

Российская Академия Наук

КОЛЬСКИЙ НАУЧНЫЙ ЦЕНТР

Горный институт

Ю.Е.Капутин, А.И.Ежов, С.Хенли

ГЕОСТАТИСТИКА
В ГОРНО-ГЕОЛОГИЧЕСКОЙ
ПРАКТИКЕ

В первое в России монографии по геостатистике рассматриваются все основные разделы теории применительно к решению конкретных практических задач, характерных для горных предприятий и геологических организаций. Книга рассчитана на специалистов предприятий и организаций горно-геологического профиля, студентов ВУЗов.

Ответственный редактор Член-корреспондент РАН Н.Н.Мельников

© Кольский научный центр РАН, 1995 г

ВВЕДЕНИЕ

Серьезные изменения, происходящие в экономике России и стран СНГ, вносят много нового в работу геологических и горнодобывающих предприятий. Идет сокращение объемов производства и услуг, повышаются требования к их качеству, увеличиваются производственные издержки в т.ч. - заработная плата персонала, особенно квалифицированных специалистов и т.п. При выходе предприятий на внешний рынок оказывается, что качество их продукции (по мировым стандартам) весьма низкое, и получаемые за нее доходы значительно меньше тех, которые получают аналогичные западные компании.

В этих условиях единственным выходом практически для каждой организации горно-геологического профиля является увеличение эффективности производства, т.е. всемерное снижение издержек производства при одновременном повышении качества выпускаемой продукции.

Одним из мощных инструментов для этого является компьютеризация, позволяющая значительно увеличить оперативность и полноту использования всей имеющейся (геологической, экономической, экологической и т.д.) на предприятии информации, а также обеспечить качественно новый уровень принятия оптимальных и гибких управленческих, проектных и плановых решений.

Одним из мощных и многократно проверенных инструментов для получения наиболее достоверной информации о запасах полезного ископаемых в недрах, оптимального планирования их отработки и проведения геологоразведочных работ, прогнозирования результатов работы организации является геостатистика, повсеместно используемая на большинстве горных и геологических предприятий мира.

К сожалению в странах СНГ до настоящего времени геостатистика практически не нашла применения. Основные причины этого связаны с отсутствием (или недостатком) на производстве специалистов, компьютерного оборудования, "засильем" традиционной (ручной) технологии оценки запасов и планирования работы, отсутствием обучения, учебников и т.д. и т.п.

Однако, сегодня ситуация меняется к лучшему, интерес к госстатистике начинает проявляться, поэтому авторы настоящей книги взяли на себя смелость создать первое в СНГ практическое пособие по геостатистике, главная цель которого - закрыть "информационную дыру" в этой области и обеспечить специалистов горных и геологических предприятий доступным справочным и учебным пособием для реальных расчетов.

Книга рассчитана в первую очередь на геологов и горняков - практиков, которые имеют вузовскую подготовку по статистике и теории вероятностей, доступ к компьютерам и желание разобраться с такими много раз слышанными понятиями, как "вариограмма, кригинг, эффект основания и т.п.", которые предоставляют в распоряжение специалиста качественно новый набор инструментов для оценки запасов, планирования и прогнозирования работы производства.

На наш взгляд книга будет полезной также студентам ВУЗов, если у них есть возможность работать с геостатистическими пакетами компьютерных программ.

Книга состоит из 9 глав, введения и заключения. Материал в ней излагается в последовательности, соответствующей реальному процессу подготовки информации и проведения геостатистических исследований и расчетов. При этом достаточно подробно описаны все стадии этой цепи, чтобы начинающий пользователь испытывал как можно меньше дискомфорта в усвоении материала и повторении рекомендаций пособия.

Авторы не стремились дать полное описание всех тонкостей геостатистической теории, которые искушенный читатель может найти в книгах и статьях, упомянутых в прилагаемой к книге обширной библиографии. Более того, эта книга написана не

профессионалами - геостатистиками, а геологами и горным инженером для геологов и горных инженеров. Математический аппарат, приводимый в книге, очень ограничен и оставлен лишь там, где без него не обойтись.

При описании процессов компьютерной обработки информации авторы главным образом использовали свой опыт работы с широко распространенной в мире интегрированной системой ДАТАМАЙН, которая предоставляет в распоряжение исследователя большое число совершенных инструментов для статистических и геостатистических расчетов, а также для оценки запасов полезных ископаемых, моделирования месторождений, проектирования и планирования горных работ.

Главы и разделы книги написаны: Введение, 1, 2, 4, 5., 6, 9.1, - Калугиным Ю.Е.; 3, 4.3.5, 7, 9.2 - Ежовым А.И.; 5.2.4, 8 - С.Хенли.

Глава 1. ГЕОСТАТИСТИКА В ГОРНЫХ И ГЕОЛОГИЧЕСКИХ РАСЧЕТАХ

1.1. Почему геостатистика?

В 60-х годах нашего столетия в мире появилась и начала стремительно развиваться новая теория. оценки пространственных переменных - ГЕОСТАТИСТИКА.

Основа этой теории была заложена эмпирическими исследованиями Д.Криге, Х.Девийса, Ж.Серра и некоторых других ученых, которые пользовались главным образом материалами по месторождениям драгоценных металлов Южной Африки. Значительный вклад в развитие математического аппарата теории внес французский ученый, а ныне Президент Международной Ассоциации Геостатистики - Ж.Матерон.

Особенно мощный толчок теория получила с развитием компьютерных технологий, без которых невозможна обычная в геостатистике обработка громадных массивов первичных геологических данных. Сегодня практически ни одно месторождение на Западе не оценивается без применения геостатистики. Более того, эта теория стремительно расширяет сферу своего применения. Океанография, гидрогеология, лесное и сельское хозяйство, почвоведение, экология, материаловедение - вот далеко не полный перечень областей, где геостатистика эффективно используется.

В Фонтенбло (Франция) работает исследовательский и учебный Центр геостатистики. Выпускаются специальные бюллетени по геостатистике во Франции и США. В 1992 г в Португалии состоялся уже Четвертый Международный Геостатистический Конгресс. Издано около 20 монографий и сотни статей во многих странах мира .

Возникает вопрос, почему геостатистика получила такое широкое распространение?

Во-первых, она подводит прочный теоретический фундамент под богатый интуитивный оценочный опыт геологов, и таким образом она тесно связана с практикой.

Во-вторых, в отличие от методов классической статистики, используемых в оценке природных ресурсов, геостатистика позволяет получать несмещенные оценки и минимальную погрешность расчетов. Так при наличии корреляционной связи между пробами мы получаем погрешность в 2 - 3 раза меньше, чем при методе многоугольников, и на 20-50% меньше, чем при методе обратных расстояний.

Геостатистика располагает надежными инструментами для оптимизации программ опробования и оценки месторождений, контроля и управления процессом формирования качества рудопотоков на горных предприятиях.

Она способна решать на одной базовой исходной геологической информации многие геолого-оценочные, проектные и плановые задачи, возникающие на всех стадиях разведки и разработки месторождений полезных ископаемых. Для этого имеются развитое программное обеспечение, и методология, а также громадный практический опыт геологов и горняков во всем мире.

Как и любая другая теория, геостатистика имеет свою область применения и не может использоваться эффективно повсеместно. Необходимое условие для нее наличие достаточно надежной корреляционной связи между пробами в пространстве и отсутствие в исследуемой зоне резких изменений свойств оцениваемой среды (тектонические нарушения и т.п.). Второе практически обязательное условие - это наличие достаточно мощного компьютера для обработки массивов первичных геологических данных.

Какие классы задач может решать геостатистика?

Первый этап любого геостатистического исследования пространственный корреляционный анализ, т.е. исследование характера корреляционных связей между пробами в различных направлениях. Результатом этой работы являются экспериментальные функции *-вариограммы*, к которым в дальнейшем подбирается пространственная ковариационная модель исследуемой среды, учитывающая анизотропии

ее свойств. Эта модель является основой для практически всех дальнейших геостатистических расчетов.

Один из главных оценочных методов геостатистики - *кригинг*, который по сравнению со всеми другими традиционными методами дает минимальную дисперсию оценки. Сегодня известно уже более 10 различных видов кригинга, и новые его разновидности продолжают появляться. С помощью этого метода можно оценить любой пространственный объем (или площадь) по произвольно размещенным исходным пробам. При этом кроме величины оценки мы получаем значение ее возможной ошибки - *дисперсию кригинга*.

Дисперсия оценки - одно из главных понятий геостатистики. Она определяет величину интервала, в котором находится истинное значение оцениваемого параметра.

Дисперсия изменчивости характеризует изменчивость оцениваемого параметра в любых объемах, площадях, рудопотоках и позволяет рассчитывать среднестатистические устройства, различные параметры горных работ, что в итоге дает возможность поставлять на переработку сырье требуемой однородности.

Важным методом является *условное моделирование* рудных и других анизотропных зон.

Эти модели чаще всего используются для оценки извлекаемых запасов, анализа изменчивости рудопотоков на разных стадиях технологического процесса, подбора параметров системы разработки и решения некоторых других задач. На полученной таким образом модели "проигрываются" различные варианты технологии горных работ с целью выбора оптимальных проектных и плановых решений.

И, наконец, геостатистика дает в наше распоряжение различные методы *оценки извлекаемых запасов полезных ископаемых*, которые во всех случаях будут не равны запасам руды в недрах, подсчитанным геологами по малообъемным пробам. Конечным результатом такой геостатистической оценки являются функции зависимости объема руды, среднего содержания компонентов, количества металла и условной прибыли от бортового показателя качества извлекаемой руды. Характер этих функций зависит от объема, формы и ориентации в пространстве единичного выемочного блока, по которому оценивается качество руды в процессе горных работ, а также - от количества информации, имеющейся в распоряжении исследователя.

Нельзя не упомянуть также и о полезной практике использования геостатистики для оптимизации бортового показателя качества руды и предельных границ карьеров, а также при решении некоторых других оценочных и технологических задач.

Однако, применяя геостатистику на практике нельзя забывать о том, что прежде всего это *ОЧЕНЬ ТОЧНЫЙ И ДОСТАТОЧНО СЛОЖНЫЙ ИНСТРУМЕНТ*, дающий в распоряжение специалиста большой набор новых возможностей, " грамотное и творческое использование которых позволяет получать намного больше дополнительной информации об объекте (при том же количестве исходных данных) для принятия значительно более обоснованных проектных, плановых и управленческих решений.

Эффективность применения этого инструмента зависит от квалификации специалиста и часто носит исследовательский характер. Недаром геостатистические расчеты часто называют Искусством в самом лучшем смысле этого слова. Не так давно в Экологическом Агентстве США провели такой эксперимент. Один и тот же массив данных раздали 12 независимым специалистам в области геостатистики и попросили их выполнить оценку руды в блоке. В итоге не было получено даже двух одинаковых результатов, а разброс оценок был очень большой. Специалисты при решении одинаковой (казалось бы) задачи использовали различные модели вариограмм, разные виды кригинга и другие аргументы и методы, которые дает в их распоряжение геостатистика.

К сожалению в странах СНГ эта теория пока не получила широкого распространения. Это связано прежде всего со сложившейся у нас жесткой бюрократической системой подготовки, прохождения и утверждения геологической информации, которая не стимулировала внедрения ЭВМ и повышения общей культуры геологической, проектной и управленческой деятельности.

Второй причиной можно назвать отсутствие на предприятиях в достаточном количестве мощных персональных ЭВМ, программных средств и методологии для практического использования геостатистики.

В странах СНГ пока еще мало специалистов, хорошо знакомых с теорией геостатистики, в большинстве горных и геологических ВУЗов она не преподается, крайне

недостаточно издается учебной, научной и производственной литературы в этой области. Кроме того, у специалистов сложился определенный психологический барьер, связанный с исследовательским характером геостатистических расчетов, использующих к тому же достаточно сложный математический аппарат.

Однако, положение быстро меняется. Предприятия и организации достаточно интенсивно насыщаются современной компьютерной техникой и программными средствами. Во многих местах энтузиасты пробуют геостатистику и убеждаются, что она работает лучше традиционных методов. В некоторых ВУЗах ввели специальные факультативы. Вышли в свет несколько публикаций русских авторов, описывающих основы теории и опыт ее применения.

В 1988 г. в Петрозаводске прошел Первый Всесоюзный семинар по геостатистике, который собрал всего 14 человек. Но уже в 1990 г. на Второй семинар в Петрозаводск приехало почти 200 специалистов и ученых, которые сделали около 40 докладов и сообщений по данной теме.

К сожалению крупные политические и экономические неурядицы, связанные с перестройкой, внесли свои коррективы и в этот процесс. В частности пока не удалось создать Всесоюзную Ассоциацию Геостатистики и привлечь для работы в ней ведущих сотрудников Институты и предприятий горно-геологического профиля. На состоявшийся в 1993 г. в Петрозаводске Третий семинар по геостатистике приехало всего около 30 специалистов.

Тем не менее, положение в экономике постепенно стабилизируется. Все больше на наших горных предприятиях и в геологических организациях появляется иностранных специалистов, которые считают использование геостатистики повседневной обычной работой. В стране регистрируются и начинают работу совместные и чисто иностранные горные компании, широко применяющие компьютерные технологии, и геостатистику на всех этапах своей деятельности.

Таким образом, в ближайшее время геостатистика несомненно займет и в странах СНГ свое законное место, позволяя специалистам принимать оптимальные решения по наиболее эффективному использованию минерального сырья.

1.2. Современные горные компьютерные технологии

На каждом предприятии имеется широкий круг задач, связанных с обработкой громадного количества информации, многократным повторением однообразных расчетов, требующих вывода большого числа графических материалов. Ниже приведен примерный перечень таких задач, которые можно эффективно выполнять на компьютерах. В принципе, сегодня может быть автоматизирована любая стандартная задача, для которой можно найти уже готовое программное обеспечение.

Геология

Большинство предприятий самостоятельно ведет эксплуатационную разведку своих месторождений, а иногда и доразведку, в процессе которых можно полностью автоматизировать следующие расчеты:

- обработка данных любого опробования и составление геологических карт и разрезов;
- создание трехмерных (каркасных или блочных) моделей рудных тел, топографии, поверхностей тектонических нарушений и т.д.;
- исследование ковариационной геостатистической Пространственной структуры анизотропных массивов;
- подсчет и погашение запасов с любыми заданными условиями и ограничениями ;
- быстрый пересчет ранее полученных результатов при появлении новой информации о месторождении;
- автоматизированный съем данных каротажа с датчиков в поле, перенос их в базу данных по месторождению и расчет по ним необходимых параметров;
- расчет количества и качества руды в блоках и на участках месторождения, намеченных к отработке в процессе планирования;
- оптимизация рудопотоков предприятия по количеству и

- качеству (включая перегрузочные и усреднительные склады) для обеспечения заданного качества руды, поступающей на переработку.

Горные задачи

- оптимизация конечных контуров и календарного плана развития карьера по выбранному критерию;
- детальное 3-х мерное проектирование развития открытых и подземных горных работ с полуавтоматическим построением карьерных дорог и оценкой запасов месторождения, попадающих в контур отработки;
- многовариантное 3-х мерное планирование развития горных работ на любой период времени;
- проектирование буро-взрывных работ на карьерах и шахтах;
- составление календарных графиков добычи руды на период от смены до всего срока отработки залежи;
- геомеханические, вентиляционные, инженерно-строительные и др. сопутствующие расчеты;
- изготовление всех видов чертежей, сопровождающих указанные выше расчеты.

Маркшейдерские расчеты

Практически все регулярно проводимые маркшейдерские работы могут быть сегодня выполнены на компьютерной технике, начиная от использования оптических приборов с автоматизированным съемом информации и кончая выдачей готовых маркшейдерских чертежей и планшетов.

В приведенный перечень можно было бы включить также экономические, инженерно-технические, гидрогеологические и целый ряд других задач, решаемых на горном предприятии, однако предметом данной книги является автоматизация в первую очередь специфических горно- геологических задач, связанных с оценкой запасов и обеспечением высокого качества продукции, как правило встречающихся на каждом карьере или шахте.

Можно отметить, что многие указанные выше работы ранее выполнялись (и в ряде случаев выполняются до сих пор) специализированными проектными, геологическими и научно-исследовательскими организациями. Теперь в этом нет необходимости, и предприятие, освоив компьютерную технологию, может выполнять большинство расчетов самостоятельно, привлекая посторонних специалистов - экспертов (обычно из небольших консультационных компаний) только для решения самых сложных проблем, требующих высокого уровня узкоспециальных знаний.

Это тем более актуально, потому что сегодня большинство проектных институтов по-прежнему не работают с детальной геологической информацией, используя для проектирования подсчетные геологические блоки, что часто приводит мягко говоря к "неточностям" в принятии стратегических проектных решений.

Кроме того, регулярные услуги крупных проектных организаций обходятся предприятиям очень недешево.

1.2.1. Преимущества внедрения компьютерных технологий

Практически все горные предприятия мира решают сегодня свои геологические, горные и маркшейдерские задачи на компьютере. Это позволяет:

- эффективно использовать в повседневной работе всю имеющуюся геологическую информацию о месторождении, производить быстрый пересчет кондиций и планов при изменении экономической ситуации на рынке и получении новых сведений о месторождении;

- осуществлять непрерывное планирование горных работ с ежедневной (если необходимо) корректировкой недельно-суточных и месячных планов;
- с высокой скоростью и точностью вести учет и погашение запасов руды;
- при изменении технико-экономических условий оперативно пересчитывать главные параметры горных работ (границы, календарный план, схему вскрытия и подготовки и т.д.) с использованием требуемого количества вариантов;
- быстро и точно обмениваться информацией и исходными данными, имеющимися у главных специалистов предприятия (технолога, геолога, маркшейдера и т.д.);
- в короткое время получать много вариантов перспективных решений, из которых может быть выбрано наилучшее;
- быстро создавать и получать твердые копии требуемых графических материалов с нужной детализацией и высокой точностью;
- эффективно организовать оперативный контроль и управление качеством руды на всех стадиях формирования и преобразования рудопотоков.

Перечисленные выше преимущества без сомнения не являются исчерпывающими и могут быть объединены в 4 главных преимущества:

ПОЛНОЕ ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ГЕОЛОГИЧЕСКОЙ ИНФОРМАЦИИ ВО ВСЕХ РЕШАЕМЫХ ЗАДАЧАХ, МАКСИМАЛЬНО ПОЛНЫЙ И ТОЧНЫЙ УЧЕТ ДВИЖЕНИЯ ЗАПАСОВ;

ВОЗМОЖНОСТЬ МНОГОВАРИАНТНЫХ РАСЧЕТОВ РАЗВИТИЯ ГОРНЫХ РАБОТ И ПОЛУЧЕНИЕ ОПТИМАЛЬНЫХ СТРАТЕГИЧЕСКИХ РЕШЕНИЙ, ДАЮЩИХ БОЛЬШОЙ ЭКОНОМИЧЕСКИЙ ЭФФЕКТ;

ВОЗМОЖНОСТЬ ОРГАНИЗАЦИИ АВТОМАТИЗИРОВАННОЙ СИСТЕМЫ КОНТРОЛЯ И УПРАВЛЕНИЯ КАЧЕСТВОМ РУДЫ;

АВТОМАТИЗАЦИЯ СОЗДАНИЯ ЛЮБЫХ ГРАФИЧЕСКИХ МАТЕРИАЛОВ.

При этом надо обязательно иметь в виду, что первоначальный ввод информации, создание точных моделей месторождений и сети существующих выработок требуют иногда больших затрат труда и времени, сопоставимого с обычными ручными расчетами. Однако, эти затраты сторицей окупаются на последующих этапах работы.

Чтобы получить какую-то пользу от компьютеров на предприятии должны быть 1 - 2 хороших специалиста (а точнее - энтузиаста) в каждом из названных направлений, которые смогут найти время (свободное от текучки) для освоения совершенно новой для них технологии.

Это необходимо потому, что на большинстве наших горных предприятий за долгие годы усвоена ручная технология планирования и управления производством, поломать которую трудно и в какой-то мере опасно, т.к. на ней держится сегодня вся повседневная жизнь производственного коллектива.

Поэтому компьютерные технологии как правило внедряются в практику постепенно. Очень многие возникающие проблемы удается быстро решить, если на предприятии имеется свой научный или проектный институт (или лаборатория).

Кроме специалистов предприятие должно также располагать соответствующим компьютерным оборудованием и программными средствами. В практике работы горных и геологических организаций могут использоваться самые разнообразные программные

продукты, позволяющие решать практически любые задачи по планированию и управлению производством. Здесь мы рассмотрим только часть из них, которая связана с горными, геологическими и маркшейдерскими расчетами в области моделирования месторождений и оценки запасов полезных ископаемых, а также проектирования, планирования и управления горными работами с целью обеспечения высокого качества поставляемой на переработку руды.

1.2.2. Программные средства для компьютерных технологий

Сегодня для решения специфических горных задач на рынке предлагается более 1000 разнообразных компьютерных программ, пакетов и систем. Естественно, что в этих условиях выбрать то, что наиболее подходит предприятию, очень трудно. Поэтому полезно прежде всего внимательно разобраться со своими потребностями, а также с предложениями различных продавцов.

Каждое предприятие уникально и имеет целый ряд специфических задач, учесть которые не может ни одна даже самая универсальная система. Таким образом, надеяться, что какая-то программа полностью решит все поставленные задачи – нереально. В то же время практически все предприятия выполняют целый ряд стандартных расчетов, которые хорошо автоматизированы в коммерческих программных продуктах и могут быть эффективно использованы на большинстве карьеров и шахт.

Каждое предприятие само определяет набор применяемых программ. Одни предпочитают приобрести и использовать только одну развитую систему, другие – две или более того, а третьи вообще разрабатывают нужные программы собственными силами.

Предлагаемые на рынке программные продукты можно разделить на 3 класса:

-общедоступные программы -недорогие коммерческие программы - интегрированные системы.

Если пользователь, решив сэкономить деньги, будет ориентироваться на первые 2 вида программных продуктов, то он должен будет потратить достаточно времени на поиск нужных составляющих требуемого набора программ, а также быть готовым к тому, что придется создавать много различных интерфейсов для передачи данных между программами или постоянно редактировать эти данные перед использованием, в следующей программе.

Обычно внедрение компьютеров на предприятиях начинается с использования отдельных недорогих программ, с помощью которых можно строить карты, создавать и вести базы данных, построить несложные модели рудных тел, подсчитывать запасы месторождений и т.д.

Большие интегрированные системы для персональных компьютеров и Рабочих Станций предлагаются сегодня более, чем 10 компаниями по достаточно высоким ценам. Однако, спрос на эти системы постоянно растет, что свидетельствует о той большой отдаче, которую дает их использование, особенно на больших предприятиях со сложными горно-геологическими условиями.

1.2.3. Общедоступные программы

Эти программы обычно разрабатываются на государственные или общественные средства, не имеют полной технической документации и гарантии качества, присущих коммерческим продуктам. Они как правило приобретаются предприятиями, которые не имеют или не хотят тратить много средств на компьютерные технологии.

Основной распространитель этих программ в рассматриваемой нами области – Ассоциация COGS (Computer Oriented Geological Society, США), которая имеет филиалы во многих странах мира и издает каталог и информационные бюллетени по компьютерным программам для решения горных и геологических задач. Выбранные пользователем

программы за символическую плату передаются ему на дискете или устанавливаются прямо на компьютер через модем.

Кроме того, некоторые группы пользователей и разработчиков программ практически бесплатно распространяют свои программы (shareware) на условиях последующей оплаты непосредственно автору (если программа понравилась пользователю) за дополнительное консультирование и поддержку.

Сегодня около 20 компаний распространяют общедоступные программы для горных предприятий по всему миру за минимальные цены. Их адреса можно найти в специализированных компьютерных журналах.

1.2.4. Недорогие программы

В этот класс входят коммерческие программные продукты стоимостью обычно не более 2-4 тыс. долларов США. Это надежные программы, обеспеченные полной технической документацией и гарантией качества. Основные распространители таких программ для горных и геологических предприятий - Компании Rock Ware и Geotech Computer Systems (Обе из США), которые при запросах высылают каталоги распространяемых ими программ. Одной из известных в СНГ компаний, разрабатывающих программы этого класса, является Golden Software (США), продукты которой Surfer и Grapher применяются многими пользователями в наших странах.

Большинство из недорогих программ имеют 2-х или 3-х мерные геостатистические модули. К этому классу относятся также специализированные геостатистические программы, разработанные французской компанией Geovariances, Университетом Лиидс в Великобритании, некоторыми Центрами и компаниями США и Канады, например Geostat Systems Int. Сюда же можно отнести и первый в СНГ специализированный геостатистический пакет GST, разработанный Мальцевым В.А.

Сейчас некоторые из продавцов недорогих программ уже имеют своих представителей в СНГ и в ближайшее время можно ожидать появления русскоязычных версий и технической поддержки русских клиентов.

1.2.5. Интегрированные системы

Предлагаемые на рынке достаточно дорогие программные продукты этого класса обычно включают в себя некоторые функции операционных систем, работают как на Персональных Компьютерах (PC) так и на Рабочих станциях, включают в себя несколько сотен программ и позволяют пользователю выполнять большинство работ не выходя за пределы интегрированной системы. Как правило такие системы могут выполнять следующие функции:

- управление Базами Данных;
- интерактивная графика и картирование;
- геостатистика;
- 3-х мерное моделирование;
- проектирование открытых и подземных горных работ;
- планирование горных работ;
- составление календарных графиков производства.

В рамках таких систем пользователь может свободно обмениваться данными между программами и базами данных, а также между другими используемыми системами, т.к. обычно имеются встроенные интерфейсы со стандартными пакетами, например АвтоКАДом. Большинство систем имеют свой язык МАКРО и развитые функции помощи, а также возможности интерактивной 3-х мерной динамической графики для всестороннего рассматривания и конструирования сложных пространственных объектов.

Стоимость таких систем довольно высока (15 - 60 тыс.долларов США для Персональных Компьютеров и в 2-3 раза больше - при установке систем на Рабочих Станциях в многопользовательском режиме). Однако, использование этих систем может дать существенный экономический эффект (за счет принятия оптимальных стратегических решений и повышения качества продукции), поэтому все больше горных компаний мира предпочитают приобретать их, а не набор несвязанных недорогих программ.

Среди наиболее распространенных в мире интегрированных систем можно назвать "ДАТАМАЙН" и "ГАЙД" - английской компании MISC, "ВУЛКАН" - австралийской компании KRJA Systems, "ЛИИКС" - канадской фирмы Lynx Geosystems Inc, "МЕДСИСТЕМ" - американской фирмы Mintec Inc и некоторые другие. Ниже приводятся более подробные сведения по системе ДАТАМАЙН, единственной на данный момент русифицированной интегрированной системе для автоматизации геологических, горных и маркшейдерских расчетов.

1.2.6. Система ДАТАМАЙН

Одна из наиболее развитых и распространенных в мире (более 300 пользователей) систем такого класса ДАТАМАЙН (ДМ) разработана английской компанией MISC (Mineral Industries Computing Ltd).

Интегрированная система ДМ состоит из Ядра и Модулей Расширения, которые выбираются пользователем применительно к своим потребностям. Ядро системы состоит из специализированной реляционной базы данных, емкость которой ограничена лишь объемом памяти ЭВМ, а также - из пакета программ для первичной обработки информации и манипуляции исходными данными. Сюда входят:

- ввод, вывод, редактирование и управление данными. При этом информация вводится любыми известными способами в любом удобном для пользователя виде;
- преобразование данных, т.е. функциональное преобразование, создание новых переменных, поворот и перемещение систем координат и т.д.;
- режимы "меню" и "макрос";
- файлы помощи;
- статистические вычисления;
- геостатистика (расчет вариограмм);
- интерактивная многоцветная графика, в т.ч. специальная горно-геологическая;
- обработка информации по буровым скважинам;
- интерфейс с системой AutoCAD.

Ядро системы является обязательной составляющей любой приобретаемой пользователем конфигурации ДМ. Совместно с ним могут поставляться следующие Модули Расширения, каждый из которых представляет собой специализированную программу (или набор программ), работающую в среде ДМ:

- детальная обработка геологической, геохимической и т.п. информации и составление геологических карт;
- углубленные геостатистические расчеты;
- 3-х мерное моделирование месторождений (блочное, каркасное, числовое) с интерполяцией традиционными и геостатистическими методами;
- маркшейдерские расчеты для открытых и подземных горных работ с автоматизированным и ручным вводом информации;
- проектирование открытых горных работ;
- проектирование подземных горных работ;
- оптимизация развития карьера по методам Лерча-Гроссмана и "плавающего конуса";

- оперативное планирование горных работ;
- составление календарных графиков добычи руды;
- система управления качеством руды и контроля технологических процессов.

Перечень этих модулей постоянно расширяется.

Среди клиентов МИКЛ многие десятки крупных горнодобывающих компаний, ведущих добычу практически всех видов твердых полезных ископаемых во многих странах мира, а также геологические организации, учебные центры, правительственные учреждения. Для обмена информацией ежегодно организуются конференции пользователей.

Вторым продуктом, недавно созданным компанией MICL, является 3-х мерная графическая система ГАЙД (Graphical User Interface for the DATAMINE Environment). Она позволяет выполнять полностью интерактивные процессы показа данных, моделирования рудных тел, проектирования горных работ, используя методы 'point-and-click' на графическом экране. Этот пакет может одинаково хорошо работать как на ПК, так и на Рабочих Станциях. Кроме того, на Рабочих Станциях обеспечивается 3-х мерная визуализация (GVP - GUIDE Visualisation Program), позволяющая реализовать пространственную динамическую графику с полным использованием цветовых возможностей оборудования. Эта система запускается отдельно от ДАТАМАЙН, используя ту же структуру базы данных, но обеспечивает похожее на САПР окружение, ориентированное прежде всего на решение специфических горных задач.

ДАТАМАЙН и ГАЙД имеют много перекрывающихся друг друга функций. Их комбинация обеспечивает пользователю большие удобства для работы.

1.3. Место геостатистики в компьютерных технологиях

Обычно геостатистические расчеты выполняются для наиболее точной оценки запасов руды при моделировании месторождения и его участков, блоков и т.п. Стандартная последовательность обработки геологической информации при этом имеет вид:

- а. ввод в компьютер первичной геологической информации: параметров бурения разведочных скважин и пространственного размещения проб, данных опробования, топографии поверхности, геологических профилей и планов, чертежей сети существующих горных выработок и т.п.;
- б. проверка и корректировка введенной информации;
- в. объединение информации о пробах в один файл с расчетом пространственного положения каждой пробы;
- г. статистическая обработка данных;
- д. геостатистическое исследование анизотропии изменчивости массива месторождения и создание пространственных ковариационных моделей (вариограммных моделей) для каждого участка, рудного тела (и т.п.) месторождения;
- е. геометризация рудных тел месторождения, поверхности топографии, различных геологических поверхностей и зон;
- ж. создание блочной модели месторождения; интерполяция показателей качества руд, физико-механических, гидрогеологических и др. характеристик массива и литологии;
- з. оценка запасов полезных ископаемых по месторождению, в т.ч. оценка извлекаемых запасов.

