

622

23596

И.В. Баклашов

ГЕОМЕХАНИКА

Том 1

ОСНОВЫ ГЕОМЕХАНИКИ



ИЗДАТЕЛЬСТВО СТИЛОВИТЕ

**РЕДАКЦИОННЫЙ
СОВЕТ ИЗДАТЕЛЬСТВА**

**МОСКОВСКОГО
ГОСУДАРСТВЕННОГО
ГОРНОГО
УНИВЕРСИТЕТА**

Председатель

Л.А. ПУЧКОВ

*ректор МГГУ,
чл.-корр. РАН*

Зам. председателя

Л.Х. ГИТИС

*директор
Издательства МГГУ*

Члены редсовета

И.В. ДЕМЕНТЬЕВ

академик РАЕН

А.П. ДМИТРИЕВ

академик РАЕН

Б.А. КАРТОЗИЯ

академик РАЕН

М.В. КУРЛЕНЯ

академик РАН

В.И. ОСИПОВ

академик РАН

Э.М. СОКОЛОВ

академик МАН ВШ

К.Н. ТРУБЕЦКОЙ

академик РАН

В.В. ХРОНИН

профессор

И.В. Баклашов

ГЕОМЕХАНИКА

В двух томах

Том 1

ОСНОВЫ ГЕОМЕХАНИКИ

Допущено Министерством образования и науки Российской Федерации в качестве учебника для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлению подготовки бакалавров и магистров «Горное дело» и по специальностям «Физические процессы горного или нефтегазового производства» и «Шахтное и подземное строительство» направления подготовки дипломированных специалистов «Горное дело»

МОСКВА
ИЗДАТЕЛЬСТВО
МОСКОВСКОГО
ГОСУДАРСТВЕННОГО
ГОРНОГО УНИВЕРСИТЕТА
2004



ВЫСШЕЕ ГОРНОЕ ОБРАЗОВАНИЕ

УДК 622.02:531

ББК 33.1

Б 19

*Экспертиза проведена
Министерством образования и науки Российской Федерации
(приказ № 1564 от 08.04.2004)*

*Книга соответствует «Гигиеническим требованиям к изданиям
книжным для взрослых. СанПиН 1.2.1253-03», утвержденным
Главным государственным санитарным врачом России
30 марта 2003 г.*

Рецензенты:

Кафедра «Горное дело и проведение горно-разведочных выработок»
Московского государственного геологоразведочного университета
(зав. кафедрой проф., д-р техн. наук *Л.Г. Грабчак*)

Ведущий научный сотрудник ИПКОН РАН,
д-р техн. наук *В.Н. Одинцев*

Баклашов И.В.

Б 19 Геомеханика: Учебник для вузов. В 2 т. — М.: Издательство
Московского государственного горного университета, 2004.
— Т. 1. Основы геомеханики. — 208 с.: ил.
ISBN 5-7418-0325-3 (в пер.)

В первом томе учебника изложены основы геомеханики: рассмотрены механические свойства горных пород и структурно-механические особенности породных массивов, приведены основные методы математического моделирования геомеханических процессов. При этом наиболее подробно описан внутренний механизм деформирования и разрушения горных пород и породных массивов, с единых методических позиций изложено построение геомеханических моделей, раскрывающих фундаментальные закономерности геомеханических процессов.

И.В. Баклашов — д-р техн. наук, проф. кафедры «Физика горных пород и процессов» Московского государственного горного университета.

Для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлению подготовки бакалавров и магистров «Горное дело» и по специальностям «Физические процессы горного или нефтегазового производства» и «Шахтное и подземное строительство» направления подготовки дипломированных специалистов «Горное дело».

УДК 622.02:531

ББК 33.1

ISBN 5-7418-0327-X
ISBN 5-7418-0325-3 (Т. 1)

© И.В. Баклашов, 2004
© Издательство МГГУ, 2004
© Дизайн книги. Издательство
МГГУ, 2004

ПРЕДИСЛОВИЕ

Реформа высшей школы в России и на Украине, предусматривающая перевод образования на многоуровневую подготовку и введение Государственных образовательных стандартов, требует обновления содержания и методических основ фундаментальных технических дисциплин, приведение их в соответствие с новой концепцией высшего образования.

В связи с этим заметно усиливается роль учебной литературы в образовательном процессе. Настоящий учебник написан по одноименной дисциплине, входящей в образовательную программу подготовки бакалавров, горных инженеров и магистров для специальностей направления «Горное дело». Геомеханика *как наука и учебная дисциплина*, по определению академика В.В. Ржевского, является *фундаментальной базой строительной, подземной и открытой горных технологий*.

Однако, несмотря на огромное количество научных публикаций, среди которых есть ряд серьезных обобщающих монографий, а также то, что дисциплина «Геомеханика» («Механика горных пород») преподается в вузах горного профиля более 70 лет, общевузовский учебник по ней так и не был создан. И это не случайно, так как систематизировать весь круг вопросов геомеханики крайне сложно, и прежде всего в методическом отношении. Вузы, как правило, ограничивались изданием конспектов лекций и отдельных учебных пособий, отражающих специфику прикладных задач различных сфер инженерной деятельности, — подземного строительства, маркшейдерии, добычи полезных ископаемых и т. п.

За истекшие годы теоретические и экспериментальные исследования в геомеханике вышли на качественно новый уровень. Последние пять лет характеризуются резким возрастанием статуса горных наук, в том числе и геомеханики, обеспечивающей горняков знаниями *о физико-механических свойствах горных пород, механических процессах в породных массивах и поведении горно-технических объектов в поле сил горного давления*. В 1997 году она была включена в новую классификацию горных наук. Разумеется, все эти позитивные изменения и практический опыт использования знаний геомеханики в решении инженерных задач горного производства рано или поздно должны были найти свое логическое отражение в учебной литературе, и в этом смысле появление нового учебника представляется своевременным.

Целью изучения дисциплины является *приобретение студентами знаний и умений, необходимых для самостоятельного творческого решения задач по оценке механического состояния мас-*

сивов горных пород и горнотехнических объектов при освоении георесурсов недр. Ее изучение происходит путем прослушивания курса лекций, выполнения лабораторных и практических работ с последующим закреплением полученных знаний при курсовом проектировании и прохождении производственной практики.

В результате студент должен знать общие закономерности деформирования и разрушения породного массива, формирования его напряженно-деформированного состояния при ведении горных работ, основные методы определения механических свойств пород, оценки механического состояния породного массива и управления этим состоянием.

Студент должен уметь, пользуясь нормативными документами или применяя специальные методы, оценивать напряженно-деформированное состояние пород, вмещающих горнотехнические объекты, прогнозировать устойчивость горных выработок, научно обосновывать методы и способы управления горным давлением. Он должен владеть профессиональной терминологией, основными нормативными документами, метрологическими правилами и стандартами.

При написании учебника авторы использовали многолетний опыт преподавания указанной дисциплины в Московском государственном горном университете, Национальной горной академии Украины и в других ведущих высших учебных заведениях горного профиля России и Украины.

Учебник состоит из трех крупных взаимосвязанных разделов. *Первый раздел* посвящен фундаментальным положениям геомеханики и изложен в 1-м томе. *Второй раздел* (основы учения о механических процессах в породных массивах и методы их изучения) и *третий* (прикладные задачи геомеханики) представлены во 2-м томе.

В целом, по мнению авторов, первый межвузовский учебник по геомеханике в достаточной мере удовлетворяет требованиям Государственных образовательных стандартов России и Украины.

Авторский коллектив выражает глубокую благодарность ректору Московского государственного горного университета Л.А. Пучкову и ректору Национальной горной академии Украины Г.Г. Пивняку, по инициативе и при активной поддержке которых издание данного учебника стало объективной реальностью.

Авторы с благодарностью примут все конструктивные замечания и предложения читателей.

ВВЕДЕНИЕ

Предмет геомеханики

Геомеханика как раздел механики (науки о движении материи) занимается изучением движения земной коры (литосферы), точнее, изучением механических свойств горных пород и породных массивов, слагающих земную кору, и механических процессов в земной коре под воздействием различных природных сил (гравитации, температурного поля Земли и др.), в том числе под воздействием инженерной деятельности человека в виде горных и строительных работ. В зависимости от вида и места этой деятельности выделяются: горная геомеханика, или механика горных пород и массивов, сокращенно механика горных пород, изучающая последствия горных работ, и механика грунтов, изучающая последствия строительных работ на поверхности.

Механика грунтов (soil mechanics) занимается изучением механических свойств грунтов и грунтовых массивов и механических процессов, возникающих в них при производстве строительных работ на поверхности или вблизи поверхности. Следует заметить, что изучением аналогичных проблем занимается также инженерная геология.

Механика горных пород (rock mechanics), или горная геомеханика, занимается изучением механических свойств горных пород и массивов и механических (геомеханических) процессов, возникающих в них при производстве горных работ. Необходимо обратить внимание, что русский перевод часто неправильно записывается как «механика скальных пород» с целью подчеркнуть отличие ее от механики грунтов, хотя по существующей классификации грунты могут быть скальными. Главное заключается в том, что механика горных пород изучает механические последствия горных работ, подземных и открытых, в том числе открытых вскрышных горных работ в грунтовых массивах. Вместе с тем следует признать, что для механи-

ки горных пород и механики грунтов не существует строго разграничения по объектам изучения: более существенное различие состоит в методах изучения и модельном представлении механических процессов.

Предметом настоящей учебной дисциплины «Геомеханика» является главным образом механика горных пород и отдельные фундаментальные положения механики грунтов, ориентированные на горные и горно-строительные работы.

Основные понятия и определения

Остановимся на основных геомеханических понятиях и определениях, сформулированных в учебнике «Механические процессы в породных массивах» [1].

Горные породы — естественные минеральные агрегаты более или менее постоянного состава, сформировавшиеся в результате геологических процессов и залегающие в земной коре в виде самостоятельных литологических разностей.

Литологическая разность — часть земной коры, сложенная одноименной горной породой.

Массив горных пород (породный массив) — связанная часть земной коры, сложенная одной или несколькими литологическими разностями, в пределах которой локализуются все механические процессы, обусловленные горными работами.

Образец горной породы — часть горной породы, изъятая из естественно залегающей литологической разности для экспериментального определения ее свойств, размеры которой больше элементарного объема горной породы.

Элементарный объем горной породы — фундаментальное понятие в геомеханике — наименьший объем горной породы, который сохраняет все ее свойства. Соответственно площадь сечения элементарного объема — *элементарная площадка*, линейный размер — *элементарная*

длина. Объемы породы меньше элементарного обладают физическими свойствами, отличными от свойств горной породы.

Образец массива горных пород — часть массива горных пород, изъятая из естественного залегания для экспериментального определения его свойств, технически доступные размеры которой обычно меньше размеров элементарного объема массива горных пород.

Элементарный объем массива горных пород — наименьший объем массива, который сохраняет все его свойства. Судя по определению технически доступного образца массива горных пород, его свойства не дают возможности составить представления о свойствах массива в целом.

В геомеханике под свойствами горных пород и массивов горных пород имеются в виду механические свойства: деформируемость и прочность. Необходимо подчеркнуть, что даже при соблюдении размеров образцов больше элементарных объемов, механические свойства образцов горной породы и массива горных пород не соответствуют механическим свойствам горной породы и массива горных пород. Поэтому целесообразно привести определения механических свойств горной породы, массива горных пород и соответствующих образцов.

Механические свойства горной породы — это класс физических свойств, характеризующий поведение горной породы в условиях различных механических воздействий.

Механические свойства образца горных пород — это механические свойства части горной породы, изъятая из естественно залегающей литологической разности и имеющей размеры не менее элементарного объема горной породы.

Механические свойства массива горных пород — это класс физических свойств, которые характеризуют поведение массива в условиях различных механических воздействий и которые, как правило, не могут быть определены как механические свойства технически доступных образцов массива.

Механические свойства образца массива горных пород — это механические свойства части массива, изъятая из естественного залегания и имеющего размер обычно меньше элементарного объема массива.

Изучение механических свойств горных пород и массивов является вспомогательной задачей в геомеханике, основная задача — изучение геомеханических процессов.

Геомеханические процессы, или механические процессы в горных породах и массивах горных пород, — это механические процессы деформирования, перераспределения напряжений и разрушения.

Сами геомеханические процессы обычно скрыты от наблюдателя. Предметом наблюдения являются проявления геомеханических процессов или проявления горного давления и геомеханическое состояние массива горных пород.

Проявления геомеханических процессов — это инструментально или визуально наблюдаемые реализации геомеханических процессов в виде смещений, обрушений, горных ударов и т. д., как правило, осложняющие технологию горных работ, а в некоторых случаях используемые для ее совершенствования.

Геомеханическое состояние — это совокупность показателей, характеризующих деформируемость, прочность и устойчивость массива при определенном силовом воздействии, т. е. характеризующих уровень развития геомеханических процессов деформирования, перераспределения напряжений и разрушения.

Глава 1

**МЕХАНИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА
ГОРНЫХ ПОРОД И ГРУНТОВ**

1.1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О МЕХАНИЗМЕ ДЕФОРМИРОВАНИЯ И РАЗРУШЕНИЯ ГОРНЫХ ПОРОД

1.1.1. Особенности минерального строения

Горные породы представляют минеральные агрегаты, составленные чаще всего из нескольких минералов (полиминеральные) и реже из одного (мономинеральные), например соли. Несмотря на огромное многообразие природных минералов, в формировании механических свойств горных пород существенную роль играют наиболее распространенные в земной коре так называемые породообразующие минералы, которых насчитывается немногим более двадцати [2]. Если расположить их в порядке убывания прочности и увеличения деформируемости, можно выделить четыре группы породообразующих минералов: кварцевые; силикатные; карбонатные и глинистые; легкорастворимые. Соответственно горные породы, составленные из этих минералов, будут обладать различными механическими свойствами: наибольшей прочностью и наименьшей деформируемостью будут обладать горные породы, составленные из кварцевых минералов, например кварциты, кремнистые песчаники.

Помимо минерального состава, механические свойства горных пород существенно зависят от их строения, важнейшими признаками которого являются структура и текстура горных пород. Под структурой понимается степень кристаллизации пород, размеры, форма минеральных зерен и характер связей между ними. По степени кристаллизации пород можно выделить структуры: полнокристаллические, неполнокристаллические, стекловатые, порфировые, обломочные. Прочность пород обычно уменьшается с увеличением степени кристаллизации. По размерам минеральных зерен выделяются структуры от

гигантозернистых с размерами зерен свыше 100 мм, например слюдяные пегматиты, до мелкозернистых с размерами зерен до 1 мм, например многие углевмещающие породы (песчаники, алевролиты, аргиллиты). Мелкозернистые структуры обладают более высокой прочностью и меньшей деформируемостью. Существенную роль при формировании механических свойств пород играет характер структурных связей между минеральными составляющими и в первую очередь состав цементирующего вещества, который целесообразно привести в порядке убывания его прочностных свойств: кремнистый, железистый, известковистый, глинистый и т. д. Под текстурой понимается взаимное расположение структурно-однотипных частей породы. Текстура породы может быть упорядоченной и неупорядоченной. Упорядоченная текстура формирует анизотропию механических свойств пород, т. е. различие их показателей в зависимости от направления силового воздействия. Напротив, породы неупорядоченной текстуры можно рассматривать как квазиизотропные или почти изотропные, т. е. с показателями механических свойств, не зависящими от направления силового воздействия.

1.1.2. Общие сведения о классификации горных пород

Приведенные классификации горных пород по минеральному составу, структуре и текстуре являются классификациями геологическими, точнее петрографическими, и вместе с тем создают представление о влиянии минерального строения на механические свойства горных пород и основы для построения геомеханических классификаций. Остановимся на этих классификациях, рассмотрим наиболее распространенные из них [3].

Отмеченное выше обстоятельство о существенном влиянии характера структурных связей между минераль-

ными составляющими горных пород на их механические свойства послужило основой построения наиболее общей геомеханической классификации горных пород, которая широко применяется в инженерной геологии и строительном деле и делит горные породы на четыре класса.

I. Твердые, в которых минеральные частицы жестко связаны между собой, обычно с помощью цементирующего вещества, что обеспечивает сохранение формы. Примерами таких пород являются граниты, базальты, песчаники, известняки, аргиллиты, алевролиты.

II. Связные, или пластичные, в которых минеральные частицы связаны водно-коллоидной связью, что изменяет степень их пластичности при насыщении водой. Примерами могут служить глины, слабые глинистые сланцы, суглинки, бокситы.

III. Раздельно-зернистые, или сыпучие, в которых связи между минеральными частицами отсутствуют или ничтожно малы. Примерами таких пород являются пески, гравийно-галечные отложения, искусственные отвалы пород.

IV. Текучие, в которых минеральные частицы разобщены водой и способны перемещаться с этой водой. Примерами текучих пород являются насыщенные водой пески, глины или суглинки.

В горном деле наибольшее распространение получила геомеханическая классификация горных пород по коэффициенту крепости, предложенная в 1926 г. М.М. Протодьяконовым. В первом приближении коэффициент крепости $f = 10^{-7} \sigma_{сж}$, где $\sigma_{сж}$ — предел прочности горных пород на одноосное сжатие (Па). Все породы разделены на 10 категорий:

I и II категории — породы высшей крепости с $f > 15$, к которым относятся кварциты, базальты и др.;

III и IV категории — крепкие породы с $f = 8 \div 15$, к которым относятся граниты, песчаники и др.;

V категория — породы средней крепости с $f = 3+8$, к которым относятся крепкие глинистые сланцы, некрепкие известняки и песчаники, конгломераты и др.;

VI и VII категории — мягкие породы с $f = 0,8+2$, к которым относятся мягкие сланцы и известняки, соли, уголь, глины и др.;

VIII—X категории — землистые, сыпучие и плавучие грунты с $f = 0,3+0,6$.

1.1.3. Внутреннее поле напряжений

Лежащий в основе классификации М.М. Протодяконова предел прочности горных пород на одноосное сжатие $\sigma_{сж}$ (Н/м²) представляет отношение максимальной несущей способности породного образца (Н) в условиях одноосного сжатия к площади его поперечного сечения (м²), нормального к направлению сжимающего усилия, т. е. максимальное нормальное напряжение, которое может выдержать породный образец, усредненное по его поперечному сечению. Совершенно очевидно, что различные по жесткости минеральные частицы породы, пересекаемые поперечным сечением, будут испытывать различные нормальные напряжения $\sigma_{сж}^*$, отличающиеся по величине от среднего напряжения $\sigma_{сж}$ (более жесткие будут воспринимать $\sigma_{сж}^* > \sigma_{сж}$, менее жесткие — $\sigma_{сж}^* < \sigma_{сж}$).

Напряжения $\sigma_{сж}^*$ формируют внутреннее поле напряжений образца [4]. Чтобы оценить отклонение Δ этих напряжений от среднего напряжения $\sigma_{сж}$, воспользуемся формулой Ф.С. Ясинского:

$$\Delta = \sqrt{\frac{l}{L}}, \quad (1.1)$$

где l — элементарная длина, т. е. линейный размер элементарного объема; L — линейный размер поперечного сечения породного образца (для цилиндрического образ-

Таблица 1.1

Порода	Средний диаметр минерального зерна, см	Элементарная длина l , см	Δ , %
Песчаник крупно-зернистый	0,075	0,5	35
Песчаник мелко-зернистый	0,018	0,12	17
Аргиллит	0,001	0,01	5

ца — диаметр его поперечного сечения). В табл. 1.1 приведены отклонения Δ напряжений $\sigma_{сж}^*$ от напряжений $\sigma_{сж}$, усредненных по поперечному сечению цилиндрических породных образцов диаметром $L = 40$ мм.

Следовательно, неоднородность горных пород на уровне минерального строения формирует внутреннее поле напряжений, которое отличается от средних напряжений, особенно для крупнозернистых пород, и в конечном итоге определяет внутренний механизм деформирования и разрушения горных пород.

1.1.4. Полные диаграммы деформирования

В процессе эксперимента по одноосному сжатию породных образцов обычно фиксируются только внешние проявления этого внутреннего механизма в виде усредненных по поперечному сечению продольных нормальных напряжений σ_1 и продольных линейных деформаций ϵ_1 и усредненных по продольному сечению поперечных линейных деформаций ϵ_2 и ϵ_3 (для цилиндрических образцов $\epsilon_2 = \epsilon_3$). Здесь и в дальнейшем под линейными деформациями понимаются относительные удлинения или укорочения соответствующих линейных размеров образ-

цов. Рассмотрим последовательные стадии деформирования цилиндрических образцов и покажем, каким образом, фиксируя σ_1 , ϵ_1 и ϵ_3 , можно оценить внутренний механизм деформирования и разрушения горной породы.

В результате эксперимента в режиме заданных деформаций представляется возможным построить диаграмму деформирования, показанную на рис. 1.1, где по горизонтальной оси вправо отложены задаваемые экспериментально продольные деформации ϵ_1 образца, влево — возникающие поперечные деформации ϵ_3 , а по вертикальной оси — соответствующие продольные нормальные напряжения σ_1 в образце.

С увеличением сжимающих напряжений σ_1 , начиная с нуля и до уровня σ_{1a} , экспериментальные зависимости $\sigma_1(\epsilon_1)$ и $\sigma_1(\epsilon_3)$ имеют нелинейный характер — наблюдается закрытие микротрещин и пор в горной породе. Коэффициент поперечной деформации β , равный отношению $\left| \frac{\Delta\epsilon_3}{\Delta\epsilon_1} \right|$, где $\Delta\epsilon_1$ и $\Delta\epsilon_3$ — приращения соответствующих деформаций (противоположных по знаку: в продольном направлении положительные деформации укорочения ϵ_1 , в поперечном — отрицательные деформации удлинения ϵ_3), возрастает до постоянной величины, так как в первую очередь закрываются трещины, ориентированные по нормали к внешней сжимающей нагрузке. При этом объем образца уменьшается в результате его уплотнения, т. е. объемная деформация θ , равная в первом приближении $\epsilon_1 + 2\epsilon_3$, будет деформацией уплотнения.

Начиная с уровня напряжений σ_{1a} и до уровня σ_{1b} экспериментальные зависимости $\sigma_1(\epsilon_1)$ и $\sigma_1(\epsilon_3)$ приобре-

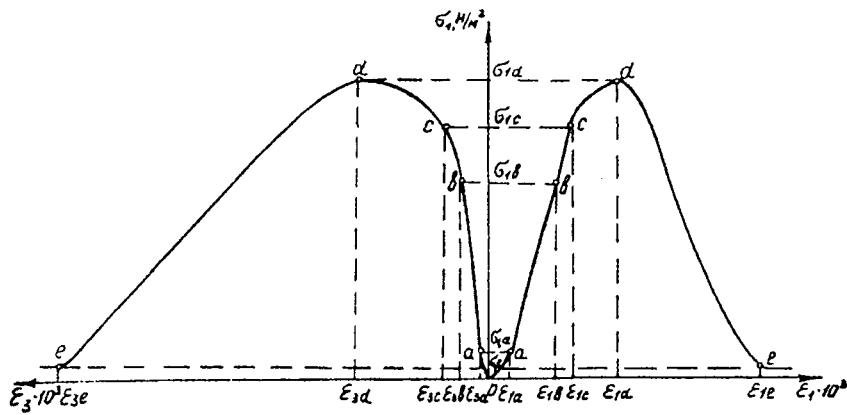


Рис. 1.1. Полные диаграммы деформирования горных пород

тают линейный характер — наблюдается упругое сжатие минерального скелета горной породы. Коэффициент поперечной деформации $\beta < 0,5$ и остается постоянным, т. е. имеет смысл коэффициента Пуассона. Объем образца продолжает уменьшаться.

При уровне напряжений σ_{1b} экспериментальная зависимость $\sigma_1(\epsilon_3)$ отклоняется от линейной при сохранении линейного характера для зависимости $\sigma_1(\epsilon_1)$ — начинается образование и последующее раскрытие микротрещин, в первую очередь параллельных продольной оси образца. Это объясняет преобладающий рост поперечных деформаций ϵ_3 и увеличение коэффициента поперечной деформации β . До уровня напряжений σ_{1c} процесс трещинообразования будет устойчивым, т. е. трещинообразование останавливается при отсутствии увеличения внешней нагрузки, а при снятии нагрузки трещины закрываются. При увеличении напряжений от σ_{1b} до σ_{1c} уменьшение объема образца замедляется.

Как только уровень напряжений σ_{1c} будет превышен, начинается процесс неустойчивого трещинообразования: развитие трещин приобретает неустойчивый лавинооб-

разный характер, т. е. продолжается даже при отсутствии приращений внешней нагрузки, так как раскрытие продольных трещин уменьшает нагруженное поперечное сечение образца и, следовательно, увеличивает действующие на другие трещины напряжения, поддерживая их развитие до пересечения с поперечными или слияния с продольными трещинами вплоть до образования магистральных трещин и разрушения образца. Продолжительность процесса лавинообразного трещинообразования от его начала до разрушения образца зависит от уровня действующих напряжений в интервале от σ_{1c} до σ_{1d} . Уровень напряжений σ_{1c} является еще недостаточным для реализации процесса, иными словами, разрушение образца не будет наблюдаться даже по истечении бесконечно длительного промежутка времени. Уровень напряжений σ_{1c} трактуется как предел длительной прочности горных пород на одноосное сжатие $\sigma_{сж\infty}$. При напряжениях $\sigma_1 > \sigma_{сж\infty}$ разрушение наступает через определенный промежуток времени, величина которого сокращается с увеличением напряжений, и разрушение происходит практически мгновенно при уровне напряжений σ_{1d} , который трактуется как предел мгновенной прочности горных пород на одноосное сжатие $\sigma_{сж}$.

В интервале напряжений от σ_{1c} до σ_{1d} экспериментальная зависимость $\sigma_1(\epsilon_1)$, так же как и зависимость $\sigma_1(\epsilon_3)$, становится нелинейной. При этом поперечные деформации ϵ_3 растут быстрее продольных ϵ_1 , в результате чего коэффициент поперечной деформации β увеличивается. Начиная с уровня напряжений σ_{1c} , соответствующего пределу длительной прочности $\sigma_{сж\infty}$, наблюдается тенденция к увеличению деформируемого объема горной породы, так называемая дилатансия.

Напряжения σ_{1d} соответствуют предельной несущей способности породного образца и предельному участку деформирования, а участок $0abcd$ на диаграмме деформирования представляет допредельный участок деформирования. Продолжая эксперимент в режиме заданных деформаций, можно построить запредельный участок деформирования. Так, на участке de увеличению деформации ϵ_1 соответствует уменьшение несущей способности σ_1 породного образца до некоторого минимального значения σ_{1e} , называемого остаточной прочностью горных пород. Уменьшение несущей способности образца является результатом продолжающегося процесса его разрушения в режиме заданных деформаций, сопровождающегося ростом магистральных трещин, разделением образца на части и превращением его в кусковатую породную массу с остаточной прочностью. В интервале напряжений от σ_{1d} до σ_{1e} наблюдается преимущественный рост поперечных деформаций ϵ_3 , что вызывает увеличение коэффициента поперечной деформации β до значений, больших единицы. Иными словами, уменьшение несущей способности сопровождается процессом дилатансии — увеличением объема образца.

На участке остаточной прочности с увеличением деформаций несущая способность образца остается практически постоянной. Объем разрушенного образца также почти не меняется в процессе его деформирования.

Экспериментальные диаграммы деформирования в виде зависимостей $\sigma_1(\epsilon_1)$ и $\sigma_1(\epsilon_3)$ представляют так называемые полные диаграммы деформирования горных пород, включающие допредельные, предельные и запредельные участки деформирования.

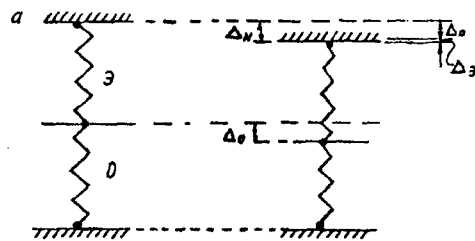
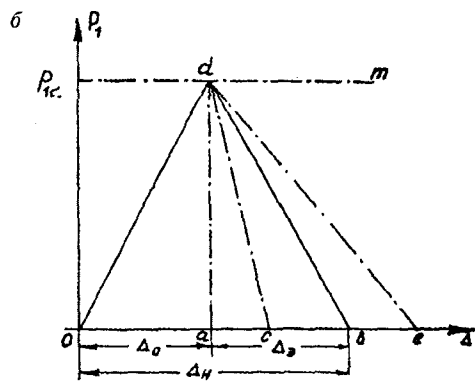


Рис. 1.2. Построение полных диаграмм в режиме заданных деформаций



Следует подчеркнуть, что построение полных диаграмм деформирования возможно только в результате эксперимента в режиме заданных деформаций [5]. Поясним сущность такого эксперимента (рис. 1.2). На участке допредельного деформирования от нуля до предельной нагрузки на образец P_{1d} , соответствующей предельной несущей способности σ_{1d} , и далее на участке запредельного деформирования от предельной нагрузки P_{1d} до нуля нагружающее устройство (пресс) совершает перемещение Δ_n , т. е. выделяет энергию $0,5(P_{1d} \Delta_n)$, которая расходуется на деформирование породного образца и упругих элементов самого нагружающего устройства. Если последнее, так же как и породный образец, представить в виде последовательно соединенных упругих пружин (рис. 1.2, а), легко видеть, что $\Delta_n = \Delta_3 + \Delta_6$, где Δ_3 — упругое перемещение элементов нагружающего устройства, Δ_6 — упругое перемещение образца. Соответствующим образом, выделяемая нагружающим устройством энергия переходит в энергию упругого деформирования элементов нагружающего устройства $0,5(P_{1d}\Delta_3)$ и энер-

22

гию упругого деформирования образца $0,5(P_{1d} \Delta_0)$, если пренебречь рассеянием энергии на трение и по другим причинам.

Энергетический баланс удобно представить на диаграмме «нагрузка P_1 — перемещение Δ » (рис. 1.2, б). Площадь треугольника oda , равная $0,5(P_{1d} \Delta_0)$, — энергия упругого деформирования образца, площадь треугольника dab , равная $0,5(P_{1d} \Delta_s)$, — энергия упругого деформирования элементов нагружающего устройства. В сумме они составляют площадь треугольника odb , равную $0,5(P_{1d} \Delta_n)$ и представляющую энергию, выделенную нагружающим устройством на перемещении Δ_n .

Предположим, что исследуемая горная порода имеет на запредельном участке деформирования диаграмму de , т. е. для ее разрушения необходимы энергетические затраты, эквивалентные площади треугольника dae . Тогда очевидно, что потенциальной энергии, накопленной в упругих элементах нагружающего устройства, недостаточно для разрушения породы и необходим дополнительный приток энергии. В этом случае нагружающее устройство является «жестким» по отношению к породному образцу и эксперимент осуществляется в режиме заданных деформаций. В чистом виде режим заданных деформаций реализуется при «абсолютно жестком» нагружающем устройстве (диаграмма da).

Рассмотрим другой вариант: горная порода имеет диаграмму деформирования dc , т. е. для ее разрушения необходимы энергетические затраты, эквивалентные площади треугольника dac . В этом случае потенциальная энергия в упругих элементах нагружающего устройства не

только покрывает энергетические затраты на разрушение породы, но и оказывается излишней (площадь треугольника dcb на рис. 1.2, б). Этот избыток потенциальной энергии обычно превращается в кинетическую энергию разлетающихся кусков разрушенного породного образца, для чего и ставится прозрачный экран на нагружающем устройстве, защищающий экспериментатора. При этом эксперименте деформации образца становятся неконтролируемыми и его результаты искажаются: наблюдаемая продольная несущая способность образца будет меньше действительной P_{1d} , а запредельный участок полной диаграммы деформирования вообще не прослеживается. В условиях такого эксперимента нагружающее устройство будет «мягким» по отношению к образцу, и эксперимент осуществляется в режиме заданной нагрузки. В чистом виде режим заданной нагрузки реализуется при «абсолютно мягком» нагружающем устройстве (диаграмма dm). Таким образом, для построения полной диаграммы деформирования необходимо «жесткое» нагружающее устройство.

1.2. ДЕФОРМАЦИОННЫЕ И ПРОЧНОСТНЫЕ СВОЙСТВА ГОРНЫХ ПОРОД

1.2.1. Свойства горной породы и образца горной породы

Полные диаграммы деформирования горных пород, построенные в результате эксперимента по одноосному сжатию породных образцов, несут в себе весьма ценную количественную информацию о деформируемости и прочности горных пород, т. е. о механических свойствах горных пород.

При этом не следует забывать, что в результате эксперимента определяются механические свойства образца горной породы, а не самой горной породы. Допускаемая при этом погрешность в оценке механических свойств горной породы зависит от многих причин. Во-первых, даже если размеры породного образца больше элементарного объема горной породы, определяемого по ее минеральному строению, стандартный породный образец может включать структурные элементы или дефекты более крупных размеров, что искажает экспериментальную оценку механических свойств горной породы: это так называемый масштабный эффект, который рассматривается в подразд. 1.2.9. Во-вторых, при отборе и последующем изготовлении образцов нарушаются условия естественного залегания горных пород (структура, влажность, газонасыщенность, контакты с окружающими породами, пространственная ориентация в массиве и др.). В-третьих, при испытании образцов из-за несовершенства экспериментальных методов нарушаются условия естественного силового нагружения, что искажает процессы деформирования и разрушения горных пород.

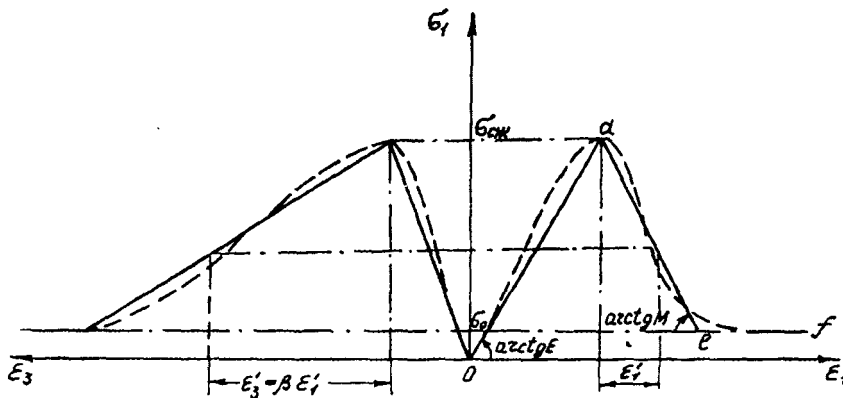
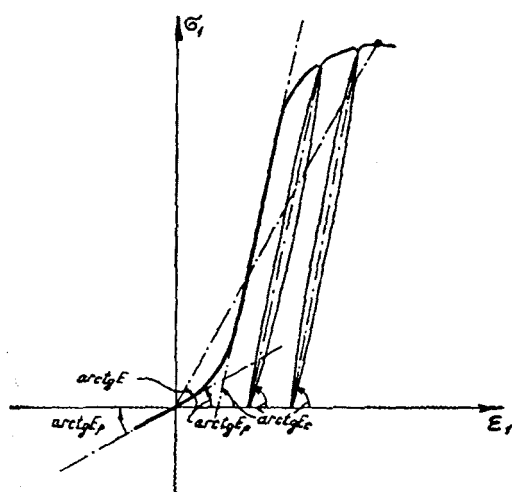


Рис. 1.3. Кусочно-линейная аппроксимация полных диаграмм деформирования

Допустим, что указанные причины по возможности устранены и экспериментальная полная диаграмма (см. рис. 1.1) с определенной погрешностью дает представление о механических свойствах горной породы. Чтобы определить соответствующие количественные характеристики механических свойств, необходимо подобрать аппроксимирующие функции для полной диаграммы. Исследования показывают, что для практических расчетов удобна кусочно-линейная аппроксимация, представленная на рис. 1.3, которая четко разграничивает участки допредельного, запредельного деформирования и остаточной прочности.

1.2.2. Модуль упругости

Основной характеристикой деформируемости или деформационных свойств горных пород на допредельной стадии их деформирования является коэффициент связи напряжений и деформаций. На участке линейного упругого деформирования (см. рис. 1.1) в интервале напряжений от σ_{1a} до σ_{1c} этот коэффициент имеет смысл модуля упругости горной породы при сжатии E_c , который численно равен отношению приращения напряжений ($\sigma_{1c} - \sigma_{1a}$) к приращению продоль-



приращению продоль-

Рис. 1.4. К определению модуля упругости и модуля деформации

Таблица 1.2

Порода	Модуль упругости, МПа	
	при сжатии $E_c \cdot 10^{-4}$	при растяжении $E_p \cdot 10^{-4}$
Горючий сланец	0,28	0,28
Гранит	5,05	2,8
Песчаник	2,03	0,33
Мрамор	5,8	2,8

ных деформаций ($\epsilon_{1c} - \epsilon_{1a}$) или тангенсу угла наклона $\arctg E_c$ касательной на этом участке диаграммы к оси продольных деформаций, как это показано на рис. 1.4. Его величину можно также определить, исключая необратимые деформации путем многократного нагружения с последующей разгрузкой (см. рис. 1.4). В качестве иллюстрации в табл. 1.2 приведены значения модуля упругости при сжатии E_c для некоторых горных пород.

Поскольку деформирование породных образцов на участке от σ_{1a} до σ_{1c} происходит при закрытых поперечных трещинах и упругом сжатии минерального скелета, наблюдаемый модуль упругости E_c является в основном характеристикой горной породы как материала.

1.2.3. Модули деформации при одноосном сжатии и растяжении

Для практических расчетов в геомеханике используется модуль деформации E , который, как показано на рис. 1.3 и 1.4, можно определить, составив отношение максимальной несущей способности породного образца σ_{1d} к величине соответствующей продольной деформации ϵ_{1d} или как тангенс угла наклона $\arctg E$ линейной аппрокси-

мации допредельного участка деформирования к оси продольных деформаций. Модуль деформации E в большей степени отражает структурные особенности деформируемых образцов и в этом смысле в меньшей степени является характеристикой горной породы, чем модуль упругости E_c . По тем же причинам, как видно из рис. 1.3 и 1.4, модуль деформации всегда меньше модуля упругости. Для сравнения в табл. 1.3 приведены значения модуля деформации и модуля упругости для некоторых пород.

На участке допредельного линейного деформирования или линейной аппроксимации допредельного деформирования можно определить модуль сдвига при сжатии, если определены модуль упругости E_c или модуль деформации E и коэффициент Пуассона μ горной породы:

$$G = \frac{E}{2(1+\mu)}.$$

Если нелинейное деформирование горных пород на допредельной стадии имеет сильно выраженный характер, целесообразно рассматривать модуль деформации как функцию деформации $E(\epsilon_1)$, например, в виде

$$E(\epsilon_1) = E\epsilon_1^{-m}, \quad (1.2)$$

где $E = \text{const}$, $0 \leq m \leq 1$. Так, по результатам испытаний аргиллита было получено $m = 0,27$.

В условиях всестороннего обжатия плотность горных пород увеличивается и, следовательно, увеличивается модуль деформации. Так, при увеличении всестороннего обжатия от 0 до 100 МПа зафиксировано увеличение модуля деформации известняка на 10 %.

Таблица 1.3

Порода	Модуль деформации при сжатии $E \cdot 10^{-4}$, МПа	Модуль упругости при сжатии $E_c \cdot 10^{-4}$, МПа
Замороженный песок (-10 °С)	0,002	0,15
Габбро-диабаз	5,9	6,1
Базальт	7,3	8,9

Как отмечалось выше (см. подразд. 1.1.1), горные породы относятся к группе анизотропных материалов в случае упорядоченной текстуры, трещиноватости и слоистости. Рассматривая анизотропию деформационных свойств горных пород, следует различать анизотропию геометрическую и физическую. Геометрическая анизотропия характеризуется различными модулями деформации в зависимости от направления силового воздействия по отношению к направлению слоистости и трещиноватости. Особенно это проявляется в породах осадочного происхождения.

Физическая анизотропия характеризуется различными модулями деформации при сжатии и растяжении, что объясняется различным характером влияния имеющихся в породе дефектов на процессы деформирования. Если при сжатии можно различить несколько последовательно протекающих стадий деформирования (см. подразд. 1.1.4) и модуль деформации является интегральной характеристикой такого многостадийного процесса, то при растяжении практически наблюдаются стадия деформирования минерального скелета с естественными трещинами и стадия неустойчивого трещинообразования до исчерпания предельной несущей способности породного образца.

Модуль деформации при растяжении определяется как отношение максимальной несущей способности породного образца в эксперименте по непосредственному растяжению (весьма сложном в техническом исполнении) к соответствующей продольной деформации, снимаемой с полной диаграммы деформирования при растяжении. Эксперименты показывают, что для некоторых типов сланцев модуль деформации при растяжении в 1,2—1,5 раза меньше, чем при сжатии, для норита — в 1,1 раза, а для суглинков — в 1,5—5 раз.

Легко также предположить, что наблюдаемый модуль упругости сжимаемого минерального скелета с естественными трещинами (первая стадия деформирования при сжатии) соответствует его модулю упругости при растяжении (см. рис. 1.4). Эксперименты по непосредственному растяжению породных образцов подтверждают справедливость такой оценки модуля упругости при растяжении. В качестве иллюстрации в табл. 1.2 приведены соответствующие значения модулей упругости при растяжении E_p и сжатии E_c для некоторых горных пород.

