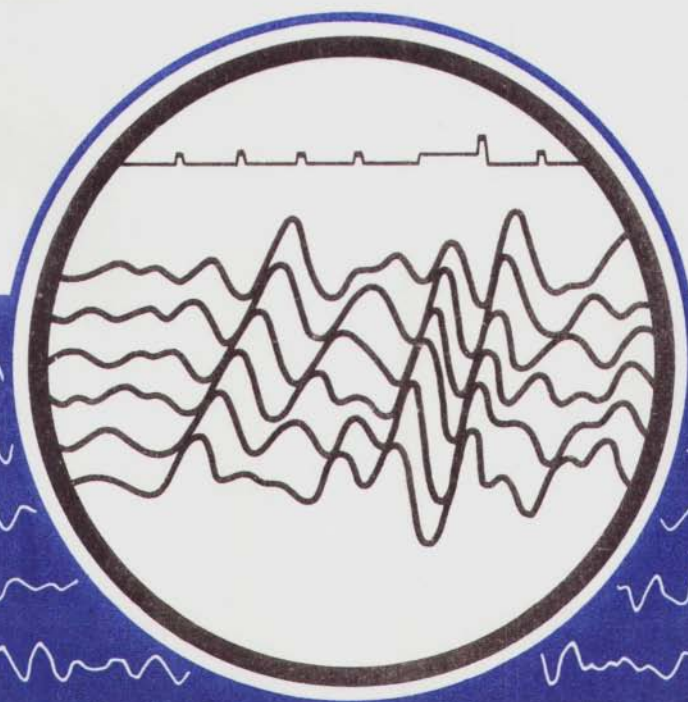


**ВОПРОСЫ  
ВИБРАЦИОННОГО  
СЕЙСМИЧЕСКОГО  
ЗОНДИРОВАНИЯ**



АКАДЕМИЯ НАУК СССР  
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ  
ИНСТИТУТ ГЕОЛОГИИ И ГЕОФИЗИКИ

**ВОПРОСЫ  
ВИБРАЦИОННОГО  
СЕЙСМИЧЕСКОГО  
ЗОНДИРОВАНИЯ**

**СБОРНИК НАУЧНЫХ ТРУДОВ**

**НОВОСИБИРСК—1981**

УДК 550.834

Вопросы вибрационного сейсмического зондирования. Сборник научных трудов. Новосибирск: Изд. ИГиГ СО АН СССР, 1981. 124 с.

В сборнике представлены результаты теоретических и экспериментальных исследований по проблеме вибрационного сейсмического зондирования. Большая часть статей посвящена различным аспектам обработки вибросейсмической информации и физики излучения сейсмических волн вибрационными источниками.

Сборник адресован инженерам и геофизикам, работающим в данной области, а также преподавателям, аспирантам и студентам, осваивающим эту сравнительно молодую ветвь геофизики.

Р е д к о л л е г и я :

к.г.-м.н. А.И.Бочанов, к.т.н.А.А.Зуев,  
д.т.н.И.С.Чичинин (отв. редактор), к.т.н.В.И.Юшин

© Институт геологии  
и геофизики СО АН СССР  
1981 г.

## АНАЛИЗ И СИНТЕЗ ЦИФРОВЫХ ФИЛЬТРОВ, ПРЕДНАЗНАЧЕННЫХ ДЛЯ ПОЛУЧЕНИЯ ЧАСТОТНЫХ СЕЙСМОГРАММ

### I. Влияние фильтрации при синхронном детектировании на характер восстановленных импульсных сейсмограмм

При общем знакомстве с частотным методом [2] допустимо считать, что частотная сейсмограмма  $A(t)$  отображает исходную (измеряемую) импульсную реакцию

$$h(t) = \sum_{\kappa} h_{\kappa} \delta(t - \tau_{\kappa}) \quad (1)$$

суперпозицией непрерывных колебаний такой же структуры

$$A(t) = \sum_{\kappa} h_{\kappa} \cos(2\alpha \tau_{\kappa} t - \alpha \tau_{\kappa}^2), \quad (2)$$

где  $h_{\kappa}$  и  $\tau_{\kappa}$  - соответственно амплитуды и времена пробега различных волн, составляющих исходной импульсной реакции  $h(t)$ .

При более детальном анализе следует учитывать, что частотная сейсмограмма  $A(t)$  является результатом синхронного детектирования, состоящего из перемножения сейсмического и опорного сигналов с последующей низкочастотной фильтрацией этого произведения, и что амплитудно-фазо-частотная характеристика  $G(j\Omega)$  фильтра, входящего в состав синхронного детектора, оказывает существенное влияние на характер частотной, а, следовательно, и на вид восстановленной импульсной сейсмограммы. С учётом амплитудно-частотной  $G(\Omega)$  и фазо-частотной  $\varphi(\Omega)$  характеристик фильтра частотная сейсмограмма приобретает вид

$$A(t) = \sum_{\kappa} G(2\alpha \tau_{\kappa}) h_{\kappa} \cos[2\alpha \tau_{\kappa} t - \alpha \tau_{\kappa}^2 + \varphi(2\alpha \tau_{\kappa})], \quad (3)$$

где выражение  $2\alpha \tau_{\kappa}$  имеет размерность и физический смысл частоты  $\Omega$  в частотной сейсмограмме  $A(t)$ , если последнюю рассматривать как функцию текущего времени  $t$ . Мгновенные частоты отдельных колебаний, входящих в её состав, пропорциональны временам пробега  $\tau_{\kappa}$  волн, амплитуды этих волн  $h_{\kappa}$  взвешены модулем коэффициента передачи фильтра  $G(j\Omega)$ , а фазы искажены в соответствии с его фазовой характеристикой  $\varphi(2\alpha \tau_{\kappa})$ .

При восстановлении импульсной сейсмограммы  $\varphi(\tau)$  характеристика фильтра  $G(j\Omega)$  как бы проектируется на пространство опре-

деления  $\psi(\tau)$  в соответствии с соотношением

$$\Omega = 2\alpha\tau, \quad \tau = \Omega/2\alpha, \quad (4)$$

причём амплитудная характеристика  $G(\Omega)$  играет роль добавочной огибающей восстановленной импульсной сейсмограммы

$$|\psi(\tau)| = |G(2\alpha\tau)| \cdot h(\tau), \quad (5)$$

что эквивалентно ПРУ в обычных сейсмостанциях. Следовательно, подбирая соответствующие фильтры, можно целенаправленно изменять вид  $\psi$  соотношения амплитуд различных волн.

Важное значение имеет фильтр  $G(\Omega)$  для дискретного представления частотной сейсмограммы. Чем протяжённее исходная сейсмограмма  $h(t)$ , тем более высокочастотна функция  $A(t)$ , и тем большей должна быть частота её дискретизации  $\Omega_g$ . Однако сейморазведку интересует лишь ограниченный интервал времён пробега  $\tau \leq \tau_{max}$ , например  $\tau \leq 5$  с, что соответствует ограниченному диапазону частот частотной сейсмограммы  $\Omega \leq \Omega_{max}$ . При этом из соображений экономичности регистрации целесообразно  $\Omega_g$  выбирать минимально допустимой  $\Omega_g = 2\Omega_{max}$ . Частота  $\Omega_0 = \Omega_g/2$ , называемая частотой Найквиста, является границей, выше которой все спектральные составляющие полезного сигнала должны быть перед дискретизацией надёжно подавлены. Если этого не сделать, то после восстановления импульсной реакции волны, приходящие на временах, больших  $\tau_{max} = \Omega_0/2\alpha$ , отобразятся в области основного диапазона времён пробега  $[0, \tau_{max}]$  и засорят восстановленную импульсную сейсмограмму  $\psi(\tau)$ : эффект наложения [1]. На рис.1 проиллюстрирован характер проявления помех наложения в восстановленной импульсной сейсмограмме.

На рис.1а показана исходная импульсная реакция  $h(t)$ , состоящая из 6 волн  $h_1, \dots, h_6$  одинаковой амплитуды, простирающаяся почти до 9 с. На рис.1б представлена условно "плохая" характеристика фильтра  $G(\Omega)$  синхронного детектора, отображённая на ось времён пробега через масштабный коэффициент  $\Omega = 2\alpha\tau$ , не способная эффективно подавить волны, приходящие на временах, больших 5 с. На этом же рисунке изображена спектральная линия частоты дискретизации  $\Omega_g$  частотной сейсмограммы, соответствующая удвоенному желаемому времени пробега  $\Omega_g = 2\alpha t_0$ . Очевидно, при этом частота Найквиста  $\Omega_0$  совпадает с желаемой граничной частотой, соответствующей 5-секундной волне:  $\Omega_0 = 2\alpha 5$ . На рис.1в показан результат восстановления импульсной реакции  $\psi(\tau)$  по ди-

скретным выборкам функции  $A(t)$  при вышесказанных условиях. Промиллировано появление помех наложения, имеющих в данном случае вид ложных волн, перенесённых в основной диапазон импульсной сейсмограммы с более поздних времён пробега. Штриховкой показана "зеркальная" граница, соответствующая частоте Найквиста, относительно которой правая часть сейсмограммы отображается на левую. На рис. 1г показано, какой вид будет иметь восстановленная импульсная реакция при использовании фильтра, предшествующего дискретизации с идеальной прямоугольной частотной характеристикой, частота среза которого лежит на частоте Найквиста и соответствует времени пробега 5 с. Волны, попавшие в полосу пропускания фильтра, восстанавливаются на своих истинных временах без искажений. Волны, оказавшиеся за пределами полосы  $\Omega_0$  ( $h_4, h_5, h_6$ ), полностью подавляются, и на их месте восстанавливаются вторично волны  $h_1, h_2$ ,

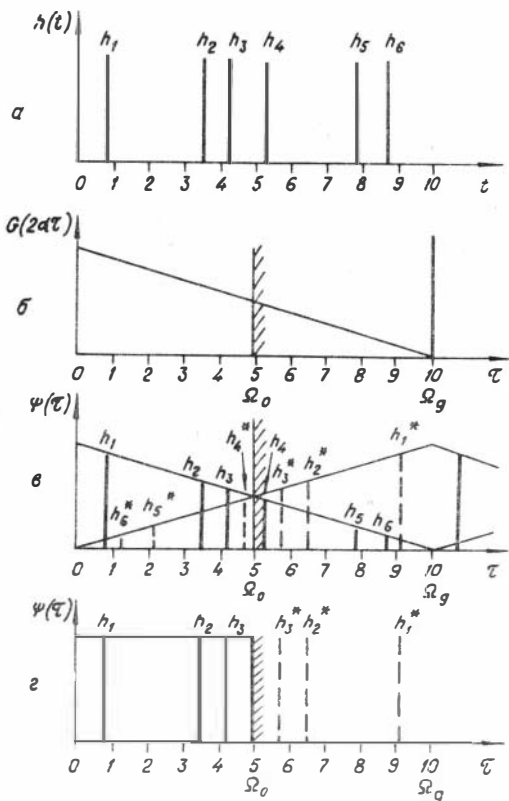


Рис. 1. Помехи наложения в восстановленной импульсной сейсмограмме а - исходная сейсмограмма, б - частотная характеристика фильтра синхронного детектора, в - соответствующая восстановленная импульсная сейсмограмма, г - восстановленная импульсная сейсмограмма при использовании фильтра с прямоугольной характеристикой

восстанавливаются на своих истинных временах без искажений. Волны, оказавшиеся за пределами полосы  $\Omega_0$  ( $h_4, h_5, h_6$ ), полностью подавляются, и на их месте восстанавливаются вторично волны  $h_1, h_2$ ,

$h_n$ , располагаясь зеркально относительно частоты  $\Omega_0$ . Эффект наложения является принципиальным свойством дискретного преобразования Фурье и, при ясном понимании его сущности, к недоразумениям и ошибкам не приводит. В данном случае после восстановления полной импульсной реакции следует принимать во внимание лишь её область от 0 до 5 с.

Из вышеизложенного следует, что фильтр синхронного детектора должен иметь достаточное затухание выше частоты Найквиста. Поскольку в реальных фильтрах крутизна среза не может быть бесконечной, то приходится выбирать частоту Найквиста  $\Omega_0$  несколько выше верхней частоты полезных составляющих частотной сейсмограммы. Последующий материал излагается в предположении, что верхняя частота полезных компонент функции  $A(t)$  составляет  $5/8$  частоты Найквиста.

Отметим теперь ещё одно немаловажное обстоятельство. Хотя теоретический алгоритм предусматривает как достаточную для получения частотных сейсмограмм лишь НЧ-фильтрацию, в действительности в реальной аппаратуре более необходима фильтрация полосовая, т.е. комбинация ФНЧ и ФВЧ. Это связано с тем, что практически невозможно обеспечить полную развязку сейсмического сигнала, излучаемого виброисточником, или от опорного сигнала, который когерентен зондирующему. Опорный сигнал может проникать в сейсмические каналы по цепям питания, общим "земляным" шинам и т.п. Распространённый механизм его попадания в сейсмический тракт состоит в следующем. При работах по методу ОГТ общая длина сейсмической косы превышает её активный участок в 3—4 раза. Вследствие этого даже при работах с большими выносами (500—1000 м) пикеты возбуждения оказываются в непосредственной близости с сеймоприёмниками, которые хотя и не подключены коммутатором каналов ко входу сеймостанции, но провода которых на протяжении нескольких километров находятся в одном жгуте с проводами рабочих каналов. При этом на рабочих каналах уровень собственного сигнала составляет доли милливольт, тогда как на "холостых", оказавшихся рядом с виброисточником, он достигает нескольких вольт. Легко понять, что даже при незначительных межканальных утечках, которые практически всегда неизбежны, сигнал вибратора с очень малой задержкой (время пробега поверхностной волны от виброисточника до ближайшего сеймоприёмника косы, т.е.  $4+100$  мс) попадает на все ра-

бочие каналы. В результате этого в составе частотной сейсмограммы появляются интенсивные низкочастотные компоненты либо заметные смещения нулевой линии (нулевая частота). Если не принять меры к их подавлению, они приведут к появлению интенсивных "хвостовых" помех, т.е. к ухудшению качества материала. Фильтры верхних частот, которые в аналоговых вибрационных сейсмостанциях устанавливаются вслед за ФНЧ, успешно решают задачу подавления упомянутых помех. В связи с этим необходимо рассмотреть возможность создания полосовых цифровых фильтров, которые обладали бы свойством подавления нулевой частоты при синхронном детектировании.

Основное условие, которому должна удовлетворять импульсная реакция  $g(t)$  полосового фильтра с полным подавлением нулевой частоты, вытекает из известных свойств преобразований Фурье и состоит в том, чтобы среднее значение  $g(t)$  было бы равно нулю. Действительно, потребовав, чтобы  $G(\Omega)|_{\Omega=0} = 0$ , можем записать

$$G(\Omega) = \int_{-\infty}^{\infty} g(t) e^{-j\Omega t} dt \Big|_{\Omega=0} = \int_{-\infty}^{\infty} g(t) dt = 0.$$

Обратимся теперь к значению фазовой характеристики  $\varphi(\Omega)$  фильтра. Из выражения (3) видно, что она искажает фазовую структуру косинусоид - составляющих частотной сейсмограммы, внося в каждую из них индивидуальный постоянный фазовый сдвиг, зависящий от времени пробега волны  $\tau_k$ . В [4] показано, что этот сдвиг сохраняется при восстановлении импульсной сейсмограммы и приводит к тому, что каждая из восстановленных волн имеет индивидуальную фазовую задержку, создающую неудобства для интерпретации сейсмического материала. В частотном методе существуют возможности компенсации любых фазовых искажений, если, разумеется, они измерены, но особенно привлекателен путь использования таких фильтров, которые вообще не порождают фазовых искажений (фильтров нулевой фазы) или же имеют линейную фазовую характеристику. Последние отличаются от фильтров нулевой фазы лишь наличием звена чистого запаздывания, не искажающего форму сигнала, обусловленную амплитудной характеристикой.

Как известно из теории преобразований Фурье, нулевой фазовой характеристикой обладают действительные чётные функции. Сле-



довательно, импульсная переходная функция фильтра нулевой фазы должна быть симметрична относительно момента пробного воздействия и потому нереализуема с помощью аналоговых устройств. В цифровых устройствах, вводя заранее известную задержку и ограничивая протяжённость импульсной реакции (т.е. применяя фильтры с конечной памятью), легко обойти это препятствие. Цифровые фильтры, имеющие симметричную импульсную реакцию, расположенную в области положительных значений  $t$ , обладают линейной фазовой характеристикой. Их действие сводится к действию фильтров нулевой фазы путём простого смещения начала отсчёта времени в результирующем массиве данных. Принимая во внимание вышеизложенное, в дальнейшем будем рассматривать лишь фильтры нулевой фазы, подразумевая, что они реализуются в фильтрах линейной фазы с последующей временной коррекцией. Замечательное свойство нуль-фазовых фильтров состоит в том, что они в наименьшей степени среди множества фильтров с одинаковыми амплитудными и различными фазовыми характеристиками искажают форму сигнала, а главное, не меняют время его прихода.

Таким образом, фильтрация при синхронном детектировании вносит в восстановленную импульсную сейсмограмму дополнительную огибающую, которую можно использовать, например, с целью выравнивания амплитуд различных волн и предотвращать появление помех наложения, связанных с дискретизацией частотных сейсмограмм. Если синхронному детектированию подвергаются предварительно оцифрованные вибросейсмические сигналы, то целесообразно использовать цифровые фильтры с конечной памятью и нулевой (или линейной) фазовой характеристикой.

## 2. Анализ и синтез характеристик цифровых нуль-фазовых фильтров с конечной памятью

### Постановка задачи, метод исследования и критерии оценки

Предметом анализа в данном разделе являются фильтры нулевой фазы с конечной памятью, пригодные для использования в составе синхронных детекторов, предназначенных для получения частотных

сейсмограмм. Критериями пригодности служат:

а) форма амплитудно-частотной характеристики, которая, во-первых, выступает как огибающая восстановленной импульсной сейсмограммы в сейморазведочном интервале (0+5 с) и, во-вторых, характеризует возможный относительный уровень помех наложения, обусловленных дискретизацией частотных сейсмограмм с одной стороны и наличием сейсмических волн с большими временами прихода с другой;

б) простота технической реализации этих фильтров, которая либо очевидна, либо имеет оригинальное решение, приемлемое для воплощения с помощью простых вычислительных устройств.

Изложение построено по следующему принципу. Сначала анализируются простейшие низкочастотные и полосовые фильтры, техническая реализация которых очевидна. Затем рассматривается метод синтеза фильтров низкой частоты с характеристикой, близкой к прямоугольной. Далее исследуется низкочастотный и полосовой фильтры, обладающие особо высокой степенью подавления помех наложения - фильтры с огибающей на основе функции Ханна. В заключение рассматриваются функциональные схемы реализации некоторых из рассмотренных фильтров.

Поскольку ниже следующий анализ фильтров проводится в нетрадиционном плане с учётом частотно-временных переходов, свойственных частотному методу, во избежание недоразумений дадим некоторые определения и обозначения:

$t$  - реальное время, в котором проводится эксперимент по сейсмозондированию (иногда его называют временем в свип-сигнале);

$\omega$  - мгновенная частота зондирующего сигнала, а также частота в спектре свип-сигнала;

$A(t)$  - частотная сейсмограмма (вещественная составляющая), рассматриваемая как функция реального времени;

$\Omega$  - частота в спектре частотной сейсмограммы  $A(t)$ , т.е. именно та частота, с которой взаимодействуют анализируемые в данном разделе фильтры;

$\tau$  - переменная времени, относящегося к восстановленной импульсной сейсмограмме  $\psi(\tau)$ , т.е. переменная времени пробега;

$\Omega$  и  $\tau$  связаны между собой формулой (4);

$\Omega_g$  - частота дискретизации частотной сейсмограммы, или, что то же самое, выходная частота дискретных отсчётов на выходе анали-

зируемого цифрового фильтра;

$t_0$  - интервал дискретизации частотной сейсмограммы

$$t_0 = 2\pi/\Omega_g, \quad (6)$$

$\Omega_0$  - частота Найквиста, в частотной сейсмограмме равная

$$\Omega_0 = \frac{\Omega_g}{2} = \frac{\pi}{t_0}. \quad (7)$$

Верхняя желаемая частота частотной сейсмограммы  $\Omega_{max}$  определяется максимальным временем пробега волн  $\tau_{max}$ .

$$\Omega_{max} = 2\alpha\tau_{max} \quad (8)$$

В силу того, что практически невозможно обеспечить бесконечную крутизну среза фильтра на частоте Найквиста, необходим некоторый запас, превышение частоты Найквиста над желаемой максимальной частотой. Этот запас, исходя из практического опыта и расчётных параметров, полученных по методике, изложенной в [3], принят равным 5/8:

$$\Omega_{max}/\Omega_0 = 5/8, \quad (9)$$

$\omega_g$  - частота дискретизации первичных вибросейсмических сигналов (произведений), поступающих на синхронный детектор и далее на фильтр. Важно представлять, что она примерно на два порядка выше, чем  $\Omega_g$ .

Итак, будем считать, что на вход цифрового фильтра с частотой  $\omega_g$  поступают дискретные отсчёты, представляющие собой произведения дискретных значений сейсмического и опорного сигналов. С выхода фильтра снимаются дискретные значения частотной сейсмограммы с интервалом  $t_0$ , причём  $t_0 \gg 2\pi/\omega_g$ .

### Фильтры на основе простых невзвешенных усреднителей (сумматоров)

Одноинтервальный усреднитель в качестве фильтра низкой частоты. Простейшим способом цифровой фильтрации низкой частоты может служить суммирование входных отсчётов на интервале  $t_0$  выходных отсчётов со сбросом результата после считывания очередной суммы. Такой фильтр, представляющий собой периодически сбрасываемый накапливающий сумматор, будем называть одноинтервальным усреднителем. Его импульсная реакция в нуль-фазовом представлении с учётом нормировки имеет вид

$$g(t) = \begin{cases} 1/t_0, & |t| \leq t_0/2 \\ 0, & |t| > t_0/2 \end{cases} \quad (I0)$$

Преобразование Фурье от этой функции даёт частотную характеристику в виде действительной чётной функции

$$G(\Omega) = \frac{\sin \frac{\pi}{2} \cdot \frac{\Omega}{\Omega_0}}{\frac{\pi}{2} \cdot \frac{\Omega}{\Omega_0}} \quad (II)$$

Функцию относительно уровня помех наложения определим как

$$\lambda(\Omega) = \left| \frac{G(2\Omega_0 - \Omega)}{G(\Omega)} \right| \quad (I2)$$

Подставляя (II) в (I2), найдём

$$\lambda(\Omega) = \frac{\Omega}{2\Omega_0 - \Omega}, \quad \Omega \geq 1. \quad (I3)$$

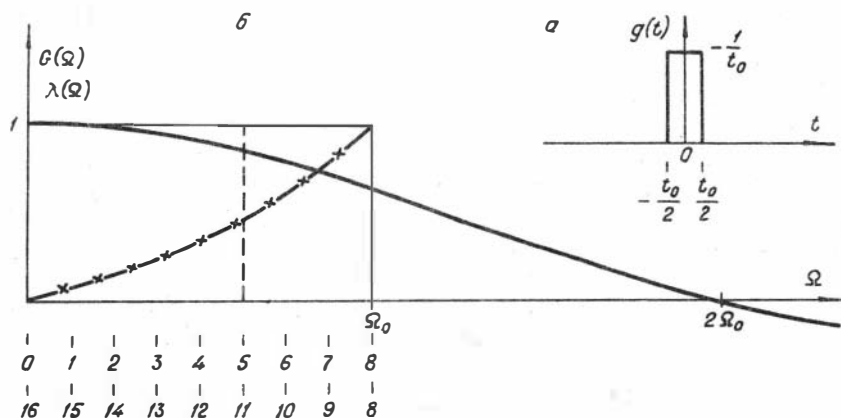


Рис.2. Импульсная переходная функция (а) и частотная характеристика (б) простого усреднения

На рис.2 изображена импульсная реакция (а) одноинтервального усреднителя и правая ветвь его частотной характеристики (б), определённая формулой (II). На рис.2б показана также "идеальная" характеристика фильтра нижних частот, имеющего равномерное про-

пускание, вплоть до частот Найквиста. Пунктирная линия на этом графике ограничивает область, составляющую  $5/8 \Omega_0$ , внутри которой характер функции  $G(\Omega)$  и её зеркального относительно  $\Omega_0$  изображения имеет существенное значение для оценки качества фильтра. На абсциссе графика 2б вместо шкалы частот  $\Omega$  приведены шкала основных времён пробега  $\tau$  и зеркальная относительно  $\Omega_0$  часть этой шкалы, что даёт наглядное представление о том, с каких времён ложные волны можно ожидать в основном диапазоне вследствие эффекта наложения. На этом же графике кривая  $-x-x$  показывает относительный уровень  $\lambda(\Omega)$  этих волн при условии, что их исходная интенсивность равна интенсивности полезных волн.

Как видим из рис.2в, характеристика одноинтервального усреднителя всего лишь на 6+14 дБ подавляет помехи наложения в интервале 2+5 с, обусловленные волнами с временами прихода II-I4 с.

Двухинтервальный усреднитель в качестве фильтра низкой частоты. Чтобы попытаться улучшить характеристику усреднителя в отношении подавления помех наложения, сузим его полосу, для чего увеличим интервал усреднения в 2 раза. Импульсная реакция такого фильтра будет иметь вид (рис.3а):

$$g(t) = \begin{cases} \frac{1}{2} t_0, & |t| \leq t_0 \\ 0, & |t| > t_0 \end{cases} \quad (14)$$

Его частотная характеристика

$$G(\Omega) = \frac{\sin \pi \frac{\Omega}{\Omega_0}}{\pi \frac{\Omega}{\Omega_0}} \quad (15)$$

представлена на рис.3б.

Вычисляя в соответствии с (12) и (15) относительный уровень помех наложения, получим то же самое выражение (13). Следовательно, данный фильтр, как это ни парадоксально, лишь ухудшил характеристику: завал верхних частот в рабочем диапазоне стал в 2 раза более интенсивным, а помехи наложения остались прежними.

Полосовой фильтр на основе простого усреднителя. Используя накапливающий сумматор и небольшое число запоминающих ячеек, можно построить полосовой фильтр, пригодный для сжатия динамического диапазона частотных сейсмограмм. Рассмотрим фильтр с импульсной передаточной функцией вида (рис.4а)

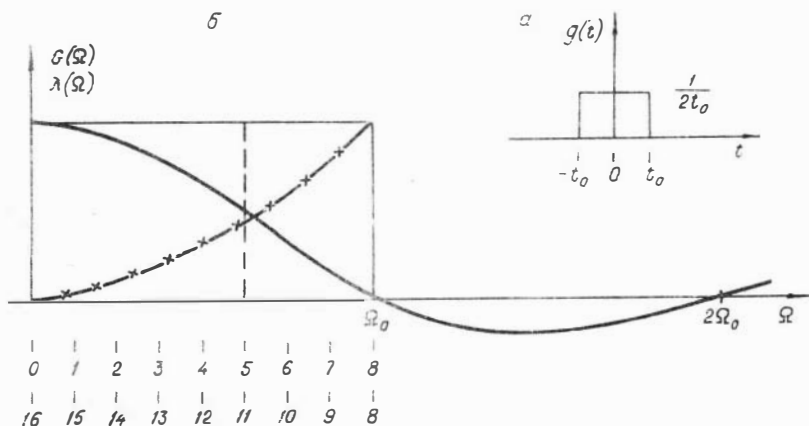


Рис.3. Импульсная переходная функция (а) и частотная характеристика (б) двухинтервального усреднения

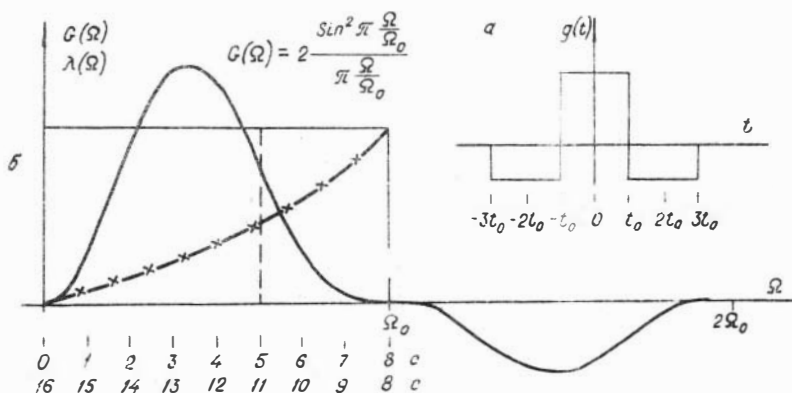


Рис.4. Импульсная переходная функция (а) и частотная характеристика (б) полосового фильтра, построенного на основе простых усреднителей

$$g(t) = \begin{cases} \frac{1}{2} t_0, & |t| \leq t_0 \\ -\frac{1}{4} t_0, & t_0 < |t| \leq 3t_0 \\ 0, & |t| > 3t_0 \end{cases} \quad (I6)$$

Его частотная характеристика имеет вид (рис.46):

$$G(\Omega) = 2 \frac{\sin^3 \pi \frac{\Omega}{\Omega_0}}{\pi \frac{\Omega}{\Omega_0}} \quad (I7)$$

Максимум характеристики приходится на диапазон времён 2+4,5 с, что вполне отвечает требованиям ПРУ, характер функции относительной интенсивности помех наложения остаётся таким же, как в фильтрах НЧ на простых усреднителях. В этом легко убедиться, подставляя (I7) в (I2).

#### Усреднители с линейно-ломаной огибающей

##### Фильтр низкой частоты с треугольной импульсной реакцией.

Тот факт, что три различных фильтра с прямоугольными характеристиками имеют одинаковые функции относительной интенсивности помех наложения, заставляет предположить здесь наличие закономерности и искать более эффективные фильтры в классе фильтров с непрямоугольными характеристиками. Простейшим из таких фильтров может служить фильтр с треугольной импульсной реакцией (рис.5а).

$$g(t) = \begin{cases} \frac{1}{t_0} (1 - \frac{|t|}{t_0}), & |t| \leq t_0 \\ 0, & |t| > t_0 \end{cases} \quad (I8)$$

Его частотная характеристика (рис.5б) равна

$$G(\Omega) = \frac{\sin^2 \frac{\pi}{2} \frac{\Omega}{\Omega_0}}{\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{\Omega}{\Omega_0}\right)^2}, \quad (I9)$$

а функция относительной интенсивности помех наложения

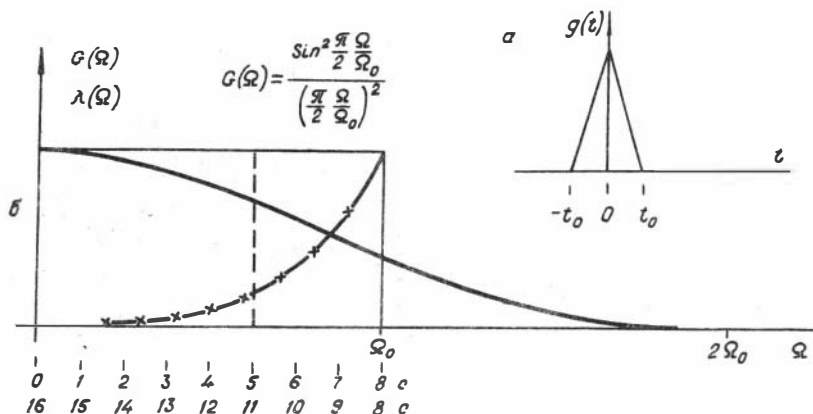


Рис.5. Импульсная переходная функция (а) и частотная характеристика (б) фильтра с треугольной характеристикой

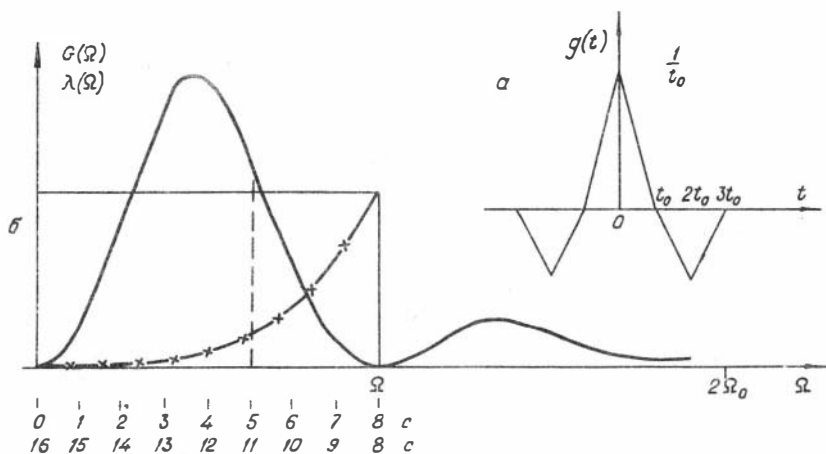


Рис.6. Импульсная переходная функция (а) и частотная характеристика (б) полосового фильтра, составленного из треугольных функций



$$\lambda(\Omega) = \left( \frac{\Omega}{2\Omega_0 - \Omega} \right)^2 \quad (20)$$

Из рис.5 видно, что в рабочей полосе времён этот уровень не превышает 5+20%, что уже может быть приемлемо для практики.

Полосовой фильтр, составленный из треугольных функций. Рассмотрим фильтр с импульсной реакцией вида (рис.6а)

$$g(t) = \begin{cases} \frac{1}{t} \left( 1 - \frac{|t|}{t_0} \right), & |t| \leq t_0 \\ -\frac{1}{2t_0} \left( 1 - \frac{|t| - 2t_0}{t_0} \right), & t_0 < |t| \leq 3t_0 \\ 0, & |t| > 3t_0 \end{cases} \quad (21)$$

Вычислим частотную характеристику, пользуясь теоремой свёртки оригиналов и принципом суперпозиции. Для этого представим отрицательные боковые лепестки функции (12) свёрткой функции (18) с функцией двухстороннего сдвига

$$g_{\uparrow\downarrow}(t) = g_{\uparrow}(t) * \left[ -\frac{1}{2} \delta(t - 2t_0) - \frac{1}{2} \delta(t - 2t_0) \right]. \quad (22)$$

Изображение по Фурье функции  $g_{\uparrow}(t)$  равно (19), формальный спектр функции сдвига

$$G_{\delta}(\Omega) = -\cos 2\pi \frac{\Omega}{\Omega_0} \quad (23)$$

Спектр функции боковых лепестков будет равен, очевидно, произведению спектров функций, составляющих свёртку (22):

$$G_{\uparrow\downarrow}(\Omega) = -\frac{\sin^2 \frac{\pi}{2} \frac{\Omega}{\Omega_0}}{\left( \frac{\pi}{2} \frac{\Omega}{\Omega_0} \right)^2} \cos 2\pi \frac{\Omega}{\Omega_0} \quad (24)$$

Полную частотную характеристику фильтра (21) находим как сумму функций (19) и (24)

$$G_{\uparrow\downarrow}(\Omega) = \frac{\sin^2 \frac{\pi}{2} \frac{\Omega}{\Omega_0}}{\left( \frac{\pi}{2} \frac{\Omega}{\Omega_0} \right)^2} \left( 1 - \cos 2\pi \frac{\Omega}{\Omega_0} \right) = 2 \frac{\sin^2 \frac{\pi}{2} \frac{\Omega}{\Omega_0}}{\left( \frac{\pi}{2} \frac{\Omega}{\Omega_0} \right)^2} \sin^2 \pi \frac{\Omega}{\Omega_0} \quad (25)$$

Легко далее показать, что функция  $\lambda(\Omega)$  относительной интенсивности помех наложения будет в этом случае совпадать с (20).

Частотная характеристика такого полосового фильтра и соответствующая ему функция  $\lambda(\Omega)$  показаны на рис.6б. Следует отметить, что фильтр даёт очень удобную огибающую, пригодную для большинства сейсмических методик на отражённых волнах, и имеет вполне удовлетворительную функцию  $\lambda(\Omega)$ .