Пункт "д" является первым и самым важным этапом геостатистического исследования месторождения, на котором моделируется 3-х мерная структура изменчивости массива. От надежности полученных здесь моделей зависят результаты всех последующих этапов геостатистических расчетов.

Геостатистика далее может применяться на всех последующих стадиях исследования и отработки месторождений. Так при геометризации залежей иногда приходится интерполировать (привлекая аппарат кригинга) поверхности рудных тел, топографии, тектонических нарушений и т.п.

Особенна важна роль геостатистики при интерполяции показателей качества руды и параметров массива в рамках блочной модели месторождения. В результате этой операции мы получаем наиболее достоверные оценки всех учитываемых показателей для каждого элементарного блока, содержащего руду или породу. Кроме того, используемые здесь различные виды кригинга позволяют нам оценить погрешность этих оценок, что пока недоступно для любого другого традиционного метода интерполяции.

Оценка извлекаемых запасов - это снова геостатистика! Здесь мы имеем возможность составить прогноз о том, сколько и каких запасов будет извлечено при работе реального карьера или шахты в будущем.

Следующая стадия освоения месторождения - проектирование.

На этом этапе геостатистика применяется для моделирования процессов извлечения руды из недр. Геостатистический метод условного моделирования позволяет создать искусственный 3-х мерный массив с изменчивостью, соответствующей полученной вариограммной модели и учетом реальных показателей отобранных проб. На такой модели можно "проиграть" различные варианты технологических параметров горных работ (высоту уступа, число забоев и их производительность, направление отработки, последовательность выемки блоков и т.д. и т.п.) и выбрать оптимальные проектные решения.

Кроме того, такое моделирование позволяет оценить риск от неподтверждения геологической информации.

На этой же стадии обычно проектируется система рудопротоков горного предприятия. Здесь также можно использовать геостатистику для расчета параметров усреднительных сооружений, размещения добычных забоев и некоторых других элементов системы.

Наконец, на стадии отработки месторождения геостатистику используют для расчета элементов системы опробования качества продукции (руды), детальной оценки запасов выемочных блоков, оптимизации размещения скважин (выработок) эксплуатационной разведки и т.д.

Очень большую отдачу от использования геостатистики могут получить геологи, занимающиеся прогнозированием, проектированием разведочных сетей, оценкой запасов на самых ранних стадиях разведки залежей.

Перечень возможностей геостатистики необычайно велик, поэтому каждый грамотный специалист может найти для себя ту область, где геостатистика позволит ему получить дополнительную информацию для принятия более обоснованных решений.

Глава 2. ПОДГОТОВКА ИСХОДНОЙ ИНФОРМАЦИИ К ГЕОСТАТИСТИЧЕСКИМ РАСЧЕТАМ

2.1. Ввод данных

Для моделирования месторождения обычно необходимо располагать следующей исходной геологической информацией:

а. Данные опробования месторождения, в т.ч.:
-координаты (X,Y,Z) устьев разведочных выработок;
-результаты маркшейдерских замеров изменения направления разведочных выработок (инклинометрия) : расстояние точки замера от устья выработки, азимут и вертикальный угол выработки в данной точке;

-результаты опробования (в т.ч.: литологические, геомеханические и др. характеристики массива) по каждому интервалу (пробе) выработки.

б. графические материалы, дающие представление о топографии поверхности, геометрии рудных тел, тектонических нарушений, гидрогеологии, зональности и т.п. месторождения.

При этом может быть введена и описана информация о любой разведочной выработке (вертикальные, горизонтальные и сложные наклонные скважины, горные выработки и т.д.) или пробе, имеющей отношение к моделируемой залежи. Если данные по инклинометрии отсутствуют, то выработка считается вертикальной. Количество показателей опробования скважин и других разведочных выработок, геологических, геомеханических и др. параметров не ограничивается. Исходная информация может вводиться вручную с клавиатуры в виде таблиц, а также переписываться с других машинных носителей или с автоматических устройств съема информации (например - со сканеров).

Следует взять за правило - присваивать каждой пробе все имеющиеся признаки, характеризующие ее отношение к рудному телу, профилю, типу руды, зоне, виду и срокам опробования и т.п. Все эти признаки вводятся либо системой кодирования, либо непосредственно словами.

В системе Датамайн и в других современных программных продуктах нет жесткого фиксированного формата для каждого типа данных, последние могут вводиться как в свободном, так и в фиксированном формате, который указывается при вводе информации.

Графическая информация обычно вводится дигитайзером как непосредственно в используемую программу, так и с помощью других стандартных систем или пакетов программ, например - АВТОКАДа. Введенная в стандартных кодах графическая информация затем перекодируется и вводится в используемую для моделирования систему с помощью соответствующих интерфейсов.

Обычно таким способом вводится информация с топографического плана местности, геологических сечений рудных тел, планов и сечений уже существующих на месторождении выработок и/или карьера.

2.1.1. Обработка данных по скважинам

На практике исходные геологические данные опробования чаще всего получаются по результатам кернового опробования скважин. Сформированные отдельные файлы первичных данных (координат устьев скважин, инклинометрии и опробования) прежде всего должны быть объединены для последующего использования в работе.

Результатом этой стадии является автоматический расчет истинного положения в пространстве каждой пробы с использованием координат устья, глубины расположения пробы, и данных инклинометрии (если они есть).

Полученный итоговый файл включает всю информацию, содержащуюся внутри всех трех первоначальных файлов, и может быть рассмотрен на экране (Рис.2.1.).

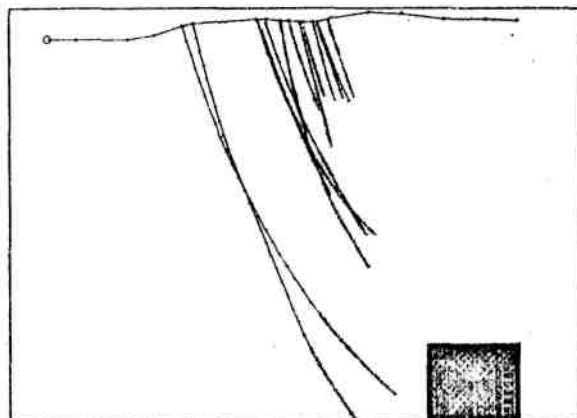


Рис.2.1. Геологический разрез по скважинам

Для расчета пространственных координат каждой пробы обычно применяется метод подгона дуг окружностей отдельно по горизонтали и вертикали через точки замеров инклинометрии и построения серии точек в пространстве.

Положение пробы рассчитывается методом линейной интерполяции. Первая рассчитанная таким образом точка находится в устье выработки. Предполагается, что простирание и падение выработки между точками замера инклинометрии изменяется плавно. Две плоскости (горизонтальная, определяемая простиранием) и вертикальная (определяемая падением) рассматриваются независимо. Последовательно определяется положение в пространстве всех точек замера инклинометрии, а затем положение каждой пробы, которое сравнивается с заданным расстоянием пробы от устья скважины.

Полученный в результате такой обработки единый файл опробования скважин затем объединяется с имеющимися данными по литологии, геомеханике, гидрогеологии и т.п., если эти данные были введены отдельно с указанием интервалов, отличающихся от рядового опробования.

После этого все введенные сведения о месторождении должны быть проверены на корректность и отсутствие ошибок. Обычно это самый трудоемкий процесс, требующий больших затрат времени. В частности в системе Датамайн существует набор стандартных проверок корректности исходных данных, которые помогают избавиться от самых грубых ошибок, перенесенных из первичных материалов или полученных в результате небрежного ввода данных в компьютер.

Однако окончательное выявление и исправление ошибок производится путем вывода и рассматривания на экране компьютера совместно контуров рудных тел, проб, топографической поверхности и т.д. Этот этап работы похож на подводную часть айсберга, которую обычно не видно, но размеры ее значительно больше надводной части.

После ввода и корректировки исходной информации производятся ее статистическая обработка. Но для получения корректных результатов предварительно следует привести все используемые в расчетах пробы к одинаковой длине. Для этого существуют стандартные методы расчетов. В частности в системе Датамайн имеется 3 специальных процесса композирования.

2.2. Описание одной переменной

Исходные данные "говорят" более понятно, когда они организованы, когда Вы начинаете работать с каким-то массивом информации, самая первая и доступная информация получается с помощью гистограммы, которая как правило содержит 2 кривые: частоты отдельных классов содержаний и кумулятивной частоты. На рис.2.2. показана

гистограмма содержаний золота и кумулятивный график частот для жильного месторождения.

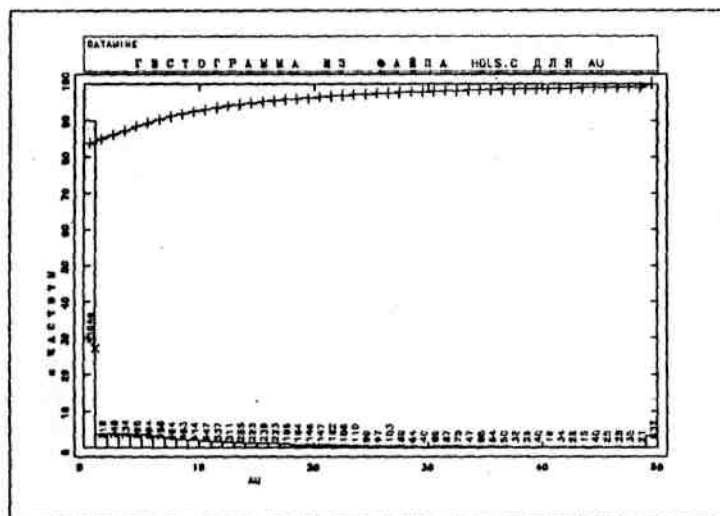


Рис.2.2. Гистограмма содержания золота в жильном месторождении.

Следующая важная деталь - установить по гистограмме тип (закон) распределения, что поможет Вам в дальнейшем правильно использовать для обработки данных те или иные математические выражения и методы расчетов.

Самый распространенный в математике тип распределения, для которого существуют наиболее простые методы расчета НОРМАЛЬНОЕ (или ГАУССОВО) распределение, рис.2.4.

Важность этого распределения становится понятной в связи с центральной предельной теоремой, которая приводится в любом учебнике теории вероятностей. Практический смысл ее состоит в том, что если на исследуемый объект воздействует множество факторов, то числовые характеристики объекта, интерпретируемые как случайные величины, будут распределены примерно нормально. Математическая функция нормального распределения случайной величины X задается равенством

$$(2.1) \quad P\{X \leq z\} = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^z e^{-\frac{(u-m)^2}{2\sigma^2}} du ,$$

где m, σ^2 -параметры распределения.

Однако, для вычисления вероятностей нет необходимости применять формулу 2.1, т.к. в любом справочнике по статистике и теории вероятностей приведены подробные таблицы характеристик нормального распределения. Достаточно простые формулы расчета функции нормального распределения приведены в работе [5].

Существуют способы преобразования практически любого распределения к нормальному, но для начала полезно знать насколько близко Ваше реальное распределение к Гауссову.

Это можно сделать или с помощью специальных статистических пакетов программ, в которых проверяется истинность Вашей гипотезы о нормальности распределения, или используя специальную разграфленную бумагу (с логарифмическим масштабом шкалы Y). Оказывается, что если Ваше распределение близко к нормальному, то кумулятивный график на такой бумаге выглядит почти прямой линией .

Однако, в большинстве случаев реальные распределения сильно отличаются от нормального. Обычно это случается, когда в массиве данных встречаются много очень маленьких значений и всего несколько очень больших (или наоборот). В этом случае к реальной гистограмме может быть подобран логнормальный закон распределения, при котором распределение логарифмов величин массива данных является нормальным.

Обычно этот тип распределения также легко распознается с помощью кумулятивного графика на специальной бумаге (аналогично показанному выше примеру). Особенно много трудностей при идентификации типа распределения вносят "ураганные" значения проб. Эти пробы желательно привести к "нормальному" виду (известными в практике методами) или исключить для получения более корректных распределений.

Существует мнение, что этот этап, связанный с определением закона распределения исследуемой переменной, не должен в общем случае занимать много времени. Близость Вашего распределения к нормальному не гарантирует эффективности применяемого метода оценки. С другой стороны многие методики, основанные на гипотезе нормального закона дают хорошие результаты и в случае негауссовых распределений. Только небольшое количество методов требуют предварительной идентификации закона распределения. Подробнее этот вопрос рассматривается в главах 3 и 8.

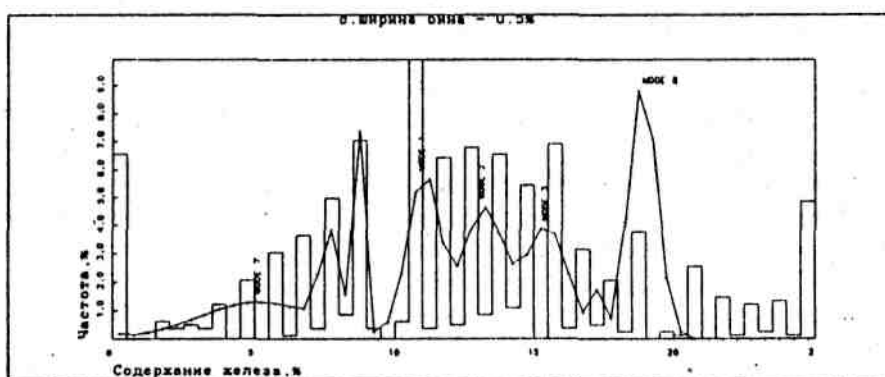
В системе ДАТАМ АЙН для подбора закона распределения к экспериментальной гистограмме используется программа HISFIT, которая позволяет идентифицировать нормальный и логнормальный законы распределения, в том числе и многовершинные, Рис.2.3.

Наличие на гистограмме нескольких вершин может свидетельствовать как о смешении в одном массиве нескольких качественно различных групп данных, так и о чрезмерно узкой ширине интервала одного столбца гистограммы. В первом случае следует попытаться разделить исходный массив на группы (например, разделить пробы разных лет, полученные по разным методикам, или данные по различным зонам месторождения и т.п.) и рассчитать гистограммы для каждой группы отдельно. Во втором случае надо поэкспериментировать и найти приемлемую ширину столбца гистограммы, обеспечивающую достаточное сглаживание данных, рис 2.3.

Важной частью предварительных статистических вычислений является расчет общих статистик исследуемого массива данных. Сюда входят измерения: положения, отклонений (статистической изменчивости) и формы гистограммы.

Первая группа характеризует расположение различных частей распределения в диапазоне изменения элементов массива данных. Среднее, мода и медиана определяют центр распределения. Положение других частей определяется с помощью квантилей [1].

Вторая группа включает в себя дисперсию, стандартное отклонение и некоторые другие показатели, характеризующие изменчивость данных. Форма распределения характеризуется коэффициентами асимметрии, эксцесса и вариации.



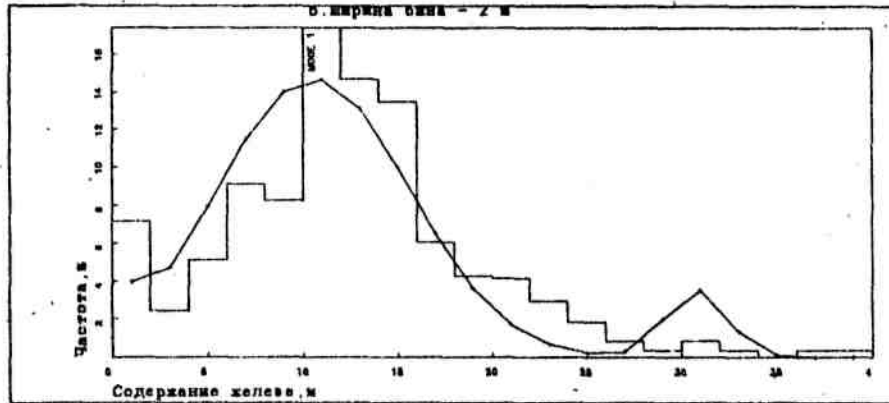


Рис.2.3. Гистограммы содержания железа в пробах и законы распределения при ширине бина 0.5 и 2%

В итоге сумма этих параметров достаточно полно характеризует любое распределение.

2.2.1. Характеристики положения распределения

Среднее (m) - это арифметическое среднее данных Вашего массива.
(2.2)

$$m = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i ,$$

где: n - число данных

x_i - величины данных. **Медиана** (Me) - это средняя точка массива данных, если расположить их в возрастающем порядке. Половина данных находится выше медианы, а другая половина - ниже.

$$Me = x_{\left(\frac{n+1}{2}\right)} , \quad (2.3)$$

если n нечетное число, и

$$Me = \frac{x_{\frac{n}{2}} + x_{\left(\frac{n}{2}+1\right)}}{2} , \quad (2.4)$$

если n - четное число.

Если Вы начертите кумулятивный график на специальной бумаге, то медиану можно определить на оси X, указав на графике точку, соответствующую частоте 50% на оси Y.

Мода - это величина данных, которая встречается в массиве наиболее часто. Обычно место нахождения этой величины сразу видно на гистограмме по самому высокому столбику. Далее надо просто выяснить, какая величина данных встречается в этом классе наиболее часто. В геологической практике эта статистическая характеристика не играет большой роли и редко применяется.

Минимальная и максимальная величины данных - это наименьшее и наибольшее значения массива.

Нижний и верхний квартили - это значения массива, соответствующие 25% (нижний квантиль) и 75% (верхний квантиль) частотам на кумулятивном графике.

Кроме названных, существуют и другие методы разбиения массива на части, пока широко не используемые в отечественной практике

2.2.2. Характеристики отклонений (статистической изменчивости)

Дисперсия

$$\sigma^2 = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (x_j - m)^2 \quad (2.5)$$

Этот очень важный параметр определяет квадрат среднего отклонения величин массива данных от их среднего значения.

Стандартное отклонение - определяется как корень квадратный из величины дисперсии.

Междуквартильное пространство (диапазон)- полезный параметр, определяемый из уравнения

$$IQR = Q_3 - Q_1 \quad (2.6)$$

Этот параметр не использует величины среднего (\bar{x}) и поэтому часто применяется, когда есть сомнения в корректности определения \bar{x} .

Коэффициент вариации определяется делением стандартного отклонения на среднее значение массива. Если Вы получили этот параметр больший чем 1, то в Вашем массиве есть значения, сильно отличающиеся от основной массы данных. Во всех случаях желательно разобраться с такими значениями перед началом оценки.

$$CV = \frac{\sigma}{m} \quad (2.7)$$

Иногда этот параметр измеряют в процентах, умножая его на 100.

В качестве оценок разброса выборки нередко используются нормированные отклонения максимального и минимального значений от среднего арифметического, причем нормирование состоит в делении этих разностей на среднеквадратичное (стандартное) отклонение. Такие оценки имеют преимущество перед размахом выборки, т.к. выражают относительные отклонения и позволяют сравнивать различные выборки.

2.2.3. Характеристики формы распределения

Коэффициенты асимметрии и эксцесса иногда называют характеристиками формы распределения. Нулевое значение Коэффициента асимметрии означает, что выборка расположена симметрично относительно среднего арифметического, как это характерно, например, для нормального закона распределения, рис.2.4.

Коэффициент асимметрии 'характеризует "скошенность" гистограммы. Чем выше данный коэффициент, тем больше влияние данных с очень большими или очень малыми значениями величин. Если в массиве преобладают очень малые значения, а медиана больше чем среднее, то коэффициент - отрицателен. В обратном примере с преобладанием "хвоста" очень больших значений мы получим положительную асимметрию.

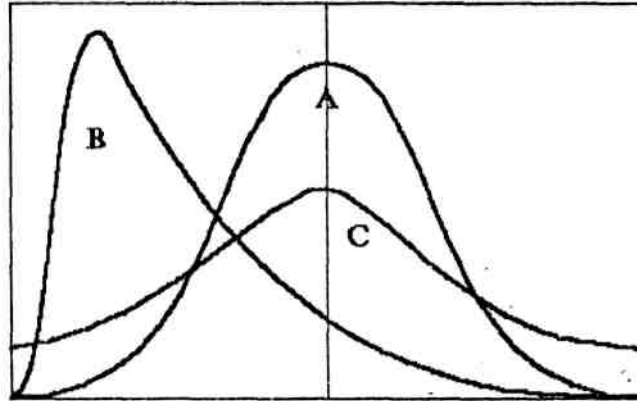


Рис.2.4. Вид функции нормального распределения (А), распределения с отрицательной асимметрией (В) и с отрицательным эксцессом (С).

Коэффициент эксцесса служит мерой острровершинности распределения по сравнению с нормальным законом. У нормального распределения этот коэффициент равен нулю. Положительное значение эксцесса указывает на более острую вершину, а отрицательное - на более пологую кривую, рис.2.4.

Более подробное описание всех названных выше параметров можно найти в любом учебнике по статистике или теории вероятностей [1,2].

В системе ДАТАМАЙН имеются процессы STATS, STATS 1 и STIGX, которые позволяют очень быстро получить все вышеприведенные параметры для любой переменной в массиве. Программа HISTOG предназначена для построения графиков гистограмм. Для быстрого создания диаграмм рассеяния используется процесс QUIG.

2.3. Описание двух переменных

Выше был вкратце описан способ обращения с массивом данных, в котором содержится одна переменная. Таким образом можно получить отдельные характеристики для каждой переменной массива, однако часто приходится иметь дело с множествами, в которых содержатся одновременно несколько характеристик проб, например содержания различных компонентов. В этом случае необходимо располагать информацией об их взаимосвязи и взаимозависимости. Наиболее простой путь увидеть взаимосвязь двух переменных массива - построить диаграмму разброса, аналогичную показанной на рис.2.5.

По этому графику можно в самом общем виде сделать заключение о связи 2-х переменных. Если точки концентрируются вокруг какой-то линии, то можно говорить о достаточно надежной связи исследуемых переменных. Однако в нашем примере хотя и существует связь между содержаниями золота и серебра, но форма этой связи на диаграмме рассеяния явно не видна.

Для достаточно точной оценки степени взаимосвязи переменных в статистике используется корреляционный анализ. Две переменные могут быть:

- -некоррелируемы, если рост величины одной из них не приводит к какому-либо устойчивому изменению другой;
- -положительно коррелируемы (как в нашем случае), когда рост одной переменной приводит к росту другой;
- -отрицательно коррелируемы - в обратном случае.

Степень корреляционной связи 2-х переменных оценивается коэффициентом корреляции.

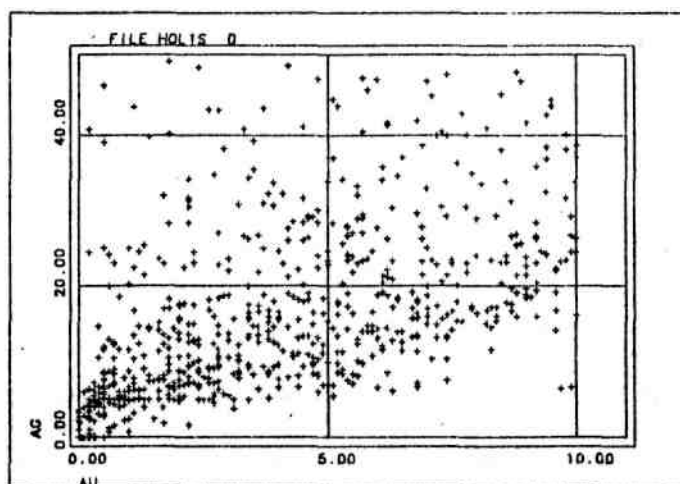


Рис.2.5. Диаграмма разброса содержаний золота и серебра в пробах

$$\rho = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - m_x)(y_i - m_y)}{\sigma_x \sigma_y} \quad (2.8)$$

В уравнении символами x и y обозначены значения переменных X и Y .

Числитель уравнения 2.8 называется ковариацией и часто используется для статистической характеристики диаграмм рассеяния. Этот параметр сильно зависит от величины значений данных, поэтому чем они больше, тем больше величина ковариации.

Коэффициент корреляции в свою очередь - величина относительная и может изменяться от -1 до +1. Чем плотнее связь 2-х переменных, тем ближе этот коэффициент к 1 (или -1).

Если коэффициент =1, то все точки диаграммы разброса лежат на прямой линии с положительным углом наклона к оси X . При значении коэффициента корреляции, равном -1, угол наклона этой линии отрицательный. Если коэффициент близок к 0, то точки обычно образуют довольно аморфное облако вокруг "идеальной" прямой.

Если зависимость между переменными нелинейная, то связь между ними точнее оценивается Коэффициентом ранговой корреляции

$$\rho_{rank} = \frac{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (R_{y_i} - m_{R_x})(R_{x_i} - m_{R_y})}{\sigma_{R_x} \sigma_{R_y}} \quad (2.9)$$

где: R_x, R_y - соответствующие ранги действительных величин массива данных.

После ранжирования массива данных по возрастанию наименьшему значению приписывается ранг = 1, а наибольшему - n . После этого рассчитываются соответствующие значения рангов для всех чисел последовательности.

	Au	Ag	Cu	S	P
Au	1				
Ag	0.82	1			
Cu	0.17	0.53	1		
S	-0.17	-0.27	-0.38	1	
P	-0.05	-0.08	-0.08	0.42	1

Табл.2.1. Матрица коэффициентов корреляции между показателями опробования месторождения .

Прежде, чем переходить к установлению вида зависимостей переменных Вашего массива желательно рассчитать матрицу коэффициентов корреляции, которая укажет тесноту и характер связи различных показателей и параметров. Пример такой матрицы, рассчитанной для результатов опробования комплексных руд, показан в табл.2.1.

2.3.1. Регрессионный анализ

Регрессионный анализ - это метод изучения стохастической связи между переменными.

Если один из коэффициентов корреляции равен 1 (или -1), то все точки диаграммы рассеяния лежат на одной линии, зная уравнение которой мы легко можем вычислить величину переменной X по известному значению переменной Y и наоборот.

Самый простой случай - линейная регрессия, когда наша искомая линия - прямая с уравнением

$$y = ax + b, \quad (2.10)$$

где: a - угловой коэффициент равен

$$a = \rho \frac{\sigma_y}{\sigma_x}, \quad (2.11)$$

a свободный член уравнения b равен

$$b = m_y - am_x. \quad (2.12)$$

На рис 2.6 показан пример подбора регрессионной прямой для случаев: FEOB=f(FEM) (левый рисунок) и FEM=f(FEOB) (правый рисунок). Как видно из графиков линии этих зависимостей отличаются.

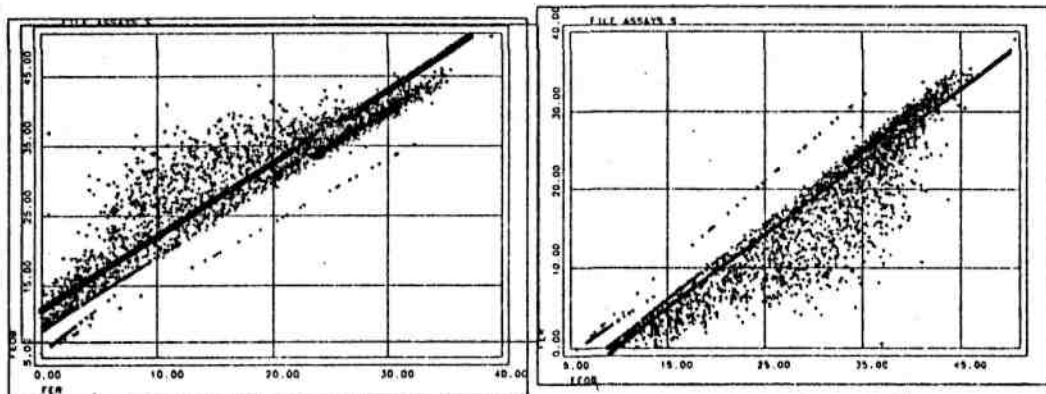


Рис.2.6. Диаграммы разброса и регрессионные прямые функций FEOB=f(FEM) (левый рисунок) и FEM=f(FEOB) (правый рисунок)

В случаях, когда линия не прямая, используются более сложные нелинейные уравнения и методы регрессионного анализа. Для подбора аналитических функций, характеризующих связь между переменными, чаще всего используется метод наименьших квадратов и стандартные вычислительные процедуры, описанные в каждом учебнике по статистике.

2.4. Понятие о многомерном статистическом анализе

В предыдущих разделах мы кратко рассмотрели анализ данных, представляющих измерения одной или двух переменных в каждой пробе. В этой части будет дано общее представление о многомерных методах обработки информации, содержащей несколько или много переменных для каждой пробы или объекта. Такими способами чаще всего оперируют при исследовании результатов геохимического опробования, когда для каждого образца определяется содержания многих элементов и химических соединений, при анализе палеонтологических характеристик и во многих других ситуациях в геологической практике.

Многомерные методы являются необычайно мощными, т.к. позволяют пользователю работать одновременно с большим числом переменных. Однако они достаточно сложны и требуют обязательного использования ЭВМ. Кроме того, статистические критерии и процедуры большинства этих методов требуют очень серьезных ограничений, поведение которых пока еще слабо изучено. Тем не менее эти методы часто

позволяют геологам получать большое количество полезной информации и делать далеко идущие выводы.

В частности они полезны там, где приходится иметь дело со сложными комбинациями действующих факторов, которые не удастся изучить по отдельности.

Во многих стандартных статистических пакетах компьютерных программ, а также в специальном геологическом программном обеспечении есть инструменты для таких методов анализа. В частности система Датамайн содержит подсистему (модуль), включающую все упомянутые в последующем изложении методы.

Применительно к рассматриваемым в данной книге геостатистическим проблемам методы многомерного анализа используются чаще всего для разделения исходной информации на однородные множества, которые необходимо исследовать отдельно. С этой целью обычно используются кластерный и дискриминантный анализ.

2.4.1. Множественная регрессия

Раньше мы рассматривали регрессионный анализ как инструмент для подбора аналитических уравнений, характеризующих взаимозависимость рассматриваемых переменных. В этом случае мы имели дело как правило с одной или двумя (для тренда) независимыми переменными, а полиномиальную регрессию можно было представить с помощью уравнения

$$Y = b_0 + b_1X_1 + b_2X_1^2 + \dots + b_nX_1^n \quad (2.13)$$

Коэффициенты b в этой формуле находятся методом наименьших квадратов с помощью решения системы линейных уравнений.