1.2.4. Модуль деформации на запредельной стадии деформирования

Модуль деформации на запредельной стадии деформирования при сжатии, или модуль спада M , является основной характеристикой деформационных свойств горных пород за пределом их прочности на сжатие. С помощью кусочно-линейной аппроксимации полной диаграммы деформирования (см. рис. 1.3) модуль спада определяется как отношение разности максимальной несущей способности породного образца и его остаточной прочности ($\sigma_{1d} - \sigma_{1e}$) к величине соответствующей запредельной

продольной деформации ($\epsilon_{le} - \epsilon_{ld}$) или как тангенс угла наклона $\operatorname{arctg} M$ линейной аппроксимации запредельного участка деформирования к оси продольных деформаций. Например, по результатам эксперимента модуль спада M определен: для мрамора (Коелга) — $3 \cdot 10^4$ МПа; сульфидной руды (Норильск) — $7,7 \cdot 10^4$ МПа; песчаника серого (Жезказган) — $15 \cdot 10^4$ МПа.

Модуль спада на запредельной стадии деформирования при растяжении породных образцов M_p может быть определен в результате построения полной диаграммы деформирования при растяжении, хотя такие эксперименты в техническом отношении представляются очень сложными и в настоящее время являются единичными. Помимо реализации жесткого режима нагружения, необходимо осуществить непосредственное растяжение породного образца. Например, в результате эксперимента на сервоуправляемой испытательной машине С. Пенгом построена полная диаграмма деформирования песчаника при растяжении (рис. 1.5).

Для проведения массовых испытаний по определению M_p можно рекомендовать косвенный метод, в основе которого лежат экспериментальные исследования трещиностойкости горных пород [5]:

$$M_p = \frac{\sigma_p^2 E_p h}{2K_{\text{кр}}^2 - \sigma_p^2 h}, \quad (1.3)$$

где σ_p — предел прочности горной породы на одноосное растяжение, МПа; E_p — модуль упругости горной породы при растяжении (МПа), который в первом приближении можно оценить как тангенс угла наклона касательной к

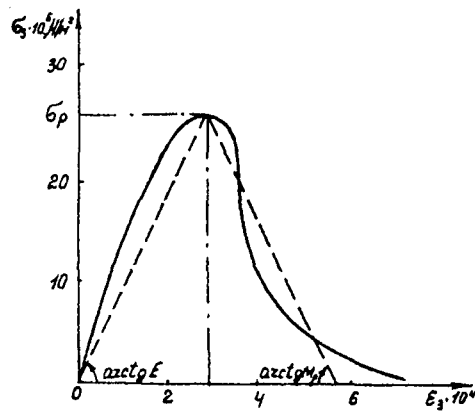


Рис. 1.5. Полная диаграмма деформирования при растяжении

начальному участку допредельной ветви деформирования при одноосном сжатии (см. рис. 1.4); h — высота образца, м; $K_{кр}$ — критическое значение ко-

эффициента интенсивности напряжений или коэффициент трещиностойкости горной породы ($\text{МПа} \cdot \text{м}^{1/2}$), который определяется в результате испытаний на растяжение или изгиб породных образцов с надпилами (см. подразд. 1.4.3).

1.2.5. Склонность горных пород к хрупкому разрушению

Отношение модуля спада к модулю деформации при сжатии $\xi = \frac{M}{E}$ характеризует склонность горных пород к хрупкому разрушению, которая увеличивается с ростом ξ . В качестве иллюстрации в табл. 1.4 приведены значения параметра ξ для некоторых горных пород.

Судя по этим данным, при запредельном деформировании мрамора и карналлита хрупкий характер разрушения преобладает в меньшей степени, чем при деформировании аргиллита и алевролита. Данные табл. 1.4 и результаты других подобных экспериментов показывают, что все горные породы можно классифицировать по их склонности к хрупкому разрушению. Горные породы с запредельной ветвью деформирования при сжатии de_1 (рис. 1.6), имеющие $\xi \rightarrow 0$, следует классифицировать как

Таблица 1.4

Порода	ξ	β
Мрамор каррарский	0,5	4,0
Карналлит (Верхнекамское)	0,5	4,0
Песчаник (Западный Донбасс)	0,6	3,0
Каменная соль (Солотвинское)	1,0	6,5
Сульфидная руда (Норильск)	1,1	2,5
Песчаник мелкозернистый (шахта «Распадская»)	1,1	4,0
Мрамор (Кослга)	1,2	4,5
Песчаник серый (Жезказган)	1,9	9,0
Аргиллит	2,5	8,0
Алевролит	10,0	14,0

идеально-пластичные; горные породы, имеющие запредельную ветвь деформирования de_2 и $\xi \rightarrow \infty$, будут идеально-хрупкие, а горные породы с запредельными ветвями деформирования de в пределах угла e_2de_1 и $0 < \xi < \infty$ обладают определенной склонностью к хрупкому разрушению, которая увеличивается с ростом ξ . Возможно также существование горных пород с запредельной ветвью деформирования de_3 , которые накапливают в себе энергию упругих деформаций больше, чем необходимо для их разрушения.

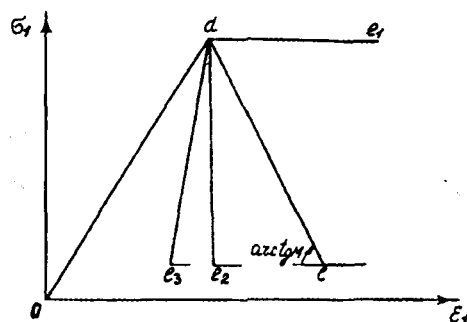
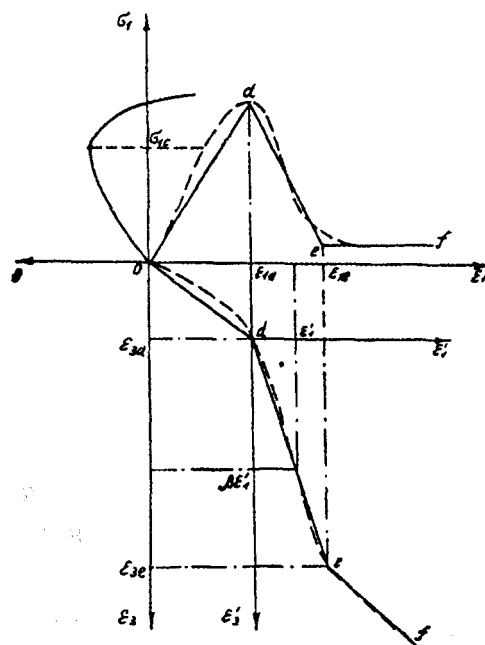


Рис. 1.6. К построению классификации горных пород по склонности к хрупкому разрушению

1.2.6. Коэффициент Пуассона и коэффициент поперечной деформации

Другой важной характеристикой деформационных свойств горных пород является коэффициент поперечной деформации $\beta = |\Delta\epsilon_3 / \Delta\epsilon_1|$, где $\Delta\epsilon_1$ и $\Delta\epsilon_3$ — приращения соответствующих деформаций на диаграмме $\epsilon_3(\epsilon_1)$, которая построена (пунктирная кривая) под диаграммой $\sigma_1(\epsilon_1)$ на рис. 1.7 и обнаруживает существенную зависимость β от уровня деформаций. Здесь же показана кусочно-линейная аппроксимация диаграммы $\epsilon_3(\epsilon_1)$. На графике четко прослеживаются три участка, аппроксимированные линейными функциями: допредельного деформирования $0d$, где $\beta \leq 0,5$ и имеет смысл коэффициента Пуассона μ ; запредельного деформирования de , где $\beta \geq 0,5$; остаточной прочности ef , где $\beta \approx 0,5$. Особый интерес представ-



ляет коэффициент поперечной деформации на участке запредельного деформирования $\beta = |\Delta\epsilon'_3 / \Delta\epsilon'_1|$, который целесообразно вычислять, перенося начало координат в точку d , как показано на рис. 1.7, и значения которого для ряда горных пород приведены в табл. 1.4.

Рис. 1.7. К определению объемной деформации и коэффициента поперечной деформации

1.2.7. Объемная деформация и явление дилатансии

На запредельном участке деформирования при $\beta > 0,5$ наблюдается увеличение деформируемого объема породы, так называемая дилатансия. Чтобы оценить дилатансию, запишем выражение для объемной деформации в зависимости от коэффициента поперечной деформации:

$$\theta(\beta) = \varepsilon_1 - 2\varepsilon_3 = \varepsilon_1 (1 - 2\beta), \quad (1.4)$$

где объемная деформация, связанная с уменьшением первоначального объема породы, считается положительной, а с увеличением, т. е. в случае дилатансии, — отрицательной. Соответствующий график $\theta(\sigma_1)$ построен на рис. 1.7, из анализа которого и формулы (1.4) видно, что $\theta(\beta) < 0$ при $\beta > 0,5$, т. е. дилатансия в основном наблюдается при деформировании горных пород за пределом их прочности.

Судя по данным табл. 1.4, величина β возрастает с увеличением склонности горных пород к хрупкому разрушению. Значительную дилатансию следует ожидать в таких хрупко разрушающихся породах, как песчаник, аргиллит, алевролит и др. На участке остаточной прочности дилатансия практически не наблюдается. Общее увеличение объема горных пород при их разрушении может достигать 10 %.

1.2.8. Предел прочности на одноосное сжатие и растяжение

Прочностные свойства горных пород оцениваются характеристиками прочности, определяемыми в условиях элементарных напряженных состояний: одноосное сжатие и растяжение. Под определением «прочность горной по-

роды» понимается ее способность сопротивляться силовым воздействиям, не разрушаясь. За величину предела прочности породы принимается отношение максимального силового воздействия на образец (при сжатии или растяжении) или соответствующей максимальной несущей способности образца к исходной площади его поперечного сечения: в итоге снимаем с диаграммы деформирования предел прочности породы на одноосное сжатие $\sigma_{сж}$ (см. рис. 1.3) и предел прочности породы на растяжение σ_r (см. рис. 1.5).

Как отмечалось выше, определяющим фактором при разрушении породных образцов в условиях растяжения является их дефектность в виде трещин, ориентированных по нормали или под небольшими углами к нормали. При сжатии породных образцов внутренняя дефектность проявляется в меньшей степени. Этим объясняется существенное различие $\sigma_{сж}$ и σ_r для горных пород по сравнению с малодефектными материалами, такими как, например, металлы. Для широкого круга горных пород среднее значение отношения $\sigma_{сж}/\sigma_r$ находится в интервале 8—10. В качестве иллюстрации в табл. 1.5 приведены пределы изменения прочностных характеристик для некоторых часто встречающихся горных пород [3].

Таблица 1.5

Породы	$\sigma_{сж}$, МПа	σ_r , МПа
Угли каменные	7—60	1—2
Соли каменные	18—35	1—2
Аргиллиты	4—90	1—15
Алевриты	5—180	4—18
Песчаники	5—300	4—18
Кварциты	160—300	11—15
Граниты	160—220	8—16

Для испытания на растяжение чаще всего используются косвенные методы: изгиб балочек, круглых дисков, раскалывание цилиндров, пластин и др. При этом необходимо иметь в виду, что определяемый этими методами предел прочности на растяжение является в значительной степени прочностной характеристикой не горной породы как материала, а породного образца, имеющего определенную форму, дефектность и нагружаемого определенным способом при определенных контактных условиях. В этом отношении испытание прямым (непосредственным) растяжением, несмотря на его техническую сложность, представляется более корректным методом испытаний.

1.2.9. Внутренний механизм разрушения горных пород

При внешнем одноосном сжатии горной породы слагающие ее минеральные зерна находятся в сложном напряженном состоянии (см. подразд. 1.1.3). В зависимости от их ориентации и деформационных характеристик они могут испытывать сжимающие напряжения, превышающие внешнюю нагрузку, и растягивающие напряжения примерно на порядок меньше, чем абсолютная величина внешней нагрузки. Причем растягивающие напряжения действуют по площадкам, параллельным направлению внешней нагрузки.

Эти растягивающие напряжения, достигая прочности горной породы на растяжение (по минеральным зернам или межзерновым связям), являются причиной образования трещин, ориентированных по направлению внешней сжимающей нагрузки и приводящих в конечном итоге к разрушению нагруженного объема породы. Такой механизм хрупкого разрушения горных пород с образованием трещин, ориентированных по направлению максимальной сжимающей нагрузки, часто наблюдается в природе (раз-

рушение горных пород вокруг выработок, в приконтурной части целиков и т. д.) и представляет картину разрушения от растягивающих деформаций, направленных в сторону выработанных пространств.

Остановимся более подробно на описании этого механизма разрушения, который включает следующие последовательные этапы: зарождение микротрещин, их развитие и ветвление, образование макротрещин и распространение последних до полного разрушения горной породы в результате деления нагруженного ее объема на части. Необходимо отметить локальность такого механизма разрушения: при образовании и развитии микротрещин определяющую роль играют механические свойства небольших объемов породы, расположенных на пути трещин, а не свойства горной породы в целом. В горных породах этими объемами могут быть отдельные минеральные зерна. Поэтому особый интерес представляют образование и развитие микротрещин на уровне минеральных зерен, где наблюдается отмеченная выше концентрация внутренних напряжений.

Для оценки возможности зарождения микротрещин в первом приближении можно использовать критерий максимального растягивающего напряжения, т. е. достаточно сопоставить расчетное максимальное растягивающее напряжение с пределом прочности горной породы на растяжение σ_p .

Так, в результате исследований К.В. Халкечева установлено, что при одноосном сжатии образцов каменной соли и сильвинита несколько ниже уровня напряжений предела мгновенной прочности, соответственно для каменной соли 32,5 МПа и сильвинита 30 МПа, на отдельных «неблагоприятно» ориентированных минеральных зернах возникают растягивающие напряжения 3,05 МПа в

каменной соли и 7,57 МПа в сильвините, которые больше предела прочности на одноосное растяжение соответственно каменной соли 3 МПа и сильвинита 2,2 МПа и вызывают зарождение микротрещин растяжения.

Таким образом, подтверждается экспериментальный факт начала микроразрушения горных пород при сжимающих напряжениях, меньших предела мгновенной прочности на одноосное сжатие (см. подразд. 1.1.4). Помимо образования микротрещин, ориентированных по направлению внешней нагрузки, на первой стадии разрушения могут образоваться микротрещины, наклоненные под небольшими углами к этому направлению, определяемыми уровнем действующей внешней нагрузки. На этой стадии разрушения в сжатом объеме породы возможно также развитие существующих трещин: рост трещин, ориентированных по направлению внешней сжимающей нагрузки, и ветвление трещин, наклоненных к этому направлению. Процесс ветвления трещин останавливается, если они получают направление внешней нагрузки. Вообще, рост трещин определяется уровнем действующей нагрузки, и если нагрузка не увеличивается, первая стадия разрушения заканчивается.

Дальнейшее увеличение внешних сжимающих напряжений приводит к увеличению внутренних растягивающих напряжений и вызывает рост образовавшихся и существующих трещин до пересечения с другими трещинами, что соответствует второй стадии разрушения. При этом возможны два варианта такого пересечения: трещины, растущие по направлению внешней нагрузки, упираются в трещины, наклоненные к этому направлению, и затормаживаются, что приводит к образованию системы взаимно пересекающихся трещин; трещины, растущие по направлению внешней нагрузки, сливаются друг с другом,

образуя магистральные макротрещины, т. е. трещины магистрального направления.

Третья стадия разрушения возможна только при дальнейшем увеличении внешних сжимающих напряжений до уровня предела прочности на одноосное сжатие $\sigma_{сж}$. На этой стадии наблюдается рост магистральных трещин по направлению внешней нагрузки до тех пор, пока они не достигнут границ сжимаемого объема породы, что приведет к разделению его на отдельные части. Рост магистральных трещин происходит скачкообразно, так как сопровождается разрывом перемычек между микротрещинами в областях растягивающих напряжений и межзерновых сочленений в областях сжимающих напряжений.

Если деформации сжимаемого объема породы не ограничены каким-либо образом, т. е. реализуется режим заданной нагрузки, третья стадия соответствует полному разрушению и является заключительной в процессе разрушения. При ограниченных деформациях, т. е. при нагружении в режиме заданных деформаций, процесс разрушения, как это было показано в подразд. 1.1.4, не останавливается на третьей стадии.

При одноосном растяжении породных образцов внутренний механизм разрушений имеет свои особенности. В этом случае деформации растяжения весьма ограничены по величине и разрушение происходит в результате распространения трещин, ориентированных главным образом по нормали к внешней сжимающей нагрузке, и завершается разделением образца на части. Следует еще раз подчеркнуть, что определяющим фактором в механизме разрушения от растяжения является внутренняя дефектность образца в виде трещин, ориентированных по нормали или под небольшими углами к нормали. Внутренняя дефектность образцов при растяжении проявляется гораздо больше, чем при сжатии.

1.2.10. Концевые и масштабные эффекты при испытании породных образцов

Анализ поля внутренних напряжений и траекторий роста трещин позволяет объяснить экспериментально наблюдаемые концевые и масштабные эффекты при сжатии породных образцов. Известно, что характер разрушения при сжатии зависит от условий на контактах образца с плитами испытательной машины (рис. 1.8): при полном сцеплении на контактах разрушение в приторцевых областях происходит по поверхности конусов, оси которых обычно совпадают с осью образца, — коническое разрушение (рис. 1.8, *а*), или по наклонной поверхности — косое разрушение (рис. 1.8, *б*); при отсутствии сцепления на контактах разрушение происходит по поверхностям, параллельным направлению внешней сжимающей нагрузки, — столбчатое разрушение или раскалывание (рис. 1.8, *в*). Для образцов с отношением $h/d = 2$ (h — высота, d — поперечный размер образца) коническое и косое разрушения равновероятны. Для образцов с отношением $h/d = 1$ обычно наблюдается косое разрушение. Кроме того, экспериментально установлено, что прочность на одноосное сжатие при сцеплении на торцах больше, чем при отсутствии сцепления примерно на 30—50 %, и что эксперименты с отсутствием сцепления более правильно воспроизводят реальные условия нагружения горной породы в массиве.

Обратимся к анализу внутренних напряжений в сжимаемом образце, используя систему координат, показанную на рис. 1.8, *г*. Если сцепление на торцах образца отсутствует, то поперечные деформации по его высоте одинаковые и поле осевых сжимающих напряжений σ_x практически однородное, что вызывает равновероятное появление максимальных растягивающих напряжений σ_y и σ_z поперечного направления на отдельных минеральных зер-

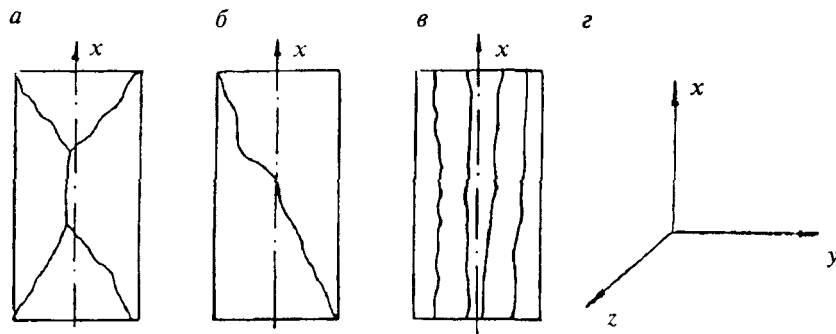


Рис. 1.8. Характер разрушения сжимаемых породных образцов в зависимости от контактных условий на торцах

нах по высоте образца. Эти напряжения, как отмечалось выше, являются причиной образования микротрещин, которые сливаются в магистральные макротрещины, ориентированные по направлению внешней нагрузки, и в конечном итоге вызывают «столбчатое» разрушение образца.

Если условия эксперимента обеспечивают трение на торцах сжимаемого образца, в его приторцевых областях появляются дополнительные внутренние напряжения сжатия σ'_y и σ'_z . Эти напряжения суммируются с внутренними растягивающими напряжениями σ_y и σ_z , наведенными внешним полем сжимающих напряжений σ_x в минеральных зернах. Величина и знак суммарных внутренних напряжений $(\sigma_y + \sigma'_y)$ и $(\sigma_z + \sigma'_z)$ в различных точках образца зависят от величины внешней нагрузки σ_x , сил трения и расстояний от исследуемой точки до торца и боковой поверхности образца (дополнительные сжимающие напряжения σ'_y и σ'_z уменьшаются по мере удаления от торцов и по мере приближения к боковой поверхности образца). В приторцевых областях, ограниченных поверхностями, близкими к поверхности конуса, суммарные внутренние напряжения будут сжимающими, т. е. образуются приторцевые области сжатия. Помимо дополнительных

сжимающих напряжений σ'_y и σ'_z силы трения на торцах вызывают появление дополнительных растягивающих напряжений σ'_x которые, суммируясь с основными сжимающими напряжениями σ_x , уменьшают их величину в приторцевых областях. В конечном итоге силы сцепления на торцах трансформируют однородное по высоте образца поле напряжений в неоднородное.

Трансформированное поле напряжений порождает микротрещины растяжения только в средней части образца, где влияние торцов незначительно. Причем высота области зарождения микротрещин зависит от высоты образца, точнее — от величины отношения h/d : при $h/d = 1$ приторцевые области практически смыкаются в средней части образца; при $h/d = 2$ между приторцевыми областями сжатия существует соизмеримая с ними по высоте область зарождения микротрещин растяжения. По мере увеличения внешней сжимающей нагрузки σ_x плотность микротрещин растяжения, ориентированных по ее направлению, будет расти в средней части образца и образует систему ветвящихся трещин. В приторцевых областях сжатия новые микротрещины не будут образовываться, так как для их зарождения необходимо увеличение внешней нагрузки почти в 2 раза при неизменной величине трения на торцах. Иными словами, когда в средней части образца завершается вторая стадия разрушения с образованием одной или нескольких магистральных трещин, в приторцевых областях еще не заканчивается первая стадия разрушения.

Дальнейшему распространению вертикальных магистральных трещин к торцам образца препятствуют приторцевые области сжатия, где этот процесс при заданном

уровне внешней нагрузки еще не начинался. Тогда остается единственно возможное направление их распространения — это по боковым поверхностям приторцевых конических областей сжатия, где уровень внутренних растягивающих напряжений σ_y и σ_z является достаточным для образования и роста трещин. При этом возможны несколько вариантов дальнейшего распространения магистральных трещин, соответствующих различным видам разрушения: если направление образовавшейся магистральной трещины таково, что она обоими концами упирается в вершины приторцевых конических областей, то на третьей стадии реализуется «коническое» разрушение (см. рис. 1.8, *a*); если магистральная трещина обоими концами упирается в боковые поверхности приторцевых конических областей, то реализуется «косое» разрушение (см. рис. 1.8, *b*); если магистральная трещина одним концом упирается в вершину одной, а другим концом в боковую поверхность другой приторцевой конической области, то реализуется разрушение смешанного вида. При сжатии высоких образцов ($h/d = 2$), когда возможно свободное распространение вертикальных магистральных трещин в средней части образца, реализуются все три вида разрушения. При сжатии образцов с $h/d = 1$, когда свободное распространение вертикальных магистральных трещин в средней части образца затруднительно, обычно реализуется «косое» разрушение.

Чтобы количественно оценить увеличение прочности горных пород на одноосное сжатие при наличии сцепления на торцах образцов, можно поступить следующим образом. При торможении магистральных трещин в приторцевых областях сжатия их дальнейшее распространение было бы возможно, если бы увеличение внешней сжи-

мающей нагрузки σ_x компенсировало влияние трения на торцах и создало условия для появления внутренних растягивающих напряжений σ_y и σ_z в приторцевых областях такой величины, которая была бы достаточна для образования микротрещин растяжения. Количественный анализ результатов расчета внутренних напряжений в каменной соли и сильвините, выполненный К.В. Халкечевым, показывает, что это возможно при увеличении внешней сжимающей нагрузки σ_x примерно на 25 % для каменной соли и на 50 % для сильвинита. Таким образом, представляется возможным оценить увеличение прочности каменной соли на 25 % и сильвинита на 50 % при испытании образцов на одноосное сжатие с трением на торцах по сравнению с испытанием тех же образцов без трения на торцах. Результаты численного расчета удовлетворительно совпадают с данными экспериментов.

Анализ процесса разрушения образцов с позиций концентрации внутренних напряжений позволяет также объяснить механизм масштабного эффекта при испытании на сжатие хрупко разрушающихся горных пород. Известно, что масштабный эффект наблюдается двух видов: изменение прочности при увеличении абсолютных размеров образцов; изменение прочности при увеличении относительных размеров образцов.

При увеличении абсолютных размеров образцов наблюдается объемный и поверхностный масштабный эффект. Объемный масштабный эффект проявляется в виде уменьшения прочности с увеличением объема образцов, так как прочность хрупко разрушающихся тел определяется длиной наиболее опасной трещины, а вероятность встречи образца с такой трещиной повышается при увеличении

объема образца. Например, при испытании на сжатие цилиндрических образцов высотой $h=2\sqrt{F_0}$, где F_0 — площадь поперечного сечения образца, увеличение их диаметра в 5,8 раза привело к снижению прочности: в 1,33 раза для мрамора и в 1,15 раза для габбро. Аналогичное объяснение можно привести для поверхностного масштабного эффекта, если в качестве опасных анализировать трещины на боковой поверхности образцов.

Масштабный эффект, связанный с изменением прочности при увеличении относительных размеров образцов, можно объяснить, рассматривая особенности трещинообразования при различных контактных условиях. Увеличение относительных размеров h/d образца может происходить за счет увеличения его высоты h или уменьшения поперечного размера d . В обоих случаях изменяются размеры приторцевых областей сжатия. В первом случае эти области смещаются к торцам, освобождая среднюю часть образца для беспрепятственного развития магистральных трещин, с ростом которых увеличиваются концентрация напряжений в их углах и выделяющаяся упругая энергия, необходимая для обхода приторцевых областей сжатия, в результате чего снижается прочность образца. Во втором случае с уменьшением поперечного сечения образца уменьшаются силы трения по его торцам и соответственно высота приторцевых областей сжатия, что также освобождает среднюю часть образца для беспрепятственного развития магистральных трещин с конечным эффектом в виде уменьшения прочности образца.

Таким образом, с увеличением относительных размеров h/d образцов, сжимаемых при наличии трения на

торцах, прочность их на сжатие уменьшается. В качестве иллюстрации можно привести уменьшение прочности образцов из мрамора в 1,3 и образцов из ангидрита в 1,8 раза при увеличении их относительных размеров h/d от 0,5 до 2.

1.2.11. Остаточная прочность

Остаточная прочность горных пород σ_0 определяется как уровень напряжений одноосного сжатия σ_{1e} на горизонтальном участке остаточной прочности, построенном в результате кусочно-линейной аппроксимации полной диаграммы деформирования (см. рис. 1.3).

В качестве иллюстрации в табл. 1.6 приведены результаты экспериментального определения σ_0 для некоторых горных пород [5].

Остаточная прочность горных пород σ_0 изменяется обычно в интервале 3—20 % от предела прочности на одноосное сжатие $\sigma_{сж}$.

Таблица 1.6

Порода	$\sigma_{сж}$, МПа	σ_0 , МПа	$\frac{\sigma_0}{\sigma_{сж}} 100, \%$
Песчаник серый (Жезказган)	175	6	3,4
Алевролит (шахта «Распадская»):			
мелкозернистый	66	8	12,1
крупнозернистый	74	6	8,1
Песчаник мелкозернистый (шахта «Распадская»)	128	6	4,7

1.2.12. Влияние температуры, воды и газа

Общеизвестно, что изменение температуры влияет на характер деформирования и разрушения твердых тел: при нагревании они становятся более пластичными, а при охлаждении — более хрупкими. Для большинства горных пород наблюдаются аналогичные закономерности, а поведение некоторых пород в температурном поле имеет свои особенности. Особый интерес представляет изучение механических свойств горных пород в области отрицательных температур, в первую очередь для освоения месторождений полезных ископаемых в зоне вечной мерзлоты, для сооружения горных выработок способом замораживания обводненных пород, для эксплуатации подземных емкостей с низкотемпературным наполнителем и других горных технологий.

С понижением температуры замораживания прочность на одноосное сжатие $\sigma_{сж}$ и модуль деформации E обводненных песков и глин существенно увеличиваются. Так, с понижением температуры от -5 до -20 °С прочность келловейской супеси увеличивается в 3 раза, а прочность глины бат-байоса — в 2 раза.

Исследования механических свойств каменных солей в диапазоне температур от $+20$ до -130 °С, выполненные А.В. Черноиваном [5], обнаружили иные закономерности. С использованием силовой установки, работающей в «жестком» режиме, были построены полные диаграммы деформирования каменной соли Артемовского, Астраханского, Оренбургского и Солотвинского месторождений. Анализ полных диаграмм показал, что понижение температуры вызывает уменьшение предела прочности

каменной соли на одноосное сжатие $\sigma_{сж}$. Экспериментальные значения $\sigma_{сж}$ (МПа) для каменных солей различных месторождений приведены в табл. 1.7. Снижение прочности каменной соли удовлетворительно аппроксимируется линейной зависимостью от температуры. Однако величина снижения $\sigma_{сж}$ у каменных солей исследуемых месторождений различна.

Наблюдаемое снижение прочности каменной соли в области отрицательных температур характерно именно для соляных пород. Эксперименты с монокристаллом галита обнаруживают его упрочнение при понижении температуры. Поликристаллическая каменная соль представляет собой минеральный агрегат, содержащий, помимо кристаллов галита, различные примеси с отличными от галита коэффициентами температурного расширения, а также обладающий структурно-текстурными неоднородностями и дефектами на границах минеральных зерен. Все это вызывает появление внутренних температурных напряжений в образце и снижает его прочность.

Таблица 1.7

Месторождение	Температура, °С				
	+20	0	-40	-80	-130
Артемовское	26,7	26,7	25,5	24,1	21,9
Астраханское	29,5	29,7	28,5	27,7	26,9
Оренбургское:					
по скв. 4р	26,2	24,9	23,5	20,7	19,4
по скв. 5р	27,3	26,4	25,5	25,3	25,0
по скв. 1001	23,2	21,7	21,1	19,8	17,3
Солотвинское	17,7	17,5	16,0	13,2	12,5

Различие в прочности каменных солей исследованных месторождений объясняется различием их химического состава и структурно-текстурными особенностями (см. подразд. 1.1.1): например, соли Астраханского и Оренбургского (по скв. 1001) месторождений имеют сходный химический состав, но соль Астраханского месторождения состоит из более мелких, плотно прилегающих друг к другу зерен (табл. 1.8).

Последнее обстоятельство объясняет наименьшее снижение прочности в исследованном диапазоне температур. При сопоставлении прочности солей Оренбургского месторождения по скважинам 4р и 5р, имеющих одинаковое строение, наибольшее снижение прочности наблюдается у образцов соли по скважине 4р, которая обладает большей неоднородностью химического состава.

Анализируя полные диаграммы деформирования, следует подчеркнуть, что при снижении температуры деформационные свойства солей изменяются существенным образом: наблюдается увеличение крутизны допредельных и запредельных участков диаграмм, т. е. увеличение модуля деформации E и модуля спада M , при увеличении склонности солей к хрупкому разрушению.

Вода оказывает двоякое влияние на механические свойства горных пород. С одной стороны, насыщение породы водой может привести к изменению механических свойств цементирующего состава и снижению прочности породы, таково, например, размягчение глин и глинистых пород. С другой стороны, повышение давления воды в порах и трещинах горной породы приводит к перераспределению внутренних напряжений и в конечном итоге к снижению прочности $\sigma_{сж}$ и переходу от пластического характера деформирования к хрупкому.

Таблица 1.8

Месторождение	Структура		Текстура
	Преобладающий размер зерен, мм	Характер границы между зернами	
Артемовское	5—7	Участками отчетливый	Массивная, неясно ориентированная
Астраханское	2—4	Неотчетливый	Горизонтально ориентированная
Оренбургское: по скв. 4р	3—5	Участками отчетливый	Массивная, неслоистая
по скв. 5р	3—5	То же	То же
по скв. 1001	4—6	Четкий	Брекчиевидная
Солотвинское	5—7	Резкий, ярко выраженный	Вертикально ориентированная

Газ, насыщающий поровое пространство горной породы под давлением, обычно оказывает аналогичное воздействие на ее механические свойства. Например, экспериментально установлено, что увеличение порового давления газа в известняке и угле снижает их прочность $\sigma_{сж}$ и увеличивает склонность к хрупкому разрушению.

1.3. РЕОЛОГИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ГОРНЫХ ПОРОД

1.3.1. Явления ползучести и релаксации напряжений

При уменьшении скорости деформирования или скорости нагружения начинает проявляться реономность (зависимость от времени) механических свойств горных пород: проявляются так называемые реологические свойства горных пород.

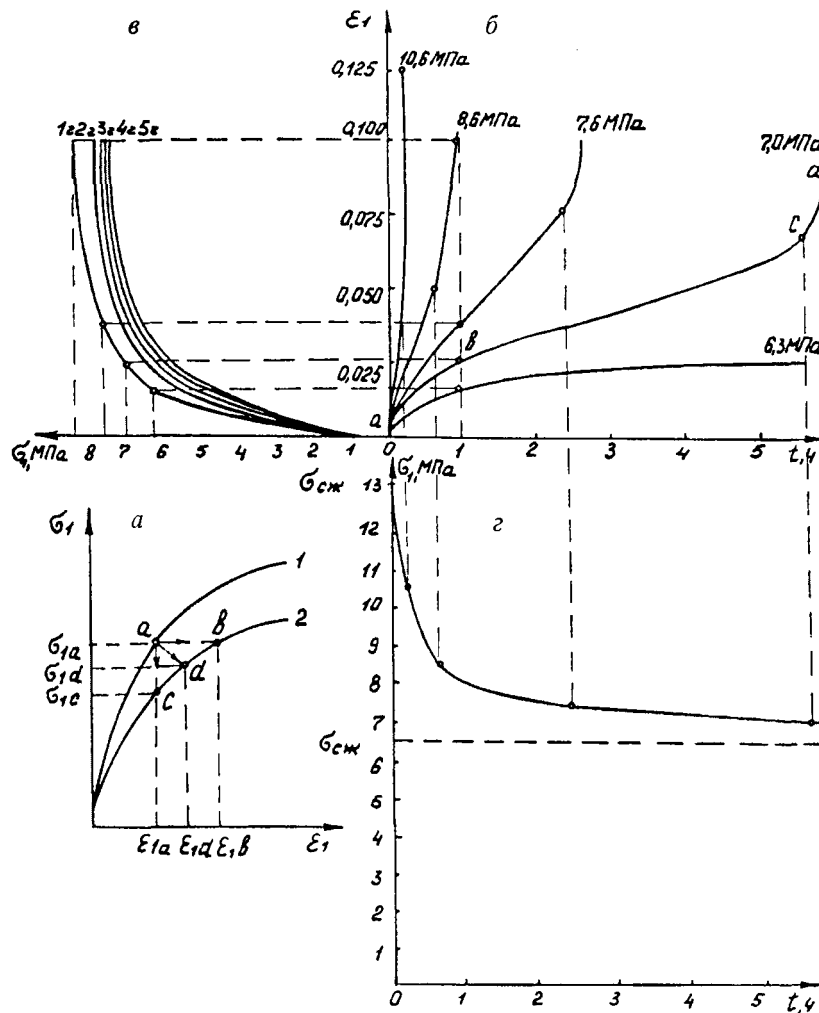


Рис. 1.9. Графики экспериментального исследования реологических свойств горных пород

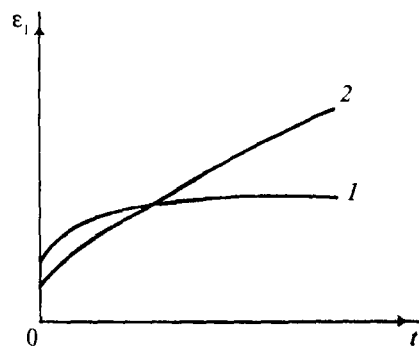
Особенности длительного деформирования на допредельной и предельной стадиях изучены достаточно полно (рис. 1.9). На рис. 1.9, а показаны соответствующие участки диаграмм деформирования, построенные при быстром (график 1) и медленном (график 2) деформировании

горных пород в условиях одноосного сжатия. Если испытания, осуществляемые по диаграмме 1, остановить в точке a с координатами σ_{1a} и ε_{1a} и обеспечить режим заданной нагрузки σ_{1a} на длительное время, не ограничивая деформаций, будет наблюдаться явление ползучести горных пород $\varepsilon_1(t)$, которое приведет к увеличению деформаций до уровня ε_{1b} , соответствующего точке b на диаграмме длительных испытаний 2. Если испытания остановить в той же точке a и обеспечить на длительное время режим заданных деформаций ε_{1a} , будет наблюдаться явление релаксации напряжений $\sigma_1(t)$ в горных породах, которое приведет к уменьшению напряжений до уровня σ_{1c} , соответствующего точке c на диаграмме 2. Наконец, если в испытаниях по диаграмме 1 в точке a значительно уменьшить скорость деформирования, будут наблюдаться одновременно явления ползучести и релаксации напряжений, которые увеличат деформации до уровня ε_{1d} и уменьшат напряжения до уровня σ_{1d} , соответствующих точке d на диаграмме 2.

Экспериментальное исследование реологических свойств горных пород обычно сводится к построению графиков ползучести горных пород $\varepsilon_1(t)$ при фиксированных напряжениях σ_1 . В качестве иллюстрации на рис. 1.9, б показано семейство графиков ползучести $\varepsilon_1(t)$ для замороженного песка. На графике $\varepsilon_1(t)$ при $\sigma_1 = 7,0$ МПа разграничены характерные участки деформирования, соответствующие определенным стадиям деформирования. Участок Oa соответствует начальной условно-мгновенной деформации. В зависимости от уровня напряжений σ_1 деформация ε_1 может быть как упругой, связанной с упругим сжа-

тием минерального скелета, так и частично необратимой, обусловленной микроразрушениями. На участке *ab* наблюдается неустановившаяся или затухающая ползучесть ($\epsilon'_1 \rightarrow 0$), для которой также характерны как упругие, так и необратимые деформации. Участок *bc* соответствует стадии установившейся ползучести ($\epsilon'_1 = \text{const}$), характеризующейся разрушением структурных связей, что при снятии нагрузки приводит лишь к частичному восстановлению деформаций. Заключительный участок *cd* соответствует стадии прогрессирующей ползучести ($\epsilon'_1 \rightarrow \infty$), на которой наблюдаются интенсификация процесса разрушения, появление трещин и, наконец, разрушение образца породы.

Рассмотренный график $\epsilon_1(t)$ описывает наиболее общий случай ползучести горных пород: в зависимости от уровня действующих напряжений σ_1 и типа горных пород некоторые стадии деформирования наблюдаются на ограниченных промежутках времени или вообще отсутствуют. Если установить уровень действующих напряжений σ_1 , не приводящий к прогрессирующей ползучести и разрушению, и построить соответствующие графики ползучести $\epsilon_1(t)$ для различных горных пород, то можно выделить два основных типа пород по реологическим свойствам (рис. 1.10). К первому типу относятся породы, ползучесть которых имеет ограниченный характер (график 1). Это в основном твердые горные породы (см. подразд. 1.1.2): слабые и креп-



вам (рис. 1.10). К первому типу относятся породы, ползучесть которых имеет ограниченный характер (график 1). Это в основном твердые горные породы (см. подразд. 1.1.2): слабые и креп-

Рис. 1.10. Графики ползучести горных пород

кие глинистые сланцы, песчаники, песчанистые сланцы, аргиллиты, алевролиты, известняки, кварциты, граниты и др. Ко второму типу относятся горные породы, при ползучести которых не прослеживается предельный уровень деформаций (график 2). Это связные или глинистые породы.

1.3.2. Статический и динамический модули деформации

Последующая обработка графиков $\epsilon_1(t)$, показанных на рис. 1.9, б, может быть проведена следующим образом. Фиксируя на оси t определенные моменты времени (например, $t \rightarrow 0$; $t = 1$; 2; 3; 4; 5 ч; $t \rightarrow \infty$), снимаем с графиков $\epsilon_1(t)$ соответствующие деформации ϵ_1 при соответствующих напряжениях σ_1 и далее строим семейство диаграмм деформирования $\sigma_1(\epsilon_1)$ для фиксированных моментов времени (на рис. 1.9, в построены такие диаграммы для моментов времени $t = 1$; 2; 3; 4; 5 ч).

Диаграмма $\sigma_1(\epsilon_1)$ при $t \rightarrow 0$ должна соответствовать мгновенному нагружению. Выполнив кусочно-линейную аппроксимацию такой диаграммы, как это показано на рис. 1.3, где рассматривалось быстрое (практически мгновенное) нагружение образца, и определив тангенс угла наклона восходящей ветви к оси продольных деформаций, получим значение мгновенного или динамического модуля деформации горной породы E_0 . Помимо описанного способа динамический модуль деформации E_0 можно определить по скорости прохождения упругих волн через породный образец. Такой способ испытаний называется динамическим [6]. При динамических испытаниях, когда время действия нагрузки составляет сотые или даже тысячные доли секунды, неупругие деформации породного образца проявляются в меньшей степени, чем при стати-

ческих испытаниях, и определяемая величина динамического модуля деформации E_0 приближается к величине соответствующего модуля упругости E_c горной породы.