### Фильтры низкой частоты, аппроксимирующие прямоугольную частотную характеристику

Выше были подвергнуты анализу некоторые фильтры, конкретный выбор которых определялся простотой их технической реализации. Целесообразно теперь рассмотреть задачу синтеза фильтра с позиции получения желаемой частотной характеристики. Разумеется, понятие "желаемой" характеристики может иметь достаточно субъективный характер. Однако один такой фильтр, а именно, имеющий постоянный коэффициент передачи вплоть до частот Найквиста и бесконечное затухание в остальном диапазоне частот, т.е. фильтр с прямоугольной частотной характеристикой, по-видимому, можно считать эталонным для некоторых сейсмических экспериментов с метрологическим уклоном. Кроме того, такой фильтр идеально соответствует теоретическому алгоритму частотного метода.

Итак, рассмотрим фильтр с частотной характеристикой

$$G(\Omega) = \begin{cases} 1, & |\Omega| \leq \Omega_0 \\ 0, & |\Omega| > \Omega_0 \end{cases} \quad (26)$$

Его импульсная реакция равна

$$g(t) = \frac{\Omega_0}{\pi} \frac{\sin \Omega_0 t}{\Omega_0 t}, \quad (27)$$

т.е. представляет собой функцию вида  $\sin x/x$ , имеющую неограниченную протяжённость. Ширина её главного лепестка и период осцилляции хвоста равны  $2t_0 = 2\pi/\Omega_0$ .

Для технической реализации такого фильтра естественно попытаться искать аппроксимацию этой функции в виде симметрично усечённой по аргументу функции вида

$$g_T(t) = \begin{cases} g(t), & |t| \leq \frac{T}{2} \\ 0, & |t| > \frac{T}{2} \end{cases}, \quad (28)$$

где  $T$  - интервал усечения (память фильтра).

Интуитивно ясно, что для хорошей аппроксимации интервал должен включать несколько боковых лепестков  $g(t)$ . Оценим, какова должна быть ёмкость запоминающего устройства такого фильтра при реализации его в виде обычного трансверсального фильтра с конечной памятью, если он содержит три пары боковых лепестков (см. рис. 7а). Интервал усечения в этом случае равен

$$T = 8t_0 = 8\pi/\Omega_0 \quad (29)$$

Пусть исходный фильтруемый процесс имеет частоту дискретизации  $\omega_g \gg \Omega_0$ . К примеру, допустим, что

$$\Omega_0 = \frac{1}{100} \omega_g. \quad (30)$$

Для вычисления интеграла свёртки

$$y(t) = \int_{-T/2}^{T/2} g(\tau)x(t-\tau)d\tau \quad (31)$$

необходимо, чтобы в оперативной памяти цифрового фильтра постоянно находилось в обмене

$$n = T\omega_g \quad (32)$$

отсчётов входного процесса. Учитывая (29), (30) и (32), получаем:

$$n = 8\pi/\Omega_0 \cdot 200\Omega \approx 2400. \quad (33)$$

Принимая во внимание необходимость для сейсморазведки многоканальность фильтрации, в результате которой объём ОЗУ и, естественно, быстродействие процессора возрастает почти на два порядка, легко прийти к выводу, что реализация такого цифрового фильтра становится неприемлемо громоздкой.

Попробуем совместить достоинства простейших фильтров-усреднителей с желаемым усечённым фильтром (28). Для этого представим непрерывную в интервале  $T$  функцию  $g(t)$  в виде суперпозиции элементарных функций, состоящих из отдельных полувольт  $a_k(t)$  (рис. 7).

$$g(t) \cong g_T(t) = \sum_{k=-i}^i a_k(t) \quad (34)$$

Аппроксимируем каждую из входящих в эту суперпозицию компонент  $a_k(t)$  полуволной косинусоидальной формы с амплитудой, пропорциональной истинной функции  $g(t)$  в середине соответствующего интервала  $t_0$ . Анализируя исходную функцию (27) (рис.7а), видим, что её первый переход через нуль происходит при  $t = t_0 = \pi/\Omega_0$ , а последующие — кратны  $t_0$ . Следовательно, положение экстремумов функций  $a_k(t)$  (рис.4б-з) может быть определено последовательностью моментов времени:

$$t_k = \frac{2k+1}{2} t_0 = \frac{2k+1}{2} \frac{\pi}{\Omega_0}, \quad (35)$$

$$k = \pm 1, 2, 3, \dots,$$

а их алгебраические амплитуды можно определить выражением

$$b_k = \frac{(-1)^k}{\frac{2k+1}{2} t_0 \Omega_0} = \frac{2(-1)^k}{\pi(2k+1)}. \quad (36)$$

Учитывая чётность функции  $g_T(t)$  по определению, каждую пару боковых лепестков  $a_{-k}(t)$  и  $a_k(t)$  представим в виде единой чётной функции  $g_k(t)$ , состоящей из пары полуволн косинусоидальной формы с амплитудой  $b_k$  частоты  $\Omega_0$  со сдвигом вправо и влево относительно оси ординат на  $\pm t_k$

$$g_k(t) = a_k(t) + a_{-k}(t) = \begin{cases} b_k \Omega_0 / \pi \cos \Omega_0 (t - t_k), & |t - t_k| \leq t_0/2 \\ b_k \Omega_0 / \pi \cos \Omega_0 (t + t_k), & |t + t_k| \leq t_0/2 \\ 0, & \text{при всех других } t \end{cases} \quad (37)$$

Для представления главного лепестка функции  $g_T(t)$  выберем полуволну косинусоиды половины частоты Найквиста

$$g_0(t) = \begin{cases} \Omega_0 / \pi \cos \frac{\Omega_0}{2} t, & |t| \leq \frac{t_0}{2} \\ 0, & |t| > \frac{t_0}{2}, \end{cases} \quad (38)$$

полученная аппроксимация

$$g_T(t) = g_0(t) + \sum_{k=1}^l g_k(t) \quad (39)$$

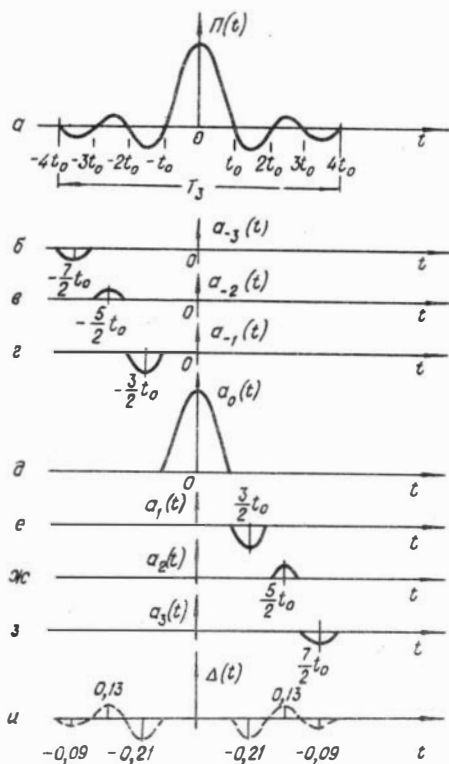


Рис.7. Аппроксимация и усечение импульсной переходной функции идеального прямоугольного фильтра с целью синтеза фильтра с конечной памятью

вим в виде свёртки двух функций

$$g_k(t) = \int_{-\infty}^{\infty} C_0(\tau) \Delta_k(t - \tau) d\tau, \quad (40)$$

где  $C_0(t)$  – функция в виде одиночного чётного косинусоидального импульса (рис.7д) амплитуды

обладает замечательной вычислительной экономичностью. Так, для реализации фильтра НЧ с 3 парами боковых лепестков требуется всего 13 ячеек памяти, для 4 пар лепестков – 16 ячеек и т.д. (каждая дополнительная пара боковых лепестков требует увеличения ОЗУ всего на 3 ячейки). Правда, для реализации такого фильтра необходимо ППЗУ, хранящее четверть периода косинуса (около 200 слов), и ППЗУ амплитудных коэффициентов  $b_k$  (по числу  $k$  боковых лепестков). В следующем разделе будет рассмотрена функциональная схема такого фильтра.

Рассмотрим теперь вопрос о допустимости принятой аппроксимации. Для этого проанализируем несколько первых приближений, для чего найдём общее выражение для частотной характеристики.

Любую  $k$ -ю пару боковых лепестков предста-

$$C_0(t) = \begin{cases} \Omega_0/\pi \cos \Omega_0 t, & |t| \leq \frac{t_0}{2} \\ 0 & |t| > \frac{t_0}{2} \end{cases}, \quad (41)$$

а функция  $\Delta_k(t)$  - функция двустороннего сдвига

$$\Delta_k(t) = (-1)^k \frac{2}{\pi} \frac{1}{2k+1} \left[ \delta\left(t - \frac{2k+1}{2} t_0\right) + \delta\left(t + \frac{2k+1}{2} t_0\right) \right] \quad (42)$$

Если просуммировать  $\Delta_k(t)$  по всем индексам, получим суперпозицию  $\delta$ -функций (рис.7и)

$$\Delta(t) = \sum_K \Delta_k(t), \quad (43)$$

описывающих положение частных экстремумов функции  $g(t)$  на оси  $t$  и их алгебраические амплитуды  $b_k$ .

Заметим, что частота осцилляций хвоста  $g(t)$  равна верхней частоте желаемого прямоугольного фильтра  $\Omega_0$ , а экстремумы её следуют с постоянной частотой  $2\Omega_0$  - по два на период частоты осцилляций, т.е. с такой же частотой, с которой допустимо брать дискретные отсчёты профильтрованного сигнала. Спектр  $G_T(\Omega)$  аппроксимирующей функции будем искать как суперпозицию спектров её составляющих

$$G_T(\Omega) = G_0(\Omega) + \sum_{k=1}^N G_k(\Omega). \quad (44)$$

Определим отдельные слагаемые, входящие в (44). Совершая преобразование Фурье над функцией  $g_0(t)$  по усечённому интервалу  $t \in [-\frac{\pi}{\Omega_0}, \frac{\pi}{\Omega_0}]$ , получим

$$G_0(\Omega) = \int_{-\frac{\pi}{\Omega_0}}^{\frac{\pi}{\Omega_0}} \frac{\Omega_0}{\pi} \cos \Omega_0 t \cdot e^{-j\Omega t} dt = \frac{1}{\pi} \frac{\cos \frac{\pi}{2} \frac{\Omega}{\Omega_0}}{\frac{1}{4} - \left(\frac{\Omega}{\Omega_0}\right)^2} \quad (45)$$

Чтобы найти  $G_k(\Omega)$ , найдём сначала преобразования Фурье от  $C_0(t)$  и  $\Delta_k(t)$

$$C_0(\Omega) = \int_{-\frac{t_0}{2}}^{\frac{t_0}{2}} \frac{\Omega_0}{\pi} \cos \Omega_0 t e^{-j\Omega t} dt = \frac{4}{\pi} \frac{\cos \frac{\pi}{2} \frac{\Omega}{\Omega_0}}{1 - \left(\frac{\Omega}{\Omega_0}\right)^2}. \quad (46)$$

$$\Delta_K(\Omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \Delta_K(t) e^{-j\Omega t} dt = \frac{(-1)^K}{2K+1} \frac{4}{\pi} \cos \frac{\pi}{2} (2K+1) \frac{\Omega}{\Omega_0}, \quad (47)$$

где использовано фильтрующее свойство дельта-функций, входящих в выражение (42).

Перемножая (46) и (47), получим спектр  $K$ -й пары боковых лепестков

$$G'_K(\Omega) = C_0(\Omega) \Delta_K(\Omega) = C_0(\Omega) \frac{4}{\pi} \frac{(-1)^K}{2K+1} (2K+1) \frac{\Omega}{\Omega_0}. \quad (48)$$

Полное выражение для частотной характеристики аппроксимирующего фильтра с конечной памятью принимает вид

$$\begin{aligned} G'_T(\Omega) &= G'_0(\Omega) + C_0(\Omega) \cdot \Delta_K(\Omega) = \\ &= \frac{1}{\pi} \frac{\cos \pi \frac{\Omega}{\Omega_0}}{\frac{1}{4} - \left(\frac{\Omega}{\Omega_0}\right)^2} - \frac{8}{\pi^2} \frac{\cos \frac{\pi}{2} \frac{\Omega}{\Omega_0}}{1 - \left(\frac{\Omega}{\Omega_0}\right)^2} \sum_{k=1}^N \frac{(-1)^k}{2K+1} \cos \frac{\pi}{2} (2K+1) \frac{\Omega}{\Omega_0}. \end{aligned} \quad (49)$$

На рис.8-12 изображены вычисленные по данной формуле частотные характеристики фильтров, имеющих различную степень приближения к прямоугольной характеристике в зависимости от  $N$  - числа пар боковых лепестков ( $N = 0, 1, 2, 3, 4$ ). Для наглядности затухающая часть характеристики показана в 10-кратном увеличенном масштабе (пунктирная линия). Как и в предыдущих случаях изображена функция  $\lambda(\Omega)$  относительной интенсивности помех наложения и, кроме того, на рис.12 показана для сравнения часть характеристики аналоговых фильтров с крутизной среза - 36 дБ/дек и частотами среза  $\Omega_0$  и  $5/8 \Omega_0$ .

Приведённые графики достаточно наглядны. Вопрос о том, на какой аппроксимации целесообразно остановиться, требует привлечения дополнительной информации: знания общего характера сейсмического поля в данном районе и учёта специфических требований конкретной задачи исследования. Тем не менее, по поведению функции

$\lambda(\Omega)$  можно сделать вывод, что простейшая безлепестковая аппроксимация почти не уступает многолепестковой в диапазоне до  $5/8 \Omega_0$ . Применение 3-х и 4-х лепестковой аппроксимации целесообразно, если необходимо расширить рабочий диапазон времён пробега до  $7/8 \Omega_0$  (т.е. до 7 с).

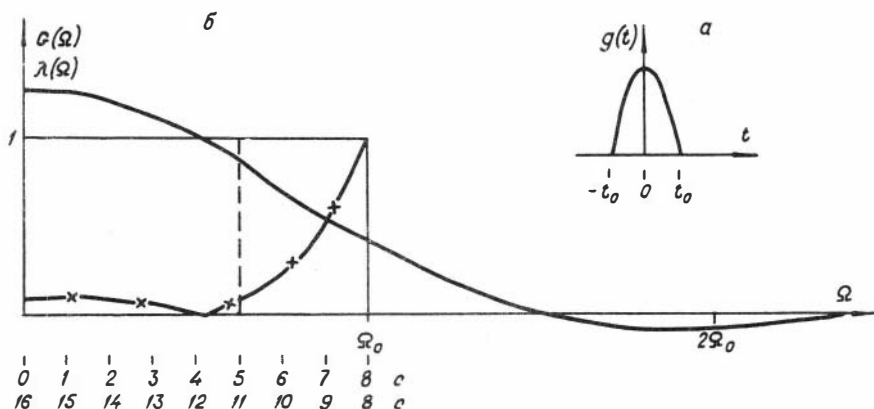


Рис.8. Аппроксимация фильтра с прямоугольной частотной характеристикой главным лепестком:  
 а - импульсная реакция, б - частотная характеристика

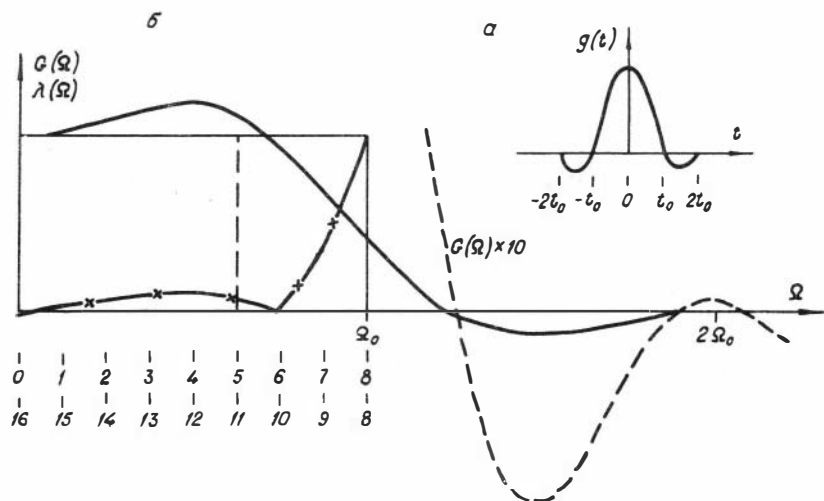


Рис.9. Аппроксимация фильтра с прямоугольной частотной характеристикой главным и одной парой боковых лепестков



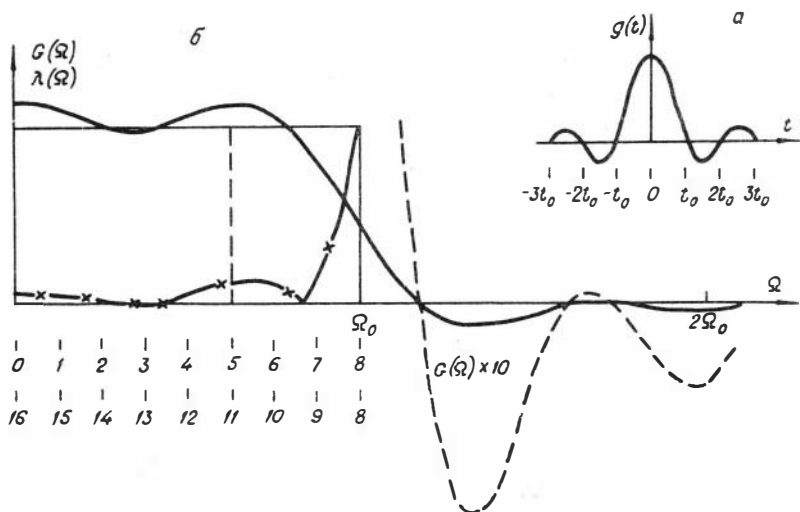


Рис.10. Аппроксимация фильтра с прямоугольной частотной характеристикой главным и двумя парами боковых лепестков

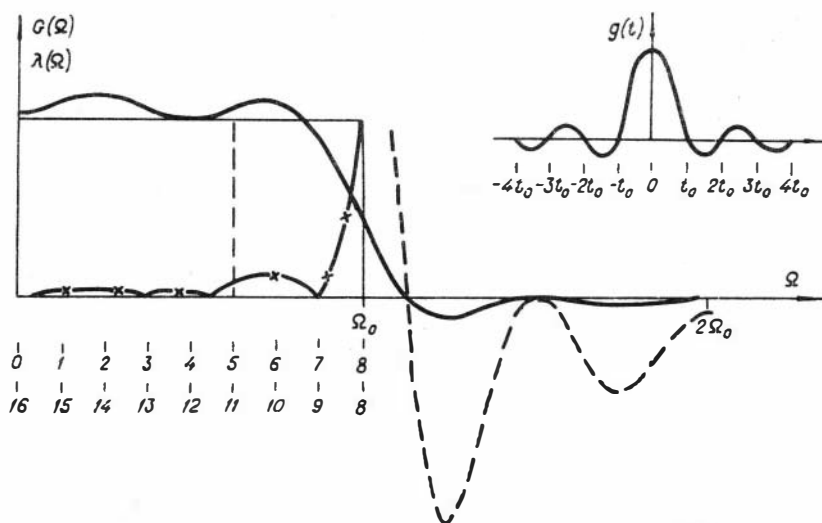


Рис.11. Аппроксимация фильтра с прямоугольной частотной характеристикой главным и тремя парами боковых лепестков

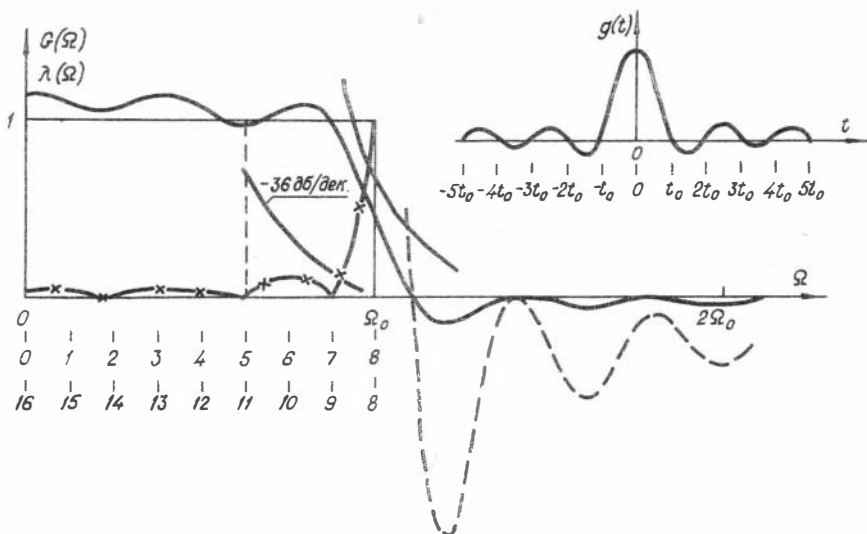


Рис.12. Аппроксимация фильтра с прямоугольной частотной характеристикой главным и четырьмя парами боковых лепестков

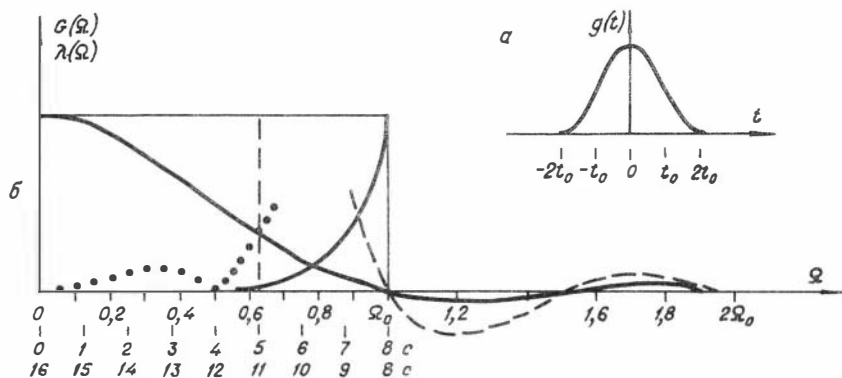


Рис.13. Импульсная (а) и частотная (б) характеристики ФНЧ на основе функции Ханна

## Фильтры с повышенной степенью подавления помех наложения

В практике сейсмических исследований, хотя и редко, могут встретиться условия, при которых даже многолепестковая аппроксимация прямоугольного фильтра не обеспечит достаточного подавления зеркальных помех. Для этого может потребоваться более высокая степень затухания частотной характеристики. Поскольку из общефизических принципов известно, что невозможно одновременно обеспечить и высокую степень затухания, и "хорошую", т.е. близкую к прямоугольнику форму частотной характеристики, то, возможно, придётся поступиться последней в пользу затухания.

Как известно, наивысшую степень затухания имеет ФНЧ с гауссовой импульсной реакцией, частотная характеристика которого представляет собой также гауссову (колокольную) функцию. Непосредственная реализация такого ФНЧ как цифрового фильтра с конечной памятью обладает теми же недостатками, что и непосредственная реализация прямоугольного фильтра. Поэтому следует искать подходящую аппроксимацию гауссова фильтра, которая обладала бы одновременно и простой вычислительной структурой.

ФНЧ на основе функции Ханна. Рассмотрим в качестве импульсной реакции функцию Ханна с нормировочным коэффициентом  $\Omega_0/4\pi$

$$g(t) = \begin{cases} \frac{\Omega_0}{4\pi} \left(1 + \cos \frac{\Omega_0 t}{2}\right), & |t| \leq 2t_0. \\ 0, & |t| > 2t_0. \end{cases} \quad (50)$$

Примем ширину функции Ханна, равной  $4t_0$ . График её изображён на рис.13а. Частотная характеристика (спектр этой функции) равна:

$$G(\Omega) = \frac{1}{16\pi} \cdot \frac{\text{Sin } 2\pi \frac{\Omega}{\Omega_0}}{\frac{\Omega}{\Omega_0} \left( \frac{1}{4} - \frac{\Omega^2}{\Omega_0^2} \right)}. \quad (51)$$

Она изображена на рис.13б. На этом же рисунке показана с 10-кратным увеличением область затухания частотной характеристики (пунктирная линия) и функция  $\lambda(\Omega)$  помех наложения, причём последняя частично дана также в 10-кратном масштабе (точечный пунктир). Из формулы (51) и графика видно, что степень подавления помех наложения достаточна для любых практических ситуаций, однако

форма частотной характеристики в полосе прозрачности невыгодна, так как дает заметное подавление полезных волн с большими временами прихода и в максимальной степени усиливает первые вступления. Рассмотренный фильтр является низкочастотным.

Полосовой фильтр на основе функции Ханна. Сконструлируем импульсную функцию фильтра (рис. I4а) в виде суперпозиции одного периода косинусоиды (рис. I4б) частоты  $\frac{\Omega_0}{2}$ , функции смещения (рис. I4в), двух полных периодов косинусоиды (рис. I4г) половинной амплитуды и функции отрицательного смещения (рис. I4д) последней. Сумма первых двух слагаемых представляет собой функцию Ханна  $H(t)$  (4I), вторые два слагаемых могут быть выражены формулой

$$H_2(t) = \begin{cases} -\frac{\Omega_0}{8\pi} (1 - \cos \frac{\Omega_0}{2} t) & , \quad |t| \leq 4t_0 \\ 0 & , \quad |t| > 4t_0 . \end{cases} \quad (52)$$

Взяв функцию (52) с весом  $\gamma (0 < \gamma \leq 1)$ , определим импульсную реакцию полосового фильтра как

$$g(t) = H(t) + \gamma H_2(t). \quad (53)$$

Частотная характеристика фильтра (53), очевидно, будет также представляться суперпозицией

$$G(\Omega) = H(\Omega) + \gamma H_2(\Omega), \quad (54)$$

где  $H(\Omega)$  найдено выше (формула 5I), а для  $H_2(\Omega)$ , выполняя преобразование Фурье над  $H_2(t)$ , получаем выражение

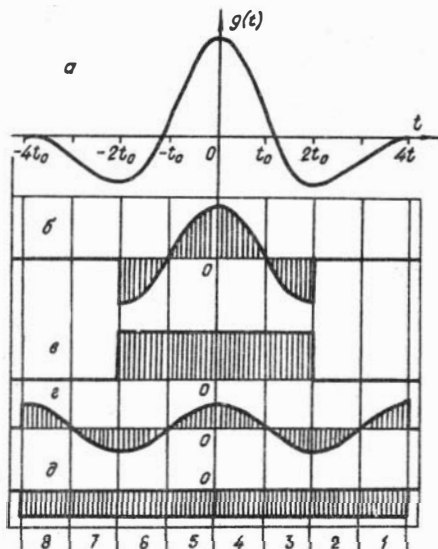


Рис. I4. Разложение импульсной реакции полосового фильтра на составляющие

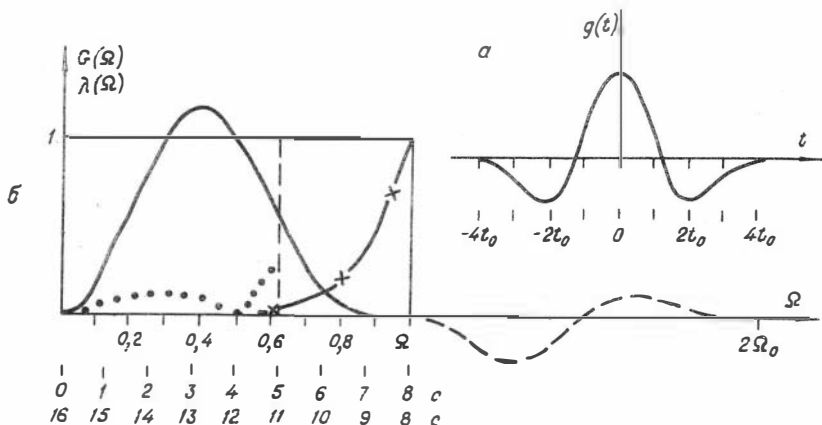


Рис.15. Импульсная (а) и частотная (б) характеристики полосового фильтра, построенного на основе функции Ханна при  $\lambda = 1$

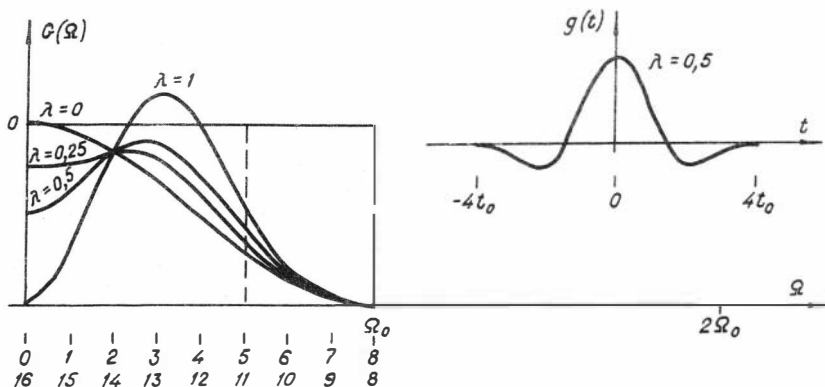


Рис.16. Семейство частотных характеристик полосового фильтра, построенного на основе функции Ханна, в зависимости от  $\lambda$

$$H_2(\Omega) = -\frac{1}{16\pi} \cdot \frac{\sin 4\pi \frac{\Omega}{\Omega_0}}{\frac{\Omega}{\Omega_0} \left[ \frac{1}{4} - \left( \frac{\Omega}{\Omega_0} \right)^2 \right]} \quad (55)$$

На рис.15 изображена частотная характеристика такого полосового фильтра, определённого формулами (51,54,55) при  $\gamma = 1$ . Из него

видно, что фильтр обладает выгодной формой: полностью подавляет нулевую частоту, затем примерно пропорционально нарастанию времени пробега открывает сейсмический канал, достигая наивысшего коэффициента передачи для волн в интервале 2+4,5 с, т.е. для наиболее интересного сейсморазведочного диапазона, и далее срезает верхние частоты с затуханием, пропорциональным кубу частоты.

В тех случаях, когда всё же требуется восстанавливать самые малые времена пробега волн, достаточно придать параметру значение, отличное от 1. Семейство частотных характеристик при различных  $\gamma$  изображено на рис.16. Из него видно, что изменяя  $\gamma$ , можно в широких пределах менять крутизну начального участка характеристик. Затухание  $\lambda(\omega)$  от  $\gamma$  не зависит, оставаясь таким же, как и в случае ФНЧ.

Таким образом, приведённые данные свидетельствуют о высоких технических характеристиках, универсальности и простоте перестройки такого фильтра.

### 3. Функциональная структура нуль-фазовых цифровых фильтров с конечной памятью

Универсальным способом цифровой фильтрации с конечной памятью является так называемый трансверсальный [1]. Он состоит в том, что дискретизированный фильтруемый сигнал пропускают через цифровую линию задержки – сдвиговый регистр, число каскадов которого равно числу  $N$  дискретных отсчётов импульсной реакции желаемого фильтра, взятых с интервалом дискретизации входного сигнала. После каждого такта сдвига весь массив дискретных отсчётов, находящийся в данный момент в линии задержки, умножается поэлементно на такой же длины массив чисел, представляющих импульсную реакцию фильтра, и произведения суммируются. Таким образом, выходной сигнал представляется дискретной последовательностью – аналогом интеграла свёртки:

$$y_j = \sum_{i=1}^N g_i x_{j-i} = \sum_{v=j-N}^j g_{j-v} x_v. \quad (56)$$

Недостаток этого способа заключается в громоздкости его реализации: оперативная память должна содержать  $N$  запоминающих ячеек,

причём чем значительнее различаются полосы частот входного  $x$  и выходного  $y$  сигналов, тем больше число  $N$ .

Предлагаемый способ цифровой фильтрации основан на использовании двух обстоятельств: во-первых, частота  $\Omega_g$  выходных отсчётов при низкочастотной фильтрации может быть сделана значительно меньшей, чем частота  $\omega_g$  входных отсчётов, в результате чего вместо (56) вычисляется более редкая последовательность

$$y_p = \sum_{i=1}^N g_i x_p \frac{\omega_g}{\Omega_g} - i \quad (57)$$

и, во-вторых, импульсная реакция  $g(t)$  фильтра выбирается в классе таких, которые могут быть расчленены на небольшое число  $n$  подынтервалов, внутри каждого из которых  $g(t)$  имеет одно и то же аналитическое представление  $q(t)$ , справедливое на интервале  $t_0$ :

$$g(t) = \sum_{\nu=1}^n b_{\nu} q(t - \nu t_0), \quad (58)$$

где  $b_{\nu}$  - коэффициенты квазипериодического представления  $g(t)$  через  $q(t)$ . (Примеры таких функций рассмотрены выше). Способ фильтрации отличается от трансверсального [I] тем, что сначала вычисляют частные суммы  $S_k$  по элементарным подынтервалам

$$S_k = \sum_{i=k \frac{N}{n}}^{(k+1) \frac{N}{n}} q_i x_i \quad (59)$$

и, сохраняя в памяти  $n$  последних сумм, складывают их с весами  $b_{p-k}$ :

$$y_p = \sum_{k=1}^n b_{p-k} S_k. \quad (60)$$

Для реализации этого способа требуется уже не  $N$ , а  $n$  ячеек памяти, причём  $n \ll N$ . Рассмотрим функциональные схемы некоторых из проанализированных выше фильтров.

Фильтр низкой частоты с квазипрямоугольной частотной характеристикой (трёхлепестковая аппроксимация). Частотная характеристика и импульсная реакция такого ФНЧ изображена на рис.7 и II. Функциональная схема представлена на рис.17. Она содержит генераторы огибающих  $\cos \Omega_0 t$ ,  $\cos \frac{\Omega_0}{2} t$  и  $\sin \frac{\Omega_0}{2} t$ , в качестве ко-

торых могут использоваться ППЗУ, перемножители  $\Pi_1, \Pi_2, \Pi_3$ , накапливающие сумматоры  $\Sigma_1, \Sigma_2, \Sigma_3$ , с помощью которых производится вычисление частных сумм, 8-каскадный регистр задержки  $d_1 \div d_8$ , выполняющий функцию хранения и сдвига боковых лепестков, 5-каскадный регистр  $c_1 \div c_5$  главного лепестка, блок амплитудных коэффициентов  $k_{-3}, \dots, k_3$  и оконечный сумматор  $\Sigma_4$ . Вычисление интеграла свёртки в данной схеме производится путём параллельного выполнения трёх операций.

1. Усреднение входной последовательности по интервалу  $t_0$  с весом  $\cos \Omega_0 t$  с последующим хранением 8 последних сумм.

2. Усреднение входной последовательности по интервалу  $2t_0$  с весом  $\sin \frac{\Omega_0 t}{2}$ , с хранением 5 последних сумм.

3. Суммирование 7 ранее полученных сумм (согласно схеме на рис. I7).

Работает функциональная схема (рис. I7) следующим образом. Входная последовательность  $x_i$  с частотой  $\omega_g$  поступает на перемножители  $\Pi_1, \Pi_2, \Pi_3$ , где умножается на 3 огибающие, вырабатываемые генератором огибающих. Перемноженные значения суммируются в накапливающих сумматорах  $\Sigma_1, \Sigma_2, \Sigma_3$ , и полученные суммы периодически отсылаются в регистры задержки  $c$  и  $d$ , после чего сумматоры сбрасываются и начинают новый цикл накопления. Частота опроса и сброса сумматора  $\Sigma_1$  равна частоте дискретизации выходного процесса  $2\Omega_0$  и, следовательно, на 1-2 порядка ниже частоты дискретизации входного процесса  $\omega_g$ . Опрос каждого из сумматоров  $\Sigma_2$  и  $\Sigma_3$  производится с частотой  $\Omega_0 = \omega_g/2$ , т.е. в 2 раза реже, чем  $\Sigma_1$ , но поочередно, так, что после совмещения по ИЛИ на одну шину выходных кодов  $\Sigma_1$  и  $\Sigma_2$  их частота также становится равной  $2\Omega_0$ , и регистры  $c$  и  $d$  работают в одном темпе с частотой сдвигов  $2\Omega_0$ . После каждого цикла накопления и сдвига в регистрах  $c$  и  $d$  производится умножение чисел из регистра  $d$  на постоянные коэффициенты  $k_k$  согласно схеме и суммирование лепестков в сумматоре  $\Sigma_4$ . Как видно из функциональной схемы, для этого требуется произвести 6 умножений и 7 сложений (на каждый выходной отсчёт).