Однако, эту же задачу можно трактовать как многомерную, содержащую p независимых переменных. В этом случае мы получим уравнение для p независимых переменных X

$$Y = b_0 + b_1X_1 + b_2X_2 + \dots + b_nX_n + \varepsilon, \quad (2.14)$$

которое решается аналогично предыдущей задаче стандартными методами регрессионного анализа.

В результате мы получаем уравнение зависимости искомой переменной от нескольких аргументов и сможем оценить их влияние на конечную величину по величине коэффициентов b . Стандартные вычислительные процедуры позволяют при этом оценить надежность полученной зависимости по величине коэффициента множественной корреляции.

2.4.2. Дискриминантный анализ

В отличие от методов классификации (1,2) дискриминантный анализ осуществляет разделение объектов по заранее заданным группам. Например, если мы имеем 2 группы проб, связанных с различными участками месторождения, то с помощью данного метода можно отыскать такую линейную функцию переменных, с помощью которой в дальнейшем возможно практически безошибочно относить полученные новые пробы в ту или иную группу. Если мы имеем в составе исходных данных информацию, полученную из разных источников, по различным методикам, относящуюся к различным участкам, зонам

месторождения и т.п., то с помощью дискриминантного анализа мы можем проверить значимость этих различий в данных.

Первым сигналом для такой работы может стать получение многовершинного распределения (гистограммы) для Ваших данных. Если окажется, что при этом в массиве имеются различные группы информации с неодинаковым происхождением, то лучше попробовать вначале разделить их данным методом с помощью соответствующей программы стандартного статистического пакета или с помощью программ DISCAN и DISCLA, имеющихся в системе Датамайн.

В случае, если указанные Вами группы данных можно четко разделить на отдельные множества с помощью полученной дискриминантной функции, то лучше не рисковать и в дальнейшем обрабатывать эти группы данных отдельно.

2.4.3. Кластерный анализ

Этот метод многомерного анализа данных относится к методам классификации и выполняет разделение объектов на более или менее однородные группы, а также устанавливает соотношения между этими группами.

В литературе описаны сотни методов кластерного анализа. Многообразие их объясняется эмпирическим подходом к образованию групп по количественному сходству. В какой-то мере выявление кластеров является исследовательской функцией (искусством) исследователя и в большинстве случаев не поддается формализации.

В качестве меры сходства и объединения объектов применяются разные показатели, однако чаще всего используют коэффициент корреляции. В результате кластерного анализа обычно рассчитывается дендрограмма, иллюстрирующая степень сходства и различия участвующих в расчете объектов. Пример такой дендрограммы показан на рис.2.7.

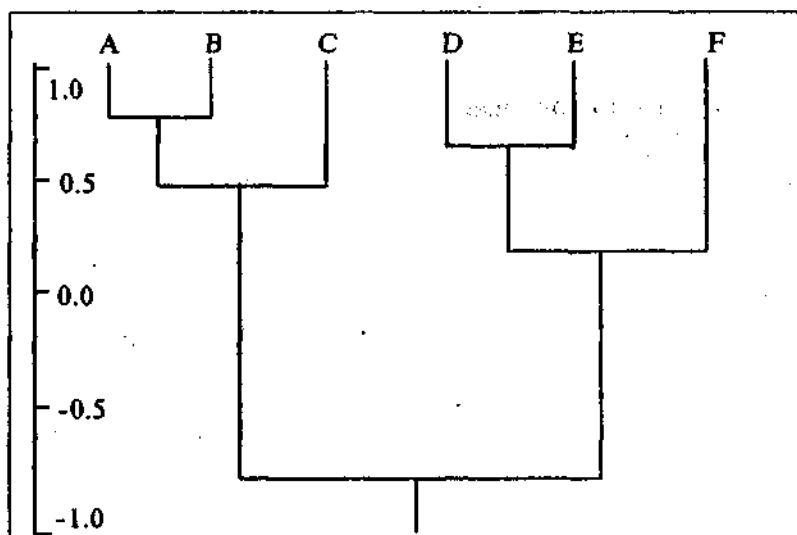


Рис.2.7. Пример дендрограммы.

На рисунке показана дендрограмма, показывающая разделение 6 объектов, каждый из которых описывается набором показателей и характеристик, на 2 группы. На первом шаге рассчитывается матрица коэффициентов корреляции между всеми объектами и выбираются центры будущих групп, имеющие максимальное сходство. В данном случае это объекты A и B (коэффициент корреляции - 0.8), а также - D и E (коэффициент корреляции - 0.65). На следующем шаге объединенные таким образом группы рассматриваются уже как единые объекты, и расчеты повторяются до тех пор, пока все группы не объединяются вместе.

Кластерный анализ можно использовать для классификации групп данных и последующего осмысления многообразия внутренних связей. Для того, чтобы разобраться во множестве предлагаемых методов и алгоритмов кластерного анализа и выбрать подходящий, рекомендуется специальная литература по прикладной статистике. [2].

Для расчетов можно использовать доступное для читателя программное обеспечение по кластерному анализу, например программу CLUSTER системы Датамайн, ориентированную на решение специфических геологических задач.

2.4.4. Факторный анализ.

Некоторое множество вычислительных процедур многомерной статистики часто называют "факторным анализом", поскольку они обладают общими чертами. Например, заранее предполагается, что в наборе многомерных наблюдений имеется скрытая простая структура, которая выражается через дисперсии и ковариации переменных, а также с помощью оценки степени сходства между наблюдениями. Цель факторного анализа - установление внутренней структуры в наблюдаемых взаимосвязях путем извлечения из внешнего их проявления (матрицы парных коэффициентов корреляции) некоторого числа гипотетических переменных или факторов.

Методы факторного анализа делятся на 2 больших класса, называемых R- и Q- факторным анализом. Первый связан с исследованием соотношения между переменными, а второй - между объектами.

Теоретические положения факторного анализа несколько трудны для восприятия из-за большого разнообразия способов решения его проблем. Немалые затруднения возникают при интерпретации полученных результатов.

Применение факторного анализа рекомендуется после предварительного изучения теории и последовательности вычислительных процедур. Имеется 4 наиболее распространенных типа задач, где грамотное применение этого метода дает эффект:

- для формирования гипотез при исследовании структуры малоизвестной области. В этом случае исследователь шаг за шагом создает наиболее вероятные предположения о структуре объекта, которые проверяются в ходе последующих экспериментов;

- для оценки величин, которые невозможно измерить, но которые коррелируются с другими, измеряемыми параметрами. Здесь факторный анализ дает оценки, более точные, чем простой расчет по уравнениям регрессии;

- при обработке некачественно подготовленных исходных массивов данных, когда выборка переменных сделана произвольно, эксперименты подготовлены небрежно, и есть большие погрешности в вычислениях.

- при решении специальных, выбранных пользователем проблем в комплексе с регрессионным, корреляционным, дисперсионным или дискриминантным анализом.

Одним из инструментов факторного анализа является метод главных компонент. Этот метод позволяет выделить из множества переменных, характеризующих объекты, одну или несколько, которые вносят наибольший вклад в дисперсию и могут быть использованы для достаточно представительной характеристики объектов.

2.5. Описание пространственного положения

Данные, с которыми приходится иметь дело геологу, непосредственно связаны с пространством. Если в предыдущих разделах мы абстрактно описали массив данных без привязки его к местам взятия проб, то теперь попытаемся восполнить этот пробел.

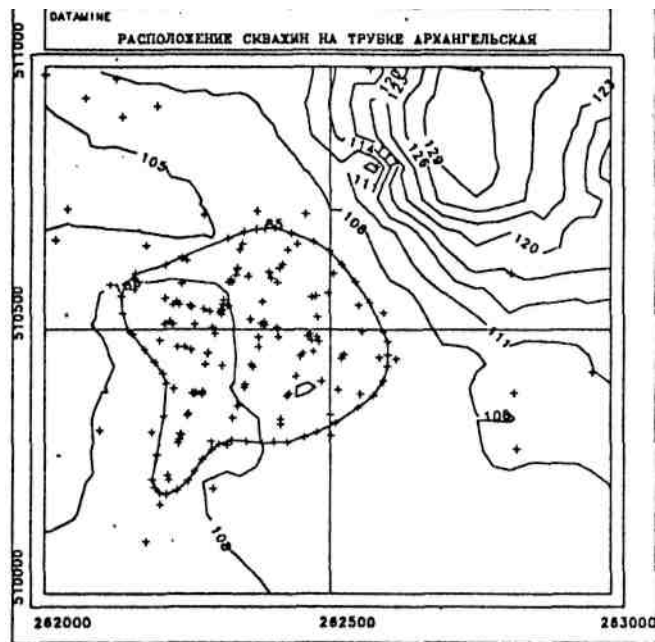


Рис.2.8. Топография поверхности алмазного месторождения

Положение данных в пространстве обычно фиксируется на планах или разрезах, где каждая проба имеет свои координаты. Уже по этим картам можно делать выводы о равномерности опробования или наличии богатых (или бедных) зон в том или ином месте охарактеризованного пробами геологического (или рудного) тела. Более полную информацию несет в себе карта изолиний переменной, значения которой определены в пробах. Пример карты изолиний поверхности показан на рис 2.8.

Получив карту изолиний интересующей нас переменной, мы можем уже более определенно ответить на некоторые вопросы, связанные с особенностями распределения ее в пространстве. В частности мы можем выделить зоны с высокой или низкой изменчивостью признака и т.п.

В компьютерных системах, подобных ДАТАМАЙН, с помощью процессов моделирования и интерполяции можно получать карты сечений моделируемых объектов в виде ячеистых (блочных) моделей, в которых все пространство разбито на ячейки прямоугольной формы, и каждой ячейке приписано соответствующее значение переменной. Пример такого сечения блочной модели показан на рис. 2.9.

Если мы имеем карту опробования, то одним из простейших методов ее анализа является метод скользящего окна, в котором на карту накладывается (обычно прямоугольное) окно выбранного размера. Это окно передвигается вдоль карты на величину заданного шага, а для проб, каждый раз попадающих в окно, рассчитываются все статистические показатели, которые затем привязываются к точке в центре окна. Таким образом количество данных на карте существенно уменьшается и, кроме того, полученные результаты позволяют судить о некоторых закономерностях в изменчивости исследуемой части массива.

Важный результат такого исследования - выявление плохоопробованных зон, на которых по имеющимся данным невозможно получить корректные результаты.

2.5.1. Пропорциональный эффект

Когда мы исследуем достаточно однородный участок залежи, то наши оценки неопробованных зон будут очень точными. Если же массив неоднородный (т.е. данные

варьируют в широких пределах), то мы должны быть готовы к низкой точности наших прогнозов независимо от метода оценки, который мы выбрали.

С помощью метода скользящего окна мы можем для каждого участка массива вычислить среднее и стандартное отклонение проб данного участка и в итоге получить "карту", содержащую эти данные. По этой карте мы можем судить как изменяются названные параметры (среднее и стандартное отклонение или изменчивость) в пространстве.

В общем случае существуют 4 разновидности таких изменений, показанные на рис. 2.10 :

(а) местные оценки среднего значения переменной и изменчивости сохраняются постоянными в пределах сечения геологического (рудного) тела;

(б) среднее значение изменяется (проявляется тренд уровня значений переменной), а изменчивость - постоянна;

(с) среднее значение постоянно, а изменчивость характеризуется трендом;

(д) и среднее значение и изменчивость непостоянны в пределах сечения.

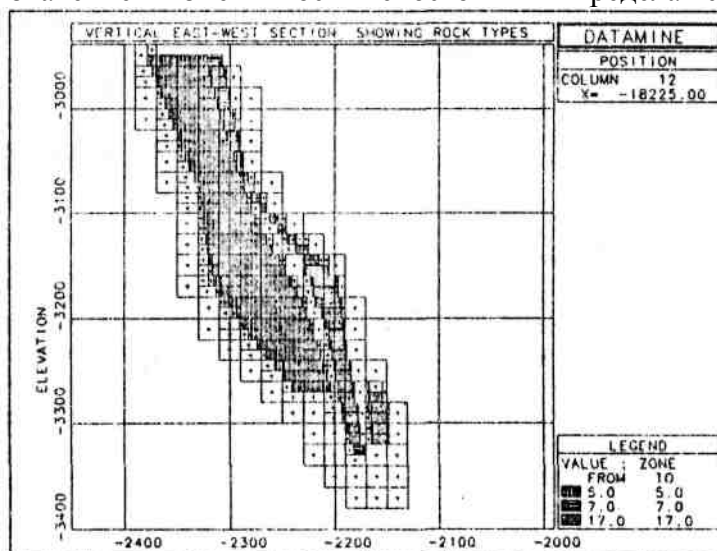


Рис.2.9. Сечение блочной модели золоторудного месторождения

Для оценки изучаемого объекта первые 2 случая наиболее предпочтительны, т.к. позволяют получить наиболее надежные результаты.

Однако на практике чаще встречаются случаи (с) и (д), характеризующиеся изменением стандартного отклонения переменной. Случай (д) более того соответствует ситуации, когда среднее значение и стандартное отклонение изменяются почти одинаково и связаны определенной зависимостью. Такая ситуация называется ПРОПОРЦИОНАЛЬНЫМ ЭФФЕКТОМ. Он обычно распознается на диаграмме рассеяния "среднее-стандартное отклонение", построенной по данным "скользящего окна".

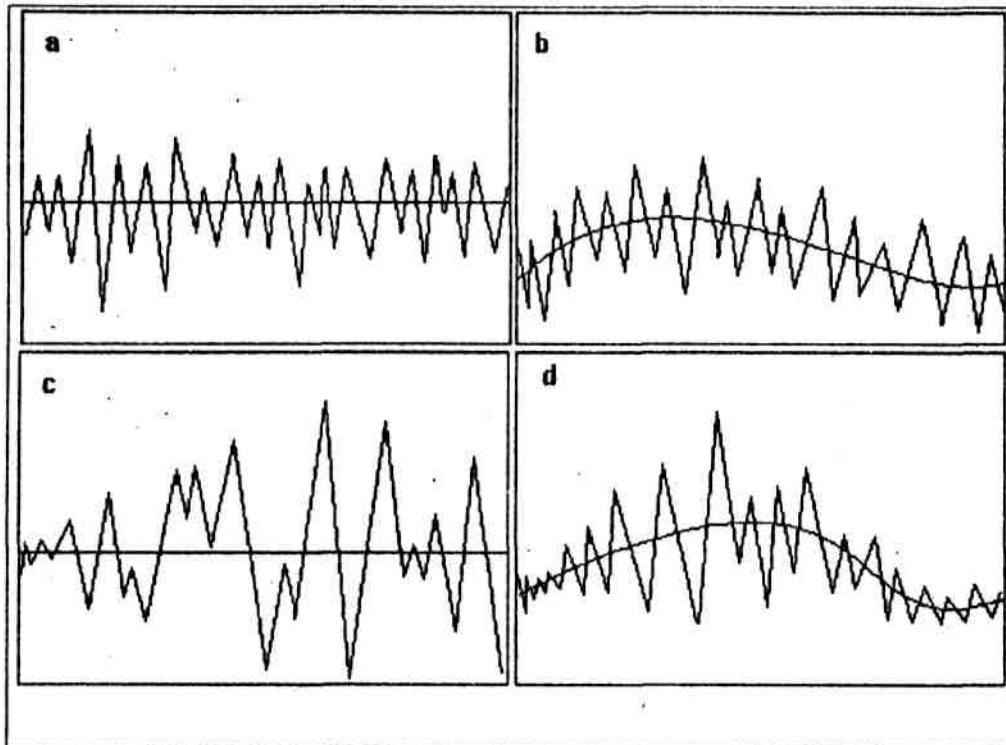


Рис.2.10. Варианты изменения статистических показателей в пространстве

2.5.2. Пространственная непрерывность

Это понятие связано с большинством массивов данных, характеризующих природные ресурсы. Действительно, чем ближе расположены между собой пробы, тем меньше (обычно) различий между значениями геологических характеристик в этих пробах. На любой карте изолиний мы замечаем, что изменения параметров происходят в основном постепенно, а точка с высоким содержанием, окруженная пробами с низким содержанием (или наоборот), считается исключением и вызывает подозрение о возможной ошибке.

Для оценки пространственной непрерывности мы будем использовать как уже известные нам средства (например диаграмму рассеяния), так и новые, которые будут описаны ниже.

Положение любой точки пространства может быть описано вектором направленным отрезком, соединяющим эту точку с какой-либо другой (например с центром выбранной системы координат). Таким образом, говоря о положении точки с координатами x_1 и y_1 , можно указать вектор t_1 , а для точки (x_2, y_2) - вектор t_2 . Различие между этими точками можно также определить векторами h_2 или h_21 (Рис.2.11)

Если мы теперь построим диаграмму рассеяния, где по оси X отложим значение переменной в точках x_i , а по оси Y значения этой же переменной в точках x_i+h (где h - произвольное расстояние), то мы увидим, что при h близком к нулю точки расположатся практически на прямой $x=y$.

Чем больше будет расстояние h , тем больше будет разброс точек вокруг данной прямой, т.е. каждое такое увеличение будет увеличивать размеры "облака" точек, которое в общем случае будет несимметрично относительно нашей линии.

Такие диаграммы рассеяния можно получить как для 3-х мерного пространства целиком, так и для любого заданного конкретного направления.

2.5.3. Корреляционные (ковариационные) функции и вариограммы

Теперь мы можем для каждого интервала расстояний между пробами в каждом направлении построить диаграмму рассеяния или "облако" соответствующих точек. Задача заключается в обобщении этого громадного множества данных, для чего можно вновь использовать коэффициент корреляции. Чем шире "облако", тем меньше коэффициент. Таким образом, в общем случае с увеличением расстояния h уменьшается величина этого коэффициента. В итоге мы получим корреляционную функцию или коррелограмму.

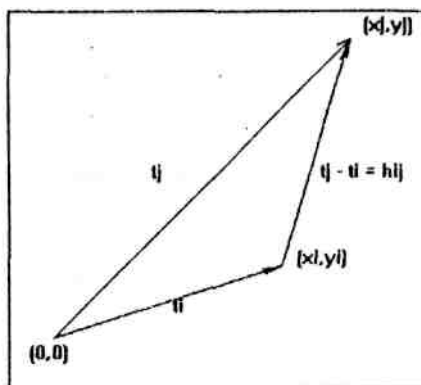


Рис.2.11. Изображение векторов.

Эта функция обычно строится отдельно для всех исследуемых направлений. Если умножить все значения коррелограммы на дисперсию исследуемого массива данных, то мы получим ковариационную функцию для этого же направления.

Существует еще один параметр для измерения разброса точек вокруг прямой $x = y$. Это - момент инерции, который увеличивается при возрастании h .

$$MI = \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^n (x_i - y_i)^2 \quad (2.15)$$

Момент инерции представляет собой половину среднеквадратичного расстояния (различия) между координатами x и y каждой точки на диаграмме рассеяния.

Функция зависимости момента инерции от величины расстояния между пробами (h) называется ПОЛУВАРИОГРАММОЙ или просто ВАРИОГРАММОМ, которая является очень важным инструментом геостатистики (Рис.2.12).

ПРИ АНАЛИЗЕ ДАННЫХ С ПОМОЩЬЮ УКАЗАННЫХ ВЫШЕ ПАРАМЕТРОВ РЕКОМЕНДУЕТСЯ ИМЕТЬ В ВИДУ, ЧТО НА КОНЕЧНЫЙ РЕЗУЛЬТАТ СУЩЕСТВЕННО ВЛИЯЮТ ДАЖЕ ЕДИНИЧНЫЕ ЗНАЧЕНИЯ, ВЕЛИЧИНЫ КОТОРЫХ СИЛЬНО ОТЛИЧАЮТСЯ ОТ ОСТАЛЬНОГО МАССИВА ДАННЫХ.

Поэтому, прежде чем строить вариограмму, проверьте корректность Ваших данных и при возможности исключите (или откорректируйте) сильно отличающиеся значения. К этой операции стоит вернуться также и тогда, когда Вы получили "непонятную" вариограмму, причиной чего часто бывают несколько "ураганых" проб, оставленных в массиве данных.

И наконец формула для расчета вариограммы (в векторном виде)

$$\gamma(h) = \frac{1}{2N(h)} \sum_{(i,j) \perp h_{ij}=h} (x_i - x_j)^2 \quad (2.16)$$

Если рассчитать вариограммы для взаимно обратных направлений, то получится одна и та же функция. Таким образом, справедливо соотношение

$$\gamma(h) = \gamma(-h) \quad (2.17)$$

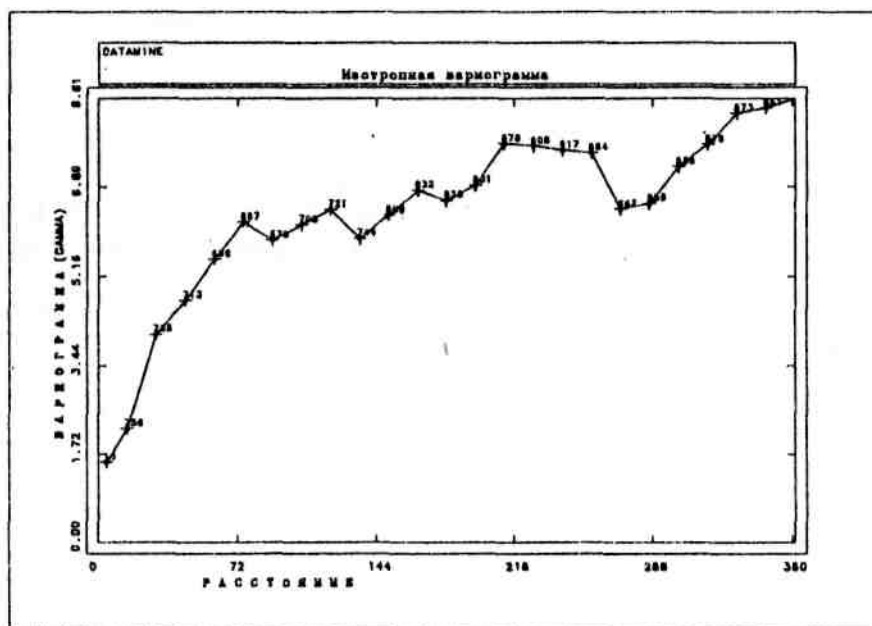


Рис. 2.12. Пример вариограммы для алмазного месторождения

2.5.4. Кросс-диаграммы разброса

Если мы построим диаграмму, на которой по оси X отложим содержание золота в пробах (x_1, y_1), а по оси Y - содержание серебра в пробах (x_2, y_2), отстоящих от первых на расстоянии h , то мы получим Кросс-диаграмму разброса. При $h=0$ мы увидим обычную диаграмму для этих показателей качества руды.

Аналогично вышесказанному мы можем для каждой диаграммы с разной величиной h вычислить коэффициент корреляции и в итоге получить для данного направления коррелограмму, ковариограмму или вариограмму, уравнение которой

$$\gamma_{uv}(h) = \frac{1}{2N(h)} \sum_{(i,j) \perp h, i,j=h} (U_i - U_j)(V_i - V_j), \quad (2.18)$$

где v и u значения 2-х переменных.

В данном случае кросс-вариограмма измеряет среднеквадратичное расстояние не от прямой $y = x$, которая в этом случае не имеет смысла, а от линии функции $v = f(u)$ (или $u = f(v)$), которая отображает связь 2-х анализируемых показателей (переменных).

2.6. Литература

1. Девис В.С., Статистический анализ данных в геологии, Кн.2, М.: Недра, 1990, -427 с
2. Справочник по прикладной статистике, М," Финансы и статистика, 1989, 510+526 с.
 М. David, Handbook of applied advanced geostatistical ore reserve estimation, Elsevier, Amsterdam, 1988, 216 p."
 Практическая геостатистика. 1990. - Труды II Всесоюзного семинара по геостатистике. Ред. Капутин Ю.Е. Петрозаводск, Карельский НЦ АН СССР. 204 с.
 Давид М. 1980. Геостатистические методы при оценке запасов руд. Л., Недра. 360 с.

Глава 3. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ ГЕОСТАТИСТИКИ

В этой главе, которую мы адресуем хорошо подготовленным в статистике читателям, кратко описаны основные средства геостатистической теории: вариограмма, дисперсия изменчивости, дисперсия оценки, кригинг.

Тем специалистам, для которых приведенный здесь математический аппарат является трудным для понимания, мы предлагаем при первом чтении пропустить эту часть и перейти к следующим главам, имеющим более выраженную практическую направленность.

3.1. Пространственная переменная и задачи геостатистики при разведке месторождений полезных ископаемых

Решение многих геологических задач, прежде всего, при разведке месторождений полезных ископаемых, связано с необходимостью учета пространственного размещения значений геологических переменных. Этим геологические переменные отличаются от статистических, а их изучение требует особых методов, которые обобщены Ж.Матероном в начале 60-х г.г. [1,2] в разработанной им теории геостатистики. Предпосылки для создания геостатистики заложены в работах Х.Зихеля [3], Х.де Вийса [4], Д.Криге [5], в которых были получены некоторые результаты, выходящие за рамки применения статистических методов.

Развитие идей и методов геостатистики нашло отражение в многочисленных публикациях на протяжении последующих более двух десятилетий. Среди них работы Ф.Формери [6], Э.Карлье [7], Ж.Серра [8], М.Давида [9,10], А.Марешаля [И], Ш.Юбре, А.Журнеля [12,13], А.М.Марголина [14,15], И.Кларк [16], Д.Харриса [17], Э.Айсэкса, М.Сриваставы [18] и др. К числу таких публикаций относятся материалы четырех международных конгрессов по геостатистике, регулярных конференций по применению математических методов в геологии в Пржибраме (Чехия), семинаров стран СНГ по геостатистике [19,20] и других международных и национальных мероприятий по математической геологии.

Предметом геостатистики является изучение пространственного распределения различных геологических величин (содержаний химических элементов и минералов в горных породах и рудах, геометрических характеристик геологических тел полезных ископаемых и многих других) и решение практических задач прикладной геологии и освоения месторождений полезных ископаемых на основе такого изучения.

В частности при оценке месторождений полезных ископаемых необходимо определить их запасы по результатам дискретного опробования и сопроводить это определение расчетом возможных погрешностей разведки. Для объекта изучения в геостатистике Ж.Матероном [1] введено понятие пространственной переменной, в качестве которой рассматривается действительная функция $X(t)$, принимающая определенное значение в каждой точке t трехмерного пространства G_3 . Значения пространственной переменной обычно характеризуются сильными колебаниями, в результате чего она не является непрерывной в математическом смысле и требует особых приемов изучения.

Пространственная переменная обладает некоторыми характерными свойствами. Она определена в геометрическом поле, представляющем собой ограниченную область V , в которой $X(t)$ принимает значения, отличающиеся от нуля. В геометрическом поле пространственной переменной возможны разрывы, которые обуславливают проявления скачков пространственной переменной, что может быть проиллюстрировано следующими примерами: постоянная или почти постоянная в пределах геологического слоя переменная скачкообразно меняется при переходе от слоя к слою (в частности, при чередовании

рудных и безрудных слоев); к этой вертикальной прерывистости может добавляться горизонтальная, обусловленная выклиниванием рудных тел и линз;

Эффект самородков в месторождениях золота также служит примером скачков. В этом случае скачки определяются наличием микроструктур в геометрическом поле переменной, а сеть разрывов совпадает с границами раздела между рудными и безрудными зернами. Пространственная переменная может быть анизотропной, то есть обладать различным характером изменчивости в различных направлениях геометрического поля. Наконец, представления исследователя о пространственной переменной зависят не только от ее природных свойств, но также от условий ее изучения. Обычно доступны изучению и представляют интерес не значения переменной в точках геометрического поля (то есть точечные значения), а ее средние значения в пределах малой области геометрической базы - в пределах проб или блоков. При изменении геометрической базы меняются свойства пространственной переменной, и геостатистика позволяет предсказывать эти изменения.

Задачи геостатистики при разведке месторождений полезных ископаемых, по определению А.М.Марголина [14], сводятся к оцениванию некоторой функции P от пространственной переменной $X(t)$. В качестве P выступают значения $X(t)$ в точках, не совпадающих с точками опробования, средние значения переменной в заданных объемах V (в пробах, блоках и т.п.), занимающих определенное положение по отношению к точкам опробования, различные преобразования переменной $X(t)$, например, запасы полезного ископаемого в заданных объемах и т.д.

Функция P оценивается величиной $\hat{\phi}$ по совокупности геологических (разведочных) наблюдений f_i , то есть $\hat{\phi} = \hat{\phi}(f_i)$. Поскольку геологические обнажения (разведочные выработки) образуют дискретную систему наблюдений, между функцией P и ее оценкой $\hat{\phi}$ возникает случайное расхождение $\epsilon = P - \hat{\phi}$. Дисперсия этого расхождения $D(\epsilon) = D(A, B, C, P, \hat{\phi})$ является функцией нескольких аргументов:

- геометрических параметров, разведочной сети (ориентировки, формы, размеров - A),
- геометрических параметров проб (ориентировки, сечения, длины - B),
- параметров функции, характеризующей пространственную изменчивость переменной $X(t)$ (C),
- вида оцениваемой функции (P), -вида принятой оценки ($\hat{\phi}$).

Геостатистика изучает дисперсию результатов разведки $D(\epsilon)$ как функцию от перечисленных аргументов, чем достигаются две цели:

- во-первых, нахождение таких оценок $\hat{\phi}$, которые при заданных значениях прочих аргументов минимизировали бы дисперсию $D(\epsilon)$;
- во-вторых, определение таких параметров разведочных сетей (A) и проб (B), которые при известных параметрах изменчивости (C), допустимой дисперсии $D(\epsilon)$ и принятом виде оценки $\hat{\phi}$ минимизировали бы затраты на разведку месторождения.

3.2. Случайная функция как математическая модель пространственной переменной

Решение практических задач требует соглашения о типе математической модели, к которому относится функция пространственных координат - пространственная переменная. В качестве такой модели Ж.Матероном предложена случайная функция. Пространственная переменная $X(t)$ рассматривается им как реализация случайной функции $F(t)$. В этом случае x - точка или вектор евклидова пространства. В результате проведения геологических

наблюдений (опробования) имеется только одна реализация случайной функции, и проблема, которая при этом возникает, заключается в том, чтобы найти такие характеристики $F(t)$, используя которые можно было бы найти неизвестные значения случайной функции - пространственной переменной.