Диаграмма $\sigma_1(\epsilon_1)$ при $t \rightarrow \infty$ должна соответствовать длительному нагружению и тангенс угла наклона линейной аппроксимации восходящей ветви диаграммы к оси продольных деформаций равен статическому модулю деформации горной породы E_∞ . Статический модуль деформации E_∞ для широкого класса горных пород в 1,1—1,6 раза меньше динамического E_0 . Величина отношения $E_0/E_\infty = t_p/t_0$, где t_p — время последствия или время ретардации, характеризующее скорость увеличения деформаций (ползучести) при постоянном напряжении; t_0 — время релаксации, характеризующее скорость уменьшения напряжений (релаксации) при постоянной деформации. Например, для песчаников $t_p = 1 \div 2,3$ сут, $t_0 = 0,3 \div 2$ сут.

1.3.3. Длительная прочность

Если на графиках $\epsilon_1(t)$ зафиксировать моменты времени, соответствующие началу прогрессирующей ползучести, т. е. началу разрушения образцов горных пород, и выписать соответствующие им уровни напряжений σ_1 , можно построить график $\sigma_1(t)$, который представляет график длительной прочности горных пород $\sigma_{сж}(t)$, как это показано на рис. 1.9, г. Начальная ордината этого графика соответствует пределу мгновенной прочности $\sigma_{сж}$, а асимптота — пределу длительной прочности $\sigma_{сж\infty}$ горных пород на одноосное сжатие. Длительная прочность горных пород $\sigma_{сж}(t)$ является важной характеристикой их механических свойств, необходимой для расчета

длительной устойчивости горных выработок. Подобные эксперименты требуют больших затрат труда и времени. В связи с этим заслуживает внимания ускоренный метод определения длительной прочности горных пород при одноосном сжатии, разработанный во ВНИМИ и основанный на измерении объема образца, нагружаемого ступенчато-возрастающими нагрузками (см. подразд. 1.1.4). После построения экспериментальной зависимости объемной деформации образца θ от действующего напряжения σ_1 (см. рис. 1.7) предел длительной прочности вычисляется по формуле

$$\sigma_{сж\infty} = \frac{\sigma'_1 + \sigma''_1}{2}, \quad (1.5)$$

где σ'_1 — напряжение, соответствующее максимальному уплотнению породного образца; σ''_1 — напряжение, соответствующее начальному моменту увеличения объема образца.

При известном пределе мгновенной прочности $\sigma_{сж}$, который определяется традиционным методом по диаграмме деформирования как максимальная несущая способность породного образца σ_{1d} (см. рис. 1.3), график длительной прочности $\sigma_{сж}(t)$ может быть построен с помощью аппроксимирующего уравнения

$$\sigma_{сж}(t) = \sigma_{сж\infty} + (\sigma_{сж} - \sigma_{сж\infty})e^{-\frac{t}{t_0}}. \quad (1.6)$$

Реологические испытания, выполненные во ВНИМИ, позволили установить, что величина отношения $\sigma_{сж\infty}/\sigma_{сж}$ для мерзлых грунтов находится в интервале 0,08—0,35, для слабых и пластичных пород — 0,3—0,7, для пород средней прочности и крепких — 0,7—0,95.

1.3.4. Особенности длительного деформирования за пределом прочности

Реологические испытания за пределом прочности горных пород — это реологические испытания частично разрушенных пород, что сложно в техническом отношении. Такие испытания были проведены на образцах алевролита с шахты «Распадская». Результаты испытаний показаны сплошными линиями на рис. 1.11 в виде графиков релаксации прочности $\sigma_{сж}^*(t)/\sigma_{сж}^* = \sigma^*(t)$ породы с различной начальной прочностью $\sigma_{сж}^*/\sigma_{сж}^*$ на запредельной стадии деформирования. Характерной особенностью реологических процессов на запредельной стадии является высокая скорость релаксации прочности: почти полная релаксация происходит за время $t_0 = 10^2 — 10^3$ с. С уменьшением начальной прочности σ^* увеличивается относительная минимальная несущая способность $\sigma_{\infty}^*/\sigma^*$ образцов после релаксации напряжений, что указывает на уве-

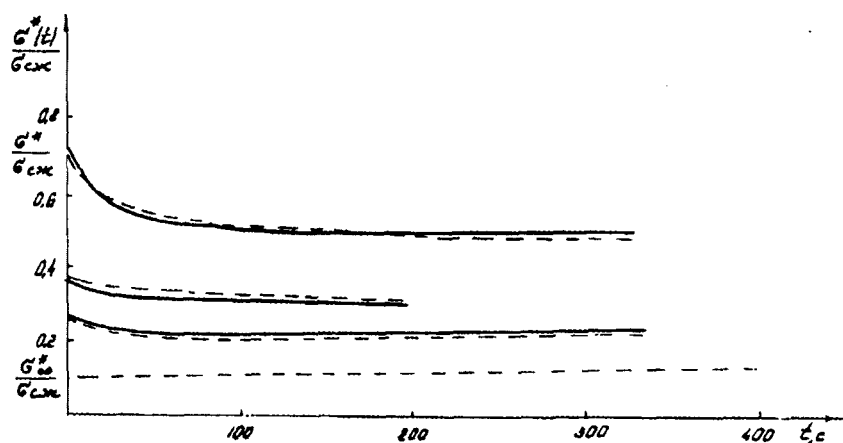


Рис. 1.11. Графики релаксации напряжений за пределом прочности алевролита

личение относительного предела длительной прочности алевролита. Графики релаксации прочности $\sigma^*(t)$ можно аппроксимировать выражением

$$\sigma^*(t) = \sigma^* [1 - A^*(1 - e^{-\alpha t})], \quad (1.7)$$

где $A^* = \frac{\sigma^* - \sigma_{\infty}^*}{\sigma^*}$, α — параметр аппроксимации.

Для испытанного мелкозернистого алевролита величина $A^* = 0,18$, $\alpha = 0,01 \text{ с}^{-1}$. На рис. 1.11 результаты аппроксимации, построенные на основании выражения (1.7) и показанные пунктирными линиями, удовлетворительно совпадают с экспериментальными графиками релаксации прочности $\sigma^*(t)$, показанными сплошными линиями.

1.4. ДЕФОРМИРОВАНИЕ И РАЗРУШЕНИЕ ГОРНЫХ ПОРОД ПРИ ОБЪЕМНОМ НАГРУЖЕНИИ

1.4.1. Особенности объемного нагружения горных пород в массиве и соответствующие способы испытаний

Характеристики прочности горных пород $\sigma_{сж}$, $\sigma_{сж\infty}$, σ_0 , σ_p , определяемые в условиях элементарных напряженных состояний (одноосное сжатие и растяжение), используются при построении различных теорий прочности, позволяющих оценивать прочность горных пород при любых видах напряженного состояния, наблюдаемых в окрестности горных выработок (рис. 1.12). Для оценки достоверности теоретических построений проводятся экспериментальные исследования прочности горных пород в условиях объемного нагружения, т. е. в условиях объемного напряженного состояния с главными нормальными напря-

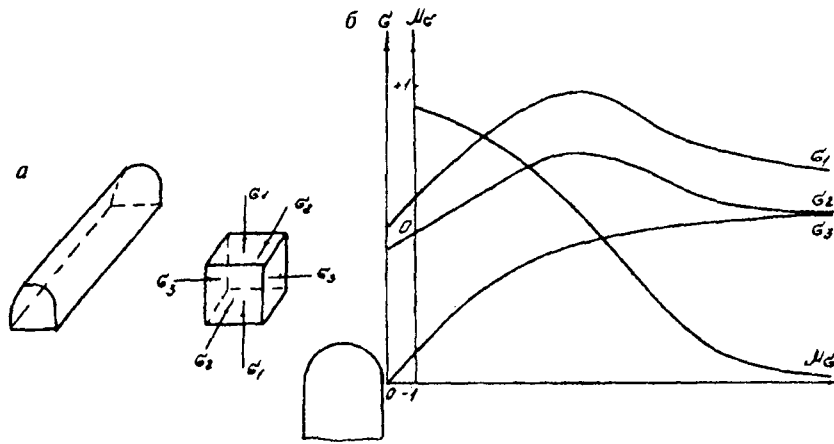


Рис. 1.12. Объемное напряженное состояние горных пород в окрестности горной выработки

жениями $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$. Предположим, что в окрестности горной выработки главные площадки элементарного объема, по которым действуют главные нормальные напряжения (касательные напряжения по этим площадкам равны нулю), ориентированы, как показано на рис. 1.12, а.

Величина главного напряжения σ_2 определяет так называемый вид объемного напряженного состояния. Это легко проследить, если ввести параметр Надаи—Лоде:

$$\mu_\sigma = \frac{2\sigma_2 - (\sigma_1 + \sigma_3)}{\sigma_1 - \sigma_3}, \quad (1.8)$$

который изменяется в интервале $-1 \leq \mu_\sigma \leq 1$. Считая сжимающие напряжения положительными, при выполнении условия $\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$ будем иметь согласно (1.8) $\mu_\sigma = -1$, что также соответствует условию одноосного сжатия ($\sigma_1 > 0$, $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$) и представляет напряженное состояние обобщенного сжатия. При $\sigma_2 = 0,5(\sigma_1 + \sigma_3)$ будем иметь

$\mu_\sigma = 0$, что представляет напряженное состояние обобщенного сдвига. Наконец, при $\sigma_1 = \sigma_2 > \sigma_3$ будем иметь $\mu_\sigma = 1$, что также соответствует условию одноосного растяжения ($\sigma_1 = \sigma_2 = 0, \sigma_3 < 0$) и представляет напряженное состояние обобщенного растяжения.

Анализ геомеханических процессов вблизи горных выработок показывает, что объемное напряженное состояние горных пород по мере удаления от контура выработки изменяется от состояния, близкого к обобщенному растяжению и обобщенному сдвигу, до состояния обобщенного сжатия в глубине массива.

Действительно (рис. 1.12, б), в глубине нетронутого породного массива, где влияние выработки не сказывается, компоненты главных напряжений обычно находятся в соотношении $\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$, что соответствует $\mu_\sigma = -1$ и напряженному состоянию обобщенного сжатия.

По мере приближения к породному обнажению горной выработки возрастает концентрация максимальных напряжений σ_1 (зона опорного давления), а минимальные напряжения σ_3 увеличиваются мало или остаются на прежнем уровне. Промежуточные напряжения σ_2 в зоне опорного давления близки по величине к произведению суммы ($\sigma_1 + \sigma_3$) на коэффициент Пуассона μ , т. е. компоненты напряжений находятся в соотношении $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$, соответствующем при $\mu = 0,5$ напряженному состоянию обобщенного сдвига.

В зоне трещиноватого массива вблизи породного обнажения и на контуре выработки минимальные напряжения σ_3 становятся равными нулю, уменьшается концентрация напряжений σ_1 и σ_2 , причем промежуточные напряжения σ_2 приближаются по величине к максимальным напряжениям σ_1 (см. рис. 1.12, б), т. е. компоненты напря-

жений находятся в соотношении $\sigma_1 \approx \sigma_2 > \sigma_3$, характерном для обобщенного растяжения, когда $\mu_\sigma = 1$.

Отсюда становится очевидным, что механические испытания горных пород должны производиться в объемном напряженном состоянии, соответствующем их нагружению в породном массиве. Наиболее распространенная схема экспериментального объемного нагружения горных пород — это обобщенное сжатие ($\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$), или так называемая схема Кармана, соответствующая напряженному состоянию массива, не подверженного влиянию горных работ, т. е. массива вдали от выработки. Нагружение осуществляется в стабилометрах, например, конструкции ВНИМИ. Гораздо реже осуществляются испытания в стабилометрах по схеме обобщенного растяжения ($\sigma_1 = \sigma_2 > \sigma_3$), или так называемой схеме Беккера, хотя в приконтурной области выработок, наиболее опасной с точки зрения их устойчивости, реализуется именно эта схема нагружения горных пород, именно она и должна использоваться для оценки прочностных свойств горных пород.

В области концентрации напряжений реализуется неравнокомпонентное напряженное состояние горных пород ($\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$), которое не воспроизводится в стабилометрах системы Кармана. Для испытаний по такой схеме разработаны и эксплуатируются специальные установки неравнокомпонентного объемного нагружения.

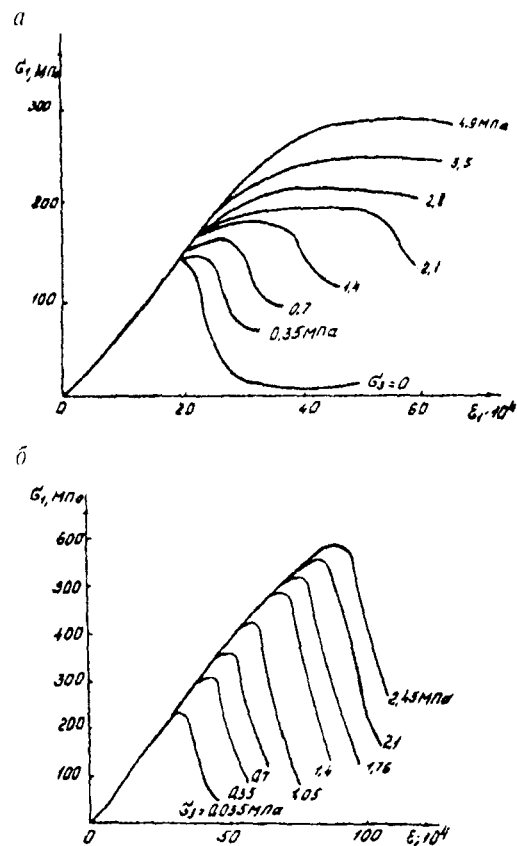
Испытания на установках объемного нагружения позволили достаточно полно исследовать механические свойства горных пород на допредельной стадии деформирования. Анализируя эти испытания, необходимо отметить общую тенденцию к увеличению разрушающих напряжений сжатия σ_1 с увеличением среднего обжимающе-

го напряжения, равного $1/3(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)$. Наблюдаемый эффект в большей степени проявляется в трещиноватых и пористых породах, чем в монолитных.

1.4.2. Полные диаграммы деформирования при объемном нагружении

Прочностные свойства горных пород при объемном нагружении на запредельной стадии деформирования обычно изучаются в стабилометрах по схеме нагружения Кармана, т. е. для условий обобщенного сжатия, хотя наиболее представительными являются испытания по схеме Беккера. Имеются эксперименты на установках трехосного неравнокомпонентного сжатия. Используются различные виды объемного нагружения: при постоянном боковом давлении и при постоянном соотношении между компонентами напряжений (пропорциональное нагружение), которые дают некоторое различие в запредельном деформировании горных пород.

Рис. 1.13. Полные диаграммы деформирования при объемном нагружении горных пород



Во втором случае объемного нагружения наблюдается увеличение разности между максимальной $\sigma_{сж}$ и минимальной σ_0 несущей способностью образца: при этом все участки деформирования (допредельный, запредельный и остаточной прочности) фиксируются более четко.

Существенное влияние на результаты эксперимента оказывает склонность пород к хрупкому разрушению (рис. 1.13). Увеличение бокового давления σ_3 в горных породах, обнаруживающих пластические деформации, увеличивает максимальную прочность и уменьшает разность между максимальной и минимальной прочностью (рис. 1.13, а). В горных породах, разрушающихся хрупко, увеличение бокового давления приводит лишь к увеличению максимальной прочности (рис. 1.13, б).

1.4.3. Общие сведения о теориях прочности горных пород

Таким образом, испытания на установках объемного нагружения, моделирующих напряженное состояние горных пород в массиве, показали, что механизм разрушения и максимальная несущая способность горных пород зависят от соотношения между компонентами главных напряжений σ_1 , σ_2 , σ_3 , т. е. от вида напряженного состояния. Поскольку характеристики прочности горных пород обычно определяются в условиях элементарных напряженных состояний ($\sigma_{сж}$ — в условиях одноосного сжатия, σ_p — в условиях одноосного растяжения), необходимы математические уравнения, которые бы включали эти характеристики, но при этом достоверно описывали бы механизм разрушения в условиях объемного напряженного состояния.

Такие уравнения называются уравнениями прочности и являются математическим выражением принимае-

мой теории прочности горных пород. В настоящее время не представляется возможным построить универсальную теорию прочности твердых тел, в том числе и горных пород. Поэтому обычно применяются теории прочности, отражающие только главные особенности механизма разрушения твердых тел.

При исследовании разрушения горных пород такой подход представляется единственно приемлемым, если учесть многообразие их структурных и текстурных особенностей.

Наибольшее распространение в механике горных пород получили механические теории прочности, в рамках которых прочность пород определяется только уровнем напряженного состояния. Соответствующее уравнение прочности имеет следующий общий вид:

$$\psi(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = 0, \quad (1.9)$$

где $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$; $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ — компоненты главных напряжений.

Если анализировать механические теории прочности в историческом аспекте, можно заметить, что первые из них учитывали только максимальное главное напряжение σ_1 , затем были разработаны теории прочности, учитывающие максимальное σ_1 и минимальное σ_3 главные напряжения. Наконец, в последние годы развиваются механические теории прочности, учитывающие в том числе и среднее по величине главное напряжение σ_2 , что для породных массивов представляется особенно важным (см. подразд. 1.4.1).

Среди механических теорий прочности в геомеханике наибольшее распространение имеет теория прочности Мора, согласно которой разрушение наблюдается по оп-

ределенным площадкам сдвига (индекс площадки в дальнейшем опущен), где сдвигающее касательное напряжение τ находится в определенном соотношении с нормальным напряжением σ , т. е. выполняется предельное неравенство $|\tau| \geq f(\sigma)$, или по площадкам, где действующее нормальное растягивающее напряжение σ превосходит предел прочности горных пород на одноосное растяжение σ_p , т. е. $|\sigma| \geq \sigma_p$. Таким образом, теория прочности Мора описывает разрушение в результате как сдвига, так и отрыва.

Уравнение прочности вида (1.10), соответствующее теории прочности Мора в случае линейной функции $f(\sigma)$, записывается следующим образом:

$$\sigma_1 - \frac{\sigma_{сж}}{\sigma_p} \sigma_3 = \sigma_{сж}, \quad (1.10)$$

где $\sigma_{сж}$, σ_p — характеристики прочности горных пород, определяемые в условиях элементарных напряженных состояний. При $\sigma_1 > \sigma_3 > 0$ уравнение (1.10) описывает разрушение в результате сдвига, при $\sigma_1 = 0$ и $\sigma_3 < 0$ — разрушение в результате отрыва.

Уравнение прочности (1.9), описывающее разрушение горных пород на предельном уровне напряжений или в предельном состоянии, можно дополнить деформационными соотношениями для запредельного состояния и таким образом построить уравнение прочности, описывающее разрушение горных пород за пределом прочности:

$$\sigma_1 - \frac{\sigma_{сж}}{\sigma_p} \sigma_3 = \sigma_{сж} - M \epsilon_1, \quad (1.11)$$

где M — модуль спада или модуль деформации за пределом прочности (см. подразд. 1.2.4); ϵ_1' — приращение линейных деформаций ϵ_1 за пределом прочности (см. рис.

1.3). Для состояния остаточной прочности уравнение (1.10) принимает вид

$$\sigma_1 - \frac{\sigma_{сж}}{\sigma_p} \sigma_3 = \sigma_0, \quad (1.12)$$

где σ_0 — остаточная прочность горных пород (см. подразд. 1.2.10).

Вместе с тем механические теории прочности являются феноменологическими, так как дают только внешнее описание разрушения, не раскрывая его внутреннего механизма. Последняя сторона процесса разрушения нашла отражение в рамках микродефектных теорий прочности или теорий трещинообразования. Соответствующее уравнение прочности в конечном итоге также имеет вид (1.9).

Гриффитс, анализируя развитие трещин, построил уравнение прочности вида (1.9), раскрывающее внутренний механизм хрупкого разрушения твердых тел. В случае одноосного растяжения пластинки из материала с модулем упругости E и узкой эллиптической трещиной длиной $2c$, ориентированной нормально к растягивающим напряжениям σ_3 (как было условлено выше, растягивающие напряжения принимаются отрицательными), Гриффитс установил критическое значение напряжений, при котором начинается неустойчивое распространение трещины:

$$|\sigma_3| = \sqrt{\frac{2ET}{\pi c}}, \quad (1.13)$$

где T — удельная энергия разрушения, являющаяся физической константой материала и представляющая собой энергию, которую необходимо затратить для образования единицы площади новой поверхности трещины при разрушении, Дж/м².

Из выражения (1.13) следует также, что величина

$$\sqrt{2ET} = |\sigma_3| \sqrt{\pi c} = \text{const}$$

является константой материала, называемой критическим коэффициентом интенсивности напряжений $K_{\text{Iкр}}$ или коэффициентом трещиностойкости, который определяется экспериментально при растяжении образцов с надпилами, что позволяет в конечном итоге оценить величину удельной энергии разрушения T . Коэффициент трещиностойкости можно также определить в результате испытаний на изгиб породных образцов с надпилами. Ниже в табл. 1.9 приведены экспериментальные значения $K_{\text{Iкр}}$ для некоторых горных пород.

Рассматривая произвольно ориентированную эллиптическую трещину в условиях двухосного растяжения-

Таблица 1.9

Горная порода	$K_{\text{Iкр}}, \text{МПа} \cdot \text{м}^{1/2}$	Горная порода	$K_{\text{Iкр}}, \text{МПа} \cdot \text{м}^{1/2}$
Уголь	0,27	Мрамор	0,80
Алевролит	0,53	Ангидрит	0,62—0,89
Алевролит мелкозернистый	0,84	Мергель	0,71—0,89
Песчаник	0,35; 0,44—1,10; 0,53—1,25; 1,40	Метасоматит	1,15—1,40
		Базальт афировый	0,62—1,60
		Диорит	0,89—1,75
		Габбро-диабаз	1,50—1,75
Песчаник мелкозернистый	1,31	Порфирит	1,25—1,75
		Габбро-долерит	1,50—1,75
Песчаник серый	1,66	Долерит	1,60—2,10
Доломит	0,71	Амфиболит	1,60—1,95
Мрамор	0,35—1,10	Базальт порфировый	2,05—2,50
		Гранит	3,80

сжатия соответственно главными напряжениями $\sigma_3 < 0$ и $\sigma_1 > 0$, Гриффитс получил следующие критерии прочности вида (1.9):

$$\begin{aligned} \text{если} & \quad 3\sigma_3 + \sigma_1 > 0, \\ \text{то} & \quad 8\sigma_p(\sigma_3 + \sigma_1) + (\sigma_1 - \sigma_3)^2 = 0; \end{aligned} \quad (1.14)$$

$$\begin{aligned} \text{если} & \quad 3\sigma_3 + \sigma_1 < 0, \\ \text{то} & \quad \sigma_3 = \sigma_p \end{aligned} \quad (1.15)$$

где σ_p — предел прочности материала на растяжение (здесь принято $\sigma_p < 0$).

Положив в (1.14) $\sigma_3 = 0$, получим условие одноосного сжатия, откуда находим

$$\sigma_{\text{сж}} / \sigma_p = 8,$$

где $\sigma_{\text{сж}}$ — предел прочности на одноосное сжатие, что удовлетворительно согласуется с прочностными характеристиками горных пород (см. подразд. 1.2.8), для которых среднее значение отношения $\sigma_{\text{сж}} / \sigma_p$ находится в интервале 8—10.

В случае двухосного растяжения-сжатия трещина может в процессе деформирования раскрываться и закрываться. Макклинтон и Уолш показали, что при этом необходимо учитывать взаимодействие берегов закрывающихся трещин, которое проявляется в виде трения. Тогда критерий прочности записывается следующим образом:

$$\sigma_1 = -\frac{4\sigma_p}{\sqrt{1+f^2}-f} + \sigma_3 \frac{\sqrt{1+f^2}+f}{\sqrt{1+f^2}-f}, \quad (1.16)$$

где f — коэффициент трения берегов трещин, величина которого обычно колеблется в интервале от 0,5 до 0,9.

Если перейти к координатам τ — σ , критерий прочности (1.16) преобразуется к виду

$$\tau = f\sigma - 2\sigma_p,$$

т. е. является уравнением прямолинейной огибающей, что с точностью до принятых обозначений совпадает с уравнением прямолинейной огибающей в теории прочности Мора (см. подразд. 1.4.4). Такое совпадение не является случайным, поскольку в обоих случаях заложены предпосылки о внутреннем трении по плоскостям разрушения.

К аналогичным выводам в конечном итоге пришел Г.П. Черепанов, анализируя хрупкое разрушение материалов от сдвиговых трещин. Дело в том, что рассмотренные выше исследования в основе своей имеют гипотезу наибольших растягивающих напряжений. Однако в сжатых телах (в массивах горные породы, как правило, находятся в таком состоянии) в окрестности концов трещин растягивающие напряжения не всегда могут возникнуть, а сдвиговые напряжения достигают предельных значений. Если геометрические параметры трещин и константы материала выразить через их интегральную прочностную характеристику $\sigma_{сж}$, получим критерий прочности в следующем виде:

$$(\sigma_1 - \sigma_3) - (\sigma_1 + \sigma_3)a = \sigma_{сж}(1 - a), \quad (1.16a)$$

где $a = \frac{f}{\sqrt{1 + f^2}}$.

Сравнивая выражение (1.16a) с предельным условием Мора (1.10), приходим к выводу, что они совпадают с точностью до обозначений, т. е. (1.16a) является уравнением прямолинейной огибающей на диаграмме Мора.

Таким образом, критерии хрупкого разрушения (1.14) — (1.16а) могут быть использованы для описания механизма трещинообразования в горных породах. Однако, поскольку в основе критериев разрушения лежит анализ условий развития единичной трещины, методы изложенной теории трещинообразования применимы для исследования процессов разрушения породных массивов тогда, когда разрушение массивов реализуется в виде развития магистральной трещины (например, разрушение крупно-слоистой кровли камер).

Гораздо чаще трещинообразование реализуется в виде развития системы хаотических или ориентированных трещин, что приводит к образованию областей разрушения, где горные породы теряют свою несущую способность (например, областей разрушения в приконтурном массиве горных выработок, породных целиков). Для описания такого механизма трещинообразования необходимо введение специальных рабочих гипотез, помимо указанных критериев прочности. Интересные результаты в этом направлении получены Р.Л. Салгаником [3].

Необходимо еще раз подчеркнуть, что основное достоинство теории трещинообразования заключается в описании внутреннего механизма хрупкого разрушения, внешние проявления которого анализируются в рамках механических теорий прочности, например теории прочности Мора.

1.4.4. Паспорт прочности горных пород

Графическая трактовка теории прочности Мора наглядно представляется в виде огибающей предельных кругов Мора (рис. 1.14, а). Предельные круги Мора, которые для горных пород обычно строятся по результатам осесимметричных стабилметрических испытаний в виде раз-

рушающих максимального главного напряжения σ_1 и минимального главного напряжения σ_3 , имеют центр на горизонтальной оси σ с координатами $0,5(\sigma_1 + \sigma_3)$ и описываются радиусом $0,5(\sigma_1 - \sigma_3)$. Круг одноосного растяжения имеет центр с координатой $-0,5\sigma_p$ и радиус $0,5\sigma_p$, соответственно круг одноосного сжатия — центр с координатой $0,5\sigma_{сж}$ и радиус $0,5\sigma_{сж}$. Огибающая предельных кругов Мора для горных пород получила название паспорта прочности горных пород. Для построения паспорта прочности могут быть использованы также результаты сдвиговых испытаний горных пород в виде разрушающих сдвиговых напряжений τ и соответствующих им нормальных напряжений σ по площадке сдвига. Разрушение горных пород будет иметь место для напряженных состояний на огибающей или выше ее.

Независимо от способа построения огибающей, она должна удовлетворять определенным требованиям, следующим из теории Мора (см. рис. 1.14, а): кривая $|\tau| = f(\sigma)$ должна быть монотонной, симметричной относительно оси σ , с производной $d|\tau|/d\sigma \geq 0$ во всем диапазоне ее существования, должна пересекать ось σ под прямым углом в области растягивающих напряжений, отсекая отрезок, соответствующий пределу прочности горных пород на одноосное растяжение σ_p .

Для аппроксимации экспериментальных огибающих предлагаются аналитические зависимости $|\tau| = f(\sigma)$ различного вида. Однако следует отметить, что одни из них не удовлетворяют сформулированным выше требованиям, а другие имеют слишком сложную форму записи, что затрудняет их последующее использование при решении практических задач геомеханики. Чаще всего, стремясь к упрощению инженерных расчетов, применяют линейную

Рис. 1.14. Паспорт прочности горных пород

аппроксимацию, показанную на рис. 1.14, б, которая достаточно правильно описывает разрушение только в области сжимающих напряжений.

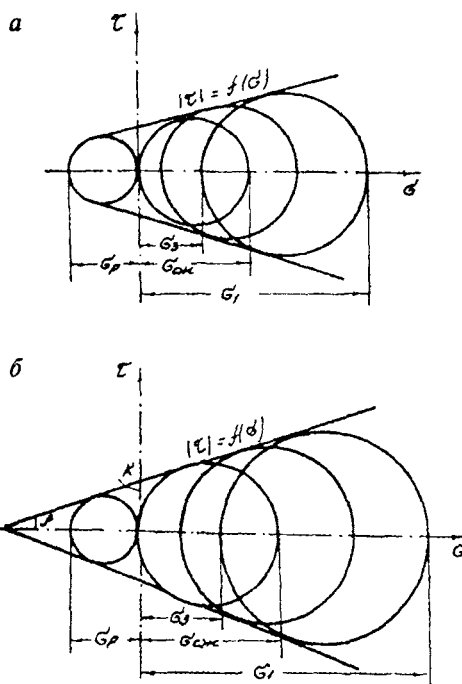
Прямолинейная огибающая легко может быть определена на основании прочностных характеристик $\sigma_{сж}$ и σ_p , которые используются для построения предельных кругов одноосного сжатия и одноосного растяжения. Соответствующее уравнение прочности записывается в виде (1.10).

На рис. 1.14, б показаны также часто используемые прочностные характеристики: k — коэффициент сцепления, ρ — угол внутреннего трения. Соответствующая аналитическая аппроксимация прямолинейной огибающей представляется в виде

$$|\tau| = k + \sigma \operatorname{tg} \rho, \quad (1.17)$$

где $k = 0,5\sqrt{\sigma_{сж}\sigma_p}$; $\operatorname{tg} \rho = \frac{\sigma_{сж} - \sigma_p}{2\sqrt{\sigma_{сж}\sigma_p}}$;

$$\sigma_{сж} = \frac{2k \cos \rho}{1 - \sin \rho}. \quad (1.18)$$



В задачах геомеханики наряду с (1.10) и (1.17) часто используется другая форма записи уравнения прямолинейной огибающей:

$$\sigma_1 - (2\lambda + 1)\sigma_3 = \sigma_{сж}, \quad (1.19)$$

где

$$\lambda = \frac{\sin \rho}{1 - \sin \rho}. \quad (1.20)$$

В частном случае идеально-сыпучей горной породы ($\sigma_{сж} = 0$) будем иметь

$$\sigma_1 - (2\lambda + 1)\sigma_3 = 0, \quad (1.21)$$

а в случае идеально-пластичной горной породы ($\rho = 0$)

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \sigma_{сж}. \quad (1.22)$$

Недостатком теории прочности Мора является то, что она не учитывает зависимость прочности горных пород от среднего по величине главного нормального напряжения σ_2 , которое определяет вид напряженного состояния и величину обжимающего напряжения $(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)/3$, оказывающего упрочняющее действие на горные породы (см. подразд. 1.4.1). Эта зависимость прочности от величины σ_2 учитывается в последующих модификациях теории прочности Мора.

1.5. МЕХАНИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ГРУНТОВ

1.5.1. Составные части и общая классификация грунтов

Грунтами называют верхние слои коры выветривания литосферы. В большинстве случаев верхние слои земной коры сложены крупнообломочными, песчаными и пылевато-глинистыми грунтами, образовавшимися в ре-

зультате физического и химического выветривания, органическими грунтами, возникшими в результате отложения органических веществ (например, торф) и техногенными грунтами, образовавшимися в результате отсыпки или намыва различных материалов.

Большинство грунтов состоят из трех компонентов: твердых частиц, воды и воздуха или иного газа. В мерзлых грунтах, являющихся четырехкомпонентной системой, содержится лед.

Механические свойства грунтов в первую очередь определяются твердыми частицами, их минеральным составом, размерами и характером связи между ними. По размерам, мм, и минеральному составу твердых частиц грунты классифицируются следующим образом:

галечные.....	> 20
гравелистые.....	20÷2
песчаные.....	2÷0,05
пылеватые.....	0,05÷0,005
глинистые.....	< 0,005

Чаще всего встречаются грунты, состоящие из смеси песчаных, пылеватых и глинистых частиц, причем последние оказывают наибольшее влияние на механические свойства грунтов. Поэтому грунты классифицируют в зависимости от количества глинистых частиц и определяемого наличием этих частиц числа пластичности I_p (см. табл. 1.10).

Механические свойства грунтов существенно зависят от относительного содержания воды. Воду в грунтах принято классифицировать на свободную и связанную. Свободной водой является гравитационная, которая перемещается в грунте под действием силы тяжести, и капиллярная. Вода, адсорбированная на поверхности твердых час-

Таблица 1.10

Наименование грунта	Содержание глинистых частиц по массе, %	Число пластичности I_p
Глина	30	0,17
Суглинок	30÷10	0,17÷0,07
Супесь	10÷3	0,07÷0,01
Песок	3	Не пластичен

тиц и связанная с ними, называется связанной. Наличие связанной воды в пылевато-глинистых грунтах определяет их пластичность.

Газ в грунтах находится в виде пузырьков, окруженных поровой водой, в растворенном (в поровой воде) или в свободном виде. Газ в виде пузырьков и растворенный в поровой воде придает грунтам свойство упругости.

Основными структурными связями в грунтах являются водно-коллоидные, обусловленные электромолекулярными силами взаимодействия между пленками связанной воды и твердыми частицами, и кристаллизационные, образуемые цементирующим составом между минеральными частицами грунта. Водно-коллоидные связи вязкопластичные и обратимые, так как при увлажнении они ослабляются, а при подсушивании грунта возрастают. Кристаллизационные связи обладают высокой прочностью, необратимые, так как при нарушении не восстанавливаются.

1.5.2. Основные характеристики механических свойств грунтов

Физическое состояние грунтов оценивается по результатам испытаний образцов ненарушенной структуры, в результате чего определяются три основные характеристики: плотность грунта ρ — отношение массы образца к его объему; плотность твердых частиц грунта ρ_s — отно-

Рис. 1.15. Графическое представление результатов компрессионных и сдвиговых испытаний грунтов

шение массы твердых частиц к их объему; природная весовая влажность грунта w — отношение массы содержащейся в грунте воды к массе твердых частиц. Здесь и ниже в подразд. 1.5.2 приняты буквенные обозначения, установленные Строительными нормами и правилами (СНиП 02.01—83).

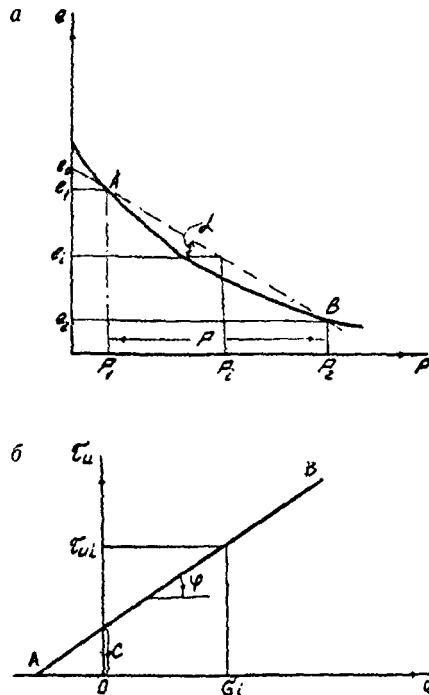
Помимо основных характеристик, вычисляются и другие: пористость грунта n — отношение объема пор к объему образца; коэффициент пористости грунта e — отношение объема пор к объему твердых частиц, равно $n/(1 - n)$.

Важной характеристикой консистенции грунта, определяющей их классификацию согласно табл. 1.10, является число пластичности:

$$I_p = w_l - w_p, \quad (1.23)$$

где w_l — влажность грунта, соответствующая границе текучести (при которой стандартный конус погружается в образец на глубину 10 мм); w_p — влажность грунта, соответствующая границе раскатывания (при которой образец теряет способность раскатываться в шнур диаметром 2—3 мм).

Деформируемость сжимаемых грунтов определяется деформируемостью твердых частиц и изменением объема



пор при сжатии, которое сопровождается отжатием из грунта поровой воды. Характеристики деформируемости грунтов определяются в результате компрессионных испытаний в специальных приборах одометрах, обеспечивающих линейное деформирование образцов в условиях объемного сжатия, и построения соответствующих компрессионных кривых в системе координат «коэффициент пористости e — нормальное давление сжатия p » (рис. 1.15, а). Если в пределах сравнительно небольших изменений давления от природного p_1 (равного давлению столба вышележащего грунта) до значения давления p_2 (например, за счет пригрузки от веса сооружений), которое обозначим $p = p_2 - p_1$, компрессионная кривая близка к секущей прямой AB , уравнение этой прямой имеет вид

$$e_i = e_0 - p_i \operatorname{tg} \alpha, \quad (1.24)$$

где $\operatorname{tg} \alpha = m_0$ — характеристика деформируемости грунта, называемая коэффициентом сжимаемости (МПа^{-1}); e_0 — начальный коэффициент пористости; e_i и p_i — соответственно коэффициент пористости и давление в точке прямой AB , аппроксимирующей компрессионную кривую. Другой характеристикой деформируемости грунта является коэффициент относительной сжимаемости:

$$m_v = \frac{m_0}{1 + e_0}. \quad (1.25)$$

В качестве деформационной характеристики грунтов используется также модуль деформации

$$E_0 = \frac{1 - 2\mu^2}{m_v(1 - \mu)}, \quad (1.26)$$

где μ — коэффициент Пуассона грунта.

Прочность грунтов обычно нарушается в результате сдвига одной части грунта по другой. Сопротивление грунта сдвигу определяется на специальных сдвиговых приборах [6]. Результаты эксперимента представляются в виде графика в системе координат «предельное сопротивление сдвигу τ_n — нормальное напряжение сжатия σ », который обычно представляет рассмотренную ранее (см. подразд. 1.4.4) прямолинейную огибающую предельных кругов Мора (рис. 1.15, б) с уравнением вида

$$\tau_{ii} = c + \sigma_i \operatorname{tg} \varphi, \quad (1.27)$$

где τ_{ii} и σ_i — соответственно предельное касательное и нормальное напряжения на аппроксимирующей прямой АВ. Аппроксимирующая функция (1.27) используется для определения основных характеристик прочности грунтов: удельного сцепления c и угла внутреннего трения φ .

1.5.3. Водонасыщенные грунты и плывуны

Состояние грунтов по водонасыщенности устанавливается в зависимости от коэффициента водонасыщенности s_r (степени влажности), равного отношению природной влажности грунта w к влажности при полном заполнении пор водой, т. е. к полной влагоемкости w_{sat} . По степени влажности s_r различают грунты: маловлажные при $0 < s_r \leq 0,5$; влажные при $0,5 < s_r \leq 0,8$; насыщенные водой при $0,8 < s_r \leq 1$. Насыщенные водой грунты не содержат воздуха, сообщающегося с атмосферой.

Водонасыщенные грунты могут разжижаться при вскрытии их горными выработками и переходить в пливунное состояние, т. е. могут двигаться аналогично тяжелой вязкой жидкости. Такие грунты называются плыву-

нами. Плывунное состояние грунтов возможно только при особых условиях. Чаще всего плывунные свойства проявляют пылеватые пески и супеси, содержащие глинистые и коллоидные частицы, которые слабо отдают воду. Такие грунты приходят в движение при наличии гидродинамического давления в подземных водах, возникающего вследствие развития гидравлического градиента, который обычно появляется в месте выхода подземных вод в горную выработку. Так как грунт плохо отдает воду, он переходит в плывунное состояние и начинает перемещаться в горную выработку вместе с водой. Гидродинамическое давление может возникнуть также при динамических вибрационных воздействиях на грунт, в результате чего грунт разжижается и, превращаясь в тяжелую вязкую жидкость, течет в направлении гидравлического градиента.

Чтобы сохранить устойчивость плывунов, т. е. предотвратить их движение, осушают плывунные грунты, ограждают горные выработки противодиффузионными завесами, производят закрепление плывунов силикатизацией, смолизацией и другими способами.

1.5.4. Вечномерзлые и искусственно замороженные грунты

Мерзлыми называются грунты с отрицательной температурой, часть поровой воды в которых находится в замерзшем состоянии. К вечномерзлым относятся грунты, находящиеся в мерзлом состоянии в течение многих лет. Вечномерзлые грунты встречаются более чем на половине территории России, преимущественно в азиатской части. В южных районах азиатской части России распространено островное залегание вечномерзлых грунтов с толщиной слоя от 20 до 50 м. Севернее наблюдается кружевное залегание, а еще севернее — сплошное залегание вечномерзлых грунтов мощностью более 100 м.