Выигрыш по сравнению с прямым вычислением интеграла свёртки составляет по объёму запоминающих ячеек около 200 раз, по общему числу арифметических операций – более 10 раз.



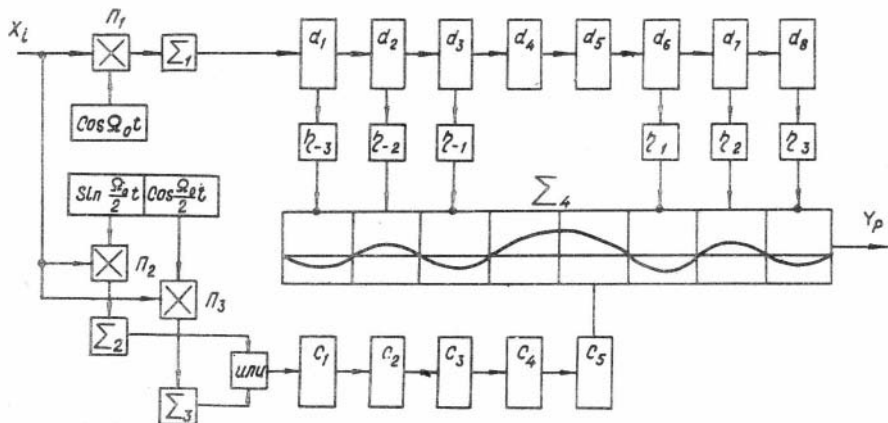


Рис.17. Функциональная схема цифрового ФНЧ с квазипрямоугольной частотной характеристикой (трёхлепестковая аппроксимация)

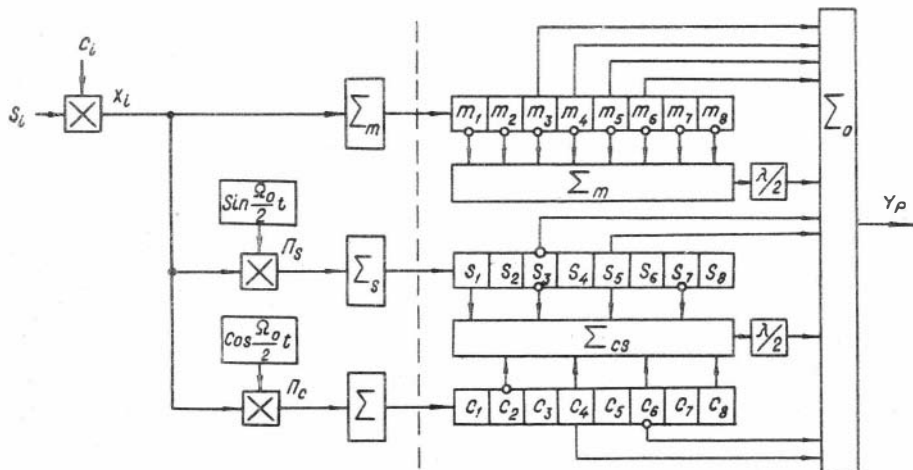


Рис.18. Функциональная схема фильтра, построенного на основе функций Ханна

Полосовой фильтр с импульсной реакцией в виде функции Ханна.

Рассмотрим алгоритм реализации такого фильтра. Импульсная переходная функция (рис. I4a) расчленяется на 8 интервалов  $t_o$ , внутри каждого из которых она может быть представлена суперпозицией 4 простых весовых функций (четверть периода синуса или косинуса и 2 функции постоянного веса).

Предположим, что вычисление свёртки входной последовательности  $x_i$  с данной функцией производится независимо по каждому из 8 интервалов, после чего эти частные интегралы суммируются. Обозначим результат интегрирования с постоянным единичным внутри интервала  $t_o$  индексом  $m_k$ , где  $k$  - номер интервала в обратном времени

$$m_k = \sum_i x_i \quad \text{по всем } i \text{ внутри } t_o. \quad (61)$$

Интегрирование (суммирование)  $x_i$  по интервалу  $t_o$  с весом  $\sin \frac{\Omega_o}{2} t$  обозначим через  $S_k$

$$S_k = \sum_i x_i \sin \frac{\Omega_o}{2} t, \quad (62)$$

с весом  $\cos \frac{\Omega_o}{2} t$  - через  $C_k$

$$C_k = \sum_i x_i \cos \frac{\Omega_o}{2} t. \quad (63)$$

Чтобы получить общий интеграл свёртки, просуммируем частные суммы, начиная с более ранних, т.е. с 8 интервала по каждой из 4, показанных на рис. I4 весовых функций

$$y_p = -\frac{\delta}{2} [m_8 + m_7 + \dots + m_1] + \frac{\delta}{2} [c_8 - S_7 - C_6 + S_5 + C_4 - S_3 - C_2 + S_1] + \\ + m_6 + m_5 + m_4 + m_3 - C_6 + S_5 + C_4 - S_2. \quad (64)$$

функциональная схема фильтра представлена на рис. I8. Она состоит из двух генераторов огибающих  $\sin \frac{\Omega_o}{2} t$  и  $\cos \frac{\Omega_o}{2} t$  перемножителей  $\Pi_s$  и  $\Pi_c$ , накапливающих сумматоров  $\sum_m, \sum_s, \sum_c$ , трёх 8-каскадных сдвиговых регистров  $m, s$  и  $c$ , сумматоров промежуточных значений  $\sum_m$  и  $\sum_{cs}$ , умножителей на коэффициент  $\delta/2$  и оконечного сумматора  $\sum_o$ . Инверсия знака чисел, содержащихся в регистрах, обозначена 0.

Схему можно разделить на высокочастотную (слева от пунктирной линии) и низкочастотную (справа). Высокочастотная часть, осуществляющая взвешенное усреднение, работает в темпе поступления

входных отсчётов, т.е. с частотой  $\omega_g$ , результаты суммирований по  $m$ ,  $S$  и  $C$  снимаются с низкой частотой  $\Omega_g$  и вводятся в сдвиговые регистры. На каждом интервале  $t_0$  регистры опрашиваются только один раз, и их содержимое суммируется в соответствии с (64). Для реализации такого фильтра требуется ОЗУ на 27 слов, тогда как для трансверсальной реализации их потребовалось бы 1600. Резко снижаются также и требования к быстродействию.

Мы привели функциональные схемы наиболее сложных из рассмотренных выше фильтров. Остальные реализуются как частные случаи этих схем.

## Выводы

1. Фильтрация при получении частотных сейсмограмм позволяет вводить в импульсную сейсмограмму дополнительную заранее известную огибающую, сжимающую динамический диапазон, уменьшающую влияние хвостовых помех и предотвращающую появление помех наложения, связанных с дискретизацией частотных сейсмограмм.

2. Цифровая фильтрация с применением фильтров с конечной памятью позволяет полностью устранить появление фазовых искажений, зависящих от времени пробега волны.

3. Проанализированы характеристики ряда достаточно простых нуль-фазовых цифровых фильтров, применение которых целесообразно в аппаратуре для частотного метода ВСЗ.

4. Предложен метод синтеза таких фильтров, позволяющий получать весьма экономичные структуры, обладающие высококачественными с точки зрения требований частотного метода характеристиками.

## Литература

1. Рабинер Л., Голд Б. Теория и применение цифровой обработки сигналов. М.: Мир, 1978, с.37,59.
2. Чичинин И.С., Юшин В.И. Преобразования сигналов в вибрационной сейсморазведке. - В кн.: Измерительная аппаратура для разведочной геофизики. Новосибирск, 1973, с.3-20.

3. Юшин В.И. Анализ дискретной структуры систем аппаратурного синтеза и преобразования сигналов в частотном методе вибрационной сейсморазведки. - В кн.: Вибрационная сейсморазведка на продольных и поперечных волнах. Новосибирск, 1975, с.37-49.
4. Юшин В.И. О фильтрующей функции в частотном методе вибрационной сейсморазведки. - В кн.: Измерительная аппаратура для разведочной геофизики. Новосибирск, 1973, с.21-30.

Е.В.Рабинович

### СИСТЕМЫ ДИСКРЕТНЫХ ЧАСТОТНЫХ ВИБРОСЕЙСМИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ

Нами ранее были даны постановка задачи и критерии систем вибросейсмических сигналов, пригодных для геофизических исследований [1].

Напомним критерии, выбранные для оценки качества систем вибросейсмических сигналов.

Если обозначить функцию автокорреляции  $i$ -го сигнала системы  $R_{ii}(\tau)$ , то при  $\tau \geq T_g$ , где  $T_g$  - эффективная длительность полезных волн, условие

$$|R_{ii}(\tau)|/R_{ii}(0) \leq \varepsilon, \quad \varepsilon \ll 1 \quad (1)$$

означает требование компактности функции  $R_{ii}(\tau)$ . Это требование эквивалентно требованию широкополосности спектра мощности сигнала  $|B(\omega)|^2$ . Кроме того, в пределах времени  $T_g$ , более чем желательно иметь минимальные боковые лепестки функции автокорреляции.

Для функции взаимной корреляции  $R_{ji}(\tau)$  любых двух сигналов системы  $b_j(t)$  и  $b_i(t)$  должно выполняться требование

$$|R_{ji}(\tau)|/R_{ii}(0) \leq \xi, \quad \xi \ll 1, \quad (2)$$

для всех  $\tau$  и  $j \neq i$ . Чем сильнее это неравенство, тем лучше различение сигналов  $b_i(t)$  и  $b_j(t)$  может быть достигнуто.

Третьим критерием выбора системы сигналов является максимальное использование полезной энергии вибратора.

В статье [1] были указаны приемлемые системы сигналов, дана их сравнительная характеристика и сделан вывод о том, что система дискретных частотных сигналов (ДЧС) является одной из наилучших.

Комплексная огибающая дискретного частотного сигнала определяется следующим образом:

$$b_j(t) = \sum_{m=0}^{M-1} a_j(m) \phi(t - m\Delta t) \exp i \delta_j(m) \Delta \omega t, \quad (3)$$

где  $m$  - число элементов в сигнале;  $a_j(m)$  - комплексная амплитуда элемента сигнала;  $\phi(t)$  - функция, определяющая форму элемента сигнала;  $\Delta t$  и  $\Delta \omega$  - сдвиги соответственно по времени и частоте элементов сигнала относительно друг друга;  $\delta_j(m)$  - целочисленная функция индекса  $j$  и  $m$ .

В общем случае ДЧ-сигналы могут отличаться друг от друга амплитудами  $|a_j(m)|$ , фазами, формами  $\phi(t)$ , сдвигами частот, определяемыми  $\delta_j(m)$ . Каждый из приведённых параметров определяется своей матрицей-строкой, которая называется кодовой последовательностью.

В данной работе рассматриваются ДЧ-сигналы, элементы которых имеют одинаковую форму линейно-частотно-модулированного сигнала (свипа), т.е.  $\phi(t) = \phi_j(t) = \exp i \beta t^2$ , где  $\beta$  - скорость изменения частоты сигнала.

ДЧ-сигналы обладают частотно-временной дуальностью, выражается она в том, что сигнал может состояться из элементов последовательно по времени или по частоте. Во втором случае целочисленная функция  $\delta_j(m)$  будет определять сдвиг элементов по времени, а  $m$  - это номер элемента по частоте. Таким образом, если  $\delta_j(m)$  определяет сдвиг элемента сигнала по частоте, то  $\delta_j(m)$  является символом частотной кодовой последовательности (ЧКП), если  $\delta_j(m)$  определяет сдвиг по времени, то  $\delta_j(m)$  - символ временной кодовой последовательности (ВКП).

Запись комплексной огибающей ДЧ-сигнала с ВКП имеет вид:

$$b_j(t) = \sum_{m=0}^{M-1} a_j(m) \cdot \phi[t - \delta_j(m) \Delta t] \exp i m \Delta \omega t \quad (4)$$

Комплексная амплитуда элемента сигнала  $a_j(m) = |a_j(m)| \cdot \exp[i\Omega_j(m)]$  определяет амплитудную и (или) фазовую манипуля-

цию сигнала. Одним из наиболее распространённых и простых способов манипуляции по фазе является бинарная манипуляция, при которой  $\Omega_j(m)$  принимает два значения  $\mathcal{T}$  и  $-\mathcal{T}$ . Фазовая манипуляция ДЧ-сигналов позволяет улучшать их корреляционные свойства.

Взаимно-корреляционная функция (ВКФ) ДЧ-сигналов с ЧКП определяется [2] следующим образом:

$$R_{ij}(\tau) = \frac{1}{M} \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{M-1} a_i(m) a_j^*(n) R_{\phi} \{ \tau + (n-m)\Delta t, [\chi_i(m) - \chi_j(n)] \Delta \omega \}, \quad (5)$$

а ВКФ ДЧ-сигнала с ВКП

$$R_{ij}(\tau) = \frac{1}{M} \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{M-1} a_i(m) a_j^*(n) R_{\phi} \{ \tau + [\chi_j(n) - \chi_i(m)] \Delta t, (m-n) \Delta \omega \}. \quad (6)$$

В этих выражениях значок \* означает комплексную сопряжённость, а  $R_{\phi}$  - это функция неопределённости форм, она определяется [2] так:

$$R_{\phi}(\tau, \omega) = \frac{1}{2E_{\phi}} \int_{-\infty}^{\infty} \phi(t) \cdot \phi(t-\tau) \exp(i\omega t) dt, \quad (7)$$

где  $E_{\phi}$  - энергия элемента, имеющего форму  $\phi(t)$ .

Анализ ВКФ (5) и (6) существенно упрощается, если использовать условие ортогональности элементов, которое сводится к тому, что различные элементы не перекрываются во времени, а их спектры не перекрываются по частоте. Отметим, что такие условия не могут выполняться одновременно, так как спектр функции, ограниченной по длительности, имеет неограниченную ширину. Но для простоты анализа считается, что условия ортогональности имеют место.

В [2] показано, что существуют системы ДЧ-сигналов, которые обеспечивают в дискретных точках максимальный уровень ВКФ

$|R_{ij}(\alpha)| = \frac{1}{M}$ , а число сигналов в данных системах равно  $M$ . Для этих систем были найдены кодовые последовательности [2], обеспечивающие оптимальность (в смысле минимизации ВКФ) систем. Наиболее подходящие для наших исследований кодовые последовательности определяются следующим образом:

$$\chi_j(m) \equiv C_0 a^{j+m} \pmod{M+1}, \quad (8)$$

где  $C_0 = 1 \div M$ ;  $j, m = 0 \div M-1$ ;  $a$  - первообразный корень по модулю простого числа  $M+1$

$$\gamma_j(m) \equiv jm^2 + C_0 \pmod{M}, \quad (9)$$

где  $C_0$ ,  $m=0 \div M-1$ ,  $j=1 \div M-1$ , а  $\tau$  - взаимно-простое число с  $M-1$ , т.е.  $(\tau, M-1)=1$ ;  $M$  - простое число.

Первая из последовательностей может служить в качестве ВКП, объём системы, образованной этой последовательностью, равен  $M$ , вторая может служить в качестве ВКП и ЧКП, объём системы в данном случае равен  $M-1$ . Максимум ВКФ для обеих систем равен  $1/M$ .

Обратимся к формулам (5), (6), (7). Для нашего случая форма элемента сигнала  $\phi(t) = \exp i\beta t^2$ , и функция неопределённости формы элемента принимает вид

$$R_\phi(\tau, \Omega) = \frac{1}{2\Delta t} \int_{-\infty}^{\infty} \exp i\beta t^2 \cdot \exp -i\beta(t-\tau)^2 \exp i\Omega t dt =$$

$$= \begin{cases} \frac{1}{2\Delta t} \int_0^{\Delta t + \tau} \exp i\beta t^2 \exp -i\beta(t-\tau)^2 \exp i\Omega t dt, & -\Delta t \leq \tau \leq 0, \\ \frac{1}{2\Delta t} \int_0^{\Delta t - \tau} \exp i\beta t^2 \exp -i\beta(t-\tau)^2 \exp i\Omega t dt, & 0 \leq \tau \leq \Delta t, \\ 0 & , |\tau| > \Delta t \end{cases} \quad (10)$$

Вычислив интегралы, получим:

$$R_\phi(\tau, \Omega) = \begin{cases} \frac{\sin(2\beta\tau + \Omega)(\Delta t + \tau)}{(2\beta\tau + \Omega)\Delta t} \cos \frac{2\beta\tau\Delta t + \Delta t\Omega + \Omega\tau}{2}, & -\Delta t \leq \tau \leq 0 \\ \frac{\sin(2\beta\tau + \Omega)(\Delta t - \tau)}{(2\beta\tau + \Omega)\Delta t} \cos \frac{2\beta\tau\Delta t + \Delta t\Omega + \Omega\tau}{2}, & 0 \leq \tau \leq \Delta t \\ 0 & , |\tau| > \Delta t. \end{cases} \quad (11)$$

Представим  $\tau$  и  $\Omega$  в виде:  $\tau = \alpha \Delta t$ ,  $\Omega = \lambda \Delta \omega$ . Скорость нарастания частоты свипа  $\beta$  можно представить в виде  $\beta = \frac{\Delta \omega}{\Delta t} = \frac{2\pi \Delta f}{\Delta t}$ , где  $\Delta f$  - сдвиг линейной частоты (Гц). Подставляя эти выражения в (11), получаем:

$$R_\phi(\alpha, \lambda) = \begin{cases} \frac{\sin 2\pi \Delta f \Delta t (2\alpha + \lambda)(1 + \alpha)}{2\pi \Delta f \Delta t (2\alpha + \lambda)} \cos \pi \Delta f \Delta t (2\alpha + \alpha\lambda + \lambda), & -1 \leq \alpha \leq 0 \\ \frac{\sin 2\pi \Delta f \Delta t (2\alpha + \lambda)(1 - \alpha)}{2\pi \Delta f \Delta t (2\alpha + \lambda)} \cos \pi \Delta f \Delta t (2\alpha + \alpha\lambda + \lambda), & 0 \leq \alpha \leq 1 \\ 0 & , (\alpha) > 1 \end{cases} \quad (12)$$

Теперь (I2) подставим в (5) и (6), получим:

$$R_{i,j}(\delta) = \frac{1}{M} \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{M-1} a_i(m) a_j^*(n) R_{\phi} \{ \delta + n - m, \gamma_i(m) - \gamma_j(n) \}, \quad (I3)$$

$$R_{i,j}(\delta) = \frac{1}{M} \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{M-1} a_i(m) a_j^*(n) R_{\phi} [ \delta + \gamma_j(m) - \gamma_i(m), m - n ]. \quad (I4)$$

В выражениях (I3) и (I4)  $\delta$  изменяется от  $-M$  до  $M$ , т.е. сдвиг производится по всей длительности сигнала;  $m, n, \gamma_i(m), \gamma_j(n)$  изменяются от 0 до  $M-1$ .

Рассмотрим любую из правых частей выражения (I2). Очевидно, что  $\cos \pi \Delta f \Delta t (\lambda \alpha + \lambda \alpha + \lambda)$  имеет максимальное значение, равное единице. Первый множитель представляет собой выражение типа  $\frac{\sin x (1-x)}{x}$ , которое имеет максимум, равный единице при  $x = 0$ . Таким образом, правая часть выражения (I2) принимает максимальное значение, равное 1, при равенстве нулю знаменателя первого множителя и значении  $\cos \pi \Delta f \Delta t (\lambda \alpha + \lambda + \lambda \alpha)$ , равном 1. Эти условия эквивалентны системам уравнений:

$$\begin{cases} \lambda = 0 \\ \alpha = 0 \end{cases} \quad (I5)$$

$$\begin{cases} \alpha = \frac{\lambda}{2} \\ -\frac{\lambda}{2} \lambda^2 = \kappa \end{cases}, \quad (I6)$$

где  $\kappa = 0, \pm 1$ . При  $\kappa = 0$  системы вырождаются в одну систему (I5). При  $\kappa = 1$  решений системы (I6) нет. При  $\kappa = -1$  решений системы (I6) в целых числах (так как  $\lambda$  - целое) не существует. Таким образом, правая часть выражения (I2) имеет один максимум при  $\lambda = 0$  и  $\alpha = 0$ . В таком случае, все выкладки из [2] применимы для нашего выражения.

В итоге мы получаем систему широкополосных сигналов, имеющих максимальный уровень ВКФ в дискретных точках, равный  $1/M$ , где  $M(M-1)$  - число сигналов в системе, и хороший пик-фактор, т.е. степень использования энергии излучателя.

До сих пор мы предполагали, что  $a_j(n) = a_i(m) = 1$ . Но если комплексные амплитуды элементов сигнала подвергнуть бинарной манипуляции, то вместе с использованием свойств дополняющих последовательностей (впервые исследованных Голеем) можно получить очень интересные результаты.



Замечательное свойство дополняющих последовательностей заключается в том, что сумма их автокорреляционных функций равна удвоенному значению АКФ любой из этих функций при нулевом сдвиге и нулю-при всех остальных сдвигах.

В геофизических приложениях подавление боковых лепестков АКФ зондирующего сигнала имеет первостепенное значение. А использование сигналов, построенных по закону дополнительных последовательностей, даёт возможность аппаратно подавить боковые лепестки АКФ при обработке результатов зондирования.

Таким образом, каждый сигнал из полученной нами системы сигналов можно использовать в качестве зондирующего для любых геофизических исследований. Для этого достаточно фазы элементов сигнала промодулировать по закону сначала одной, а потом второй из дополняющих последовательностей. Полученные таким способом два сигнала излучать поочередно и складывать автокорреляционные функции, зарегистрированные на приёмном конце сигналов.

Ещё лучшими свойствами обладают четвертичные  $E$ -коды (Велти). Сигналы, построенные на основе  $E$ -кодов, представляют из себя пару четвертичных сигналов, сумма АКФ которых имеет свойство, аналогичное свойству вышеупомянутой суммы АКФ дополняющих последовательностей. Преимущество  $E$ -кодов заключается в том, что основной максимум АКФ четвертичных сигналов значительно более узок, чем у двоичных сигналов.

Сигналы нашей системы также могут быть использованы в качестве четвертичных зондирующих сигналов. Для этого достаточно по закону  $E$ -кодов промодулировать элементы сигнала, которые можно представить в виде бинарно-фазовых манипулированных свипов, имеющих либо растущую, либо падающую частоту. Положительная скорость изменения частоты свипа  $\beta$  даёт растущую частоту, а отрицательная - падающую.

#### Литература

1. Рабинович Е.В. Системы вибросейсмических зондирующих сигналов. - В кн.: Проблемы вибросейсмических методов исследований. Новосибирск, 1979, с.73-83.

Г.П.Евчатов

ИСКАЖЕНИЯ СИГНАЛОВ НА ВИБРАЦИОННЫХ СЕЙСМОГРАММАХ  
ПРИ НЕПЕРИОДИЧЕСКИХ ОТКЛОНЕНИЯХ ФАЗЫ КОЛЕБАНИЙ  
ВИБРАТОРА ОТ ЗАДАННОЙ ПРОГРАММЫ

Исследованию помех, связанных с погрешностями следования сейсмического вибратора заданной программе, посвящена статья [2], в которой показано, что если фаза или амплитуда излучаемого вибратором сигнала периодически отклоняется от заданной программы, то каждый отдельный сигнал (отражение) импульсной вибрационной сейсмограммы (подобной взрывной) будет сопровождаться последовательностью ложных эхо-сигналов. По кинематическим свойствам эти ложные сигналы схожи с кратными волнами и имеют весьма большие амплитуды даже при незначительных фазовых или амплитудных погрешностях. Так, например, при гармоническом фазовом рассогласовании всего лишь на  $1-2^{\circ}$  амплитуда ложного сигнала составляет не менее 10% от порождающего его истинного сигнала, что может создать весьма большие трудности для выделения на вибрационных сейсмограммах (или разрезах) слабых отражений на фоне "хвостов" более сильных. Кроме указанных, на практике могут также иметь место непериодические отклонения фазы колебаний вибратора от заданной программы. Исследование характера искажений отдельных сигналов на вибрационных сейсмограммах при такого рода отклонениях и посвящена настоящая статья.

Итак, пусть вместо

$$b(t) = b_0 \sin \omega t, \quad t_H \leq t \leq t_B \quad (1)$$

вибратор возбуждает колебание

$$b_p(t) = b_0 \sin[\alpha t^2 + \psi(t)], \quad (2)$$

где  $t_h$ ,  $t_b$  - соответственно моменты включения и выключения вибратора;  $b_0$  - амплитуда возбуждаемых колебаний;  $2\alpha$  - скорость развёртки частоты программного сигнала (I);  $\psi(t)$  - функция расогласования, имеющая монотонную первую производную и удовлетворяющая условию

$$\psi(t) \approx \psi(t-\theta), \quad 0 \leq \theta \leq T_h; \quad (3)$$

$T_h$  - длительность реакции геологической среды  $h(t)$  на воздействие типа  $\delta$ -функции.

При этом в пункте приёма будет наблюдаться процесс [3]

$$s(t) = \int_0^{T_h} h(\theta) b_p(t-\theta) d\theta = b_0 \int_0^{T_h} h(\theta) \sin[\alpha(t-\theta)^2 + \psi(t)] d\theta. \quad (4)$$

Для определённости будем считать, что восстановление импульсной вибрационной сейсмограммы  $K(t_m)$  осуществляется частотным вибросейсмическим методом [4], путём выполнения операций

$$A(\omega) = \overline{b(t)s(t)} \approx \frac{b_0}{2} \int_0^{T_h} h(\theta) \cos[\omega\theta - \alpha\theta^2 - \varphi(\omega)] d\theta, \quad (5)$$

$$\omega_H \leq \omega = 2\alpha t \leq \omega_B,$$

$$K(t_m) = \int_{\omega_H}^{\omega_B} A(\omega) \cos(\omega t_m - \alpha t_m^2) d\omega, \quad (6)$$

где  $2\alpha t$  - мгновенная круговая частота программного сигнала (I);  $\omega_H, \omega_B$  - соответственно верхняя и нижняя частоты возбуждаемых колебаний

$$\varphi(\omega) = \varphi(2\alpha t) = \psi(t) \quad (7)$$

Черта сверху в формуле (5) означает текущее осреднение (низкочастотную фильтрацию).

Преобразуем формулу (6) к более удобному для дальнейшего анализа виду. Для этого подставим в неё вместо  $A(\omega)$  соответствующее значение (5) и поменяем порядок интегрирования. В результате получим

$$K(t_m) = \frac{b_0^2}{2} \int_0^{T_h} h(\theta) \int_{\omega_H}^{\omega_B} \cos(\omega t_m - \alpha t_m^2) \cos[\omega\theta - \alpha\theta^2 - \varphi(\omega)] d\omega d\theta. \quad (8)$$

Выражая далее произведение косинусов через косинусы разности и суммы аргументов и пренебрегая в виду малости интегралом, содер-

жкими членами с суммарными аргументами, будем иметь

$$K(t_m) = \sum_{k=c}^N h_k \zeta(t_m - \theta_k), \quad (9)$$

где

$$\zeta(t_m - \theta_k) = \frac{b_0}{4} \frac{\omega_g}{\omega_H} \int \cos[\omega(t_m - \theta_k) - \alpha(t_m^2 - \theta_k^2) + \varphi(\omega)] d\omega, \quad (10)$$

$$\theta_k = k \Delta t, \quad \Delta t = T_H / N, \quad h_k = h(\theta_k) \Delta t.$$

Из формулы (9) видно, что каждая ордината  $h_k$  импульсной реакции геологической среды  $h(t)$  на соответствующей импульсной вибрационной сейсмограмме  $K(t_m)$  преобразуется в функцию  $\zeta(t_m - \theta_k) \cdot h_k$ . Поэтому, практически не теряя общности, можно ограничиться рассмотрением случая, когда реакция среды  $h(t)$  состоит всего лишь из одного короткого однополярного импульса площадью  $h_k$  и расположенного на времени  $\theta_k$  (см. рис. 1а). С учётом сказанного, запишем формулу (9) в виде

$$K(t_m) = h_k \zeta(t_m - \theta_k) \quad (11)$$

и перейдём непосредственно к исследованию  $K(t_m)$  при различных функциях рассогласования  $\varphi(\omega)$ .

Рассмотрим четыре случая.

I. Пусть функция рассогласования равна постоянной

$$\varphi(\omega) = \varphi_0, \quad \omega_H \leq \omega \leq \omega_g. \quad (12)$$

Подставляя в формулу (10) вместо  $\varphi(\omega)$  её значение (12) и производя достаточно простые преобразования, представим формулу (11) в виде

$$K(t_m) = \frac{b_0^2 \Delta \omega}{4} h_k \frac{\sin \Delta \omega (t_m - \theta_k)}{\Delta \omega (t_m - \theta_k)} \cos[\omega_c (t_m - \theta_k) - \alpha(t_m^2 - \theta_k^2) + \varphi_0], \quad (13)$$

где

$$\Delta \omega = \frac{\omega_g - \omega_H}{2}, \quad \omega_c = \frac{\omega_g + \omega_H}{2}. \quad (14)$$

Условие  $\varphi_0 = 0$ , очевидно, соответствует точной отработке вибратором заданной программы (I). При этом, как видно из формулы (13) и рис. 1б, импульсная вибрационная сейсмограмма  $K(t_m)$  представляет собой симметричный импульс с максимальным значением, пропорциональным  $h_k$  и находящемся на времени  $t_{m=k} = \theta_k$ . Этот факт весьма важен в вибросейсмических методах, поскольку он сви-

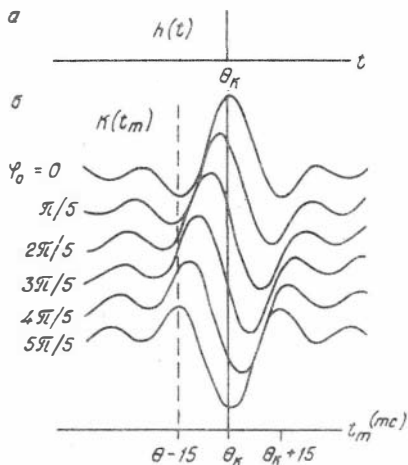


Рис. 1. Вид импульсной и вибрационной синтетических сейсмограмм при отклонении фазы колебаний вибратора от заданной программы на постоянный угол  $\varphi_0$

определяется только величиной  $\varphi_0$  и не зависит от конкретного значения  $\theta_k$ . Отсюда следует, что все без исключения одиночные сигналы на импульсной вибрационной сейсмограмме будут смещены относительно их истинного положения на временной оси на одно и то же время  $\Delta t_m$ .

Приближённо величину этого смещения можно оценить, исходя из следующих соображений.

При условии (I4) функция

$$\frac{\sin \Delta \omega (t_m - \theta_k)}{\Delta \omega (t_m - \theta_k)}$$

вблизи главного максимума является более гладкой по сравнению с  $\cos[\omega_c(t_m - \theta_k) - \alpha(t_m^2 - \theta_k^2) + \varphi_0]$ . Так, например, при  $\omega_c = 2\pi 50$  Гц и  $\omega_n = 2\pi 10$  Гц, первая из них имеет ближайшее нулевое значение при  $t_m - \theta_k = 25$  мс, а вторая - при  $t_m - \theta_k = 8$  мс. Следовательно, вблизи  $t_m = \theta_k$  функция  $k(t_m)$  будет максимальной при максимальном значении косинуса, т.е. при условии

детельствует о том, что на импульсной вибрационной сейсмограмме сохраняются истинные соотношения амплитуд отдельных сигналов, и, следовательно, время пробега волны может определяться точно так же, как и в случае применения импульсных источников типа взрыва. В частности, для данной модели импульсной реакции среды время прихода сигнала должно определяться по местоположению максимального значения сейсмограммы  $k(t_m)$ . При  $\varphi_0 \rightarrow \pi$ , как видно из рис. 1б, форма импульса резко меняется и максимальное значение начинает смещаться по оси времени, причём величина этого смещения опре-

$$\omega_c(t_m - \theta_k) - \alpha(t_m^2 - \theta_k^2) + \varphi_0 = 0. \quad (15)$$

Отсюда, отбрасывая пренебрежимо малый член  $\alpha(t_m^2 - \theta_k^2)$ , находим

$$\Delta t_m = t_m - \theta_k = -\varphi_0 / \omega_c. \quad (16)$$

Таким образом, видим, что максимальное значение сигнала на импульсной вибрационной сейсмограмме смещается на время, пропорциональное углу рассогласования  $\varphi_0$  и обратно пропорциональное средней частоте возбуждаемых колебаний. Так, например, при  $\omega_c = 2\pi 30$  и  $\varphi_0 = \pi$  величина смещения составляет около 16 мс. Для сравнения на рис. 1б представлены графики функции  $K(t_m)$ , вычисленные на ЭВМ по формуле (13) для различных  $\varphi_0$  и  $\omega_H = 2\pi 10$  Гц,  $\omega_B = 2\pi 50$  Гц\*. Как видим, приближенные оценки хорошо согласуются с расчётными данными.

Совершенно ясно, что если в различных сеансах возбуждения  $\varphi_0$  будет носить случайный характер, то, несмотря на четкие оси синфазности на отдельных сейсмограммах, при суммировании по ОГТ будет наблюдаться размыв отражающих границ на временном разрезе.

2. Пусть  $\varphi(\omega)$  представляет собой линейную функцию вида

$$\varphi(\omega) = j_1(\omega) + \varphi_1, \quad \omega_H \leq \omega \leq \omega_B. \quad (17)$$

Подставляя эту формулу с учётом соотношения (10) в выражение (II), получим

$$K(t_m) = h_k \frac{\beta_c^2 \omega_B}{4 \omega_H} \int_{\omega_H}^{\omega_B} \cos[(t_m - \theta_k + j_1)\omega - \alpha(t_m^2 - \theta_k^2) + \varphi_1] d\omega \approx h_k \frac{\beta_c^2 \Delta\omega}{4} \frac{\sin \Delta\omega(t_m - \theta_k + j_1)}{\Delta\omega(t_m - \theta_k + j_1)} \cos[\omega_c(t_m - \theta_k + j_1) - \alpha(t_m^2 - \theta_k^2) + \varphi_1]. \quad (18)$$

Из этой формулы видно, что при  $\varphi_1 = 0$  импульсная вибрационная сейсмограмма  $K(t_m)$  представляет собой симметричный импульс, но смещённый относительно  $\theta_k$  на время  $\Delta t_m$ , равное  $j_1$ . Поскольку величина этого смещения, как видно из формулы (18), инвариантна времени  $\theta_k$ , то, очевидно, все другие отдельные сигналы импульсной вибрационной сейсмограммы также будут смещены на время  $\Delta t_m$ .

Оценим  $\Delta t_m$ . Будем считать, что фаза колебаний вибратора при изменении мгновенной частоты  $\omega$  колебаний вибратора от  $\omega_H$

\* Для получения сравнительных оценок все расчёты на ЭВМ выполнены для указанных значений  $\omega_H$  и  $\omega_B$ .

до  $\omega_g$  "уходит" на угол  $\varphi_M$ , т.е.

$$\varphi(\omega_g) - \varphi(\omega_H) = j_1(\omega_g - \omega_H) = \varphi_M. \quad (19)$$

Отсюда легко находим

$$\Delta t_m = j_1 = \frac{\varphi_M}{\omega_g - \omega_H}. \quad (20)$$

Таким образом, при линейном уходе фазы колебаний вибратора от заданной программы происходит смещение всех элементарных сигналов импульсной вибрационной сейсмограммы относительно сигналов сейсмограммы  $h(t)$  на время, пропорциональное углу рассогласования за сеанс зондирования и обратно пропорционально диапазону частот, обрабатываемому вибратором. Так, например, при  $\omega_c = 40$  Гц и  $\varphi_M = 4\pi$  указанное смещение будет составлять 50 мс.

При  $\varphi_1 \neq 0$ , как видно из формулы (18), кроме смещения сигналов на время  $\Delta t_m$ , будет дополнительно наблюдаться смещение за счёт начального фазового рассогласования. Поскольку, однако, аналогичный вопрос уже рассматривался выше, то здесь на этом останавливаться не будем, а сразу перейдём к рассмотрению следующего случая.