Каждая случайная функция определяется следующими характеристиками [21]:

- математическим ожиданием - неслучайной функцией $M(F(t))$, значение которой при каждом $t = t_0$ равно математическому ожиданию $M(F(t))$;
- дисперсией случайной функции - неслучайной функцией $D(F(t))$, значение которой при каждом значении $t = t_0$ равно дисперсии $D(F(t_0))$;
- ковариационной функцией - неслучайной функцией двух переменных (t и $t+h$)

$$K(t, t+h) = \text{Cov} [F(t), F(t+h)] = M \{ [F(t) - M(F(t))] * [F(t+h) - M(F(t+h))] \} \quad (3.1)$$

Относительно используемых в геостатистике случайных функций высказываются несколько гипотез, которые в различной степени отражают особенности геологических пространственных переменных. Наиболее частной является гипотеза *стационарности случайной функции* в широком смысле. Она предполагает выполнение двух условий:

-во-первых, математическое ожидание случайной функции должно быть постоянно в пределах изучаемого объекта ($M(F(t)) = m = \text{const}$);

-во-вторых, ковариационная функция случайной функции должна зависеть только от разности аргументов ($K(t, t+h) = K(h)$), а не от положения точек t или $t+h$ в пространстве; в этом случае

$$D(F(t)) = K(h=0) = \text{const}$$

то есть дисперсия случайной функции конечна в каждой точке, из чего следует, что случайная функция имеет конечную ковариацию.

Однако, как показано Д.Криге [5]. на многих месторождениях не существует конечной дисперсии таких пространственных переменных как содержания полезных компонентов. Тем не менее, обычно существует конечная дисперсия приращений этих пространственных переменных, то есть проявляется стационарность приращений. В этом случае допустимо следующее предположение:

$$M[F(t+h) - F(t)] = 0 \quad (3.2)$$

Дисперсия приращений

$$D[F(t+h) - F(t)] = M \{ F(t+h) - F(t) - M[F(t+h) - F(t)] \}^2 \quad (3.3)$$

и, так как $M[F(t+h) - F(t)] = 0$, то

$$D[F(t+h) - F(t)] = M [F(t+h) - F(t)]^2. \quad (3.4)$$

Дисперсия приращений как функция разности аргументов h в математике известна как структурная функция; в геостатистике ее принято называть вариограммой

$$\gamma(h) = \frac{1}{2} M [F(t+h) - F(t)]^2. \quad (3.5)$$

Эта функция может быть представлена также в следующем виде:

$$2\gamma(h) = \frac{1}{V} \int_V [F(t) - F(t+h)]^2 dt, \quad (3.6)$$

Где V - объем месторождения.

Если случайная функция стационарна в широком смысле, то ее приращения также стационарны, а вариограмма определяется соотношением

$$2\gamma(h) = D [F(t+h) - F(t)] = D [F(t+h)] + D [F(t)] - 2\text{Cov}[F(t+h)] \quad (3.7)$$

чем определяется соотношение (связь) вариограммы и ковариационной функции:

$$\gamma(h) = K(0) - K(h). \quad (3.8)$$

3.3. Вариограмма как характеристика свойств месторождений полезных ископаемых

Вариограмма является функцией, анализ которой служит основой для решения задач геостатистики. Ее построение способствует уточнению представлений о разведываемом месторождении, особенно на ранних стадиях геологоразведочных работ. Вариограмма отражает различие значений геологической пространственной переменной в точках, расположенных на некотором расстоянии друг от друга, и позволяет оценивать погрешность разведки. Вместе с тем, из соотношения (3.8) вытекает возможность определения взаимосвязи (ковариации) разобщенных в геометрическом поле значений пространственной переменной.

Таким образом, в вариограмме отражаются некоторые свойства месторождения полезных ископаемых, учет которых важен для их разведки. К этим свойствам относятся непрерывность-прерывистость оруденения, анизотропия пространственной переменной, пределы проявления ковариации значений пространственной переменной в окрестностях точек опробования.

Непрерывность оруденения отражается в поведении вариограммы при небольших значениях h . Начальное значение вариограммы, равное нулю, и постепенный рост ее значений по мере увеличения h характерны для непрерывных пространственных переменных: для геометрических переменных (мощности рудных тел, гипсометрических отметок их поверхности и т.д.) и содержаний полезных компонентов месторождений с рассеянной минерализацией, в основном, осадочного происхождения (рис.3.1).

Содержания многих эндогенных месторождений характеризуются резкими изменениями на очень небольших расстояниях, то есть в поведении этих пространственных переменных проявляются скачки. Соответствующие вариограммы характеризуются так называемым эффектом самородков для значений аргумента h , близких нулю, (рис.3.2).

Зона (интервал) влияния A значений пространственной переменной, замеренной в точке опробования или в разведочной выработке, (зона влияния пространственной переменной) соответствует такому значению аргумента h , при котором вариограмма выполаживается; в этом случае сама вариограмма приобретает значение, равное дисперсии пространственной переменной (рис.3.1, 3.2).

При значении аргумента h , равном зоне влияния пространственной переменной, согласно (3.2), ковариационная функция обращается в нуль.

В связи с этим интервал влияния пространственной переменной принято также называть интервалом (радиусом) ковариации (корреляции, или автокорреляции).

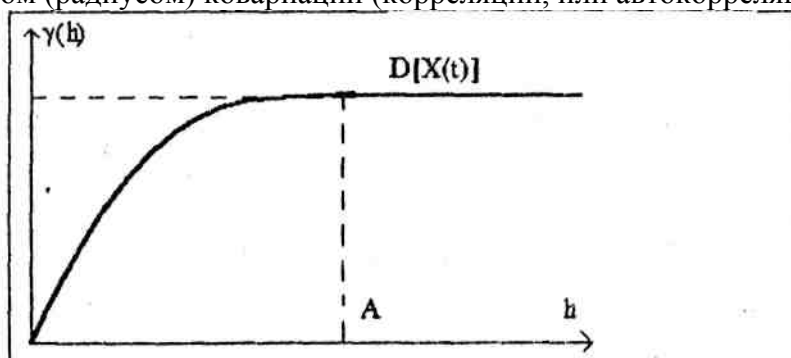


Рис.3.1. Вариограмма непрерывной пространственной переменной; $D(X(t))$ -дисперсия (или порог) пространственной переменной; A - интервал ее влияния.

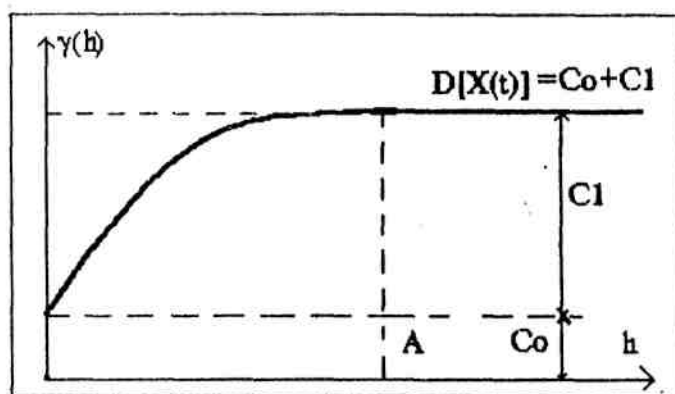


Рис.3.2. Вариограмма пространственной переменной, характеризующейся разрывами сплошности оруденения; $D(X(t))$ - дисперсия пространственной переменной; A - интервал ее влияния; C_0 - эффект самородков.

Характерный для многих вариограмм эффект самородков, кроме действительного проявления этого эффекта, можно объяснить также сочетанием пространственной изменчивости оруденения и условий разведки месторождения, когда зона влияния пространственной переменной, меньше шага разведочной сети (или сети опробования).

В этом случае вариограмма при любом значении аргумента h практически соответствует своему порогу (дисперсии пространственной переменной), что свидетельствует об отсутствии связи между значениями пространственной переменной при любом расстоянии между ними, то есть о случайном характере изменчивости оруденения, устанавливаемом достигнутой при разведке разведочной сетью.

В практике разведки некоторых месторождений встречаются случаи, когда вариограмма не выполаживается, то есть с увеличением расстояния между точками опробования различие значений пространственной переменной неизменно увеличивается, в результате чего невозможно установить зону влияния пространственной переменной (рис.3.3). Если зона влияния существует, то вариограмму относят к пороговому типу, который у Ж.Матерона получил название транзитивного

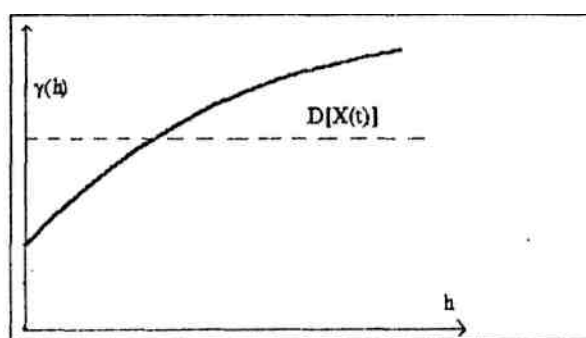


Рис.3.3. Пример беспороговой вариограммы, которая не позволяет установить зону влияния пространственной переменной.

Анизотропия пространственной переменной легко определяется построением вариограмм по различным направлениям геометрического поля. Она может выражаться, прежде всего, в различии зон влияния пространственной переменной в различных направлениях. Такая анизотропия часто носит чисто геометрический характер и может быть устранена аффинным преобразованием аргумента, то есть такой заменой аргумента

вариограммы умножением его на коэффициент (или коэффициенты) преобразования, которая делает пространственную переменную изотропной (рис.3.4).

Последующая оценка пространственной переменной осуществляется с учетом этих искажений геометрического поля. Однако, рассмотренные простые соотношения встречаются не всегда. Вариограммы по различным направлениям могут отличаться формой, характером поведения при значениях аргумента, прежде всего, в области малых величин. В этих случаях можно констатировать наличие функциональной (или зональной) анизотропии (рис. 3.5).

Функциональная анизотропия нередко может быть обусловлена изменчивостью оруденения, связанной с проявлением суммы двух независимых составляющих, что характерно для расслоенных залежей: -изотропной компоненты и -зональной, которая зависит от числа пересекаемых слоев.

Различия значений пространственной переменной в сравниваемых точках опробования определяются в данном случае не только расстоянием между ними, но также их положением в расслоенной рудоносной толще. Это явление известно также как эффект включения (то есть как эффект включения в общую изменчивость зональной составляющей).

3.4. Регуляризация пространственной переменной

Вид вариограммы и ее характеристики (предельное значение- ее порог, эффект самородков, интервал влияния) зависят не только от свойств пространственной переменной месторождения, но и от условий его разведки. Если пространственной переменной является содержание полезного компонента в руде, то вариограмма зависит также от ориентировки, формы и размеров проб, в которых определяется это содержание. Рис.3.6 демонстрирует влияние на вариограмму изменения длины проб.

Увеличение размера проб (геометрической базы пространственной переменной) приводит к регуляризации пространственной переменной, что отражается на вариограмме. В этом случае уменьшается дисперсия пространственной переменной, увеличивается ее зона влияния и снижается эффект самородков вариограммы. Геометрическая база пространственной переменной является ее весовой функцией.

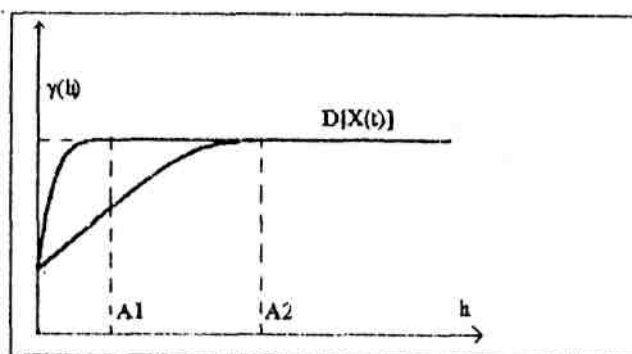


Рис.3.4. Вариограммы для двух взаимно перпендикулярных направлений геометрического поля месторождения, отражающие геометрическую анизотропию .

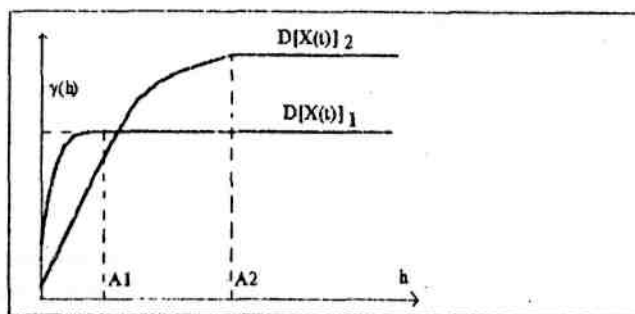


Рис.3.5. Вариограммы для двух направлений геометрического поля, отражающие зональную анизотропию месторождения.

Если $X(t)$ - пространственная переменная на точечной геометрической базе, а v - некоторые реальные объемы исследуемого геологического объекта и значения этой пространственной переменной определены в этих объемах, то новая пространственная переменная

$$\gamma(t) = \frac{1}{v} \int_v X(t+l) dl \quad (3.9)$$

отличается от первой большей регулярностью. Функция $\gamma(t)$ называется функцией $X(t)$, регуляризованной по объему v .

Если $\rho(l)$ - некоторая весовая функция, определяемая

$$P = \int \rho(l) dl,$$

соотношением

то в общем виде

$$\gamma(t) = \frac{1}{P} \int X(t+l) dl \quad (3.10)$$

Последовательное взвешивание пространственной переменной на зону влияния меньшей размерности - точечной переменной на линейную зону влияния, линейной переменной на площадную зону влияния и всякое последовательное сокращение размерности зоны влияния переменной в n - мерном пространстве, то есть переход от $f_n(t)$ к $f_{n-1}(t)$, - называется регуляризацией первого порядка вдоль оси t_n , а переход от $f_n(t)$ к $f_{n-2}(t)$ вдоль плоскости t_{n-1}, t_n регуляризацией второго порядка и т.д.

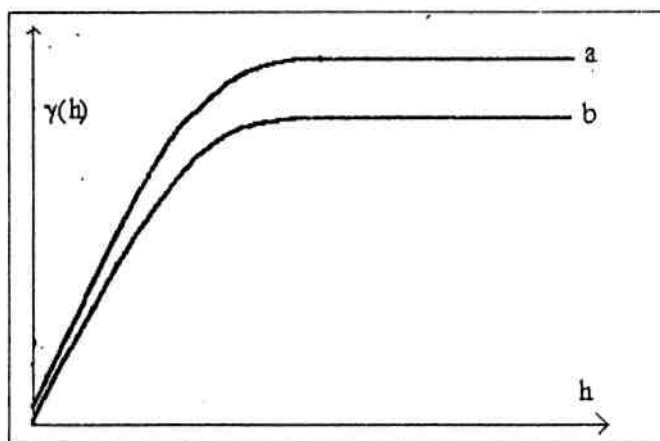


Рис.3.6. Вариограммы содержаний металла, полученные по пробам разной длины: а - по коротким пробам; б - по длинным пробам.

В том случае, когда пространственная переменная изотропна, то есть ее вариограмма зависит не от направлении вектора-аргумента h , а только от его модуля $[h] = r$, где в n - мерном пространстве

$$r = \sqrt{h_1^2 + h_2^2 + \dots + h_n^2} \quad (3.11)$$

регуляризация первого порядка может быть применена к оценке вариограммы регуляризованной переменной по вариограмме исходной переменной. Соответствующий алгоритм имеет следующий вид:

$$\gamma_{n-1}(r) = \frac{2}{r^2} \int_0^r [(1-t)\gamma_n(\sqrt{r^2+t^2})] dt - \frac{2}{r^2} \int_0^r (1-t)\gamma_n(t) dt. \quad (3.12)$$

Используя этот алгоритм или алгоритмы регуляризации более высоких порядков, по вариограмме пространственной переменной для проб малого объема можно оценить вариограммы проб большого объема, блоков различного размера в пределах рудного тела или месторождения и т.д.

Как известно из практики геологоразведочных работ и видно из сопоставления вариограмм пространственной переменной при различном размере проб (рис.3.6), по мере регуляризации пространственной переменной снижается степень ее вариаций (что отражается в уменьшении вариаций значений самой вариограммы) и предел, к которому стремится вариограмма (дисперсия пространственной переменной или порог вариограммы). Это явление может быть выражено с помощью вспомогательной функции F

$$F(l) = \frac{2}{l^2} \int_0^l (l-g)\gamma(g) dg \quad (3.13)$$

представляющей собой среднее значение вариограммы, для которой g - расстояние между двумя точками, независимо одна от другой занимающими все возможные положения на отрезке l.

Если регуляризация пространственной переменной связана с существенным изменением формы и ориентировки геометрической базы, то возникают трудности учета весовой функции. Ж.Матероном введено понятие линейного эквивалента тела полезного ископаемого или пробы, под которым он понимает геометрическую фигуру, представляющую собой отрезок длиной 1 для пробы, содержание полезного компонента в котором обладает той же дисперсией внутри большого объема V, что и в реальной пробе объемом v; аналогично для самого тела полезного ископаемого V принимается линейный эквивалент L. Для нахождения линейных эквивалентов проб или тел полезных ископаемых используется вспомогательная функция $F(l)$. Линейный эквивалент l пробы v определяется из соотношения

$$\ln l = F(v) + 3/2. \quad (3.14)$$

Определение линейных эквивалентов различных геометрических фигур представляет собой достаточно сложную задачу. В качестве примера можно привести первые члены разложения для линейного эквивалента геометрической фигуры, имеющей форму прямоугольного параллелепипеда со сторонами $a \geq b \geq c$:

$$l(a, b, c) = \ln a + \frac{\pi b}{3a} + \frac{1}{6} \frac{b^2}{a^2} \ln \frac{b}{a} - \frac{25}{72} \frac{b^2}{a^2} - \frac{1}{180} \frac{b^4}{a^4} + \frac{1}{1680} \frac{b^6}{a^6} + \dots + \frac{c^2}{b^2} \frac{\pi}{6} \left(\ln 2 + \frac{1}{12} \right) \frac{b}{a} + \dots \quad (3.15)$$

Для приближенного определения этого линейного эквивалента может быть использована следующая функция:

$$l(a, b, c) = a + b + c/2. \quad (3.16)$$

Эта функция и функции для других геометрических фигур табулированы и представлены в виде номограмм Ж.Матероном [2].

3.5. Дисперсия распространения как ошибка разведки месторождений полезных ископаемых

В основе определения погрешностей разведки месторождения лежит понятие дисперсии распространения, которая представляет собой меру рассеивания (так называемую ошибку аналогии) средних значений геологических параметров п

неисследованном объеме тела полезного ископаемого V по их известным оценкам в опробованном объеме (в суммарном объеме опробованных разведочных выработок) $V1$.

В качестве дисперсии распространения рассматривается дисперсия

$$D(Y - Z) = D(Y) + D(Z) - 2Cov(Y, Z), \quad (3.17)$$

где Y - среднее значение переменной в объеме V ;

Z - то же в объеме $V1$;

$D(Y)$ - дисперсия переменной в объеме V ;

$D(Z)$ - то же в объеме $V1$;

$Cov(Y, Z)$ - ковариация обеих оценок.

Эта дисперсия служит для выражения ошибки, с которой среднее значение пространственной переменной в объеме $V1$ может быть принято в качестве среднего значения в объеме V , или наоборот.

Дисперсия распространения имеет следующий вид

$$D(Y - Z) = \frac{1}{V^2} \int_V \int_V (K(t - t_1)) dt dt_1 + \frac{1}{V1^2} \int_{V1} \int_{V1} (K(t - t_1)) dt dt_1 - \frac{2}{VV1} \int_V \int_{V1} (K(t - t_1)) dt dt_1. \quad (3.18)$$

Если вместо суммарного объема $V1$ рассматривать дискретную совокупность, состоящую из N точек $t1, \dots, tN$, то величина Z определяется выражением

$$Z = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (f(t_i)). \quad (3.19)$$

Величина Z представляет собой среднее значение пространственной переменной $X(t)$ в N точечных пробах. В этом случае дисперсия распространения характеризует ошибку, с которой среднее значение Y пространственной переменной $X(t)$ в объеме V оценивается величиной Z , полученной по N точечным пробам. Эта дисперсия является дисперсией оценки месторождения. Используя формулу (3.18), для дисперсии оценки получаем

$$D(Y - Z) = \frac{1}{V^2} \int_V \int_V (K(t - t_1)) dt dt_1 + \frac{1}{N^2} \sum_{i,j=1}^N K(t_j - t_i) - \frac{2}{NV} \sum_{i=1}^N \int_V K(t - t_i) dt. \quad (3.20)$$

Если v и V - два объема, первый из которых содержится во втором, а Z и Y - средние стохастические значения функции $X(t)$ в этих объемах, то дисперсия распространения, характеризующая погрешность оценивания среднего значения Y в объеме V средним значением Z в объеме v , полностью определяется формулой (3.18). Для краткости эта дисперсия называется дисперсией распространения v на V .

Когда геометрическое поле V сложено элементами одинакового объема v , дисперсия V в V определяется следующим выражением:

$$D(v|V) = \frac{1}{V^2} \iint_V \gamma(t - t_1) dt dt_1 - \frac{1}{v^2} \iint_v \gamma(t - t_1) dt dt_1 \quad (3.21)$$

Эта формула приводит к соотношению аддитивности, которое известно как формула Криге :

$$D(v|V1) = D(v|V) + D(V|V1), \quad (3.22)$$

которое показывает, что дисперсия v в $V1$ равна сумме дисперсий v в V и V в $V1$.

Дисперсия распространения из формулы (3.18) может быть представлена как дисперсия оценки :

$$\sigma_e^2 = 2\gamma(S, A) - \gamma(S, S) - \gamma(A, A), \quad (3.23)$$

где $\gamma(S, A)$ - среднее значение вариограммы между каждым разведочным пересечением и каждой точкой оцениваемого объема (это ковариация выборочной оценки блока с истинной величиной);

$\gamma(A, A)$ - среднее значение вариограммы для всех комбинаций пар точек внутри оцениваемого объема (это присущая блоку характеристика изменчивости; она выражается функцией $F(l)$, где $l = V$; $\gamma(S, S)$ - вариограмма для всех комбинаций разведочных пересечений.

Вариограмма $\gamma(S, A)$ представляет собой вспомогательную функцию χ

$$\chi(l) = \frac{1}{l} \int_0^l \gamma(t) dt. \quad (3.24)$$

Выражение (3.23) иначе может быть представлено как

$$\sigma_e^2 = 2\chi(l) - \gamma(l) - F(l) \quad (3.25)$$

3.6. Применение спектрального анализа для описания изменчивости пространственных переменных

Наряду с использованием структурного (при помощи вариограмм), корреляционного (ковариационного) анализа пространственных переменных для описания их изменчивости может быть также использован спектральный анализ, что предусматривает привлечение понятий гармонического разложения (разложения в гармонический ряд или ряд Фурье) пространственных переменных, представляющего собой композицию их флуктуации различных частот, и спектра дисперсий [14,15].

Рядом Фурье может быть представлена любая функция, удовлетворяющая условиям Дирихле: функция на интервале разложения является ограниченной, кусочно-непрерывной и имеющей конечное число экстремальных значений. Геологическая пространственная переменная $X(t)$, заданная на интервале $(-T, T)$, может быть выражена рядом Фурье,

$$x(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \cos \omega_k t + b_k \sin \omega_k t) \quad (3.26),$$

или

$$x(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} C_k \cos(\omega_k t - \varphi_k) \quad (3.27),$$

где $C_k = \sqrt{a_k^2 + b_k^2}$ - амплитуда k -ой гармоники,

$\omega_k = k \frac{\pi}{T}$ - ее частота и

$\varphi_k = \arctg \left(\frac{b_k}{a_k} \right)$ - начальная фаза,

а коэффициенты a_k, b_k определяются соотношениями:

$$a_k = \frac{1}{T} \int_{-T}^T x(t) \cos \omega_k t dt \quad (3.28),$$

$$b_k = \frac{1}{T} \int_{-T}^T x(t) \sin \omega_k t dt \quad (3.29).$$

Ряд Фурье заменяется интегралом Фурье в том случае, если пространственная переменная $X(t)$ задана на бесконечном интервале

$-\infty, \infty$

Наглядной характеристикой пространственной изменчивости геологической переменной $X(t)$ является спектр квадратов амплитуд гармоник C_k , т.е. спектр (или спектральная плотность дисперсии; рис.3.7)

$$S_k = C_k^2 = \frac{1}{4} (a_k^2 + b_k^2), k = 1 \dots \infty \quad (3.30)$$

Величина S_k выражает долю дисперсии пространственной переменной $X(t)$ на интервале $(-T, T)$, приходящуюся на гармонику с номером k .

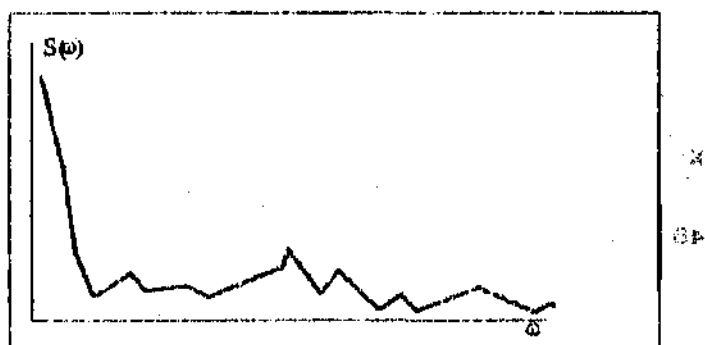


Рис.3.7. Общий вид графика спектральной плотности с преобладанием в дисперсии низких частот

Спектральная плотность дисперсии может быть выражена через ковариационную (автокорреляционную) функцию:

$$S_k = \frac{1}{2t} \int_{-t}^t K(h) \cos \omega_k h dh \quad (3.31).$$

Этим, с учетом (3.8), определяется соотношение спектра с вариограммой.

В свою очередь, ковариационная функция следующим образом выражается через спектр:

$$K(h) = 2 \sum_{k=1}^{\infty} S_k \cos \omega_k h \quad (3.32).$$

Все три характеристики обладают одинаковой информативностью, поэтому для анализа пространственной изменчивости геологической переменной достаточно располагать одной из них. Различие этих характеристик, прежде всего, спектра, с одной стороны, и ковариационной функции и вариограммы, с другой, заключается в том, что последние две характеристики обеспечивают более наглядную геометрическую интерпретацию свойств пространственной переменной.

Это обеспечило доминирующее значение ковариационной функции и вариограммы в развитии технологии применения геостатистики для решения практических задач. При этом в изложении теории геостатистики Ж.Матерой используется спектральное представление пространственной переменной [2]. А.М.Марголин, в свою очередь, подчеркивает, что "все выводы и результаты выглядят значительно проще, если их строить на спектральном анализе" [14]. Тем не менее, в послесловии к монографии Ж.Матерона [2] А.М.Марголин констатирует наличие препятствий применению спектрального анализа, которые возникают при регуляризации пространственной переменной, а в другой своей работе (15) отмечает недостатки выборочного спектра как статистики, использование которой могло бы быть основой для геостатистической оценки геологических объектов.

Кроме того, в историческом плане (в начальный период применения геостатистики для решения геологоразведочных задач) как препятствие внедрению спектрального анализа немаловажное значение имела трудоемкость расчетов, которая в настоящее время уже преодолена широким распространением быстродействующих электронно-вычислительных машин, позволяющих обрабатывать большие массивы данных с высокой скоростью.

3.7. Кригинг, общая характеристика.

Предпосылкой развития геостатистических методов послужило расхождение между исключительными по величине (прежде всего высокими) содержаниями многих металлов, особенно благородных, в разведочных пробах и в реально извлекаемых объемах руд. В процессе разработки месторождений обычно устанавливается, что блоки, оцениваемые как богатые, оказываются на самом деле беднее и наоборот - бедные по разведочным данным блоки фактически характеризуются более высокими содержаниями полезных компонентов.

Анализируя эту проблему, Д.Криге [5] нашел объяснение в том, что богатые пересечения рудных тел (которые обнаруживаются разведочными пересечениями этих тел) за пределами разведочных выработок обычно окружены рудами более низкого содержания, тогда как вблизи бедных или забалансовых проб могут быть сконцентрированы скопления более богатых промышленных руд. Изучая золоторудные месторождения Южной Африки, Д.Криге для уточнения характеристик добываемых руд применил регрессионный анализ и основанные на нем поправочные коэффициенты к результатам разведки.

Это, в конечном счете привело к созданию одного из наиболее эффективных методов геостатистики - кригинга (который в литературе по геостатистике на русском языке известен как кригинг).

Кригинг - это метод нахождения наилучшей оценки среднего значения пространственной переменной (содержания компонентов, мощности тела полезного ископаемого и т.д.) в блоке с использованием результатов опробования как внутри, так и вне оцениваемого блока; эти результаты учитываются с весами, обеспечивающими минимум дисперсии среднего значения. Кригинг реализуется различными способами в зависимости от систем разведки месторождений полезных (как дискретный, - в том числе, случайный - или непрерывный) и в зависимости от приемов представления разведочных данных и конкретных применяемых математических методов; в этом отношении существует большое (и постоянно расширяющееся) разнообразие реализаций кригинга: линейный, логнормальный, дизъюнктивный, индикаторный, факторный, универсальный.

Дискретный (или точечный) кригинг - это кригинг, реализуемый при интерполяции имеющихся разведочных данных в заданные точки тел полезных ископаемых (в точки геометрического поля пространственной переменной). Целесообразность применения дискретного кригинга возникает как на стадии разведки, например, при выявлении участков промышленного оруденения в пластообразной залежи, разбуренной скважинами по регулярной сети, так и на стадии эксплуатации, когда по данным опробования взрывных скважин решаются вопросы селективной отработки промышленных участков рудных тел.

Если рудное тело разбурено по квадратной сети, то проблема кригинга состоит в определении весов, которые должны быть приписаны значениям пространственной переменной в центральной скважине A , ближайших окружающих ее скважинах B_u, B_v, B_g , B_{iv} и в скважинах второй обрамляющей зоны C_u, C_v, C_g для получения наилучшей оценки среднего значения переменной в зоне влияния скважины A (рис.3.8). Достаточно ограничиться учетом только двух ближайших к оцениваемому блоку (зоне влияния скважины A) ореолов, поскольку в большинстве случаев использование данных по более удаленным скважинам не приносит заметного уточнения оценки.