Поверхностный слой вечномерзлого грунта ежегодно оттаивает и промерзает, и его называют деятельным слоем. В пределах этого слоя наблюдаются: значительные колебания температуры; морозное пучение грунтов (увеличение объема грунтов при промерзании); миграция влаги к фронту промерзания; перемещение влаги под действием гидравлического градиента; сползание грунта по склонам.

Вечномерзлые грунты могут находиться в твердомерзлом, пластично-мерзлом и сыпучемерзлом состояниях. Твердомерзлые грунты прочно сцементированы льдом, практически несжимаемые, имеют модуль деформации $E_0 > 100$ МПа и хрупко разрушаются при относительно высокой скорости приложения нагрузки. В зависимости от состава грунтов изменяется температура, ниже которой грунты находятся в твердомерзлом состоянии: для песков крупных и средней крупности эта температура равна $-0,1$ °С, для мелких и пылеватых песков — $-0,3$ °С, для глин — $-1,5$ °С. При температуре, выше указанной, но ниже температуры начала замерзания, грунты находятся в пластично-мерзлом состоянии, в котором грунты сцементированы льдом, но обладают вязкими свойствами. Такие грунты характеризуются достаточно большой сжимаемостью и имеют модуль деформации $E_0 < 100$ МПа. Сыпучемерзлые грунты имеют отрицательную температуру, но не сцементированы льдом.

Отличительной особенностью мерзлых и вечномерзлых грунтов по сравнению с немерзлыми грунтами является то, что они представляют четырехкомпонентную систему, состоящую из твердых частиц, незамерзшей воды, воздуха и льда. Их прочность и деформируемость в значительной степени зависят от количества, состава и свойств незамерзшей воды и льда.

Поэтому помимо указанных выше (см. подразд. 1.5.2) основных параметров (плотности мерзлого грунта ρ_f , плотности твердых частиц грунта ρ_s и суммарной весовой влажности w_{tot} , которая определяется в результате испарения всех видов воды в грунте при температуре $+105^\circ\text{C}$), физическое состояние мерзлых грунтов характеризуется весовым содержанием незамерзшей воды w_w при температуре природного залегания грунта. Последнюю характеристику можно определить по формуле

$$w_w = k_w w_p, \quad (1.28)$$

где k_w — коэффициент, зависящий от числа пластичности I_p и температуры грунта; w_p — влажность грунта, соответствующая границе раскатывания (см. подразд. 1.5.2).

Производной от основных характеристик является суммарная льдистость мерзлого грунта

$$i_{tot} = \frac{\rho_f (w_{tot} - w_w)}{\rho_i (1 + w_{tot})}, \quad (1.29)$$

где ρ_i — плотность льда.

Искусственно замороженные грунты обычно образуются при сооружении противofильтрационных завес в плывунах. С понижением температуры искусственно замороженных пород их прочность увеличивается, а деформируемость снижается. Некоторые сведения по искусственно замороженным породам были приведены выше в подразд. 1.2.12.

Глава 2

**МАССИВ ГОРНЫХ ПОРОД
И ЕГО СТРУКТУРНО-
МЕХАНИЧЕСКИЕ
ОСОБЕННОСТИ**

2.1. ПРИРОДНЫЕ И ТЕХНОГЕННЫЕ СТРУКТУРНО-МЕХАНИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ МАССИВА ГОРНЫХ ПОРОД

2.1.1. Общая классификация структурных элементов массива

Механические свойства массива горных пород определяются механическими свойствами слагающих его пород и структурно-механическими особенностями самого массива. Остановимся на общей классификации и описании структурно-механических особенностей массива.

Такая общая классификация сформулирована, например, Г.Л. Фисенко. Основной структурно-механической особенностью является наличие структурных ослаблений, которые можно подразделить на два основных типа. К первому типу относятся структурные ослабления по поверхностям большой протяженности: по контактам между слоями осадочных пород и литологическими разностями изверженных пород, по дизъюнктивным нарушениям и тектоническим разрывам. Эти структурные ослабления могут служить поверхностями, по которым происходит скольжение одной части деформируемого массива, относительно другой. Однако в силу большой протяженности, обычно превосходящей размеры породного массива вокруг горной выработки, где локализуются геомеханические процессы деформирования и разрушения, эти структурные ослабления практически не влияют на механические свойства исследуемого массива.

Ко второму типу относятся структурные ослабления по площадкам ограниченных размеров, каковыми являются трещины, которые имеют различное направление и оконтуривают породные блоки. Размеры этих трещин и породных блоков обычно меньше размеров исследуемого массива и существенно влияют на его деформируемость и прочность.

Отсюда основными структурными особенностями породного массива, определяющими его механические свойства, являются трещиноватость, блочность, а также слоистость в пределах исследуемого массива. Рассмотрим их более подробно.

2.1.2. Трещиноватость и ее количественные характеристики

Трещиноватость является определяющей структурно-механической особенностью породного массива. Трещины наблюдаются в породах любого происхождения (осадочных, магматических и метаморфических) и по генетическому признаку подразделяются на естественные (природные) и искусственные (техногенные). В свою очередь естественные трещины в зависимости от происхождения подразделяются на первичные, возникшие в процессе образования и кристаллизации горных пород, тектонические, образовавшиеся под действием тектонических сил, и трещины выветривания, которые образуются в поверхностных слоях породных массивов под действием физического и химического выветривания.

Геометрические характеристики трещин положены в основу их геометрической классификации. Каждая отдельная трещина характеризуется длиной, шириной, шероховатостью и извилистостью стенок, а также пространственной ориентацией в породном массиве. Различают трещины открытые (незаполненные) и заполненные.

По длине трещины разделяют на микротрещины (менее 0,1 м), трещины (от 0,1 до 100 м) и разрывы (более 100 м). Имея в виду размеры исследуемых массивов вокруг горных выработок, микротрещины можно не рассматривать как структурные особенности массивов; их влияние интегрально учитывается при испытании породных образцов, т. е. при экспериментальной оценке механи-

ческих свойств горных пород. Разрывы имеют длину от 100 м до 10 км, крупные тектонические разрывы — от 10 до 100 км. Поэтому разрывы относятся к структурным ослаблениям по поверхностям большой протяженности и, как отмечалось выше (см. подразд. 2.1.1), могут не рассматриваться при оценке механических свойств исследуемых породных массивов. Таким образом, предметом рассмотрения являются трещины с размерами от 0,1 до 100 м. Очевидно, верхний предел протяженности трещин до 100 м относится к анализу деформируемости больших породных массивов (например, при подработке перекрывающей породной толщи и т. д.), что является предметом специальных исследований. При анализе процессов деформирования и разрушения вокруг горных выработок целесообразно верхний предел протяженности трещин ограничивать 10 м.

В зависимости от взаимной ориентации трещин различают упорядоченную (рис. 2.1, а, в) и неупорядоченную (хаотическую) (рис. 2.1, б) трещиноватость. При упорядоченной трещиноватости всегда можно выделить одно или несколько направлений преимущественного распространения трещин. В свою очередь, упорядоченную трещиноватость подразделяют на системную при наличии нескольких систем трещин и полигональную, состоящую из одной системы трещин и множества трещин, перпендикулярных одной общей оси. Неупорядоченная тре-

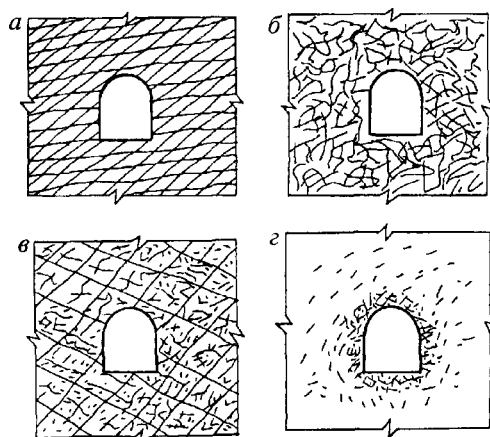


Рис. 2.1. Различные виды трещиноватости породных массивов

щииноватость характеризуется тем, что в ней нельзя выделить направление преимущественного распространения трещин. Для количественной оценки трещиноватости используются линейный, площадной и объемный коэффициенты интенсивности трещиноватости. Они представляют собой соответственно отношение единиц длины, площади и объема к среднему расстоянию между соседними трещинами, к площади и объему части массива между соседними трещинами.

2.1.3. Блочность

Трещины, располагаясь в массиве горных пород на определенном расстоянии друг от друга, пересекаются, в результате чего массив (или его часть) с характерным размером H оказывается расчлененным на множество структурных блоков, или отдельных, со средним размером h . Соотношение h/H характеризует относительный размер структурных блоков массива.

Блоки, или отдельные, могут быть различной формы. В слабодислоцированных осадочных породах наблюдается параллелепипедная форма отдельных, ограниченных, по крайней мере, тремя взаимно перпендикулярными системами трещин; в осадочных сильнодислоцированных и интрузивных породах при кососекущих трещинах — ромбоидальная; в массивно-кристаллических породах — плитообразная; в базальтах и покровных суглинках — призматическая; в глинистых сланцах и некоторых углях — чечевицевидная; в зоне выветривания крепких пород — шаровая.

Системы трещин с различной интенсивностью трещиноватости, пересекаясь в массиве, оконтуривают породные блоки различных размеров, причем крупные блоки состоят из мелких (см. рис. 2.1, в). По размерам породных блоков выделяются несколько порядков (классов) структурных нарушений массивов:

- нулевого порядка с размерами породных блоков более 10 км, образовавшихся в результате крупных тектонических разрывов;
- первого порядка с размерами блоков от десятков метров до 10 км, оконтуренных геологическими нарушениями, тектоническими разрывами и т. д.;
- второго порядка с размерами блоков от сантиметров до десятков метров, которые являются следствием естественной трещиноватости, структуры и состава пород в пределах слоя;
- третьего порядка с размерами структурных элементов от 10^{-5} до 10^{-2} м, оконтуренных микротрещинами на уровне минеральных зерен;
- четвертого порядка с размерами структурных элементов от 10^{-8} до 10^{-5} м на уровне дефектов кристаллической решетки.

Сопоставляя размеры структурных элементов (блоков) с размерами исследуемых породных массивов, можно сделать следующие выводы. Структурные элементы четвертого и третьего порядков определяют механические свойства горных пород при испытании породных образцов. Структурные блоки второго порядка должны учитываться при оценке механических свойств породных массивов вокруг горных выработок. Структурные блоки первого порядка должны оказывать влияние на оценку механических свойств подрабатываемых массивов. Структурные блоки нулевого порядка могут не учитываться при оценке механических свойств породных массивов.

2.1.4. Слоистость

При определении механических свойств слоистых породных массивов слоистость, так же как трещиноватость и блочность, следует рассматривать в масштабах исследуемого массива, где локализуются механические процессы, вызываемые горными выработками [7]. При таком подходе не подлежит учету макрослоистость, определяемая различными литологическими разностями, когда

мощность слоя больше линейных размеров исследуемого массива, т. е. массив складывается одной литологической разностью. Очевидно, в этом случае контакты между слоями являются структурными ослаблениями большой протяженности и также могут не учитываться при оценке механических свойств массива.

Если в пределах литологической разности, которая составляет исследуемый массив, наблюдается микрослоистость с мощностью слоя больше размеров породного образца, влияние последней должно учитываться так же, как влияние упорядоченной трещиноватости. Что касается микрослоистости с мощностью слоя меньше размеров породного образца, ее влияние учитывается в экспериментальных характеристиках механических свойств породных образцов.

Предметом особого анализа является макрослоистость с мощностью слоев меньше линейного размера исследуемого массива, когда исследуемый массив складывается различными литологическими разностями. В этом случае, если при переходе из одного слоя в другой не наблюдается скачкообразное изменение свойств горных пород, можно рассматривать исследуемый массив как единый объект, оценивая его механические свойства в виде непрерывной функции координат. Если наблюдается скачкообразное изменение свойств горных пород на контакте слоев, то возникают серьезные математические трудности для описания механического состояния такого массива.

2.1.5. Неоднородность и анизотропия, естественная и искусственная

Трещиноватость, блочность, слоистость и другие структурно-механические особенности приводят к появлению неоднородности и анизотропии породного массива по механическим свойствам.

Под неоднородностью массива по механическим свойствам понимается зависимость свойств в пределах данного массива от координат точки опробования.

Под анизотропией массива по механическим свойствам понимается зависимость свойств в пределах данного массива от направления опробования.

По характеристикам неоднородности и анизотропии массивы горных пород можно отнести к различным категориям (табл. 2.1).

По своему происхождению неоднородность может быть первичной и вторичной. Первичная неоднородность возникает при образовании породы и выражается в непостоянстве формы, размеров, ориентировки, состава минеральных частиц, их взаимного расположения в породе.

Вторичная неоднородность связана с последующими стадиями преобразования горных пород и может быть различного происхождения: естественная (природная), возникающая от выветривания, уплотнения и перекристаллизации пород; искусственная (техногенная), возникающая в результате воздействия различных горно-строительных работ на породный массив (см. рис. 2.1, з). Так как последующие изменения, как правило, протекают крайне неравномерно, вторичная естественная неоднородность характеризуется хаотичностью механических характеристик породы.

По размеру элементов различают неоднородность четырех порядков. Под термином «элемент неоднородности» подразумевают наибольший внутренний однородный объем горной породы, отличающийся по своим свойствам от соседних с ним объемов.

Неоднородность IV порядка — это неоднородность кристаллов: дефекты кристаллической решетки, дислокации и т. п. (размеры элемента неоднородности 10^{-6} — 10^{-3} см).

Неоднородность III порядка — различие в химическом и минеральном составе, форме и размере зерен, неоднородность в распределении цементирующего вещества, наличие микротрещин (размер элемента неоднородности 10^{-3} — 10^0 см).

Неоднородность II порядка — неоднородность структуры горных пород и их состава (размеры элемента неоднородности 10^0 — 10^3 см).

Таблица 2.1

Массив горных пород	Однородный	Неоднородный	
		статистически неоднородный	с упорядоченной неоднородностью
Изотропный	Свойства пород не зависят от направления и координат точки опробования	Свойства пород не зависят от направления, но являются случайными функциями координат точки опробования	Свойства пород не зависят от направления, но являются некоторыми непрерывными функциями координат точки опробования
Анизотропный	Свойства пород зависят от направления, но не зависят от координат точки опробования	Свойства пород зависят от направления и являются случайными функциями координат точки опробования	Свойства пород зависят от направления и являются некоторыми непрерывными функциями координат точки опробования

Неоднородность I порядка — наличие литологических разностей, зон выветривания, разгрузки и т. п. (размер элемента неоднородности 10^3 см и более).

Приведенная классификация показывает, что при лабораторных исследованиях образцов обычно имеют дело с неоднородностью III порядка, при натуральных исследованиях в пределах одной литологической разности — с неоднородностью II порядка. Для макрослоистого массива характерен I порядок неоднородности.

Анизотропия, так же как и неоднородность, может быть различных порядков. Анизотропия IV порядка — анизотропия кристаллов. Анизотропия III порядка — определяется мелкой внутренней слоистостью, ориентировкой зерен и системной трещиноватостью, может быть оценена по результатам лабораторных испытаний образцов пород.

Таблица 2.2

Горная порода	$\sigma_{сж}^{\perp} / \sigma_{сж}^{\parallel}$	$\sigma_p^{\perp} / \sigma_p^{\parallel}$	$E^{\parallel} / E^{\perp}$
Алевролит (Кузбасс)	1,38	1,0	1,61
Алевролит (Воркута)	2,0	1,45	1,16
Песчаник (Донбасс)	1,42	1,7	1,28
Песчано-глинистый сланец (Донбасс)	1,25	1,95	1,2
Аргиллит (Кузбасс)	1,3	1,74	1,3
Уголь (Кузбасс)	1,29	1,6	1,22

В табл. 2.2 приведены некоторые данные об анизотропии прочностных и деформационных свойств горных пород при испытании образцов по различным направлениям относительно слоистости: \perp — по нормали, \parallel — параллельно.

Анизотропия II порядка — связана с внешней слоистостью и макротрещиноватостью.

Анизотропия I порядка — связана с упорядоченным залеганием пород в виде моноклинали, серии блоков, разделенных тектоническими разрывами.

2.2. ДЕФОРМИРУЕМОСТЬ И ПРОЧНОСТЬ ПОРОДНЫХ МАССИВОВ

2.2.1. Масштабный эффект в породном массиве

В породном массиве наблюдается целая иерархия структурных неоднородностей (см. подразд. 2.1.5): от сравнительно небольших с размерами меньше породных образцов, влияние которых учитывается лабораторными испытаниями этих образцов, до крупных структурных образований, масштаб которых соизмерим с размерами исследуемого массива и влияние которых на механические свойства массива не может быть учтено по результатам испытаний породных образцов. Породный массив представляет сложную иерар-

хическую систему, где размеры элементарных объемов (см. подразд. 1.2) растут с увеличением размеров структурных неоднородностей и механические свойства при переходе на более высокий масштабный уровень трансформируются за счет включения в элементарные объемы новых структурных неоднородностей.

При этом элементарные объемы более крупного масштаба, как правило, оказываются более деформативными и менее прочными, поскольку включают более крупные поверхности ослабления (трещины, межслоевые контакты и др.), сдвиги по которым и разрушение которых более вероятно, чем для мелкомасштабных поверхностей ослабления. Масштабы элементарных объемов увеличиваются с увеличением исследуемой области массива (области влияния), охваченной механическими процессами деформирования и разрушения. Отсюда наблюдается общая тенденция: деформируемость породного массива растет, а прочность его уменьшается с увеличением исследуемой области, если при этом уровень и вид напряженного состояния этой области массива остаются неизменными. Такая тенденция изменения механических свойств породного массива называется масштабным эффектом в массиве.

Наиболее наглядной иллюстрацией масштабного эффекта в массиве является зависимость устойчивости выработок (способности противостоять деформированию и разрушению) от их размеров при прочих равных условиях. Общеизвестно, что в одном и том же массиве скважина более устойчива, чем штрекообразная выработка. Так как размеры области влияния выработки в массиве растут с увеличением размеров выработки, соответственно увеличиваются и размеры элементарного объема, что в конечном итоге приводит к повышению деформируемости и снижению прочности вмещающего массива, т. е. к снижению устойчивости выработки.

2.2.2. Механические свойства породного массива и образца породного массива

Наличие в породном массиве структурных неоднородностей различного масштаба и, как следствие этого, масштабный эффект осложняют практическую задачу определения механических свойств массива. Для решения этой задачи приходится увеличивать размеры породных образцов, но не более размеров, определяемых техническими характеристиками силовых установок. При этом максимально возможные размеры образцов породного массива при лабораторных испытаниях (обычно не более $0,1 \text{ м}^3$), даже для относительно однородных массивов, остаются меньше элементарного объема массива (см. подразд. 1.2) и, следовательно, в результате лабораторного эксперимента не представляется возможным оценить механические свойства массива.

Более достоверные оценки можно получить, выполнив эксперимент непосредственно в натуральных условиях: в результате нагружения домкратами специально оконтуренных частей массива для определения его деформируемости и прочности; вдавливания штампов в породные обнажения выработок или в стенки скважин (прессиометрия) для определения деформируемости массивов и другие методы. Трудоемкость таких экспериментов несравнимо выше, чем лабораторных, но предельные объемы деформируемых породных массивов (прессиометрия — до 1 м^3 , метод штампов — до 2 м^3) остаются, как правило, меньше соответствующих элементарных объемов.

Увеличения объемов деформируемых массивов можно достигнуть при использовании методов обратного анализа, когда деформирование осуществляется под воздействием горного давления при развитии фронта горных работ (проходческих, очистных) и сопровождается инструментальным измерением проявлений горного давления в виде смещений или деформаций массива. Математиче-

ское моделирование соответствующей геомеханической ситуации и последующие расчеты с использованием результатов инструментальных измерений позволяют оценить механические свойства деформируемого массива. Точность таких оценок зависит от степени идеализации геомеханической ситуации при ее математическом моделировании.

При использовании геофизических методов, которые основаны на изучении параметров распространения упругих волн, эксперимент охватывает наибольшие объемы породных массивов, но достоверность оценки механических свойств при этом остается сравнительно низкой. Следует также отметить еще один недостаток всех перечисленных методов: эти методы носят локальный характер в том смысле, что получаемые оценки применимы только для исследуемых породных массивов и вряд ли могут быть использованы для построения прогнозных оценок в других геомеханических ситуациях.

В последние годы развиваются и находят широкое практическое применение методы расчета механических свойств породных массивов по свойствам породных образцов с помощью математических моделей, отражающих механическое состояние массивов определенной структуры. При таком подходе отсутствуют ограничения по объему исследуемых массивов, если, конечно, нет ограничений в математической модели, и представляется возможным прогнозирование механических свойств массивов, что особенно важно на стадии проектирования горных работ.

2.2.3. Деформируемость трещиноватых массивов

Воспользуемся одним из таких методов, разработанным К.В. Руппенейтом, позволяющим рассчитать деформируемость трещиноватых породных массивов по результатам лабораторных испытаний породных образцов и геометрическим характеристикам трещиноватости.

Рассмотрим породный массив с упорядоченной трещиноватостью (см. рис. 2.1, а), ослабленный n системами зияющих или полых трещин, длина которых l_i больше характерного размера исследуемой области L , где i — индекс системы трещин, т. е. трещины пересекают массив и не выклиниваются внутри него. Плоскости i -й системы трещин образуют с горизонтальной плоскостью двугранный угол θ_i .

Геометрической характеристикой i -й системы трещин является

$$\eta_i = \frac{\delta_i}{h_i \zeta_i}, \quad (2.1)$$

где δ_i — средняя ширина раскрытия трещин i -й системы; ζ_i — относительная площадь скальных контактов, для которой рекомендуется среднестатистическое значение $\zeta = 3 \cdot 10^{-4}$; h_i — средняя протяженность ненарушенного материала (горной породы), приходящаяся на одну трещину i -й системы, т. е. среднее расстояние между краями смежных трещин i -й системы.

Необходимо заметить, что величина h_i является основной при характеристике трещиноватости породных массивов. В горно-геологической литературе чаще всего используется количественная оценка в виде интенсивности трещиноватости W , численно равная отношению $1/h_i$. Различают породные массивы [4]: слаботрещиноватые с $W < 1$; со средней интенсивностью трещиноватости $W = 1 \div 3$; с интенсивной трещиноватостью, когда $W = 3 \div 10$; еще бо́льшая интенсивность трещиноватости наблюдается в зонах выветривания тонкослоистых осадочных пород.

В рассматриваемом случае, если модуль деформации и коэффициент Пуассона ненарушенных горных пород,

установленные по результатам испытаний породных образцов (см. подразд. 1.2), равны соответственно E и μ , модуль деформации трещиноватого массива по вертикальному направлению определяется выражением:

$$E_{\perp} = \frac{E}{1 + \sum_1^n \eta_i (1 - \sin^4 \theta_i)}. \quad (2.2)$$

Соответственно в трещиноватом массиве модуль деформации по горизонтальному направлению E_{\parallel} , модули сдвига в вертикальной G_{\perp} и горизонтальной G_{\parallel} плоскостях и коэффициент Пуассона $\mu_{\perp, \parallel}$ определяются следующими выражениями:

$$E_{\parallel} = \frac{E}{1 + \sum_1^n \eta_i (1 - \cos^4 \theta_i)}, \quad (2.3)$$

$$G_{\perp} = \frac{E}{2(1 + \mu + \sum_1^n \eta_i \cos^2 \theta_i)}, \quad (2.4)$$

$$G_{\parallel} = \frac{E}{2(1 + \mu + \sum_1^n \eta_i \sin^2 \theta_i)}, \quad (2.5)$$

$$\mu_{\perp, \parallel} = \mu + \sum_1^n \eta_i \sin^2 \theta_i \cos^2 \theta_i. \quad (2.6)$$

При расчете по формулам (2.1) — (2.6) параметры δ_i , h_i , ζ_i можно рассматривать не только как усредненные геометрические характеристики системы трещин, но и как характеристики отдельных трещин. В последнем случае

требуется чрезвычайно подробное описание трещиноватости, что повышает точность расчетов. Однако для практических расчетов целесообразно использовать усредненные геометрические характеристики систем трещин.

Далее рассмотрим деформируемость массива, пересекаемого заполненной трещиной длиной $l > L$ с углом наклона к горизонту θ . Если заполнитель трещины твердый или полутвердый с модулем деформации E_1 и коэффициентом Пуассона $\mu_1 \neq 0,5$, например, заполнитель, образовавшийся в трещинах при гидротермальных процессах (кварц, кальцит, рудные минералы и т. д.) или искусственно нагнетаемый в полые трещины (цементация, силикатизация и т. д.), модуль деформации массива по вертикальному направлению

$$E_{\perp} = \frac{E}{1 + \eta(1 - \sin^4 \theta) + \frac{2\mu_1^2}{1 - \mu_1} \eta \cos^4 \theta}. \quad (2.7)$$

Для заполнителя с $\mu_1 = 0,1 \div 0,2$ третьим членом в знаменателе (2.7) можно пренебречь и тогда деформируемость массива с такими полностью залеченными трещинами определяется по формулам (2.2) — (2.6) с той лишь разницей, что геометрическая характеристика трещин

$$\eta_i = \frac{\delta_i E}{h_i E_1}. \quad (2.8)$$

При наличии твердого заполнителя с $\mu_1 > 0,2$ в трещинах с большой шириной раскрытия и рыхлого заполнителя при условии быстрого нагружения деформируемость массива определяется по формуле (2.7) при геометрической характеристике трещины

$$\eta = \frac{\delta E}{h E_1}. \quad (2.9)$$

Если наполнитель трещины обладает высокой пористостью и деформируется при условии медленного нагружения, геометрическая характеристика трещины

$$\eta = \frac{\Delta\delta(\sigma)E}{h\sigma}, \quad (2.10)$$

где $\Delta\delta(\sigma)$ — зависимость, получаемая в результате компрессионных испытаний материала наполнителя (см. подразд. 1.5.2) и устанавливающая связь между абсолютной деформацией сжатия $\Delta\delta$ слоя наполнителя δ и действующим напряжением сжатия σ .

Учитывая логарифмический характер функции $\Delta\delta(\sigma)$, в итоге получим нелинейную зависимость модуля деформации массива E_1 от действующих напряжений σ . Если пренебречь участком первичного уплотнения наполнителя, то геометрическую характеристику трещины можно оценить по формуле

$$\eta = \frac{\delta(1-n_0)E}{hE_1}, \quad (2.11)$$

где n_0 — пористость материала наполнителя.

При наличии практически несжимаемого наполнителя с $\mu_1 = 0,5$ формула (2.7) преобразуется к виду

$$E_{\perp} = \frac{E}{1 + 2\eta \cos^2 \theta} \quad (2.12)$$

и для n систем трещин с углами наклона θ_i записывается так:

$$E_{\perp} = \frac{E}{1 + 2 \sum_1^n \eta_i \cos^2 \theta_i}, \quad (2.13)$$

где η_i следует определять по формуле (2.8).

Породный массив с хаотической трещиноватостью, как указывалось выше, является квазиизотропным, модуль деформации которого E_0 меньше модуля деформации породного образца E , взятого из ненарушенной части массива. Для определения E_0 рекомендуется следующая формула, которая получается из формулы (2.2), если число систем трещин $n > 4$ и все они примерно равной мощности:

$$E_0 = \frac{E}{1 + \frac{5}{8}n\eta}, \quad (2.14)$$

где геометрическая характеристика трещин

$$\eta = \frac{\bar{\delta}}{\bar{h}\zeta}; \quad (2.15)$$

$\bar{\delta}$ — средняя ширина раскрытия трещин; \bar{h} — средняя протяженность ненарушенной горной породы, приходящейся на одну трещину.

Породный массив, сложенный отдельно — зернистыми горными породами в виде сыпучей среды, можно рассматривать как предельный случай массива с хаотической трещиноватостью, когда трещин настолько много, что выделение систем трещин невозможно. В этом случае для определения модуля деформации массива E_0 при известном модуле деформации породного образца E рекомендуется формула:

$$E_0 = 1,6\left(1 + \frac{1}{k}\right)\zeta E, \quad (2.16)$$

где k — коэффициент трещинной пустотности, равный отношению объема пустот (трещин) к объему материала (горной породы).

До сих пор рассматривались массивы с длиной трещин l больше линейных размеров L исследуемой области

массива. Часто в пределах исследуемого массива наблюдаются выклинивающиеся трещины, когда длина их проекции на горизонтальную плоскость $l_0 < L$. Предположим, что исследуемый массив с модулем деформации E и характерным линейным размером L содержит n систем незаполненных выклинивающихся трещин с длиной l_i , углом наклона к горизонту θ_i и геометрической характеристикой η_i , определяемой по формуле (2.1), где i — индекс системы трещин. Тогда при воздействии на массив вертикальной распределенной нагрузки приведенный его модуль деформации по вертикальному направлению равен

$$E_{\perp} = \frac{E}{1 + \sum_i^n \eta_i (1 - \sin^4 \theta_i) \frac{l_i}{L} \cos \theta_i}. \quad (2.17)$$

Если для заполнения невыклинивающейся трещины модуль деформации массива E_{\perp} определяется по формуле (2.7), то при заполненной выклинивающейся трещине расчеты следует производить по той же формуле (2.7), где геометрическая характеристика трещины η должна быть умножена на величину $\frac{l}{L} \cos \theta$.

Рассмотрим породный массив, разбитый системами трещин на отдельные блоки. Причем в массиве наблюдается несколько систем трещин по их длине, которые разбивают массив на блоки различных размеров: короткие трещины оформляют мелкие блоки, которые в сумме составляют более крупные блоки, ограниченные более длинными трещинами и т. д. Такой массив будем называть разборным. В качестве иллюстрации на рис. 2.1, в показан разборный массив, рассеченный системами трещин трех порядков по их длине. Предположим, что массив

разбивается трещинами 1, 2, 3-го и до k -го порядка соответственно на блоки 1, 2, 3-го и до k -го порядка по возрастанию их размеров. Тогда модуль деформации по вертикальному направлению для объема массива, составленного только из блоков 1-го порядка, определяется по формуле

$$E'_\perp = \frac{E}{1 + \eta_1^*}, \quad \eta_1^* = \sum_1^n \eta_i (1 - \sin^4 \theta_i), \quad (2.18)$$

где n , η_i , θ_i — характеристики систем трещин 1-го порядка.

Для объема массива, составленного из блоков 2-го порядка, включающих также блоки 1-го порядка, модуль деформации E''_\perp может быть вычислен по формуле

$$E''_\perp = \frac{E}{1 + \eta_1^* + \eta_2^*}, \quad \eta_2^* = \sum_1^n \eta_i (1 - \sin^4 \theta_i), \quad (2.19)$$

где n , η_i , θ_i — характеристики систем трещин 2-го порядка и т. д.

Наконец, для разборного массива, составленного из блоков 1, 2, 3-го и до k -го порядка, модуль деформации E^k_\perp может быть вычислен по формуле

$$E^k_\perp = \frac{E}{1 + \eta_1^* + \eta_2^* + \eta_3^* + \dots + \eta_k^*}, \quad \eta_k^* = \sum_1^n \eta_i (1 - \sin^4 \theta_i), \quad (2.20)$$

где n , η_i , θ_i — характеристики систем трещин k -го порядка.

В качестве примера расчета по приведенным формулам оценим деформируемость породного массива, рассеченного двумя системами трещин, как это показано на рис. 2.1, а, при следующих геометрических характеристиках трещин:

$\theta_1 \approx 0$, $\theta_2 \approx 30^\circ$, $\delta_1 = \delta_2 = 0,02$ см; $h_1 = 80$ см; $h_2 = 100$ см;
 $\zeta = 3 \cdot 10^{-4}$.

Расчеты по формулам (2.2) и (2.3) соответственно дают $E_{\perp} = 0,4E$ и $E_{\perp} = 0,7E$. Для породного массива с хаотической системой трещин (см. рис. 2.1, б) при $n = 7$, $\delta = 0,02$ см, $h = 10$ см, $\zeta = 3 \cdot 10^{-4}$ по формуле (2.14) находим $E_0 = 0,033E$.

Таким образом, расчеты показывают, что модуль деформации породного массива, особенно при хаотической трещиноватости, может быть в десятки раз меньше модуля деформации породного образца.

2.2.4. Деформируемость массивов, подверженных технологическому воздействию

Технологическое воздействие на породный массив в конечном итоге связано с той или иной технологией разупрочнения (буровзрывные работы, разрушение массива под воздействием горного давления при его деформировании за пределом прочности и т. п.) или упрочнения массива (искусственное замораживание, цементация, химическое упрочнение и т. п.). В результате такой технологии в массиве образуется область технологического воздействия, где интенсивность воздействия неодинакова, т. е. имеют место граница наибольшей интенсивности (обычно контур выработки или скважины) и граница, где это воздействие практически не ощущается. Так как степень изменения механических свойств массива определяется интенсивностью технологического воздействия, а последняя представляет некоторую функцию координат в пределах области воздействия, то и распределение механических свойств массива приобретает упорядоченный характер в виде определенной функциональной зависимости от координат.

Прессиометрические измерения модуля деформации породного массива вокруг выработки, сооружаемой с применением буровзрывных работ, показали, что в непосредственной близости от контура выработки, где интенсивность трещиноватости взрывного происхождения максимальная (см. рис. 2.1, з), модуль деформации имеет малые значения, а по мере удаления от контура на расстояние l постепенно увеличивается, стремясь к значению E в ненарушенном массиве (рис. 2.2). Такое изменение деформируемости массива удобно аппроксимировать степенной функцией вида

$$E(r) = E(1 - ar^{-n}), \quad (2.21)$$

где a, n — экспериментально определяемые параметры аппроксимации; r — текущая радиальная координата, выраженная в единицах приведенного радиуса выработки в проходке

$$R_0 = \sqrt{F/\pi}; \quad (2.22)$$

F — площадь поперечного сечения выработки в проходке.

Для приближенной оценки параметров a и n можно воспользоваться следующими формулами:

$$a = 0,98^n, \quad (2.23)$$

где

$$n = \frac{1}{\lg \left(1 + \frac{M}{R_0 B^m}\right)}, \quad (2.24)$$

M, m — коэффициенты, принимаемые по табл. 2.3 в зависимости от прочности горных пород на одноосное сжатие $\sigma_{сж}$; B — расстояние между оконтуривающими шпурами, м.

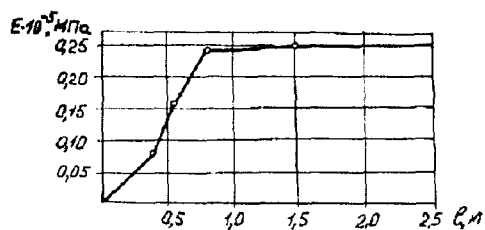


Рис. 2.2. Зависимость модуля деформации E породного массива от расстояния l от контура выработки, сооружаемой буровзрывным способом

Таблица 2.3

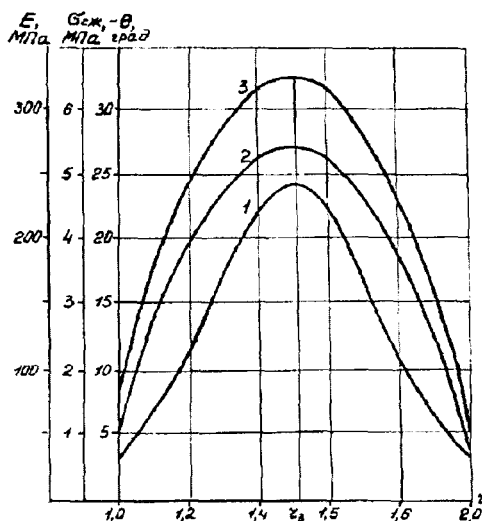
$\sigma_{сж}$, МПа	M	m
20—40	1,8	0,85
40—60	1,3	0,75
60—80	1,0	0,70
Более 80	0,9	0,60

При искусственном замораживании рыхлых водоносных пород с помощью замораживающих колонок вокруг выработки образуется ледопородное ограждение. Наиболее низкой температурой обладает породный массив вблизи замораживающих колонок (координата r_3 на рис. 2.3). По мере удаления от них в направлении к внешней (координата $r = 2$) и внутренней (координата $r = 1$) границам температура замороженного массива повышается. Распределение температуры по ширине ледопородного ограждения показано на рис. 2.3 в виде графика 1. Неоднородное поле температуры приводит к появлению неоднородности механических свойств массива. Соответствующее распределение модуля деформации показано на рис. 2.3 в виде графика 2 и может быть аппроксимировано функцией

$$E(r) = ar^2 + br + c, \quad (2.25)$$

где a , b , c — параметры аппроксимации; r — текущая радиальная координата, выраженная в единицах внутреннего приведенного радиуса ледопородного ограждения.

Рис. 2.3. Распределение температуры и параметров механических свойств замороженных пород по толщине ледопородного ограждения



Цементация (или тампонаж) трещиноватого породного массива вокруг выработок образует зону упрочнения, где модуль деформации увеличивается в 1,2—1,6 раз, а по некоторым исследованиям — в 3 раза. После цементации распределение модуля деформации вмещающего выработку массива имеет вид

$$E(r) = E(1 + ar^{-n}), \quad (2.26)$$

где a , n — параметры аппроксимирующей функции; E — модуль деформации породного массива за пределами зоны упрочнения.

2.2.5. Прочность массивов по структурным ослаблениям, прочностная анизотропия

Прочностные свойства породных массивов, так же как и деформационные, определяются свойствами горных пород (породных образцов) и структурно-механическими особенностями массивов. При этом определяющую роль играют прочность по структурным ослаблениям (трещинам и контактам породных слоев) и геометрические размеры структурных блоков, ограниченных поверхностями ослаблений.

Структурные ослабления, и прежде всего трещины, имеют шероховатые контактирующие поверхности, покрытые выступами различной формы и высоты. Предположим, что происходит взаимный сдвиг зубчатых контактирующих поверхностей, как это показано на рис. 2.4, *a*. Деформации сдвига будут осуществляться по граням зубьев. В работе [8] приведено следующее выражение для сопротивления сдвигу:

$$\tau = k' + \sigma \operatorname{tg} \rho', \quad (2.27)$$

где

$$k' = \frac{k_0 \cos \rho_0}{\cos \alpha \cos(\alpha + \rho_0)}; \quad \rho' = \alpha + \rho_0, \quad (2.28)$$

k_0 и ρ_0 — соответственно коэффициент сцепления и угол внутреннего трения по ровным контактирующим поверхностям; α — угол наклона граней зубьев к горизонтальной плоскости. При ровной контактной поверхности ($\alpha = 0$) выражение (2.27) переходит в известную формулу Кулона:

$$\tau = k_0 + \sigma \operatorname{tg} \rho_0, \quad (2.29)$$

которая при отсутствии поверхностей ослабления в массиве преобразуется к виду

$$\tau = k + \sigma \operatorname{tg} \rho, \quad (2.30)$$

где k и ρ — соответственно коэффициент сцепления и угол внутреннего трения монолитной горной породы.

Прочностные характеристики контактов экспериментально определялись многими авторами. В табл. 2.4, заимствованной из работы [8], приведены характеристики контактов для ряда пород.

Формулы (2.27) и (2.28) дают оценку предельного сопротивления сдвигу по контактирующим поверхностям. Если в процессе эксперимента фиксировать сопротивление

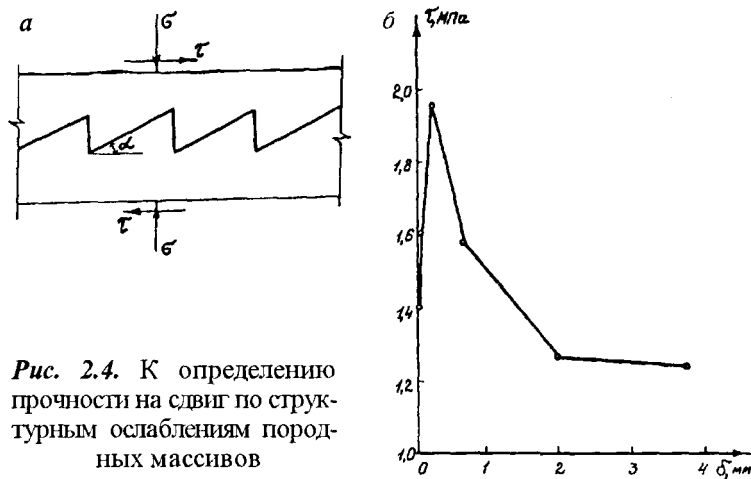


Рис. 2.4. К определению прочности на сдвиг по структурным ослаблениям породных массивов

ние сдвигу τ при соответствующих деформациях сдвига δ , можно построить экспериментальную зависимость $\tau(\delta)$. В качестве примера на рис. 2.4, б показана экспериментальная зависимость $\tau(\delta)$ при обжимающем давлении $\sigma = 1,85$ МПа, построенная для шероховатого контакта в рогоvice (Тырныауз). Следует подчеркнуть, что такая зависимость имеет вид полной диаграммы деформирования.

Судя по выражению (2.27), в каждой точке структурно ослабленного массива возможны следующие сдвиговые разрушения с определенной ориентацией плоскостей сдвига: разрушение из условия (2.30) по монолитному массиву с прочностными характеристиками k и ρ при отсутствии ослабленных контактов или при контактах более прочных, чем монолитный массив; разрушение из условия (2.29) по ровным контактам с прочностными характеристиками k_0 и ρ_0 ; разрушение по неровным контактам с прочностными характеристиками k' и ρ' . Наличие в каждой точке массива различных плоскостей разрушения с различными условиями прочности формирует прочностную анизотропию массива.