3. Пусть  $\varphi(\omega)$  представляет собой функцию вида

$$\varphi(\omega) = j_2 \omega^2, \quad \omega_H \leq \omega \leq \omega_g. \quad (21)$$

Подставляя это значение в формулу (10) и используя выражение (II), будем иметь

$$K(t_m) = h_k \frac{\omega_g^2}{4} \int_{\omega_H}^{\omega_g} \cos[\omega(t_m - \theta_k) - \alpha(t_m^2 - \theta_k^2) + j_2 \omega^2] d\omega. \quad (22)$$

Интеграл, стоящий в этой формуле, как известно [1], выражается через функции Френеля со сложными аргументами и представляет собой достаточно громоздкое выражение. Поэтому, ограничиваясь получением приближённых оценок, попытаемся подойти к анализу функции (22) с несколько иных позиций.

С учётом принятой модели импульсной реакции среды и формулы (21), выражение (5) можно записать в виде

$$A(\omega) = \frac{\omega_g^2}{2} h_k \cos[\omega \theta_k - \alpha \theta_k^2 + j_2 \omega^2], \quad \omega_H \leq \omega \leq \omega_g. \quad (23)$$

Как следует из этой формулы, функция

$$x(\omega) = \omega \theta_k - \alpha \theta_k^2 + j_2 \omega^2, \quad \omega_H \leq \omega \leq \omega_g$$

имеет монотонную плавную производную

$$x'(\omega) = \theta_k + 2j_2 \omega, \quad \omega_H \leq \omega \leq \omega_g \quad (24)$$

с максимальным значением (при  $j_2 > 0$ )

$$x'_{max}(\omega) = \theta_k + 2j_2 \omega_g \quad (25)$$

и минимальным

$$x'_{min}(\omega) = \theta_k + 2j_2 \omega_n. \quad (26)$$

При этом, как показано в работе [5], основная энергия сигнала  $K(t_m)$ , полученного в результате преобразований (6), (22) будет сосредоточена на временах  $t_m$ , удовлетворяющих условию

$$x'_{min} \leq t_m = \theta_k + 2j_2 \omega \leq x'_{max}(\omega), \quad \omega_n \leq \omega \leq \omega_g \quad (27)$$

Оценим временной интервал

$$\Delta t_m = x'_{max}(\omega) - x'_{min}(\omega), \quad (28)$$

в котором сосредоточена основная энергия сигнала  $K(t_m)$ , предполагая, что при изменении мгновенной частоты программного сигнала (I) от  $\omega_n$  до  $\omega_g$  фаза колебаний вибратора "уходит" по закону (21) на угол  $\varphi_M$ , т.е.

$$\varphi(\omega_g) - \varphi(\omega_n) = j_2(\omega_g^2 - \omega_n^2) = \varphi_M \quad (29)$$

Из формул (25), (26) и (28) следует

$$\Delta t_m = 2j_2(\omega_g - \omega_n) \quad (30)$$

Откуда, используя равенство (14) и (2a), получим

$$\Delta t_m = \frac{\varphi_M}{\omega_c} \quad (31)$$

Таким образом, временной интервал сосредоточения основной энергии сигнала  $K(t_m)$  при параболическом "уходе" фазы колебаний вибратора от заданной программы пропорционален максимальному значению "ухода" фазы  $\varphi_M$  и обратно пропорционален средней частоте возбуждаемых колебаний. Так, например, при  $\varphi_M = 4\pi$  и  $\omega_c = 2\pi \cdot 30$  интервал  $\Delta t_m$  будет составлять приблизительно 130 мс.

Здесь следует обратить внимание на два обстоятельства. Во-первых, указанный интервал  $\Delta t_m$  определяет только "чистое" увеличение продолжительности отдельных сигналов на вибрационной сейсмограмме за счёт фазового рассогласования и не учитывает так называемых краевых эффектов, обуславливающих ненулевую протяжённость сигналов даже при точном следовании вибратора заданной программе. Говоря иначе, длительность отдельных сигналов на импульсной вибрационной сейсмограмме будет складываться из  $\Delta t_m$  и длительности восстановленного сигнала при  $j_2 = 0$ . Во-вторых, сейсмограмма  $K(t_m)$  на интервале  $\Delta t_m$  будет представлять собой сигнал с изменяющейся мгновенной частотой с граничными частотами, близкими  $\omega_n$  и  $\omega_g$ . Действительно, из формул (22), (27) следует, что основная энергия сигнала  $K(t_m)$  сосредоточена на тех временах,



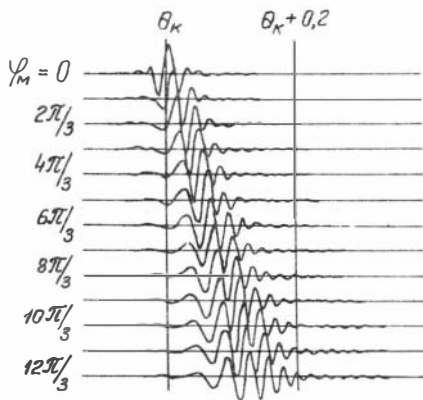


Рис.2. Вид синтетической вибрационной сейсмограммы при параболическом отклонении колебаний вибратора от заданной программы.  $\varphi_m$  - максимальный угол рассогласования за сеанс зондирования

в начальной части будет высокочастотный сигнал, а в конечной - низкочастотный.

4. Пусть  $\varphi(\omega)$  представляет собой функцию вида

$$\varphi(\omega) = \beta \cos j_3(\omega - \omega_c), \quad \omega_n \leq \omega \leq \omega_b, \quad (32)$$

где

$$j_3(\omega_n - \omega_c) = -\pi/2, \quad j_3(\omega_b - \omega_c) = \pi/2. \quad (33)$$

Подставляя  $\varphi(\omega)$  в формулу (10) и используя выражение (11), будем иметь

$$K(t_m) = h_{\kappa} \frac{\beta^2 \omega_b}{4 \omega_n} \int_{\omega_n}^{\omega_b} \cos[\omega(t_m - \theta_{\kappa}) - \alpha(t_m^2 - \theta_{\kappa}^2) + \beta \cos j_3(\omega - \omega_c)] d\omega. \quad (34)$$

Это интегральное преобразование выражается через бесконечный ряд функций Бесселя [1,2], из которого достаточно трудно получить необходимые оценки. Поэтому попытаемся получить приближенные оценки, воспользовавшись приёмом, который был использован выше

где производная аргумента косинуса в формуле (22) равна нулю. Но поскольку при каждом  $t_m$  эта производная обращается в нуль (точнее близка к нулю) только в ограниченном диапазоне частот, то и спектр сигнала  $K(t_m)$  для различных  $t_m$  будет разным, причём, как видно из формулы (27), на меньших временах будет низкочастотный сигнал, а на верхних - высокочастотный. Этот вывод хорошо согласуется с результатами расчётов на ЭВМ по формуле (22), представленными на рис.2.

Очевидно, при  $j_2 < 0$  функция  $K(t_m)$  на интервале  $\Delta t_m$  также будет представлять собой квазисинусоидальный сигнал только с убывающей мгновенной частотой, т.е. в начальной части будет высокочастотный сигнал, а в конечной - низкочастотный.

при рассмотрении функции рассогласования вида (21). В данном случае условие равенства нулю производной аргумента косинуса в формуле (34) даёт

$$t_m = \theta_k - \beta j_3 \sin j_3 (\omega - \omega_c), \quad \omega_H \leq \omega \leq \omega_g \quad (35)$$

Отсюда с учётом соотношений (33) следует, что основная энергия сигнала (34) будет сосредоточена на временах  $t_m$ , удовлетворяющих условию

$$\theta_k - \beta j_3 \leq t_m \leq \theta_k + \beta j_3. \quad (36)$$

Оценим интервал  $\Delta t_m$  сосредоточения основной энергии сигнала, предполагая, что максимальное (при  $j_3 > 0$ ) отклонение фазы колебаний вибратора от программного сигнала (1) равно

$$\max \varphi(\omega) = \beta = \varphi_M. \quad (37)$$

Принимая во внимание формулы (33), (35), будем иметь

$$\Delta t_m = 2 j_3 \beta = 2 j_3 \varphi_M. \quad (38)$$

Откуда, с учётом условия (33), находим

$$\Delta t_m = \frac{\pi \varphi_M}{\omega_g - \omega_H} \quad (39)$$

Таким образом, "уход" фазы колебаний вибратора от заданной программы по косинусоидальному закону приводит к растяжению сигналов на импульсной вибрационной сейсмограмме на время  $\Delta t_m$ , пропорциональное максимальному углу рассогласования и обратно пропорциональное диапазону частот, обрабатываемому вибратором. Так, например, при максимальном угле рассогласования  $\varphi_M$ , равном  $4\pi$  в диапазоне изменения частоты вибраций  $2\pi$  40 Гц, величина  $\Delta t_m$  составляет приблизительно 300 мс. Для сравнения заметим, что параболический "уход" фазы на два периода приводит к растяжению сигналов на импульсной сейсмограмме всего лишь на 130 мс.

Рассмотрим теперь вопрос о характере записи на указанном интервале. Из формул (33), (35) следует, что при изменении частоты  $\omega$  от  $\omega_H$  до  $\omega_g$  время  $t_m$  является монотонно убывающей функцией. Следовательно, в данном случае сейсмограмма  $\kappa(t_m)$  на временном интервале  $\Delta t_m$  будет представлять собой сигнал с убывающей частотой, т.е. в начале указанного интервала сигнал будет высокочастотный, а в конце - низкочастотный. Этот вывод также, как и в предыдущем случае, хорошо согласуется с результатами расчётов  $\kappa(t_m)$  по формуле (34) на ЭВМ (см.рис.3). При  $j_3 < 0$

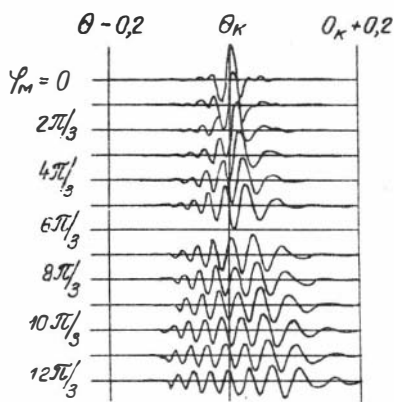


Рис. 3. Вид синтетической виб-  
рационной сейсмограммы при  
косинусоидальном "уходе" фазы  
колебаний вибратора от задан-  
ной программы

$\varphi_m$  - максимальный угол рас-  
согласования за сеанс зонди-  
рования

рационной сейсмограмме и кажущемуся смещению их относительно истинных времён прихода на время, пропорциональное углу рассогласования и обратно пропорциональное средней частоте возбуждаемых колебаний.

2. Отклонение фазы колебаний вибратора от заданной программы по линейному закону приводит к смещению отдельных сигналов на импульсной вибративной сейсмограмме на время, пропорциональное скорости нарастания угла рассогласования.

3. Отклонение фазы колебаний вибратора от заданной программы по параболическому и косинусоидальному (один полупериод) законам приводит к перерождению одиночных импульсов на вибративной сейсмограмме в квазигармонические сигналы с длительностью, пропорциональной максимальному углу рассогласования и обратно

сейсмограмма  $K(t_m)$ , очевидно, также будет представлять собой квазисинусоидальный сигнал, только с нарастающей частотой.

В заключение заметим, что полученные выше оценки для частотного вибросейсмического метода справедливы и для корреляционного, поскольку эти методы реализуют один и тот же оптимальный оператор [6]. Строгое доказательство этого положения дано в работе [1], и поэтому в настоящей статье этот вопрос не нашёл своего отражения.

## Выводы

I. Отклонение фазы колебаний вибратора от заданной программы на постоянный угол приводит к искажениям формы отдельных сигналов на импульсной виб-

пропорциональной средней частоте (для параболического закона) или диапазону частот (для косинусоидального закона) возбуждаемых колебаний.

### Литература

1. Градштейн И.С., Рыжик И.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М.: Наука, 1964. 161 с.
2. Евчатов Г.П., Чичинин И.С., Юшин В.И. Анализ помех, связанных с погрешностями следования вибратора заданной программе. — Тр./ СНИИГГиМС, Новосибирск, 1975, вып. 219, с.58-65.
3. Чичинин И.С. Вопросы теории сейсмического зондирования. — В кн.: Методика сейсморазведки. М.: Недра, 1965, с.47-163.
4. Чичинин И.С. Способ сейсмической разведки. Авт.свид.№185503, кл.42с, 42 (У ОI/v), 28.09.64. — БИ, 1967, № 21, с. 198.
5. Чичинин И.С., Евчатов Г.П. Об одном способе расчёта режима работы вибрационного источника для возбуждения сейсмических волн с произвольным наперёд заданным спектром. — Геол. и геофиз., 1969, №4, с.57-64.
6. Чичинин И.С., Юшин В.И. Преобразование сигналов в вибрационной сейсморазведке. — В кн.: Измерительная аппаратура для разведочной геофизики. Новосибирск, 1973, с.3-21.

О.М.Сагайдачная

### ОБ ОДНОМ СПОСОБЕ МАШИННОЙ ОБРАБОТКИ ВИБРОСЕЙСМИЧЕСКОЙ ИНФОРМАЦИИ

В настоящее время накоплен большой опыт применения вибрационных методов сейсморазведки для решения различных геологических задач. Этот опыт показывает, что использование вибраторов в качестве источников сейсмической энергии повышает качество первич-

ного полевого материала, производительность работ, снижает стоимость разведки [1,2,3,5]. Не менее важным достоинством сейсмического вибратора является то, что ввиду сравнительно малой мощности излучения он даёт принципиальную возможность проводить сейсмические исследования в районах, где мощные импульсные источники вообще не применимы, например в промышленных и густо населённых районах. При реализации последней возможности, однако, приходится сталкиваться с достаточно серьёзными трудностями. Дело в том, что именно указанные районы характеризуются весьма высоким уровнем квазигармонических и так называемых "ураганных" помех, связанных с движущимся транспортом, мощными ударными воздействиями на грунт и т.д. В вибросейсмических методах, как известно, продолжительность непрерывного возбуждения может достигать 2-3 минут и более. Поэтому при проведении полевых работ в указанных районах велика вероятность наложения на регистрируемый сейсмический сигнал помех такого рода. Как показывает практический опыт, уровень этих помех может быть весьма большим и решающим образом влиять на возможности выделения на восстановленных импульсных сейсмограммах даже сильных отражений.

Из общей теории информации и, в частности сейсморазведки [7,8], известно, что любое необходимое отношение сигнал/шум можно обеспечить путём увеличения мощности источника либо общей продолжительности возбуждения. Это положение остаётся справедливым и по отношению к указанным выше помехам. Понятно, что эти возможности имеют практические ограничения как по мощности вибратора, так и по длительности возбуждения. Поэтому попытаемся подойти к борьбе с помехами такого рода с несколько иных позиций. Для определённости задачу будем рассматривать применительно к частотному вибросейсмическому методу [9].

В работе [4] показано, что при наложении на входной сигнал ограниченной во времени широкополосной или неограниченной, но узкополосной помехи, на частотной сейсмограмме она сосредотачивается в сравнительно узком диапазоне частот, т.е. трассу частотной сейсмограммы математически можно описать формулой

$$\tilde{A}(\omega) = \begin{cases} A(\omega) & \omega_H \leq \omega < \omega_1, \quad \omega_2 < \omega \leq \omega_B, \\ A(\omega) + N(\omega), & \omega_H < \omega_1 \leq \omega \leq \omega_2 < \omega_B, \end{cases}$$

где  $N(\omega)$  – помеха;  $A(\omega)$  – частотная сейсмограмма в отсутствии помехи;  $\omega_H$ ,  $\omega_E$  – соответственно нижняя и верхняя частоты зондирования;  $\Delta\omega = \omega_E - \omega_H$  – частотный интервал наложения помехи.

Известно, также [6], что "вырезая" с помощью ЭВМ запись частотной сейсмограммы в интервале  $\Delta\omega$ , где сосредоточена основная энергия помехи, можно существенно уменьшить общий фон помех на восстановленной импульсной сейсмограмме. Практически такой способ борьбы с узкополосными помехами можно реализовать двумя путями. Суть первого состоит в том, что после визуализации частотных сейсмограмм вручную определяются зашумленные участки и составляется специальное задание, в котором указываются для каждой трассы участки обнуления. Но так как частота наложения помехи для каждой трассы сейсмограммы носит случайный характер, то процесс обработки получается весьма трудоёмким и нетехнологичным. Поэтому более предпочтительным является второй способ, связанный с автоматическим поиском и обнулением зашумленных участков. При этом, естественно, встаёт вопрос о выборе критерия, который позволял бы отличать помеху от сигнала. Поскольку критерий можно выбрать только исходя из особенностей сигнала и помехи, обратимся к рисунку 1а, на котором изображена частотная сейсмограмма с наложением помехи от движущегося транспорта. Из рисунка видно, что помеха достаточно чётко выделяется на фоне гладкой огибающей частотной сейсмограммы, однако, отношение сигнал/помеха существенно зависит от местоположения этой помехи на частотной сейсмограмме – в области низких частот это отношение меньше, в области верхних – больше. По этой причине обнуление участков, на которых запись превышает определённый заранее заданный уровень, оказывается недостаточно эффективным, т.к. при этом либо ограничиваются по амплитуде полезные сигналы в области низких частот, либо происходит пропуск зашумленных участков в области верхних частот, где достаточно низкое отношение сигнал/помеха. Поэтому для решения поставленной задачи попытаемся использовать интегральные параметры сигнала и помех, а именно функцию

$$F(\omega) = \frac{1}{\Delta\omega} \int_{\omega}^{\omega + \Delta\omega} |\hat{A}(\omega)| d\omega, \quad \omega_H \leq \omega \leq \omega_E - \Delta\omega \quad (I)$$

В качестве примера на рис.2 изображена функция  $F(\omega)$ , соответствующая частотной сейсмограмме, изображённой на рис.1а. Как видим,

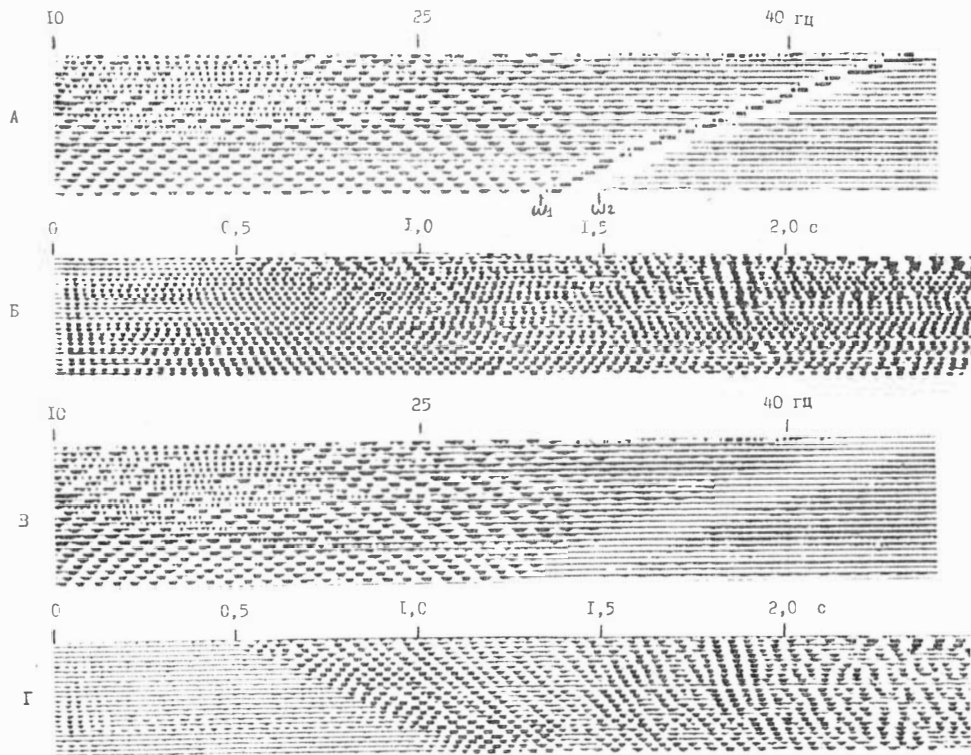


Рис.1. Частотная (А) и соответствующая ей импульсная (Б) сейсмограммы с наложением транспортной помехи; частотная (В) и соответствующая ей импульсная (Г) сейсмограммы после "вырезания" помехи

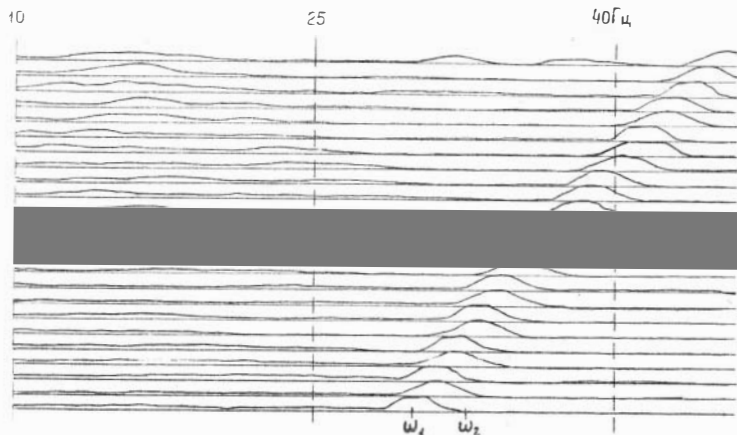


Рис.2. Функция  $F(\omega)$  - текущее среднее модуля частотной сейсмограммы IA

функция  $F(\omega)$ -в области наложения помех и представляет собой практически симметричный импульс с максимальным значением, расположенным в начале зашумленного участка, т.е. на частоте  $\omega_1$ . При этом амплитуда  $F(\omega)$  по обе стороны от максимума достаточно быстро затухает и при  $\omega < \omega_1 - \Delta\omega$  и  $\omega > \omega_1 + \Delta\omega$  составляет не более 1/3 максимального значения. Отсюда представляется целесообразным отнести к помехам участки  $\omega_1 \pm \omega_1 + \Delta\omega$  частотной сейсмограммы, для которых выполняется условие

$$F(\omega_1) \geq 1.5 [F(\omega_1 - \Delta\omega) + F(\omega_1 + \Delta\omega)], \quad (2)$$

где

$$F(\omega_1) = \max |F(\omega)|.$$

Таким образом, автоматическое подавление узкополосных помех на частотных сейсмограммах может быть реализовано по следующей схеме.

1. В соответствии с формулой (1) вычисляется вспомогательная функция  $F(\omega)$ , равная текущему среднему модулю трассы частотной сейсмограммы.

2. Методом перебора и сравнения дискретных отсчетов находят все локальные максимальные значения функции  $F(\omega)$  и для этих значений проверяется условие (2). При выполнении этого усло-



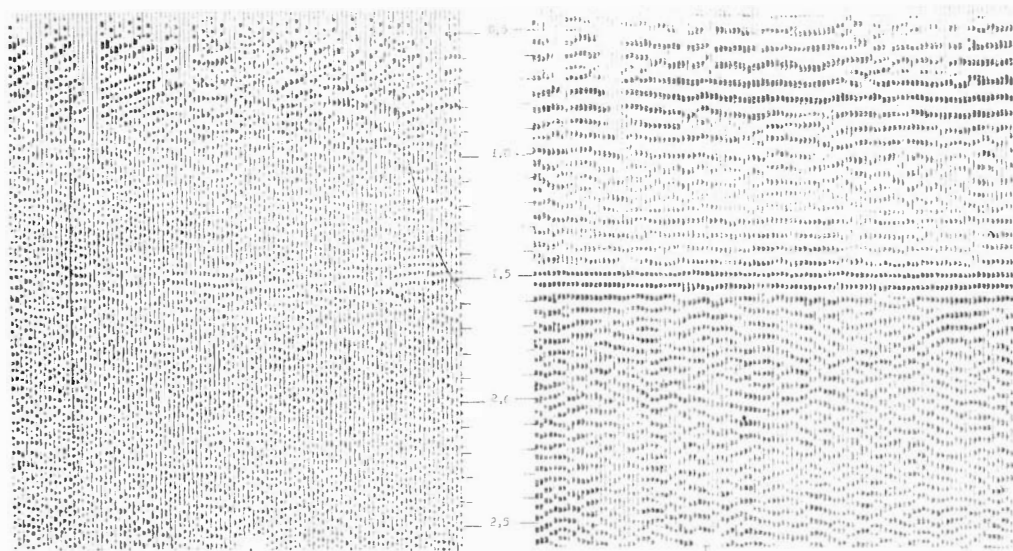


Рис.3. Временные разрезы соответственно до (А), после (Б) "вырезания" шумных участков

вия соответствующие участки частотной сейсмограммы обнуляются в интервале  $\omega_j \div \omega_j + \Delta \omega$ .

На основе описанного алгоритма была составлена и опробована на практическом материале программа обработки вибротсейсмической информации. Обработке подвергались полевые материалы "Вибролокатора", полученные в Тюменской области на профилях, проложенных из-за болотистого характера местности вдоль дорог с движущимся грузовым автотранспортом.

На рис.1а представлена частотная сейсмограмма с наложением транспортной помехи в области 28-45 Гц, а на рис.1б - соответствующая импульсная сейсмограмма, согласно которым наложение помехи приводит практически к полной маскировке полезных сигналов на импульсной сейсмограмме. При этом даже 12-кратное суммирование по ОГТ (см.рис.3а) не даёт заметного повышения величины отношения сигнал/шум. Для сравнения на рис.1г и 3б показаны те же соответственно импульсная сейсмограмма и временной разрез, только полученные после "вырезания" зашумленных участков на частотных сейсмограммах (см.рис.1в). Как видим, "вырезание" зашумленных участков позволяет существенно улучшить отношение сигнал/помеха: на сейсмограмме и временном разрезе легко прослеживаются регулярные записи до 2 с.

В заключение заметим, что предложенный способ может быть использован не только для борьбы с транспортными помехами, но и для подавления других видов помех, например гармонических, импульсных, грозových и т.п., основная энергия которых на частотной сейсмограмме также, как показано в [4], сосредоточена в узкой частотной полосе.

#### Литература

1. Авербух А.Г., Крылов И.Б. и др. Применение вибрационных источников при сейсморазведке на нефть и газ.-Обзор ВИЭМС, Регион., развед. и промысловая геофизика. М., 1977, с.51-60.
2. Гродзянская Т.М., Лукашин Ю.П., Пушкин А.Г. Особенности применения вибрационной сейсморазведки в рудной геофизике. - В кн.: Проблемы вибрационного просвечивания Земли. М.: Наука, 1977, с.196-205.

3. Евчатов Г.П., Митерёва Г.Д. и др. Сейсморазведочный комплекс "Вибролокатор". – В кн.: Геофизические и геодезические методы и средства исследований Сибири. Новосибирск, 1979, с.15–21.
4. Евчатов Г.П., Сагайдачная О.М. Помехоустойчивость частотного метода вибрационной сейсморазведки при гармонических и импульсных помехах. – Геол. и геофиз., 1979, №7, с.89–95.
5. Косов В.М. Результаты производственного опробования разработанного комплекса вибросейсмического метода. – В кн.: Проблемы вибросейсмических методов исследований. Новосибирск, 1979, с.47–51.
6. Сагайдачная О.М., Шмыков А.Н. Узкополосная фильтрация помех на частотной вибрационной сейсмограмме. – В кн.: Геофизические и геодезические методы и средства исследований Сибири. Новосибирск, 1979, с.29–34.
7. Чичинин И.С. Вопросы теории сейсмического виброндирования. – В кн.: Методика сейсморазведки. М.: Наука, 1965, с.147–163.
8. Чичинин И.С., Евчатов Г.П. Оценка интенсивности и спектрального состава остаточного фона сигналов в сейсмограмме, восстановленной путём корреляционной свёртки вибрационных колебаний. – В кн.: Геофизические измерения. Новосибирск: Наука, 1969, с.110–112.
9. Чичинин И.С., Юшин В.И. Преобразование сигналов в вибрационной сейсморазведке. – В кн.: Измерительная аппаратура для разведочной геофизики. Новосибирск, 1973, с.3–20.

А.А.Зуев, А.П.Малахов, Н.П.Ряшенцев, И.С.Чичинин

#### СКВАЖИННЫЙ ИСТОЧНИК СЕЙСМИЧЕСКИХ ВОЛН ДЛЯ ВИБРАЦИОННОГО ПРОСВЕЧИВАНИЯ ЗЕМЛИ

Для вибрационного просвечивания глубоких толщ мантии Земли (глубин до нескольких тысяч километров) рекомендуется частотная полоса от 1–2 до 5–10 Гц. При этом энергия, излучаемая источником в виде объёмных сейсмических волн, должна составлять поряд-

ка  $10^{10}$  кДж [1]. Расчёты показывают, что для передачи в течение нескольких часов такой энергии вибратором, установленным на дневной поверхности на достаточно твёрдых породах ( $v_s = 1+2$  км/с,  $\gamma = 1/\sqrt{3}$ ), амплитуда гармонической силы, действующая на грунт, должна составлять несколько десятков килотонн. Для силового воздействия на грунт, очевидно, требуется опора. Для поверхностных источников опорой может служить только сила инерции  $F = \dot{u}_i M_i$ , развиваемая некоторой массой  $M_i$  при её движении по закону  $u_i(t)$ . В области низких частот, когда сила  $F$  должна иметь величину порядка десятков килотонн, требуемая масса  $M_i$  оказывается невероятно большой. (Например, при  $F = 10$  ктонн  $= 10^8$  Н на частоте 2 Гц величина  $\dot{u}_i M_i = 6,25 \cdot 10^5$  кгм. Если  $u_i = 0,1$  м, то  $M_i = 6,25 \cdot 10^6$  кг). Поэтому при разработке стационарных виброисточников для ВПЗ вполне естественен интерес к заглубленным источникам, в которых опорой может служить среда, расположенная выше источника. Из заглубленных источников особый интерес представляет скважинный источник.

Представим себе, что закупоренная сверху скважина заполнена водой, и в ней создаётся гармоническое давление от нуля до  $P$ , которое равномерно и практически синхронно действует на стенку этой скважины по всей глубине  $h$ . Для этого достаточно, чтобы звуковая волна по воде за полпериода колебания источника успела пройти трёхкратную глубину скважины, т.е.  $h \leq \lambda/6$ . Если максимальной частотой работ по ВПЗ принять 10 Гц, скорость волны в воде — 1450 м/с, то  $h \leq 25$  м. Такой источник давления можно представлять как "бусы" микроисточников, расположенные по стволу скважины и действующие одновременно. Из многолетней практики сейсморазведки и глубинного сейсмического зондирования известно, что скважина глубиной порядка 25 метров, заполненная взрывчаткой, хорошо излучает низкочастотные сейсмические волны. Взрыв такого заряда тоже происходит практически синхронно по всей глубине скважины. Поэтому то, что вышеуказанный виброисточник будет излучать низкочастотные волны, не вызывает сомнения. Механизм излучения упругих волн этим источником будет изложен в другой работе, а здесь сосредоточим внимание на определении конструктивных параметров такого источника.

При определении основных характеристик рассматриваемого источника воспользуемся результатами работы [2], в которой показана

но, что в области низких частот поле смещения вблизи источника, включая точки контакта источника со средой, практически совпадает со статическим полем смещения. Поэтому смещение и величину деформации стенки скважины определим, используя формулы статики.

Смещение и деформацию полой цилиндрической трубы, внутри которой действует давление  $P$ , а внешнее давление отсутствует, определим по формулам из [3]. Если внешний диаметр трубы  $\alpha_2 \rightarrow \infty$ , то формула для смещения имеет вид

$$U(r) = P \alpha_0^2 / 2 \rho V_s^2 r = U_0 \alpha_0 / r \quad (1)$$

для деформации -

$$e_{\varphi\varphi} = e_{zz} = U/r, \quad (2)$$

где  $\alpha_0$  - внутренний диаметр трубы,  $\rho$  - плотность среды,  $V_s$  - скорость распространения поперечных волн в этой среде,  $U_0$  - радиальное смещение точки при  $r = \alpha_0$ .

При действии давления  $P$  скважина длиной  $l$  будет иметь объём  $Q = \pi(\alpha_0 + U_0)^2 l$ , т.е. объём увеличится на  $Q_1 \cong 2\pi \alpha_0 l U_0$  или  $Q_1 \cong Q_0 P / \rho V_s^2$ ,

(3)

где  $Q_0 = \pi \alpha_0^2 l$  - начальный объём скважины; в последней формуле величина  $U_0$  определена по (1).

Объём воды, который необходимо добавить в скважину за счёт сжатия воды под давлением  $P$ , определим по формуле из [4].

$$Q_2 = \alpha P Q_0, \quad (4)$$

где коэффициент  $\alpha = 5 \cdot 10^{-5} \text{ см}^2/\text{кг}$ , когда  $\rho$  [кг/см<sup>3</sup>]. При  $\rho$  [н/м<sup>2</sup>] коэффициент  $\alpha = 5 \cdot 10^{-10} \text{ м}^2/\text{н}$ . Таким образом, за один полупериод колебания, т.е. при изменении давления от 0 до  $P$ , в скважину надо будет закачивать объём воды  $Q = Q_1 + Q_2$ .

Для примера возьмём скважину диаметром  $\alpha_0 = 2 \alpha_0 = 269 \text{ мм}$ , длиной  $l = 25 \text{ м}$ . Параметры среды, где бурится скважина, примем равными  $\rho = 2 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$ ,  $V_s = 500; 1000 \text{ и } 2000 \text{ м/с}$ , т.е. величина  $\rho V_s^2$  имеет достаточно большой диапазон изменения. Максимальное давление в скважине примем равным  $P_m = 10 \text{ кг/см}^2$ .

При этих параметрах получим:  $U_0 = 13,2 \cdot 10^{-2}; 3,3 \cdot 10^{-2} \text{ и } 0,82 \cdot 10^{-2} \text{ мм}$ ,  $e_{\varphi\varphi} = e_{zz} = 10^{-3}; 0,25 \cdot 10^{-3} \text{ и } 0,06 \cdot 10^{-3}$ ,  $Q_1 = 2,76; 0,69 \text{ и } 0,17 \text{ литров}$  соответственно. Для всех трёх случаев  $Q_2 = 0,7 \text{ литра}$ .

Как известно, предельная деформация, когда среду можно считать ещё упругой, имеет порядок  $10^{-3}$ . Как видим, для среды  $V_s =$

= 500 м/с давление  $\rho_m = 10 \text{ кг/см}^2$  близко к предельному, для  $V_2 = 2000 \text{ м/с}$  давление может быть увеличено ещё на порядок. При давлении  $\rho_m = 10 \text{ кг/см}^2$  амплитуда общей силы, действующей на среду через стенки скважины, будет равна  $F_c = \rho_m S/2 = 10^6 \text{ кг}$ . На частоте 5 Гц полупериод колебания равен  $\Delta t = T/2 = 0,1 \text{ с}$ . Чтобы за это время накачать в скважину  $Q = Q_1 + Q_2$  литров воды, производительность насоса должна быть равна  $N = Q/\Delta t$ . Для указанных трёх случаев это будет  $N = 34,6; 14 \text{ и } 1,7$  литров в секунду.

Перейдём к оценке других характеристик скважинного виброисточника. Рассмотрим простейший вариант такого источника.

Закупоренная сверху скважина имеет входное  $S_1$  и сливное  $S_2$  отверстия (клапаны). Будем считать, что питающий насос на входном канале (рессивере) поддерживает постоянное давление  $H$ . Процесс повышения давления в скважине осуществляется закрытием сливного клапана при открытом входном; процесс сброса давления – открытием сливного клапана с одновременным закрытием входного клапана. Наиболее важными характеристиками такой установки будут диаметры входного и сливного отверстий и время  $T_1$ , в течение которого давление в скважине повышается до  $H$  при закрытии сливного клапана, а также время  $T_2$ , за которое давление в скважине упадёт от  $H$  до некоторого минимума, когда входной клапан закрыт, а сливной открыт.

Обозначим через  $S_1$  и  $S_3$  площади сечения входного и сливного клапанов, через  $V_1$  и  $V_3$  – соответственно скорости течения жидкости в этих сечениях.