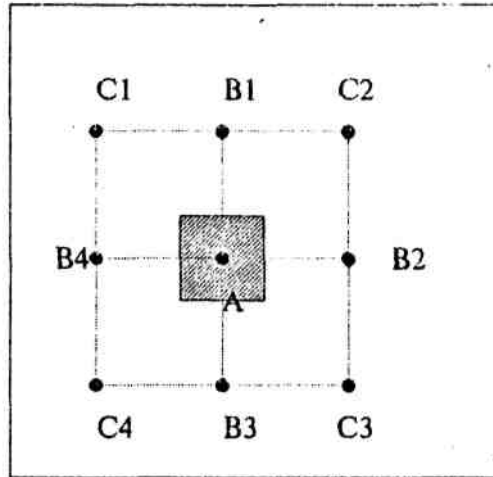


Рис.3.8. Схема размещения скважин в регулярной сети.

Если u - значение переменной в центральной скважине A , v - среднее значение переменной во всех имеющихся скважинах ореола B , w - среднее значение переменной в скважинах ореола C , а $q = \frac{b}{d}$, где b - мощность тела полезного ископаемого и d - шаг разведочной сети, то среднее значение переменной Z в оцениваемом блоке рассчитывается по следующей формуле кригинга:

$$Z^* = (1 - \lambda - \mu)u + \lambda v + \mu w \quad (3.33)$$

Асимптотические формулы коэффициентов кригинга λ, μ при использовании логарифмической модели вариограммы пространственной переменной (модели де Вийса) для случая, когда имеются как центральная, так и все скважины обоих окружающих ее ореолов, при малых значениях q имеют вид:

$$\lambda = \frac{(0.4277 - 1 \ln q)(0.5173 - 0.25 \ln q)}{0.9121 - 1.4739 \ln q + 0.56 \ln^2 q}, \quad (3.34)$$

$$\mu = \frac{(0.4277 - 1 \ln q)(0.084 - 0.25 \ln q)}{0.9121 - 1.4739 \ln q + 0.56 \ln^2 q}, \quad (3.35)$$

а для больших q : $\lambda = 0.407$; $\mu = 0.017$.

Дисперсия кригинга σ_K^2 составляет в первом случае

$$\frac{1}{3\alpha} \sigma_K^2 = 0.1777 - 1 \ln q - (\lambda - \mu)(0.4277 - 1 \ln q). \quad (3.36)$$

и во втором

$$\frac{1}{3\alpha} \sigma_K^2 = 0.311 \frac{1}{q} \quad (3.37)$$

(а)- параметр логарифмической модели, т.е. тангенс угла наклона прямой, аппроксимирующей экспериментальную вариограмму при значениях аргумента, выраженных логарифмами).

В связи с фактической неравномерностью разведочной сети Ж.Матероном рассчитаны асимптотические формулы коэффициентов дискретного кригинга в условиях логарифмической модели вариограммы для всех возможных вариантов наличия скважин, используемых в оценке центрального блока, включая и такие варианты, когда скважина, собственно относящаяся к этому блоку, отсутствует [1,2].

Разновидностью точечного кригинга является случайный кригинг, условием которого служит нерегулярное, но достаточно равномерное расположение разведочных выработок.

Непрерывный кригинг соответствует оценке месторождения при его разведке горными выработками, когда их объем делится на бесконечное количество

соприкасающихся элементарных объемов dV , каждый из которых отбирается в виде пробы и отдельно анализируется. Практически роль элементарных объемов dV могут играть объемы отпалок при проходке горных выработок (валовые пробы) или бороздовые пробы.

Задача оценки блока, ограниченного такими пробами, представляет собой задачу нахождения некоторой функции по известным ее значениям на границе заданной области.

Обратимся к кригингу участка, расположенного между двумя параллельными выработками D и D1. Будем считать обе выработки бесконечными прямыми и рассмотрим сначала кригинг точки A, заключенной между этими прямыми (рис.3.9). Примем точку A за начало координат, а за единицу длины - расстояние между прямыми 1 (т.е. $1 = 1$) и обозначим через d и $(1 - d)$ расстояния точки A от прямых D и D1.

Выразим пространственную переменную в виде гармонической функции

$$G = \frac{1}{2} \ln \frac{e^{2\pi x} - 2e^{\pi x} \cos \pi y + 1}{e^{2\pi x} - 2e^{\pi x} \cos \pi(y - 2d) + 1} \quad (3.38)$$

равной нулю при $y = d$ и $y = 1 - d$, т.е. на прямых D и D1, и такой, что

$$G + \frac{1}{2} \ln(x^2 + y^2)$$

будет гармонической функцией в точке A. Эта гармоническая функция представляет собой функцию Грина, которая позволяет оценивать область, ограниченную двумя бесконечными прямыми.

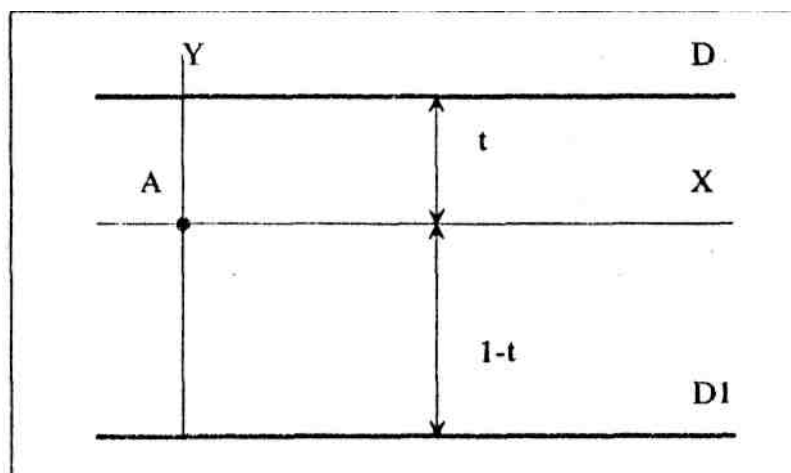


Рис.3.9. Схема непрерывного кригинга участка между двумя параллельными выработками

Для оценки находим весовую функцию

$$f(s) = \frac{1}{2\pi} \frac{dG(M,A)}{dl}, \quad (3.39)$$

где s - абсцисса контура; M- точка контура.

Весовые функции для области, ограниченной двумя бесконечными прямыми, получим в соответствии с формулой (3.39)

дифференцированием по y :

$$f_1(t) = \frac{e^{\pi t} \sin \pi d}{e^{2\pi t} - 2e^{\pi t} \cos \pi d + 1},$$

$$f_2(t) = \frac{e^{-\pi t} \sin \pi d}{e^{2\pi t} + 2e^{\pi t} \cos \pi d + 1}. \quad (3.40)$$

Нахождение функций $f(t)$ представляет собой решение задачи точечного кригинга. соответственно, для D и D1. Эти функции удобно также представить в виде разложения в ряд Фурье:

$$\begin{aligned} f_1(t) &= \sum_{j=1}^{\infty} e^{-j\pi t} \sin j\pi d, \\ f_2(t) &= \sum_{j=1}^{\infty} e^{-j\pi t} (-1)^{j+1} \sin j\pi d. \end{aligned} \quad (3.41)$$

Если вместо точечного кригинга рассматривать кригинг произвольного участка V , то достаточно проинтегрировать полученные выражения по всем точкам A площади V , чтобы получить функции взвешивания для неточечного кригинга. Кроме того, хотя выработки, расположенные по обе стороны оцениваемого участка, имеют конечную длину, их можно считать практически бесконечными, если они имеют длину, превышающую расстояние l , так как экспонента в формулах (3.40) и (3.41) обеспечивает очень быстрое убывание функций $f(t)$ при возрастании t . Кроме случая оценки области, ограниченной двумя параллельными прямыми, задача непрерывного кригинга решена также для окружности, кольца и бесконечной прямой [2].

3.8. Линейный кригинг.

Рассмотрим более подробно содержание кригинга и методику его применения. Это удобно сделать на примере линейного кригинга, который в литературе по геостатистике (например, [10,13]) известен как обыкновенный или простой. Воспользуемся для этого примером оценки блока небольших размеров. Требуется оценить истинное значение пространственной переменной Y в блоке V по небольшому количеству разведочных выработок (проб), пройденных (отобранных) в пределах этого блока (среднее значение переменной в которых равно Z , И единственному ореолу, образованному всеми остальными выработками (со средним значением переменной Z_1 , определенным по всему месторождению - телу полезного ископаемого). Так как количество внешних по отношению к блоку V выработок велико в сравнении с их количеством внутри блока, то с допустимой точностью можно считать, что величина Z_1 представляет собой истинное значение переменной в месторождении без блока V . Для упрощения расчетов будем считать, что оцениваемый блок занимает в границах месторождения случайное положение.

Кроме того, общее среднее значение переменной в месторождении m известно с большой точностью, чем значение переменной Y в блоке V , и его можно отождествить со значением во всех внешних выработках, т.е. можно считать, что $Z_1 = m$, а оценкой значения Y является выражение

$$Y^* = \lambda Z - (1 - \lambda)m$$

Так как $Y^* - Y = \lambda(Z - m) - (Y - m)$, то

$$D(Y^* - Y) = \sigma_Y^2 + \lambda^2 \sigma_Z^2 - 2\lambda \sigma_{YZ}$$

где σ_Y^2, σ_Z^2 - дисперсии значений Y и Z в пределах месторождения;

σ_{YZ}^2 - их коэффициент ковариации.

Поскольку выработки в пределах блока V размещены случайно, а сам блок V занимает случайное положение в пределах месторождения, то ковариация σ_{YZ}^2 равна дисперсии A и, следовательно,

$$D(Y^* - Y) = \sigma_Y^2 + \lambda^2 \sigma_Z^2 - 2\lambda \sigma_Y^2 \quad (3.42)$$

Оптимальная (минимизирующая дисперсию оцениваемого среднего значения A пространственной переменной в блоке) величина весовой функции λ и соответствующая минимальная величина дисперсии кригинга σ_K^2 равны:

$$\lambda = \sigma_Y^2 / \sigma_Z^2 ;$$

$$\sigma_K^2 = (1 - \lambda) \sigma_Y^2 = \left(\sigma_Z^2 - \sigma_Y^2 \right) \frac{\sigma_Y^2}{\sigma_Z^2} \quad (3.43) \quad (3.44)$$

Практическое решение задачи оптимальной оценки характеристик блоков тел полезных ископаемых рассмотрим при неравномерном размещении разведочных выработок (т.е. в условиях случайного кригинга как разновидности линейного).

Оценим блок V , имеющий точное неизвестное значение пространственной переменной $Y(V)$, используя для этого множество пересечений тела полезного ископаемого с известными значениями переменной $Y(t), i = 1, \dots, n$. Необходимо найти такое

множество весовых коэффициентов $a_i, i = 1, \dots, n$, с помощью которых можно получить среднее взвешенное

$$Y^* = \sum_{i=1}^n a_i Y(t_i)$$

являющееся наилучшей оценкой среднего значения $Y(V)$. В соответствии с вышеизложенным в качестве наилучшей рассматриваем оценку среднего значения переменной в блоке, обладающую минимальной дисперсией.

Представим дисперсию оценивания значения $Y(V)$ посредством Y^* как

$$\sigma_e^2 = \sigma_V^2 - 2 \sum_{i=1}^n a_i \sigma_{Vx_i} + \sum_i \sum_j a_i a_j \sigma_{x_i x_j}, \quad (3.45)$$

где σ_V^2 - дисперсия переменной в блоках, подобных оцениваемому блоку V ;

σ_{Vx_i} - ковариация значений переменной в блоке V и разведочной пробе x_i ;

$\sigma_{x_i x_j}$ - ковариация значений переменной в выработках x_i и x_j .

Все эти величины могут быть найдены с помощью соответствующей вариограммы.

Это в свою очередь обеспечивает возможность минимизации дисперсии σ_e^2 , подбирая надлежащим образом весовые коэффициенты a_i . Кроме того, необходимо обеспечить соответствие определяемого среднего значения переменной реальному значению, т.е. искомая оценка - не должна приводить к его систематическому завышению или занижению.

Это требование несмещенности может быть выражено как

$$E(Z^*) = m \quad (3.46)$$

где m - истинное значение величины $Z(V)$;

$E(Z^*)$ - математическое ожидание оценки этой величины.

$$\text{Из (3.46) вытекает требование } E[\sum_i a_i Z(x_i)] = m \text{ или } \sum_i a_i E[Z(x_i)] = m.$$

Если $E[Z(x_i)] = 1$, то $\sum_i a_i = 1$

Условием минимума некоторой функции Q , зависящей от переменных a_i , является равенство нулю всех частных производных по a_i . При дополнительных ограничениях вида $C=0$ необходимо минимизировать функцию $F = Q + 2\mu C$, где μ - новое неизвестное (множитель Лагранжа). В рассматриваемом случае нужно найти производные функции $F = \sigma_e^2 + 2\mu (\sum_i a_i - 1)$ по всем неизвестным a_i и μ и приравнять их нулю.

Представим функцию F в развернутом виде:

$$F = \sigma_V^2 - 2 \sum_i a_i \sigma_{Vx_i} + \sum_i \sum_j a_i a_j \sigma_{x_i x_j} + 2\mu (\sum_i a_i - 1) \quad (3.47)$$

Частные производные этой функции:

$$\frac{\delta F}{\delta a_i} = -2\sigma_{Vx_i} + 2 \sum_j a_j \sigma_{x_i x_j} + 2\mu = 0, i = 1, \dots$$

$$\frac{\delta F}{\delta \mu} = \sum_i a_i - 1 = 0.$$

Представим эту систему $n+1$ линейных уравнений с $n+1$ неизвестными a_i и μ в стандартной форме:

$$\begin{aligned} \sum_j a_j \sigma_{x_i x_j} + \mu &= \sigma_{Vx_i}, j = 1, \dots, n \\ \sum_i a_i &= 1 \end{aligned} \quad (3.48)$$

или в матричном виде $\Sigma A = D$, где Σ , A и D определяются соотношениями ($\sigma_{ij} = \sigma_{x_i x_j}$):

$$\Sigma = \begin{matrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \dots & \sigma_{1n} & 1 & a_1 & \sigma_{Vx_1} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \dots & \sigma_{2n} & 1 & a_2 & \sigma_{Vx_2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sigma_{n1} & \sigma_{n2} & \dots & \sigma_{nn} & 1 & a_n & \sigma_{Vx_n} \\ 1 & 1 & \dots & 1 & 0 & \mu & 1 \end{matrix} \quad A = \dots ; D = \dots \quad (3.49)$$

Σ - симметричная матрица, определяемая только по известным данным. Матрица D определяется неизвестными свойствами пространственной переменной в блоках и выработках.

Решение системы уравнений имеет вид $A = \Sigma^{-1} D$. Система разрешима, так как все дисперсии определяются на основе вариограмм.

Оценку блока начнем с оценки значения переменной в частной точечной пробе внутри разведочной выработки. В этом случае матрица Σ не изменяется, вектор D упрощается, так как вместо ковариации значений переменной в выработке и блоке σ_{Vx} рассматривается ковариация точечных проб $\sigma_{x_0 x_i} \equiv \sigma_{0i}$, где x_0 оцениваемая точка.

Рассмотрим пример, в котором изменчивость содержаний полезного компонента описывается сферической вариограммой с параметрами $C=20, C_0=2, A=60$ м. Необходимо оценить содержание f_0 в точке X_0 (рис.3.10) при известных содержаниях t_1, t_2, t_3, t_4 соответственно в точках x_1, x_2, x_3, x_4 .

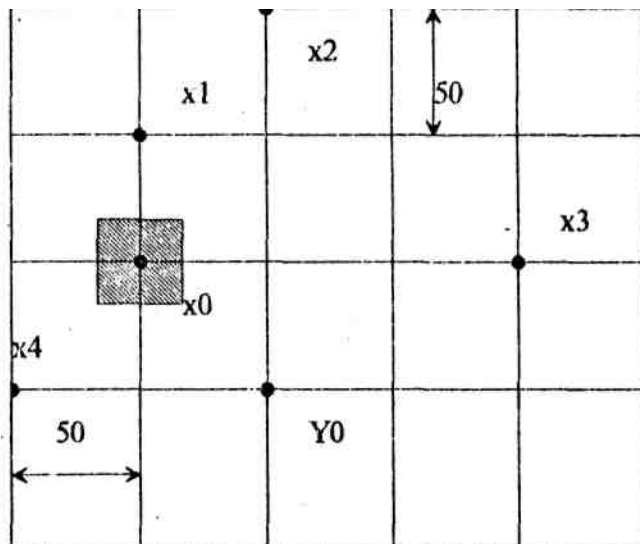


Рис. 3.10. Схема расположения проб при нерегулярной разведочной сети.

Решение системы уравнений имеет вид:

$$\begin{matrix} a_1 & \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} & \sigma_{14} & 1^{-1} & \sigma_{01} \\ a_2 & \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} & \sigma_{24} & 1 & \sigma_{02} \\ a_3 & \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} & \sigma_{34} & 1 & \sigma_{03} \\ a_4 & \sigma_{41} & \sigma_{42} & \sigma_{43} & \sigma_{44} & 1 & \sigma_{04} \\ \mu & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{matrix}$$

Чтобы найти решение, необходимо оценить все коэффициенты σ_{ij} .

Диагональные элементы $\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{33}, \sigma_{44}$ равны, так как каждый из них представляет собой дисперсию содержаний на месторождении, которая равна $C+C_0$, т.е. $20+2=22$. Все остальные коэффициенты σ_{ij} могут быть выражены через вариограмму как

$$C + C_0 - \gamma(h_{ij}),$$

где h_{ij} - расстояние между точками (выработками) x_i и x_j .

Таким образом, имеем:

$$\begin{aligned}\sigma_{12} = \sigma_{21} = \sigma_{04} &= C + C_0 - \gamma(50\sqrt{2}) = \\ &= 20 + 2 - \left\{ 20 \left[\frac{1.5 \cdot 50\sqrt{2}}{200} - \frac{0.5(50\sqrt{2})^3}{200^3} \right] + 2 \right\} = 9.84\end{aligned}$$

$$\sigma_{13} = \sigma_{31} = C + C_0 - \gamma(\sqrt{150^2 + 50^2}) = 1.23 ;$$

$$\sigma_{14} = \sigma_{41} = \sigma_{02} = C + C_0 - \gamma(\sqrt{100^2 + 50^2}) = 4.98 ;$$

$$\sigma_{23} = \sigma_{32} = C + C_0 - \gamma(\sqrt{100^2 + 100^2}) = 2.33 ;$$

$$\sigma_{24} = \sigma_{42} = C + C_0 - \gamma(\sqrt{150^2 + 100^2}) = 0.29 ;$$

$$\sigma_{34} = \sigma_{43} = C + C_0 - \gamma(\sqrt{200^2 + 50^2}) = 0 ;$$

$$\sigma_{01} = C + C_0 - \gamma(50) = 12.66 ;$$

$$\sigma_{03} = C + C_0 - \gamma(150) = 1.72.$$

В результате решения системы уравнений получаем следующие весовые коэффициенты: $a_1=0.518$; $a_2=0.022$; $a_3=0.089$; $a_4=0.371$.

Заслуживают внимания следующие особенности соотношений весовых коэффициентов. Сопоставление коэффициентов a_2 и a_3 показывает, что при незначительности их роли в оценке искомого содержания их веса не пропорциональны расстояниям соответствующих выработок до x_0 .

Выработка x_3 располагается от x_0 дальше, но обладает большим весом (8,9%) в сравнении с выработкой x_2 . Это связано с тем, что x_0 находится под непосредственным влиянием x_3 , тогда как x_2 экранируется выработкой x_1 .

Данное обстоятельство, вытекающее из учета взаимных ковариаций выработок и достаточно очевидное на интуитивном уровне, не принимается во внимание простыми дистанционными методами взвешивания при определении средних значений пространственных переменных. Из него вытекает также простое следствие о том, что веса выработок, окружающих оцениваемую, зависят не только от их расстояния до нее, но и от плотности разведочной сети, т.е. при высокой плотности ближайшие выработки практически нивелируют влияние периферических.

Обратим также внимание на следующее. Если для фиксированного варианта разведочной сети, как, например, в рассмотренном выше случае, уже получила оценку одна из точек тела полезного ископаемого, в которой нет выработки и нет пробы, то для оценки любой другой новой точки достаточно рассчитать только ее ковариацию с имеющимися выработками (пробами), тогда как необходимые для составления системы уравнений ковариаций между этими имеющимися выработками уже рассчитаны. Это существенно сокращает вычисления.

После оценки отдельных, еще не разведанных точек залежи полезного ископаемого нетрудно перейти к оценке блоков. Наиболее простым для этого способом является оценка значений пространственной переменной в нескольких точках внутри блока изложенным выше методом и расчет среднего этих значений. Для непосредственной оценки значения переменной в блоке необходимо найти ковариаций блока и выработок (или проб):

$$\sigma_{Vx_i} = C + C_0 - \frac{1}{V} \iint_{V_s} \gamma(\sqrt{(x_i - x)^2 + (y_i - y)^2}) dx dy ,$$

где V - площадь блока V_s ; x и y - координаты выработки (пробы) x .

Простые аналитические выражения для такого интеграла найти трудно. Поэтому обычно численные методы кригинга сводятся к осреднению данных, характеризующих дискретный набор точек внутри блока.

Выражение дисперсии оценки среднего значения пространственной переменной при помощи кригинга (дисперсии кригинга), приведенное выше (3.45), можно представить в более простом виде. Значение $\sum_i \sum_j a_i a_j \sigma_{x_i x_j}$, где a_i - коэффициенты кригинга, минимизирующие дисперсию, может быть найдено следующим образом. Каждое уравнение системы линейных уравнений кригинга в стандартной форме $\sum_j a_j \sigma_{x_i x_j} + \mu = \sigma_{V x_i}$ умножим на a_i и просуммируем полученные произведения. В результате получим:

$$\sum_i \sum_j a_i a_j \sigma_{x_i x_j} + \mu \sum_i a_i = \sum_i a_i \sigma_{V x_i} .$$

По так как $\sum_i a_i = 1$, это выражение преобразуется к виду

$$\sum_i \sum_j a_i a_j \sigma_{x_i x_j} + \mu = \sum_i a_i \sigma_{V x_i}$$

В итоге дисперсия кригинга равна:

$$\sigma_k^2 = \sigma_V^2 - \sum_i a_i \sigma_{V x_i} - \mu \quad (3.50)$$

Рассмотренный вариант кригинга соответствует модификации, которая известна как случайный кригинг при условии нерегулярной буровой сети, которая характеризуется, тем не менее, постоянной плотностью. Случайный кригинг применяется для оценки блоков с пробами внутри них и с учетом оценок окружающих блоков. В связи с этим в систему уравнений кригинга входят ковариации соответствующих блоков.

3.9. Свойства кригинга.

Кригинг позволяет получать несмещенные оценки средних значений пространственной переменной в заданных объемах, имеющие минимальные дисперсии погрешностей. Кроме того, он обладает рядом других свойств, которые приносят определенный эффект при оценке месторождений полезных ископаемых. Ниже коротко рассматриваются эти свойства.

Условная несмещенность. Определение условной несмещенности в математической форме имеет следующий вид:

$$E(Z \mid Z^* = Z_0) = Z_0 \quad (3.51)$$

Это означает, что среднее содержание полезного ископаемого во всех блоках, оценки которых составляют величину Z_0 , равны именно этой величине Z_0 . Такое свойство проявляется абсолютно точно при условии согласия распределения содержаний полезного ископаемого с нормальным законом. Кроме того, для получения необходимых оценок должно быть известно среднее содержание по всему месторождению. Опыт анализа данных по многим месторождениям показывает, что и отклонение от этих условий не сильно влияет на несмещенность оценок кригинга.

Эффект сглаживания. Формула (3.50) показывает, что дисперсия кригинга меньше дисперсии точных значений пространственной переменной. Применение кригинга для определения значений переменной в локальных объемах геометрического поля (в блоках месторождения по данным разведки) приводит к снижению их высоких (больших) частных значений и увеличению низких. Таким образом, значения, получаемые в результате оценивания, варьируют меньше точных, т.е. оценивание при помощи кригинга приводит к сглаживанию вариаций пространственной переменной

Последнее слагаемое в формуле (3.50) обычно бывает незначительным, так как оно связано с оцениванием среднего значения пространственной переменной по месторождению в целом, что обычно не представляет серьезной проблемы. Поэтому соотношение между дисперсией точных значений пространственной переменной и дисперсией оценок кригинга может быть представлено в более простой форме:

$$\sigma_Z^2 \approx \sigma_Z^2 \cdot + \sigma_K^2 ,$$

где σ_Z^2 - дисперсия точных значений,
 σ_Z^2 - дисперсия оцененных кригингом значений ,
 σ_K^2 - дисперсия кригинга. (3.52)

Выражение (3.52) показывает, в какой степени кригинг отражает реальную изменчивость пространственной переменной в блоках месторождения, и как оно (в качестве коэффициента сглаживания) может быть использовано для характеристики качества кригинга.

Аддитивность (комбинация оценок кригинга). Кригинг является единственным способом оценивания, который обладает свойством аддитивности, т.е. позволяет получать те же оценки при различной последовательности выполнения операций. Это утверждение действительно при одном и том же наборе исходных данных опробования.

Это свойство кригинга особенно важно, когда небольшие блоки объединяются в крупные выемочные единицы.

Так, если имеется 2 блока с объемами V_1 и V_2 и точными содержаниями Z_1 и Z_2 , то при объединении их в один блок объемом V_3 мы получим оценку $Z_3^* = \left[\frac{V_1}{V_1+V_2} \right] Z_1 + \left[\frac{V_2}{V_1+V_2} \right] Z_2$, содержаниям этом блоке

Это уравнение справедливо и для оценок содержаний Z_1, Z_2 , т.к. матрица кригинга не зависит от содержания в блоке, который необходимо оценить. Однако это полезное свойство кригинга не распространяется к сожалению на характеристики точности оценки, т.е. на дисперсию кригинга.

Точная интерполяция. Кригинг по существу является методом интерполяции. Считается, что интерполяция точная, если при расчете уравнений кригинга в точке с известным значением содержания вес данной (известной) точки будет равен 1, а веса окружающих проб равны 0. Кригинг обладает таким свойством и дает совпадение фактического значения содержания с оценкой, если оцениваемая точка точно совпадает с местом размещения пробы.

Скрин-эффект. Когда корреляция между пробами отсутствует, мы имеем дело с "чистым эффектом самородков", для которого наилучшей оценкой содержания в блоке является среднее арифметическое всех содержаний по пробам, попадающим в оцениваемый блок. Веса всех проб в этом случае одинаковы независимо от расстояния до оцениваемой точки.

Другой крайний случай, когда эффект самородков в вариограмме отсутствует. При этом максимальные веса имеют ближайшие к оцениваемой точке пробы, а с увеличением расстояния от нее происходит резкое снижение значений весов проб. Этот эффект экранирования проявляет себя очень заметно при малых C_0 и постепенно уменьшается при возрастании эффекта самородков вариограммной модели.

3.10. Нелинейные виды кригинга

Эффективное применение кригинга имеет место, когда проявляется стационарность пространственной переменной, что весьма редко выполняется на практике. Отсутствие стационарности, т.е. наличие тренда (когда в пространственном поведении переменной

проявляется некоторая тенденция - постепенное изменение уровня ее значений или дисперсии в той или иной направленности), отражается в характере вариограммы, построенной по исходным значениям пространственной переменной. В этом случае вариограмма имеет параболический характер, т.е. с увеличением значений аргумента вариограмма не выполаживается, а, наоборот, резко возрастает.

В общем случае тренд проявляется в том, что нестационарны на большом протяжении первые два момента (математическое ожидание и дисперсия) пространственной переменной $X(t)$.

Условие несмещенности оценок кригинга при наличии тренда может быть выражено в виде

$$\sum_b d_i \left[\sum_r a_r f(X) - \frac{1}{V} \int_V f(X) dX \right] = 0, \quad (3.53)$$

где $f(X)$ - функция, представленная такими одночленами, как $t^0, t^1, t^2, t^r, \dots$, а t, r - координаты значений переменной X .

Это условие должно удовлетворяться при для любых точных неизвестных коэффициентов $d(l)$ тренда, что делает такой кригинг универсальным. Система уравнений в этом случае подобна (3.48).

Тем не менее на практике можно считать достаточно вероятным проявление стационарности в локальном масштабе, что открывает возможность применения кригинга, если пространственная переменная рассматривается в качестве композиции двух переменных, одна из которых отражает проявление тренда, а вторая дополняет тренд до реальных значений пространственной переменной.

Тип тренда зависит также от размера площади, в пределах которой оценивается его эффект.

Чаще всего тренд выражается линейными, квадратичными полиномами или их комбинацией. Например, для геометрического поля в виде плоскости линейный тренд выражается как $\ln(X) = a_0 + a_1 t + a_2 r$, а квадратичный как

$$\ln(X) = a_0 + a_1 t + a_2 r + a_3 t^2 + a_4 t r + a_5 r^2.$$

Характеристика изменчивости пространственной переменной - вариограмма - определяется для ее остаточных значений, а интерполяция наблюдаемых значений пространственной переменной в промежутках между разведочными выработками осуществляется на основе линейного кригинга с учетом выявленного тренда.

Как нетрудно заметить, при рассмотрении вопросов, связанных с кригингом, не акцептировано внимание на согласии статистического распределения пространственной переменной с тем или иным законом. Это объясняется тем, что стационарность пространственной переменной предусматривает согласие ее распределения с нормальным законом, чего обычно при изучении месторождений многих полезных ископаемых не бывает. Одна из разновидностей кригинга - логнормальный кригинг - предназначена для решения задач кригинга в условиях логнормального распределения пространственной переменной. В этом случае осуществляется обычный переход $R(t) = \ln X(t)$, который приводит к стационарной случайной функции, имеющей нормальное распределение вероятностей. Новая переменная используется для определения вариограммы и нахождения оценок линейного кригинга или какой-либо его модификации и соответствующей дисперсии. В свою очередь, оценка логнормального кригинга определяется обратным преобразованием проанализированной при помощи кригинга переменной. В зависимости от точности соответствия пространственной переменной логнормальному закону ее оценки кригинга могут быть получены только в соответствии с правилами перехода от нормального распределения к логнормальному и наоборот или же с применением дополнительных поправок, учитывающих отклонения от принятых статистических моделей.

В связи с широким распространением задач геологии, требующих анализа многомерных данных, в кригинге разработаны модификации, использующие

ковариационные матрицы учитываемых пространственных переменных. К ним относится, например, ко-кригинг - кригинг одной переменной по результатам анализа другой. Эта модификация применяется при определении одной переменной по результатам анализа другой. В этом случае оценки кригинга основываются на построении кросс-вариограммы, при вычислении которой используются следующие произведения:

$$[X_1(t) - X_1(t + h)]*[X_2(t) - X_2(t + h)].$$

Дисперсия кригинга в этом случае оценивается с использованием трех вариограмм, две из которых являются обычными вариограммами соответствующих переменных. Другие модификации многомерного кригинга связаны с анализом пространственных переменных, имеющих совместное распределение, характеризующееся согласием с многомерным нормальным. Его плотность определяется ковариационной матрицей, которая служит основой для определения коэффициентов кригинга. Анализ подобных переменных тесно переплетается с методами непараметрической геостатистики, использование которых для решения задач кригинга рассмотрено ниже.