Таблица 2.4

Порода	Характеристика контакта	k_0 , МПа	ρ_0 , град
Диабаз	Неровности с углом наклона $\alpha = 6 \div 12^\circ$ и длиной ребра 80 см	0,38—0,74	31—43
Серпентинит	То же	0,182	24
Гранит	—	0—1,3	41—62
Мергель	—	0—2,6	13—60
Филлитовый сланец	—	0,1	20—37
Песчаник каолинизированный	—	0,246	22—33
Доломит	Высота неровностей 2—3 мм	0,3	48
Уголь по глине	—	0,03	13
Уголь	Ровный	0,064	16
Уголь по ар- гиллиту	—	0,011—0,024	23—27

При наличии блочных структур прочностные свойства массива существенно зависят от масштабного фактора, определяющего относительные размеры структурных блоков. Например, для массивов с кососекущей трещиноватостью коэффициент сцепления k' можно оценить по формуле

$$k' = k_0 + \frac{k - k_0}{1 + a \ln(H/h)}, \quad (2.31)$$

где k — коэффициент сцепления монолитной породы по результатам испытания породных образцов; k_0 — коэффициент сцепления по контактам между блоками; H — характерный размер исследуемого массива; h — средний

размер структурных блоков или среднее расстояние между трещинами, оконтуривающими породные блоки; a — коэффициент, зависящий от прочности на одноосное сжатие $\sigma_{сж}$ породных образцов и возрастающий от 1 до 7 с увеличением $\sigma_{сж}$ от 1 до 100 МПа.

2.2.6. Коэффициент структурного ослабления массива

Для учета влияния трещиноватости на прочностные свойства массива наиболее часто используют коэффициенты структурного ослабления, характеризующие соотношения пределов прочности или коэффициентов сцепления трещиноватых и монолитных пород, например k'/k в формуле (2.31). В табл. 2.5 приведены значения коэффициентов структурного ослабления k_c , которые в нормах проектирования горных выработок предлагается использовать для определения предела прочности горных пород в массиве на одноосное сжатие путем умножения предела прочности образца этой породы на соответствующий коэффициент k_c .

Таблица 2.5

Степень трещиноватости массива	Средний размер отдельностей, м	Характеристика прочности массива	Коэффициент структурного ослабления k_c
Практически монолитный	1,5	Весьма прочный	0,9
Малотрещиноватый	1,0—1,5	Прочный	0,8
Среднетрещиноватый	0,5—1,0	Средней прочности	0,6
Сильнотрещиноватый	0,1—0,5	Слабый	0,4
Чрезвычайно трещиноватый	0,1	Весьма слабый	0,2

За рубежом достаточно широкое применение нашли два метода количественного учета структурной нарушенности породного массива: с помощью показателя RQD и метод И. Хансаги.

Показатель RQD основан на отношении общей длины кусков керна свыше 10 см к суммарной длине кусков керна. Из анализа показателя видно, что он не зависит ни от типа породы, ни от ее прочностных показателей.

Метод И. Хансаги заключается в отыскании некоторого коэффициента α (показатель Кируна), который определяется как среднеарифметическое двух коэффициентов:

$$\alpha = 0,5(\alpha_0 + \alpha_k),$$

где α_0 — коэффициент ослабления образца; α_k — коэффициент ослабления керна.

Коэффициент α_0 получается как отношение общей длины образцов, которые можно получить из керна, к исследуемой длине участка скважины L , определяемой в зависимости от диаметра керна и прочности породы. На основании проведенных исследований И. Хансаги рекомендует принимать L до 1 м. Таким образом,

$$\alpha_0 = ph/L,$$

где p — число образцов из кусков керна, составляющих в сумме длину исследуемого участка скважины, см; h — высота образца, см.

Коэффициент ослабления керна α_k получается как отношение средней длины куска керна \bar{l} к длине исследуемого участка скважины L , т. е.

$$\alpha_k = \bar{l}/L = L_1/(kL),$$

где L_1 — общая длина кусков керна, больших, чем его диаметр, см; k — число кусков керна.

Окончательно выражение для коэффициента структурного ослабления записывается следующим образом:

$$\alpha = \frac{1}{2L} \left(ph + \frac{L_1}{k} \right). \quad (2.32)$$

В отличие от показателя *RQD* коэффициент структурного ослабления И. Хансаги учитывает число образцов, нижний предел которых увязан с диаметром и длиной керна. Кроме того, он является более чувствительным к изменениям свойств пород, так как выбираемая длина исследуемого участка скважины *L* зависит от прочности пород. Ниже в табл. 2.6 приведены данные по определению коэффициента α методом И. Хансаги [1].

Коэффициент структурного ослабления И. Хансаги α используется при оценке прочности горных пород в массиве таким же образом, как и коэффициент k_c , приведенный в табл. 2.5.

Таблица 2.6

Номер керна	Номер образца	Длина исследуемого участка скважины L , м	Число получаемых цилиндрических образцов P	Общая длина кусков керна длиной более 4,2 см L_1 , м	Число кусков керна k	Коэффициент ослабления		Коэффициент структурного ослабления массива α
						образца α_0	керна α_k	
I	9—27	0,90	19	0,87	3	0,89	0,32	0,60
II	9—20	0,65	12	0,52	3	0,78	0,27	0,52
III	9—16	0,85	8	0,41	5	0,40	0,01	0,21
IV	9—27	0,90	18	0,80	4	0,89	0,22	0,55
V	5—21	0,95	17	0,78	6	0,75	0,14	0,45
VI	6—25	1,00	20	0,89	4	0,84	0,22	0,53

2.2.7. Прочность массивов, подверженных технологическому воздействию

Образование в породных массивах областей упрочнения и разупрочнения при технологическом воздействии формирует соответствующее распределение прочности массивов. Так, буровзрывные работы являются причиной искусственной трещиноватости приконтурной зоны, что снижает прочность массива (см. рис. 2.1, з). Распределение прочности аналогично рассмотренному выше (см. подразд. 2.2.4) распределению деформируемости и аппроксимируется выражением

$$\sigma_{сж}(r) = \sigma_{сж} (1 - br^{-k}), \quad (2.33)$$

где $\sigma_{сж}$ — предел прочности на сжатие горных пород в массиве, не нарушенном буровзрывными работами; b, k — безразмерные параметры аппроксимации.

Параметр b можно определить, полагая, что прочность разрушенной породы на сжатие на контуре выработки равна остаточной прочности σ_o , снятой с полной диаграммы деформирования, или равна прочности неразрушенной породы на растяжение σ_p , которая для большинства горных пород составляет приблизительно $0,1 \sigma_{сж}$. Тогда, подставив в левую часть (2.33) величину $0,1 \sigma_{сж}$, а в правую часть $r = 1$ (контур выработки), получим $b = 0,9$. Параметр k с достаточной для практических расчетов точностью можно положить равным параметру n в формуле (2.21).

Распределение прочности ледопородного массива вокруг выработки (см. рис. 2.3, график 3) описывается выражением, аналогичным (2.25). Укрепительная цементация существенно увеличивает прочность трещиноватого массива. По данным Ю.В. Буркова, проводившего исследования в Кузбассе, $\sigma_{сж}$ песчаников увеличивается в 1,5—2,0

раза, алевролитов — в 3—5 раза, угля — в 10 раз и более. Распределение прочности $\sigma_{сж}$ в укрепленных цементацией массивах вокруг выработок можно описать выражением (2.33), положив $b < 0$.

2.3. ОСОБЕННОСТИ МЕХАНИЧЕСКОГО СОСТОЯНИЯ ГРУНТОВЫХ МАССИВОВ

2.3.1. Масштабный эффект в грунтовом массиве

Грунтовые массивы, особенно песчаные и глинистые, являются более однородными по сравнению с породными массивами: они не содержат целой иерархии структурных неоднородностей, какая обычно наблюдается в породных массивах. Основная структурная неоднородность грунтовых массивов, кроме минерального строения, — их слоистость. Причем межслоевые контакты реже являются плоскостями ослабления. Отсюда масштабный эффект прослеживается не так отчетливо, как в породных массивах. На уровне грунтовых образцов масштабный эффект не оказывает существенного влияния на результаты лабораторных испытаний. Что касается экспериментальных и аналитических оценок механических свойств грунтовых массивов, разработаны достаточно надежные методы учета размеров исследуемых массивов.

2.3.2. Деформируемость и прочность грунтовых массивов

Механические свойства грунтовых массивов, т. е. их деформируемость и прочность, в масштабе отдельного грунтового слоя обычно оцениваются по результатам компрессионных и сдвиговых испытаний грунтовых образцов. В многослойном грунтовом массиве его механические свойства определяются расчетными методами (см. подразд. 2.2.2) с помощью математических моделей массива. Применяются два подхода к такому моделированию:

используется модель слоистого массива с известными механическими свойствами каждого слоя по результатам лабораторных испытаний грунтовых образцов или слоистый массив заменяется эквивалентным по механическим свойствам однослойным массивом. В последнем случае точность расчетов будет ниже, но сами расчеты упрощаются.

2.3.3. Влияние воды

Механические свойства грунтовых массивов в большей степени, чем породных массивов, зависят от подземных вод, содержащихся в порах грунта, трещинах и полостях и способных перемещаться под действием силы тяжести.

При определенной скорости движения подземной воды вместе с ней могут перемещаться мелкие частицы грунта водоносного горизонта. Из водоносного горизонта или подстилающего его водоупорного слоя постепенно вымываются пылеватые, мелкопесчаные, а иногда и глинистые частицы, т. е. происходит механическая суффозия грунта. В результате увеличивается пористость грунта и в конечном итоге повышается сжимаемость и уменьшается сопротивление сдвигу грунта. Механическая суффозия через грунт может развиваться, если диаметр выносимых мелких частиц приблизительно в 8 раз меньше размера частиц грунта, через который осуществляется механическая суффозия.

В засоленных мелкодисперсных грунтах фильтрующаяся вода вызывает растворение и вынос растворенного вещества — химическую суффозию грунта. При этом увеличивается пористость грунта и соответственно его деформируемость, уменьшается сопротивление грунта сдвигу. В зависимости от способности солей растворяться в воде различают соли: легкорастворимые (калийные, натриевые соляные породы и др.), среднерастворимые (гипсы, ангидриты и др.), труднорастворимые (известняки, мергели и др.). В результате химической суффозии скальных пород развиваются карстовые процессы и образуются карстовые полости.

2.4. НАЧАЛЬНОЕ НАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ПОРОДНЫХ И ГРУНТОВЫХ МАССИВОВ

2.4.1. Факторы, определяющие начальное напряженное состояние

Горные породы и грунты, породные и грунтовые массивы имеют еще одну существенную механическую особенность, помимо рассмотренных выше: до начала производства горных работ они уже находятся в напряженном состоянии, которое в дальнейшем будем называть начальным или естественным в отличие от дополнительного напряженного состояния, вызванного горными работами.

Следует подчеркнуть, что начальное напряженное состояние горных пород и грунтов в массиве принципиально отличает их от других строительных и конструкционных материалов, основное напряженное состояние которых, как правило, возникает при силовом или кинематическом воздействии в процессе эксплуатации. В этом смысле начальное напряженное состояние горных пород и грунтов следует рассматривать как неотъемлемое механическое состояние, определяющее их деформируемость и прочность.

Начальное напряженное состояние породных массивов, в том числе и грунтовых, в самом общем случае является функцией пространственных и временной координат. Поэтому факторы, влияющие на его формирование, целесообразно подразделить на две группы: действующие постоянно и повсеместно, действующие временно и локально.

К первой группе факторов следует отнести: гравитационное поле Земли, температурное поле Земли, механические свойства и структурно-механические особенности породных массивов, рельеф земной поверхности, космические факторы. Определяющими в этой группе факторов являются: гравитационное поле Земли, механические свойства и структурно-механические особенности породных массивов и рельеф земной поверхности.

Ко второй группе факторов относятся неотектонические, гидродинамические, газодинамические и другие процессы в породных массивах. Определяющими в этой группе являются неотектонические процессы.

Основными силами, формирующими начальное напряженное состояние породных массивов, являются силы гравитации или силы тяжести. В дальнейшем удобно рассматривать начальное напряженное состояние в виде двух составляющих (от действия сил гравитации и от остальных факторов), полагая, что остальные факторы искажают начальное напряженное состояние, образовавшееся под действием сил гравитации. При этом не значит, что составляющая начальных напряжений от остальных факторов, особенно от действия тектонических сил, не может превосходить составляющую гравитационного происхождения.

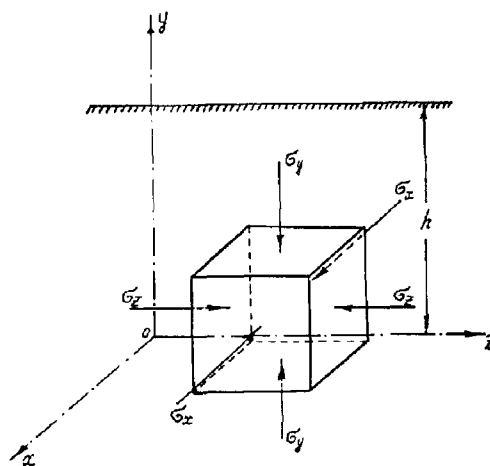
Для наглядности представим (рис. 2.5), что в естественном породном массиве, т. е. до начала производства горных работ, выделен элементарный объем, по граням которого действуют только нормальные напряжения σ_x , σ_y , σ_z . В этом случае грани элементарного объема называются главными площадками, а действующие по ним нормальные напряжения — главными нормальными напряжениями. Величина этих напряжений, которые в дальнейшем будем называть компонентами начального напряженного состояния массива, а также их ориентация или ориентация главных площадок зависят от перечисленных выше определяющих факторов.

В однородном породном массиве, сложенном горизонтально залегающими горными породами без тектонических нарушений и ограниченном земной поверхностью с равнинным рельефом, элементарный объем с главными площадками будет ориентирован, как показано на рис. 2.5, когда ось y вертикальна, а оси x и z горизонтальны. В этом случае σ_y будем называть вертикальными начальными напряжениями, а σ_x и σ_z — горизонтальными. Следует

Рис. 2.5. К определению начального напряженного состояния породных массивов

подчеркнуть, что в иной геологической ситуации, отличной от описанной, ориентация элементарного объема может быть другой.

Рассмотрим количественные оценки компонентов начального напряженного состояния, которые могут быть выполнены экспериментальными (натурными и реже лабораторными) и аналитическими методами или методами математического моделирования. Не анализируя экспериментальные методы и соответствующие результаты, необходимо лишь заметить, что любое экспериментальное изучение начального напряженного состояния связано, как правило, с его нарушением горными работами. Поэтому получаемые экспериментальные результаты требуют корректировки, исключая влияние горных работ, т. е. влияние выработок, скважин, шпуров, в которых проводится такой эксперимент, что вносит существенную погрешность. Кроме того, результаты любого эксперимента носят единичный (не массовый), сугубо региональный характер и не могут служить основанием для обобщений. Аналитические оценки начального напряженного состояния, по сравнению с экспериментальными, раскрывают общие закономерности его формирования, но требуют использования рабочих гипотез, как правило, идеализирующих реальную геомеханическую ситуацию.



2.4.2. Гравитационная составляющая нормальных напряжений по горизонтальным площадкам

В качестве иллюстрации воспользуемся одной из таких гипотез для оценки гравитационной составляющей начального напряженного состояния. Рассмотрим описанную выше геомеханическую ситуацию и соответствующую ей расчетную схему породного массива, графически представленную на рис. 2.5. Положим, что единственными объемными силами, определяющими начальное напряженное состояние породного массива, являются силы гравитации или силы тяжести горных пород, которые при горизонтальном напластовании различных по удельному весу γ горных пород могут изменяться только по глубине, т. е. $\gamma = \gamma(y)$. Тогда из анализа статического равновесия элементарного объема следует, что вертикальное начальное напряжение

$$\sigma_y = \int_0^h \gamma(y) dy, \quad (2.34)$$

где h — глубина от поверхности земли до рассматриваемой точки массива.

Если не учитывать изменение удельного веса горных пород по глубине, что не вносит сколько-нибудь значимую погрешность, получим вертикальное начальное напряжение

$$\sigma_y = \gamma h, \quad (2.35)$$

которое в дальнейшем будем рассматривать как гравитационную составляющую нормальных напряжений по горизонтальным площадкам и обозначим σ_y^* . Влияние остальных факторов, определяющих начальное напряженное состояние, к которым будем относить механические свойства и структурно-механические особенности пород-

ных массивов, рельеф земной поверхности, неотектонические процессы, целесообразно учесть в виде поправочных коэффициентов к гравитационной составляющей σ_y^* . Тогда компоненты начального напряженного состояния будут иметь вид:

$$\sigma_x = \lambda_x \sigma_y^*, \quad \sigma_y = \lambda_y \sigma_y^*, \quad \sigma_z = \lambda_z \sigma_y^*, \quad (2.36)$$

где λ_x , λ_y , λ_z — коэффициенты, учитывающие влияние остальных факторов на соответствующие компоненты начального напряженного состояния.

Анализ начальных напряжений по горизонтальным площадкам σ_y показывает, что они могут существенно зависеть от геологического строения и структурно-механических особенностей породных массивов. При горизонтальном залегании горных пород без тектонических нарушений можно положить $\lambda_y = 1$. В случае складчатых (пликативных) тектонических нарушений в виде антиклиналей, когда складчатая структура представлена относительно жесткими породами, перекрывающими относительно мягкие породы, гравитационная составляющая начальных напряжений в последних может быть искажена за счет эффекта «разгрузки» со стороны перекрывающих более жестких пород, которые, образуя естественную сводчатую структуру, воспринимают гравитационную составляющую от вышележащих пород и передают на нижележащие мягкие породы только часть этой нагрузки, т. е. $\lambda_y < 1$. Для синклиналильных структур возможен обратный эффект — «пригрузка» относительно мягких пород со стороны вышележащих более жестких пород, т. е. $\lambda_y > 1$.

Неотектонические процессы в земной коре также могут быть причиной увеличения гравитационной составляющей (2.35), что учитывается коэффициентом $\lambda_y > 1$. Действующие нормы проектирования подземных горных

выработок рекомендуют принимать $\lambda_y = 1,5$ для районов, «подверженных движениям земной коры».

Влияние рельефа, искажающего горизонтальную земную поверхность, учитывается соответствующими поправками к расчетной глубине h (см. рис. 2.5), иными словами, в порядке ее увеличения при наличии гористого рельефа ($\lambda_y > 1$) или уменьшения при наличии котловины ($\lambda_y < 1$) на поверхности.

2.4.3. Коэффициент бокового распора в породных массивах различного строения

Начальные напряжения по вертикальным площадкам σ_x и σ_y зависят от гравитационной составляющей (2.35) и коэффициентов λ_x и λ_z . В самом общем случае $\lambda_x \neq \lambda_z$, но это различие не столь существенно. Поэтому для выявления общих закономерностей формирования начальных напряжений можно положить $\lambda_x = \lambda_z$ и считать $\sigma_x = \sigma_y$. Отношение σ_x/σ_y обычно называется коэффициентом бокового распора.

Вернемся к расчетной схеме, показанной на рис. 2.5, и определим горизонтальные относительные линейные деформации в направлении оси x , предположив, что в породном массиве имеет место линейная зависимость между напряжениями и деформациями с модулем деформации E . Линейные деформации от действия напряжения σ_x равны σ_x/E , от действия напряжений σ_y и σ_z возникают линейные деформации противоположного напряжения, равные соответственно $-\mu(\sigma_y/E)$ и $-\mu(\sigma_z/E)$, где μ — коэффициент Пуассона. Суммируя эти деформации, получим искомую величину линейных деформаций:

$$\varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} - \mu \frac{\sigma_y}{E} - \mu \frac{\sigma_z}{E}. \quad (2.37)$$

При горизонтальном залегании пород без тектонических нарушений естественно предположить отсутствие горизонтальных деформаций, т. е. $\varepsilon_x = 0$. Тогда из формулы (2.37) при $\sigma_x = \sigma_z$ следует

$$\sigma_x = \sigma_z = \frac{\mu}{1-\mu} \sigma_y. \quad (2.38)$$

Таким образом, в линейно-деформируемом породном массиве коэффициент бокового распора

$$\frac{\sigma_x}{\sigma_y} = \frac{\mu}{1-\mu} \quad (2.39)$$

и зависит от коэффициента Пуассона, который может принимать значения в интервале $0 \leq \mu \leq 0,5$. Соответственно коэффициент бокового распора изменяется в интервале $0 \leq (\sigma_x/\sigma_y) \leq 1$. Проанализируем крайние значения этого интервала, представляющие определенный практический интерес. При $\mu = 0,5$ объемные деформации отсутствуют и коэффициент бокового распора равен единице, что соответствует условиям деформирования массивов, сложенных пластичными глинами. При $\mu = 0$ коэффициент бокового распора равен нулю, т. е. напряжения по вертикальным площадкам равны нулю при напряжениях по горизонтальным площадкам, отличным от нуля, что соответствует условиям деформирования массивов, имеющих блочную структуру с раскрытыми вертикальными трещинами, так называемых безраспорных массивов.

Если учитывать реологические процессы в породных массивах, можно утверждать, что за длительный геологический период существования горных пород в результате релаксации напряжений сформировалось начальное напряженное состояние с коэффициентом бокового распора σ_x/σ_y , близким к единице. В качестве доказательства мож-

но привести результаты экспериментов по сжатию слабых пород в жесткой обойме. Установлено, что при сжатии образцов слабого глинистого песчаника ($\sigma_{сж} = 15$ МПа) наблюдается релаксация напряжений, приводящая в течение нескольких десятков часов к изменению коэффициента бокового распора от 0,39 до 0,45.

В разрушенных породных массивах с прочностью $\sigma_{сж}$, близкой к нулю, коэффициент бокового распора можно оценить из анализа уравнения (1.21), положив $\sigma_1 = \sigma_y$ и $\sigma_3 = \sigma_x$. В итоге получим

$$\frac{\sigma_x}{\sigma_y} = \frac{1 - \sin \rho}{1 + \sin \rho}, \quad (2.40)$$

где ρ — угол внутреннего трения разрушенной породной массы.

2.4.4. Тектоническая составляющая начальных напряжений

Натурные измерения напряжений в породных массивах, как правило, сложных по тектоническому строению, обнаруживают значительные по величине начальные напряжения по вертикальным площадкам σ_x и σ_z , которые нельзя объяснить существующими представлениями о коэффициентах бокового распора (см. подразд. 2.4.3) и которые часто превосходят начальные напряжения по горизонтальным площадкам σ_y в несколько раз и даже в десятки раз. Так, в Хибинском массиве на глубине 50—100 м были измерены начальные напряжения с отношением $\sigma_x : \sigma_y : \sigma_z = 20 : 10 : 1$, явно указывающим на тектоническое происхождение начальных напряжений σ_x и σ_z . При этом было установлено, что с увеличением глубины относительный уровень тектонических напряжений уменьша-

ется: уже на глубине 600 м были измерены начальные напряжения с отношением $\sigma_x : \sigma_y : \sigma_z = 4 : 2 : 1$.

Качественную картину распределения тектонических напряжений можно построить по результатам анализа существующих тектонических нарушений в породном массиве, не прибегая к инструментальным измерениям. Например, тектонические нарушения в виде надвигов свидетельствуют об относительно высоком уровне горизонтальных тектонических напряжений.

Обобщая анализ силовых факторов и закономерностей формирования начального напряженного состояния породных массивов, следует выделить две наиболее характерные геомеханические ситуации. В осадочных массивах, сложенных спокойно залегающими пластичными релаксирующими породами без тектонических нарушений, можно считать $\lambda_x = \lambda_y = \lambda_z$, т. е. начальное напряженное состояние является равнокомпонентным или гидростатическим. В массивах, сложенных скальными нерелаксирующими породами, можно считать $\lambda_x = \lambda_z < \lambda_y$, а при наличии тектонических напряжений $\lambda_x = \lambda_z > \lambda_y$, т. е. начальное напряженное состояние является неравнокомпонентным или негидростатическим.

2.4.5. Особенности начального напряженного состояния грунтовых массивов

Грунтовые массивы, представляющие верхние слои коры выветривания литосферы, сложены в основном песчаными и глинистыми грунтами (см. подразд. 1.5.1).

Гравитационная составляющая нормальных напряжений по горизонтальным площадкам в грунтовых массивах определяется выражением (2.35) и почти не искажа-

ется под влиянием других факторов, т. е. коэффициент λ_y можно положить равным единице. При оценке гравитационной составляющей необходимо учитывать также давление грунтовых вод.

Начальные напряжения по вертикальным площадкам и общие закономерности формирования начального напряженного состояния зависят в основном от типа слагающих грунтов. В галечных, гравелистых и песчаных грунтовых массивах можно считать, что $\lambda_x = \lambda_z$ и определяется выражением (2.40), а начальное напряженное состояние является неравнокомпонентным. В глинистых грунтовых массивах можно считать $\lambda_x = \lambda_z = 1$ и соответственно равнокомпонентное начальное напряженное состояние.

Глава 3

**ОСНОВЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ
ГЕОМЕХАНИЧЕСКИХ
ПРОЦЕССОВ**

3.1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О ГЕОМЕХАНИЧЕСКИХ ПРОЦЕССАХ И ФИЗИЧЕСКИХ МЕТОДАХ ИХ МОДЕЛИРОВАНИЯ

3.1.1. Общие сведения о геомеханических процессах

Производство горных работ сопровождается нарушением начального напряженного состояния породных массивов. Горные работы всегда связаны с образованием выработанных пространств в породном массиве или горных выработок. Окружающие выработку горные породы перемещаются в сторону выработанного пространства, причем величина этих перемещений тем больше, чем ближе горные породы расположены к породному обнажению, т. е. вмещающий горную выработку породный массив деформируется. Деформации растяжения в направлении выработки (в «радиальном» направлении) сопровождаются деформациями сжатия во взаимно перпендикулярных направлениях (в «окружном» и «продольном» направлениях), которые обычно совпадают с направлениями очертания контура выработки. Возникающие вокруг выработки деформации растяжения и сжатия горных пород определяют появление соответствующих по знаку и величине дополнительных напряжений, которые искажают или нарушают начальное напряженное состояние породных массивов.

Вокруг горных выработок формируется новое напряженно-деформированное состояние, которое наиболее существенно отличается от начального вблизи контура выработок и практически не отличается вдали от контура. Другой характерной чертой нового напряженно-деформированного состояния вокруг выработок обычно является относительное увеличение или концентрация «окружных» нормальных напряжений и относительное уменьшение или деконцентрация «радиальных» нормальных на-

пряжений. Концентрация напряжений формирует так называемые области опорного давления, а деконцентрация — области разгрузки в породном массиве.

Если новое напряженно-деформированное состояние превосходит некоторый предельный для породного массива уровень, начинается его разрушение, которое в свою очередь изменяет напряженно-деформированное состояние вокруг выработок. Концентрация напряжений или опорное давление смещается в глубь массива, разгружая его приконтурную область. Разрушение на контуре выработок может носить спокойный статический характер или динамический в виде горных ударов и выбросов. Но даже при статическом разрушении горных пород они представляют опасность для нормальной эксплуатации выработок, так как могут потерять устойчивость и обрушиться в выработку.

Таковы самые общие качественные закономерности геомеханических процессов, независимо от того, где они имеют место: вокруг капитальных, подготовительных или очистных выработок, при разработке пластовых или рудных месторождений, при подземных или открытых горных работах. Более подробно, применительно к перечисленным объектам горных работ, геомеханические процессы анализируются ниже.

Следует подчеркнуть, что для решения тех или иных инженерных задач горного дела, помимо качественного описания геомеханических процессов, необходима их количественная оценка, которая может быть получена в результате натурных измерений различных проявлений геомеханических процессов или в результате их моделирования. Как отмечалось выше при описании методов исследования начального напряженного состояния породных массивов, моделирование обладает тем преимуществом по сравнению с натурными измерениями, что раскрывает общие качественные и количественные закономерности геомеханических процессов. Для анализа геомеханических процессов используется физическое и математическое мо-

делирование. Среди физических методов моделирования чаще всего применяется моделирование на эквивалентных материалах и на оптически активных материалах.

3.1.2. Общие сведения о физических методах моделирования

Метод эквивалентных материалов основан на моделировании геомеханических процессов с помощью искусственных материалов, образующих модель исследуемого породного массива с выработками при соблюдении специальных критериев подобия. Этот метод позволяет исследовать, главным образом, качественную сторону геомеханических процессов.

Моделирование на эквивалентных материалах оказывается полезным в сложных по геологическому строению массивах для анализа геомеханических процессов, сопровождающихся расслаиванием, разрушением и перемещением горных пород. Метод позволяет также воспроизводить основные горнотехнические операции по выемке полезного ископаемого и креплению выработок. Вместе с тем следует подчеркнуть, что с помощью этого метода затруднительно построить подробную картину распределения напряжений в исследуемом породном массиве.

В основе поляризационно-оптического метода лежит способность некоторых прозрачных материалов приобретать под действием механической нагрузки свойство временного двойного лучепреломления.

Если на пути поляризованного луча, полученного после прохождения луча через поляризатор, поместить напряженную плоскую модель из оптически чувствительного материала, то в каждой точке модели луч света будет разложен на два плоско-поляризованных луча, плоскости колебания которых взаимно перпендикулярны и совпадают с направлениями главных нормальных напряжений. Имея различные скорости распространения, эти два луча приобретают на выходе из модели разность хода. После прохождения через анализатор лучи приводятся к одной

плоскости, колебания опережающего и отстающего лучей складываются и создают интерференционную картину: полосы с одинаковой интенсивностью освещения, называемые изохромами, соединяют точки с одинаковой разностью хода и, следовательно, с одинаковой разностью главных нормальных напряжений.

Моделирование на оптически активных материалах позволяет построить распределение напряжений в исследуемом породном массиве, но становится малополезным при исследовании процессов разрушения и расслоения массива.

3.2. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ГЕОМЕХАНИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

3.2.1. Общие сведения о методах математического моделирования

Математическое моделирование имеет определенные преимущества перед физическим моделированием. Оно обладает наибольшей общностью при описании геомеханических процессов, так как свободно от влияния частных факторов, отражающих специфику горнотехнической ситуации и обычно воспроизводимых при физическом моделировании. Математическое моделирование позволяет исследовать геомеханические процессы в более широком диапазоне определяющих факторов, т. е. позволяет прогнозировать развитие геомеханических процессов.

В качестве методов математического моделирования наиболее широко используются методы механики сплошной среды: механики деформируемого твердого тела (теории упругости, теории пластичности, теории ползучести), механики сыпучих, вязких и жидких тел.

Имеется опыт математического моделирования с применением методов механики дискретной среды, которые в определенных условиях, например для раздельно-блочных породных массивов, представляются весьма перспективными.

Применяется также математическое моделирование, основанное на специальных рабочих гипотезах и получившее в прошлом определенное распространение. В настоящее время такое моделирование находит ограниченное применение, уступив место математическому моделированию, в основе которого лежат строгие методы механики.

С развитием вычислительной техники в математическом моделировании, наряду с традиционными аналитическими методами, все шире применяются численные методы.

3.2.2. Методы механики деформируемого твердого тела

При математическом моделировании геомеханических процессов чаще всего используются методы механики деформируемого твердого тела, которые рассмотрим более подробно [10]. В основе механики деформируемого твердого тела, как раздела механики сплошной среды, лежит математическая гипотеза о сплошности среды (тела). В действительности все материальные тела, состоящие из отдельных элементарных частиц (твердые тела, в том числе горные породы, кроме того состоят из отдельных структурных элементов), не являются сплошными с физической точки зрения. Тем не менее в рамках механики сплошной среды, если учитывать большое количество элементарных частиц (а также структурных элементов) в любом бесконечно малом объеме, предполагается, что материальная среда, обладающая определенными физическими свойствами, сплошным непрерывным образом заполняет пространство в объеме данного тела. Еще раз подчеркнем, что имеется в виду математическое понятие сплошности, которое тождественно тому, что для описания механических процессов в объеме данного тела используются непрерывные функции координат. Модель сплошной среды является весьма удобной идеализацией реальных сред, так как дает возможность использовать математическое моделирование механических процессов в реальных средах.

Легко заметить, что использование гипотезы о сплошности среды при моделировании механических процессов в горных породах или массивах горных пород, т. е. геомеханических процессов, связано с представлением соответствующего элементарного объема, определение которого было сформулировано выше, как бесконечно малого объема по сравнению с объемом исследуемой горной породы или массива горной породы. Правомерность использования гипотезы о сплошности и допускаемая при этом погрешность должны оцениваться по тому, насколько соответствующий элементарный объем отличается от бесконечно малого объема.

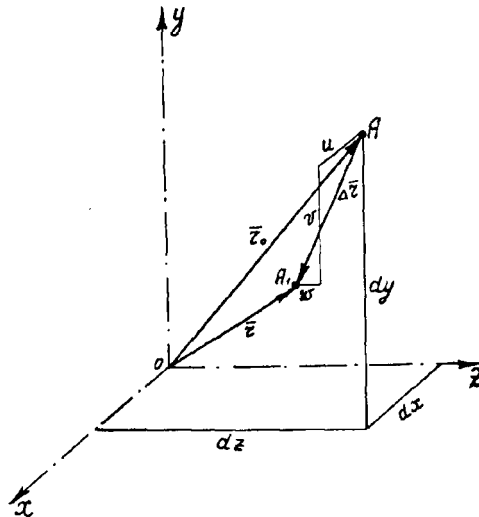
Помимо основной гипотезы о сплошности среды, в механике деформируемого твердого тела часто используется гипотеза о малости деформаций. Твердые тела, в том числе и горные породы, как правило, обнаруживают бесконечно малые деформации по сравнению с размерами самих тел. Гипотеза о малости деформаций позволяет при математическом моделировании удерживать во всех уравнениях только линейные члены, содержащие бесконечно малые первого порядка, т. е. решать соответствующие задачи в линейной постановке (в геометрическом смысле), что значительно упрощает математический анализ.

3.2.3. Деформированное состояние

Чтобы построить математическую модель деформированного состояния горной породы или породного массива, рассмотрим прямоугольную систему координат xyz , показанную на рис. 2.5. Положение любой точки породного массива в пространстве, например точки A_1 (рис. 3.1), можно характеризовать радиусом-вектором \vec{r} . Предположим, что точка A_1 занимает указанное положение после деформации породного массива под влиянием горных работ. Предположим также, что в недеформированном породном массиве эта точка находилась в положении A , которое характеризуется радиусом-вектором \vec{r}_0 начального

Рис. 3.1. К определению смещений породного массива

положения точки. Разность указанных векторов $\Delta \vec{r} = \vec{r} - \vec{r}_0$ представляет вектор смещения точки, где u, v, w — компоненты смещения, т. е. его проекции на соответствующие координатные оси.



Судя по рис. 3.1, точки A и A_1 принадлежат соответственно отрезкам OA и OA_1 , которые имеют общую начальную точку O , не испытывающую смещений при деформировании массива, например, расположенную вне зоны влияния горных работ. Легко заметить, что различные точки массива, принадлежащие отрезку OA , имеют различные смещения под влиянием горных работ, в результате чего развиваются деформации и формируется деформированное состояние массива. Последнее характеризуется двумя видами деформаций: укорочением соответствующих отрезков в массиве (длина OA_1 меньше OA) — линейными деформациями и взаимным их поворотом (на угол AOA_1) — угловыми деформациями.

Для окончательного построения математической модели деформированного состояния необходимо рассмотреть элементарный объем в окрестности точки A , например в виде элементарного параллелепипеда с угловой точкой A и длиной ребер dx, dy, dz , показанного на рис. 3.2 пунктиром. Его деформированное состояние с угловой точкой A_1 показано на том же рисунке сплошными линиями. Деформация элементарного объема может быть представлена

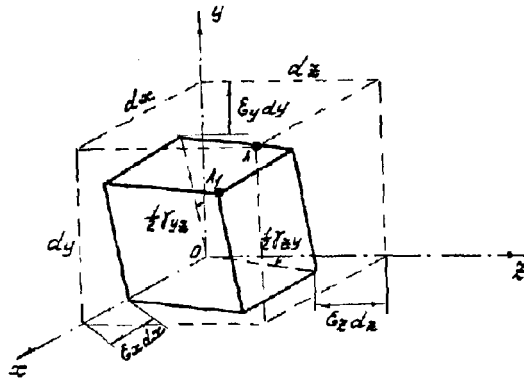


Рис. 3.2. К определению деформаций породного массива

состоящей из ряда отдельных простейших деформаций, т. е. разложена на составляющие или компоненты: компоненты линейных деформаций или просто ли-

нейные деформации и компоненты угловых деформаций или просто угловые деформации.

Линейные деформации представляют относительные удлинения или укорочения ребер элементарного параллелепипеда. В результате линейных деформаций может изменяться как объем, так и форма элементарного параллелепипеда. Линейные деформации будем обозначать ε с индексом, указывающим ту координатную ось, параллельно которой рассматривается удлинение или укорочение ребра (см. линейные деформации ε_x , ε_y , ε_z на рис. 3.2). Положительными линейными деформациями условно будем считать укорочения, отрицательными — удлинения. Такое правило знаков для линейных деформаций отличается от обычно принятого в механике, но гораздо удобнее при описании деформированного состояния породного массива, где под действием сил гравитации преобладают линейные деформации укорочения, т. е. положительные деформации. На рис. 3.2 показаны положительные линейные деформации.

Угловые деформации или деформации сдвига представляют выраженные в радианной мере углы сдвига, т. е. искажения первоначально прямых углов между ребрами элементарного параллелепипеда. Угловые деформации вызывают только изменение формы (это справедливо лишь в случае принятой гипотезы о малости деформаций).

Будем их обозначать γ с двумя индексами (см. угловые деформации $1/2\gamma_{zy}$ и $1/2\gamma_{yz}$ на рис. 3.2): первый индекс указывает координатную ось, параллельную ребру, поворот которого рассматривается, второй индекс — координатную ось, параллельную ребру, в направлении которого осуществляется поворот. Причем очередность индексов принципиального значения не имеет, так как величина искажения прямого угла и соответствующее деформированное состояние не зависят от того, поворот какого ребра рассматривается. Поэтому в дальнейшем целесообразно предположить, что поворачиваются сразу два ребра, вызывая одинаковые искажения прямого угла, т. е. по $1/2$ от полного искажения, в сумме составляющие величину полной угловой деформации в рассматриваемой плоскости (см. полную угловую деформацию в плоскости γ_{yz} на рис. 3.2). За положительную угловую деформацию будем принимать увеличение угла между положительными направлениями осей, за отрицательную — уменьшение того же угла. В качестве примера на рис. 3.2 показаны положительные угловые деформации $1/2\gamma_{xy}$ и $1/2\gamma_{yx}$ в плоскости xy и деформации $1/2\gamma_{zx}$ и $1/2\gamma_{xz}$ в плоскости xz на рис. 3.2 не показаны с целью упрощения рисунка.

В геомеханике чаще всего приходится анализировать деформации породного массива вокруг горных выработок. В этом случае целесообразно перейти от прямоугольной системы координат xuz к цилиндрической системе координат $r\theta z$, совмещая ось z с продольной осью выработки, а плоскость $r\theta$ с поперечным сечением выработки, как показано на рис. 3.3, а. Соответствующий элементарный объем в недеформированном состоянии (пунктирные линии) и в деформированном состоянии (сплошные линии) приведен на рис. 3.3, б, где показаны также линейные деформации ϵ_r , ϵ_z и угловые деформации $1/2\gamma_{rz}$ и $1/2\gamma_{rz}$.

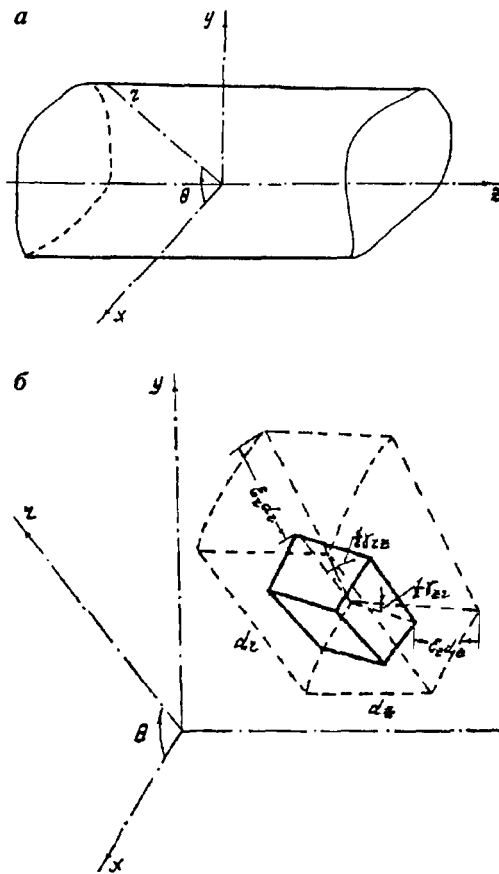


Рис. 3.3. К определению деформаций породного массива вокруг протяженных горных выработок

Компоненты деформации характеризуют деформированное состояние в точке сплошной среды, если рассматриваемый элементарный объем является бесконечно малым и длины его ребер устремляются к нулю. В реальных средах, таких как породный массив, имеющих малые, но конечные размеры элементарного объема, зависящие от слагающих структурных элементов, понятие «деформация»

(например, в точке породного массива) носит условный характер.