Если размеры  $S_1$  и  $S_3$  неизменны, то формула Бернулли будет иметь вид [4]:

$$H = (h_1 + h_2 + h_3 + V_3^2/2g) \cdot C \quad (5)$$

Давление в скважине будет равно

$$P_0 = H - (h_1 + h_2) \cdot C \quad (6)$$

В этих формулах  $h_1 = \xi_1 V_1^2/2g$  – сопротивление внезапного сужения трубы (струи) на входе клапана  $S_1$ ,  $h_2 = \xi_2 V_2^2/2g$  – сопротивление внезапного расширения трубы на выходе клапана  $S_2$ ,  $h_3 = \xi_3 V_3^2/2g$  – сопротивление внезапного сужения струи на входе клапана  $S_3$ ,  $g = 9,8 \text{ м/с}^2$ . Если давление  $H$  и  $P_0$  измеряются в метрах водного столба, то  $C = 1$ . Мы же в расчётах будем пользоваться системой СИ, в этом случае  $C = 10^4 \text{ н/м}^3$ .

Следует предположить, что площадь сечения скважины  $S_2 \gg S_1$  и  $S_2 \gg S_3$ . В этом случае из таблиц справочника [5] найдём, что  $\xi_1 = \xi_3 = 0,5$ ;  $\xi_{12} = 1,1$ . Кроме того, при установившемся течении жидкости и неизменных размерах  $S_1$  и  $S_3$  очевидно, что  $S_1 V_1 = S_3 V_3$ . Используя это соотношение в (6), получим  $P_0 = H - 1,6 c V_1^2 / 2g$  или  $P_0 = H - (1,6/2g) c V_3^2 (S_3/S_1)^2$ . Скорость  $V_3$  струи жидкости за сливным клапаном  $S_3$  определим из формулы (5)  $V_3 = \sqrt{2gH / (1,5 + 1,6 S_3^2/S_1^2) c}$ . Тогда

$$P_0 = H \left( 1 - \frac{1}{1 + 0,9375 S_3^2/S_1^2} \right) \quad (7)$$

или  $P_0 = H\beta / (1 + \beta)$ ,  $\beta = 0,9375 S_3^2/S_1^2$

Такое давление будет в скважине, если насос в рессивере будет поддерживать постоянное давление  $H$ , а клапаны  $S_1$  и  $S_3$  будут открыты.

Теперь представим себе, что клапан  $S_3$  внезапно закрылся, а  $S_1$  остаётся открытым. Определим время  $T_1$ , в течение которого давление в скважине от исходного значения  $P_0$  поднимется до  $H$ .

Когда клапан  $S_3$  закрыт, давление  $P$  в скважине будет определяться по формуле, подобной (6), но только  $P$  и  $V_1$  будут непостоянными:  $P = H - (h_1 + h_2) c = H - 0,8 V_1^2 / g$ . Отсюда  $V_1 = 1,1 \sqrt{g(H-P)/c}$ .

Объём воды, вытекающей в скважину за единицу времени, можно определить по формуле  $dQ/dt = S_1 V_1 = 1,1 S_1 \sqrt{g(H-P)/c}$ . С другой стороны, в соответствии с формулами (3) и (4) имеем  $dQ = d(Q_1 + Q_2) = -Q_0 (\alpha + 1/\mu) dP$ , где  $\mu \equiv \rho V_3^2$ . Поэтому можем написать  $\alpha t = -Q_0 (\alpha + 1/\mu)^{-1/2} dP / S_1$ , где  $Q_0 = Q_0 (\alpha + 1/\mu) (1,1 \sqrt{g/c})$ . Отсюда

$$T_1 = \int_{P_0}^H \frac{1}{Q_0/S_1} \cdot (H-P)^{-1/2} dP = 2Q_0 (H-P)^{1/2} \cdot 1/S_1 \quad (8)$$

Найдём формулу, определяющую время  $T_2$ , за которое в скважине давление упадёт от  $H$  до  $P_0$ , если входной клапан будет закрыт, а сливной - открыт. В этом случае давление  $P$  в скважине уравнивается сопротивлением  $h_3 = \xi_3 V_3^2 / 2g$  внезапного сужения струи на входе клапана  $S_3$  и удельной кинетической энергией  $V_3^2 / 2g$  вытекающей жидкости:  $P = c (\xi_3 + 1) V_3^2 / 2g$ . Отсюда  $V_3 = \sqrt{2gP / (1 + \xi_3) c}$ . Очевидно, что  $dQ/dt = S_3 V_3$  или  $dQ = S_3 V_3 dt = S_3 \sqrt{2gP / (1 + \xi_3) c} dt$ . С другой стороны,  $dQ = -Q_0 (\alpha + 1/\mu) dP$ . Поэтому можем написать  $dt = -a_2 P^{-1/2} dP / S_3$ ,

$a_2 \approx Q_0 (\alpha + 1/\mu) \sqrt{(1 + \xi_3) c / 2g}$  . Отсюда

$$T_2 = -a_2 \int_H^{P_0} 1/s_3 \cdot P^{-1/2} dP = 2a_2 (\sqrt{H} - \sqrt{P_0}) / s_3 \quad (9)$$

Расчёты показывают, что для выбранных в качестве примера скважин, у которых  $V_s = 500, 1000, 2000$  м/с,  $T_1 = T_2 = 0,42$ ;  $0,155$ ;  $0,1$  с, если  $s_1 = s_3 = 5,1 \cdot 10^{-4}$  м<sup>2</sup>. Это соответствует максимальной частоте работы виброисточника –  $1,22$ ;  $3,23$ ;  $5$  Гц. При больших частотах давление в скважине не успеет подняться до максимального значения, т.е. до 10 атм.

Простота конструкции скважинного вибратора и значительность амплитуды силы, действующей на среду, позволяет планировать создание мощного виброисточника в виде большой группы скважин, работающих синхронно по заданной программе в диапазоне необходимых для ВПЗ частот. Кроме того, скважинный источник колебаний позволяет конструктивно осуществить резонансное согласование [6] вибратора с грунтом за счёт, например, упругого элемента, вводимого в рабочую жидкость скважины, что немаловажно с экономической точки зрения и важно для целенаправленного формообразования сейсмических волн. Таким упругим элементом может служить сжатый воздух, заключённый в замкнутом объёме. Причём изменением этого объёма или давления воздуха в неизменном объёме можно изменять жёсткость колебательной системы вибратор–грунт и этим поддерживать резонансный режим работы на любой частоте в интересующем диапазоне частот.

#### Литература

1. Николаев А.В. Вибрационное просвечивание – метод исследования Земли. – В кн.: Проблемы вибрационного просвечивания Земли. М.: Наука, 1977, с.3–9.
2. Чичинин И.С. Использование спектральных представлений для решения и исследования динамических задач о колебании упругого полупространства. – В кн.: Вопросы возбуждения сейсмических волн вибрационным источником. Новосибирск, 1976, с.26–31.
3. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория упругости. М.: Наука, 1965. 204 с.



4. Агроскин И.И., Дмитриев Г.Т., Пикалов Ф.И. Гидравлика. М.-Л.: Госэнергоиздат, 1954. 484 с.
5. Киселёв П.Г. Справочник по гидравлическим расчётам. М.-Л.: Госэнергоиздат, 1961. 351 с.
6. Чичинин И.С. Теоретические исследования вибрационного излучения сейсмических волн с заданным спектром. - Геол. и геофиз., 1978, №8, с.3-12.

Г.П.Евчатов, О.М.Сагайдачная

#### КИНЕМАТИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ ПОМЕХ, СВЯЗАННЫХ С ПЕРИОДИЧЕСКИМИ ОТКЛОНЕНИЯМИ ФАЗЫ КОЛЕБАНИЙ ВИБРАТОРА ОТ ЗАДАННОЙ ПРОГРАММЫ

В вибросейсмических методах разведки восстановленная импульсная сейсмограмма осложняется особыми видами помех, не свойственными методам с импульсными источниками. К ним прежде всего относятся помехи, обусловленные "хвостами" функции автокорреляции зондирующего сигнала и погрешностями следования вибратора заданной программе. Первая из названных помех в настоящее время достаточно хорошо изучена и выработаны рекомендации по борьбе с ней [1,4,5]. Исследованию же помех, связанных с ошибками в отработке вибратором заданной программы, до настоящего времени не уделялось должного внимания. Вместе с тем, как показано в работе [2], именно эти помехи решающим образом влияют на динамический диапазон восстановления отдельных сигналов (отражений) на импульсных вибрационных сейсмограммах (коррелограммах).

В настоящей статье исследуется кинематика указанных помех с точки зрения эффективности подавления их суммирующей системой ОГТ. В работе [2] рассматривались помехи, возникающие на импульсных вибрационных сейсмограммах в случае, когда вибратор вместо  $v(t) = b_0 \sin at^2$ ,  $t_H \leq t \leq t_B$  генерирует колебание  $v(t) = (b_0 + a \sin jt) \cdot \sin(at^2 + \psi \sin \Omega t)$ ,  $t_H \leq t \leq t_B$ , где  $t_H, t_B$  - соответственно моменты включения и выключения вибратора;  $a \sin jt$  - отклонение амплитуды колебаний от постоянной;

$\psi \sin \Omega t$  - отклонение фазы колебаний от параболы  $\alpha t^2$ . При этом было показано, что каждый отдельный сигнал (отражение), регистрируемый на обычной (взрывной) сейсмограмме на соответствующей вибрационной сопровождается последовательностью ложных сигналов на временах

$$t_{x\phi} = |t_x \pm \frac{n\Omega}{2\alpha}|, \quad n=1, 2, 3, \dots \quad (1)$$

$$t_{x\alpha} = |t_x \pm \frac{j}{2\alpha}|, \quad (2)$$

$$t_{x\alpha\phi} = |t_x \pm \frac{n\Omega}{2\alpha} \pm \frac{j}{2\alpha}|, \quad n=1, 2, 3, \dots, \quad (3)$$

где  $t_x$  - время регистрации некоторой волны в точке  $x$ .

Легко видеть, что  $t_x$  в зависимости от  $x$  представляет собой годограф какой-либо волны (прямой, преломленной, отражённой и т.д.), а уравнения (1), (2), (3) есть ни что иное, как годографы волн-помех, причём  $t_{x\phi}$  - годограф помехи, обусловленной только отклонением фазы колебаний вибратора от параболы  $\alpha t^2$ ,  $t_{x\alpha}$  - отклонением амплитуды колебаний от постоянной  $E_0$  и  $t_{x\alpha\phi}$  - совместным отклонением фазы и амплитуды колебаний.

Вместе с тем, как видно из последних формул, эти годографы отличаются друг от друга только величиной смещения кривой  $t_x$  по оси времени.

Поэтому дальнейший анализ формул (1-3) целесообразно проводить с единых позиций, предварительно представив их в обобщённой форме

$$t_{xn\pm} = |t_x \pm t_c|, \quad (4)$$

где

$$t_c = \begin{cases} \frac{n\Omega}{2\alpha}, & j=0, \Omega \neq 0, n=1, 2, 3, \dots \\ \frac{j}{2\alpha}, & j \neq 0, \Omega = 0 \\ \frac{n\Omega}{2\alpha} \pm \frac{j}{2\alpha}, & \Omega \neq 0, n=1, 2, 3, \dots \end{cases}$$

Из формулы (4) видно, что помехи, порождённые отражённой волной, будут обладать свойствами этой волны и, следовательно, они будут создавать наибольшие трудности (по сравнению с помехами, порождёнными прямыми и преломленными волнами) при выделении на временном разрезе ОГТ других отражённых волн. Принимая это во

внимание, в дальнейшем будем рассматривать только годографы помех, порождённых отражёнными волнами. Кроме того, будем считать, что геологический разрез представляет собой горизонтально-слоистую среду с известной скоростью  $V(t_0)$ , а некоторая отражённая от внутренней границы волна имеет годограф ОГТ:

$$t_x = t_0 + \frac{x^2}{2V^2(t_0)t_0}, \quad (5)$$

где  $t_0$  - время пробега отражённой волны в точку с координатой  $x = 0$ .

Подставляя  $t_x$  по формуле (5) в выражение (4), получим уравнение обобщённого годографа ОГТ волн-помех

$$t_{x_{n\pm}} = |t_0 \pm t_c + \frac{x^2}{2V^2(t_0)t_0}|. \quad (6)$$

Проанализируем это уравнение с точки зрения эффективности подавления помех суммирующей системой ОГТ.

Выражение (6) описывает годографы двух ложных волн-помех, которые на восстановленной вибрационной сейсмограмме "сопровождают" отражённую волну. Рассмотрим эти годографы при различных соотношениях  $t_0$  и  $t_c$ .

Пусть

$$t_c \geq t_{x_{max}}, \quad (7)$$

где  $x_{max}$  - максимальное удаление приёмника от источника.

На рис. а представлены годографы отражённой волны  $t_x$  и годографы  $t_{x_{n+}}$ ,  $t_{x_{n-}}$  волн-помех. Из рисунка видно, что годограф  $t_{x_{n-}}$  по форме совпадает с годографом отражённой волны, однако, смещён в сторону малых времён на  $t_c$  и направлен ветвями в сторону, противоположную направлению ветвей нормального годографа (обратный годограф). Поскольку, как известно [3], в методе ОГТ суммирование ведётся вдоль годографов отражённых волн, то очевидно, волна-помеха с таким годографом будет весьма эффективно подавляться (по крайней мере, лучше, чем прямые, преломленные, кратные и т.д. волны, имеющие нормальный годограф).

Более серьёзной помехой является ложное отражение с годографом  $t_{x_{n+}}$ . Это связано с тем, что, во-первых, указанная помеха сосредотачивается на более поздних временах, где обычно реги-

стрируют слабые глубинные отражения, а во-вторых, эта помеха имеет нормальный годограф, подобный годографам полезных отражений.

Для того, чтобы оценить эффективность подавления этой помехи суммирующей системой ОГТ, предположим, что кроме рассматриваемой отражённой волны, регистрируется ещё одна отражённая волна "m" (см.рис.а) с временем пробега

$$t_o^m = t_{on+} = t_o + t_c, \quad x = 0. \quad (8)$$

С учётом принятой скоростной модели среды уравнение годографа этой волны будет иметь вид

$$t_x^m = t_{on+} + \frac{x^2}{2V^2(t_{on+})t_{on+}} \quad (9)$$

Принимая во внимание формулы (6,8,9), найдём выражение для функции запаздывания [3]

$$\zeta_x = t_{xn+} - t_x^m = \frac{x^2}{2} \left[ \frac{1}{V^2(t_o)t_o} - \frac{1}{V^2(t_{on+})t_{on+}} \right] = \frac{x^2}{2t_{on+}} \left[ \frac{1}{V_x^2(t_o)} - \frac{1}{V^2(t_{on+})} \right], \quad (10)$$

где

$$V_x^2(t_o) = \frac{V_o^2(t_o)t_o}{t_{on+}} \quad (11)$$

Легко видеть, что выражение (10) совпадает с функцией запаздывания кратной волны, т.е. годограф рассматриваемой помехи совпадает с годографом некоторой гипотетической кратной волны, распространяющейся со скоростью  $V_x(t_o)$  и приходящей в точку приёма с координатой  $x = 0$  в момент  $t_{on+}$ . Методы оценки эффективности подавления кратных волн суммирующей системой ОГТ в настоящее время хорошо разработаны [3]. Поэтому на детальном анализе выражения (10) здесь останавливаться не будем. Покажем только, что рассматриваемая помеха будет подавляться суммирующей системой ОГТ интенсивнее, чем реальная полнократная волна, приходящая в точку  $x = 0$  в тот же момент времени  $t_{on+}$ , что и ложная.

В самом деле, кратные волны при суммировании по ОГТ подавляются тем интенсивнее, чем большие значения принимает функция запаздывания [3]. Оценим разность функций запаздывания кратной волны и волны-помехи.

Для функции запаздывания полнократной волны имеем

$$\tau_x^K = \frac{x^2}{2 t_{0n+}} \left[ \frac{1}{V^2(\frac{t_{0n+}}{2})} - \frac{1}{V^2(t_{0n+})} \right] \quad (12)$$

Функция запаздывания для ложной волны-помехи была найдена ранее (10). Беря разность этих функций, будем иметь

$$\tau_x - \tau_x^K = \frac{x^2}{2 t_{0n+}} \left[ \frac{1}{V_*^2(t_0)} - \frac{1}{V^2(\frac{t_{0n+}}{2})} \right] \quad (13)$$

Из формул (7), (8) следует

$$t_0 < \frac{t_{0n+}}{2} \quad (14)$$

Используя этот результат в формуле (11), получим

$$V_*^2(t_0) < \frac{V^2(t_0)}{2} \quad (15)$$

В реальных средах, как известно, скорость  $V(t_0)$  является возрастающей функцией. Поэтому с учётом формул (14), (15) можем написать  $V_*^2(t_0) < V^2(\frac{t_{0n+}}{2})$ . Принимая во внимание этот результат, из формулы (13) находим окончательно  $\tau_x - \tau_x^K > 0$  или  $\tau_x > \tau_x^K$ . Это и доказывает высказанное выше утверждение.

Можно показать также, что рассматриваемая волна-помеха при суммировании по ОГТ будет подавляться интенсивнее, чем реальная кратная волна, связанная с отражающей границей, т.е. с границей, отражённая волна от которой на восстановленной вибрационной сейсмограмме образует волну-помеху. Поскольку доказательство этого положения аналогично приведённому выше, то на этом здесь останавливаться не будем, а сразу перейдём к рассмотрению следующего случая, при котором в формуле (6) имеет место соотношение

$$t_0 \leq t_c \leq t_{x \max} \quad .$$

На рис.6 показаны годографы отражённых волн  $t_x, t_x^m$  и соответствующие рассматриваемому случаю годографы  $t_{xn+}, t_{xn-}$  волн-помех, порождённых отражённой волной с годографом  $t_x$ .

Как видим, годограф  $t_{xn+}$ , как и в предыдущем случае, нормальный и удовлетворяет условию (14). Поэтому сделанный выше вывод относительно эффективности подавления суммирующей системой ОГТ волн-помех с годографом  $t_{xn+}$  остаётся справедливым и в данном случае.

Что касается годографа  $t_{xn-}$ , то, как видно из рис.6, он до координаты  $x_1$  направлен в сторону малых времён (обратный годо-

граф), а при  $x > x_1$  совпадает с годографом  $t_x$  отражённой волны, но смещён в область малых времён на  $t_c$ . Очевидно, что ложная волна-помеха с таким годографом также будет весьма эффективно подавляться суммирующей системой ОГТ.

Кроме того, остаточный фон этой помехи будет сосредоточен только на малых временах временного разреза ОГТ, где, как правило, регистрируются весьма интенсивные сигналы и, следовательно, указанная помеха будет несущественным образом сказываться на качестве получаемых разрезов.

Перейдём теперь к рассмотрению третьего случая, который в формуле (6) характеризуется неравенством  $t_c < t_0$ . Годографы  $t_x$ ,  $t_x^m$  отражённых волн и годографы  $t_{xn+}$ ,  $t_{xn-}$  ложных волн-помех изображены на рис. в. Поскольку в данном случае годографы  $t_{xn+}$ ,  $t_{xn-}$  являются нормальными, то, как было показано выше, они могут рассматриваться как годографы некоторых гипотетических кратных волн, приходящих в точку  $x_0 = 0$  в моменты времени  $t_{on+}$ ,  $t_{on-}$  соответственно со скоростями

$$V_{*+}(t_0) = V(t_0) \sqrt{\frac{t_0}{t_{on+}}}, \quad V_{*-}(t_0) = V(t_0) \sqrt{\frac{t_0}{t_{on-}}}. \quad (16)$$

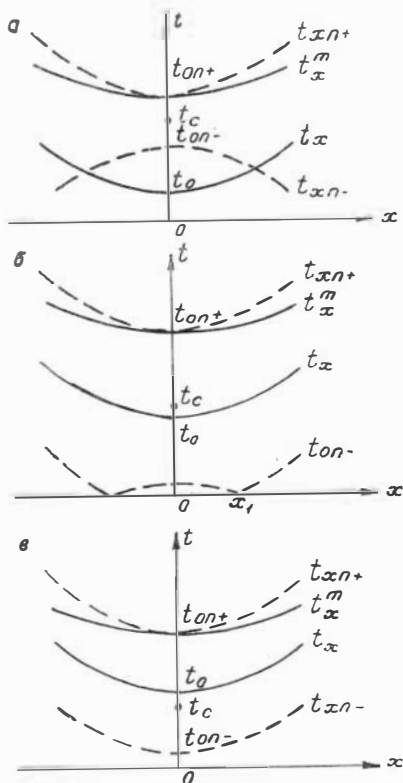


Рис. Годографы отраженных волн  $t_x$ ,  $t_x^m$  и волн-помех  $t_{xn+}$ ,  $t_{xn-}$  при: а -  $t_c \geq t_{x_{max}}$ ; б -  $t_0 < t_c < t_{x_{max}}$ ; в -  $t_c < t_0$

При этом функция запаздывания для годографа  $t_{xn+}$  будет иметь вид<sup>\*</sup>

$$\tau_x = \frac{x^2}{2t_{on+}} \left[ \frac{1}{V_*^2(t_0)} - \frac{1}{V^2(t_{on+})} \right] \quad (17)$$

Используя формулы (8,16,17), легко показать, что при  $t_c \neq 0$  имеет место неравенство  $\tau_x > 0$ . Это означает, что рассматриваемая ложная волна-помеха, так же, как и в предыдущих случаях, будет подавляться суммирующей системой ОГТ. Заметим только, что при  $t_c \rightarrow 0$  будет наблюдаться уменьшение разности скоростей  $V_{*+}(t_0)$  и  $V_{*-}(t_0)$  и, следовательно, ухудшение эффективности подавления этой волны суммирующей системой. При этом, однако, будет падать и естественный динамический диапазон двух сигналов (отражений), отстоящих друг от друга на время  $t_c$  и, следовательно, сама проблема подавления указанных волн-помех становится не столь острой, как в рассмотренных выше случаях.

Резюмируя сказанное, можно сделать следующие выводы.

1. Годограф каждого ложного сигнала, обусловленного периодическим отклонением колебаний вибратора от заданной программы, может рассматриваться как годограф некоторой гипотетической кратной волны, распространяющейся со скоростью, равной произведению скорости породившей её волны и корню квадратному из отношения времён регистрации отражённой и ложной волн при  $x = 0$ .

2. Годографы отражённых и ложных волн в месте интерференции имеют разную кривизну и направление, что делает суммирование по ОГТ весьма эффективным средством для борьбы с ложными волнами.

### Литература

1. Евчатов Г.П., Михаэлис Ю.В., Юшин В.И. К выбору огибающей вибросейсмического сигнала. - В кн.: Вибрационная сейсморазведка на продольных и поперечных волнах. Новосибирск, 1975, с.65-72.
2. Евчатов Г.П., Чичинин И.С., Юшин В.И. Анализ помех, связанных с погрешностями следования вибратора заданной программе. -

<sup>\*</sup>Функция запаздывания для годографа  $t_{xn-}$  имеет аналогичный вид и поэтому здесь не приводится.

- В кн.: Вибрационная сейсморазведка на продольных и поперечных волнах. Новосибирск, 1975, с.58-65.
3. Мешбей В.И. Сейсморазведка методом общей глубинной точки. М.: Недра, 1973. 153 с.
  4. Чичинин И.С., Евчатов Г.П. Оценка интенсивности и спектрального состава остаточного фона сигналов в сейсмограмме, восстановленной путём корреляционной свёртки вибрационных колебаний. - В кн.: Геофизические измерения. Новосибирск: Наука, 1969, с.100-112.
  5. Чичинин И.С., Евчатов Г.П. Об одном способе расчёта режима работы вибрационного источника для возбуждения сейсмических волн с произвольным наперёд заданным спектром. - Геол. и геофиз., 1969, №4, с.87-92.

Л.Я.Шамовская, В.И.Юшин

#### О ВОССТАНОВЛЕНИИ ИМПУЛЬСНЫХ СЕЙСМОГРАММ ИЗ ЧАСТОТНЫХ ПРИ ПРОИЗВОЛЬНОМ ЗАКОНЕ ИЗМЕНЕНИЯ ЧАСТОТЫ

Использование зондирующих сигналов линейно изменяющейся частоты не является обязательным атрибутом частотного метода вибрационного сейсмондирования. В работе [1] описан и исследован способ, позволяющий обращать в импульсную форму сейсмические колебания, возбуждённые источником, закон изменения частоты колебаний которого описывается произвольной функцией  $\omega(t) = \varphi'(t)$ , при которой зондирующий сигнал имеет вид:

$$b(t) = \sin \varphi(t) \quad (1)$$

В точке приёма полезный сигнал будет

$$S(t) = \int_0^{\frac{t}{T_0}} h(\theta) \sin \varphi(t - \theta) d\theta, \quad (2)$$

где  $h(\theta)$  - исходная импульсная сейсмограмма, которая была бы зарегистрирована на выходе сейсμοприёмника при воздействии импульса в виде  $\delta$ -функции.



Частотный метод оказывается работоспособен при условии, если  $\varphi(t)$  таково, что

$$|\varphi(t) - \varphi(t - \theta_{max})| \ll |\varphi(t) + \varphi(t - \theta_{max})|, \quad (3)$$

где  $\theta_{max}$  - максимальное время пробега волны.

Частотная сейсмограмма, полученная как обычно, с помощью операции синхронного детектирования, имеет вид:

$$A_0(t) = \overline{b(t) \cdot s(t)} = \frac{1}{2} \int_0^{T_0} h(\theta) \cos \phi(t, \theta) d\theta \quad (4)$$

$$A_1(t) = \overline{\mathcal{H}[b(t)] s(t)} = \frac{1}{2} \int_0^{T_0} h(\theta) \sin \phi(t, \theta) d\theta, \quad (5)$$

где  $\cos \phi(t, \theta) = \cos(\varphi(t) - \varphi(t - \theta))$ , (6)

$\mathcal{H}[b(t)]$  - преобразование Гильберта от  $b(t)$ .

Восстановление импульсной сейсмограммы возможно, если будет синтезировано семейство функций (6) при всевозможных значениях параметра  $\theta = \theta_m$

$$\psi(\theta_m) = \int_0^{T_0} A(t) \cos \phi(t, \theta_m) dt \quad (7)$$

Сущность известного метода [I] заключается в том, что в процессе зондирования с помощью линии задержки и операции синхронно-го детектирования формируют хотя бы одну косинусоиду из семейства (6), задержка которой  $\theta = T_0$  точно известна. Далее по полученной косинусоиде трансформируют временной масштаб записи таким образом, чтобы частота этой косинусоиды по новой переменной  $\lambda = t/v(t)$  ( $v(t)$  - скорость носителя информации) стала бы постоянной:

$$\Phi'(\lambda, T_0) = \varphi'(\lambda) - \varphi'(\lambda - T_0) = 2\alpha T_0. \quad (8)$$

Это позволит определить величину

$$\alpha = \frac{\Phi'(\lambda, T_0)}{2T_0} \quad (9)$$

и синтезировать всё семейство (6) по формуле

$$\cos \phi(\lambda, \theta) = \cos(2\alpha \theta \lambda - \alpha \theta^2), \quad (10)$$

после чего восстановление импульсных сейсмограмм производится по алгоритму (7), но с деформированной переменной  $\lambda$ :

$$\Psi(\theta_m) = \int_0^{T_0} A(\lambda) \cos(2\alpha \theta \lambda - \alpha \theta^2) d\lambda. \quad (11)$$

Недостаток данного способа состоит в том, что для его реализации необходим особой конструкции лентопротяжный механизм, а при цифровой записи — ещё и переменная частота дискретизации.

Целью данной работы является теоретическое обоснование такого алгоритма восстановления импульсных сейсмограмм, реализация которого возможна с помощью обычных вычислительных процедур, выполняемых на ЭВМ при условии, что запись производится на носитель, движущийся с постоянной скоростью и при постоянной частоте дискретизации. Как и в известном способе, измерительным инструментом является линия задержки зондирующего сигнала с точно известным значением запаздывания  $t = \theta_0$ .

Задержанный сигнал  $S_0(t) = \sin \varphi(t - \theta_0)$  подвергается такому же преобразованию в реальную и мнимую частотные характеристики, что и сейсмические сигналы, по алгоритмам (4,5):

$$C_R(t, \theta_0) = \frac{\sin \varphi(t) \sin \varphi(t - \theta_0)}{2} = \frac{1}{2} \cos \Phi(t, \theta_0), \quad (12)$$

$$C_I(t, \theta_0) = \frac{\cos \varphi(t) \cos \varphi(t - \theta_0)}{2} = \frac{1}{2} \sin \Phi(t, \theta_0). \quad (13)$$

Задача состоит в том, чтобы по измеренным функциям  $C_R(t, \theta_0)$  и  $C_I(t, \theta_0)$  восстановить функцию  $\varphi(t, \theta)$  при всех значениях  $t$  и  $\theta$ . Разложим  $\varphi(t - \theta)$  в ряд Тейлора в окрестности  $t$ :

$$\varphi(t - \theta) = \varphi(t) - \theta \varphi'(t) + \frac{\theta^2}{2} \varphi''(t) - \frac{\theta^3}{6} \varphi'''(t) + \frac{\theta^4}{24} \varphi^{IV}(t) - \dots \quad (14)$$

Подставляя это выражение в формулу  $\Phi(t, \theta) = \varphi(t) - \varphi(t - \theta)$ , получим

$$\Phi(t, \theta) = \theta \varphi'(t) - \frac{\theta^2}{2} \varphi''(t) + \frac{\theta^3}{6} \varphi'''(t) - \frac{\theta^4}{24} \varphi^{IV}(t) + \dots \quad (15)$$

Это выражение справедливо для любых  $\theta$ , следовательно, и для

$$\theta = \theta_0, \quad \Phi(t, \theta_0) = \theta_0 \varphi'(t) - \frac{\theta_0^2}{2} \varphi''(t) + \frac{\theta_0^3}{6} \varphi'''(t) - \frac{\theta_0^4}{24} \varphi^{IV}(t). \quad (16)$$

Учитывая, что  $\varphi'(t)$  является мгновенной частотой зондирующего сигнала и равно  $\omega(t)$ , перепишем формулы (15) и (16) в виде:

$$\Phi(t, \theta) = \theta \omega(t) - \frac{\theta^2}{2} \omega'(t) + \frac{\theta^3}{6} \omega''(t) - \frac{\theta^4}{24} \omega'''(t), \quad (17)$$

$$\Phi(t, \theta_0) = \theta_0 \omega(t) - \frac{\theta_0^2}{2} \omega'(t) + \frac{\theta_0^3}{6} \omega''(t) - \frac{\theta_0^4}{24} \omega'''(t). \quad (18)$$

Продифференцируем трижды выражение (18) и пренебрегая членами, содержащими производные  $\omega$  четвертого и выше порядка, получаем систему уравнений, решая которые, находим:

$$\begin{aligned}\omega &= \frac{\Phi(t, \theta_0)}{\theta_0} + \frac{\Phi'(t, \theta_0)}{2} + \frac{\Phi''(t, \theta_0)}{12} \theta_0; \\ \omega' &= \frac{\Phi'(t, \theta_0)}{\theta_0} + \frac{\Phi''(t, \theta_0)}{2} + \frac{\Phi'''(t, \theta_0)}{12} \theta_0; \\ \omega'' &= \frac{\Phi''(t, \theta_0)}{\theta_0} + \frac{\Phi'''(t, \theta_0)}{2}; \quad \omega''' = \frac{\Phi'''(t, \theta_0)}{\theta_0}\end{aligned}\tag{19}$$

Далее, подставляя  $\omega, \omega', \omega'', \omega'''$  в (17), получаем

$$\begin{aligned}\Phi(t, \theta) &= \Phi(t, \theta_0) \frac{\theta}{\theta_0} + \frac{1}{2} \Phi'(t, \theta_0) \frac{\theta}{\theta_0} (\theta_0 - \theta) + \\ &+ \frac{\Phi''(t, \theta_0)}{12} \frac{\theta}{\theta_0} (\theta_0 - \theta)(\theta_0 - 2\theta) - \frac{\Phi'''(t, \theta_0)}{24} \frac{\theta}{\theta_0} \theta (\theta_0 - \theta).\end{aligned}\tag{20}$$

$\Phi(t, \theta_0)$  находим из опорного сигнала  $C_0(t) = \cos \Phi(t, \theta_0)$  и  $S_0(t) = \sin \Phi(t, \theta_0)$ , который регистрируется параллельно с частотной сейсмограммой. Для этого пронормируем

$$\overline{C_0(t)} = \frac{C_0(t)}{\sqrt{C_0^2 + S_0^2}}, \quad \overline{S_0(t)} = \frac{S_0(t)}{\sqrt{C_0^2 + S_0^2}}\tag{21}$$

и получаем главное значение

$$\Phi(t, \theta_0) = \arccos \overline{C_0(t)} = \arcsin \overline{S_0(t)}\tag{22}$$

Производные вычисляем как приращения на интервале дискретизации  $\Delta t$

$$\begin{aligned}\Phi'(t, \theta_0) &= \frac{\Phi(t + \Delta t, \theta_0) - \Phi(t, \theta_0)}{\Delta t}, \\ \Phi''(t, \theta_0) &= \frac{\Phi'(t + \Delta t, \theta_0) - \Phi'(t, \theta_0)}{\Delta t}\end{aligned}\tag{23}$$

Таким образом, подставляя в (20) заданное значение  $\theta_0$  и вычисленные значения  $\Phi(t, \theta_0)$ ,  $\Phi'(t, \theta_0)$ ,  $\Phi''(t, \theta_0)$ ,  $\Phi'''(t, \theta_0)$ , можем вычислить  $\Phi(t, \theta)$  для каждого текущего значения  $\theta$ .

Импульсную сейсмограмму восстанавливаем по известному алгоритму [1] по реальной:

$$K(\theta) = \int_0^{T_g} A_R(t) \cos \phi(t, \theta) dt \quad (24)$$

или по мнимой составляющей:

$$K(\theta) = \int_0^{T_g} A_I(t) \sin \phi(t, \theta) dt \quad (25)$$

либо по их сумме.

### Литература

- I. Чичинин И.С., Евчатов Г.П. Особенности восстановления вибрационных сейсмограмм в частотном методе при нелинейном изменении частоты вибратора. - В кн.: Измерительная аппаратура для разведочной геофизики. Новосибирск, 1973, с.30-40.

А.И.Бочанов, В.В.Маньковский

### УСТАНОВКА ДЛЯ КАЛИБРОВКИ НИЗКОЧАСТОТНЫХ СЕЙМОПРИЁМНИКОВ

При исследованиях эффективности излучения различных типов вибрационных источников сейсмических колебаний, связанных с количественным изучением сейсмического поля, необходимо знать абсолютные значения кинематических параметров колебания почвы. Для этого требуется периодически производить калибровку сеймоприёмников, используемых для регистрации колебаний. Причём потребность в проведении этой операции очень часто возникает непосредственно в полевых условиях. Для её осуществления необходимо иметь малогабаритный калибровочный стенд, который можно было бы перевозить вместе с регистрирующей аппаратурой.

Существующие в настоящее время вибростенды обычно громоздки, установлены стационарно на бетонном фундаменте или имеют массив-

ное основание, что исключает их использование в полевых условиях. Поэтому стала очевидной необходимость в разработке специальной переносной установки для калибровки сейсмоприёмников в полевых условиях, позволяющей производить калибровку как в вертикальной, так и в горизонтальной ориентации.

Основным узлом любого вибростенда является возбудитель колебаний. От типа возбудителя колебаний зависят основные параметры вибростенда, характеризующие его как испытательную установку (диапазон частот колебаний стола вибростенда, пределы изменения амплитуды колебаний и т.д.). Анализ ряда отечественных и зарубежных вибростендов [1,2] показал, что наиболее подходящим для данного случая является механический эксцентриковый возбудитель гармонических колебаний.

Устройство разработанной калибровочной установки показано на рис.1.