3.11. Литература

- Matheron G. 1963. Principles of Geostatistics. - *Ec.Geology*. V.58, N.8, p.1246-1266.
- Матерон Ж. 1968. Основы геостатистики. М., Мир. 408 с.
- Sichel H.S. 1947. An experimental and teoretical investigation of bias error in mine sampling with special reference to narrow gold reeis. - *Trans.Inst.Min.Metall.(London)*, 65, p.403.
- Wijs H.J.de. 1951. Statistics of are distribution. - *Journ.Roy. Netherlands Geol. and Min.Soc*, 1, Nov.1951; 2, Jan,1953.
- Krige D.G. 1951. A statistical approach to some basic mineproblems on the Witwatersrand. - *Journ.Chem.Metall. Min.Soc.S.Afr.*, 52, p.1 19-139.
- Formery Ph. 1964. Cours de geostatistique. Ecole Polytechnique, Montreal. 306 p.
- Карлье Э. 1966. Методика количественной оценки месторождений урана. М., Атомиздат. 352 с.
- Serra J. 1967. Echantillonnage et estimation locale dcs phenomenes de transiron miniers. Thesis, 2 volumes, Univ.of Nancy, France. 670 p
- Давид М. 1980. Геостатистические методы при оценке запасов руд. Л., Недра. 360 с.
- David M. 1988. Handbook of applied advanced geostatistical ore reserve estimation. Amsterdam-Oxford-New York-Tokyo, Elsevier. 216 p.
- Marechal A. 1970. Geostatistique et niveau dc reconuissance -Applications aux gisements de bauxite metropolitairis. These, Universite de Nancy.
- Huijbregts Ch. 1973. Regionalised variables and applications to quantitative analisis of spatial data. - *Proc.NATO Advanced Study Institute, Display and Analysis of Spatial Data*. Wiley, London, p. 38-53.
- Journei A., Huijbregts Ch. 1978. Mining Geostatistics. Academic Press.
- Марголин А.М. 1974. Оценка запасов минерального сырья. Математические методы. М., Недра. 264 с.
- Марголин А.М. 1983. Методы геометризации разведываемых запасов полезных ископаемых. Усовершенствованная процедура крайгинга. М., ВИЭМС. 81 с.
- Clark J. 1984. Practical geostatistics. London – New York,Elsevier.132 p.
- Harris D.P. 1984. Crustal abundance modeling of mineral resources: some recent investigations. - *The 27th International Geological Congress, C.20.1.3. Moscow*. 67 p.
- Isaaks E.H., Srivastava R.M. 1989. Applied Geostatistics. New York - Oxford, Oxford University Press. 562 p.

Практическая геостатистика. 1990. - Труды II Всесоюзного семинара по геостатистике. Ред.Капутин Ю.Е. Петрозаводск, Карельский НЦ АН СССР. 204 с.

Применение математических методов при поисках и разведке месторождений твердых полезных ископаемых. , М.,СЭВ, 1987, 262 с.

Смирнов Н.В., Дунин-Барковский И.В. 1965 Курс теории вероятностей и математической статистики ДЛЯ технических приложений. М., Наука. 512 с.

Geostatistics. 1980.,N.Y.,McGraw-Hill.Inc., 167 p.

Глава 4. ПОСТРОЕНИЕ И МОДЕЛИРОВАНИЕ ВАРИОГРАММ

Для того, чтобы использовать аппарат геостатистики для решения различных практических горно-геологических задач необходимо прежде всего располагать вариограммной моделью исследуемого объекта (массива месторождения, блока или рудопотока), которая должна максимально соответствовать истинной структуре изменчивости объекта.

Руководства по геостатистике часто создают обманчивое впечатление простоты построения экспериментальных вариограмм и подбора моделей. На самом деле уверенность в полученных результатах появляется лишь после многократных манипуляций с исходными данными, тщательного сопоставления вариограммы с геологическим описанием месторождения, предварительных "опытных" расчетов кригинга и сверки полученных результатов с фактическими данными. Этот этап работы носит скорее исследовательский характер, и от него главным образом зависят точность, надежность и достоверность всех последующих расчетов с использованием вариограмм.

Стадии процесса создания вариограммной модели исследуемого объекта:

- анализ, контроль и группировка исходной информации;
- построение экспериментальных вариограмм;
- исследование полученных функций на наличие эффектов;
- создание пространственной модели вариограммы. Рассмотрим их более подробно.

4.1. Анализ исходной информации

В идеальном случае все исследуемое множество проб принадлежит одному сравнительно однородному участку массива (без тектонических нарушений), имеет нормальный закон распределения и представляет собой результат одного этапа исследования месторождения, полученный по одной методике. В этих условиях экспериментальные вариограммы правильно отражают структуру изменчивости залежи и могут быть использованы для моделирования.

Однако такие случаи очень редки на практике. Чаще приходится иметь дело с неоднородными массивами данных, наличием экстремальных (слишком больших или слишком малых) значений проб, что приводит к ошибочным эффектам на экспериментальной вариограмме.

Следовательно, предварительной и обязательной стадией геостатистического исследования месторождения является контроль, сортировка и при необходимости преобразование исходной информации.

Неоднородные массивы исходных данных получаются тогда, когда смешиваются результаты опробования различных геологических зон, а также сведения, полученные по разным методикам в разное время.

При формировании групп исходной информации необходимо следить за тем, чтобы совместно обрабатывались только пробы одной зоны, рудного тела, типа руды и т.п.

Однако, это не всегда обязательно. Критерием такого подхода является существенное отличие типов и сортов руд разных зон, что может быть установлено с помощью анализа гистограмм. При смешении качественно различных массивов данных гистограммы обычно имеют более одной вершины или значительное отклонение от нормального распределения.

Аналогично следует поступать и в том случае, когда опробование сырья велось в разные периоды времени по неидентичным методикам. Всегда полезней обрабатывать совместно только те данные, которые сопоставимы в пространстве и времени получения,

лишь в этом случае исследователь может быть уверен в надежности полученных результатов.

Таким образом, первым и обязательным этапом обработки исходной информации является построение гистограмм и проверка их на законы распределения. Наличие на графике более одной вершины и значительное отклонение от нормальности свидетельствует о низкой корректности первичных массивов. Необходимо обнаружить и устранить ее причины. Логнормальное распределение часто говорит о пропорциональном эффекте.

Вторым и очень серьезным источником ошибок является нестационарность исходных данных, которая связана с наличием тренда или экстремальных величин данных, которые даже в небольшом количестве способны оказывать серьезное влияние на характер вариограммы.

Причины появления экстремальных значений связаны как с геологическими особенностями месторождений отдельных полезных ископаемых (благородные металлы и др.), так и с ошибками анализа и исследования проб. Самый простой способ устранения некорректных данных предусматривает визуальный просмотр подготовленного к обработке массива, а также его гистограммы и удаление проб со слишком малыми и большими содержаниями.

Однако, в арсенале статистики имеются достаточно надежные методы разбраковки массивов исходной информации и выделения нетипичных результатов. Один такой способ описывают Д.Криге и Е.Магри (2).

Каждая проба массива данных X_f проверяется по формуле

$$K = \frac{N(x_f - m_f)^2}{(N + 1)\sigma_f^2} = 1 \div \infty \quad (4.1)$$

где m_f - среднее значение проб (исключая x_f) в окрестности заданного размера, в центре которой находится проба x_f ;

N - число проб в окрестности, исключая x_f , ($N \approx 4 \div 10$);

σ_f^2 - средняя по месторождению дисперсия проб в областях, равных рассматриваемой окрестности.

Если $K \geq 3.84$, то x_f является "посторонней" в данной окрестности.

Н.Кресси (3) для регулярной сети проб подсчитывает среднее содержание и медиану каждого столбца (ряда) и по их разности судит о наличии или отсутствии экстремальных значений в том или ином подмножестве. Когда "посторонние" оценки, могущие оказать отрицательное влияние на вариограмму, выявлены, необходимо решить, как с ними поступить. Простейший, но не самый лучший способ - исключить их из состава исходных данных. Если этот метод взят за основу, то необходимо помнить, что при расчетах кригинга исключенные пробы следует вернуть на свои места.

Хорошие результаты дает также логарифмирование исходных данных, однако здесь существует опасность получения отрицательных оценок для чисел массива в интервале 0-1. При логарифмировании данных в дальнейшем необходимо будет использовать логнормальный кригинг или предварительно преобразовать логарифмическую вариограммную модель к нормальному виду.

С этой целью используется формула [4]:

$$\gamma(h) = e^{-2m_f + 2\sigma_f^2} - e^{-\sigma_f^2(1-\rho(h))} \quad (4.2)$$

где m_f , σ_f^2 , $\rho(h)$ - среднее, дисперсия и ковариационная функция преобразованных данных.

Для обработки "загрязненных" массивов данных применяют специальные методы, описанные в следующих разделах.

С целью получения достоверных данных следует использовать для расчетов только пробы одинаковой длины, объема и формы. Нарушение этого принципа может заметно сказаться на результатах и в будущем сделает невозможным получение точечной модели вариограммы.

В компьютерных системах обработки геологической информации имеются специальные процессы композирования (приведения к одинаковой длине) проб перед любой их статистической обработкой, т.к. это правило действует не только в геостатистике. О влиянии на результаты оценки формы и объема проб было сказано в главе 3.

Обычно пробы приводятся к среднему значению длины пробы в массиве данных или к высоте уступа реального карьера, если месторождение будет обрабатываться открытым способом. При этом часто можно получить дополнительные результаты, например, выделить из композлируемых проб безрудные (по заданному бортовому содержанию) интервалы и т.п.

Если мощность исследуемого рудного тела неодинакова, т.е. длина рудных пересечений существенно отличается, желательно использовать для анализа не величину показателя качества (v) пробы, а ее произведение на мощность (M) пересечения (линейный запас - vM).

Такое преобразование позволяет получить надежную вариограмму даже в случаях, когда вариограмма для (v) недостаточно надежна. В дальнейшем по этим данным создается вариограммная модель, а полученные для каждой точки оценки кригинга делятся на соответствующие значения мощности рудного тела в данной точке.

В системе ДАТАМАЙН вариограмму "линейного запаса" можно легко получить одновременно с расчетом экспериментальной вариограммы по интересующему исследователя показателю качества.

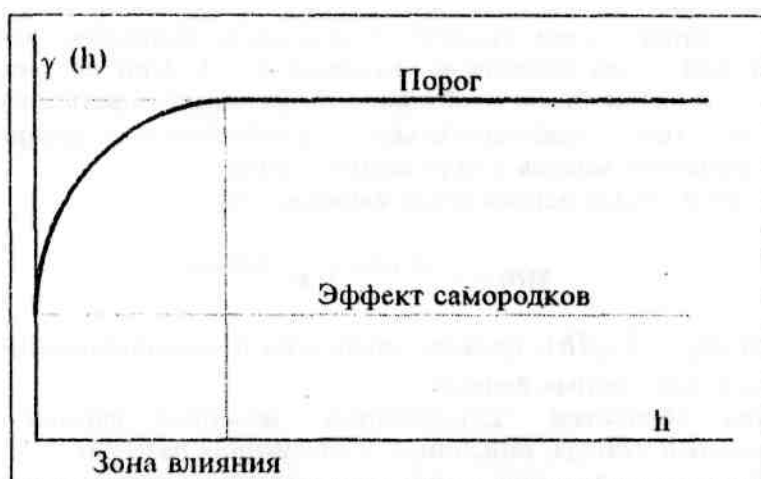


Рис.4.1. Вариограммная функция

4.2. Построение экспериментальных вариограмм

Экспериментальная вариограмма задается соотношением

$$\gamma(h) = \frac{1}{2N} \sum_{i=1}^N [x(t_i) - x(t_i + h)]^2 \quad (4.3)$$

где N - число пар значений пространственной переменной $x(t_i)$ и $x(t_i + h)$, находящихся в точках на расстоянии h .

Существует особая терминология для характеристики параметров вариограммной функции, рис.4.1.

Порог вариограммы (SILL). При возрастании расстояния между пробами соответственно увеличиваются и значения вариограммы. Однако это увеличение в большинстве случаев продолжается до какого-то предела, после которого функция колеблется вокруг горизонтальной линии. Этот предел называется Порогом и обычно равен дисперсии проб исследуемого массива.

Зона влияния вариограммы (RANGE). Расстояние между пробами, при котором вариограмма достигает Порога.

Эффект самородков (NUGGET EFFECT). При расстоянии = 0 значение вариограммы также должно быть нулевым. Однако (из-за ошибок в опробовании, невозможности взятия проб на очень малых расстояниях и наличия в массиве высокочастотной изменчивости, проявляющейся на очень малых интервалах) в реальных вариограммах мы почти всегда получаем ненулевые и иногда далекие от 0 значения функции даже для очень малых расстояний. Это нарушение непрерывности в начале вариограммы измеряется Эффектом самородков, который равен расстоянию (по оси Y) от 0 до значения вариограммы при минимальном расстоянии между пробами. Отношение величины Эффекта самородков к Порогу называется Относительным эффектом самородков и обычно измеряется в процентах.

Когда читатель досконально разберется с массивом исходной информации и проведет его композирование, можно начинать расчет экспериментальных функций. Практически в каждом пакете программ для обработки геологической информации имеются средства для расчета 3-х мерных вариограмм по заданным направлениям. Все они обычно работают по похожим алгоритмам и требуют практически одинакового набора исходной информации. В частности, в системе ДАТАМАЙН есть 2 процесса (VARDIR и VARH.OL), которые используются для этих целей.

4.2.1. Процесс VARDIR системы ДАТАМАЙН

Этот процесс позволяет рассчитывать вариограммы для любого направления в пространстве, заданного азимутом и вертикальным углом.

Для запуска процесса необходимо указать:

- имя файла, содержащего данные опробования;
- название переменной, по которой выполняется расчет вариограмм;
- длину единичного интервала и количество интервалов расстояния, для которых будут рассчитываться значения вариограммы ;
- требуемые направления в пространстве, по которым будут рассчитаны вариограммы.

Пользователь задает также соответствующие вертикальный и горизонтальный углы сглаживания, т.е. параметры пространственной пирамиды, которая определяет "рабочее" пространство для данного расчета, а также радиус пространственного цилиндра, ограничивающего размеры пирамиды для исключения попадания в нее нежелательных проб, например - проб из соседнего рудного тела, рис.4.2.

На рисунке показано вертикальное сечение, пробы 1 - 5, пирамида VERTAG и цилиндр CYLRAD. При подборе пар проб к основной пробе 1 будут учтены только пробы 3 и 4. Проба 2 выходит за пределы пирамиды, а проба 5 выходит из заданного цилиндра.

В одном расчете могут быть получены вариограммы для нескольких направлений (но только для одной переменной). Результаты расчета показываются на дисплее и могут быть направлены в принт-файл или сохранены в указанном пользователем файле базы данных.

Для каждого заданного интервала расстояний программа выдает следующую информацию:

- число пар проб, участвующих в расчете;
- среднее расстояние между пробами;
- тренд, измеренный в положительном направлении оси X;
- значение ковариационной функции;

- значение обычной вариограммы;
- значение логнормальной вариограммы, рассчитанной по натуральным логарифмам величин проб;
- значение относительной вариограммы, рассчитанной делением разницы величин каждой пары на средний показатель переменной для этой пары.

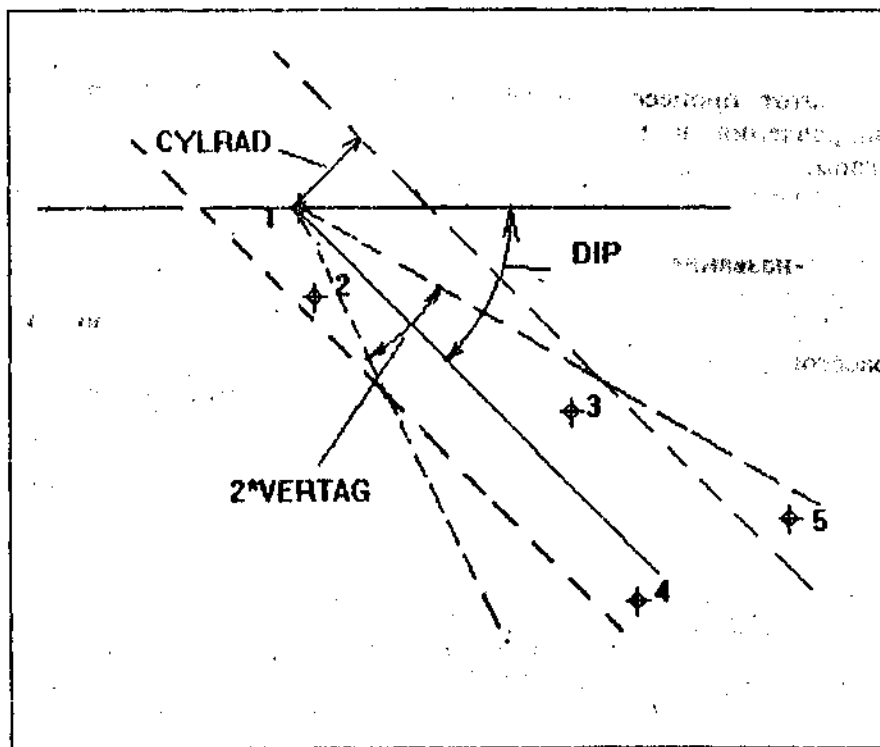


Рис.4.2. Пример, показывающий принцип выбора пар проб.

С помощью процесса VARDIR могут быть получены различные вариограммы:

- изотропные вариограммы (без учета каких-то направлений);
- вариограмма по одному заданному направлению;
- вариограммы по многим направлениям, если заданы параметры угловых приращений по азимуту и вертикальному углу.
- вариограммы по секторам, равномерно делящим полусферу на равные части.

Средняя вариограмма по всем скважинам входного файла может быть рассчитана процессом VARHOL. Входные файлы, поля и параметры здесь практически те же самые, что и для процесса VARDIR за исключением поля *HOLED, которое содержит наименование ноля идентификатора скважин во входном файле данных. Множественные и секторные вариограммы здесь не рассчитываются. Индивидуальные вариограммы для каждой скважины будут получены, если параметр @PRINT установить равным 2. Необязательные параметры направления (@DIRECTN и @DIP) задаются, если нужно получить среднюю вариограмму по скважинам, пробуренным в данном направлении.

4.2.2. Рекомендации по расчету экспериментальных вариограмм

Вариограммный анализ обычно начинается с расчета изотропной вариограммы, когда не учитываются какие-нибудь отдельные направления, а принимается во внимание только параметр h . Полученная функция не дает информации о вариограммах по направлениям, и может использоваться главным образом для уточнения параметров расстояний, чтобы наиболее правильно задавать их в расчетах функций по направлениям. Обычно на это уходит несколько попыток построения изотропной вариограммы.

Кроме того, на изотропной вариограмме яснее различимы структуры изменчивости массива, которые часто трудно различить на вариограммах по направлениям, т.к. они

рассчитываются по значительно меньшему количеству пар проб. Если даже изотропная вариограмма не показывает четкой структуры, то безнадежно ожидать этого от детальных функций по направлениям и следует вернуться к этапу анализа исходных данных. Если этот шаг также не дает результатов, то следует предположить, что исследуемый объект имеет не одну структуру изменчивости. В этом случае рекомендуется использовать для анализа относительные вариограммы.

Многие месторождения далеки от стационарности, когда математическое ожидание и дисперсия сохраняют для разных блоков и участков относительное постоянство. Следовательно, для большинства практических случаев характерно наличие пропорционального эффекта и квазилогнормального распределения.

Обычным выходом в этой ситуации является использование логарифмических вариограмм и следовательно - логнормального кригинга, который в ряде случаев дает некорректные результаты.

Альтернативой данному подходу (если установлено наличие пропорционального эффекта) является использование относительных вариограмм, которые позволяют учитывать при расчетах вариограмм среднее значение используемых проб, или точнее "взвешивать" полученные оценки вариограммы по величине местного среднего значения проб.

Есть 3 типа относительных вариограмм, часто используемых для получения более чистых структур пространственной изменчивости: **Местная**, **Общая** и **Попарная** относительные вариограммы.

Общая относительная вариограмма взвешивает дисперсию по среднему значению переменной для всего оцениваемого месторождения. Опыт исследователей показывает, что такой тип вариограммы завышает оценки дисперсий по сравнению с реальными. Поэтому при ее использовании следует проверять корректность расчетов на каждом этапе.

Местная относительная вариограмма учитывает в расчетах локальное среднее, поэтому корректность ее несколько выше.

В системе ДАТАМАЙН рассчитывается обычно только третий вид относительной вариограммы, где взвешивается по своему среднему значению каждая пара проб

$$\gamma_{PR}(h) = \frac{1}{2N(h)} \sum_{(i,j) \perp h_{ij}=h} \frac{(v_i - v_j)^2}{\left(\frac{v_i + v_j}{2}\right)^2}$$

Различие между обычной и данной относительной вариограммами заключается в знаменателе, который позволяет устранить влияние очень больших значений проб на расчеты моментов инерции.

Логарифмическая вариограмма обычно выглядит лучше, чем относительная и к ней легче подобрать модель. Однако, часто безопаснее использовать относительную вариограмму из-за возможных "сюрпризов" логиормального кригинга.

В этом случае можно рассчитать параметры относительной вариограммы по логарифмической. [12].

Пусть Z имеет логнормальное распределение со средним μ , дисперсией σ^2 , и вариограммой $\gamma(h)$. Общая относительная вариограмма в данном случае будет равна значениям обычной вариограммы, деленным на квадрат среднего значения по

месторождению $\gamma_R(h) = \frac{\gamma(h)}{m^2}$

Зона влияния обеих вариограмм обычно одна и та же. Относительная дисперсия (порог относительной вариограммы) равна экспоненте $\sigma_R^2 = \exp(\beta^2) - 1$, логарифмической дисперсии минус 1.

где: β^2 - логарифмическая дисперсия.

Эффект самородков относительной вариограммы определяется по формуле

$$C_{OR} = \sigma_R^2 - [\exp(\beta^2) - C_{OL} - 1]$$

Таким образом, превращение логарифмической вариограммы в общую относительную вариограмму не составляет труда. Однако описанный метод расчета можно использовать только, если зависимость среднего показателя от дисперсии носит линейный характер (на логарифмической бумаге она будет прямой линией). В противном случае используются более сложные регрессионные вариограммы. Обычно окончательный ответ на вопрос, какую вариограмму предпочесть, дает перекрестная проверка ("кросс-валидейшн") с помощью кригинга всех подходящих моделей.

После того, как получены "хорошие" изотропные вариограммы, можно приступать к анализу анизотропии исследуемого массива. В большинстве случаев исследователь, изучив геологические материалы по месторождению, имеет хотя бы самые общие представления о расположении главных осей его анизотропии. Нет особых трудностей определить анизотропию жильного и осадочного (пластового) месторождения, а также некоторых других. Определенные выводы можно сделать, рассматривая карты изолиний показателей качества.

Если читатель не может предположить главных направлений анизотропии геологического тела, то следует попробовать рассчитать вариограммы для всей полусферы, разделив ее на пространственные пирамиды (сектора) с углом при вершине 30-60 градусов. Надо иметь в виду, что этот процесс носит интерактивный характер, и требуется обычно несколько попыток для получения удовлетворительных результатов.

При расчетах вариограмм требуется задать 2 параметра, связанных с расстоянием: лаг (интервал расстояния) и допуск лага (расстояние по обе стороны от лага, которое определяет интервал выбора проб для анализа).

Если пробы размещены по регулярной сети, то величина шага сети может использоваться как лаг. Если пробы размещены случайно, то (для начала) можно использовать для лага среднее расстояние между пробами.

Допуск лага обычно составляет 1/2 от величины лага, т.е. в данном случае для выбора проб используется все возможное пространство. При регулярной сети проб иногда целесообразно задавать меньшую величину этого параметра. При этом можно получить более ясную вариограмму, хотя часть пар проб не будет использована в расчете.

На рис.4.3. показаны 2 изотропные вариограммы, первая имеет лаг 10 м (среднее расстояние между пробами), а вторая 50 м. Вторая функция более плавная и лучше характеризует структуру изменчивости массива.

Каждая полученная вариограмма требует (по возможности) глубокого анализа и сопоставления с геологическими данными. Следует иметь в виду, что **ПРЕДЕЛЬНОЕ РАССТОЯНИЕ, НА КОТОРОМ МОЖНО СЧИТАТЬ ВАРИОГРАММУ НАДЕЖНОЙ, НЕ ПРЕВЫШАЕТ ПОЛОВИНЫ МАКСИМАЛЬНОГО РАССТОЯНИЯ МЕЖДУ ПРОБАМИ В РАССМАТРИВАЕМОМ НАПРАВЛЕНИИ.**

В трудных случаях рекомендуется работать не с точками вариограммы, а с "облаком точек" для каждого лага. Это предполагает вывод на график всех значений вариограммы для всех пар анализируемых проб. Иногда это позволяет избавиться от явно нереальных ситуаций и сгладить усредненную функцию.

4.2.3. Исследование экспериментальных вариограмм

Расчет нужного количества вариограмм при некотором навыке обычно затруднений не вызывает. Все трудности начинаются тогда, когда исследователь уже имеет набор функций для выбранных им направлений в пространстве.

Исследовательский этап обычно состоит из 2-х стадий. Сначала необходимо определить степень анизотропии массива, для чего полезно сопоставить на одном чертеже вариограммы для основных направлений анизотропии (Рис.4.4.).

Как правило, эти вариограммы отличаются только величиной зоны влияния проб. Для точной оценки анизотропии важно установить направления, в которых Зона максимальная и минимальная, и согласовать эти выводы с геологическими данными.

На следующем шаге надо сопоставить результаты расчета вариограмм для одинаковых направлений, полученные по разным (несовместимым) наборам исходных данных, например данных кернового бурения разведочных скважин и результатов геофизического опробования буровзрывных скважин. Если хорошей "стыковки" этих вариограмм не получается, то причины следует искать в области геологии. Полезно перед таким сопоставлением привести обе вариограммы к точечному виду (см. ниже). Если в результате анализа данных по месторождению выявляется зависимость, между средним значением той или иного геологического признака и его дисперсией, то это часто является признаком пропорционального эффекта, для устранения влияния которого на результаты требуется специальная корректировка вариограммной модели.

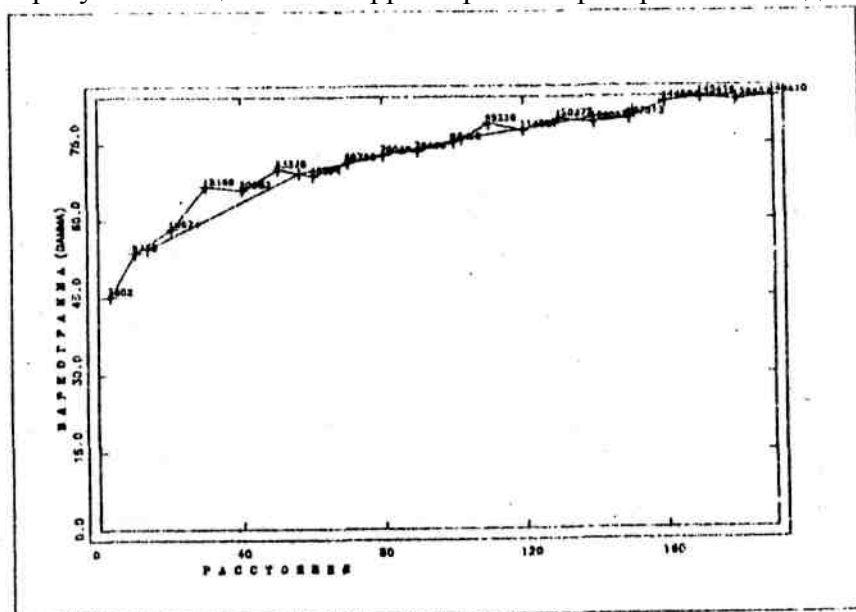


Рис.4.3. Влияние размера лага на характер вариограммы ГЕМ для железорудного месторождения

Самый легкий способ установить наличие пропорционального эффекта - совместить вариограммы одного направления для различных участков, блоков, горизонтов и т.д. Если пороги и эффекты самородков этих вариограмм отличаются, то можно подозревать наличие указанного эффекта. О нем также часто свидетельствует и логнормальный закон распределения рассматриваемой переменной.

Для учета пропорционального эффекта в вариограммной модели необходимо выполнить следующее:

- построить график зависимости дисперсии (стандартного отклонения) от средних значений для проб отдельных участков, блоков, горизонтов и т.н.;

- методом наименьших квадратов (регрессионным анализом) установить вид зависимости "дисперсия = f(среднее)";

- выражение " $f(\text{среднее})/C$ " (где C - средний по месторождению порог вариограммы) подставить множителем в модель вариограммы для использования в дальнейших расчетах.

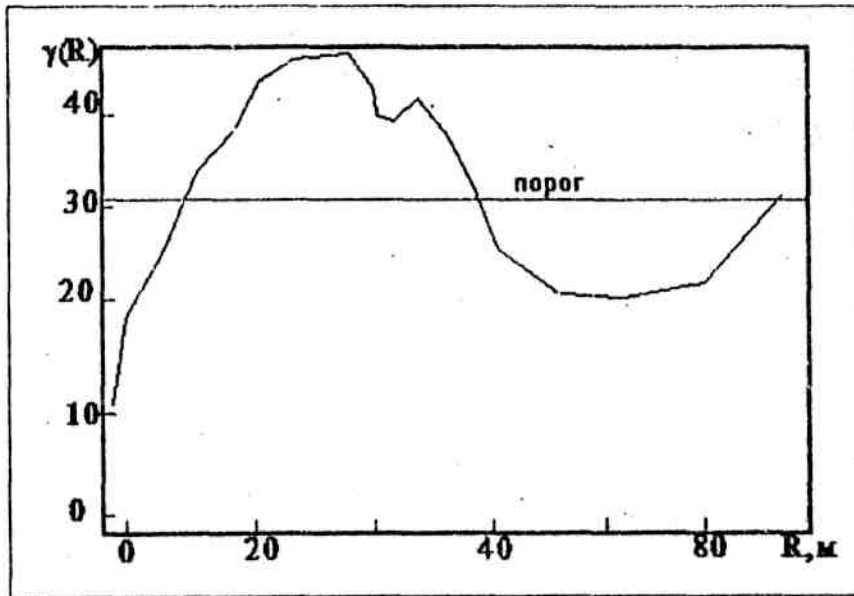


Рис. 4.5. Эффект включений на вариограмме.