Компоненты деформированного состояния в рассматриваемой точке, которых, как установлено выше, девять, можно записать в виде симметричной квадратной матрицы, располагая по главной диагонали линейные деформации $\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z$, а симметрично главной диагонали — попарно равные угловые деформации $1/2\gamma_{xy} = 1/2\gamma_{yx}, 1/2\gamma_{yz} = 1/2\gamma_{zy}, 1/2\gamma_{zx} = 1/2\gamma_{xz}$, которая в прямоугольных координатах имеет вид

$$\mathbf{T}_d = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x, & 1/2\gamma_{xy}, & 1/2\gamma_{xz}, \\ 1/2\gamma_{yx}, & \varepsilon_y, & 1/2\gamma_{yz}, \\ 1/2\gamma_{zx}, & 1/2\gamma_{zy}, & \varepsilon_z \end{Bmatrix} \quad (3.1)$$

и которую в дальнейшем будем называть тензором деформаций. В цилиндрической системе координат соответствующий тензор деформаций записывается в результате замены координат x, y, z на соответствующие координаты r, θ, z :

$$\mathbf{T}_d = \begin{Bmatrix} \varepsilon_r, & 1/2\gamma_{r\theta}, & 1/2\gamma_{rz}, \\ 1/2\gamma_{\theta r}, & \varepsilon_\theta, & 1/2\gamma_{\theta z}, \\ 1/2\gamma_{zr}, & 1/2\gamma_{z\theta}, & \varepsilon_z \end{Bmatrix}. \quad (3.2)$$

При наличии элементов симметрии в распределении деформаций тензор деформаций упрощается. Если в рассматриваемом теле можно выделить плоские сечения, которые и после деформирования остаются плоскими, имеем так называемую плоскую задачу в постановке плоской деформации. В качестве примера достаточно привести деформации породного массива в окрестности горизонтальной протяженной горной выработки, когда поперечные сечения выработки (xu или $r\theta$ на рис. 3.3, *a*) можно рассматривать в состоянии плоской деформации. В этом случае тензоры деформаций (3.1) и (3.2) упрощаются и записываются соответственно в следующем виде:

$$\mathbf{T}_d = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x, & 1/2\gamma_{xy}, & 0, \\ 1/2\gamma_{yx}, & \varepsilon_y, & 0, \\ 0, & 0, & 0 \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{T}_d = \begin{Bmatrix} \varepsilon_r, & 1/2\gamma_{r\theta}, & 0, \\ 1/2\gamma_{\theta r}, & \varepsilon_\theta, & 0, \\ 0, & 0, & 0 \end{Bmatrix}. \quad (3.3)$$

Довольно часто встречается осесимметричная форма деформирования. Если в цилиндрической системе координат осью симметрии является ось z , то деформированное состояние не зависит от угловой координаты θ , т. е. $\gamma_{r\theta} = \gamma_{z\theta} = 0$. Таково, например, деформирование пород-

ного массива вокруг вертикального шахтного ствола. В этом случае тензор деформаций (3.2) принимает вид:

$$T_d = \begin{Bmatrix} \varepsilon_r, & 0, & 1/2\gamma_{rz}, \\ 0, & \varepsilon_\theta, & 0, \\ 1/2\gamma_{rz}, & 0, & \varepsilon_z \end{Bmatrix}. \quad (3.4)$$

Если при наличии осевой симметрии наблюдается также плоское деформирование сечений, нормальных к оси симметрии, как, например, деформирование породного массива вокруг горизонтальной протяженной выработки кругового поперечного сечения, имеет место осесимметричная задача в постановке плоской деформации. Ей соответствует тензор деформаций

$$T_d = \begin{Bmatrix} \varepsilon_r, & 0, & 0, \\ 0, & \varepsilon_\theta, & 0, \\ 0, & 0, & \varepsilon_z \end{Bmatrix}, \quad (3.5)$$

описывающий наиболее простой случай деформирования.

Проанализируем деформированное состояние в точке тела (породного массива), полагая, что тензор деформаций для этой точки известен, т. е. известны его компоненты. Анализ выполним применительно к тензору вида (3.1), помня, что аналогичный анализ в другой системе координат и при наличии элементов симметрии легко осуществить, произведя замену соответствующих компонентов деформации согласно (3.2) — (3.5).

Как указывалось выше, линейные деформации приводят к изменению объема и формы элементарного параллелепипеда, а угловые — только формы. Произведем оценку изменений объема, которые вызываются линейными деформациями. Положим, что первоначальные размеры ребер элементарного параллелепипеда равны 1. После деформирования они равны соответственно: $1 + \varepsilon_x$, $1 + \varepsilon_y$, $1 + \varepsilon_z$. Тогда относительное изменение объема составит

$$\theta = (1 + \varepsilon_x)(1 + \varepsilon_y)(1 + \varepsilon_z) - 1.$$

Если придерживаться гипотезы о малости деформаций и пренебречь малыми второго порядка и выше, получим

$$\theta = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z. \quad (3.6)$$

Это так называемая относительная объемная деформация, величина которой не зависит от расположения ортогональных осей и формы элементарного объема, т. е. инвариантна к преобразованию координат.

Введем понятие о средней деформации:

$$\varepsilon_{\text{ср}} = \frac{1}{3}(\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z). \quad (3.7)$$

Тогда можем выражение (3.6) переписать так:

$$\theta = 3\varepsilon_{\text{ср}}. \quad (3.8)$$

Тензор деформаций разложим на два составляющих тензора:

$$\Gamma_{\text{д}} = \Gamma_{\text{д}}^{\circ} + \mathcal{D}_{\text{д}}, \quad (3.9)$$

где $\Gamma_{\text{д}}^{\circ}$ — шаровой тензор деформаций, имеющий вид

$$\Gamma_{\text{д}}^{\circ} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{\text{ср}}, & 0, & 0, \\ 0, & \varepsilon_{\text{ср}}, & 0, \\ 0, & 0, & \varepsilon_{\text{ср}} \end{Bmatrix} \quad (3.10)$$

и характеризующий объемную деформацию в точке, которая зависит только от линейных деформаций; $\mathcal{D}_{\text{д}}$ — девиатор деформаций, записанный в виде матрицы

$$\mathcal{D}_{\text{д}} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_x - \varepsilon_{\text{ср}}, & 1/2\gamma_{xy}, & 1/2\gamma_{xz}, \\ 1/2\gamma_{yx}, & \varepsilon_y - \varepsilon_{\text{ср}}, & 1/2\gamma_{yz}, \\ 1/2\gamma_{zx}, & 1/2\gamma_{zy}, & \varepsilon_z - \varepsilon_{\text{ср}} \end{Bmatrix} \quad (3.11)$$

и характеризующий формоизменение в точке, которое зависит от линейных и угловых деформаций.

Линейную деформацию по произвольному направлению, проходящему через рассматриваемую точку (например, точку A на рис. 3.1), можно выразить через компоненты тензора деформаций в этой точке следующим образом:

$$\varepsilon = \varepsilon_x l^2 + \varepsilon_y m^2 + \varepsilon_z n^2 + \gamma_{xy} lm + \gamma_{yz} mn + \gamma_{zx} nl, \quad (3.12)$$

где l, m, n — направляющие косинусы, определяющие ориентацию данного направления по отношению к координатным осям x, y, z в недеформированном состоянии. Запись l, m, n становится ясной из рис. 3.1, откуда следует

$$l = \frac{dx}{L}, \quad m = \frac{dy}{L}, \quad n = \frac{dz}{L}, \quad (3.13)$$

где L — длина отрезка OA . Вывод формулы (3.12) приводится ниже при описании напряженного состояния, так как существуют общие подходы к математическому описанию деформированного и напряженного состояния.

Среди бесконечного множества направлений в рассматриваемой точке деформированного тела существуют три взаимно перпендикулярных направления, которые были взаимно перпендикулярными также до деформации. Такие направления называются главными осями деформации. Сдвиги в главных осях отсутствуют и наблюдаются только линейные деформации, называемые главными линейными деформациями и имеющие стационарные значения для данной точки. Судя по рис. 3.1, направление OA не совпадает с главной осью деформации, так как при деформировании произошел сдвиг на угол AOA_1 .

Главные линейные деформации ε , которые в дальнейшем условимся обозначать $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$, полагая $\varepsilon_1 > \varepsilon_2 > \varepsilon_3$, определяются как корни кубического уравнения:

$$\varepsilon^3 - \varepsilon^I \varepsilon^2 + \varepsilon^{II} \varepsilon - \varepsilon^{III} = 0. \quad (3.14)$$

Вывод уравнения (3.14), так же как и формулы (3.12), приводится ниже при описании напряженного состояния.

Коэффициенты уравнения (3.14) имеют вид

$$\varepsilon^I = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z, \quad (3.15)$$

$$\varepsilon^{II} = \varepsilon_x \varepsilon_y + \varepsilon_y \varepsilon_z + \varepsilon_z \varepsilon_x - \frac{1}{4}(\gamma_{xy}^2 + \gamma_{yz}^2 + \gamma_{zx}^2), \quad (3.16)$$

$$\varepsilon^{III} = \varepsilon_x \varepsilon_y \varepsilon_z + \frac{1}{4}\gamma_{xy}\gamma_{yz}\gamma_{zx} - \frac{1}{4}(\varepsilon_x \gamma_{yz}^2 + \varepsilon_y \gamma_{zx}^2 + \varepsilon_z \gamma_{xy}^2) \quad (3.17)$$

и являются инвариантами тензора деформаций, т. е. не зависят от выбора координатной системы. Инвариантны по отношению к преобразованию системы координат также и сами главные линейные деформации $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$. Наиболее простое физическое объяснение имеет первый инвариант тензора деформаций (3.15), представляющий объемную деформацию, которая совершенно очевидно не зависит от выбора системы координат.

Наряду с главными линейными деформациями можно выделить главные угловые деформации, которые соответственно равны:

$$\begin{aligned} \gamma_{12} &= (\varepsilon_1 - \varepsilon_2), \\ \gamma_{13} &= (\varepsilon_1 - \varepsilon_3), \\ \gamma_{23} &= (\varepsilon_2 - \varepsilon_3). \end{aligned} \quad (3.18)$$

При соблюдении условия $\varepsilon_1 > \varepsilon_2 > \varepsilon_3$ наибольшая угловая деформация $\gamma_{13} = (\varepsilon_1 - \varepsilon_3)$.

Рассмотрим площадки, равнонаклоненные к главным осям, которые будем называть октаэдрическими площадками. Направляющие косинусы этих площадок относительно главных осей

$$l = m = n = \frac{1}{\sqrt{3}}. \quad (3.19)$$

Линейные деформации по нормали к октаэдрическим площадкам

$$\varepsilon_{\text{окт}} = \frac{1}{3}(\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3), \quad (3.20)$$

что следует из выражения (3.12), если оси x, y, z принять за главные, т. е. положить $\varepsilon_x = \varepsilon_1, \varepsilon_y = \varepsilon_2, \varepsilon_z = \varepsilon_3, \gamma_{xy} = \gamma_{yz} = \gamma_{zx} = 0$ и учесть (3.19). Соответственно угловые деформации в октаэдрических плоскостях определяются по выражению

$$\gamma_{\text{окт}} = \frac{2}{3}\sqrt{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_3)^2 + (\varepsilon_3 - \varepsilon_1)^2}, \quad (3.21)$$

вывод которого объясняется ниже при описании напряженного состояния.

Запишем также выражение для интенсивности деформации или обобщенной деформации в данной точке

$$\varepsilon_i = \frac{3\gamma_{\text{окт}}}{2\sqrt{2}(1+\mu)}, \quad (3.22)$$

где μ — коэффициент Пуассона.

Так как деформации наблюдаются в том случае, когда соседние точки тела (породного массива) получают различные смещения в процессе движения тела, следует считать, что деформированное состояние определено, если известны компоненты смещений как непрерывные функции координат. Таким образом, деформированное состояние в точке тела характеризуется либо тремя компонентами смещения в этой точке u, v, w , либо шестью компонентами тензора деформаций $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z, 1/2\gamma_{xy}, 1/2\gamma_{yz}, 1/2\gamma_{zx}$.

Связь между компонентами смещения и деформации устанавливается с помощью геометрических уравнений. В основе этих уравнений лежат выражения для компонентов смещения двух бесконечно близких точек. Если компоненты смещения u, v, w данной точки с координатами x, y, z

z представить в виде ряда Тейлора и ограничиться линейными членами разложения, то компоненты смещения u_1, v_1, w_1 бесконечно близкой соседней точки с координатами $x + dx, y + dy, z + dz$ выражаются через компоненты смещения данной точки линейными зависимостями следующего вида:

$$\begin{aligned} u_1 &= u + \frac{\partial u}{\partial x} dx + \frac{\partial u}{\partial y} dy + \frac{\partial u}{\partial z} dz, \\ v_1 &= v + \frac{\partial v}{\partial x} dx + \frac{\partial v}{\partial y} dy + \frac{\partial v}{\partial z} dz, \\ w_1 &= w + \frac{\partial w}{\partial x} dx + \frac{\partial w}{\partial y} dy + \frac{\partial w}{\partial z} dz, \end{aligned} \quad (3.23)$$

которые справедливы при условии малости смещения.

Если рассматривать смещения соседних точек, находящихся в одной плоскости, параллельной одной из координатных плоскостей, и, более того, первоначально лежащих на координатных осях, когда одна из точек совпадает с началом координат, то соотношения (3.23) значительно упрощаются. При этом общий характер окончательных выводов не нарушается.

В качестве примера рассмотрим деформирование элементарного параллелепипеда, показанного на рис. 3.2. На рис. 3.4 пунктирными линиями изображена проекция недеформированного элементарного параллелепипеда на координатную плоскость ux с указанием угловых точек A, B, C, D , когда соседние точки A, B, D лежат на координатных осях, а точка A совпадает с началом координат. Здесь же сплошными линиями показано положение этой проекции после смещения элементарного параллелепипеда, сопровождавшегося деформациями ребер и искажением углов. Новое положение угловых точек обозначено A, B_1, C_1, D_1 .

Исследуем компоненты смещения соседних угловых точек A, B, D в плоскости ux . Угловая точка A в принятой системе координат $хyz$ имеет координаты $\{0, 0, 0\}$ и компо-

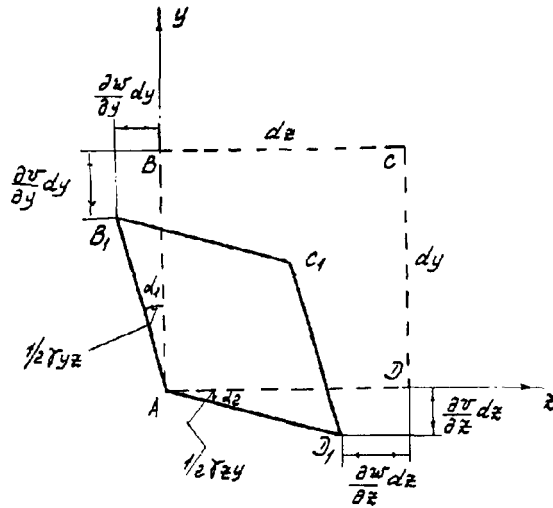


Рис. 3.4. К выводу геометрических уравнений

ненты смещения $u = 0, v = 0, w = 0$. Бесконечно близко лежащая соседняя точка B , расположенная в плоскости yz на оси y , имеет координаты $\{0, dy, 0\}$, а ее компоненты смещения определяются по формулам (3.23), откуда $u_1 = 0$ по условию, так как рассматриваются смещения только в плоскости yz , а компоненты смещения v_1, w_1 при $v = 0, w = 0, dx = 0, dy = 0$ получают выражения

$$v_1 = \frac{\partial v}{\partial y} dy, \quad w_1 = \frac{\partial w}{\partial y} dy$$

и показаны на рис. 3.4 в виде соответствующих размеров.

Бесконечно близко лежащая соседняя точка D , расположенная в той же плоскости yz на оси z , имеет координаты $\{0, 0, dz\}$ и ее компоненты смещения определяются по формулам (3.23), откуда $u_1 = 0$ из условия рассмотрения смещения только в плоскости yz , а компоненты смещения v_1, w_1 при $v = 0, w = 0, dx = 0, dy = 0$ принимают вид

$$v_1 = \frac{\partial v}{\partial z} dz, \quad w_1 = \frac{\partial w}{\partial z} dz$$

и показаны на рис. 3.4 в виде соответствующих размеров.

Теперь, когда известны компоненты смещения соседних точек, легко вычислить соответствующие компо-

ненты деформации. Судя по рис. 3.4, относительная линейная деформация по оси y равна по определению отношению укорочению ребра AB , т. е.

$$\varepsilon_y = \frac{\frac{\partial v}{\partial y} dy}{dy} = \frac{\partial v}{\partial y}. \quad (3.24)$$

Соответствующая угловая деформация, связанная по определению с искажением первоначально прямого угла между ребрами AB и AD за счет поворота ребра AB , равна

$$1/2\gamma_{yz} = \alpha_1 \approx \operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{\frac{\partial w}{\partial y} dy}{dy - \frac{\partial v}{\partial y} dy} = \frac{\frac{\partial w}{\partial y}}{1 - \frac{\partial v}{\partial y}}$$

или с учетом выражения (3.24) и гипотезы о малости деформаций ($\varepsilon_y \ll 1$)

$$1/2\gamma_{yz} = \alpha_1 \approx \operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{\frac{\partial w}{\partial y}}{1 - \varepsilon_y} \approx \frac{\partial w}{\partial y}.$$

Аналогично, рассматривая деформации, связанные со смещениями точки D , получим:

$$\varepsilon_z = \frac{\frac{\partial w}{\partial z} dz}{dz} = \frac{\partial w}{\partial z}, \quad (3.25)$$

$$1/2\gamma_{zy} = \alpha_2 = \frac{\frac{\partial v}{\partial z}}{1 - \varepsilon_z} \approx \frac{\partial v}{\partial z}.$$

Тогда полная деформация первоначально прямого угла BAD , т. е. полная угловая деформация в плоскости yz , будет

$$\gamma_{yz} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}. \quad (3.26)$$

Соответствующим образом можно записать соотношения между компонентами деформации и смещения в других плоскостях xu и zx . В итоге получим геометрические уравнения или уравнения Коши:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x}, & \gamma_{xy} &= \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}, \\ \varepsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial y}, & \gamma_{yz} &= \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y}, \\ \varepsilon_z &= \frac{\partial w}{\partial z}, & \gamma_{zx} &= \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z}, \end{aligned} \right\} \quad (3.27)$$

которые являются фундаментальными уравнениями механики деформируемого твердого тела, так как не зависят от физических свойств тела.

Для состояния плоской деформации в цилиндрической системе координат, которой соответствует тензор деформаций в виде второй формулы (3.3) и которая чаще всего анализируется при исследовании деформаций породного массива вокруг горизонтальных выработок, геометрические уравнения записываются в виде:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_r &= \frac{\partial u}{\partial r}, & \varepsilon_\theta &= \frac{u}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta}, \\ \gamma_{r\theta} &= \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r}. \end{aligned} \right\} \quad (3.28)$$

Если при этом наблюдается осесимметричная деформация с осью симметрии z , обычно совмещаемой с продольной осью выработки, геометрические уравнения (3.28) упрощаются и записываются в виде:

$$\varepsilon_r = \frac{du}{dr}, \quad \varepsilon_\theta = \frac{u}{r}. \quad (3.29)$$

Вернемся к анализу геометрических уравнений (3.27). Чтобы выразить компоненты смещения через деформа-

ции, необходимо решить систему из шести уравнений (3.27) относительно трех неизвестных. Такая система уравнений является переопределенной, так как содержит три лишних уравнения и может иметь решение только в том случае, если между шестью компонентами деформации существуют определенные соотношения, при которых система уравнений (3.27) становится совместной. Иными словами, из анализа (3.27) следует, что компоненты деформации $\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z, \gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{zx}$, выраженные через компоненты смещения u, v, w , не могут быть заданы произвольно.

Соотношения между ними должны отражать тот факт, что сплошность тела в процессе деформирования не нарушается. Эти соотношения получаются из уравнений (3.27) в результате исключения компонентов деформации путем дифференцирования, последующего сложения и вычитания уравнений в определенной последовательности. В итоге будем иметь систему уравнений совместности или неразрывности деформаций, или уравнений Сен-Венана:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial x^2} &= \frac{\partial^2 \gamma_{xy}}{\partial x \partial y}, \\ \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_z}{\partial y^2} &= \frac{\partial^2 \gamma_{yz}}{\partial y \partial z}, \\ \frac{\partial^2 \varepsilon_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial z^2} &= \frac{\partial^2 \gamma_{zx}}{\partial z \partial x}, \\ \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x} + \frac{\partial \gamma_{zx}}{\partial y} - \frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z} \right) &= 2 \frac{\partial^2 \varepsilon_z}{\partial x \partial y}, \\ \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \gamma_{zx}}{\partial y} + \frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z} - \frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x} \right) &= 2 \frac{\partial^2 \varepsilon_x}{\partial y \partial z}, \\ \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z} + \frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x} - \frac{\partial \gamma_{zx}}{\partial y} \right) &= 2 \frac{\partial^2 \varepsilon_y}{\partial z \partial x} \end{aligned} \right\} \quad (3.30)$$

свидетельствующих о том, что тело, сплошное и непрерывное до деформации, остается таковым и после деформации. Уравнения (3.30) являются математическим выражением основополагающей гипотезы о сплошности и фундаментальными уравнениями в механике деформируемого твердого тела.

В случае плоской деформации из геометрических уравнений (3.28) получаем соответствующее уравнение неразрывности деформаций:

$$\frac{\partial^2 \varepsilon_r}{\partial \theta^2} + r \frac{\partial^2 (r \varepsilon_\theta)}{\partial r^2} - r \frac{\partial \varepsilon_r}{\partial r} - \frac{\partial^2 (r \gamma_{r\theta})}{\partial r \partial \theta} = 0. \quad (3.31)$$

Если помимо плоской деформации имеет место также осесимметричная деформация с осью симметрии z , соответствующее уравнение неразрывности деформаций можно получить, дифференцируя по r второе геометрическое уравнение (3.29)

$$\frac{d\varepsilon_\theta}{dr} = \frac{1}{r} \frac{du}{dr} - \frac{u}{r^2}$$

и затем исключая из правой части смещение u с помощью (3.29):

$$\frac{d\varepsilon_\theta}{dr} = \frac{1}{r} \varepsilon_r - \frac{1}{r} \varepsilon_\theta.$$

В итоге получим уравнение неразрывности деформаций

$$\frac{d\varepsilon_\theta}{dr} = \frac{\varepsilon_\theta - \varepsilon_r}{r} = 0. \quad (3.32)$$

3.2.4. Напряженное состояние

Деформированное состояние тела (порodного массива) формируется, как отмечалось выше, в результате различных смещений соседних точек тела. Причиной смещений могут быть внутренние силы, распределенные по объ-

ему тела (например, силы тяжести горных пород в породном массиве), или внешние силы, распределенные по поверхности (например, силы на поверхности земли или породном обнажении в горных выработках). Независимо от природы этих сил всегда можно представить площадки внутри тела или на его поверхности, по которым действуют эти силы, и характеризовать силовое воздействие плотностью этих сил или полным напряжением. Условимся в дальнейшем, что полным напряжением p_v в точке тела на площадке с заданной нормалью v называется предел отношения равнодействующей внутренних или внешних усилий, приходящихся на площадку (в зависимости от того, где расположена площадка: внутри или на поверхности), к площади этой площадки, если последняя стремится к нулю.

Во многих реальных телах, таких как породный массив, с конечными размерами слагающих структурных элементов площадь рассматриваемой площадки устремляется не к нулю, а к площади некоторой элементарной площадки, имеющей конечные размеры. Следовательно, механический смысл понятия «напряжение» в реальных и в идеальных сплошных телах отличается тем меньше, чем меньше размеры элементарной площадки по сравнению с размерами объекта исследования.

Полное напряжение \bar{p}_v , как векторную величину, можно разложить на две составляющие: нормальное напряжение σ_v , параллельное нормали v , и касательное напряжение τ_v , лежащее в плоскости площадки. Если одну из координатных осей прямоугольной системы координат совместить с нормалью v , а две другие с плоскостью площадки, касательное напряжение τ_v можно разложить на две составляющие по координатным осям в плоскости площадки. Таким образом, при указанном расположении координатных осей относительно элементарной площадки всегда можно разложить полное напряжение на три составляющие: одно нормальное и два касательных напряжения.

Для исследования напряженного состояния в точке следует рассмотреть элементарный объем, например, в виде элементарного параллелепипеда, вырезанного в окрестности данной точки плоскостями, параллельными координатным плоскостям декартовой системы координат x, y, z (см. рис. 3.5).

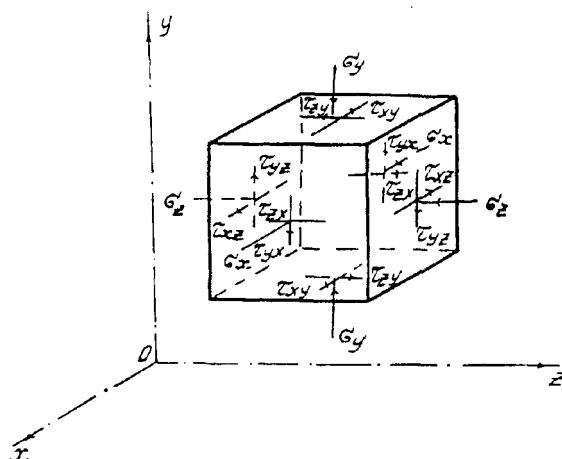
Размеры граней элементарного параллелепипеда соответствуют размерам элементарной площадки, и в этом смысле рассматриваемый элементарный объем является достаточно малым по сравнению с объемом объекта исследования. Полные напряжения, действующие на каждую из элементарных площадок, которые являются гранями элементарного параллелепипеда, можно, как указывалось выше, разложить на три составляющие (одно нормальное и два касательных напряжения), параллельные координатным осям.

Если при оценке напряженного состояния в точке тела учитывать достаточно малые размеры элементарного параллелепипеда и пренебречь его объемным весом, то одноименные и параллельные напряжения для каждой пары параллельных граней можно считать практически одинаковыми. Тогда напряженное состояние в точке можно охарактеризовать девятью составляющими напряжений, которые принято называть компонентами напряжений или компонентами напряженного состояния (три нормальных и шесть касательных компонентов напряжений). Следует обратить внимание на аналогию с девятью компонентами деформированного состояния.

Условимся в дальнейшем нормальные напряжения обозначать σ с соответствующим индексом, указывающим на ту ось, параллельно которой направлено напряжение. Учитывая, что в задачах геомеханики нормальные напряжения являются, как правило, сжимающими, будем считать сжимающие нормальные напряжения, направленные по внутренней нормали к элементарной площадке,

Рис. 3.5. К определению напряженного состояния породного массива

положительными, а растягивающие нормальные напряжения, направленные по внешней нормали к элементарной площадке, отрицательными.



Касательные напряжения условимся обозначать τ с двумя индексами: первый указывает на ту координатную ось, параллельно которой направлено касательное напряжение, а второй — какой оси перпендикулярна площадка, в которой лежит касательное напряжение. Правило знаков для касательных напряжений следующее: за положительное направление касательного напряжения принимается положительное направление координатной оси, которой параллельно это напряжение, если нормальное напряжение, действующее на ту же элементарную площадку, также направлено по положительному направлению соответствующей оси; если направления касательного и соответствующего нормального напряжений совпадают с отрицательными направлениями координатных осей, касательное напряжение также считается положительным; во всех других случаях касательные напряжения будут отрицательными. В качестве иллюстрации на рис. 3.5 показаны положительные компоненты напряженного состояния.

Совокупность девяти компонентов напряженного состояния в рассматриваемой прямоугольной системе координат можно записать в виде симметричной квадратной матрицы

$$\mathbf{T}_H = \begin{Bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{Bmatrix}, \quad (3.33)$$

которую в дальнейшем будем называть тензором напряжений. По главной диагонали в матрице (3.33) располагаются компоненты нормальных напряжений $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$, симметрично главной диагонали располагаются попарно равные касательные напряжения согласно условию о взаимности или парности касательных напряжений:

$$\tau_{xy} = \tau_{yx}, \quad \tau_{yz} = \tau_{zy}, \quad \tau_{zx} = \tau_{xz}, \quad (3.34)$$

справедливость которого доказывается ниже.

При анализе напряженного состояния породного массива вокруг горных выработок, когда используется цилиндрическая система координат $r\theta z$, элементарный объем с положительными компонентами напряженного состояния имеет вид, показанный на рис. 3.6. Соответствующий тензор напряжений записывается следующим образом:

$$\mathbf{T}_H = \begin{Bmatrix} \sigma_r & \tau_{r\theta} & \tau_{rz} \\ \tau_{\theta r} & \sigma_\theta & \tau_{\theta z} \\ \tau_{zr} & \tau_{z\theta} & \sigma_z \end{Bmatrix}. \quad (3.35)$$

В случае плоской деформации в плоскостях xu или $r\theta$ тензоры напряжений записываются в виде

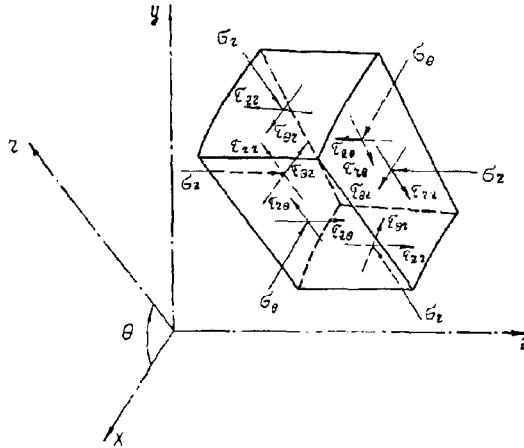
$$\mathbf{T}_H = \begin{Bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & 0 \\ \tau_{yx} & \sigma_y & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_z \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{T}_H = \begin{Bmatrix} \sigma_r & \tau_{r\theta} & 0 \\ \tau_{\theta r} & \sigma_\theta & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_z \end{Bmatrix}. \quad (3.36)$$

Для осесимметричной деформации с осью симметрии z имеем тензор напряжений

$$\mathbf{T}_H = \begin{Bmatrix} \sigma_r & 0 & \tau_{rz} \\ 0 & \sigma_\theta & 0 \\ \tau_{zr} & 0 & \sigma_z \end{Bmatrix}, \quad (3.37)$$

Рис. 3.6. К определению напряженного состояния породного массива вокруг протяженных горных выработок

а при наличии плоской и осесимметричной деформации одновременно имеем наиболее простой случай напряженного состояния с тензором напряжений



$$T_n = \begin{Bmatrix} \sigma_r, & 0, & 0, \\ 0, & \sigma_\theta, & 0, \\ 0, & 0, & \sigma_z \end{Bmatrix}. \quad (3.38)$$

Проанализируем напряженное состояние в точке тела (породного массива), полагая, что компоненты тензора напряжений в этой точке известны. Ниже приведенный анализ выполнен применительно к тензору напряжений (3.33), но его результаты легко могут быть распространены на другие системы координат и при наличии элементов симметрии в деформированном состоянии. Достаточно произвести замену соответствующих компонентов напряжений согласно (3.34) — (3.38).

Если ввести так называемое среднее напряжение

$$\sigma_{cp} = \frac{1}{3}(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z), \quad (3.39)$$

тензор напряжений (3.33) можно разложить на два составляющих тензора:

$$T_n = T_n^o + D_n, \quad (3.40)$$

где T_n^o — шаровой тензор напряжений, имеющий вид

$$\mathbf{T}_H^o = \begin{Bmatrix} \sigma_{cp}, & 0, & 0, \\ 0, & \sigma_{cp}, & 0, \\ 0, & 0, & \sigma_{cp} \end{Bmatrix} \quad (3.41)$$

и характеризующий напряженное состояние, определяемое деформацией объема в точке; \mathbf{D}_H — девиатор напряжений, имеющий вид

$$\mathbf{D}_H = \begin{Bmatrix} \sigma_x - \sigma_{cp}, & 1/2\tau_{xy}, & 1/2\tau_{xz}, \\ 1/2\tau_{yx}, & \sigma_y - \sigma_{cp}, & 1/2\tau_{yz}, \\ 1/2\tau_{zx}, & 1/2\tau_{zy}, & \sigma_z - \sigma_{cp} \end{Bmatrix} \quad (3.42)$$

и характеризующий напряженное состояние, определяемое деформацией формоизменения в данной точке.

Рассмотрим элементарную площадку с нормалью ν , наклонную к координатным осям x, y, z и расположенную внутри тела или на его поверхности. Тогда полное напряжение \bar{p}_ν , действующее по этой наклонной площадке (и называемое внешним напряжением, если площадка расположена на поверхности тела), будет связано с компонентами тензора напряжений следующим образом.

На рис. 3.7 показан элементарный объем в виде тетраэдра, три грани которого совпадают с координатными плоскостями, а четвертая грань с нормалью ν наклонена к ним. Полное напряжение \bar{p}_ν , действующее по последней грани, имеет проекции на координатные оси: $P_{x\nu}, P_{y\nu}, P_{z\nu}$. На остальных гранях показаны нормальные и касательные напряжения, соответствующие компонентам тензора напряжений:

$$\sigma_x, \tau_{zx}, \tau_{yx}; \sigma_y, \tau_{zy}, \tau_{xy}; \sigma_z, \tau_{yz}, \tau_{xz}.$$

Составим условия равновесия сил, действующих по граням, в проекции на оси координат:

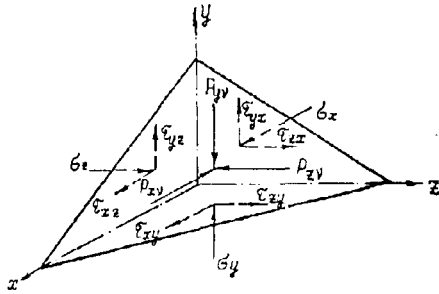


Рис. 3.7. К определению напряжений по наклонной площадке

$$\begin{aligned} p_{xv} F_v &= \sigma_x F_x + \tau_{xy} F_y + \tau_{xz} F_z, \\ p_{yv} F_v &= \tau_{yx} F_x + \sigma_y F_y + \tau_{yz} F_z, \\ p_{zv} F_v &= \tau_{zx} F_x + \tau_{zy} F_z + \sigma_z F_z, \end{aligned}$$

где F_v, F_x, F_y, F_z — площади граней элементарного тетраэдра, имеющие нормали v, x, y, z . Поделив левые и правые части этих уравнений на F_v и помня, что отношения площадей граней тетраэдра представляют соответствующие направляющие косинусы

$$\frac{F_x}{F_v} = \cos(xv) = l, \quad \frac{F_y}{F_v} = \cos(yv) = m, \quad \frac{F_z}{F_v} = \cos(zv) = n,$$

получим уравнения

$$\begin{aligned} p_{xv} &= \sigma_x l + \tau_{xy} m + \tau_{xz} n, \\ p_{yv} &= \tau_{yx} l + \sigma_y m + \tau_{yz} n, \\ p_{zv} &= \tau_{zx} l + \tau_{zy} m + \sigma_z n, \end{aligned} \quad (3.43)$$

которые устанавливают связь между проекциями на координатные оси полного напряжения \bar{p}_v по наклонной площадке и компонентами тензора напряжений в данной точке тела.

Если наклонная площадка расположена на поверхности, соотношения (3.43) имеют смысл статических граничных условий в напряжениях, которые связывают проекции p_{xv}, p_{yv}, p_{zv} внешнего напряжения \bar{p}_v с компонентами напряженного состояния тела вблизи поверхности.

Если известны компоненты (3.43), полное напряжение определяется по выражению

$$p_v^2 = p_{xv}^2 + p_{yv}^2 + p_{zv}^2, \quad (3.44)$$

а соответствующее нормальное напряжение σ_v по наклонной площадке получим, проектируя компоненты (3.43) на нормаль v , т. е.

$$\sigma_v = p_{xv} l + p_{yv} m + p_{zv} n.$$

После подстановки в последнюю формулу выражений (3.43) будем иметь

$$\sigma_v = \sigma_x l^2 + \sigma_y m^2 + \sigma_z n^2 + 2\tau_{xy} lm + 2\tau_{yz} mn + 2\tau_{zx} nl. \quad (3.45)$$

Произведя замену σ_v в левой части (3.45) на ϵ и замену компонентов тензора напряжений (3.33) в правой части (3.45) на соответствующие компоненты тензора деформаций (3.1), получим ранее приведенное без вывода выражение (3.12) для линейной деформации по произвольному направлению.

Касательное напряжение по наклонной площадке τ_v определим из уравнения

$$\tau_v^2 = p_v^2 - \sigma_v^2. \quad (3.46)$$

Среди бесчисленного множества наклонных площадок в данной точке имеются три взаимно перпендикулярные площадки с касательными напряжениями $\tau_v = 0$ и нормальными напряжениями $\sigma_v = p_v$. Такие площадки называются главными, а действующие на них нормальные напряжения имеют стационарные значения для данной точки и называются главными нормальными напряжениями. Величины главных напряжений условимся в дальнейшем обозначать $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$, полагая $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$.

Чтобы определить величины главных напряжений и ориентацию главных площадок, поступим следующим образом. Спроектируем искомое главное напряжение σ на оси координат:

$$\sigma l = p_{xv}, \quad \sigma m = p_{yv}, \quad \sigma n = p_{zv}$$

и, подставив в левые части уравнений (3.43), получим систему уравнений

$$\left. \begin{aligned} \sigma l &= \sigma_x l + \tau_{xy} m + \tau_{xz} n, \\ \sigma m &= \tau_{yx} l + \sigma_y m + \tau_{yz} n, \\ \sigma n &= \tau_{zx} l + \tau_{zy} m + \sigma_z n, \end{aligned} \right\}$$

которую удобно переписать следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} (\sigma_x - \sigma)l + \tau_{xy} m + \tau_{xz} n &= 0, \\ \tau_{yx} l + (\sigma_y - \sigma)m + \tau_{yz} n &= 0, \\ \tau_{zx} l + \tau_{zy} m + (\sigma_z - \sigma)n &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (3.47)$$

Добавим к этой системе известное из аналитической геометрии соотношение для направляющих косинусов

$$l^2 + m^2 + n^2 = 1, \quad (3.48)$$

образуя таким образом систему из четырех уравнений относительно неизвестных σ, l, m, n .

Так как уравнения (3.47) однородны, а направляющие косинусы l, m, n , судя по (3.48), одновременно не могут равняться нулю, определитель системы (3.47) равен нулю:

$$\begin{vmatrix} \sigma_x - \sigma & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y - \sigma & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z - \sigma \end{vmatrix} = 0, \quad (3.49)$$

раскрывая который получаем следующее кубическое уравнение для нахождения главных напряжений $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$:

$$\sigma^3 - \sigma^I \sigma^2 + \sigma^{II} \sigma - \sigma^{III} = 0. \quad (3.50)$$

Коэффициенты уравнения (3.50) записываются через компоненты тензора напряжений следующим образом:

$$\sigma^I = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z, \quad (3.51)$$

$$\sigma^{\text{II}} = \sigma_x \sigma_y + \sigma_y \sigma_z + \sigma_z \sigma_x - \tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2, \quad (3.52)$$

$$\sigma^{\text{III}} = \sigma_x \sigma_y \sigma_z + 2\tau_{xy} \tau_{yz} \tau_{zx} - \sigma_x \tau_{yz}^2 - \sigma_y \tau_{zx}^2 - \sigma_z \tau_{xy}^2 \quad (3.53)$$

и называются инвариантами тензора напряжений, так как инвариантны по отношению к преобразованию координат. Главные напряжения $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ и инварианты $\sigma^{\text{I}}, \sigma^{\text{II}}, \sigma^{\text{III}}$ имеют фундаментальное значение для характеристики напряженного состояния в рассматриваемой точке.

Произведя замену инвариантов тензора напряжений в левых частях формул (3.51), (3.52), (3.53) на соответствующие инварианты тензора деформаций и замену компонентов тензора напряжений (3.33) в правых частях формул (3.51), (3.52), (3.53) на соответствующие компоненты тензора деформаций (3.1), получим ранее приведенное без вывода уравнение (3.14) и формулы (3.15), (3.16), (3.17) для инвариантов тензора деформаций.

Если теперь внести какое-либо из полученных значений главных напряжений σ_i ($i = 1, 2, 3$) в уравнения (3.47) и воспользоваться двумя из них, добавив (3.48), получим систему уравнений для нахождения направляющих косинусов l_i, m_i, n_i , определяющих положение главной площадки, в которой действует главное напряжение σ_i . В результате получим три взаимно перпендикулярные главные площадки. В механике деформируемого твердого тела строго доказывается, что в изотропном теле координатные оси, нормальные главным площадкам, т. е. параллельные главным напряжениям, будут главными осями деформации.