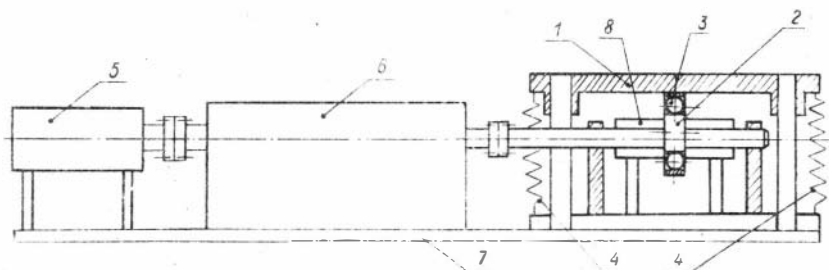


Рис 1

Рабочие столы 1,3 виброплатформы приводятся в движение при помощи электродвигателя постоянного тока 5 типа Д-20 через трёхпозиционный редуктор 6. Питание электродвигателя осуществляется через выпрямитель В-26 от сети переменного тока напряжением 220 В. Электродвигатель может также работать от любого источника постоянного тока (аккумулятор и т.д.). Электродвигатель, редуктор, виброплатформа с пружинами 4 и эксцентрик 2 с насаженным на него подшипником качения 3 размещены на плите 7. Выпрямитель или любые другие источники постоянного тока вынесены отдельно и могут быть установлены в любом месте.

По способу возбуждения переменной силы, как уже указывалось выше, устройство представляет собой механический эксцентриковый возбудитель. Рабочие столы виброплатформы могут совершать в вертикальной и горизонтальной плоскости прямолинейные колебания, по форме близкие к синусоидальным, с амплитудой от 0,1 до 0,5 мм в диапазоне частот от 2 Гц до 15 Гц. Изменение частоты колебаний может производиться как переключением редуктора, так и изменением величины тока, подаваемого на электродвигатель. Амплитуда колебаний рабочего стола изменяется дискретно, посредством замены эксцентрика с необходимым эксцентриситетом.

Кинематическая схема виброустановки показана на рис.2. Эта схема функционирует следующим образом.

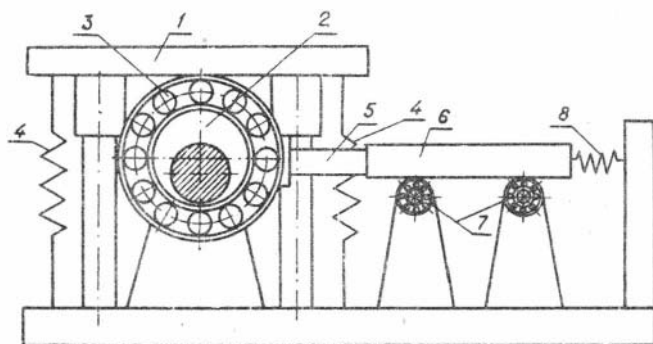


Рис.2

При калибровке вертикальных сейсмоприёмников электродвигатель вращает эксцентриковый возбудитель 2, который через подшипник качения 3 заставляет двигаться рабочий стол I вверх. Движение рабочего стола вниз совершается за счёт массы стола, испытываемой аппаратуры и пружин 4. Подшипник качения позволяет рабочему столу виброплатформы двигаться возвратно-поступательно без перекосов и заклинивания в направляющих втулках. Колебания в горизонтальной плоскости совершаются аналогичным образом. Эксцентриковый возбудитель 2 через передающую тягу 5 заставляет двигаться рабочий стол 6, установленный на подшипники качения 7. Обратное движение стола совершается при помощи пружины 8, которая по-

добрана таким образом, чтобы передающая тяга была всегда прижата к подшипнику эксцентрикового возбuditеля. Таким образом, рабочие столы виброплатформы совершают колебательные движения по гармоническому закону.

После окончания монтажа установка была подвергнута различным испытаниям в целях определения формы и частоты возникающего колебательного процесса, а также амплитуды смещения рабочего стола. Для этого на рабочем столе виброплатформы по очереди жёстко закреплялись различные сейсмоприёмники (ВЭГИК, СВ-5 и др.), сигнал с них подавался на электронный осциллограф для определения формы колебаний, а частота замерялась при помощи частотомера. По мере надобности колебания, возникающие в сейсмоприёмниках, фиксировались на фотобумаге при помощи шлейфового осциллографа. При установке различных эксцентриков амплитуды смещений рабочих столов измерялись при помощи микрометрического индикатора.

После завершения испытаний разработанная установка использовалась для сквозной амплитудной и фазовой калибровки измерительного тракта аппаратуры для регистрации вибросейсмических сигналов в "ближней зоне", а также для калибровки различных сейсмоприёмников. В процессе калибровки сигналы с сейсмоприёмников регистрировались на фотобумаге при помощи шлейфового осциллографа НО4У4.2, в котором были задействованы гальванометры Н001-1А. В связи с тем, что калибровку сейсмоприёмников необходимо проводить не только по амплитуде, но и по фазе, под эксцентриком был установлен датчик положения, сигнал с которого также регистрировался на фотобумаге. В результате анализа полученных записей осуществлялся выбор сейсмоприёмников для конкретных целей.

### Литература

1. Климовских А.М., Филатов П.Н., Харин Д.А. Двухкомпонентная поступательно-поворотная вибрационная платформа. - В кн.: Сейсмические приборы. М.: Наука, 1975, вып.8, с.70-75.
2. Приборы и системы для измерения вибрации, шума и удара. Справочник /Под ред. В.В.Климова. М.: Машиностроение, 1978, кн.2, с.256-329.

## ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ШТАМПА С ГРУНТОМ

Применяемые в настоящее время виброисточники для сейсморазведки работают в диапазоне частот от 10 до 100 Гц и имеют относительно небольшие амплитуды развиваемых сил (порядка 5–10 тонн). При таких частотах и удельных давлениях виброплатформы на грунт, не превышающих значений пределов упругой деформации грунта, наблюдается явление так называемого резонанса. При определённой частоте в зависимости от физических параметров данного грунта и массы виброисточника амплитуда перемещения выше, чем значения амплитуды, наблюдаемые при более высоких и менее низких частотах работы вибратора (для средних значений свойств грунта и обычных вибраторов резонанс наблюдается при частотах 15–30 Гц). Однако значение амплитуд при резонансе и значение амплитуд в его окрестностях не сильно отличаются друг от друга.

При работе с вибратором на меньших частотах (2–8 Гц), используемых для выполнения программы вибрационного просвечивания земли (ВПЗ), так же наблюдается явление резонанса. Однако по сравнению с более высокочастотным диапазоном – резонанс более резко выражен, т.е. лежит в менее узкой области частот, а значения амплитуд колебаний в большей степени отличаются друг от друга (в 5 раз и более). Если в высокочастотном диапазоне работы можно в конструкции виброисточников предусматривать специальные устройства, в какой-то степени выравнивающие амплитуды перемещений за счёт изменения действующей силы, то на частотах ВПЗ это сделать значительно труднее, так как силы, по крайней мере, на три порядка выше, чем у обычных сейсморазведочных вибраторов. Поэтому представляется более целесообразным (и из экономических соображений) предусматривать для ВПЗ такие виброисточники, которые во всём диапазоне рабочих частот работали бы в резонансном режиме. Для возможности создания такого вибратора необходимо иметь хорошее представление о взаимодействиях собственно вибратора с грунтом, расположенным под ним.

Представим себе виброисточник, изготовленный в виде абсолютно жёсткого штампа, расположенного на грунте, представляющем собой упругое полупространство. Пусть на штамп действует сила



$F = F_0 \sin \omega t$ . Масса штампа -  $m$ , а физические свойства грунта -  $\epsilon$ ,  $\mu$  и  $\rho$ . Сила  $F$  такова, что колебательный процесс происходит с амплитудой перемещения, не выходящей за пределы упругой деформации грунта.

Таким образом, систему штамп-грунт представим себе как массу  $m$ , имеющую площадь основания  $S$  (например, в виде прямоугольника со сторонами  $a$  и  $b$ ), установленную на "пружине" (грунте), имеющей жёсткость  $K$  и собственную приведённую к нижней плоскости штампа массу  $M$ .

Жёсткость "пружины" легко выразить с помощью формулы, используемой строителями для определения прогиба грунта под воздействием фундамента здания или сооружения [1]:

$$\Delta = \frac{\Delta_1 \rho \sqrt{S} (1 - \mu^2)}{E},$$

где  $\Delta_1$  - коэффициент, зависящий от конфигурации площадки, действующей на грунт, и характера определяемой осадки. Для квадрата  $a/b = 1$  средний по площади коэффициент  $\Delta_1 = 0,95$ ;  $\rho$  - равномерно распределённая нагрузка по площади  $S$ .

Так как  $K = F/\Delta$  - в общем случае, а  $\rho = F/S$ , то для  $a/b = 1$

$$K = \frac{aE}{0,95 (1 - \mu^2)},$$

где  $a$  - сторона квадрата штампа.

Что касается  $M$ , то дело обстоит значительно сложнее. При воздействии штампа на грунт перемещения отдельных точек полупространства при перемещении штампа на определённую величину не одинаковы. Непосредственно под центром штампа частицы имеют такие же перемещения, как и сам штамп. Однако по мере углубления эти перемещения резко уменьшаются и уже на расстоянии, по крайней мере, большем чем  $5a$ , становятся меньше 10% от перемещения частиц под центром штампа [4]. По мере дальнейшего углубления уменьшение величин перемещений идёт значительно медленнее.

Аналогичная картина наблюдается при рассмотрении перемещений частичек грунта в радиальном от вертикальной оси штампа направлении. 10% от перемещения штампа наступает где-то в районе  $2,5a$

Расположим координатные оси так, чтобы ось  $z$  была бы нормальной к плоскости штампа и проходила через его центр с ориентацией вниз от штампа в грунт, а оси  $x$  и  $y$  лежали бы в плоскости контакта штампа с грунтом и проходили вдоль средних линий

квадрата. Начало координат пусть совпадает с центром квадрата в плоскости его касания с грунтом. Тогда, если в плоскости  $xOz$  или  $yOz$  соединить все точки грунта, для которых перемещения составляют 10% от перемещения штампа, получится фигура, в первом приближении напоминающая полуокружность с двумя касательными к ней, проходящими параллельно оси  $z$  до пересечения с осью  $Ox$  или  $Oy$ . Причём центр полуокружности, находясь на оси  $z$ , отстоит от начала координат на расстоянии, равном радиусу этой полуокружности. Объём пространственного тела, образованного соединением поверхности всех точек полупространства, имеющих 10% перемещений от перемещения штампа, по-видимому, будет достаточен для рассмотрения влияния грунта на совместный колебательный контур штамп-грунт. Убеждает нас в этом то обстоятельство, что начиная примерно с этой поверхности и далее, убывание величин перемещений частичек идёт пропорционально  $1/r$ , где  $r$  - расстояние от штампа. По-видимому, в указанном объёме происходит преобразование колебательного процесса штамп-грунт в колебание окружающего полупространства в виде упругих волн. Иными словами можно сказать, что дальше указанной 10% границы будут уже не вынужденные колебания частичек, а упругие бегущие сферические волны, для которых, как известно, справедлив закон  $1/r$ , применяемый для оценки степени убывания амплитуд упругих колебаний в полупространстве.

Поэтому  $M$  определится как приведённая к площади  $S=a^2$  масса указанного объёма, т.е. это будет такая мнимая масса, присоединённая к массе штампа  $m$  по плоскости контакта с грунтом, кинетическая энергия которой равнялась бы суммарной кинетической энергии всех элементарных частичек всего указанного объёма:

$$M = \rho \int_Q w' \left( \frac{U_0}{U_0} \right)^2 dx dy dz,$$

где  $\rho$  - плотность грунта;  $Q$  - объём 10% фигуры;  $w$  - элементарный объём 10% фигуры;  $U = \sqrt{U_x^2 + U_y^2 + U_z^2}$  - перемещение элементарного объёма грунта в любой точке объёма  $Q$  от действия силы  $F$  на штамп или давления  $P$ , равномерно распределённого на поверхности штампа;  $U_0 = \sqrt{U_{x_0}^2 + U_{y_0}^2 + U_{z_0}^2}$  - перемещение элементарного объёма грунта, находящегося непосредственно под плоскостью штампа ( $z = 0$ ) от действия силы  $F$  на штамп или давления  $P$ .

$$U_x = \int_{-a/2}^{a/2} \int_{-a/2}^{a/2} \frac{P}{4\pi G} \left[ \frac{(X-x)z}{R^3} - \frac{(1-2\mu)(X-x)}{R(R+z)} \right] dx dy,$$

$$U_y = \int_{-a/2}^{a/2} \int_{-a/2}^{a/2} \frac{P}{4\sqrt{3}G} \left[ \frac{(Y-y)Z}{R^3} - \frac{(1-2\mu)(Y-y)}{R(R+Z)} \right] dx dy,$$

$$U_z = \int_{-a/2}^{a/2} \int_{-a/2}^{a/2} \frac{P}{4\sqrt{3}G} \left[ \frac{Z^2}{R^3} + \frac{2(1-\mu)}{R} \right] dx dy$$

- перемещения элементарных объёмов полупространства от действия давления  $P$  на штамп - формулы Буссинеску [4], записанные для рассредоточенной силы, действующей на штамп (возможность использования этих формул вытекает из статьи [5], в которой показано, что в области низких частот поле смещения вблизи источника, включая точки контакта источника со средой, практически совпадает со статическим полем смещения)

$$G = \frac{E}{2(1+\mu)}$$

$$P = F dx dy$$

$F$  - сосредоточенная сила;  $R = \sqrt{(X-x)^2 + (Y-y)^2 + Z^2}$ ;  $E$  - модуль нормальной упругости грунта;  $\mu$  - коэффициент Пуассона грунта;  $(\frac{U}{U_0})^2 = (\frac{V}{V_0})^2$ ;  $V_0$  - скорость частиц непосредственно под штампом;  $V$  - скорость частиц в любой точке объёма  $\theta$ .

Для разных грунтов и разных геометрических размеров штампа величина  $M$ , а её теоретическое численное определение представляет значительные математические трудности, различна. Однако отношение  $M$  и  $M_r$  для выбранного объёма 10% фигуры - величина постоянная. Поэтому можно записать, что

$$\frac{M}{M_r} = \varphi = const,$$

где  $M_r$  - масса грунта в объёме  $a$ .

Если воспользоваться классической формулой  $\omega_{рез} = \sqrt{\frac{K}{M}}$ , где  $M = m + M$  и подставить в неё значение величин, то

$$\omega_{рез} = \sqrt{\frac{aE}{0,95(1-\mu^2)(m + \varphi M_r)}} \quad (I)$$

- резонансная частота колебаний штампа совместно с грунтом.

Изменение величины  $m$  при неизменных остальных параметрах в полученной формуле не приводит ни к каким неожиданностям: с увеличением  $m$  резонансная частота  $\omega_{рез}$  уменьшается. Что касается изменения величины  $a$ , характеризующей площадь контакта штампа с грунтом, то здесь иначе. Величина  $M_r$  пропорциональна, по крайней мере,  $a^3$ . Поэтому из полученной формулы следует, что  $\omega_{рез} \sim 1/a$ , т.е. с увеличением размеров штампа, при сохранении неизменной величины  $m$  и других параметров, резонансная частота совместных колебаний штампа с грунтом уменьшается обратно пропорционально линейному размеру штампа. К аналогичному выводу можно прийти, если проанализировать зависимости, приводимые в статье [6]:

$$A = \frac{\mathcal{F} \sin \alpha \, 2 \operatorname{tg} \varphi}{E_1 S \omega},$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{(E_1 S / V_p m) \omega}{(E_1 \sqrt{S} \, 2 \operatorname{tg} \varphi) / m - \omega^2},$$

где  $\varphi$  - угол внутреннего трения грунта;  $V_p$  - скорость распространения продольных волн;  $\omega = 2\pi f$ ,  $f$  - частота колебаний;  $E_1$  - модуль набухания;  $S$  - площадь штампа;  $\mathcal{F}$  - амплитуда силы, приложенной к  $S$ ;  $m$  - масса колеблющихся частей штампа;  $A$  - видимая амплитуда колебаний штампа вместе с грунтом;  $\operatorname{tg} \alpha$  - фазовый сдвиг.

В формулах Г.Виеринга модуль набухания  $E_1$ , по-видимому, соответствует нашему нормальному модулю упругости  $E$  (неточность терминологии, скорее всего, появилась из-за того, что статья была переведена сначала с немецкого на английский, а потом - с английского на русский язык). Действительно, если, например, подсчитать для суглинков ( $\rho = 2,1$ ) зависимость  $V_p$  от  $E$ , используя известное выражение:

$$E = \frac{\rho \gamma^2 V_p^2 (3 - 4\gamma^2)}{1 - \gamma^2},$$

где  $\rho$  - плотность грунта;  $V_p$  - скорость распространения в грунте продольных волн;  $\gamma = V_s/V_p$  - отношение скоростей распространения в грунте поперечных и продольных волн, равное для суглинков 0,59 ( $\gamma = \sqrt{\frac{2M-1}{2M-2}}$ ), то она хорошо совпадает с зависимо-

стью  $V$  от  $E_f$ , взятой из графика, приводимого в статье, если под  $V$  подразумевается  $V_p$ ;

по расчётам		из графика статьи	
$V_p = 225$	$E = 916,6$	$V_p = 225$	$E_f = 900$
180	584,1	180	600
120	259,6	120	260
70	88,3	70	100

В формулах Г.Виеринга, если все величины заданы, кроме  $\omega$  и  $A$ , то, взяв первую производную и приравняв её к 0, можно узнать, при каком значении  $\omega$  величина  $A$  будет максимальной:

$$\omega_{рез} = \sqrt{\frac{E\sqrt{s} \cdot 2tg\varphi}{m} - \frac{E^2 s^2}{2V_p^2 m^2}}$$

Из этой формулы также следует, что с увеличением размеров штампа (параметр  $s$ ), при неизменных других величинах,  $\omega_{рез}$  - уменьшается.

При совместных экспериментах, проводимых Институтом геологии и геофизики и Институтом горного дела СО АН СССР с опытным образцом 100-тонного эксцентрикового вибратора, разработанного СКБ ГИТ СО АН СССР, было установлено, что резонансная частота его работы на выбранном грунте равна в среднем 6,7 Гц. Вибратор был установлен в районе с.Ельцовка Новосибирской области на грунте, представленном в основном суглинками, у которых  $\rho = 1,8$  [4];  $\gamma = 0,59$ ;  $tg\varphi = 0,404$  [1] - литературные данные;  $V_{ср} = 326,3$ ;  $V_{ср} = 192,5$  - усреднённые значения скоростей распространения продольных и поперечных волн до глубин 25 м - на основе фактических измерений в месте установки вибратора после соответствующей математической обработки, необходимость которой объясняется тем, что если величина перемещения, например, вдоль оси  $z$  произвольной точки подпространства по Буссинеску от действия квадратного штампа, выражается как

$$u_z = \psi(a, x, y, z) = \frac{P}{4\pi G} \int_{-a/2}^{a/2} \int_{-a/2}^{a/2} \left[ \frac{z^2}{R^3} + \frac{2(1-\mu)}{R} \right] dx dy,$$

а фактически измеренные значения скоростей распространения продольных волн вдоль той же оси  $z$  укладываются в какую-то функциональную зависимость  $V_p = \varphi(z)$ , то выражение для определения усреднённого значения  $V_{pcp}$  с учётом влияния закономерности  $U_z = \psi(a, x, y, z)$  запишется:

$$V_{pcp} \cong \frac{\int_0^{5a} \varphi(z) \cdot \psi(a, x, y, z) dz}{\int_0^{5a} \psi(a, x, y, z) dz}$$

Пределы интегрирования — от 0 до  $5a$ , так как 10% область простирается примерно до  $5a$ , если  $a$  — сторона квадратного штампа.

Сам вибратор имел следующие параметры:  $m = 120$ ,  $S = 1,9762 \cdot 10^5 \text{ см}^2$ .

Если перечисленные выше величины использовать для вычисления  $\omega_{рез}$  по преобразованной формуле Г.Виеринга, то получится результат, довольно близкий к экспериментальному, равный 38,43 I/c или  $f_{рез} = 6,12 \text{ Гц}$ .

Проверим преобразованную формулу Г.Виеринга по данным эксперимента, проведенного в с. Патрушево Новосибирской области ещё в 1972 г. с вибратором, имеющим контактную плиту круглой формы с радиусом  $r = 50 \text{ см}$  и имеющим колеблющуюся массу  $m = 3$  тонны. Вибратор был установлен на "слабом" грунте (суглинок) со следующими параметрами:  $\rho = 1,5$ ;  $tg \varphi = 0,404$  — литературные данные;  $V_{pcp} = 488,3$ ;  $V_{scp} = 117,2$ ;  $\gamma = 0,24$  — усреднённые значения скоростей до глубины 5 м — на основе фактических измерений на месте установки вибратора с последующей математической обработкой.

Резонансная частота вибратор-грунт наблюдалась при работе на 16 Гц.

По преобразованной формуле Г.Виеринга получается:  $\omega_{рез} = 118 \text{ I/c}$  или  $f_{рез} = 18,8 \text{ Гц}$ .

К сожалению, значения величин  $A$  по формулам Г.Виеринга в зависимости от частоты получаются с большим расхождением от экспериментальных. Форма кривой получается более пологой и не так резко выраженной при резонансе. По-видимому, при переводах статьи вкралась какая-то опечатка, которая не так сильно повлияла на определение  $\omega_{рез}$  и значительно — при определении  $A$ , или мы что-то не понимаем.

Вернёмся к формуле (I). Для круглой конфигурации штампа, воздействующего на грунт, коэффициент  $\Delta_1 = 0,85$  [I] - средний по площади. Тогда вместо выражения  $K = \frac{\pi \mu}{0,95(1-\mu^2)}$  после преобразований получим:

$$K = 8,340941 \rho V_s^2 \tau (1-\gamma^2), \quad (2)$$

если

$$E = \frac{\rho V_s^2 (3-4\gamma^2)}{1-\gamma^2}; \quad M = \frac{1-2\gamma^2}{2(1-\gamma^2)}; \quad \gamma = \frac{V_s}{V_p}, \quad S = \pi \tau^2,$$

где  $\tau$  - радиус штампа, а  $\rho$  - плотность грунта.

Если объём пространственной фигуры  $Q$ , образованной соединением поверхностью всех точек грунта, имеющих 10% от перемещения контактной плиты, представить в первом приближении в виде цилиндра (с радиусом  $\ell$ ), идущего от дневной поверхности в грунт на глубину  $\ell$  (ось симметрии цилиндра совпадает с осью  $z$ ) и заканчивающегося полусферой с радиусом кривизны  $\ell$ , то величина этого радиуса для грунта, имеющего значение  $\gamma = 0,59$  составит  $4,875588\tau$ , где  $\tau = 250,87$  II см - приведённый радиус контактной плиты вибратора СКБ ГИТ. Тогда формула для определения резонансной частоты примет вид (только для  $\gamma = 0,59$ ):

$$\omega_{рез} = \sqrt{\frac{8,340941 \rho V_s^2 \tau (1-\gamma^2)}{m + \varphi \rho \frac{5}{3} \pi (4,875588\tau)^3}},$$

где  $\rho \pi \frac{5}{3} (4,875588 \tau)^3 = M_r$  - масса пространственной фигуры  $Q$ . Выразим из этого равенства  $\varphi$  и численно определим его значение для экспериментов, проводимых в Ельцовке.

$$\varphi = \frac{8,340941 \rho V_s^2 \tau (1-\gamma^2) - \omega_{рез}^2 m}{\omega_{рез}^2 \rho \pi \frac{5}{3} (4,875588 \cdot \tau)^3} = 0,022853.$$

Аналогично определим значение  $\varphi$  для экспериментов в Патрушево. Грунт в Патрушево имел значение  $\gamma$ , равный 0,24, для которого  $\ell = 5,747358\tau$ , где  $\tau = 50$  см. Вычисления дают значение  $\varphi = 0,026951$ .

Получилось хорошее совпадение со значением  $\varphi$  по экспериментам в Ельцовке.

Окончательно формула для определения резонансной частоты вибратор-грунт выглядит так:

$$\omega_{рез} = \sqrt{\frac{8,340941 \rho V_0^2 \kappa (1-\gamma^2)}{m + \varphi_{ср} \rho \pi \frac{5}{3} [\psi(\gamma) \kappa]^3}}, \quad (3)$$

где  $\varphi_{ср} = 0,024902$ , а  $\psi(\gamma)$  можно определить из графика, представленного на рис. I.

График получен вычислением на ЭВМ координат точек полупространства, имеющих 10% перемещения от перемещения прямоугольного штампа, в функции модуля нормальной упругости  $E$  и коэффициента Пуассона  $\mu$ . При вычислениях использованы преобразованные формулы Буссинеску. Расчёты показали, что величина  $\psi$  от  $E$  не зависит. Результаты вычислений зависимости  $\psi$  от  $\mu$  сведены в таблицу:

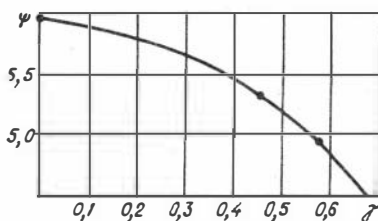


Рис. I

$\mu$	$\gamma$	$\psi$
0,074	0,678	4,485
0,233	0,590	4,876
0,246	0,580	4,951
0,250	0,577	4,928
0,370	0,454	5,316
0,450	0,302	5,648
0,469	0,240	5,747
0,479	0,200	5,804
0,480	0,196	5,814
0,500	0,000	5,925

$\varphi_{ср} = 0,024902$  получено усреднением значений только двух серий экспериментов. Поэтому представляет интерес теоретически вычисленное значение этого коэффициента с использованием ЭВМ по формуле:



$$\varphi_{ср} = \frac{\sum U_1^2/n_1 + \sum U_2^2/n_2 + \dots + \sum U_k^2/n_k}{(\sum U_0/256)^2 (n_1 + n_2 + n_3 + \dots + n_k)}, \quad \text{так как}$$

$$\varphi_{ср} = \frac{\frac{(\sum U_1/n_1)^2 n_1 25^3 \rho}{(\sum U_0/256)^2} + \frac{(\sum U_2/n_2)^2 n_2 25^3 \rho}{(\sum U_0/256)^2} + \dots + \frac{(\sum U_k/n_k)^2 n_k 25^3 \rho}{(\sum U_0/256)^2}}{(n_1 25^3 + n_2 25^3 + n_3 25^3 + \dots + n_k 25^3) \rho},$$

где  $\sum U_i$  - сумма перемещений  $i$  ряда;  $\sum U_0$  - сумма перемещений первого ряда (под штампом); 25 - шаг ячеек вычислений; штамп имел размеры 400x400;  $n_i$  - количество ячеек в ряду 10% области. Значения  $U_i$  и  $U_0$  вычислялись по преобразованным формулам Буссинеску.

Теоретически  $\varphi_{ср} = 0,022856$ , т.е. ближе к значению, полученному в ельцовских экспериментах.

Проверим выведенную формулу (3) по данным экспериментов в Ельцовке и в Патрушево.

Данные ельцовских экспериментов:  $m = 120$ ;  $\rho = 1,8$ ;  $\tau = 250,874$ ;  $V_{ср} = 326,3$ ;  $V_{ср} = 192,5$ ;  $\gamma = 0,59$ ;  $\varphi = 0,022856$ ;  $\psi = 4,875588$ ;  $f_{рез} = 6,7$ . Вычисления дают значение  $\omega_{рез} = 42,074$  или  $f_{рез} = 6,699$  Гц.

Данные патрушевских экспериментов:  $m = 3$ ;  $\rho = 1,5$ ;  $\tau = 50$ ;  $V_{ср} = 488,3$ ;  $V_{ср} = 117,2$ ;  $\gamma = 0,24$ ;  $\varphi = 0,022856$ ;  $\psi = 5,747358$ ;  $f_{рез} = 16$ .

Вычисления дают значение  $\omega_{рез} = 105,62$  или  $f_{рез} = 16,8$  Гц.

Уравнение вынужденных колебаний без учёта сил трения записывается [7]:

$$y = \frac{y_{cm} \sin \omega t}{\left| 1 - \frac{\omega^2}{\omega_{рез}^2} \right|} = \frac{F \sin \omega t}{k \left| 1 - \frac{\omega^2 M}{k} \right|} = \frac{F \sin \omega t}{|k - \omega^2 M|} =$$

$$= \frac{F \sin \omega t}{|8,34 \rho V_s^2 \tau (1 - \gamma^2) - \omega^2 (m + \varphi \rho \tau^2 / 3 [\psi(\gamma) \cdot \tau]^3)|},$$

где  $y_{cm} = F/k$  - статическое перемещение под действием силы  $F$ ;  $\omega_{рез} = \sqrt{\frac{k}{m+M}}$  - собственная частота колебаний;  $\omega$  - частота вынужденной силы;  $k$  - жёсткость колебательной системы.

Вычислим по этой формуле амплитудные значения перемещений на разных частотах и сравним их с данными опытов,

проводимых с вибратором в Ельцовке. Результаты вычислений сведены в таблицу:

$f$ , Гц	4	5	6	7	7,2	7,5	8
$y$ , см	0,151	0,216	0,454	1,474	0,765	0,438	0,250

Графическое изображение представлено на рис.2.

Данные одной из серий экспериментов в Ельцовке:

$f$ , Гц	3,96	4,92	6,13	6,70	6,70	7,15	7,20
$y$ , см	0,134	0,172	0,301	0,513	0,598	0,283	0,251

Данные экспериментов и результатов вычислений приведены к постоянной амплитуде силы на всех частотах, равной  $10^5$  кг.

Из графиков (рис.2) видно, что теоретическая кривая проходит над экспериментальной, так как не учтены потери на внутреннее трение и волновое излучение.

Учёт сил трения осложняется тем, что, например, для сухого трения из-за изменения его направления необходимо рассматривать отдельно каждую половину цикла. Если нас интересует амплитуда установившихся вынужденных колебаний, то её приближённо можно найти из предположения, что при действии, например, постоянной силы трения имеет место

простое гармоническое движение, как в случае вязкого сопротивления. Такую амплитуду можно найти при помощи замены постоянной силы трения эквивалентным вязким сопротивлением так, чтобы рассеянная за цикл энергия была одинакова в обоих случаях [3].

Если возмущающая сила  $F \sin \omega t$ , сила сухого трения  $\beta$ , а амплитуда перемещения  $y$ , то работа, совершаемая против сил сухого трения за цикл, представляющая рассеянную энергию, равна  $4y\beta$ .

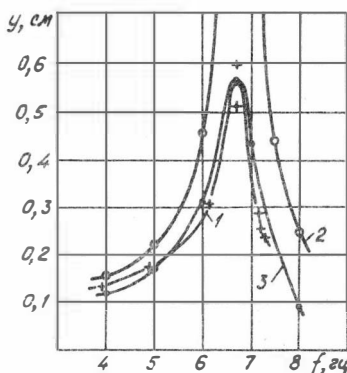


Рис. 2. 1 - эксперимент; 2 - вычисления без учета сил трения; 3 - вычисления с учетом сил трения

Рассеянная энергия при вязком сопротивлении, если сила этого сопротивления равна

$$(-c\dot{y}) = (-c y \omega \cos \omega t),$$

определяется выражением [3]:

$$\int_0^{\tau} c y^2 \omega^2 \cos^2 \omega t dt = \frac{c y^2 \omega^2 \tau}{2} = \pi c y^2 \omega,$$

если умножить на  $\dot{y} dt$  и проинтегрировать в интервале от 0 до  $\tau$ . Поэтому величина эквивалентного вязкого сопротивления для определения влияния постоянного трения выразится из соотношения:

$$\pi c y^2 \omega = 4 y \beta, \text{ откуда } c = 4\beta / \pi y \omega.$$

Аналогичным путём можно поступить для приближённых вычислений, когда сила трения является приближённой функцией скорости. Например, если она представлена функцией  $f(\dot{y})$ , тогда эквивалентная величина вязкого трения определится из соотношения

$$\pi c y^2 \omega = \int_0^{\tau} f(\dot{y}) \dot{y} dt.$$

В нашем случае, когда штамп установлен на грунте, силы трения представляет комбинация из сухого и вязкого трения.

Тогда  $f(\dot{y}) = \pm \beta + c_1 \dot{y}$ . Подставляя в предыдущее выражение, находим:  $\pi c y^2 \omega = 4 y \beta + \pi c_1 y^2 \omega$ , откуда  $c = 4\beta / \pi y \omega + c_1$ .

Подставляя вместо  $2\pi / \omega_{рез}^2 = c/k$  выражение  $(4\beta + c_1 \pi y \omega) / k \pi y \omega$  в формулу для определения амплитуды колебаний с вязким сопротивлением

$$\beta = \frac{F}{K} \cdot \frac{1}{\sqrt{\left(1 + \frac{\omega^2}{\omega_{рез}^2}\right)^2 + \frac{4n^2 \omega^2}{\omega_{рез}^4}}},$$

получаем выражение для определения амплитуды колебаний с комбинированным трением [3]:

$$y^2 \left[ \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_{рез}^2}\right) + \frac{c_1^2 \omega^2}{K^2} \right] + 4y \frac{4\beta c_1 \omega}{\pi K^2} + \left(\frac{4\beta}{\pi K}\right) - \left(\frac{F}{K}\right)^2 = 0. \quad (4)$$

В этом выражении по-прежнему:  $K = 8,34 \rho V_s^2 z \cdot (1 - \gamma^2)$ ;  $\omega_{рез} = \sqrt{\frac{K}{m + \varphi M_r}}$ ;  $M_r = \rho \pi^{5/3} [\psi(\gamma) z]^3$ ;  $m$  — масса штампа.

Нам неизвестны численные значения величины  $c_1$  для разных грунтов. В литературе такие данные тоже отсутствуют. Однако, если известны значение действующей на штамп силы  $F$ , величина ре-

зонансной частоты совместных колебаний штамп-грунт и величина амплитуды колебаний штампа при этой частоте, то  $c_1$  можно определить из выражения (4).

Действительно, при резонансной частоте формула (4) упрощается и принимает вид:

$$y^2 \frac{c_1^2 \omega_{рез}^2}{\kappa^2} + 2y \frac{4\beta c_1 \omega_{рез}}{\pi \kappa^2} + \left(\frac{4\beta}{\pi \kappa}\right)^2 - \left(\frac{F}{\kappa}\right)^2 = 0,$$

откуда  $y = \frac{F}{c_1 \omega_{рез}} - \frac{4\beta}{\pi c_1 \omega_{рез}}$  или, решая относительно  $c_1$ , получим [3]:

$$c_1 = \frac{\pi F - 4\beta}{\pi y \omega_{рез}} \quad (5)$$

Величину  $\beta$  в формуле (5) можно оценить, так как  $\beta = \mu N$ , где  $N$  — сила нормального давления, а коэффициент  $\mu$  имеет значение, изменяющееся для различных грунтов в небольших пределах (0,3 — 0,55 [1]).

Из экспериментов в Ельцовке нам известны амплитудные значения колебаний плиты при различных частотах. При резонансной частоте  $f_{рез} = 6,7$  Гц она равна примерно 0,565 см, если амплитуда силы  $F = 10^5$  кг. Поэтому можно определить по формуле (5) значение  $c_1$ , построить с использованием уравнения (4) график зависимости  $y$  от  $f$  и сопоставить его с экспериментальным. Совпадение графиков является хорошей иллюстрацией правильности проведённых рассуждений.

Пусть  $\mu = 0,37$ . Тогда  $\beta = 0,37 \cdot 1,2 \cdot 10^5 = 0,44 \cdot 10^5$ , так как  $N = mg$ .  $c_1$  по формуле (5) получается равной 1848,7 кг·с/см.

Результаты вычислений по формуле (4) сведены в таблицу:

$f$ , Гц	4	5	6	6,7	7	8
$y$ , см	0,119	0,165	0,309	0,565	0,433	0,095

График, построенный по этим данным, приводится на рис.2.

Величина  $c_1$  вычислена на основе опытных данных при резонансной работе конкретного вибратора, установленного на конкретном грунте. Её использование для вычислений значений амплитуд перемещений в функции  $f$  хорошо согласуется с экспериментальными данными.