4.3. Подбор моделей вариограмм

Экспериментальная вариограмма может быть непосредственно использована для решения геологоразведочных задач, однако, такое использование ограничено условиями, которые вытекают из выборочного характера имеющихся для ее оценки данных. В результате дискретности систем разведочных наблюдений рассчитанная реализация вариограммы соответствует только тому ограниченному набору значений аргумента, который определяется объемом выборочной совокупности и взаимным расположением точек измерения геологической переменной в пространстве.

В практике же решения задач геостатистики обычно необходима информация о значениях вариограммы для любых и неизвестных заранее расстояний между этими точками независимо от того, соизмеримы они каким-либо образом с шагом разведочной сети (или опробования) или нет. По этой причине дискретная экспериментальная вариограмма должна быть аппроксимирована некоторой непрерывной функцией, которая может быть вычислена для любого необходимого значения аргумента.

4.3.1. Модели вариограмм

В геостатистике известно несколько функций, которые используются для аппроксимации экспериментальных вариограмм в качестве их моделей. Модели различаются видом и параметрами; в этом их различии отражаются свойства различных геологических пространственных переменных. Наибольшее распространение на практике получили следующие виды функций.

Сферическая, с помощью которой может быть описано большинство экспериментальных функций:

$$\begin{aligned} \gamma(h) &= C_0 + C_1 \left(\frac{1.5h}{A} - \frac{0.5h^3}{A^3} \right) && \text{при } h \leq A \\ \gamma(h) &= C_0 + C_1 = C && \text{при } h > A \\ \gamma(0) &= 0 \end{aligned} \quad (4.4)$$

где: A - зона влияния, м;
 C_0 - эффект самородков;
 $C = C_0 + C_1$ - порог вариограммы.

Эта модель имеет линейное поведение в начале координат и порог (C), обычно равный дисперсии исследуемого массива проб. Возрастая, функция достигает порога на

расстоянии $h = A$, а при $h > A$ остается равной C . Касательная, проведенная к этой функции от начала координат, пересекает линию порога на расстоянии $h = 2A/3$ от начала координат (Рис.4.6.).

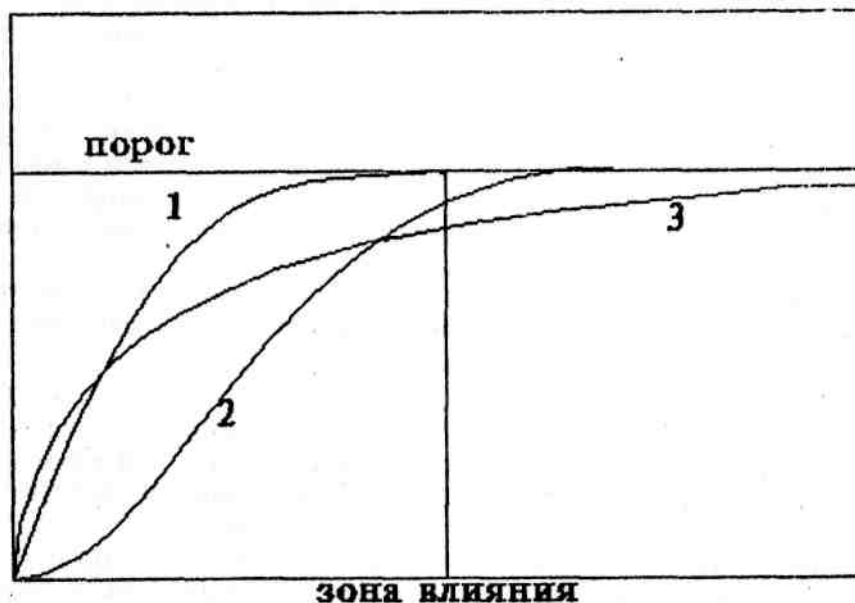


Рис. 4.6. Пороговые модели вариограмм: 1- сферическая, 2- Гаусса, 3- экспоненциальная.

Экспоненциальная модель похожа на сферическую, но имеет более пологий характер и достигает порога на расстоянии $h = 3A$. Касательная к функции от начала координат пересекает порог при $h = A$. Уравнение функции:

$$\gamma(h) = C_0 + C_1 \left[1 - \exp\left(-\frac{h}{A}\right) \right] \quad (4.5)$$

Модель Гаусса (Рис.4.6) имеет параболическое поведение в начале координат и редко используется на практике (в основном для характеристики слабоизменчивых массивов с большим количеством проб). Порог здесь достигается только условно. Для малых расстояний иногда можно спутать параболическую часть этой функции с эффектом тренда.

$$\gamma(h) = C_0 + C_1 \left[1 - \exp\left(-\frac{h^2}{A^2}\right) \right] \quad (4.6)$$

Беспороговые модели чаще всего представлены степенной (4.7), линейной (при показателе степени уравнения (4.7) равном 1) и логарифмической (Де-Вийса) функцией (4.8).

$$\begin{aligned} \gamma(h) &= Ah^p + B \\ \gamma(h) &= A \ln h + B \quad (4.7) \text{ и } (4.8) \end{aligned}$$

Последняя функция очень широко использовалась в геостатистических расчетах в начальный период развития теории из за возможности очень простого получения (без компьютера) важных характеристик и оценок.

Если объем исходных данных и их размещение в пространстве позволяют анализировать изменчивость переменных только в пределах соответствующих интервалов влияния, то пороговые модели (такие, как сферическая) могут быть заменены линейной или логарифмической, что обеспечивает существенное снижение трудоемкости вычислений.

Из моделей вариограмм, имеющих практическое значение, заслуживает также рассмотрения модель эффекта включений (рис.4.5):

$$\gamma(h) = C \left(1 - \frac{\sin(\alpha h)}{\alpha h} \right) \quad (4.9)$$

где αh - в радианах.

Эта модель имеет порог и характеризуется параболическим поведением в начале координат. Все представленные выше модели положительно определены в трехмерном пространстве.

Функция (4.9), с помощью которой может быть представлена модель эффекта включений, - периодическая, без затухания колебаний, что плохо согласуется с характеристиками пространственной изменчивости геологических переменных. Поэтому при учете эффекта включений в пространственном поведении геологических переменных приходится иметь дело с более сложными аналитическими выражениями, например,

$$\gamma(h) = A \left[1 - e^{-\frac{\alpha h}{\beta}} \cos(\alpha h) \right] \quad (4.10)$$

Выражение (4.10) является комбинацией экспоненциальной модели и модели эффекта включений.

Некоторые программные продукты (в т.ч. система Датамайн) позволяют также применять для моделирования вариограмм любые другие функции, наиболее полно описывающие изменчивость объекта.

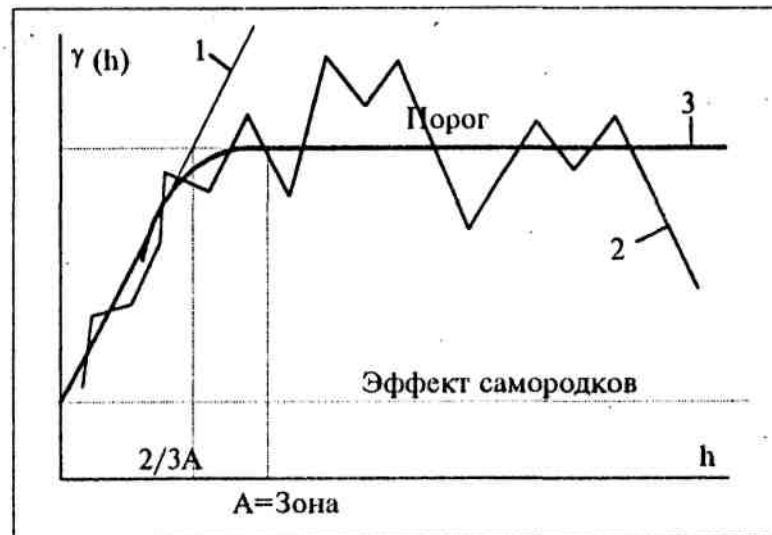


Рис.4.7. Визуальный подбор сферической модели

4.3.2. Подбор моделей к экспериментальным вариограммам

Подбор моделей может производиться как визуально, что на практике встречается довольно часто, так и методами регрессионного анализа (наименьших квадратов), подробно описанного в любом пособии по статистике. Второй способ позволяет получать более точные оценки, однако имеет серьезные специальные ограничения, не позволяет эффективно использовать интуицию пользователя и в некоторых случаях приводит к получению нестандартных для геостатистики функций.

В большинстве случаев бывает достаточно визуальной подгонки моделей. Очень просто вручную подбирать модель к сферической функции (аналогично - и к экспоненциальной), рис 4.7.

Проводят касательную (1) к начальному участку экспериментальной функции (2) до встречи ее с горизонтальной линией уровня дисперсии (порога). Пересечение касательной с осью Y даст значение эффекта самородков, а пересечение с линией дисперсии - значение $2A/3$ (на оси X), по которому легко можно определить значение Зоны A и построить окончательный вид функции.

Часто приходится иметь дело с несколькими структурами изменчивости (Рис.4.8.), описываемыми различными моделями, и итоговая функция модели может принимать вид

$$\gamma(h) = C_0 + \gamma_1(h) + \gamma_2(h) + \dots + \gamma_n(h) \quad (4.11)$$

Для каждой структуры подбирается своя элементарная модель, из которых в итоге формируется модель исследуемого объекта.

В заключение надо отметить, что небольшие (в разумных пределах) колебания большинства параметров вариограммной модели мало влияют на результаты оценки (кригинга), т.е. визуальная подгонка моделей вполне допустима. Особо осторожно следует подходить лишь к оценке эффекта самородков (C_0), т.к. это самый чувствительный и влиятельный фактор модели.

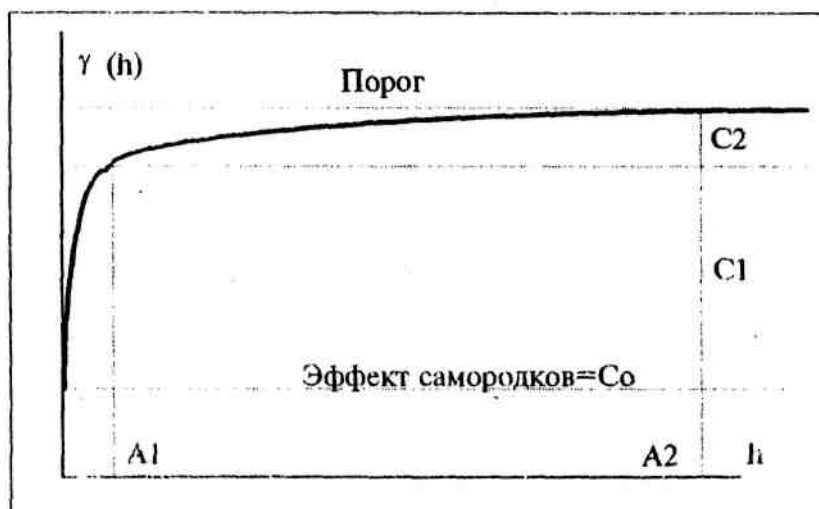


Рис.4.8. Пример двухструктурной сферической модели вариограммы. A1 и C1 - параметры первой модели, A2 и C2 - параметры второй модели

В системе ДАТАМАЙН имеется специальная программа VARFIT для визуальной интерактивной подгонки моделей к экспериментальным вариограммам.

При работе с этой программой на входе указывается имя файла выходных экспериментальных вариограмм, полученных одним из стандартных процессов ДАТАМАЙН. Одна или несколько экспериментальных вариограмм показывается на экране, и пользователь может выбрать из диапазона моделей наиболее подходящую, визуально подгоняя ее к экспериментальному графику. Когда нужная модель выбрана, то она может быть сохранена в выходном файле или выведена на плоттер в виде чертежа, рис 4.9.

Аналогичные интерактивные процессы имеются и в других современных компьютерных системах и пакетах программ.



Рис.4.9. Пример подбора двухструктурной сферической модели вариограммы с помощью процесса VARFIT

4.3.3. Приведение моделей к точечному виду (регуляризация)

Все экспериментальные вариограммы строятся на пробах, имеющих объем, отличный от точки. Иногда приходится обрабатывать данные нескольких видов опробования с разными размерами проб. В последующих расчетах чаще всего приходится распространять свойства модели на самые различные объемы руды и породы. Между тем известно, что форма и параметры вариограммы тесно связаны с размерами основания (блока или пробы, для которых делается оценка) (Рис.4.10).

Для сравнения и объединения результатов необходимо исключить влияние на них объема проб, т.е. привести модели к точечному основанию. Эта стадия изучения массива также является обязательной, если нельзя без серьезного искажения результатов допустить, что полученную нами модель можно признать точечной. Все последующие этапы геостатистического исследования используют вариограммную модель только на точечном основании.

Различают 2 наиболее простых, но часто встречающихся случая регуляризации:
 месторождение разведано пробами одинаковой длины (1);
 рассматривается слой (или пласт) одинаковой мощности (1).

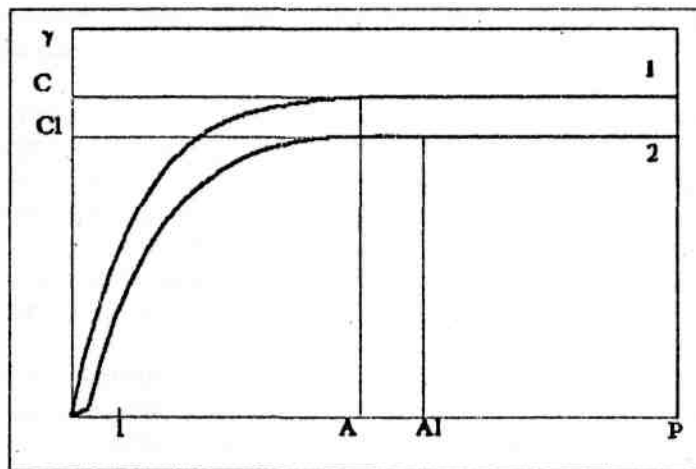


Рис.4.10. Общий вид вариограммы: 1- точечной, 2- на основании L.

В данных случаях Порог точечной вариограммы равен (для расстояний $h > 1$)

$$C = C_1 + \gamma(l, l), \quad (4.12)$$

где: C_1 - порог вариограммы с основанием 1; а выражение:

$$\gamma(l, l) \approx \frac{l}{2a} - \frac{l^3}{20a^3} \quad (4.13)$$

Зона точечной вариограммы для проб одной длины равна

$$A = A_1 - l, \quad (4.14)$$

а для пластов :

$$A = A_1 \quad (4.15)$$

Такая аппроксимация дает ошибку не более 10% в наиболее неблагоприятном случае и менее 1% в основных ситуациях, встречающихся на практике (т.е. при $h > 3l$ и при любом соотношении l/A)

4.3.4. Пространственная модель вариограммы

После получения набора экспериментальных вариограмм для основных направлений анизотропии массива и приведения его в соответствие с реальной геологической картиной месторождения необходимо создать из этих составляющих единую 3-х мерную пространственную вариограммную модель.

Эта модель будет участвовать во всех последующих геостатистических расчетах и поэтому должна быть максимально корректна.

В общем случае модель месторождения может состоять из изотропных и анизотропных составляющих. Различают геометрическую и зональную анизотропию (См. главу 3). Второй тип связан с наличием на месторождении особых структур изменчивости, каждая из которых в свою очередь может иметь свою геометрическую анизотропию.

Геометрическая анизотропия чаще всего используется на практике и предполагает, что вариограммная модель в разных направлениях имеет различные зоны влияния, но одинаковый порог, и ее можно превратить в изотропную модель простым преобразованием координат.

В компьютерных системах и программах чаще всего используется геометрическая анизотропия, а также следующие принципы описания пространственных вариограммных моделей.

Все параметры для каждой модели могут быть анизотропны; т.е. они могут иметь различные значения для различных направлений. В случае, когда анизотропия установлена, должны быть определены три взаимно перпендикулярных направления, соответствующих главным осям пространственного эллипсоида анизотропии. Длина осей эллипсоида в каждом направлении представляет собой значение зоны влияния (или другого параметра) в этом направлении. Предполагается, что главные оси анизотропии имеют те же направления для каждого параметра вариограммы, но коэффициенты анизотропии, определенные как отношения длин двух осей эллипсоида, могут быть различными для разных параметров.

Последовательность сопоставления используемой прямоугольной системы координат с осями пространственного эллипсоида анизотропии приведена ниже: (Рис.4.11)

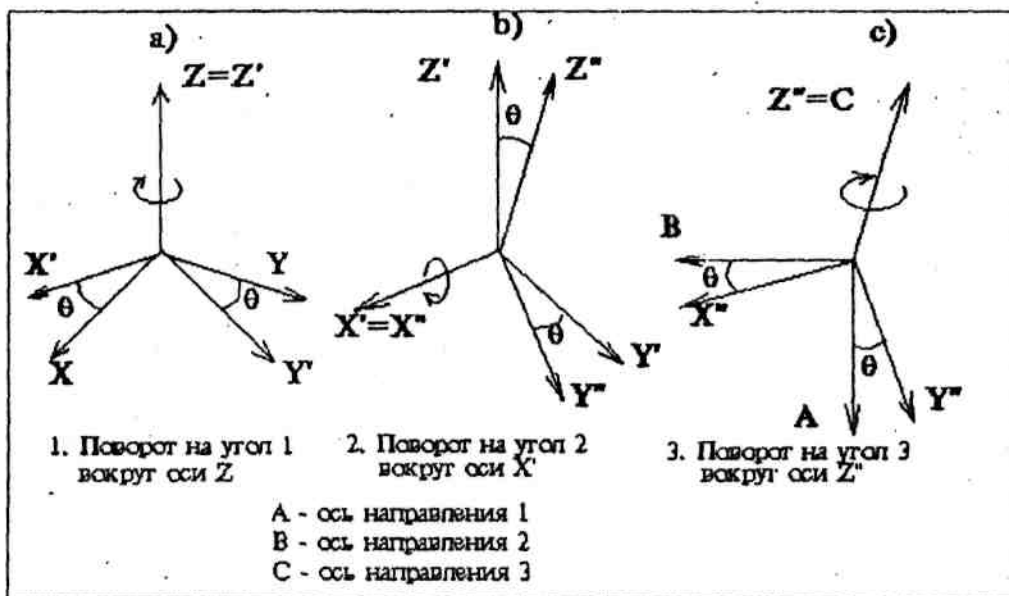


Рис. 4.11. Поворот осей координат к эллипсоиду: а - угол P, б - угол Q, в - угол G.

1. Сначала предположим, что оси эллипсоида A, B и C параллельны соответственно Y, X, и Z осям правосторонней системы координат.

2. Затем поворачиваем систему координат против часовой стрелки (если смотреть в положительном направлении оси Z) на угол P ($P=0-90$ градусов) вокруг оси Z.

Затем поворачиваем систему координат на угол Q ($Q=0-90$ градусов) против часовой стрелки вокруг "новой" оси X'. Таким образом можно двумя углами (P и Q) задать практически любую ориентацию пространственного эллипсоида.

Если необходимо, то можно развернуть систему еще на один угол (G) против часовой стрелки вокруг "новой" оси Z''.

Таким образом можно совместить используемую нами систему координат с основными направлениями анизотропии массива, что необходимо для дальнейших геостатистических расчетов. Направления всех поворотов указаны верно, если смотреть в положительном направлении оси поворота.

Параметры вариограммы определяются для каждой оси эллипсоида: A, B и C. Чтобы вычислить значения параметра в D направлении, которое не параллельно ни одной из трех осей, уравнение эллипсоида решают вместе с уравнением прямой, проходящей через центр эллипсоида в направлении D.

Расстояние между центром эллипсоида и его поверхностью в данном направлении представляет собой требуемое значение параметра.

Ниже приведены основные используемые в компьютерных расчетах пространственные модели вариограмм и параметры, требуемые для их однозначного описания.

Одноструктурная сферическая модель

$$G(h) = C_0 + C (1.5h/a - 0.5(h/a)^3) \text{ при } h < a$$

$$= C_0 + C \text{ при } h \geq a$$

Требуются 12 параметров:

- P 1>Эффект самородков (C₀) для оси A
- P 2> "-" (C₀) для оси B
- P 3> "-" (C₀) для оси C
- P 4>Разница между порогом вариограммы и C₀ (C₁) для оси A
- P 5> "-" "-" "-" "-" B
- P 6> "-" "-" "-" "-" C
- P 7>Зона влияния(A) для оси A
- P 8> "-" "-" B
- P 9> "-" "-" C
- P10>Угол поворота эллипсоида P (0-90 градусов)
- P11>Угол поворота эллипсоида Q (0-90 градусов)
- P12>Угол поворота эллипсоида G (0-90 градусов)

Двухструктурная сферическая модель

$$G(h) = C_0 + G_1(h) + G_2(h),$$

где:

$$G_1(h) = C_1(1.5/a_1 - 0.5(h/a_1)^3) \text{ при } h < a_1$$

$$= C_1 \text{ при } h \geq a_1$$

$$G_2(h) = C_2(1.5/a_2 - 0.5(h/a_2)^3) \text{ при } h < a_2$$

$$= C_2 \text{ при } h \geq a_2$$

Требуются 18 параметров: (в каждой группе - 3 параметра для осей: A, B, C)

- P 1-P3>Эффект самородков (C₀) для осей A,B>C
- P 4-P6>Разница между порогом первой структуры вариограммы и C₀ - (C₁)
- P 7-P9>Зона влияния (A₁) для первой структуры
- P10-P12> Разница между порогом второй структуры вариограммы и (C₀+C₁) - (C₂)
- P13-P15>Зона влияния (A₂) для второй структуры

Линейная модель

$$G(h) = C_0 + S \cdot h$$

- P 1-P3>Эффект самородков (C₀)
- P 4-P6>Тангенс угла наклона вариограммы (S)
- P16-P18>Углы поворота эллипсоида P,Q, G(0-90 градусов)

Модель Де Вийса

$$G(h) = C_0 + S \cdot \log(h)$$

- P 1-P3>Эффект самородков (C₀)
- P 4-P6>Тангенс угла наклона вариограммы (S)
- P16-P18>Углы поворота эллипсоида P,Q, G (0-90 градусов)

Аналогично определяются параметры пространственных моделей Гаусса и экспоненциальной.

Экспериментальная модель

Иногда пользователь не может подобрать к полученной вариограмме ни одну из стандартных моделей. Несмотря на определенную "опасность" такого шага труднопредсказуемыми последствиями, он тем не менее может сделать свою вариограмму моделью и задать ее следующим способом. Модель может быть определена по 18 экспериментальным точкам для каждого из трех направлений. Требуемые параметры:

- P 1>Число точек, по которым приводятся значения
- P 2>Угол поворота эллипсоида P (0-90 градусов)
- P 3>Угол поворота эллипсоида Q (0-90 градусов)
- P 4>Значение расстояния для первой точки
- P 5-P7>Значение вариограммы для первой точки
- P 8 > Значение расстояния для второй точки
- P 9-P11>Значение вариограммы для второй точки
-
- и так до максимума
- P72>Значение расстояния для 18 точки
- P73-P75>Значение вариограммы для 18 точки.

Для определения значения вариограммы между экспериментальными точками в данном направлении в программе используется линейная интерполяция. Значение вариограммы для расстояний, меньших чем первая точка, устанавливается равным экспериментальному значению для первой точки. Следовательно, лучшее значение расстояния для первой точки есть 0. Значение вариограммы для расстояния большего, чем максимальное значение для последней точки устанавливается равным значению вариограммы для последней точки.

Многоструктурная сферическая модель

Наличие анизотропии в "эффekte самородков" и основных параметрах моделей вариограмм может, при определенных условиях, привести к таким проблемам, как отрицательная дисперсия кригинга, и получению оценок, существенно меньших или больших чем исходных величины данных, по которым выполняется оценка.

Один из способов устранения этих проблем - это разделение исходной вариограммной модели на серию составляющих, каждая из которых должна иметь собственное значение дисперсии с анизотропией из разрешенного диапазона. Вариограмма данной модели разрешает использовать до 7 сферических структур, которые вычисляются как:

$$G(h) = C_0 + C_1 * (1.5h/a_1 - 0.5(h/a_1)**3) + C_2 * (1.5h/a_2 - 0.5(h/a_2)**3) + C_3 * (1.5h/a_3 - 0.5(h/a_3)**3) + + C_7 * (1.5h/a_7 - 0.5(h/a_7)**3)$$

Номера требуемых параметров (NP) зависят от номера структуры модели (NS):
 NP = 4 + 4 * NS Требуемые параметры:

- P1> Количество структур (минимум 1, максимум 7)
- P2>Эффект самородков (C₀)

- P 3>Разность между порогом 1 структуры и C₀ (C₁)(изотопная)
- P 4-P6>Зона влияния первой структуры для 3-х осей P
- 7>Разность между порогом 2 структуры и (C₀+C₁)-(C₂) (изотопная)
- P 8-P10>Зона влияния второй структуры для 3-х осей

- P??>Угол поворота эллипсоида P (0-90 градусов)
- P??>Угол поворота эллипсоида Q (0-90 градусов)
- P??>Угол поворота эллипсоида G (0-90 градусов)

4.3.5. Надежность моделей вариограмм (робастные методы оценивания)

При невозможности использования гипотезы стационарности применительно к исследуемому массиву обычный расчет вариограмм может дать существенные отклонения от реальности. Одним из способов корректировки ситуации и получения надежных экспериментальных вариограмм в этой ситуации является применение специальных (робастных) методов для их расчета.

Выбору модели экспериментальной вариограммы и нахождению значений ее параметров может предшествовать преобразование, которое уменьшает смещение экспериментальной вариограммы относительно ее математического ожидания для данной пространственной переменной в данном геометрическом поле. Одним из способов такого преобразования является метод "большого складного ножа" (jack-knife), который был предложен М.Кенуьем в 1956 г. с целью уменьшения смещенности статистических оценок; в 1958 г. этот метод был развит Дж.Тьюки для построения доверительных интервалов таких оценок.

Сглаженная оценка экспериментальной вариограммы, полученная методом складного ножа, имеет следующий вид:

$$\hat{\gamma}(h) = K\hat{\gamma}(h) - (K-1)\frac{1}{K}\sum_{i=1}^K \hat{\gamma}_i(h) \quad (4.16)$$

где $\hat{\gamma}_i(h)$ - оценка вариограммы для i разбиения, $i=1, \dots, KN$, по выборке значений пространственной переменной $X(t), i=1, \dots, KN$, где K - число разбиений выборки, N - число наблюдений в каждом разбиении. Подобранная модель $\gamma(h)$ может быть проверена на достоверность.

С этой целью методом, изложенным в главе 3 (см. 3.2.1), с использованием модели $\gamma(h)$ определяется дисперсия проб заданной длины (1) по месторождению. Эта расчетная дисперсия сравнивается с фактической. Несущественное отличие между ними свидетельствует о надежности вариограммной модели.

Низкая надежность и недостаточная устойчивость вариограмм обычно связаны с отклонениями фактического распределения результатов разведки месторождения (значений пространственной переменной в геометрическом поле) от нормального. Если такое отклонение имеет место, то используют один из трех методов: исключение из исходного множества нетипичных (экстремальных) значений, логарифмирование значений пространственной переменной или применение специальных методов расчета экспериментальных вариограмм.

Из них наиболее известен метод, предложенный Н.Кресси [3], который рекомендует рассчитывать вариограммы по формуле

$$\gamma(h) = \left[\frac{1}{2N} \sum_{i=1}^N |x(t_i+h) - x(t_i)|^2 \right]^4 / (0.457 + \frac{0.494}{N}) \quad (4.17)$$

или, в случае применения медианных оценок, по формуле

$$2\gamma(h) = \left[Me(|x(t+h) - x(t)|^2) \right]^4 / (0.457 + \frac{0.494}{N}) \quad (4.18)$$

Точки вариограммного облака могут быть также рассчитаны по формуле

$$|x(t+h) - x(t)|^2 \quad (4.19)$$

Проверка и анализ предлагаемого подхода показали его эффективность при использовании выборок пространственных переменных с экстремальными значениями. За счет двойного преобразования (извлечения корня и возведения в четвертую степень) можно значительно уменьшить влияние этих оценок на поведение экспериментальной вариограммы. Свои методы повышения надежности и устойчивости вариограмм предлагают также М.Армстронг, Р.Диамонд [5], П.Дауд [6], С.Чанг [7], Х.Омре [8], М.Дагберт, М.Давид [9] и другие исследователи.

Однако, по мнению М.Армстронг [10], использования этих приемов в большинстве случаев удастся избежать, если тщательно подойти к анализу, проверке и классификации исходной информации, так как главные причины неустойчивого поведения вариограммы

связаны с некорректным применением результатов разведки месторождения и неправильным заданием начальных параметров расчета экспериментальных вариограмм.

4.3.6. Проверка выбранных моделей вариограмм

Как было отмечено выше, надежность геостатистических решений зависит от устойчивости моделей экспериментальных вариограмм, которая, в свою очередь, зависит от удачного выбора модели конкретной вариограммы и от того, насколько принятые параметры модели соответствуют характеру и особенностям пространственной изменчивости геологической переменной.

Единственное, что обычно известно о месторождении на этом этапе - это содержания в пробах, поэтому наилучшей проверкой будет воспроизведение этих фактических данных опробования, используя полученную вариограммную модель. Решение этой проблемы обеспечивается перекрестной проверкой моделей вариограмм [11].

Метод перекрестной проверки (cross-validation) был предложен П.Дельфинером в 1976 г. для выбора наилучшей модели ковариационной функции при определении состава экспертной группы, формируемой с целью выработки оценочных заключений и принятия управленческих решений. Этот метод реализуется следующими процедурами:

1) выбором модели экспериментальной вариограммы пространственной переменной и принятием таких значений ее параметров, которые представляются подходящими;

2) удалением из имеющейся экспериментальной, выборки фактического значения переменной в одной из опробованных точек геометрического поля и оценкой значения переменной в этой точке по оставшейся выборке геостатистическим способом при помощи кригинга с выбранной моделью вариограммы; эти расчеты сопровождаются определением дисперсии соответствующей оценки кригинга;

3) повторением шага (2) для всех значений выборки и вычислением квадратов разностей между фактическими значениями переменной и ее геостатистическими оценками;

4) нормированием квадратов разностей на дисперсии оценок кригинга в соответствующих точках геометрического поля и вычислением среднего значения и стандартного отклонения нормированных квадратов разностей по всему геометрическому полю;

5) повторением шагов 2-4 для каждого из принятых значений параметров выбранной модели вариограммы; в качестве наилучшего выбирается такой вариант модели, для которого среднее значение квадратов разностей ближе других к нулю.