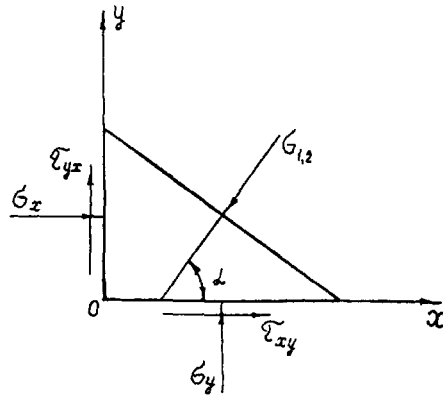
В частном случае плоской деформации в плоскости xu (рис. 3.8) главные напряжения определяются через компоненты тензора напряжений (3.3) по формуле

$$\left. \begin{array}{l} \sigma_1 \\ \sigma_2 \end{array} \right\} = \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) \pm \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2}, \quad (3.54)$$

Рис. 3.8. К определению напряжений по наклонной площадке в случае плоской деформации

а направление соответствующих главных напряжений составляет с осью x угол α , определяемый из уравнения

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sigma_{1,2} - \sigma_x}{\tau_{xy}}. \quad (3.55)$$



Если через главные оси провести площадки, делящие пополам угол между двумя другими осями, получим три пары площадок, по которым действуют касательные напряжения, имеющие относительные максимумы (называемые также главными касательными напряжениями):

$$\begin{aligned} \tau_{12} &= \pm \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2), \\ \tau_{23} &= \pm \frac{1}{2}(\sigma_2 - \sigma_3), \\ \tau_{31} &= \pm \frac{1}{2}(\sigma_3 - \sigma_1). \end{aligned} \quad (3.56)$$

При соблюдении соотношения $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ наибольшим касательным напряжением будет $\tau_{31} = \frac{1}{2}(\sigma_3 - \sigma_1)$, действующее по площадке, делящей пополам угол между σ_1 и σ_3 .

Рассмотрим октаэдрические площадки, проходящие через заданную точку. Полное напряжение по такой площадке определяется из выражения

$$p_v^2 = \frac{1}{3}(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2), \quad (3.57)$$

которое получим, используя выражения (3.43), (3.44) и учитывая, что координатные плоскости совпадают с глав-

ными площадками. Далее на основании (3.45) также с учетом совпадения координатных плоскостей с главными площадками находим нормальное напряжение по октаэдрической площадке

$$\sigma_{\text{окт}} = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3). \quad (3.58)$$

Используя (3.57) и (3.58), по формуле (3.46) вычислим касательное напряжение по октаэдрической площадке

$$\tau_{\text{окт}} = \frac{1}{3}\sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}. \quad (3.59)$$

Совершенно очевидно, что эти напряжения имеют одинаковое значение для всех октаэдрических площадок (их четыре) в данной точке. Последняя формула (3.59) может быть использована при выводе соответствующего выражения для угловых деформаций в октаэдрических плоскостях (3.21), если компоненты главных напряжений $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ в (3.59) заменить на соответствующие компоненты главных деформаций $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ и удвоить полученное выражение для определения полных угловых деформаций.

Для характеристики напряженного состояния также вводится понятие интенсивности напряжения или обобщенного напряжения

$$\sigma_i = \frac{3}{\sqrt{2}}\tau_{\text{окт}}, \quad (3.60)$$

широко используемое при оценке предельного напряженного состояния в рассматриваемой точке тела.

При переходе от напряженного состояния в точке к напряженному состоянию в объеме необходимо рассмотреть связь компонентов напряжений в ближайших точках объема. Рассмотрим точку элементарного объема (рис. 3.9), которая совпадает с центром невидимой грани, параллельной координатной плоскости zy , где действуют нормальные напряжения σ_x и касательные напряжения τ_{yx} и τ_{zx} .

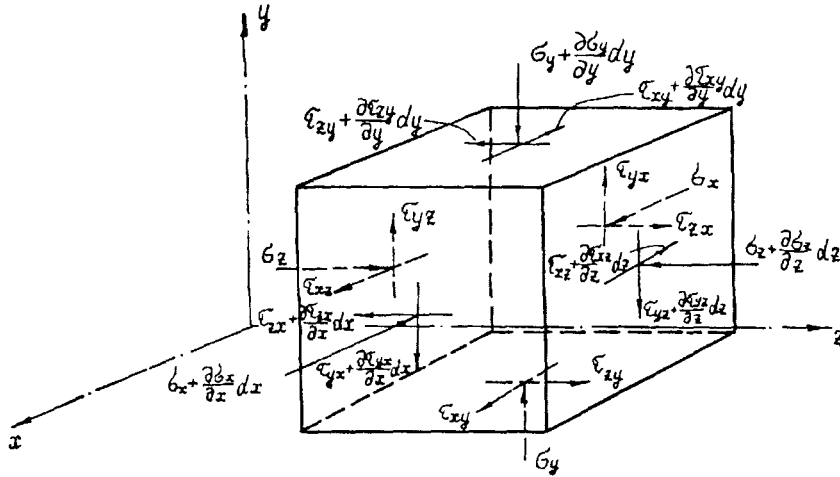


Рис. 3.9. К выводу уравнений равновесия и условия взаимности касательных напряжений

Предположим, что указанная точка имеет координаты x , y , z . Далее рассмотрим бесконечно близко к ней расположенную точку с координатами $x + dx$, $y + dy$, $z + dz$, лежащую на видимой грани элементарного параллелепипеда, также параллельной координатной плоскости. Чтобы определить компоненты напряжений в последней точке σ_x^* , τ_{yx}^* , τ_{zx}^* , представим компоненты напряжений в окрестности первой точки в виде ряда Тейлора и ограничимся линейными членами разложения. Тогда получим:

$$\begin{aligned}
 \sigma_x^* &= \sigma_x + \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} dx + \frac{\partial \sigma_x}{\partial y} dy + \frac{\partial \sigma_x}{\partial z} dz, \\
 \tau_{yx}^* &= \tau_{yx} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} dx + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} dy + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial z} dz, \\
 \tau_{zx}^* &= \tau_{zx} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} dx + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial y} dy + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} dz.
 \end{aligned} \tag{3.61}$$

Если предположить, что соседняя точка лежит в центре видимой грани, т. е. на прямой, параллельной оси x , ее

координатами будут $x + dx$, y , z . Иными словами, в этом случае приращения координат $dy = 0$, $dz = 0$. Тогда формулы (3.61) преобразуются к виду

$$\begin{aligned}\sigma_x^* &= \sigma_x + \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} dx, \\ \tau_{yx}^* &= \tau_{yx} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} dx, \\ \tau_{zx}^* &= \tau_{zx} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} dx\end{aligned}\quad (3.62)$$

и определяют показанные на рис. 3.9 компоненты напряжений на видимой грани, параллельной координатной плоскости zy .

Аналогичным образом построены и показаны на рис. 3.9 компоненты напряжений по другим граням элементарного параллелепипеда. При этом соблюдается принятое выше условие: на невидимых гранях действуют компоненты тензора напряжений (3.33), а на видимых бесконечно близко расположенных гранях — соответствующие компоненты с положительными дифференциальными приращениями напряжений.

Показанные на рис. 3.9 напряжения по граням элементарного параллелепипеда, будучи умноженными на площади соответствующих граней, представляют равнодействующие сил, распределенных по поверхности. Помимо этих сил, на элементарный параллелепипед действуют объемные силы, т. е. распределенные по его объему, например силы тяжести в породном массиве. Предположим, что объемные силы распределены равномерно, их равнодействующая приложена в геометрическом центре элементарного параллелепипеда и имеет проекции на оси координат x , y , z соответственно в виде:

$$X\rho dx dy dz, \quad Y\rho dx dy dz, \quad Z\rho dx dy dz,$$

где $dx dy dz$ — объем элементарного параллелепипеда; ρ — плотность материала (горной породы); X , Y , Z — проек-

ции соответственно на оси x , y , z объемной силы, отнесенной к единице массы.

Для элементарного объема, находящегося в равновесии, должны удовлетворяться шесть условий равновесия: три условия, отражающих равенство нулю сумм проекций действующих сил на координатные оси; три условия, отражающих равенство нулю сумм моментов действующих сил относительно координатных осей. Рассмотрим первые три условия равновесия и запишем условие равенства нулю суммы проекций действующих сил на ось x , считая силы, действующие по отрицательному направлению оси x , положительными:

$$\left(\sigma_x + \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} dx \right) dydz - \sigma_z dydz + \left[\tau_{yx} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} dx \right] dx dz - \tau_{yx} dx dz + \\ + \left[\tau_{xz} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} dz \right] dx dy - \tau_{xz} dx dy + X \rho dx dy dz = 0.$$

Раскрыв скобки и поделив все члены на объем элементарного параллелепипеда, получим первое условие равновесия. Аналогичным образом могут быть построены два других условия равновесия при проектировании действующих сил на оси y и z . В итоге получим фундаментальные уравнения статического равновесия:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + \rho X &= 0, \\ \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} + \rho Y &= 0, \\ \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \rho Z &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (3.63)$$

Рассмотрим следующие три условия равновесия, располагая начало координат в центре элементарного параллелепипеда и направляя координатные оси параллельно его ребрам, что упрощает анализ, так как в этом случае

моменты относительно координатных осей создают только равнодействующие касательных сил. Так, условие равенства нулю моментов действующих сил относительно оси x запишется в следующем виде, если моменты, направленные против часовой стрелки, считать положительными:

$$\left(\tau_{zy} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} dy \right) dx dz \frac{dy}{2} + \tau_{zy} dx dz \frac{dy}{2} - \left(\tau_{yz} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} dz \right) dx dy \frac{dz}{2} - \tau_{yz} dx dy \frac{dz}{2} = 0.$$

Раскрыв скобки, исключим из уравнения бесконечно малые члены четвертого порядка, оставляя только бесконечно малые третьего порядка:

$$\tau_{zy} dx dy dz - \tau_{yz} dx dy dz = 0.$$

После аналогичной записи уравнений моментов относительно координатных осей y и z и последующего их преобразования в итоге получим ранее записанное (3.34) условие взаимности или парности касательных напряжений:

$$\tau_{xy} = \tau_{yx}; \quad \tau_{yz} = \tau_{zy}; \quad \tau_{zx} = \tau_{xz},$$

дополняющее уравнения статического равновесия.

В частном случае плоской деформации, например в плоскости $r\theta$ при анализе напряженного состояния породного массива вокруг горных выработок в цилиндрической системе координат (см. рис. 3.6), уравнения равновесия записываются в виде

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial \theta} + \frac{\sigma_\theta - \sigma_r}{r} + \rho R = 0, \\ \frac{\partial \tau_{\theta r}}{\partial r} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta} + 2\tau_{\theta r} \right) + \rho \theta = 0, \end{aligned} \right\} \quad (3.64)$$

где R , θ — проекции соответственно на оси r и θ объемной силы, отнесенной к единице массы; $\tau_{r\theta} = \tau_{\theta r}$ — согласно условию взаимности касательных напряжений.

Если кроме плоской деформации в плоскости $r\theta$ наблюдается осесимметричное деформирование с осью симметрии z , соответствующее уравнение равновесия записывается следующим образом:

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} + R\rho = 0, \quad (3.65)$$

где R — проекция на ось r объемной силы, отнесенной к единице массы.

3.2.5. Физические уравнения и геомеханические модели

Приведенные выше уравнения равновесия, неразрывности деформаций и геометрические являются общими или фундаментальными уравнениями механики деформируемого твердого тела независимо от механических свойств тела. Основное и обязательное условие справедливости этих уравнений — это сплошность или неразрывность тела как до начала деформации, так и после деформации. Кроме того, приведенная форма записи соответствует малым деформациям.

Вместе с тем общих уравнений недостаточно для исследования напряженно-деформированного состояния тела. Необходимы дополнительные физические уравнения, связывающие деформации с напряжениями, т. е. отражающие физические особенности развития деформации.

В зависимости от физического состояния тела его физические уравнения включают компоненты напряжений, деформации, физические константы, температуру, время и соответствующие производные по времени. Общая форма записи физических уравнений, включающая все перечисленные параметры, представляется сложной. Эта задача еще более усложняется при исследовании механических процессов в породных массивах, где механи-

ческие свойства горных пород зависят не только от их физического состояния, действующих напряжений, температуры, времени, но и от координат в силу неоднородности породных массивов. Кроме того, такая общая постановка задачи в геомеханике на данном этапе развития исследований, когда механические свойства пород и породных массивов изучены недостаточно, представляется нецелесообразной. В настоящее время в геомеханике наиболее приемлемыми и практически оправданными являются идеализированные математические модели породного массива, отражающие основное или комплекс основных механических свойств массива, которые называются геомеханическими моделями и которым соответствуют определенные физические уравнения.

Большинство горных пород обнаруживает линейную связь между напряжениями и деформациями до нагрузок определенной величины: для одних пород (таких как граниты, песчаники) эти нагрузки достаточно велики и близки к разрушающим, для других (например, глины) — весьма ограничены. Кроме того, к линейно-деформируемому можно отнести также и раздельно-зернистые, блочные и трещиноватые породные массивы в области сжимающих напряжений, которые обычно наблюдаются под действием сил гравитации или сил тяжести горных пород. Таким образом, в отличие от механики деформируемого твердого тела, где рассматривается модель упругой среды, деформационные свойства которой одинаковы во всем диапазоне нагрузок (сжимающих и растягивающих), в геомеханике обычно применяется модель линейно-деформируемого породного массива, отражающая деформационные свойства различных по структуре пород в диапазоне сжимающих напряжений.

Рассматривая модель линейно-деформируемого породного массива, необходимо учитывать различие деформационных свойств пород для разных направлений,

т. е. анизотропию пород, которую правильнее называть геометрической анизотропией. Не останавливаясь на общем случае геометрической анизотропии, отметим лишь, что в геомеханике чаще всего исследуются два ее частных случая: 1) через каждую точку породного массива проходит поверхность изотропии, в которой все направления являются эквивалентными в отношении деформационных свойств (такой поверхностью может быть, например, плоскость напластования), и породный массив будет трансверсально-изотропным; 2) все направления, проходящие через каждую точку массива, эквивалентны или почти эквивалентны (горные породы квазиизотропны) и можно с допустимой погрешностью рассматривать модель изотропного породного массива.

Если деформационные свойства породного массива в различных точках по параллельным направлениям различны (иными словами, являются функциями координат), такой массив будем называть неоднородным в отношении деформационных свойств. Так же как при оценке анизотропии, можно рассматривать определенную симметрию неоднородности породного массива, что значительно упрощает физические уравнения.

Физические уравнения для линейно-деформируемого породного массива могут включать в качестве параметра температуру, если изменения температурного поля приводят к изменению напряженно-деформированного состояния в диапазоне линейной зависимости между напряжениями и деформациями. В большинстве подобных задач геомеханики температурное поле имеет определенную симметрию (например, осевую вокруг протяженных выработок). Последнее обстоятельство также упрощает физические уравнения.

Для геомеханической модели линейно-деформируемого однородного изотропного массива имеем физические уравнения в виде обобщенного закона Гука, которые

в прямоугольной системе координат записываются следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{1}{E} [\sigma_x - \mu(\sigma_y + \sigma_z)], & \gamma_{xy} &= \frac{\tau_{xy}}{G}, \\ \varepsilon_y &= \frac{1}{E} [\sigma_y - \mu(\sigma_x + \sigma_z)], & \gamma_{yz} &= \frac{\tau_{yz}}{G}, \\ \varepsilon_z &= \frac{1}{E} [\sigma_z - \mu(\sigma_x + \sigma_y)], & \gamma_{zx} &= \frac{\tau_{zx}}{G}, \end{aligned} \right\} \quad (3.66)$$

где E — модуль деформации; μ — коэффициент Пуассона; G — модуль сдвига, который связан с двумя предыдущими характеристиками деформационных свойств зависимостью

$$G = \frac{E}{2(1 + \mu)}. \quad (3.67)$$

Для рассматриваемой модели справедливо также уравнение

$$\tau_{\text{окт}} = G\gamma_{\text{окт}}, \quad (3.68)$$

откуда с учетом выражений (3.21) и (3.59) следует широко используемое физическое уравнение

$$\sigma_i = E\varepsilon_i. \quad (3.69)$$

Если принять во внимание приведенные выше разложения тензоров деформаций (3.9) и напряжений (3.40) на шаровые тензоры и девиаторы, можно записать физические уравнения, отражающие изменение объема породного массива

$$\mathbf{T}_n^o = \frac{E}{1 - 2\mu} \mathbf{T}_d^o \quad \text{или} \quad \sigma_{\text{ср}} = \frac{E}{3(1 - 2\mu)} (\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z) \quad (3.70)$$

и его формоизменение при деформировании

$$\mathbf{D}_n = 2G\mathbf{D}_d. \quad (3.71)$$

Раскрывая тензорную форму записи (3.71), получим следующую систему уравнений

$$\begin{aligned}\sigma_x - \sigma_{cp} &= 2G(\varepsilon_x - \varepsilon_{cp}), & \tau_{xy} &= 2G(1/2\gamma_{xy}), \\ \sigma_y - \sigma_{cp} &= 2G(\varepsilon_y - \varepsilon_{cp}), & \tau_{yz} &= 2G(1/2\gamma_{yz}), \\ \sigma_z - \sigma_{cp} &= 2G(\varepsilon_z - \varepsilon_{cp}), & \tau_{zx} &= 2G(1/2\gamma_{zx}).\end{aligned}\quad (3.72)$$

В случае плоской деформации в плоскостях, параллельных координатной плоскости xu , например в плоскости поперечного сечения горизонтальной выработки, когда, судя по тензору деформаций (3.3), $\varepsilon_z = 0$, $1/2\gamma_{xz} = 0$, $1/2\gamma_{yz} = 0$, из третьего уравнения (3.66) будем иметь

$$\sigma_z = \mu(\sigma_x + \sigma_y) \quad (3.73)$$

и система физических уравнений (3.66) преобразуется к виду

$$\left. \begin{aligned}\varepsilon_x &= \frac{1}{E^*}(\sigma_x - \mu^* \sigma_y), \\ \varepsilon_y &= \frac{1}{E^*}(\sigma_y - \mu^* \sigma_x), \\ \gamma_{xy} &= \frac{\tau_{xy}}{G},\end{aligned}\right\} \quad (3.74)$$

где введены условные обозначения

$$E^* = \frac{E}{1-\mu^2}, \quad \mu^* = \frac{\mu}{1-\mu}. \quad (3.75)$$

Если перейти к цилиндрической системе координат, совмещая с поперечными сечениями выработки координатные плоскости $r\theta$, соответствующие физические уравнения записываются аналогичным образом:

$$\left. \begin{aligned}\varepsilon_r &= \frac{1}{E^*}(\sigma_r - \mu^* \sigma_\theta), \\ \varepsilon_\theta &= \frac{1}{E^*}(\sigma_\theta - \mu^* \sigma_r), \\ \gamma_{r\theta} &= \frac{\tau_{r\theta}}{G},\end{aligned}\right\} \quad (3.76)$$

где E^* , μ^* определяются по тем же формулам (3.75).

При наличии осесимметричной деформации относительно оси z помимо плоской деформации в плоскостях $r\theta$, что соответствует тензору деформаций (3.5), уравнения (3.76) существенно упрощаются. Кроме того, предположим, что объемная деформация равна нулю, т. е. $\theta = \varepsilon_r + \varepsilon_\theta = 0$ или $\mu = 0,5$, что представляет особый интерес в методическом отношении, так как предельно упрощает запись физических уравнений:

$$\varepsilon_\theta = \frac{3}{4E}(\sigma_\theta - \sigma_r), \quad \varepsilon_r = -\varepsilon_\theta. \quad (3.77)$$

Усложним геомеханическую модель (3.66), предположив породный массив трансверсально-изотропным с плоскостями изотропии, параллельными координатным плоскостям xz , что соответствует массиву с горизонтальным напластованием. Если в таком массиве проводится горизонтальная выработка по напластованию и наблюдается плоская деформация в плоскостях, параллельных координатной плоскости xy , соответствующие физические уравнения (3.74) преобразуются следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{1-\mu^2}{E} \left(\sigma_x - \frac{E}{E_1} \frac{\mu_1}{1-\mu} \sigma_y \right), \\ \varepsilon_y &= \frac{1-\frac{E}{E_1} \mu_1^2}{E_1} \left[\sigma_y - \frac{\mu_1(1+\mu)}{1-\frac{E}{E_1} \mu_1^2} \sigma_x \right], \\ \gamma_{xy} &= \frac{\tau_{xy}}{G_1}, \end{aligned} \right\} \quad (3.78)$$

где E — модуль деформации для направлений в плоскости напластования; E_1 — модуль деформации для направлений, нормальных плоскости напластования; μ — коэффициент Пуассона для деформаций в плоскости напластования при сжатии в этой же плоскости; μ_1 — коэффициент

Пуассона для деформаций в плоскости напластования при сжатии по нормали к плоскости напластования; G_1 — модуль сдвига, характеризующий искажение углов в плоскостях, нормальных к плоскости напластования; некоторые из этих деформационных характеристик для горных пород приведены выше в табл. 2.2.

При решении задач геомеханики особый интерес представляет анализ геомеханических процессов в породных массивах, подверженных технологическому воздействию при проведении горных выработок, что формирует вокруг выработок неоднородность породных массивов по деформационным свойствам. Если предположить, что такая неоднородность имеет осесимметричный характер относительно продольной оси выработки z и описывается выражением (2.7) при разупрочнении вмещающего выработку породного массива (например, в результате буровзрывных работ) или выражением (2.12) при его упрочнении (например, в результате тампонажных работ), соответствующие физические уравнения получим из (3.77) в виде

$$\varepsilon_\theta = \frac{3}{4E(r)}(\sigma_\theta - \sigma_r), \quad \varepsilon_r = -\varepsilon_\theta, \quad (3.79)$$

где $E(r)$ определяется выражениями (2.7), (2.12).

Если вокруг выработки наблюдается осесимметричное температурное поле, которое является причиной неоднородности вмещающего массива по деформационным свойствам, например в виде (2.11) при искусственном создании вокруг выработки ледопородного массива, соответствующие физические уравнения получим также из (3.77) в виде:

$$\varepsilon_\theta = \frac{3}{4E(r)}(\sigma_\theta - \sigma_r) + \alpha T, \quad \varepsilon_r = -\varepsilon_\theta, \quad (3.80)$$

где $\alpha = \alpha(T)$ — коэффициент линейного теплового расширения; $T = T(r)$ — осесимметричное температурное поле;

$E(r)$ определяется выражением (2.11), где параметры аппроксимации a, b, c зависят от температуры.

Приведенные выше физические уравнения применимы для геомеханических моделей линейно-деформируемого породного массива. Вместе с тем при рассмотрении деформационных свойств горных пород отмечалось (см. подразд. 1.1.4), что горные породы деформируются линейно, если действующее напряженно-деформированное состояние не превосходит определенной величины, которую будем называть предельным линейно-деформируемым состоянием. В случае превышения этого состояния горные породы обнаруживают нелинейную зависимость между напряжениями и деформациями, для анализа которых следует применять геомеханическую модель нелинейно-деформируемого породного массива.

Более того, если рассматривать модель изотропного однородного массива, можно обобщить физические уравнения для нелинейно-деформируемого и линейно-деформируемого массивов. Это можно сделать, основываясь на следующих общих закономерностях, экспериментально проверенных для различных тел, в том числе и для горных пород.

Линейное физическое уравнение (3.70), связывающее среднее напряжение и объемную деформацию, справедливо при любом напряженно-деформированном состоянии, что подтверждается экспериментами по гидростатическому сжатию горных пород до очень высоких напряжений.

В каждой точке массива выполняются физические уравнения (3.71) или (3.72). Обобщив уравнение (3.71) для линейно-деформируемых и нелинейно-деформируемых породных массивов, обозначим модуль сдвига через G^* и будем иметь в виду следующее. Для каждой точки нелинейно-деформируемого массива модуль G^* имеет определенное значение, т. е. зависит от напряженно-деформированного состояния. В линейно-деформируемом массиве модуль G постоянен для всех точек и равен $G^* = G = \text{const}$,

т. е. не зависит от напряженно-деформированного состояния.

Указанную зависимость для G^* в условиях сложного напряженного состояния можно представить в аналогичном (3.68) виде

$$\tau_{\text{окт}} = G^* \gamma_{\text{окт}} \quad \text{или} \quad G^* = \frac{\tau_{\text{окт}}}{\gamma_{\text{окт}}} \quad (3.81)$$

и установить на основе эксперимента в условиях элементарного напряженного состояния. Учитывая известные соотношения (3.21) и (3.59), эту зависимость можно записать по аналогии с (3.69) следующим образом:

$$\sigma_i = E^* \varepsilon_i \quad \text{или} \quad E^* = \frac{\sigma_i}{\varepsilon_i} = \Phi(\varepsilon_i). \quad (3.82)$$

В линейно-деформируемом массиве, где $E^* = E = \text{const}$, из (3.82) получаем линейное физическое уравнение (3.69). Зависимость (3.82) имеет фундаментальное значение. Вид функции $\Phi(\varepsilon_i)$ зависит только от деформационных свойств породы и не зависит от вида напряженного состояния, если, разумеется, это напряженное состояние не является причиной нарушения сплошности породного массива. Поэтому функция $\Phi(\varepsilon_i)$ определяется обычно экспериментально в условиях одноосного сжатия и ее целесообразно записывать в виде

$$\Phi(\varepsilon_i) = E\varphi(\varepsilon_i), \quad (3.83)$$

где $\varphi(\varepsilon_i)$ — определяемая экспериментально функция, которая принимает значение, равное единице для линейно-деформируемого массива, и значения, меньшие единицы и зависящие от величины ε_i для нелинейно-деформируемого массива. Например, если аппроксимировать результаты эксперимента по одноосному сжатию нелинейно-деформируемых горных пород выражением (1.2) и определить соответствующую обобщенную деформацию ε_i по

формуле (3.22), получим указанную экспериментальную функцию в виде

$$\varphi(\varepsilon_i) = [(1 + \mu)\varepsilon_i]^m.$$

Теперь, учитывая зависимость (3.62) и формулы (3.21), (3.59), можно обобщить физические уравнения (3.72) для геомеханической модели нелинейно-деформируемого массива следующим образом:

$$\begin{aligned} D_n &= 2G \varphi D_d \\ \sigma_x - \sigma_{cp} &= 2G \varphi(\varepsilon_x - \varepsilon_{cp}), \quad \tau_{xy} = 2G \varphi(1/2\gamma_{xy}), \\ \text{или} \quad \sigma_y - \sigma_{cp} &= 2G \varphi(\varepsilon_y - \varepsilon_{cp}), \quad \tau_{yz} = 2G \varphi(1/2\gamma_{yz}), \\ \sigma_z - \sigma_{cp} &= 2G \varphi(\varepsilon_z - \varepsilon_{cp}), \quad \tau_{zx} = 2G \varphi(1/2\gamma_{zx}), \end{aligned} \quad (3.84)$$

где $\varphi(\varepsilon_i)$ — экспериментально определяемая функция. К этим уравнениям следует добавить уравнение (3.70), в котором деформационные характеристики E и μ не зависят от напряженно-деформированного состояния.

При исследовании деформаций за пределами линейного деформирования, но до разрушения горных пород объемная деформация близка к нулю (см. подразд. 1.1.4). Поэтому с незначительной погрешностью можно положить $\varepsilon_{cp} = 0$, т. е. $\mu = 0,5$. Тогда физические уравнения (3.84) удобно переписать в виде:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x - \sigma_{cp} &= \frac{2\sigma_i}{3\varepsilon_i} \varepsilon_x, \quad \tau_{xy} = \frac{\sigma_i}{3\varepsilon_i} \gamma_{xy}, \\ \sigma_y - \sigma_{cp} &= \frac{2\sigma_i}{3\varepsilon_i} \varepsilon_y, \quad \tau_{yz} = \frac{\sigma_i}{3\varepsilon_i} \gamma_{yz}, \\ \sigma_z - \sigma_{cp} &= \frac{2\sigma_i}{3\varepsilon_i} \varepsilon_z, \quad \tau_{zx} = \frac{\sigma_i}{3\varepsilon_i} \gamma_{zx}, \end{aligned} \right\} \quad (3.85)$$

где $\frac{\sigma_i}{\varepsilon_i}$ — экспериментально определяемая функция;

$$\sigma_i = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)};$$

$$\varepsilon_i = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{(\varepsilon_x - \varepsilon_y)^2 + (\varepsilon_y - \varepsilon_z)^2 + (\varepsilon_z - \varepsilon_x)^2 + \frac{3}{2}(\gamma_{xy}^2 + \gamma_{yz}^2 + \gamma_{zx}^2)}.$$

В цилиндрической системе координат для плоской деформации в плоскостях, параллельных координатной плоскости $r\theta$, и осесимметричной деформации относительно оси z последние уравнения записываются в наиболее простом виде:

$$\varepsilon_\theta = \frac{3\varepsilon_i}{4\sigma_i}(\sigma_r - \sigma_\theta), \quad \varepsilon_r = -\varepsilon_\theta, \quad (3.86)$$

где $\frac{\sigma_i}{\varepsilon_i}$ — экспериментально определяемая функция;

$$\sigma_i = \frac{\sqrt{3}}{2}(\sigma_\theta - \sigma_r); \quad \varepsilon_i = \frac{2\sqrt{3}}{3}\varepsilon_\theta.$$

Геомеханические модели линейно-деформируемого и нелинейно-деформируемого массивов недостаточно полно отражают реальные деформационные свойства породных массивов. Непосредственные наблюдения за состоянием горных пород в природе и лабораторные исследования показывают, что геомеханические процессы зависят от времени (см. подразд. 1.3). Иными словами, соответствующие физические уравнения, помимо компонентов напряжений и деформаций, должны включать их производные по времени.

Такие физические уравнения обычно называются уравнениями состояния, а раздел механики, в котором изучается зависимость напряженно-деформированного состояния тела от времени, — реологией. Напомним некоторые дополнительные понятия из реологии: ползучесть — рост деформаций при постоянных напряжениях; релаксация — падение напряжений при постоянных деформациях;

время релаксации — характеристика скорости реализации указанных явлений.

Рассмотрим общую геомеханическую модель линейно-деформируемого упруговязкопластического массива, обнаруживающего ползучесть и способного к релаксации напряжений. Соответствующие физические уравнения запишем в тензорной форме, полагая, что объемные деформации и средние напряжения связаны уравнением (3.70), а реологические процессы определяются соответствующими девиаторами напряжений \mathcal{D}_n , деформации \mathcal{D}_d , скоростей напряжений $\dot{\mathcal{D}}_n$ и скоростей деформации $\dot{\mathcal{D}}_d$, которые связаны уравнением состояния:

$$\mathcal{D}_n + t_0 \dot{\mathcal{D}}_n = \mathcal{D}_n^* + 2G_\infty \mathcal{D}_d + 2G_0 t_0 \dot{\mathcal{D}}_d, \quad (3.87)$$

где

$$\dot{\mathcal{D}}_n = \begin{pmatrix} \dot{\sigma}_x - \dot{\sigma}_{cp}, & \dot{\tau}_{xy}, & \dot{\tau}_{xz}, \\ \dot{\tau}_{yx}, & \dot{\sigma}_y - \dot{\sigma}_{cp}, & \dot{\tau}_{yz}, \\ \dot{\tau}_{zx}, & \dot{\tau}_{zy}, & \dot{\sigma}_z - \dot{\sigma}_{cp} \end{pmatrix}; \quad (3.88)$$

компоненты девиатора скоростей напряжений связаны с компонентами тензора напряжений (3.33) соотношениями:

$$\dot{\sigma}_x = \frac{\partial \sigma_x}{\partial t}, \quad \dot{\tau}_{xy} = \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial t} \quad \text{и т. д.};$$

$$\dot{\sigma}_{cp} = \frac{1}{3}(\dot{\sigma}_x + \dot{\sigma}_y + \dot{\sigma}_z); \quad (3.89)$$

$$\dot{\mathcal{D}}_d = \begin{pmatrix} \dot{\epsilon}_x - \dot{\epsilon}_{cp}, & 1/2 \dot{\gamma}_{xy}, & 1/2 \dot{\gamma}_{xz}, \\ 1/2 \dot{\gamma}_{yx}, & \dot{\epsilon}_y - \dot{\epsilon}_{cp}, & 1/2 \dot{\gamma}_{yz}, \\ 1/2 \dot{\gamma}_{zx}, & 1/2 \dot{\gamma}_{zy}, & \dot{\epsilon}_z - \dot{\epsilon}_{cp} \end{pmatrix}; \quad (4.90)$$

компоненты девиатора скоростей деформации связаны с компонентами тензора деформации (3.1) соотношениями:

$$\dot{\epsilon}_x = \frac{\partial \epsilon_x}{\partial t}, \quad \dot{\gamma}_{yx} = \frac{\partial \gamma_{yx}}{\partial t} \quad \text{и т. д.};$$

$$\dot{\varepsilon}_{\text{ср}} = \frac{1}{3}(\dot{\varepsilon}_x + \dot{\varepsilon}_y + \dot{\varepsilon}_z); \quad (3.91)$$

t — время; t_0 — время релаксации; G_0 и G_∞ — соответственно динамический и статический модули сдвига, которые связаны с динамическим E_0 и статическим E_∞ модулями деформаций (см. подразд. 1.3.2) соотношением (3.67); D_n^* — предельное напряженное состояние, характеризующее переход породного массива из одного физического состояния ($D_n < D_n^*$) в другое ($D_n > D_n^*$).

Как отмечалось в подразд. 1.3.1, все горные породы в самом общем случае можно классифицировать по реологическим свойствам на два типа: первый — твердые, второй — глинистые. Первый тип описывает геомеханическая модель упруговязкого массива, обнаруживающего ограниченную ползучесть и способного к релаксации напряжений, которой соответствует уравнение состояния (3.87) при $D_n^* = 0$. Второй тип описывает геомеханическая модель упруговязкого массива с неограниченной ползучестью и способного к релаксации напряжений, которой соответствует уравнение состояния (3.87), где следует положить равными нулю первый и второй члены в правой части.

В случае плоской деформации и осевой симметрии в цилиндрической системе координат, которой соответствуют тензор деформаций (3.5) и тензор напряжений (3.38), уравнения состояния (3.87) значительно упрощаются и для горных пород первого типа записываются в виде

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \varepsilon_r}{\partial t} &= \frac{1}{2G_0} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{2} \right) + \frac{1}{2G_0 t_0} \left(\frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{2} \right) - \frac{G_\infty}{G_0 t_0} \varepsilon_r, \\ \varepsilon_\theta &= -\varepsilon_r, \end{aligned} \right\} \quad (3.92)$$

а для горных пород второго типа в виде

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \varepsilon_r}{\partial t} &= \frac{1}{2G_0} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{2} \right) + \frac{1}{2G_0 t_0} \left(\frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{2} \right) \\ \varepsilon_\theta &= -\varepsilon_r. \end{aligned} \right\} \quad (3.93)$$

Экспериментально установлено (см. подразд. 1.1.4), что в механизме деформирования горных пород определяющая роль принадлежит разрушению. Наблюдаемые в натуре большие смещения боков горных выработок, достигающие нескольких десятков сантиметров, вряд ли можно объяснить только упругими деформациями или даже деформациями ползучести горных пород в рамках вышерассмотренных геомеханических моделей. Эти смещения объясняются в основном разрыхлением горных пород при разрушении.

Для математического моделирования геомеханических процессов разрушения можно воспользоваться рассмотренными выше в подразд. 1.4.3 теориями прочности горных пород и соответствующими уравнениями прочности, которые являются физическими уравнениями, описывающими определенную геомеханическую модель разрушения.

Во многих задачах геомеханики при анализе разрушения породных массивов целесообразным является исследование только условий превышения некоторого напряженного состояния, при котором начинается разрушение, т. е. породный массив перестает сопротивляться дальнейшему увеличению нагрузки. При этом деформированное состояние обычно не рассматривается. Такое новое механическое состояние массива трактуется как предельное или как состояние предельного равновесия.

Геомеханическая модель предельного равновесия породного массива может быть построена при использовании механических теорий прочности, широко распространенных в геомеханике. Соответствующее физическое уравнение записывается на основании (1.9) в виде

$$\psi(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = 0, \quad (3.94)$$

где $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ — компоненты главных напряжений, удовлетворяющие соотношению $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$.

В частном случае плоской и осесимметричной деформации, когда тензор напряжений имеет вид (3.38) и главные напряжения

$$\sigma_1 = \sigma_\theta, \quad \sigma_3 = \sigma_r,$$

геомеханической модели предельного равновесия породного массива на основании (1.10) соответствует физическое уравнение

$$\sigma_\theta - \frac{\sigma_{сж}}{\sigma_p} \sigma_r = \sigma_{сж}, \quad (3.95)$$

где $\sigma_{сж}$, σ_p — пределы прочности горных пород соответственно на сжатие и растяжение.

Если при оценке прочности горных пород, помимо напряженного состояния, учитывать деформированное состояние горных пород, можно построить геомеханическую модель разрушения породного массива и записать физическое уравнение следующим образом:

$$\psi(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3) = 0, \quad (3.96)$$

где $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ — компоненты главных деформаций.

В частном случае плоской и осесимметричной деформации можно построить геомеханическую модель линейно разупрочняющегося массива и записать физическое уравнение на основании (1.11) в виде

$$\sigma_\theta - \frac{\sigma_{сж}}{\sigma_p} \sigma_r = \sigma_{сж} - M\varepsilon'_\theta, \quad (3.97)$$

где ε'_θ — приращение окружной линейной деформации за пределом прочности; M — модуль спада или модуль деформации за пределом прочности (см. подразд. 1.2.4).

Последнее физическое уравнение описывает геомеханическую модель разрушения на заданном участке деформирования *de* диаграммы, показанной на рис. 1.3. При переходе горных пород в состояние остаточной прочности геомеханическая модель разрушения описывается физическим уравнением, которое можно построить согласно (1.12) в виде

$$\sigma_{\theta} - \frac{\sigma_{сж}}{\sigma_p} \sigma_r = \sigma_0, \quad (3.98)$$

где σ_0 — остаточная прочность горных пород.

3.2.6. Аналитические методы моделирования

С построением геомеханических моделей получаем полную систему уравнений для математического моделирования геомеханических процессов. Полная система уравнений включает в себя общие или фундаментальные уравнения механики деформируемого твердого тела (уравнения равновесия, геометрические и неразрывности деформаций) и физические уравнения, описывающие поведение определенной геомеханической модели. В самом общем случае решение задачи сводится к нахождению 15 неизвестных функций координат (шесть компонентов напряжений, шесть компонентов деформаций и три компонента смещений), удовлетворяющих указанным уравнениям и граничным условиям.

Интегрирование указанной системы уравнений является достаточно сложной математической задачей и построить точное решение задачи аналитическими методами представляется возможным только в некоторых частных случаях. В других более сложных случаях могут быть использованы приближенные аналитические методы. И, наконец, практически любую сложную задачу можно решить с привлечением численных методов моделирования, которые с развитием вычислительной техники становятся

наиболее эффективными методами моделирования геомеханических процессов.

Рассмотрим аналитические методы моделирования, применяемые для различных геомеханических моделей. При использовании модели линейно-деформируемого массива интегрирование полной системы уравнений возможно по трем схемам: методом сил, методом перемещений и смешанным методом, которые предполагают определенную последовательность математических операций. При решении задач методом сил за основные неизвестные принимаются напряжения, которые определяются в результате совместного интегрирования уравнений равновесия и уравнений неразрывности деформаций, где деформации предварительно выражаются через напряжения с помощью физических уравнений. В методе перемещений за основные неизвестные принимаются смещения, определяемые из решения уравнений равновесия, где напряжения предварительно выражаются через перемещения с помощью физических и геометрических уравнений. При решении задач смешанным методом за основные неизвестные принимаются некоторые из напряжений и смещений. Выбор метода решения часто определяется видом граничных условий: при силовых граничных условиях обычно используется метод сил, при кинематических — метод перемещений. В задачах геомеханики, где анализируются геомеханические процессы от действия горного давления, чаще всего используется метод сил.

Продemonстрируем использование метода сил на примере решения наиболее простой геомеханической задачи в случае плоской и осесимметричной деформации (3.5), которой соответствует полная система уравнений, включающая: уравнение равновесия (3.65), которое при отсутствии объемных сил, обычно учитываемых в граничных условиях, записывается в виде

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{(\sigma_r - \sigma_\theta)}{r} = 0; \quad (3.99)$$

уравнение неразрывности деформаций, которое на основании (3.32) запишем для случая равенства нулю объемной деформации, т. е. для случая $\varepsilon_\theta + \varepsilon_r = 0$ или $\varepsilon_\theta = -\varepsilon_r$,

$$\frac{d\varepsilon_\theta}{dr} + \frac{2\varepsilon_\theta}{r} = 0; \quad (3.100)$$

геометрические уравнения, которые на основании (3.29) с учетом равенства нулю объемной деформации имеют вид

$$\varepsilon_\theta = -\varepsilon_r = \frac{u}{r}; \quad (3.101)$$

физические уравнения, которые на основании (3.77) записываются как

$$\varepsilon_\theta = -\varepsilon_r = \frac{3}{4E}(\sigma_\theta - \sigma_r). \quad (3.102)$$

Согласно методу сил следует подставить (3.102) в (3.100) и записать систему уравнений

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{(\sigma_r - \sigma_\theta)}{r} &= 0; \\ \frac{d(\sigma_\theta - \sigma_r)}{dr} + \frac{2(\sigma_\theta - \sigma_r)}{r} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (3.103)$$

относительно неизвестных напряжений σ_θ и σ_r , как функций радиальной координаты r . Система уравнений легко интегрируется, если из первого уравнения записать выражение для разности напряжений

$$\sigma_\theta - \sigma_r = r \frac{d\sigma_r}{dr} \quad (3.104)$$

и подставить во второе уравнение, в результате чего получим дифференциальное уравнение второго порядка с

переменными коэффициентами для определения напряжения σ_r :

$$r \frac{d^2 \sigma_r}{dr^2} + 3 \frac{d\sigma_r}{dr} = 0. \quad (3.105)$$

Решением последнего уравнения будет

$$\sigma_r = \frac{C_1}{r^2} + C_2, \quad (3.106)$$

где C_1 и C_2 — постоянные интегрирования, определяемые из граничных условий. Подставив (3.106) в (3.104), получим

$$\sigma_\theta = -\frac{C_1}{r^2} + C_2. \quad (3.107)$$

Выражения (3.106) и (3.107) представляют общее решение задачи. Далее компоненты деформации ϵ_r и ϵ_θ определяются из физических уравнений (3.102), радиальные смещения u — из геометрического уравнения (3.101).