Понятно, что этот коэффициент будет иным при установке данного вибратора на иной грунт. Задача составления таблиц для определения коэффициента  $C_1$  в зависимости от разновидностей грунта и его физических параметров (особенно влажности и значений  $V_s$  и  $\gamma$ ) ещё ждёт своих экспериментов.

### Литература

1. Справочник проектировщика промышленных, жилых и общественных зданий и сооружений / Под ред. А.А.Уманского. М.: Стройиздат, 1960. 1040 с.
2. Справочник геофизика. Т. IУ. Сейсморазведка. М.: Недра. 1966. 672 с.
3. Тимошенко С.П. Колебания в инженерном деле. М.: Физматиздат, 1959. 439 с.
4. Избаш Ю.В. Основания и фундаменты. Харьков: Изд-во ун-та, 1961. 342 с.
5. Чичинин И.С. Использование спектральных представлений для решения и исследования динамических задач о колебании упругого полупространства. - В кн.: Вопросы возбуждения сейсмических волн вибрационным источником. Новосибирск, 1976, с.3-12.
6. Механика грунтов и фундаментостроение. (Тр. У Междунар. конг.). М.: Стройиздат, 1966. 356 с.
7. Прочность, устойчивость, колебания. Справочник / Под ред. И.А.Бергера, Я.Г.Пановко. М.: Машиностроение, 1968, т.3. 568с.
8. Бабешко В.А., Чичинин И.С. О динамических задачах колебания упругого полупространства. - В кн.: Проблемы вибрационного просвечивания Земли. М.: Наука, 1977, с.53-62.
9. Гушин В.В., Докучаев В.П., Заславский Ю.М., Конюхова И.Д. О распределении мощности между различными типами излучаемых волн в полубесконечной среде. - В кн.: Исследование Земли невязрывными сейсмическими источниками. М.: Наука, 1981, с.113-118.

ИЗМЕРЕНИЕ ВРАЩАТЕЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЙ ЧАСТИЦ СРЕДЫ С ПОМОЩЬЮ  
КОЛЬЦЕВЫХ ОПТИЧЕСКИХ КВАНТОВЫХ ГЕНЕРАТОРОВ

При распространении сейсмических волн частицы среды при своём движении описывают достаточно сложные траектории. В общем случае эти колебания могут быть разложены на шесть компонент, из которых имеются три поступательных движения по трём осям координат и три вращательных движения по тем же осям. Поступательные движения регистрируются сейсмоприёмниками соответствующей конструкции, которые имеют одну степень свободы. Динамический диапазон этих колебаний достаточно высок (120 дБ и более), частотный диапазон простирается от статических величин (остаточные деформации) до нескольких килогерц. Вращательные движения частиц среды имеют значительно меньшие величины. Экспериментальных данных об этих величинах имеется немного. Особенно это относится к области сейсморазведки, и тем более не имеется достаточно чётких сведений о величинах частотного и динамического диапазонов вращательных колебаний частиц среды как на поверхности Земли, так и во внутренних точках среды. Тем не менее, данные о величинах вращательных колебаний частиц среды представляют большой интерес особенно при разработке методов, связанных с использованием поперечных волн.

Вращательные колебания регистрируются с помощью специальных сейсмоприёмников, которые являются измерителями наклона, углов поворота и скорости вращения основания прибора. Это, например, сейсмометр с маятниковым [3] или пузырьковым [4] чувствительными элементами. В пузырьковом сейсмометре преобразователем служит электролитическая жидкость и несколько контактов на дне пузырьковой камеры. Прибор работает в полосе частот  $0,001 \pm 0,5$  Гц, имеет хорошую степень термической стабильности. Высокую чувствительность имеет сейсмоприёмник угла поворота [5] с инерционной массой в виде ферромагнитного листка квадратной формы, вращательно подвешенного в поле постоянного магнита. Однако недостатком его является малый частотный и динамический диапазоны измерений. Имеются сейсмоприёмники вращения с жидкостной инерционной массой [6], а также инерционные сейсмоприёмники сферического или

цилиндрического типа с пьезоэлектрическим преобразователем [I]. Основными недостатками имеющихся приборов является невысокая чувствительность, небольшой частотный и динамический диапазоны, что, как понятно, сдерживает их применение для объективных исследований вращательных колебаний, имеющих место при распространении сейсмических волн.

Авторами предлагается для измерения вышеуказанных параметров использовать кольцевой оптический квантовый генератор (КОКГ). В настоящее время это тем более представляется возможным, так как появились недорогие малогабаритные одночастотные газовые лазеры с большим сроком службы, высокой надёжностью, низким уровнем собственных шумов и малым потреблением. Главным же достоинством этих приборов является высокая чувствительность и большой динамический диапазон при достаточно широком частотном диапазоне (от статических величин до нескольких килогерц). Такие измерения могут проводиться как на поверхности Земли, так и во внутренних точках среды.

Вращательный сейсмоприёмник с КОКГ имеет герметичный корпус, на основании которого устанавливается кольцевой лазер с тремя газоразрядными трубками и оптическими элементами вместе с фотоприёмником. Конструкция его в общем довольно простая, так как кроме этих элементов в приборе не имеется никаких механически подвижных звеньев. Прибор при измерениях может устанавливаться на поверхности Земли или опускаться в скважину.

В данной статье мы остановимся на теоретических вопросах, в частности касающихся принципа измерения вращательных движений и чувствительности таких систем.

В кольцевом оптическом резонаторе каждому продольному виду колебаний  $TEM_{00q}$  соответствуют две бегущие навстречу друг другу световые волны, которые могут иметь разные амплитуды и частоты. Собственные частоты кольцевого лазера  $\nu_{1,2}$  с периметром оптического резонатора  $L$  определяются из условия

$$\nu_{1,2} = q \frac{c}{L_{\pm}}, \quad (I)$$

где  $L_+$  и  $L_-$  - периметр оптического резонатора для световых волн, бегущих по часовой и против часовой стрелки соответственно;

$q$  - целое число, характеризующее продольный вид колебаний;  $c$  - скорость света в вакууме.

Если в резонаторе КОКГ отсутствуют элементы, обеспечивающие частотный сдвиг между двумя бегущими навстречу друг другу световыми волнами (независимые элементы) и резонатор не подвергается вращению, то  $\nu_1 = \nu_2$ .

При вращении КОКГ

$$\nu_{1,2} = q \frac{c}{L \pm c \Delta t}, \quad (2)$$

где  $\Delta t = t_2 - t_1$  - разность времён прохождения световыми бегущими волнами кольцевого резонатора  $L/c$ .

$$t_{1,2} = \frac{L}{c} \pm \frac{1}{c} \int R d\varphi = \frac{1}{c} [L \pm \int_0^{L/c} R \Omega dt] = \frac{1}{c} (L \pm \frac{2 \Omega S}{c}), \quad (3)$$

где  $L/c$  - время прохождения световой волной неподвижного КОКГ;  $\Omega$  - угловая скорость вращения КОКГ;  $S = \pi r^2$  - площадь контура, описываемого вращающимся КОКГ вокруг его центра тяжести.

Частота биений  $F$  определяется разностью частот бегущих навстречу друг другу световых волн вращающегося КОКГ. Она является нашим измеряемым параметром. Из выражений (2) и (3) получаем

$$F = \nu_2 - \nu_1 = \frac{2 \Omega S}{L \lambda} = K_1 \Omega, \quad (4)$$

где  $K_1 = 2S/\lambda L$  - масштабный коэффициент.

В общем случае

$$F = K_1 \Omega \cos \beta, \quad (5)$$

где  $\beta$  - угол между вектором угловой скорости и нормалью к плоскости распространения бегущих волн.

Если в КОКГ возбуждаются одновременно несколько продольных видов колебаний, то каждому из них во вращающемся резонаторе соответствует своя частота биений, что в конечном итоге затрудняет регистрацию. Кроме того, если лазер работает в многомодовом режиме, то на выходе фотоприёмника появляются дополнительные шумы, обусловленные конкуренцией мод. Отсюда следует, что должны быть обеспечены условия для генерации только одного продольного вида колебаний и работы лазера в одномодовом режиме. Всё дальнейшее



рассмотрение будет проводиться именно исходя из этих условий. Это накладывает ограничения на выбор масштабного коэффициента  $K$ , при отсутствии в КОКГ специальных селектирующих элементов.

Для гелий-неонового лазера, работающего на длине волны  $\lambda = 0,6328$  мкм при размерах сейсмоприёмника вращения, который может поместиться в скважину диаметром 120 мм, т.е. при  $L = 0,25$  м и  $S = 7 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2$ ,  $K_i = 4 \cdot 10^5$ .

Как видно из выражения (5), при регистрации сейсмоприёмником вращения угловых скоростей  $\Omega$  измерения сводятся по существу к регистрации частот биений  $F$ . Измерению минимальных величин  $F$  препятствует широко известное в радиотехнических цепях явление синхронизации частот. Если в связанных контурах, имеющих две разные частоты, резонансная частота связанного контура приближается к резонансной частоте рабочего контура, то при некоторой разности частот  $\Delta \nu_3$ , определяемой коэффициентом связи и добротностью контуров, происходит синхронизация частот, и генерация возникает на частоте связанного контура.

В КОКГ, где связь между бегущими волнами осуществляется за счёт рассеяния излучения на оптических неоднородностях в направлении, противоположном падающей световой волны, может наблюдаться аналогичное явление.

Вблизи зоны захвата частота биений будет определяться из следующего выражения

$$F = [\Omega^2 - (\Delta \nu_3)^2]^{1/2}, \quad a \quad (6)$$

$$\Delta \nu_3 = \frac{c}{L} \sqrt{\frac{\mathcal{I}_{10}}{\mathcal{I}_{20}} \alpha_1^2 + \frac{\mathcal{I}_{20}}{\mathcal{I}_{10}} \alpha_2^2 + 2\alpha_1 \alpha_2 \cos(\psi_1 + \psi_2)}, \quad (7)$$

где  $\Delta \nu_3$  - ширина зоны захвата;  $\mathcal{I}_1$  и  $\mathcal{I}_2$  - интенсивности встречных волн;  $\alpha_1, \alpha_2, \psi_1$  и  $\psi_2$  - коэффициенты и фазы обратного рассеяния соответственно [2].

При  $\Omega \ll \Delta \nu_3$  происходит захват частот встречных волн. Для уменьшения ширины зоны захвата к КОКГ предъявляются высокие требования в отношении качества оптических материалов и напылённых четвертьволновых диэлектрических слоёв. Кроме того, рассеяние может происходить на частицах пыли в открытых промежутках резонатора. Для уменьшения этих нежелательных эффектов в приборе необходимо предусмотреть вакуумирование этих промежутков или, в крайнем случае, их надёжную герметизацию.

Как видно из формулы (7), есть ещё другой путь уменьшения зоны захвата – это увеличение параметра резонатора. Однако этот путь малоэффективен, т.к. увеличение параметра КОКГ ведёт к таким нежелательным явлениям, как увеличение габаритов и массы прибора, уменьшение его надёжности, но главное – уменьшается верхняя граничная частота измерений.

Будем считать, что в сейсмоприёмнике вращения с КОКГ мы выполнили необходимые условия и работа осуществляется вдали от зоны захвата, тогда выражение для частоты биений запишется в следующем виде:

$$F = \Delta\nu_0 + K_1 \Omega + K_2 / \Omega; \quad (8)$$

где  $\Delta\nu_0$  – расщепление частот встречных волн, обусловленное наличием в резонаторе невзаимных элементов;  $K_1 = K_p (1 - K_{cp})$  – масштабный коэффициент;  $K_p$  – коэффициент, учитывающий параметры "холодного" резонатора;  $K_{cp}$  – коэффициент, учитывающий параметры активной среды;  $K_2$  – коэффициент, характеризующий нелинейную связь между встречными волнами.

При измерении частоты биений необходимым условием является создание начальной разности частот  $\Delta\nu_0$  между двумя бегущими волнами, превышающей пороговую частоту захвата. В оптическом резонаторе КОКГ эта разность частот обеспечивается введением в резонатор невзаимных элементов, имеющих различные амплитудные, частотные и фазовые соотношения между встречными бегущими волнами. Такая мера для получения разности частот всё-таки является нежелательной, так как при введении в резонатор КОКГ каких-либо оптических элементов вносятся в него дополнительные потери.

Для создания начальной разности частот наиболее выгодным, на наш взгляд, является использование эффекта Лэнгмюра, позволяющего получить необходимый эффект без введения в резонатор каких-либо оптических элементов.

В случае разряда постоянного тока

$$\Delta\nu_0 = \frac{\ell}{L} \cdot \frac{v}{\lambda} (n_e^2 - 1), \quad (9)$$

где  $\ell$  – длина активной среды;  $n_e$  – показатель преломления газоразрядной плазмы;  $v \approx 1,1 \cdot 10^{-4} \sqrt{M/\mu p} \cdot \Delta V/d^2 \cdot I_p$  – средняя скорость движения плазмы;  $\mu$  – динамическая вязкость газа;  $M$  – атомный вес газовой смеси;  $\Delta V$  – разность потенциалов на трубке;  $I_p$  – ток разряда;  $p$  – давление газовой смеси;  $d$  – внутренний диаметр газоразрядной трубки.

Для величин параметров лазера при реальных условиях измерения получим  $\Delta\nu_0 \approx (3+6) \cdot 10^5$  Гц.

Есть другая возможность создания начальной разности частот - использование движения активной среды в оптическом резонаторе со скоростью  $\vec{v}$ .

Тогда при совпадении направления движения активной среды с направлением вращения

$$\Delta\nu_0 = 2\vec{k}\vec{v}, \quad (10)$$

где  $\vec{k}$  - волновой вектор световой волны.

Для гелий-неонового лазера, работающего на переходе  $3S_2 - 2P_4$  ( $\lambda = 0,6328$  мкм) и скорости  $v = 0,01$  м/с получим  $\Delta\nu_0 = 2 \cdot 10^5$  Гц.

Имеются ещё и другие возможности создания начальной разности частот. Как видно из расчётов, вполне реальные величины  $\Delta\nu_0$  находятся в пределах нескольких сот килогерц, что создаёт вполне нормальные условия для проведения измерений и исключения явления захвата частоты.

Учитывая вышеприведённые факты, нами оценена реальная чувствительность сейсмоприёмника вращения с КОКГ. При минимальных величинах частоты биений  $F = 0,1$  Гц получим угловую скорость вращения  $\Omega = 1,5 \cdot 10^{-5}$  град/с, что соответствует при малых амплитудах вращения (и  $R = 0,04$  м) линейной скорости -  $6 \cdot 10^{-7}$  м/с. Частотная характеристика таких измерений зависит от массы прибора и жёсткости контакта "сейсмоприёмник-почва", т.е. условий установки. При использовании малогабаритных лазеров и соответствующей конструкции прибора частотная характеристика может быть расширена до нескольких сот герц.

Достоинством измерений вращательных движений с применением КОКГ является то, что приборы этого типа не реагируют на поступательные движения во всех трёх плоскостях, выделяя лишь повороты вокруг оси вращения КОКГ. Это позволяет проводить экспериментальные наблюдения с применением новейших технических средств, поставить объективные исследования сейсмических волновых полей.

#### Литература

1. Аверко Е.М., Нефёдкин Ю.А. Сейсмоприёмник - почва. - В кн.: Инерционные источники и приёмники сейсмических волн. Новосибирск, 1972, с.132-141.

2. Хитрон А.Х. Интерферометрические устройства контроля линейных перемещений.-В кн.: Применения лазеров.М.: Мир,1974,с.41-47.
3. Bradner H.,Reichle M.Somme methods for determining acceleration and tilt by use of pendulums and accelerometers.-Bull. Seismol. Soc. Amer., 1973, v.63, № 1, p.1-7.
4. Hansen S. Bubble seismometer. Patent USA, G 01 с 9/24, N 3. 609.674, 1970.
5. Hasty T.E. Apparatus for detecting angular deviations. Patent USA, 324-5, N 3.227.944, 1966.
6. Stepanek K. Seismicky pristoroj pro merem nerovnomernosti otaceni. Patent CSR, 42 с 42, N 115 958, 1965.

Н.И.Геца, В.И.Юшин

#### О НЕКОТОРЫХ ОСОБЕННОСТЯХ КОРРЕЛЯЦИОННОГО НАКОПЛЕНИЯ СЛАБЫХ ВИБРОСЕЙСМИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ

Первые успешные эксперименты [7] по глубинному вибросейсмическому зондированию (вибро-ГСЗ), проведённые с помощью стационарного центробежного виброисточника, развивающего амплитуду силы 100 т [5], и специально разработанной накопительной аппаратуры [1], в ходе которых были зарегистрированы вибросейсмические колебания на удалениях почти до 500 км, вселяют надежду на успешное развитие метода вибро-ГСЗ.

В статье обсуждаются исходные принципы, на основе которых выбиралась общая функциональная схема аппаратуры, и с позиций приобретённого опыта анализируется правильность их выбора. Практическим результатом работы можно считать рекомендации по рациональному формированию технических требований к подобной аппаратуре, исходя из современного состояния элементной базы и обзорных перспектив её развития.

Вместе с тем в рамках одной статьи оказалось невозможным изложить всю совокупность вопросов, которые пришлось решить при со-

здании подобной аппаратуры. Это будет сделано в последующих публикациях.

Удаления и времена пробега волн. Наибольший интерес для ГСЗ представляют исследования консолидированной коры до границы Мохоровичича, для чего достаточно проводить наблюдения на удаленях до 300 км. Важнейшими для интерпретации являются продольные волны в первых вступлениях, априорный годограф которых можно приближённо прогнозировать с помощью простой формулы  $t = (6 + 6,5) L$ , где  $L$  - расстояние между пунктами возбуждения и приёма. Вместе с тем, эксперименты показали, что виброисточник, возбуждающий вертикальные колебания, порождает интенсивную поперечную (обменную) волну, первые вступления которой приходятся приблизительно на удвоенное время в сравнении с продольной. Этот факт оказался неожиданным, так как противоречил опыту вибрационной сейсморазведки с характерной для неё высокой чистотой поляризационных характеристик излучаемых и принимаемых волн. Хотя обобщать малое число экспериментов нельзя, следует принять во внимание возможную целесообразность одновременной регистрации первых вступлений как продольных, так и поперечных волн, что должно быть предусмотрено в регистрирующей аппаратуре.

Алгоритм. Если постулировать, что конечным результатом эксперимента по вибро-ГСЗ должна быть импульсная сейсмограмма, сопоставимая со взрывной, то первое требование к алгоритму состоит в том, чтобы он обеспечивал восстановление из длительных непрерывных колебаний реакции сейсмологической среды на эквивалентное импульсное воздействие. Второе требование заключается в его оптимальной помехоустойчивости. Эти требования зачастую противоречивы, поэтому надо искать компромисс. Третье требование связано с особенностями зондирующих сигналов. В частности, следует считаться с тем, что стандартных источников для ГСЗ с устойчивыми частотно-фазовыми характеристиками пока нет, и в первое время придётся пользоваться различными экспериментальными, в том числе плохо управляемыми вибраторами.

Попытка удовлетворить всем этим требованиям приводит к алгоритму корреляционного приёма

$$\psi(\tau) = \frac{1}{T} \int_{\tau}^{T+\tau} s(t) b(t-\tau) dt, \quad (I)$$

где  $\vartheta(t)$  – зондирующий сигнал, излучаемый вибратором;  $S(t)$  – сейсмический сигнал, зарегистрированный сейсмодатчиком;  $\psi(\tau)$  – восстановленная импульсная сейсмограмма, равная взаимной корреляционной функции (ВКФ) сейсмического и зондирующего сигналов;  $T$  – длительность зондирующего сигнала.

Помимо корреляционного приёма полезно располагать алгоритмом синхронного накопления:

$$S_{\Sigma}(t) = \sum_i S_i(t), \quad (2)$$

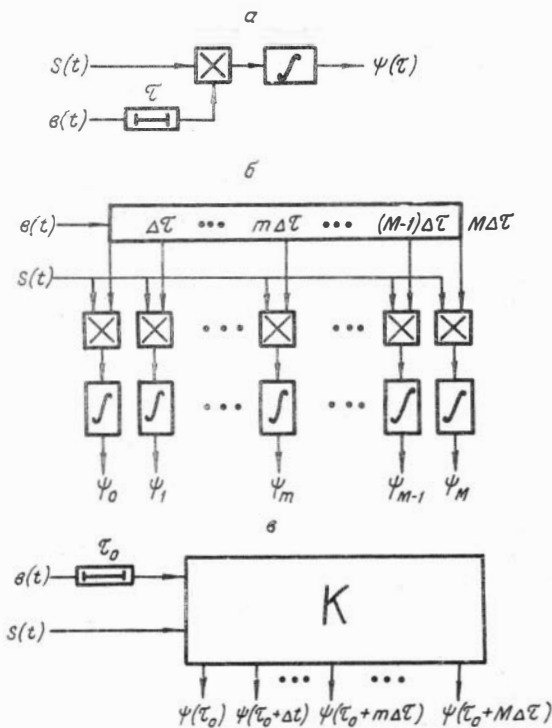
позволяющим выполнять "штабелирование" импульсных воздействий.

Принципиальным является вопрос, насколько целесообразно проводить указанную математическую обработку информации в полевых условиях или же следует передать её универсальной ЭВМ, ограничившись первичной регистрацией на магнитную ленту. В пользу первого варианта можно привести следующие доводы. Полевой эксперимент по дальнему приёму вибросейсмических сигналов сложен и подвержен множеству факторов, способных нарушить его качество (радиосвязь, микросейсмь и т.п.). Без оперативного контроля конечного материала работа будет неэффективна. В то же время, учитывая большой объём первичных данных, целесообразно проводить их сжатие непосредственно в ходе эксперимента.

Перечисленным требованиям в наибольшей степени отвечает алгоритм корреляционного сжатия, выполняемый в реальном масштабе времени.

Обоснование функциональной схемы корреляционного накопителя. Существуют два основных функционально различных способа корреляционного преобразования: последовательный и параллельный [2]. Первый предусматривает запоминание и многократное воспроизведение всей реализации принимаемого сигнала. Несмотря на то, что он нашёл широкое применение в вибросейсмической аппаратуре [9], с точки зрения вибро-ГСЗ, он обладает существенными недостатками. Дело в том, что практически приемлемый объём запоминающего устройства в этом методе получается только при очень коротких зондирующих сигналах, что предъявляет серьёзные требования к динамике виброисточника (например, с помощью простых центробежных вибраторов формирование коротких свип-сигналов затруднительно).

Параллельный способ [2] требует объёма памяти значительно меньшего, а именно, равного длительности восстановленной сейсмограммы, причём особенно ценно, что этот объём может быть использован очень экономично: лишь на выделение целевых волн.



Рассмотрим простейшую функциональную схему параллельного коррелятора. (Её назначение - наглядно отобразить алгоритм работы. Принципиальная схема может существенно отличаться от функциональной). Если представить элементарный коррелятор, вычисляющий только одну точку БКФ при фиксированной задержке  $\tau = \tau_m$  в виде линии задержки, перемножителя и интегратора (рис. 1а), то функциональную схему параллельного коррелятора можно отобразить в виде линии задержки со множеством отводов и элементарных корреляторов в каждом из этих отводов (рис. 1б). Принимая шаг между отводами  $\Delta\tau$  постоянным, а число

Рис. 1. Эволюция функциональной схемы коррелятора: а - элементарный, б - параллельный, в - параллельный (К) с элементом чистого запаздывания

отводов, равным  $M + 1$ , можем записать алгоритм параллельного коррелятора в виде

$$\psi_m = \psi_{s\beta}(m\Delta\tau) = \frac{1}{T} \int_{m\Delta\tau}^{\tau+m\Delta\tau} s(t)\beta(t-m\Delta\tau) dt, \quad m = 0, 1, 2, \dots, M. \quad (3)$$

Сигналы, поступающие на вход параллельного коррелятора, не требуется повторять: по окончании зондирующего сигнала  $\delta(t)$  с учётом его максимальной задержки в корреляторе, т.е. в момент  $t = T + M\Delta\tau$  на выходах интеграторов фиксируется последовательность  $\psi_0, \psi_1, \dots, \psi_M$  дискретных отсчётов ВКФ, представляющая собой восстановленную импульсную сейсмограмму, длительность которой зависит от числа отводов и накопительных ячеек. Существуют способы, позволяющие уменьшить число элементов задержки [8].

Интервал времён пробега  $\tau_{max} = M\Delta\tau$  называется "окном" задержек параллельного коррелятора. Дополнительная линия задержки позволяет смещать это окно в наиболее интересную область импульсной сейсмограммы без существенного усложнения устройства (рис.1в). Дополнительная задержка  $\tau_0$  называется чистым запаздыванием. Выбирая величину  $\tau_0$ , можно настраиваться на выделение любых целевых волн, благодаря чему ограниченная память коррелятора используется исключительно эффективно.

Частотный диапазон и частота дискретизации. Общий частотный диапазон, используемый при ГСЗ, можно принять равным  $2 \pm 25$  Гц, однако, в обозримом будущем трудно рассчитывать на создание столь широкополосных виброисточников. Поэтому целесообразно разбиение этого диапазона на ряд более узких, например  $8 \pm 25$ ,  $4 \pm 12$ ,  $2 \pm 6$  Гц. Соответственно выбираются частоты дискретизации: 25, 50 и 100 Гц. Так, регистрация колебаний 100-тонного виброисточника в дальней зоне проводилась в диапазонах 5-9 и 6-8 Гц на частоте дискретизации 50 Гц [7]. Выбор диапазона регистрации был обусловлен наличием острого резонанса на частоте 7 Гц в спектре излучаемого сигнала. На период верхней частоты диапазона приходилось 5-6 дискретных отсчётов, на период центральной частоты - 7-8. Даже при отсутствии низкочастотной фильтрации выходных данных форма колебаний получается достаточно гладкой для визуального восприятия. Можно уверенно утверждать, что снижение частоты дискретизации ещё в два раза хотя и ухудшает визуальное качество материала, но не должно повлиять на помехоустойчивость, особенно если подвергнуть выходные сигналы сглаживанию с помощью ФНЧ. Эту заниженную частоту дискретизации (т.е. 2,5-3 отсчёта на период верхней частоты) можно рекомендовать как своеобразный "форсированный" режим работы коррелятора, если требуется расширить "окно" задержек.



Антиалайзинговая фильтрация. Обычно перед дискретизацией аналоговых сигналов их подвергают низкочастотной фильтрации с целью предотвращения возникновения ложных спектральных составляющих. Механическое перенесение этого представления на вибросейсмические сигналы ошибочно. Иными словами, фильтрация по частоте Найквиста вибросейсмических сигналов, подвергаемых корреляционному сжатию, необязательна. Полное доказательство этого утверждения мы надеемся привести в отдельной работе. Физическая сторона этого явления состоит в том, что корреляционный приёмник сам по себе является идеальным полосовым фильтром, и поэтому никакие дополнительные фильтры не могут улучшить его характеристик. Если же корреляционный накопитель предполагается использовать для "штабелирования" импульсных сигналов, такая фильтрация необходима.

Опорный сигнал. Опорным сигналом называется общий для всех каналов сигнал-сомножитель:

$$c(t) = C(\omega) \sin \varphi_c(t), \quad (4)$$

имитирующий излучаемый виброисточником сигнал

$$b(t) = B(\omega) \sin \varphi_b(t), \quad (5)$$

где  $C(\omega)$  и  $B(\omega)$  - частотнозависимые огибающие, аргументом которых является мгновенная частота  $\omega = d\varphi/dt$ . Для корреляционного сжатия важна в первую очередь фазовая структура излучаемого сигнала. При этом допустимо различие функций  $\varphi_c(t)$  и  $\varphi_b(t)$  лишь на постоянную  $\varphi_0$ . Амплитудная характеристика опорного сигнала

$C(\omega)$  может совпадать, но может и существенно отличаться от огибающей зондирующего  $B(\omega)$ . Их идентичность целесообразна в том случае, когда требуется добиться наивысшего отношения сигнал/шум [6, II], жертвуя при этом разрешающей способностью. Если же полезные сигналы имеют достаточный запас мощности, то предпочтение может быть отдано получению высокой разрешающей способности, и в этом случае огибающая опорного сигнала должна подчиняться обратной зависимости:

$$C(\omega) = \frac{1}{B(\omega)} \quad (6)$$

за исключением граничных областей частотного диапазона, что является одним из видов обратной фильтрации.

Между этими двумя случаями лежит самый распространенный в силу своей простоты вариант, когда опорный сигнал полностью иг-

нормирует амплитудную, а воспроизводит фазовую структуру зондирующего

$$c(t) = \sin [\varphi_g(t) + \varphi_0], \quad (7)$$

Применение такого упрощённого опорного сигнала наиболее целесообразно для аппаратуры вибро-ГСЗ. В самом деле, как уже говорилось выше, рассчитывать на широкую полосу частот излучения при глубинном виброндировании пока не приходится. В узкой же полосе, которая, очевидно, будет выбираться в области максимума частотной характеристики источника, изменения огибающей  $B(\omega)$  сравнительно невелики, и ими можно пренебречь, полагая  $B(\omega) = \text{const}$

$C(\omega) = 1$ . Принимая последнее условие, можем резко упростить коррелятор. Так, прежде всего можно применить так называемый релейный способ перемножения [12], который успешно используется в обычных [3] и сейсмических [4] корреляторах. В этом случае опорный сигнал представляется сигнатурой, т.е. двумя величинами, которыми придаются условные веса: +1 и -1. Операция перемножения чисел заменяется более простой операцией сложения. Для представления каждого отсчёта опорного сигнала необходим всего один бит информации. Учитывая, что согласно функциональной схеме (рис.1) требуется хранить в оперативной памяти значительный отрезок этого сигнала, выгода релейного способа очевидна.

Вместе с тем, специфика длительного накопления слабых сигналов вынуждает добавить к опорному сигналу ещё один бит, так называемый бит блокировки. Это связано со следующим обстоятельством.

Радиоканал. Важным блоком корреляционной накопительной сейсмостанции является радиоканал, т.е. тракт приёма опорного сигнала по радио. Радиоканал совершенно необходим в случаях, когда виброисточник не способен подчиняться жёсткой фазовой программе, а лишь приблизительно отслеживает задаваемую частоту. Корреляционное сжатие возможно и в том случае, но при условии, что фактически излученный сигнал будет доставлен на вход опорного канала коррелятора. Учитывая же значительные удаления и слабую помехозащищённость средне- и коротковолновой радиосвязи, на которую только и можно рассчитывать в данном случае, а следовательно, и вероятные нарушения радиоконтакта, необходимо свести вредное действие этих помех к минимуму. Лучший способ - блокировать, т.е.

обнулить те участки опорного сигнала, которые оказались "выбиты" помехой. Конечно, можно блокировать работу всего корреля-

тора на время пропадания радиосигнала, однако, это привело бы к излишней потере информации. Дело в том, что опорный сигнал перемещается по элементам задержки в течение нескольких десятков секунд, и поэтому в момент прихода помехи его рабочая часть ещё долгое время будет управлять нормальным накоплением, пока искажённый помехой участок сигнала не достигнет накопительных ячеек.

Принимая необходимость второго бита информации для опорного канала обоснованной, надо извлечь из него максимальную пользу. Мы имеем в виду следующее.

Подавление гармоник опорного сигнала. Сигнатурное представление свип-сигнала

$$c(t) = \sin \alpha t^2 \quad (8)$$

имеет вид:

$$\bar{c}(t) = \sin \alpha t^2 - \frac{1}{3} \sin 3 \alpha t^2 + \frac{1}{5} \sin 5 \alpha t^2 - \dots \quad (9)$$

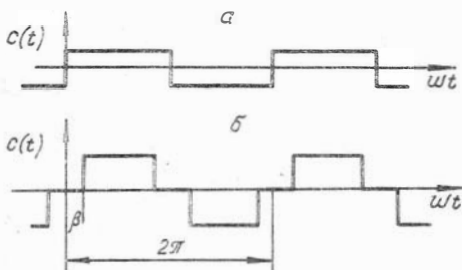


Рис.2. Виды опорного сигнала:  
а - двухуровневый, б - трёхуровневый

опорного сигнала, обеспечивающее подавление наиболее опасной 3-й гармоники. Вместо чисто сигнатурного сигнала (рис.2а) формируется трёхуровневый сигнал (рис.2б), разложение Фурье для которого имеет вид

$$b(t) = \frac{4}{9} (\cos \beta \sin \alpha t^2 - \frac{1}{3} \cos 3\beta \sin 3\alpha t^2 + \frac{1}{5} \cos 5\beta \sin 5\alpha t^2 - \dots) \quad (10)$$

При  $\beta = \sqrt[3]{6}$  первая, не равная нулю, высшая гармоника - 5-я, однако она опасности не представляет, так как порождаемая ею помеха находится далеко за пределами "окна" коррелятора.

Для представления трёхуровневого сигнала, очевидно, достаточно тех же двух бит информации, которые отпущены для опорного сигнала.

Проблема центрирования. Алгоритм вычисления корреляционных функций (I) предусматривает предварительное центрирование входных процессов. В большинстве практических применений операцию центрирования опускают, так как анализируемые сигналы обычно лишены постоянной составляющей, или она настолько мала, что может не приниматься во внимание.

Между тем, для корреляционного приёмника постоянная составляющая есть ни что иное, как регулярный сигнал, и при наличии постоянной же составляющей в опорном сигнале и при достаточно длительном накоплении ёмкость интегратора может быть переполнена раньше, чем закончится накопление. Если же ёмкость накопителя достаточно велика, будет наблюдаться смещение нуля на выходе коррелятора, затрудняющее восприятие сейсмограмм. Рассмотрим конкретный пример.

Пусть вибратор излучает гармоническое колебание  $\sin \omega t$  фиксированной частоты  $\omega$ . На вход коррелятора будет поступать в цифровой форме сигнал

$$S(t) = a \sin(\omega t + \varphi) + n(t) + \Delta_s, \quad (II)$$

где  $\Delta_s$  - смещение нуля, обусловленное, например, смещением нуля АЦП;  $n(t)$  - случайный шум с дисперсией  $\sigma_n^2$ . Амплитуда шума по правилу "трёх сигм" равна

$$n_{max} = 3 \sigma_n \quad (I2)$$

Полагая, что сигнал ниже уровня шума, выбираем усиление так, чтобы максимальные выбросы шума  $n_{max}$  не перегружали АЦП, т.е. соответствовали его максимальному коду  $A$

$$n_{max} = A \quad (I3)$$

Опорный сигнал  $c(t)$  также имеет смещение нуля, равное  $\Delta_c$

$$c(t) = \sin \omega t + \Delta_c. \quad (I4)$$

Оценим выходной сигнал коррелятора, для чего найдём математическое ожидание оценки нецентрированной ВКФ

$$\psi(\tau) = M \left[ \frac{1}{T} \int_0^T s(t) c(t - \tau) dt \right] \quad (I5)$$

Подставляя сюда (II) и (I4), после несложных преобразований получим:

$$\psi(\tau) = \frac{a}{2} \cos(\omega\tau + \varphi) + \Delta_s \Delta_c, \quad (I6)$$

где первое слагаемое - полезный сигнал, а второе - смещение нуля на выходе коррелятора. Чтобы это смещение не мешало восприятию полезного сигнала, поставим условия для соотношения слагаемых в формуле (I6)

$$\Delta_s \Delta_c \leq \frac{a}{5} \quad (I7)$$

Выразим входное ОСШ, равное  $\rho_{\text{вх}} = \frac{a}{\sqrt{2} \theta_n}$ , через соотношения (I2) и (I3)

$$\rho_{\text{вх}} = \frac{3a}{\sqrt{2} A}, \quad (I8)$$

Подставляя (I8) в (I7), найдём допустимое смещение нуля входных сигналов

$$\Delta_s \Delta_c \leq \frac{\sqrt{2}}{15} \rho_{\text{вх}} A \approx 0,1 \rho_{\text{вх}} A \quad (I9)$$

Полагая  $\Delta_s = \Delta_c = \Delta$ , получим окончательно

$$\Delta \leq \sqrt{0,1 \rho_{\text{вх}} A} \quad (20)$$

В качестве типичного примера оценим допустимое смещение нуля для 8-разрядного АЦП при входном ОСШ, равном  $\rho_{\text{вх}} = 0,01$ . Величина  $A$  в этом случае равна максимальному значению модуля кода, т.е.  $A = 2^7$ . Подстановка в (20) даёт:  $\Delta \leq 0,3$ , т.е. смещение нуля не должно превышать 1/3 уровня квантования. В противном случае необходимо вводить вычитание среднего значения. Поскольку в корреляторах, работающих в реальном времени, средние значения могут быть вычислены только по окончании накопления, то целесообразен алгоритм последующего центрирования

$$\psi_0(\tau) = \psi(\tau) - m_s m_c, \quad (21)$$

где

$$m_s = \frac{1}{T} \int_{\tau}^{T+\tau} S(t) dt, \quad m_c = \frac{1}{T} \int_0^T c(t) dt. \quad (22)$$

Достоинством его является также и то, что он не требует деления на интервал  $T$ , тогда как алгоритм с предварительным центрированием обязывает такое нормирование проводить. Кроме того, предварительное центрирование вызывает необходимость повышения разрядности входных данных перемножителя, т.к.  $m_s$  и  $m_c$  - дробные величины.

Несмотря на преимущества последующего центрирования по сравнению с предварительным, введение его усложняет коррелятор. Поэтому важнейшим практическим результатом испытаний созданного коррелятора [1] явилось убедительное доказательство того, что аналоговый (усилительный) тракт может быть сконструирован таким образом, что центрирования практически не потребуются. Первым условием этого является высокая термостабильность нуля оконечного каскада сейсмического канала, достигнутая с помощью усиленной обратной связи по постоянному току. Главной же причиной установившегося смещения, как оказалось, являются ключи коммутатора каналов. Введение индивидуальной коррекции нуля в каждый усилитель позволило почти полностью устранить смещение нуля на коррелограммах даже при продолжительном накоплении (более 2 часов).

### Выводы

1. Наиболее целесообразным алгоритмом накопления сигналов при вибро-ГСЗ является корреляционное сжатие, проводимое в реальном масштабе времени по способу параллельного анализа.
2. Из соображений экономичности в корреляторе следует предусмотреть два "окна" (для продольных и поперечных волн) и устройства задержки опорного сигнала для вычитания чистого запаздывания.
3. Частотный диапазон входных сигналов можно разделить на ряд узких поддиапазонов и в каждом из них использовать минимальную частоту дискретизации.
4. Антиалайзинговая фильтрация коррелируемых сигналов обязательна.
5. Целесообразно применение трёхуровневого опорного сигнала и релейного способа перемножения.
6. Должна быть предусмотрена блокировка опорного сигнала при пропадании радиоконтакта с виброисточником.
7. Центрирование входных сигналов достижимо аппаратными средствами без применения вычислительных процедур.

## Литература

1. Геза Н.И., Гуреев А.П., Юн Ен Дин, Юшин В.И. Аппаратура для обработки вибрационных и виброимпульсных сигналов. - В кн.: Исследование Земли новыми геофизическими методами. Новосибирск, 1980, с.78-85.
2. Иванов Л.Н., Юшин В.И. Цифровые корреляторы. - В кн.: Автоматический контроль и методы электрических измерений. Тр. УШ конф. Новосибирск:Наука, т.1, 1971. II7 с.
3. Иванов Л.Н., Юшин В.И. Электромеханический коррелятор. Авт.свид. №182414.-БИ, 1967, № II.
4. Лукашин Ю.П., Потылицын Ю.И. Способ обработки записей сейсмических колебаний. Авт.свид. №200195.-БИ, 1967, № I6.
5. Макарюк Н.В., Малахов А.П., Ряшенцев Н.П. Обоснование конструктивной схемы источника вибросейсмических колебаний для вибрационного просвечивания Земли. - В кн.: Исследование Земли невзрывными сейсмическими источниками. М.: Наука, 1981, с.161-167.
6. Чичинин И.С. Вопросы теории сейсмического виброндирования - В кн.: Методика сейсморазведки. М.: Наука, 1965, с.147-163.
7. Юшин В.И., Геза Н.И., Юн Ен Дин. Об экспериментальной оценке возможности корреляционного накопления вибросейсмических сигналов для целей ГСЗ. - Геол. и геофиз., 1981, № 8, с.71-74.
8. Юшин В.И. Многоканальный цифровой коррелятор. Авт.свид. №209083.-БИ, 1968, № 4.
9. Savit C.H. Field correlator. Pat. USA N 3863058 MKU, g 06 f, 15/34.
10. Seriff A.J., Kim W.H. The effect of harmonic distortion in the use of vibratory surface sources.- Geophysics, 1970, v.35, N 2, p.234-246.
11. Turin G.L. On estimation in the presence of noise of impulse response of a random Linear filter.-IRE Trans. on Inform. Theory, 1957, v.3, March.
12. Watts D.S. General theory of amplitude quantization with application to correlation determination.-Proc. IEE, 1962, v.109, N15, p.209-218.

ОСОБЕННОСТИ РАБОТЫ ПОВЕРХНОСТНОГО  
СЕЙСМИЧЕСКОГО ИСТОЧНИКА

Режим работы вибрационного сейсмического источника и энергетический спектр возбуждаемых волн определяются параметрами генератора колебаний и процессами взаимодействия излучающей платформы с нагрузкой – геологической средой. Составляющие механического сопротивления нагрузки излучателя могут иметь значительные вариации вследствие слоистого строения разреза, влияния эффектов виброуплотнения в грунте и др. Однако при однородной верхней части разреза и контактных давлениях, не превышающих предела текучести, составляющие сопротивления близки к эквивалентам волнового сопротивления  $\zeta_H$ ,

$C_H$ ,  $m_H$  "штампа" на однородном полупространстве [1]. Несмотря на то, что эти сопротивления линейны, и вибратор развивает практически гармонические усилия  $F_g(t)$ , часто отмечается существенная несинусоидальность в колебаниях грунта под излучающей платформой вибратора.

На рис.1а представлена упрощённая динамическая схема сейсмического источника. Возбуждающая сила  $F_g(t)$  вибратора действует на массу  $m_1$  платформы излучателя,  $C_H$ ,  $\zeta_H$ ,  $m_H$  – соответ-

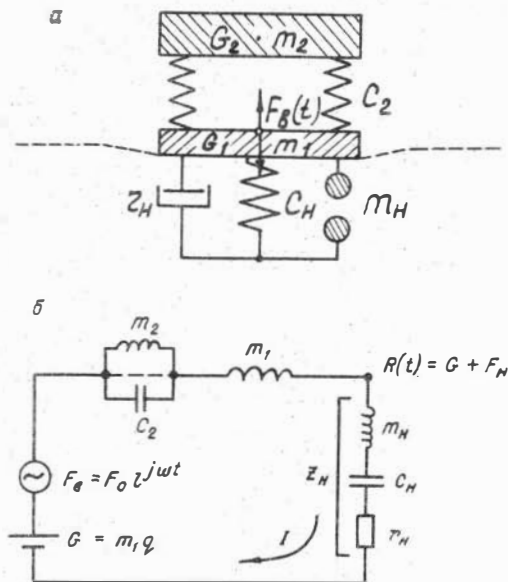


Рис.1 Динамическая схема сейсмического виброисточника (а) и её электромеханическая аналогия (б)



ственно упругость, активное сопротивление и присоединённая масса нагрузки. Платформа вибратора поджата через амортизаторы с упругостью  $C_2$  весом  $G_2 = m_2 g$ .

Собственная частота колебания массы  $m_2$  на мягкой подвеске  $c_2$  находится ниже рабочего диапазона частот, поэтому возможно исключить динамические звенья  $m_2$  и  $C_2$ , приложив действие суммарного веса  $G = g(m_1 + m_2)$  непосредственно к излучающей платформе.

Колебания платформы вибратора и грунта будут одинаковы, когда сохраняются условия неразрывности в контакте, например, если платформа приморожена к грунту, и грунт способен воспринимать растягивающие напряжения. Введем реакцию силы  $R(t)$ , действующей на грунт, и составим для этого случая уравнения движения относительно переменных смещений  $U_1$  - платформы и  $U_H$  - поверхности грунта [3]

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{U}_1 - F_g(t) + G &= R(t) \\ - m_H \ddot{U}_H - \zeta_H \dot{U}_H - C_H U_H &= R(t) \end{aligned} \quad (I)$$

Вместе с тем, для неразрывного движения ( $U_1 = U_H$ ) остаётся справедливым и обычное уравнение одномассовой системы

$$(m_1 + m_H) \ddot{U}_1 + \zeta_H \dot{U}_1 = F_g(t) + G, \quad (2)$$

однако система (I) даёт важную информацию о характере напряжений в контакте вибратор-грунт. Положительные значения реакции  $R(t) > 0$

соответствуют сжимающим напряжениям в контакте, а отрицательные значения - растягивающим напряжениям. В реальных условиях, очевидно, грунт не способен воспринимать растягивающие напряжения, и переход значений силы реакции в отрицательную область свидетельствует о потере контакта с грунтом. Полагая возмущающую силу вибратора гармонической  $F_g(t) = F_0 \cos \omega t$  и подставляя в (I) ускорение  $\ddot{U}_1$ , вычисленное по (2), получим выражение для силы реакции  $R(t)$  в системе относительных единиц.

$$R(t) = -F_0 \sqrt{\frac{[\frac{2 + m_H/m_1}{1 + m_H/m_1} \xi^2 - 1]^2 + 4\beta^2 \xi^2}{(\xi^2 - 1)^2 + 4\beta^2 \xi^2}} \cos(\omega t - \psi) + G, \quad (3)$$

где

$$\psi = \arctg \frac{2\beta \xi^3}{4(1 + m_H/m_1)\beta^2 \xi^2 - (\xi^2 - 1)(\xi^2 - m_H/m_1 - 1)}$$

$\xi = \omega/\omega_0$  - относительная частота;  $\beta = \frac{\zeta_H}{2(m_1 - m_H)\omega_0}$  - относительное значение коэффициента демпфирования;  $\omega_0 = \sqrt{\frac{\zeta_H}{m_1 + m_H}}$  - собственная частота колебательной системы.

Из уравнения (3) следует, что для работы без потери контакта амплитуда силы вибратора должна ограничиваться так, чтобы удовлетворить неравенство  $R(t) > 0$ .

Если принять  $R(t) = 0$  и решить (3), то получим частотную характеристику максимально допустимой по условиям отрыва амплитуды силы вибратора

$$\left[ \frac{F_0}{G} \right] = \sqrt{\frac{(\xi^2 - 1)^2 + 4\beta^2 \xi^2}{\left[ \frac{2 + m_H/m_1}{1 + m_H/m_1} \xi^2 - 1 \right]^2 + 4\beta^2 \xi^2}} \quad (4)$$

Анализ полученного выражения показывает, что амплитуда силы вибратора может превышать вес в диапазоне частот

$$0 < \xi < \sqrt{\frac{1 + m_H/m_1}{\frac{3}{2} + m_H/m_1}} \quad (5)$$

и должна быть максимальной на частоте

$$\xi_1 = \sqrt{\frac{1 + m_H/m_1}{\frac{3}{2} + \frac{m_H}{m_1} - \frac{1}{2} \sqrt{1 + 16\beta^2 (1 + \frac{m_H}{m_1}) (\frac{3}{2} + \frac{m_H}{m_1})}}} \quad (6)$$

На рис.2 проиллюстрировано расположение зон максимально допустимых ( $R(t) = 0$ ) и реальных силовых характеристик для двух вибрационных установок со следующими параметрами [ 2 ].

Параметры установки	Кривые 1	Кривые 2
Масса платформы	1 т	120 т
Масса пригруза	10 т	0
Площадь платформы	2 м <sup>2</sup>	16 м <sup>2</sup>
Дебаланс	регулируемый	2x0,171 тм

В случае нерегулируемого дебаланса возбуждающая сила вибратора растёт с частотой по квадратичному закону  $F_\xi \sim \omega^2$ . Регулируемый дебаланс с увеличением частоты колебаний уменьшает свой эксцентриситет, тем самым нарушая квадратичный закон возрастания

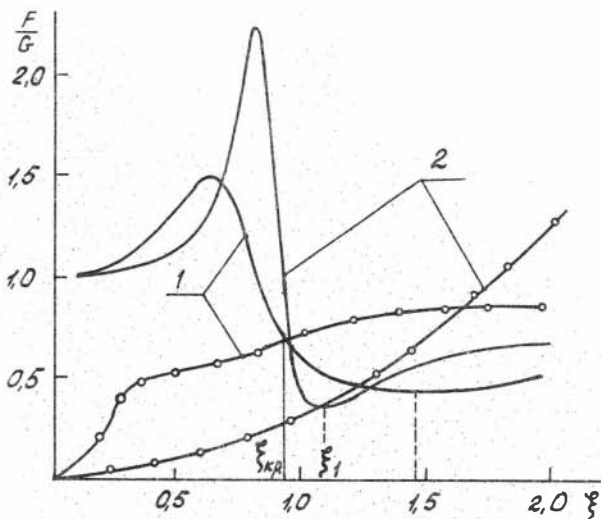


Рис.2. Характеристики допустимой (—) и развиваемой (○—○) силы вибратора

возбуждающей силы и обеспечивая её относительное постоянство в широком диапазоне частот (см. кривые развиваемой силы для первой и второй вибрационных установок на рис.2).

Легко увидеть, что в действующих вибрационных установках не всегда соблюдается условие (4), гарантирующее работу вибратора без потери контакта с грунтом, так для первого случая "отрыв" начинается на частоте  $\xi_{кр} = 0,88$ , а для второго - на частоте  $\xi_{кр} = 1,06$ ; при дальнейшем возрастании частоты на периоде колебаний появляются интервалы разрыва контакта, на которых платформа и грунт движутся автономно в соответствии с уравнениями (I), если положить  $R(t) = 0$  и учесть начальные условия. Фазы начала и конца отрыва  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  достаточно просто определяются по уравнению (3) для любой частоты  $\omega_c$

$$\begin{aligned} \varphi_1 &= \psi - a z c c \cos \frac{[F_o]}{F_o} \\ \varphi_2 &= \psi + a z c c \cos \frac{[F_o]}{F_o}, \end{aligned} \quad (7)$$

где  $[F_o]$  - допустимая по условиям отрыва амплитуда силы вибратора;  $F_o$  - амплитуда развиваемой силы вибратора  $\varphi_1 = \omega_c t_1$ ,  $\varphi_2 = \omega_c t_2$ .

Как видно из рис.2, максимально допустимая для безотрывного режима работы вибратора сила в узком диапазоне частот изменяется от  $2,25G$  до  $0,35G$  для первой вибрационной установки и от  $1,5G$  до  $0,4G$  для второй. Такое резкое падение максимально допустимой силы вибратора объясняется резонансной раскачкой системы, когда амплитуда переменной составляющей силы  $F_H$ , действующей на грунт, резко возрастает и может превысить постоянную составляющую этой силы  $G$ , что эквивалентно условию  $R(t) > 0$ , при котором нарушается контакт виброплатформы с грунтом.

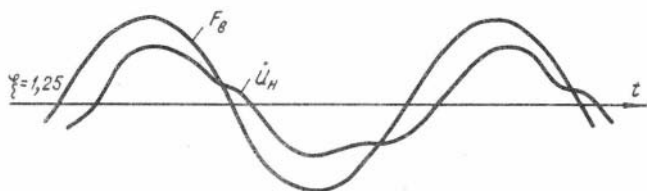


Рис.3. Возбуждающая сила  $F_g$  и скорость колебаний под платформой вибратора

Практически режим отрыва виброплатформы от грунта проявляется в искажении синусоидальной формы колебаний платформы и поверхности грунта, контактирующей с виброплатформой при гармонической возбуждающей силе. На рис.3 приведён характерный пример искажения формы виброскорости колебаний грунта под платформой для первой вибрационной установки на частоте  $\xi = 1,25$ , что соответствует согласно графику на рис.2 режиму нарушения контакта платформы с грунтом. Возбуждающая сила, как видно на приведённом рисунке, в этот момент имела практически чисто синусоидальный характер без искажений.

К описанию явления отрыва платформы виброисточника от грунта можно подойти несколько с других позиций. Используя систему электромеханических аналогий Гамбурцева А.Г. [4], механическую систему (рис.1а) можно представить в виде электрической схемы, изображённой на рис.1б. Для упрощения математических выкладок будем рассматривать только модель второго виброисточника, в котором  $m_2 = 0$  и, следовательно, ёмкость  $C_2$  оказывается закороченной. Такое упрощение не имеет принципиального значения, так

как при  $m_2 \neq 0$  изменяется только статическая сила поджатия платформы к грунту, а динамические звенья  $m_2$  и  $C_2$ , как указывалось выше, можно исключить из рассмотрения. Таким образом, ток в цепи, эквивалентный виброскорости платформы и грунта до начала отрывного режима согласно закону Ома равен

$$i = \dot{U}_1 = \dot{U}_H = \frac{F_B}{Z_H + j\omega m_1} \quad (8)$$

где  $Z_H = r_H + j(\omega m_H - \frac{1}{\omega C_H})$ .

Источник постоянного напряжения  $G$  не влияет на ток в цепи из-за ёмкости  $C_H$ , являющейся разрывом в цепи по постоянному току. Падение напряжения на сопротивлении  $Z_H$ , эквивалентное силе, действующей на контакте виброплатформы с грунтом, равно

$$R(t) = G + F_H = G + \frac{F_B}{1 + j\omega m_1 / Z_H} \quad (9)$$

Из формулы (9) видно, что если платформа вибратора невесома ( $m_1 = 0$ ), то переменная составляющая  $F_H$  силы, действующей на грунт, совпадает с возбуждающей силой  $F_B$ . В случае же  $m_1 \neq 0$  эти силы могут значительно отличаться, что может привести к нарушению контакта виброплатформы с грунтом раньше, чем амплитуда возбуждающей силы превысит постоянное напряжение  $G$ . Как уже отмечалось выше, это происходит за счёт резонансной раскачки системы вибратор-грунт. Следует заметить, что резонансная частота системы, определяемая из условия равенства нулю реактивной составляющей общего сопротивления системы, как нетрудно убедиться, совпадает с резонансной частотой, используемой в уравнении (3).

Из формулы (9) следует, что условие возникновения отрывного режима  $R(t) < 0$  можно записать в виде

$$|F_H| > G \quad (10)$$

Для иллюстрации вышеизложенного приведем (рис.4) силовые характеристики второго варианта виброисточника с несколько изменёнными параметрами:  $m_1 = 70$  т ; дебаланс =  $2 \times 0,144$  тм. Уменьшение веса платформы позволяет более наглядно продемонстрировать начало отрывного режима. На рис.4 видно, что условие (10) начинает выполняться при  $\xi_{кр} \approx 0,94$ . На рис.5 приведена запись возбуждающей силы и виброскорости платформы на двух близких частотах  $\xi_1 = 0,94$  и  $\xi_2 = 0,97$ , лежащих по разные стороны от  $\xi_{кр}$ . На приведённых записях хорошо видно появление характерного

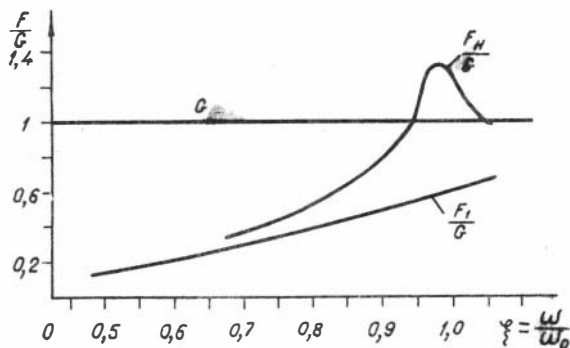


Рис.4. Силовые характеристики системы вибратор-грунт

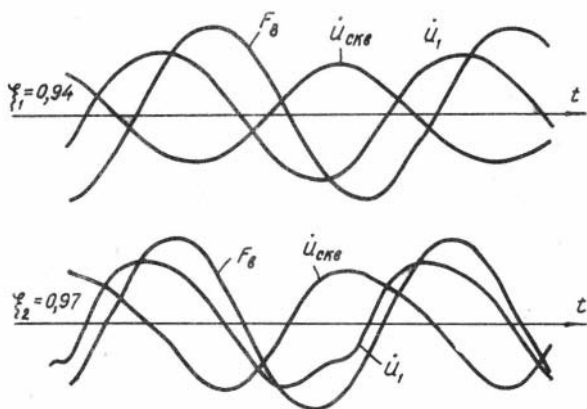


Рис.5. Возбуждающая сила и виброскорости колебаний платформы и грунта в скважине

искажения синусоидальной формы виброскорости платформы при сохранении гармонического характера возбуждающей силы.

На рис.5 приведены также соответствующие указанным частотам записи виброскорости грунта в близлежащей скважине. Из этих записей видно, что искажение синусоидальности виброскорости на разрыве контакта виброплатформы с грунтом ведёт, в свою очередь, к искажению синусоидальности излучаемого сейсмического сигнала, не-

сколько сглаженному фильтрующими свойствами грунта. Из искажения гармонического характера излучаемого виброисточником сейсмического сигнала следует, что в частотном спектре этого сигнала появляются высшие гармоники. Естественно, что при нарушении контакта виброплатформы с грунтом, дальнейшее рассмотрение процесса с использованием схемы (рис. 1б) становится невозможным. Для корректного изучения режима отрыва виброплатформы от грунта необходимо ввести в схему нелинейные элементы, которые моделировали бы разрыв исходной цепи и селекцию двух независимых цепочек: короткозамкнутого виброисточника и также короткозамкнутого контура  $Z_n$ , выведенного из состояния равновесия. Но для предварительных расчётов возможности возникновения режима нарушения контакта виброплатформы с грунтом вполне пригодна описанная упрощённая схема.

Таким образом, проведённые исследования показывают, что работа поверхностного виброисточника может сопровождаться потерей контакта виброплатформы с грунтом, даже если амплитуда возбуждающей колебания силы не превышает веса установки. Практически это проявляется в виде искажения гармонического характера движения виброплатформы и контактирующей с ней поверхности грунта и деформации частотного спектра излучаемого сейсмического сигнала.

#### Литература

1. Чичинин И.С. О методике испытаний невзрывных источников сейсмических сигналов. – В кн.: Вибрационная сейсморазведка на продольных и поперечных волнах. Новосибирск, 1975, с.118–133.
2. Игнатъев А.В., Кулаков В.Ф., Сипайлов Г.А. Электромашинные вибраторы для сейсмической разведки. – В кн.: Вопросы возбуждения сейсмических волн вибрационным источником. Новосибирск, 1976, с.115–128.
3. Мандельштам Л.И. Лекции по теории колебаний. М.: Наука, 1972, 167 с.
4. Гамбурцев Г.А. Основы сейсморазведки. М.: Гостоптехиздат, 1959. 353 с.

## ОДНА ЗАДАЧА ДИНАМИКИ ДЛЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ПОЛОСТИ В ПОЛУПРОСТРАНСТВЕ

Задача колебания цилиндрической полости в полупространстве представляется актуальной; решение её в общем виде в литературе отсутствует. Сложность заключается в том, что помимо граничных условий на стенках полости дополнительно должны быть удовлетворены однородные граничные условия на "дневной поверхности"  $z = z_0$  по напряжениям  $\sigma_z$  и  $\tau_{\rho z}$ .

По физическому смыслу соответствующее решение представляет собой результат наложения падающих и отражённых от плоскости  $z = z_0$  волн. Оно удовлетворяет сразу двум однородным граничным условиям, поэтому отражённые волны должны быть обменными.

Рассмотренный в работе [1] сейсмоисточник отличается тем свойством, что создаваемая им осесимметричная деформация подчинена условию  $\tau_{\rho z} = 0$ , которое, очевидно, выполняется и на плоскости  $z = z_0$ . Генерируемые этим источником волны называются изостатическими [2].

Если краевую задачу в полупространстве ставить для таких волн, то нужно будет удовлетворить лишь одному граничному однородному условию по напряжению  $\sigma_z$ . Это можно сделать, не прибегая к обменным волнам.

Целью данной работы является постановка и решение осесимметричной изостатической задачи для цилиндрической полости в полупространстве. Используются результаты и обозначения работы [1], перефразированные применительно к изотропной среде.

### Постановка задачи

Так как касательное напряжение  $\tau_{\rho z}$  всегда равно нулю, то в формулах оно не фигурирует. Используется функция перемещений

$$\begin{aligned}
 a: \quad & \left[ \partial_\rho^2 + \frac{1}{\rho} \partial_\rho - \frac{1}{\rho^2} - \partial_\kappa^2 \right] a = 0, \quad \kappa = z \mp mt, \quad m^2 = 2 \frac{\mu}{\Phi}, \\
 & u_\rho = \partial_\kappa^2 a, \quad u_z = -\left( \partial_\rho + \frac{1}{\rho} \right) \partial_\kappa a,
 \end{aligned} \tag{1}$$



$$(\sigma_z)_{z=z_0} = 0, \quad z_0 \geq z > -\infty, \quad (2)$$

$$(\sigma_r)_{r=r_0} = \psi(k), \quad 0 < r_0 \leq r < \infty, \quad (3)$$

$$(\sigma_r)_{r=r_0} = \psi(k), \quad 0 < r_0 \leq r < \infty, \quad (4)$$

Перемещения  $U_r(\rho, k)$ ,  $U_z(\rho, k)$ , выраженные через функцию  $a$  согласно (1), удовлетворяют уравнениям движения изотропной среды. Плоскость  $z = z_0$  свободна от напряжения  $\sigma_z$  (2). На стенки полубесконечной цилиндрической полости  $\rho = r_0 > 0$  действует подвижная радиальная нагрузка (3), распространяющаяся со скоростью  $m = \sqrt{k} c_2$ ; условие излучения (4) фиксирует бегущие конические волны, которые описываются ниже.

Напряжения  $\sigma_r$  и  $\sigma_z$  выражаются через  $a$  зависимостями

$$\sigma_r = 2\mu \partial_r \partial_k^2 a, \quad \sigma_z = -2\mu \left( \partial_r + \frac{1}{r} \right) \partial_k^2 a. \quad (5)$$

Формула для  $\sigma_r$  не выписывается, так как в дальнейшем  $\sigma_r$  не используется.

Вопросы единственности и существования решения (в ближней зоне) были уже рассмотрены автором [1].

#### Решение задачи

В дальнейшем для определенности полагается

$$\psi(k) = \begin{cases} 1, & k < b \\ 1/2, & k = b \\ 0, & k > b \end{cases}, \quad b = \text{const}. \quad (6)$$

Используется преобразование Фурье по координате  $k$ .

1. Пусть  $k = z - mt$ . Тогда перемещения выражаются несобственными интегралами

$$U_r = \frac{1}{2\pi\mu} \int_{-\infty}^{\infty} A(n) \frac{\sin bn}{n^2} \cdot \frac{H_1^{(4)}(nr)}{H_0^{(4)}(nr_0)} e^{in(z-mt)} dn, \quad (7)$$

$$U_z = \frac{i}{2\pi\mu} \int_{-\infty}^{\infty} A(n) \frac{\sin bn}{n^2} \cdot \frac{H_0^{(4)}(nr)}{H_0^{(4)}(nr_0)} e^{in(z-mt)} dn,$$

где обозначено

$$A(n) = \frac{1}{1 - \frac{1}{nr_0} \frac{H_1^{(4)}(nr_0)}{H_0^{(4)}(nr_0)}},$$

удовлетворяют условию излучения (4) и граничному условию (3), (6).

$$\phi_z = -\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} A(n) \frac{\sin bn}{n} \cdot \frac{H_0^{(1)}(nr)}{H_0^{(1)}(nr_0)} e^{in(z-mt)} dn \quad (8)$$

На бесконечности  $\rho \rightarrow \infty$

$$\rho^{1/2} U_\rho = -\frac{i}{2\pi\mu} \int_{-\infty}^{\infty} A(n) \frac{\sin bn}{n^2} \exp[in[\rho+z-mt]] dn \quad (9)$$

$$\rho^{1/2} U_\rho \approx \frac{i}{2\pi\mu} \int_{-\infty}^{\infty} A(n) \frac{\sin bn}{n^2} \exp[in[\rho+z-mt]] dn \quad (9)$$

Если положить квадратную скобку в (9), равной нулю при  $t = \text{const}$ , то

$$\frac{\rho}{mt} + \frac{z}{mt} = 1,$$

откуда следует утверждение о конической форме волновой поверхности ("фронте" волны), на которой далее вводятся локальные нормальные координаты ( $\xi, \tau$ ):  $\xi$  - по нормали к конусу,  $\tau$  - по образующей конуса; следующими формулами:

$$\rho = (\xi - \tau) \cos \varphi, \quad z = \frac{\tau}{\cos \varphi} + (\xi - \tau) \sin \varphi, \quad \tan \varphi = 1.$$

Переходя от  $U_\rho, U_z$  (9) к перемещениям  $U_\xi, U_\tau$ , можно получить

$$U_\xi = 0, \quad U_\tau \neq 0, \quad \rho \rightarrow \infty,$$

то есть на "фронте" волны "частицы" среды смещаются ортогонально движению фронта. Нормальная фазовая скорость составляет, как нетрудно проверить,

$$V_\xi = c_2 = \left(\frac{\mu}{\rho}\right)^{1/2}.$$

Следовательно, эта волна является поперечной, кроме того,

$$\rho + z - mt = \frac{1}{\cos \varphi} (\xi - c_2 t).$$

Основные свойства решения (7) для бесконечной скважины ( $-\infty < z < \infty$ ): радиальная нагрузка вида (6) распространяется вдоль оси скважины со скоростью  $\sqrt{2}c_2$ ; касательная нагрузка (по  $\tau_{rz}$ ) равна нулю; возбуждаются чисто поперечные конические волны, движущиеся под углом  $45^\circ$  к оси скважины ( $\rho \rightarrow \infty$ ); спектр излучения является (при  $\rho \rightarrow \infty$ ) низкочастотным (длинноволновым) [1].

2. Наряду с волнами, которые характеризуются формулами (7), (8), нужно рассматривать также конические волны, определяемые выражениями

$$U_{\rho} = \frac{(2\pi)^{-1/2}}{2\mu} \int_{-\infty}^{\infty} A(n) \frac{\tilde{\Psi}(n)}{n} \frac{H_1^{(1)}(nr)}{H_0^{(1)}(nr_0)} e^{-in(z+mt)} dn,$$

$$U_z = i \frac{(2\pi)^{-1/2}}{2\mu} \int_{-\infty}^{\infty} A(n) \frac{\tilde{\Psi}(n)}{n} \frac{H_0^{(1)}(nr)}{H_0^{(1)}(nr_0)} e^{-in(z+mt)} dn,$$

$$\sigma_z = -\frac{1}{(2\pi)^{1/2}} \int_{-\infty}^{\infty} A(n) \tilde{\Psi}(n) \frac{H_0^{(1)}(nr)}{H_0^{(1)}(nr_0)} e^{-in(z+mt)} dn. \quad (10)$$

Они удовлетворяют разрешающему уравнению (I) при  $k = z + n \cdot t$  и, следовательно, уравнениям движения.

Теперь надлежит осуществить "правильную" суперпозицию процессов (7) и (10), интерференционная картина при этом не должна сводиться только к стоячим волнам.

3. Для этого осуществляется замена  $z$  на  $z - z_0$ , которая означает, что "графики" перемещений смещаются на  $z_0$  единиц в положительном направлении оси  $z$ .

Суммируя теперь перемещения (7), (10) и требуя выполнения условия (2), можно получить

$$U_{\rho} = \frac{1}{2\pi\mu} \int_{-\infty}^{\infty} A(n) \frac{\sin bn}{n^2} \frac{H_1^{(1)}(nr)}{H_0^{(1)}(nr_0)} \left[ e^{in(z-mt-z_0)} - e^{-in(z+mt-z_0)} \right] dn,$$

$$U_z = \frac{i}{2\pi\mu} \int_{-\infty}^{\infty} A(n) \frac{\sin bn}{n^2} \frac{H_0^{(1)}(nr)}{H_0^{(1)}(nr_0)} \left[ e^{in(z-mt-z_0)} + e^{-in(z+mt-z_0)} \right] dn, \quad (II)$$

$$\sigma_z = -\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} A(n) \frac{\sin bn}{n} \frac{H_0^{(1)}(nr)}{H_0^{(1)}(nr_0)} \left[ e^{in(z-mt-z_0)} - e^{-in(z+mt-z_0)} \right] dn.$$

Рассматривая квадратную скобку в выражении (II) для  $U_{\rho}$ :

$$\left[ e^{in(z-mt-z_0)} - e^{-in(z+mt-z_0)} \right] = e^{-inz_0} \left[ e^{in(z-mt)} - e^{2inz_0} e^{-in(z+mt)} \right],$$

нетрудно заметить, что множитель

$$e^{2inZ_0} = \cos 2nZ_0 + i \sin 2nZ_0$$

"регулирует" интерференционную картину волн, делая преобладающим (при  $\rho \rightarrow \infty$ ) процесс  $\rho + z - mt$  либо  $\rho - z + mt$ . Лишь на дискретном спектре волновых чисел  $n$  существуют "цилиндрические" волны, распространяющиеся в направлении  $\rho$ . Так,

$$e^{2inZ_0} = 1 \text{ при } n = \frac{\pi}{Z_0} K \quad (K = 0, \pm 1, \pm 2, \dots),$$

поэтому

$$e^{in(z-mt)} - e^{-in(z+mt)} = e^{-i\omega t} 2i \sin nz.$$

Далее

$$e^{2inZ_0} = -1 \text{ при } n = \frac{\pi}{Z_0} (K+1),$$

тогда

$$e^{in(z-mt)} + e^{-in(z+mt)} = e^{-i\omega t} 2 \cos nz.$$

В остальном имеют место также и бегущие конические поперечные волны.

### Заключение

Описанный выше низкочастотный скважинный источник поперечных волн (в полупространстве) пригоден для таких сейсмических исследований, в которых существенна полная определённости и воспроизводимость зондирующего сигнала.

### Литература

1. Шпак Г.Ф. Об одной модели сейсмического источника осесимметричных волн. - Геол. и геофиз., 1980, № 9, с.136-142.
2. Ляв А. Математическая теория упругости. М.-Л.: ОНТИ, 1935 674 с.

## СОДЕРЖАНИЕ

В.И.Юшин. Анализ и синтез цифровых фильтров, предназначенных для получения частотных сейсмограмм.....	3
Е.В.Рабинович. Системы дискретных частотных вибросейсмических сигналов.....	35
Г.П.Евчатов. Искажения сигналов на вибрационных сейсмограммах при неперiodических отклонениях фазы колебаний вибратора от заданной программы.....	41
О.М.Сагайдачная. Об одном способе машинной обработки вибросейсмической информации.....	51
А.А.Зуев, А.П.Малахов, Н.П.Ряшенцев, И.С.Чичинин. Скважинный источник сейсмических волн для вибрационного просвечивания Земли.....	58
Г.П.Евчатов, О.М.Сагайдачная. Кинематические особенности помех, связанных с периодическими отклонениями фазы колебаний вибратора от заданной программы.....	64
Л.Я.Шамовская, В.И.Юшин. О восстановлении импульсных сейсмограмм из частотных при произвольном законе изменения частоты.....	71
А.И.Бочанов, В.В.Мацьковский. Установка для калибровки низкочастотных сейсмоприёмников.....	75
А.А.Зуев. Взаимодействие штампа с грунтом.....	79
Э.И.Машинский, Г.Ф.Мальшев. Измерение вращательных колебаний частиц среды с помощью кольцевых оптических квантовых генераторов.....	93
Н.И.Геза, В.И.Юшин. О некоторых особенностях корреляционного накопления слабых вибросейсмических сигналов.....	99
В.Ф.Кулаков, А.В.Игнатъев, В.Г.Перегоедов. Особенности работы поверхностного сейсмического источника.....	111
Г.Ф.Шпак. Одна задача динамики для цилиндрической полости в полупространстве.....	119

Св.план, 1981, поз.49

Утверждено к печати  
Институтом геологии и геофизики СО АН СССР

---

Подписано к печати 26.XI.1981г.    МН 15159.  
Бумага 60×84/16. Печ.л. 7,75.    Уч.-изд.л. 7,25.  
Тираж 500.    Заказ 443.    Цена 50 коп.

---

Институт геологии и геофизики СО АН СССР  
Новосибирск, 90. Ротапринт.