Метод сил становится особенно эффективным, если ввести функцию напряжений и записать через нее выражения для напряжений таким образом, чтобы тождественно удовлетворить уравнениям равновесия. Тогда решение задачи сводится к интегрированию уравнений неразрывности деформаций относительно функции напряжений, где предварительно деформации с помощью физических уравнений выражаются через напряжения, а последние записываются через функцию напряжений.

В частном случае (3.103) использование функции напряжений не упрощает решение задачи, так как уравнения (3.103), как показано выше, легко интегрируются. Тем не менее продемонстрируем решение той же задачи с использованием функции напряжений, что полезно в методическом отношении. Введем функцию напряжений и запишем компоненты напряжений

$$\sigma_r = \frac{F}{r}, \quad \sigma_\theta = \frac{dF}{dr} \quad (3.108)$$

с таким расчетом, чтобы удовлетворить уравнению равновесия (3.99), т. е. первому уравнению (3.103). Тогда второе уравнение (3.103) запишется через функцию напряжений следующим образом:

$$\left(\frac{d}{dr} + \frac{2}{r} \right) \left(\frac{dF}{dr} - \frac{F}{r} \right) = 0$$

или
$$\frac{d^2 F}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dF}{dr} - \frac{F}{r^2} = 0. \quad (3.109)$$

Решением последнего уравнения будет функция напряжений

$$F(r) = \frac{C_1}{r} + C_2 r. \quad (3.110)$$

После подстановки (3.110) в формулы (3.108) получим выражения для напряжений:

$$\sigma_r = \frac{C_1}{r^2} + C_2, \quad \sigma_\theta = -\frac{C_1}{r^2} + C_2, \quad (3.111)$$

которые совпадают с ранее записанными выражениями (3.106) и (3.107).

Если условия плоской деформации сохраняются, а условия осесимметричной деформации нарушаются, напряженное состояние описывается тензором напряжений (3.36), а деформированное состояние — тензором деформаций (3.3). В этом случае решение задачи методом сил с использованием функции напряжений $F(r, \theta)$ сводится к интегрированию уравнения неразрывности деформаций (3.31), которое записывается через функцию напряжений в виде бигармонического уравнения

$$\left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2}{\partial r^2} \right) \left(\frac{1}{r} \frac{\partial F}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 F}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial r^2} \right) = 0. \quad (3.112)$$

Решение последнего уравнения детально исследовано и разработан общий метод решения плоской задачи с привлечением теории функций комплексного переменного, который может быть использован для описания геомеханических процессов вокруг протяженных горных выработок, когда условия осесимметричной деформации нарушаются по причине отличия контура выработок от кругового или по причине негидростатического начального напряженного состояния.

Вместе с тем можно указать некоторые другие эффективные подходы к решению уравнения (3.112) в перечисленных выше случаях. Если некруговое очертание контура выработок отличается от кругового незначительно, можно построить приближенное аналитическое решение методом малого параметра. Для этого следует описать некруговой контур выработки в полярных координатах $r\theta$ уравнением

$$r = r_0 + s(\theta), \quad (3.113)$$

где r_0 — радиус кругового контура выработки; $s(\theta)$ — отклонение от кругового контура в виде малого параметра.

Тогда неизвестные напряжения в окружающем породном массиве можно представить в виде разложений, ограничиваясь первым приближением:

$$\sigma_r = \sigma_r^{(0)} + \sigma_r^{(1)}; \quad \sigma_\theta = \sigma_\theta^{(0)} + \sigma_\theta^{(1)}; \quad \tau_{r\theta} = \tau_{r\theta}^{(0)} + \tau_{r\theta}^{(1)}, \quad (3.114)$$

где $\sigma_r^{(0)}$, $\sigma_\theta^{(0)}$, $\tau_{r\theta}^{(0)}$ — составляющие напряжений нулевого приближения, соответствующие невозмущенному полю напряжений при $s = 0$ и в рассматриваемой задаче равные (3.111), т. е.

$$\sigma_r^{(0)} = \frac{C_1}{r^2} + C_2; \quad \sigma_\theta^{(0)} = -\frac{C_1}{r^2} + C_2; \quad \tau_{r\theta}^{(0)} = 0;$$

$\sigma_r^{(1)}$, $\sigma_\theta^{(1)}$, $\tau_{r\theta}^{(1)}$ — возмущения в напряжениях первого приближения, определяемые в зависимости от малого параметра s и с точностью до его величины.

Если негидростатическое начальное напряженное состояние массива представить в виде гармонической функции угла 2θ , можно построить эффективное решение уравнения (3.112) в виде функции напряжений

$$F(r, \theta) = \varphi(r) \cos 2\theta.$$

Для геомеханической модели нелинейно-деформируемого массива решение задачи усложняется по причине нелинейности физического уравнения. Замкнутое аналитическое решение может быть построено для рассмотренной выше одномерной задачи, соответствующей плоской и осесимметричной деформации. В этом случае полная система уравнений включает: уравнение равновесия (3.99), уравнение неразрывности деформаций (3.100), геометрические уравнения (3.101) и физическое уравнение (3.86), которое с учетом (3.82) и (3.83) запишем в аналогичном (3.102) виде

$$\varepsilon_\theta = -\varepsilon_r = \frac{3}{4E\varphi(\varepsilon_i)}(\sigma_\theta - \sigma_r), \quad (3.115)$$

где $\varepsilon_i = \frac{2\sqrt{3}}{3}\varepsilon_\theta$; $\varphi(\varepsilon_i)$ — экспериментально определяемая нелинейная зависимость.

Тогда по описанной выше схеме метода сил с использованием функции напряжений $F(r)$ и формул для напряжений в виде (3.108) приходим к уравнению неразрывности деформаций:

$$\left(\frac{d}{dr} + \frac{2}{r}\right) \left[\frac{1}{\psi(r)} \left(\frac{dF}{dr} - \frac{F}{r} \right) \right] = 0, \quad (3.116)$$

где $\psi(r)$ — функция, определяемая экспериментальной зависимостью $\varphi(\varepsilon_i)$. Уравнению (3.116) удовлетворяет функция напряжений

$$F(r) = C_1 r \int \frac{\psi(r)}{r^3} dr + C_2 r, \quad (3.117)$$

подстановка которой в формулы (3.108) определяет компоненты напряжений σ_r и σ_θ , являющиеся решением задачи.

При использовании геомеханической модели, учитывающей реологические процессы в породном массиве, полная система уравнений включает физические уравнения в виде уравнений состояния (3.87). Компоненты напряженно-деформированного состояния массива, определяемые из решения этой системы уравнений, будут функциями координат и времени.

Построение замкнутого решения такой системы уравнений для объемной задачи представляется сложной математической проблемой. В частном случае плоской и осесимметричной деформации полная система уравнений включает уравнение равновесия (3.99), уравнение неразрывности деформаций (3.100), геометрические уравнения (3.101) и уравнения состояния в виде (3.92) или (3.93) в зависимости от типа горных пород по реологическим свойствам. Можно рекомендовать следующую последовательность операций по интегрированию уравнений. Решение уравнения неразрывности деформаций (3.100) представим в виде

$$\varepsilon_\theta = \frac{F(t)}{r^2}, \quad (3.118)$$

где $F(t)$ — подлежащая определению функция только временной координаты. Далее подставим (3.118) в уравнения состояния (3.92) и (3.93), интегрируя которые совместно с уравнением равновесия (3.99) находим функцию $F(t)$. Затем определяем деформацию $\varepsilon_\theta(r, t)$, смещение $u(r, t)$ и напряжения $\sigma_r(r, t)$ и $\sigma_\theta(r, t)$.

Использование геомеханической модели разрушения породного массива предполагает интегрирование полной системы уравнений, включающей уравнение предельного равновесия (3.94) или уравнение (3.96), учитывающее деформированное состояние массива. При исследовании предельного равновесия породного массива компоненты

напряжений могут быть определены без анализа деформированного состояния и в этом смысле задача является статически определимой. Продемонстрируем ее решение для плоской и осесимметричной деформации, т. е. для одномерного случая. Полная система уравнений включает: уравнение равновесия (3.99) и физическое уравнение, например, в виде (3.95), т. е. имеем систему уравнений

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{(\sigma_r - \sigma_\theta)}{r} &= 0; \\ \sigma_\theta - \frac{\sigma_{сж}}{\sigma_p} \sigma_r &= \sigma_{сж}. \end{aligned} \right\} \quad (3.119)$$

для определения напряжений σ_θ и σ_r . Если ввести функцию напряжений $F(r)$ и выразить искомые напряжения формулами (3.108), можно удовлетворить первому уравнению системы (3.119), а второе уравнение записать следующим образом:

$$\frac{dF}{dr} - \frac{\sigma_{сж}}{\sigma_p} \frac{F}{r} = \sigma_{сж}. \quad (3.120)$$

Решением последнего уравнения будет

$$F(r) = C_1 r^{\frac{\sigma_{сж}}{\sigma_p}} - \frac{\sigma_{сж} \sigma_p}{\sigma_{сж} - \sigma_p} r, \quad (3.121)$$

где C_1 — постоянная интегрирования.

Компоненты напряжений, вычисленные по формулам (3.103), записываются в виде

$$\sigma_r = C_1 r^{\frac{\sigma_{сж}-1}{\sigma_p}} - \frac{\sigma_{сж} \sigma_p}{\sigma_{сж} - \sigma_p}, \quad (3.122)$$

$$\sigma_\theta = C_1 \frac{\sigma_{сж}}{\sigma_p} r^{\frac{\sigma_{сж}-1}{\sigma_p}} - \frac{\sigma_{сж} \sigma_p}{\sigma_{сж} - \sigma_p}.$$

Совершенно очевидно, что в породном массиве с определенными градиентами напряженного состояния предельное равновесие будет иметь место только в определенных областях. В остальной части массива должно сохраняться допредельное напряженное состояние.

При использовании физических уравнений (3.96), учитывающих деформированное состояние, для решения одномерной задачи в полную систему уравнений необходимо включить: уравнение равновесия (3.99), уравнение неразрывности деформаций (3.100) и физическое уравнение, например, в виде (3.97). В этом случае будем иметь в породном массиве области, где степень разрушения горных пород зависит от их деформированного состояния.

Как видно из предыдущего изложения, замкнутые аналитические решения геомеханических задач могут быть построены только в некоторых частных случаях: при решении одномерных задач, предполагающих наличие плоской и осесимметричной деформации, и реже при решении двумерных задач, соответствующих плоской деформации. Во всех остальных случаях для решения геомеханических задач следует рекомендовать численные методы.

3.3. ОСОБЕННОСТИ ПОСТАНОВКИ И РЕШЕНИЯ ГЕОМЕХАНИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

3.3.1. Постановка задачи

Рассмотрим особенности постановки геомеханических задач. Постановка задачи включает четкую формулировку конечной цели исследования и необходимых исходных данных для решения задачи. Если формулировка конечной цели исследования обычно не встречает трудностей, так как определяется запросами практики, то запись необходимых исходных данных порой требует проведения специальных исследований. В этом смысле постановка задачи является таким же творческим процессом, как и ее решение.

После формулировки конечной цели исследования следует выполнить анализ геометрических размеров и характеристик механического состояния породного массива для установления их симметрии, что может привести к упрощению расчетной схемы.

При наличии осевой симметрии в породном массиве рассматривается осесимметричная задача. Примером могут служить породные массивы в окрестности вертикальных шахтных стволов кругового поперечного сечения, подземных емкостей в виде тел вращения с вертикальной осью и т. д.

При наличии плоскостей симметрии в породном массиве целесообразно рассматривать плоскую задачу в постановке плоской деформации. Такой тип задачи обычно используется для исследования механических процессов в массивах вокруг горизонтальных горных выработок, откосов с цилиндрической поверхностью и в других случаях. При этом необходимо помнить, что решение будет справедливым только для сечений массива, которые в процессе деформирования остаются плоскими. В горных выработках такие сечения, нормальные к продольной оси выработки, должны быть удалены от забоя на расстояние $l \geq 6D$, где D — пролет поперечного сечения или диаметр кругового поперечного сечения выработки. Возникающая при этом погрешность в анализе механических процессов в рамках задачи с плоской деформацией составляет не более 10 %. Можно предположить, что таков же порядок погрешности при исследовании сечений, расположенных вблизи устьев и сопряжений горных выработок. Отсюда можно сделать и другой вывод: решение задачи в постановке плоской деформации будет весьма грубым приближением для непротяженных выработок и камер с размером по продольной оси $l \leq 12D$. Остальные выработки, геометрические размеры которых не удовлетворяют этому условию, будем называть протяженными выработками.

Одновременное наличие в породном массиве осевой и плоскостной симметрии дает возможность рассматривать задачу с плоской и осесимметричной деформацией — наиболее простой тип задачи, позволяющий во многих случаях получить правильную качественную оценку механических процессов в породных массивах вокруг горных выработок.

Укажем еще на одну особенность постановки задач, связанную с анализом геометрических размеров объекта исследования. Граничные поверхности исследуемых породных массивов являются, как правило, многосвязными (например, породная поверхность рассматриваемой выработки, земная поверхность, породная поверхность соседней выработки), что усложняет решение задач. Поэтому рассмотрим возможность приведения таких задач к расчетной схеме с односвязным контуром.

Специальными исследованиями установлено, что влияние прямолинейной грани тяжелой полуплоскости (нагруженной объемными силами тяжести) незначительно сказывается на распределении напряжений в окрестности отверстия при $h \geq 2D$, где h — расстояние от прямолинейной грани до центра отверстия (выработки с поперечным размером D). При этом условия допускаемая погрешность в случае замены рассматриваемой задачи с двухсвязным контуром в виде грани полуплоскости и контура отверстия на задачу с односвязным контуром (круговое отверстие в тяжелой плоскости) не превышает 10 % и быстро убывает по мере увеличения h . Такой же порядок имеет погрешность при замене двухсвязного контура в виде двух соседних отверстий на односвязный, если расстояние между центрами отверстий $d \geq 2,5D$. Так как глубина заложения горных выработок обычно удовлетворяет условию $h \geq 2D$, влияние земной поверхности можно не учитывать. В первом приближении также можно отказаться от учета влияния соседних выработок, если размеры целиков между ними удовлетворяют условию $d \geq 2,5D$. Таким образом, в большинстве случаев, исследуя геомеханические

процессы в окрестности горной выработки, достаточно сформулировать постановку задачи как для односвязного контура, т. е. рассматривать так называемую одиночную заглубленную выработку.

На следующем этапе постановки задачи принимается геомеханическая модель (см. подразд. 3.2.5) с указанием действующих сил в массиве (гравитационных, тектонических и др.), которые обычно выясняются в процессе исследования начального напряженного состояния, рассмотренного в подразд. 2.4.

Далее приводятся количественные оценки механических свойств пород и структурно-механических особенностей массива, нашедшие отражение в принятой геомеханической модели.

3.3.2. Расчетная схема

Наиболее ответственным этапом постановки задачи является построение расчетной схемы с указанием начальных и граничных условий. Геомеханические процессы, связанные с производством горных работ (сооружением выработок, извлечением полезных ископаемых и т. д.), активно реализуются только в некоторой ограниченной области массива в окрестности этих работ. Поэтому при построении расчетной схемы обычно рассматривается не весь массив, а некоторая его область, внешние границы которой выбраны таким образом, что исследуемые механические процессы в их окрестности практически затухают, а горные породы находятся в условиях начального напряженного состояния.

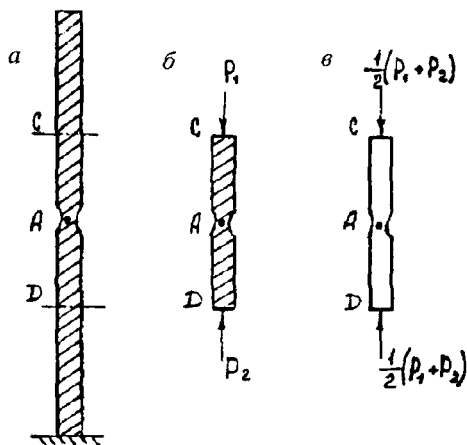
Поясним это на простом наглядном примере. Рассмотрим длинный тяжелый стержень постоянного сечения, но с выточкой в окрестности точки A , опирающийся на неподвижную опору (рис. 3.10, a). Положим, нас интересует концентрация напряжений в окрестности точки A . Эта концентрация напряжений будет заметной только в некоторой области, примыкающей к выточке, а в достаточно удаленных от точки A сечениях C и D практически

Рис. 3.10. К построению расчетной схемы

не наблюдается. Тогда можно выделить часть тяжелого стержня между сечениями C и D , а остальные части отбросить, заменив их для сохранения равновесия реактивными силами P_1 и P_2 , где P_1 — вес стержня

выше сечения C , P_2 — вес стержня выше сечения D . Таким образом, приходим к расчетной схеме, показанной на рис. 3.10, б, которая эквивалентна первоначальной расчетной схеме.

Дальнейшее упрощение расчетной схемы сводится к следующему. Тот же отрезок стержня между сечениями C и D представим невесомым (в отличие от тяжелого стержня он показан без штриховки на рис. 3.10, в), а на концах его приложим одинаковые силы, равные полусумме P_1 и P_2 . Очевидно, в последнем случае распределение напряжений в окрестности точки A будет мало отличаться от распределения напряжений, полученного по первой и второй схемам, т. е. от действительного распределения напряжений. Кстати, распределение напряжений на концевых участках стержня в последней схеме существенно отличается от действительного, но в данной задаче оно нас мало интересует. Следовательно, концентрацию напряжений в окрестности точки A можно с достаточной степенью точности оценить, рассматривая невесомый стержень, на границах которого, значительно удаленных от точки A , приложены силы, равные весу части стержня, расположенной выше сечения, проходящего через точку A .



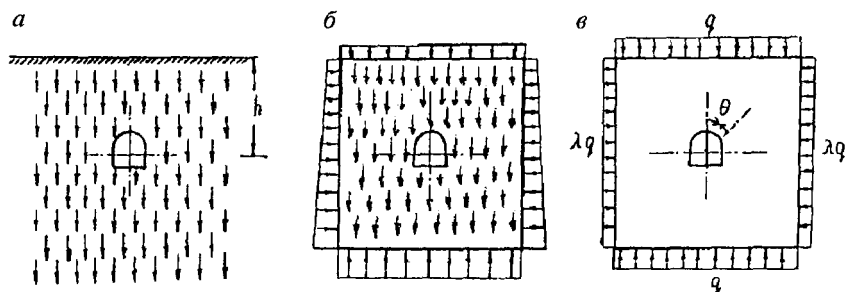


Рис. 3.11. К построению расчетной схемы геомеханической задачи в полных напряжениях

Аналогичным образом выбирается расчетная схема для геомеханических задач. На рис. 3.11 показаны этапы последовательного построения плоской расчетной схемы. Для наглядности в качестве объекта исследования рассматривается породный массив с постоянным объемным весом в окрестности горизонтальной горной выработки, пройденной на глубине h . На рис. 3.11, *a* представлена действительная расчетная схема для тяжелого массива, т. е. нагруженного гравитационными силами, которые условно обозначены вертикальными векторами. На рис. 3.11, *б* — часть тяжелого массива с внешними границами, значительно удаленными от центра выработки и нагруженными уравнивающими реактивными напряжениями. И, наконец, на рис. 3.11, *в* — часть невесомого массива с внешними удаленными от центра выработки границами, нагруженными гравитационными напряжениями q (в вертикальном направлении) и λq (в горизонтальном направлении), действующими в нетронутом массиве в точке, соответствующей центру выработки (при наличии конструкций грузонесущей крепи на контуре выработки указываются напряжения реактивного сопротивления крепи, направленные в сторону массива). Последняя расчетная схема, отличающаяся простотой и наглядностью, дает возможность достаточно точно оценить концентрацию напряжений в окрестности горной выработки.

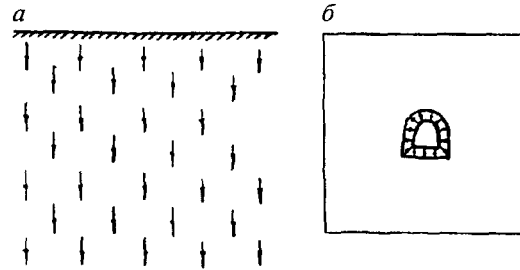
Однако такая расчетная схема дает неверные оценки для распределения смещений в окрестности горной выработки. Действительно, полное поле напряжений в окрестности горной выработки можно представить в виде суммы начального и дополнительного полей напряжений. Начальное поле напряжений и факторы, его формирующие, детально рассматривались в подразд. 3.4. Дополнительное поле напряжений является результатом производства горных работ, например выемки породы в забое выработки. Соответственно, полное поле смещений также можно представить в виде суммы двух составляющих: начального и дополнительного полей смещений. Формирование начальных смещений условно можно представить следующим образом: в какой-то момент времени, который принимается за начало отсчета, невесомый породный массив нагружается объемными гравитационными силами. Возникающие при этом смещения и будут начальными. Совершенно очевидно, что геомеханические процессы, связанные с формированием начальных смещений, если даже они являются результатом ползучести горных пород, давно закончились, так как возраст земной коры порядка сотен миллионов лет является достаточным для этого. Отсюда наблюдаемые в породном массиве геомеханические процессы при производстве горных работ связаны с формированием дополнительных смещений, если, конечно, исключить из рассмотрения деформации горных пород, являющиеся результатом неотектонических процессов.

Таким образом, для оценки распределения смещений в породном массиве следует построить полное поле смещений, соответствующее полному полю напряжений, воспользовавшись при этом, например, расчетной схемой, представленной на рис. 3.11, в. Затем из полного поля смещений необходимо вычесть начальное поле смещений, соответствующее начальному напряженному состоянию массива. Такая методика оценки распределения смещений справедлива для породных массивов, подчиняющихся линейному и нелинейному физическим законам деформирования.

Вместе с тем при использовании геомеханической модели линейно-деформируемого массива указанную задачу можно упростить, воспользовавшись методом суперпозиции решений. Например, действительную расчетную схему, показанную на рис. 3.11, *а*, можно представить в виде двух расчетных схем: расчетная схема нетронутого породного массива (рис. 3.12, *а*), нагруженного гравитационными силами, и расчетная схема (рис. 3.12, *б*) для части невесомого породного массива с внешними удаленными границами, где смещения равны нулю, и с горной выработкой, контур которой нагружен напряжениями реактивного сопротивления крепи, если таковая имеется, и гравитационными напряжениями, действующими в нетронутом массиве в точке, соответствующей центру выработки, и направленными в сторону выработки, в виде так называемой снимаемой нагрузки. Из первой расчетной схемы находим начальное поле напряжений и смещений, из второй — дополнительное поле напряжений и смещений. Таким образом, в линейно-деформируемом массиве для оценки распределения напряжений следует рекомендовать расчетную схему, показанную на рис. 3.11, *в*, а для оценки распределения смещений можно пользоваться расчетной схемой, представленной на рис. 3.12, *б*.

Последние рекомендации следует сопровождать одним весьма существенным замечанием. В случае равнокомпонентного (гидростатического) поля начальных напряжений в породных массивах, сложенных горными породами с коэффициентом Пуассона, близким к 0,5, т. е. практически несжимаемыми горными породами, начальные смещения равны нулю и дополнительное поле смещений может быть определено по расчетной схеме на рис. 3.11, *в*. Определение дополнительного поля смещений (деформаций) имеет принципиальное значение для моделирования геомеханических процессов разрушения вокруг выработок, поскольку именно дополнительные деформации и соответствующие им дополнительные напряжения,

Рис. 3.12. К построению расчетной схемы геомеханической задачи в дополнительных напряжениях



реализуемые при образовании выработок, являются перво-

причиной разрушения горных пород. Отсюда следуют очевидные рекомендации о том, что разрушение породных массивов вокруг выработок должно моделироваться по расчетной схеме, показанной на рис. 3.12, б, с использованием характеристик прочностных свойств горных пород, определяемых на породных образцах по схеме испытаний Беккера (см. подразд. 1.4.1). При этом в рассмотренном выше случае равнокомпонентного поля начальных напряжений и несжимаемых горных пород возможно моделирование геомеханических процессов разрушения по расчетной схеме, представленной на рис. 3.11, в.

Остановимся несколько подробнее на формулировке начальных и граничных условий. Обычно в качестве начального условия, т. е. начала отсчета времени, принимается момент извлечения породы из забоя, выемки угля из пласта, образования откоса на карьере и т. д. Иногда начало отсчета времени несколько сдвигается относительно указанных моментов. Например, считая скорость упругих деформаций неизмеримо больше скорости последующего деформирования горных пород (деформаций пластического течения, ползучести), за начальные условия удобно принимать момент окончания упругих деформаций. При исследовании взаимодействия породного массива и крепи выработок, которая, как правило, устанавливается с некоторым отставанием от забоя выработки и соблюдением строительного зазора между контуром крепи и породы, в качестве начального условия целесообразно принимать момент соприкосновения породного контура и крепи, на-

зываемый моментом ввода крепи в работу. Следует отметить, что указанный сдвиг начальных условий возможен только для линейно-деформируемых геомеханических моделей и массива.

Граничные условия на поверхности породных массивов могут быть заданы в виде статических и кинематических условий. Статические граничные условия, которые чаще всего встречаются в задачах геомеханики, представляют запись на поверхности породных массивов компонентов напряжений, как это показано, например, на рис. 3.11, в. Кинематические граничные условия представляют запись на границах компонентов смещений. Например, кинематические граничные условия в виде ограничений на смещения могут быть сформулированы на поверхности выработок, закрепленных абсолютно жесткой крепью.

Статические граничные условия целесообразно применять при решении задач в напряжениях (методом сил), а кинематические — при решении задач в перемещениях (методом перемещений). Возможна также запись смешанных граничных условий: на одной части поверхности массива — статические, на остальной поверхности массива — кинематические граничные условия. Например, на поверхности очистной выработки при использовании секционной механизированной крепи смешанные граничные условия могут быть записаны так: на контакте с секциями крепи — кинематические условия в виде ограничений на перемещения породного контура, на остальной поверхности — статические граничные условия в виде равенства нулю компонентов напряжений, касательных и нормальных к породному контуру. Смешанные граничные условия, как указывалось выше, имеют место на расчетной схеме рис. 3.12, б: на контуре выработки — статические граничные условия в виде так называемой снимаемой нагрузки; на внешних удаленных границах в породном массиве — кинематические граничные условия в виде равенства нулю смещений.

В то же время граничных условий должно быть ровно столько, сколько необходимо для решения задачи. Их недостаток приводит к неопределенности в решении задачи, а избыток — к переопределенности. И в том и в другом случае постановку задачи следует считать неверной, и решение задачи построить нельзя. Например, записав в рассмотренной выше задаче для очистной выработки с механизированной крепью, помимо указанных граничных условий, еще условия для напряжений на контакте породы и секций механизированной крепи, получим избыток граничных условий, т. е. на указанном участке кинематические и статические условия могут оказаться несовместимыми. Правда, теоретически возможен случай совместного задания кинематических и статических условий на рассматриваемом участке границы, но тогда для соблюдения правильности постановки задачи необходимо исключить часть ограничений на остальных участках границы.

Помимо внешних поверхностей породных массивов (поверхности выработки, откоса и т. д.) в некоторых задачах геомеханики рассматриваются внутренние поверхности раздела между областями массива, где породы находятся в различном физическом состоянии. На поверхностях раздела обычно задаются условия непрерывности компонентов напряжений и смещений, например, такие условия задаются на границе между областями предельного равновесия пород и остальной частью породного массива.

3.3.3. Выбор метода решения

Выбор аналитического метода решения задачи определяется не только геомеханической моделью массива, т. е. видом физических уравнений, но в значительной степени и конечной целью решения задачи.

Поясним это на примере задачи по оценке прочности незакрепленных выработок. На первом этапе решения при определении напряжений в окрестности выработок целе-

сообразно использовать методы линейной и нелинейной теории упругости в зависимости от деформационных свойств пород, т. е. в зависимости от принятой геомеханической модели массива. На втором этапе решения задачи при исследовании разрушения пород и оценке прочности выработок без их крепления целесообразно воспользоваться методами теории предельного равновесия.

Кроме того, выбор геомеханической модели, а следовательно, и метода решения задачи часто определяется напряженным состоянием массива: одни и те же породы в условиях различного напряженного состояния могут обнаруживать свойства упругих, пластичных или хрупких тел. В конечном итоге при современном уровне развития вычислительной техники следует отдавать предпочтение численным методам моделирования геомеханических процессов.

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Баклашов И.В., Картозия Б.А.* Механические процессы в породных массивах. — М.: Недра, 1986.
2. *Турчанинов И.А., Иофис М.А., Каспарьян Э.В.* Основы механики горных пород. — Л.: Недра, 1977.
3. *Салганик Р.Л., Афанасенко Г.В., Иофис И.М.* Горное давление. — М.: Недра, 1992.
4. *Баклашов И.В., Картозия Б.А.* Механика горных пород. — М.: Недра, 1975.
5. *Баклашов И.В.* Деформирование и разрушение породных массивов. — М.: Недра, 1988.
6. *Давиденко Б.Ю., Кузьяев Л.С., Христолюбов В.Д.* Геомеханика. Лабораторный практикум / Под ред. И.В. Баклашова. — М.: Изд-во МГГУ, 1997.
7. *Руппенейт К.В., Либерман Ю.М.* Введение в механику горных пород. — М.: Госгортехиздат, 1960.
8. *Прочность и деформируемость горных пород* / Ю.М. Карташов, Г.В. Матвеев, Г.А. Михеев, А.Б. Фадеев. — М.: Недра, 1979.
9. *Введение в механику скальных пород* / Под ред. Х. Бока. — М.: Мир, 1983.
10. *Безухов Н.И.* Основы теории упругости, пластичности и ползучести. — М.: Высшая школа, 1968.

АЛФАВИТНО-ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

А

Анизотропия деформационных свойств 14
— — — геометрическая 29
— — — физическая 19
Анизотропия 92

Б

Блочность 88

В

Вода свободная 75
— связанная 75
Водонасыщенность 79
Время релаксации 178

Г

Геомеханика 7
Геомеханические процессы 10, 129
— модели 168, 178
Геомеханическое состояние 10
Горные породы 8, 13
Грунтовой массив 117
Грунты 74, 115
— вечномерзлые 80
— искусственно замороженные 82

Д

Девиатор деформаций 141, 156
Деформации
— продольные 18
— поперечные 18
Деформируемость грунтов 77
Диаграммы деформирования 21
— — построение 22
Дилатансия 35
Динамический способ испытаний 55
Длительная прочность 56

204

Е

Естественные трещины 86

Ж

«Жесткое» нагружающее устройство 24

З

Запредельный участок деформирования 21

И

Изохромы 132
Инварианты тензора напряжений 160
— — деформаций 160

К

Классификация горных пород 14
— — — геомеханическая 15
Коэффициент крепости 15
— поперечных деформаций 19, 34
— Пуассона 28, 34
— связи напряжений и деформаций 26
— структурного ослабления массива 111
— сцепления 110
— трещиностойкости 32, 68

Л

Линейные деформации 17
Литологическая разность 8

М

Массив горных пород 8
Масштабный эффект 41, 45, 93
Метод И. Хансаги 112

Механика горных пород 7
— грунтов 7
Механическая суффозия 116
Механические свойства
— — образца горных пород 9, 24
— — массива горных пород 9
Модуль упругости 26
— деформации 27, 78
— — статический 55
— — динамический 55
— спада 31, 66, 181

Н

Нагружение объемное 59
Напряжения главные 65
— начальные 117
Неоднородность первичная и вторичная 91

О

Образец горной породы 8
— массива горных пород 9
Октаэдрические площадки 143, 162

П

Паспорт прочности горных пород 71
Пльвуны 80
Показатель RQD 112
Ползучесть 51, 177
Породообразующие минералы 13
Предел прочности породы на одноосное сжатие 16, 35
— — — — растяжение 35
Предельная несущая способность образца 21
Процесс дилатансии 21
— трещинообразования 19

Р

Режим заданной нагрузки 24
Релаксация напряжений 51, 58, 124, 177

Реологические свойства 179
Ряд Тейлора 163

С

Силы гравитации 118
Слоистость 89
Стадии деформирования образцов 18
— разрушения 19
Степень кристаллизации 13
— влажности 79
Структура горных пород 13
Структурная нарушенность 112
Структурные блоки 88
Схема Кармана 62
— Беккера 62, 199

Т

Текстура горных пород 13, 14
Тензор деформаций 139
— напряжений 154
Теория прочности Мора 65, 70
Технологическое воздействие 104
Трещины магистральные 43
— — направления распространения 44

У

Удельный вес горных пород 120
Уравнения Коши 148
— Сен-Венана 149
— состояния 177

Ф

Физические методы моделирования 131

Х

Характеристика системы трещин геометрическая 98

Э

Элементарный объем горной породы 8
— — массива горных пород 9

ОГЛАВЛЕНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ	5
ВВЕДЕНИЕ	7
<i>Глава 1</i>	
МЕХАНИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ГОРНЫХ ПОРОД И ГРУНТОВ	11
1.1. Общие сведения о механизме деформирования и разрушения горных пород	13
1.1.1. Особенности минерального строения	13
1.1.2. Общие сведения о классификации горных пород	14
1.1.3. Внутреннее поле напряжений	16
1.1.4. Полные диаграммы деформирования	17
1.2. Деформационные и прочностные свойства горных пород	24
1.2.1. Свойства горной породы и образца горной породы	24
1.2.2. Модуль упругости	26
1.2.3. Модули деформации при одноосном сжатии и растяже- нии	27
1.2.4. Модуль деформации на запредельной стадии деформи- рования	30
1.2.5. Склонность горных пород к хрупкому разрушению	32
1.2.6. Коэффициент Пуассона и коэффициент поперечной де- формации	34
1.2.7. Объемная деформация и явление дилатансии	35
1.2.8. Предел прочности на одноосное сжатие и растяжение	35
1.2.9. Внутренний механизм разрушения горных пород	37
1.2.10. Концевые и масштабные эффекты при испытании породных образцов	41
1.2.11. Остаточная прочность	47
1.2.12. Влияние температуры, воды и газа	48
1.3. Реологические свойства горных пород	51
1.3.1. Явления ползучести и релаксации напряжений	51
1.3.2. Статический и динамический модули деформации	55
1.3.3. Длительная прочность	56
1.3.4. Особенности длительного деформирования за преде- лом прочности	58
1.4. Деформирование и разрушение горных пород при объемном нагружении	59
1.4.1. Особенности объемного нагружения горных пород в массиве и соответствующие способы испытаний	59

1.4.2. Полные диаграммы деформирования при объемном нагружении	63
1.4.3. Общие сведения о теориях прочности горных пород	64
1.4.4. Паспорт прочности горных пород	71
1.5. Механические свойства грунтов	74
1.5.1. Составные части и общая классификация грунтов	74
1.5.2. Основные характеристики механических свойств грунтов	76
1.5.3. Водонасыщенные грунты и пльвуны	79
1.5.4. Вечномерзлые и искусственно замороженные грунты	80

Глава 2

МАССИВ ГОРНЫХ ПОРОД И ЕГО СТРУКТУРНО-МЕХАНИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ...	83
2.1. Природные и техногенные структурно-механические особенности массива горных пород	85
2.1.1. Общая классификация структурных элементов массива	85
2.1.2. Трещиноватость и ее количественные характеристики	86
2.1.3. Блочность	88
2.1.4. Слоистость	89
2.1.5. Неоднородность и анизотропия, естественная и искусственная	90
2.2. Деформируемость и прочность породных массивов	93
2.2.1. Масштабный эффект в породном массиве	93
2.2.2. Механические свойства породного массива и образца породного массива	95
2.2.3. Деформируемость трещиноватых массивов	96
2.2.4. Деформируемость массивов, подверженных технологическому воздействию	104
2.2.5. Прочность массивов по структурным ослаблениям, прочностная анизотропия	107
2.2.6. Коэффициент структурного ослабления массива	111
2.2.7. Прочность массивов, подверженных технологическому воздействию	114
2.3. Особенности механического состояния грунтовых массивов	115
2.3.1. Масштабный эффект в грунтовом массиве	115
2.3.2. Деформируемость и прочность грунтовых массивов	115
2.3.3. Влияние воды	116
2.4. Начальное напряженное состояние породных и грунтовых массивов	117

2.4.1. Факторы, определяющие начальное напряженное состояние	117
2.4.2. Гравитационная составляющая нормальных напряжений по горизонтальным площадкам	120
2.4.3. Коэффициент бокового распора в породных массивах различного строения	122
2.4.4. Тектоническая составляющая начальных напряжений	124
2.4.5. Особенности начального напряженного состояния грунтовых массивов	126
<i>Глава 3</i>	
ОСНОВЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ ГЕОМЕХАНИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ	127
3.1. Общие сведения о геомеханических процессах и физических методах их моделирования	129
3.1.1. Общие сведения о геомеханических процессах	129
3.1.2. Общие сведения о физических методах моделирования	131
3.2. Математическое моделирование геомеханических процессов	132
3.2.1. Общие сведения о методах математического моделирования	132
3.2.2. Методы механики деформируемого твердого тела	133
3.2.3. Деформированное состояние	134
3.2.4. Напряженное состояние	150
3.2.5. Физические уравнения и геомеханические модели	167
3.2.6. Аналитические методы моделирования	182
3.3. Особенности постановки и решения геомеханических задач	191
3.3.1. Постановка задачи	191
3.3.2. Расчетная схема	194
3.3.3. Выбор метода решения	201
СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ	203
АЛФАВИТНО-ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ	204

Игорь Владимирович Баклашов

ГЕОМЕХАНИКА

Том 1

ОСНОВЫ ГЕОМЕХАНИКИ

Режим выпуска «стандартный»

Редактор текста *М.М. Титова*
Компьютерная верстка,
дизайн оригинал-макета и переплета
О.Н. Киреева, Е.Б. Капралова
Набор *Т.Н. Абросимова*
Зав. производством *Н.Д. Урбушкина*

*Диапозитивы изготовлены
в Издательстве МГГУ*

Подписано в печать 10.05.2004. Формат
60×90/16. Бумага офсетная № 1. Гарнитура
«Times». Печать офсетная. Усл. печ. л. 13,5.
Тираж 1500 экз. Заказ 200

**ИЗДАТЕЛЬСТВО
МОСКОВСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО
ГОРНОГО УНИВЕРСИТЕТА**

*Лицензия на издательскую деятельность
ЛР № 062809. Код издательства 5Х7(03)*

*Оригинал-макет подготовлен
ООО «Горная книга»*

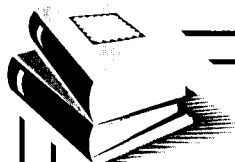
Отпечатано в ОАО
«Московская типография № 6»
115088 Москва, ул. Южнопортовая, 24

Магниеые штампы изготовлены
в Первой Образцовой типографии

*119991 Москва, ГСП-1, Ленинский
проспект, 6, Издательство МГГУ;
тел. (095) 236-97-80; факс (095) 956-90-40;
тел./факс (095) 737-32-65*



ВЫСШЕЕ ГОРНОЕ ОБРАЗОВАНИЕ



К ♦ Н ♦ И ♦ Г ♦ И

**ИЗДАТЕЛЬСТВА МОСКОВСКОГО
ГОСУДАРСТВЕННОГО ГОРНОГО
УНИВЕРСИТЕТА
*можно приобрести:***

- ◆ в киоске Издательства МГГУ (м. «Октябрьская»-кольцевая, Ленинский просп., 6, главный корпус, 2-й этаж);
- ◆ заказать через систему «Книга—почтой»; заказы в произвольной форме направлять по адресу:

**119991 Москва, ГСП-1, Ленинский
проспект, 6, Издательство МГГУ;**

- ◆ заказать по телефонам: **(095) 236-97-80,
(095) 737-32-65;**
- ◆ заказать по факсам: **(095) 956-90-40,
(095) 737-32-65;**
- ◆ через e-mail: **gornaya_kniga@mail.ru;
pbhsmsmu@mtu_net.ru**

**Распространение книг
осуществляют Издательство МГГУ
и ООО «Горкниготорг»**

**Подробная информация
размещена в Интернете на сайте
www.gornaya-kniga.ru**

Для заметок