Если полученные результаты проверки будут представляться неудовлетворительными, то выбирается другая модель, проверка параметров которой выполняется описанным способом. Рассмотрение процедура проверки параметров модели получила название процедур пропуска одного наблюдения.

Развитием этой процедуры в геостатистике является предложенный несколько раньше С.Гейсером (1975) метод повторного выбора для предсказания. Метод С.Гейсера усиливает возможности уточнения значений параметров моделей вариограмм благодаря систематически повторяющемуся частичному использованию исходных данных, т.к. в нем применяется разбиение исходной выборки на группы значений переменной (и пропуск одного наблюдения является частным примером рассматриваемой методики). В этом случае при выборе наилучших параметров модели вариограммы среднюю меру расхождения между фактическими значениями пространственной переменной и ее оценками, оптимизируемую по совокупности параметров модели α , можно представить в следующем виде:

$$D_{N,n}(\alpha) = \frac{1}{K_n} \sum_{i=1}^K \varepsilon \left[x(t_i)^{(n)} x'(t_i)^{(n)} (x(t)^{(N-n)}, T^{(N-n)}, T^{(n)}, \alpha) \right], \quad (4.20)$$

где $x(t) = [x(t_1), x(t_2), \dots, x(t_N)]$ - выборка значений пространственной переменной объемом N,

$T = (t_1, t_2, \dots, t_N)$ - вектор координат точек наблюдения этой выборки,

t_i - координата i наблюдения, K - число разбиений выборки на p и $(N-n)$ наблюдений, ε - мера расхождения между истинными значениями и их оценками, полученными по $(N-n)$ наблюдениям,

$\hat{x}(t_i)$ - оценка значения переменной в пропущенной точке t_i . Оптимальность понимается в смысле шага (5) вышеописанной процедуры перекрестной проверки.

Определяемые перекрестной проверкой параметры моделей вариограмм характеризуются ограниченностью и условностью, которые обусловлены отсутствием однозначных ответов на следующие вопросы:

а) какова подходящая мера расхождения фактических и рассчитанных значений пространственной переменной?

б) как определить множество различных интерполирующих функций для заданной схемы разбиения исходной выборки на группы наблюдений?

в) как выбрать схему разбиения при заданных интерполирующей функции и наборе данных?

г) как связать меру расхождения с оценкой при условии совместного выбора интерполирующей функции и схемы разбиения?

Наиболее обоснованно может быть решен вопрос о выборе интерполирующей функции. Если в качестве меры расхождения выбрана разность $\varepsilon = \hat{x}(t_i) - x(t_i)$, то кригинг будет наилучшей линейной интерполяцией, обеспечивающей несмещенность оценок с минимальной дисперсией. При решении остальных трех вопросов приходится руководствоваться такими соображениями, как удобство и простота вычислений, но следует отдавать себе отчет в том, что при этом отнюдь не всегда достигается оптимальность в математическом смысле.

Из сказанного следует, что модель вариограммы, признанная лучшей с помощью метода перекрестной проверки, является таковой лишь для выбранной меры расхождения, схемы разбиения, интерполирующей функции и числа конкурирующих моделей, и для данного ряда наблюдений.

Изменение даже одного из этих условий может привести к иной лучшей модели.

Таким образом, метод перекрестной проверки нельзя рассматривать как метод доказательства или как критерий проверки статистических гипотез, в частности, о модели и параметрах вариограмм. Его следует воспринимать и использовать как исследовательский метод анализа данных, дающий возможность многократно изучать и переформулировать модель, добиваясь наилучшего соответствия модели и имеющихся данных.

В системе ДАТАМАЙН имеется процесс РТКЗДА, который выполняет перекрестную проверку. В результате перекрестной проверки Вы получите для каждой проверяемой модели дополнительные переменные в имеющийся массив исходных данных: - оценку содержания в пробе, - дисперсию кригинга для этой оценки,

- число проб, по которым сделана эта оценка, а также диаграмму разброса для фактических и оцененных величин содержаний.

Теперь с помощью корреляционного анализа возможно оценить насколько далеко точки полученной диаграммы рассеяния удалены от линии $X = Y$, т.е. вычислить коэффициент корреляции фактических и оцененных величин. Та модель, которая даст более высокий коэффициент, будет предпочтительней для использования, чем другие.

Не надо, однако, уповать на то, что данный метод в 100% случаев будет подсказывать Вам правильное решение. В практике геостатистики известно достаточно трудных ситуаций, когда все испытываемые модели дают при проверке одинаковые результаты.

4.4. Примеры

4.4.1. Создание вариограммной модели для участка месторождения . апатита

Для этой работы были использованы результаты эксплуатационной разведки (керновое бурение скважин и штупное опробование подземных выработок) участка Кукисвумчоррского апатито-нефелинового месторождения в Мурманской области. Месторождение отрабатывается в основном подземным, способом и представляет собой пологопадающую (под" углом 25-30 град) на СВ залежь мощностью 50 - 200 м. Экспериментальные данные по блоку 13/15 горизонта +252 м представляли собой информацию о 1015 пробах, их условных координатах и результатах опробования на содержание P2O5 и Al2O3. Эти массивы были введены в программу Датамайн с соответствующим переходом к абсолютной географической системе координат.

После корректировки полученных таким образом файлов исходной информации по ним были выполнены статистические расчеты, которые показали хорошую их аппроксимацию Законом нормального распределения (Рис. 4.12, 4.13).

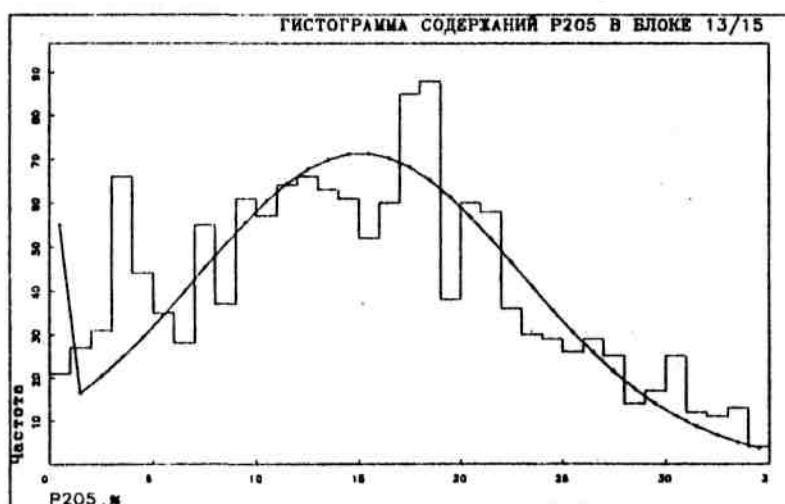


Рис. 4.12. Гистограмма и одновершинный закон нормаль распределения P2O5

Если попытаться подобрать к полученной гистограмме многовершинный закон распределения (нормального), то мы получим картину (Рис. 4.14), по которой можно попытаться найти связь с выделяемыми в запасах сортами (типами) руд. Была проанализирована также корреляционная связь между содержаниями в руде P2O5 и Al2O3 , которая оказалась (Рис. 4.15) очень надежной (Коэффициент корреляции = 0.8449) и выражается линейным уравнением:

$$Al_2O_3 = 20.915 - 0.476 P_2O_5 \quad (4.21)$$

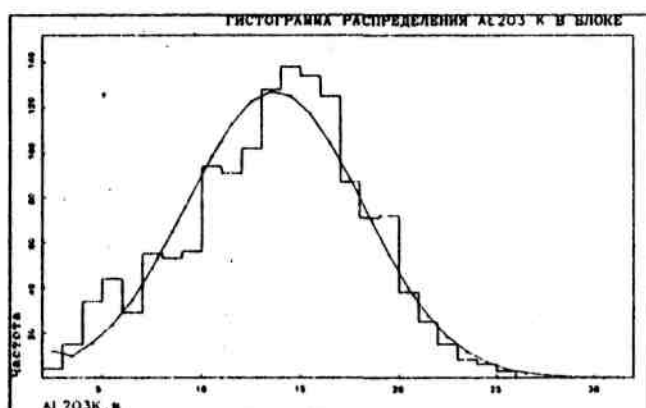


Рис.4.13. Одновершинное распределение Al2O3

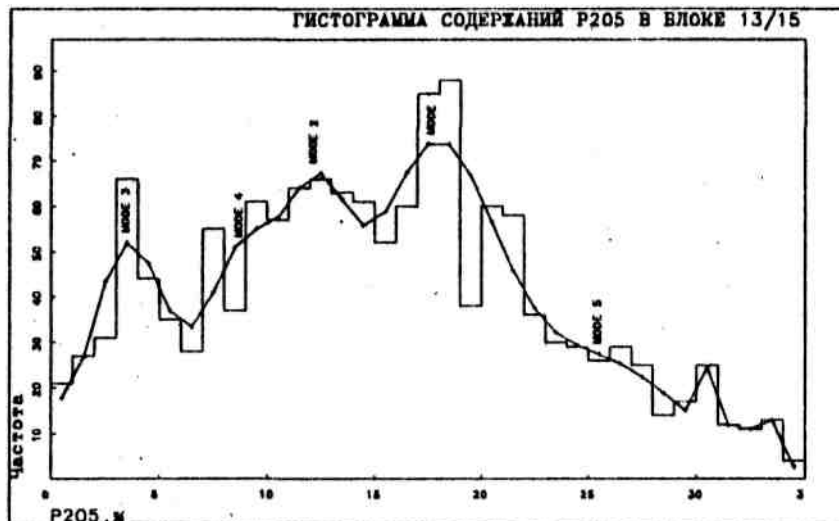


Рис.4.14. Многовершинное (нормальное) распределение P2O5

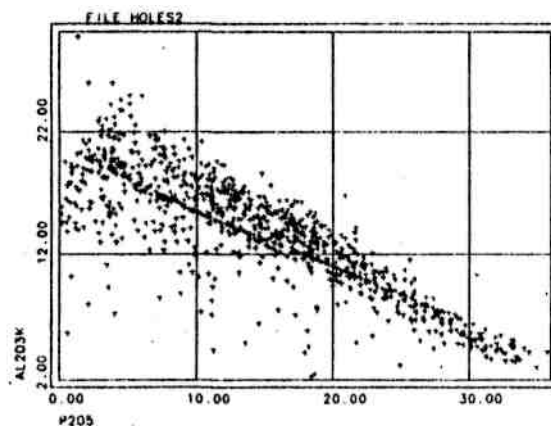


Рис.4.15. Диаграмма рассеяния содержаний P2O5 и Al2O3 в пробах

Если известны зависимости (4.21) для всех типов добываемых руд, то нет необходимости вести тщательное опробование рудопотоков по обоим этим показателям. Расчет экспериментальных вариограмм производился после компонования массива проб по программе VARDIR интегрированной системы Датамайн. Исследовались 3 основные направления изменчивости массива: по простиранию (1), по падению (2) и вкрест простирания (3) рудной залежи, падающей в направлении с азимутом 64 град, под углом 25-30 град. Горизонтальная мощность залежи достигает 200-250 м. На рисунке 4.16 приведены экспериментальные вариограммы и подобранные к ним модели для содержания P2O5 (по простиранию и падению), а также вариограмма для содержания Al2O3 (вкрест простирания). Что можно сказать о характере изменчивости массива рудной залежи?

1. Вариограммы по падению и по простиранию залежи примерно одинаковы, и это понятно, поскольку они обе соответствуют направлениям, параллельным плоскостям залегания рудного тела. Несколько больший эффект самородков в вариограмме по падению объясняется тем, что в этом направлении расстояние между пробами больше. Однако, зона корреляционного влияния проб по падению залежи оказалась более значительной (350 м) чем по простиранию (250 м), что также соответствует геологическим представлениям о месторождении.
2. Вариограммы для P2O5 и Al2O3 похожи, т.к. существует надежная корреляционная связь между этими показателями.

3. Вариограмма вкрест простирания залежи указывает на сильную зональность, т.е. чередование богатых и бедных зон с периодом 120-140 м. К такой экспериментальной функции следует подбирать модель вариограммы с эффектом включений. К сожалению в данном примере мы не смогли этого сделать и ограничились одноструктурной сферической моделью.

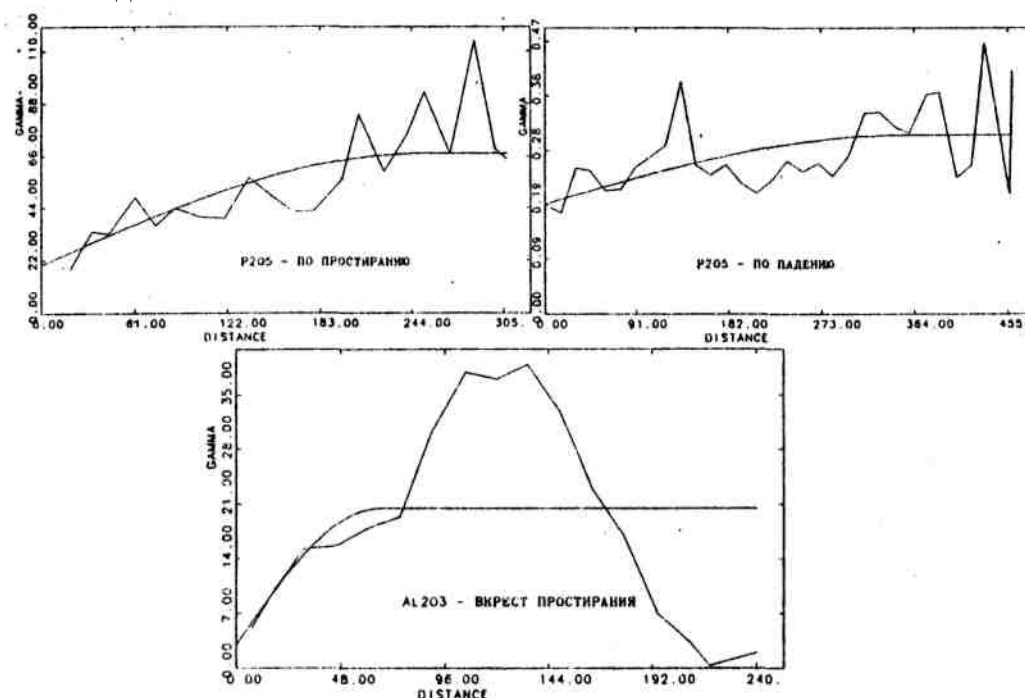


Рис. 4.16. Вариограммы для рудного тела месторождения

К экспериментальным вариограммам была подобрана пространственная одноструктурная сферическая модель с параметрами:

1. Для P2O5:

эффект самородков C_0 - 7(A), 20(B), 40(C), где - A, B, C - главные оси эллипсоида анизотропии;

составляющая дисперсии C_1 соответственно: 60, 47, 14,5;

зона корреляционного влияния проб $A = 50, 250, 350$.

2. Для Al2O3 соответственно:

$C_0=3, 6, 10$;

$C_1=17.5, 14.5, 10.5$;

$A=65, 300, 400$.

Сопоставление географической системы координат с главными осями эллипсоида анизотропии производилось поворотом системы на 2 угла:

64 градуса против часовой стрелки вокруг оси Z; (Угол $P=64$ град)

60 градусов по часовой стрелки вокруг новой оси X (Угол $Q=-60$ градусов).

4.4.2. Анализ изменчивости массива железорудного месторождения

Работа, выполненная автором по Бауманскому железорудному месторождению в 1993 г., включала в себя исследование анизотропии массива и моделирование залежи с последующим подсчетом запасов руды. Исходные данные, переданные Оленегорским горнообогатительным комбинатом на дискетах, включали в себя файлы: - координат устьев разведочных скважин; - инклинометрии; - литологии по скважинам; - результатов опробования керна по показателям:

-содержания железа:
 -магнитного - FEM;
 -растворимого - FER;
 -общего - FEOB; -серы - SOB; -фосфора - P. Все данные были введены в систему Датамайн и частично преобразованы.

Проведена статистическая обработка данных опробования, в результате чего были получены основные статистические параметры, гистограммы, а также следующие уравнения регрессии:

$$\begin{aligned} \text{FEOB} &= 0.916 \text{ FER} + 5.661 & (R= 0.94) \\ \text{FER} &= 0.959 \text{ FEOB} - 2.878 & (R= 0.937) \\ \text{FEM} &= 1.071 \text{ FER} - 4.607 & (R= 0.976) \\ \text{FEM} &= 1.023 \text{ FEOB} - 7.43 & (R= 0.905) \end{aligned}$$

Все уравнения достаточно надежны (коэффициент корреляции R больше 0.9), что позволило рассчитать отсутствующие данные опробования по некоторым показателям качества

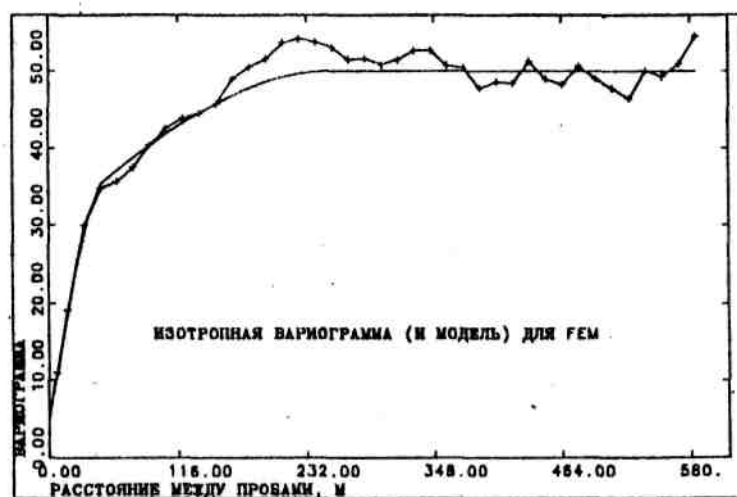


Рис.4.17. Экспериментальная вариограмма и модель для FEM.

Данные, имеющиеся в файлах описания скважинных проб, были объединены процессами Датамайн, проверены и выведены на экран.

После получения единого файла данных по скважинам было проведено композирование проб и приведение их к одинаковой длине -15 м, соответствующей стандартной высоте уступа карьера.

Далее производился геостатистический расчет экспериментальных вариограмм. Получены вариограммы в различных направлениях, которые позволяют принять гипотезу об изотропности месторождения (Рис.4.17.). Массив достаточно однороден, о чем свидетельствует устойчивая форма экспериментальных функций с небольшим эффектом самородков. Для примера на рис. 4.18 и 4.19 показаны также изотропные вариограммы для содержания в руде FER и S.

4.5. Литература

1. Калугин Ю.Е., Геостатистическое исследование месторождений полезных ископаемых, Петрозаводск, КФ АН СССР, 1988, 48 с.31.
2. Krige D.G., Magri E.J. 1982. Studies of the effects of outliers and data transformation on variogram estimates for a base metal and a gold ore body. - *Mathematical Geology*, V.14, N.6, p.557-564.
- 3.. Cressie N.1984, Towards resistant geostatistics. - *Geostatistics for natural resources characterisation*. Dordrecht, p.21-44.
4. Armstrong M. 1984. Common problems seen in variograms. -*Mathematical Geology*, V.16, N.3, p.305-313.
5. Armstrong M., Diamond P. 1984. Testing variograms for positive definiteness. - *Mathematical Geology*, V.16, N.4, p.407-421.
6. Daud P.A. 1984. Variogram and kriging: robust and resistant estimators. - *Geostatistics for natural resources characterisation*. Dordrecht, p.91-106.
7. Chung C.F. 1984. Use of the Jackknife method to estimate autocorrelation function (or variogram). - *Geostatistics for natural resources characterisation*. Dordrecht, p.55-69.
- Omre H. 1984. Variogram and its estimation. - *Geostatistics for natural resources characterisation*. Dordrecht, p.107-125.
8. Dagbert M., David M. 1984. Computing variograms in folded strata-controlled deposits. - *Geostatistics for natural resources characterisation*. Dordrecht, p.71-90.
9. Armstrong M. 1984. Improving the estimation and modelling of the variogram. - *Geostatistics for natural resources characterisation*. Dordrecht, p.1-19.
11. Davis B.M. 1987. Uses and abuses of cross-validation in geostatistics. - *Mathematical Geology*, V.19, N.3, p.241-248.
12. M.David, Handbook of applied advanced geostatistical ore reserve estimation, Elsevier, Amsterdam, 1988, 216 p.

Глава 5. ОЦЕНКА ЗАПАСОВ РУДЫ В МАССИВЕ

Выше, в главе 3 были рассмотрены теоретические вопросы оценивания запасов руд с помощью линейного кригинга. В данную главу вошли исключительно практические вопросы, связанные с использованием аппарата кригинга и компьютерной системы Датамайн для оценки конкретных месторождений различных видов полезных ископаемых.

5.1. Оценка месторождений с помощью кригинга

Все трудности создания корректной пространственной модели вариограммы как правило окупаются повышенной точностью оценок запасов исследуемых месторождений. Итак, следующей стадией после геостатистического (вариограммного) анализа залежи является ее моделирование и оценка запасов.

Сначала (обычно методами каркасного моделирования) выполняется геометризация месторождения и отдельных его частей. На этом этапе также может использоваться кригинг для интерполяции точек боковых и торцовых поверхностей пространственных объектов.

Далее создается блочная (ячеистая) модель месторождения с заданными размерами элементарных блоков, позволяющими получить наиболее детальную оценку запасов по всему объему месторождения. Здесь с помощью специальных компьютерных программ залежь разбивается на множество ячеек, размеры которых зависят от сложности геометрии рудного тела в данном месте модели.

Следующий этап - интерполяция всех показателей качества, учитываемых при геологическом опробовании, по ячейкам блочной модели.

По сравнению с другими традиционными оценочными методами КРИГИНГ дает несмещенную среднюю оценку содержания по исследуемому объему (месторождению), а также - минимальную дисперсию оценки.

Первое преимущество означает, что при верно выбранной модели вариограммы мы получим практически истинное среднее содержание данного 'компонента по оцениваемой залежи. Большинство традиционных методов в этих же условиях приводят к переоценке запасов руды в недрах.

Второе преимущество означает наименьшую (по сравнению со всеми другими методами) ошибку в оценке количества и качества запасов.

Сегодня известны и применяются на практике более 10 различных видов Кригинга, каждый из которых имеет свою область использования. Некоторые виды этого оценочного метода имеют очень сложный математический аппарат и могут выдавать много дополнительной информации в самых трудных горно-геологических условиях.

В очень упрощенном виде описание алгоритма вычислений точечного (обычного) кригинга выглядит следующим образом.

1. Определяется точка C , в которой необходимо оценить содержание A_c .
2. Задается рабочая область (вокруг этой точки), в которой учитываются все попадающие туда пробы (x_i).
3. Вычисляются расстояния между точкой и центрами проб, а также между всеми пробами.
4. Вычисляются значения вариограммы для всех этих расстояний с учетом анизотропии массива.
5. Формируется система линейных (в случае обычного кригинга) уравнений с p неизвестными (где p - число учитываемых в расчете проб).
6. В результате решения этой системы для каждой пробы определяется весовой коэффициент - b_i

7. Рассчитывается оценка содержания в точке С

$$A_c = \sum_i A_i b_i \quad (5.1)$$

8. Рассчитывается дисперсия кригинга (дисперсия оценки) для данной точки.

При использовании блочного кригинга все исследуемое пространство предварительно делится на блоки одного или разных размеров. Внутри каждого блока создается 3-х мерная регулярная сеть точек, для каждой из которых вычисляются все параметры кригинга. После этого рассчитываются соответствующие средние значения этих параметров. В некоторых программах используется более простой алгоритм расчета.

Таким образом, кригинг дает нам для каждой точки (или блока) 3 параметра:

- величину оцениваемой переменной ;
- величину возможной ошибки (дисперсию кригинга);
- количество проб, используемых в интерполяции

Многие пакеты и системы компьютерных программ, используемые для обработки геологической информации, имеют в своем составе процессы различных видов кригинга. Например, в систему ДАТАМАЙН включены программы :

KRG3D - Блочный кригинг в 2-х и 3-х мерном пространстве;

PANELK - Кригинг 2-х мерных панелей произвольной конфигурации;

SURFIK - Кригинг поверхностей пластов.

Кроме того, в некоторых подсистемах (например в модуле ОЦЕНКИ ПЛАСТОВ) имеются программы, использующие кригинг для интерполяции показателей качества руды.

Самым сложным в задании исходных параметров кригинга являются параметры вариограммной модели (См. главу 4). В случае изотропной модели параметры по всем осям эллипсоида будут одинаковые, а все углы поворота системы координат равны 0.

Кроме этого, для расчета обычно следует задавать следующие параметры:

- имя массива проб и наименование осей координат;
- оцениваемую переменную;
- размеры пространственного прямоугольного параллелепипеда, в котором будут учитываться все попадающие туда пробы для оценки переменной в точке, расположенной в центре параллелепипеда;
- максимальное и минимальное количество проб, используемых для оценки переменной в данной точке;
- имя файла, содержащего контур 2-х мерной панели, при использовании программы PAN ELK;
- некоторые другие вспомогательные параметры. Следует не забывать о том, что Кригинг, оценивая блоки по окружающим пробам сглаживает получаемые значения. Степень этого сглаживания зависит от количества исходной информации о месторождении

$$\sigma_z^2 = \sigma_z^2 - \sigma_k^2 \quad (5.2)$$

Это уравнение означает, что дисперсия оцененных кригингом блоков σ_z^2 равна фактической дисперсии этих же блоков σ_z^2 минус

дисперсия оценки кригинга σ_k^2 . Таким образом, чем меньше у нас информации о месторождении, тем больше величина возможной ошибки кригинговых оценок (дисперсия кригинга) и следовательно - больше сглаживающий эффект этого метода.

5.1.1. Влияние параметров вариограммной модели на результаты кригинга

Моделируя вариограммы, исследователь обычно вынужден много экспериментировать. В частности, он может назначать различные параметры модели в достаточно широких диапазонах, серьезно не уклоняясь от полученных ранее экспериментальных функции. Однако, меняя соотношение параметров модели, он должен представлять себе наиболее вероятные последствия этих действий. Ниже приведены некоторые наиболее важные практические последствия изменения вариограммных параметров на результаты кригинга.

Порог вариограммы. Изменение порога (масштаба) вариограммной модели вызывает соответствующее изменение только дисперсии кригинга.

Форма пологой части вариограммы особенно вблизи начала координат достаточно сильно влияет на величину кригинговой оценки и может приводить к экранирующему эффекту и отрицательным весам отдельных проб.

Эффект самородков оказывает сглаживающее влияние на веса проб. В итоге чем он больше, тем больше сглаживание оценок, и естественно - больше дисперсия кригинга. Чистый эффект самородков приводит к практически полному сглаживанию оценок.

Зона вариограммы оказывает относительно малый эффект на веса проб. При очень малых зонах мы получим сильное сглаживание, аналогичное чистому эффекту самородков. Чем больше зона, тем меньше значение дисперсии кригинга.

Анизотропия естественно оказывает сильное влияние на веса проб и величину оценки. Чем больше различие в зонах влияния в различных направлениях, тем сильнее оценки анизотропной модели будут отличаться от оценок изотропной.

5.2. Примеры оценки месторождений

В течение 1992-94 гг с участием авторов было выполнено несколько работ, связанных с моделированием и оценкой запасов различных руд. Ниже рассматриваются некоторые итоги геостатистических исследований и моделирования оловорудного, алмазного, золотого и угольного месторождений.

5.2.1. Месторождение оловянных руд

В данной работе несложные геостатистические исследования были выполнены на исходных данных опробования участка крутопадающей жилы оловорудного месторождения. Для удобства расчетов плоскость жилы была повернута и расположена горизонтально. Координаты X и Y - условные, рис 5.2. Каждая проба представляет собой полное пересечение жилы, в котором определено среднее содержание олова. Кроме этого показателя каждая проба характеризуется длиной или мощностью жилы в месте пересечения.

На рисунке 5.2. около каждой пробы написано содержание олова, а весь участок оконтурен для последующей оценки его содержимого.

На первой стадии были рассчитаны экспериментальные вариограммы содержания олова, по направлениям Север-Юг и Запад-Восток, которые показали в общем изотропную структуру массива, рис. 5.1, 5.3.

Как видно из рисунков вариограммы имеют большой эффект самородков, что говорит об очень высокой изменчивости параметров массива жилы. Были рассчитаны также вариограммы линейного запаса или произведения содержаний олова на мощности жилы в точках опробования. На рис.5.4. показана изотропная вариограмма для этого показателя.

В данном примере к вариограммам содержаний была подобрана изотропная сферическая модель с параметрами: эффект самородков, $C_0=1.48$; порог, $C=1.86$; Зона влияния проб, $A=30$ м.

Оценка запасов внутри оконтуренного участка производилась с помощью программы PANELK системы Датамайн. Эта программа выполняет линейный 2-х мерный кригинг панелей неправильной (в плане) формы и выдает в итоге значения оценки и дисперсию кригинга.

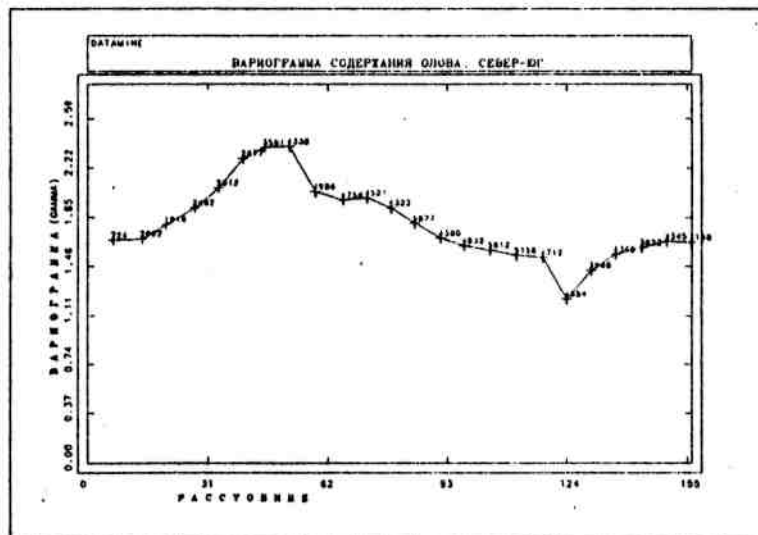


Рис. 5.1. Вариограмма содержания Sn в направлении Север-Юг

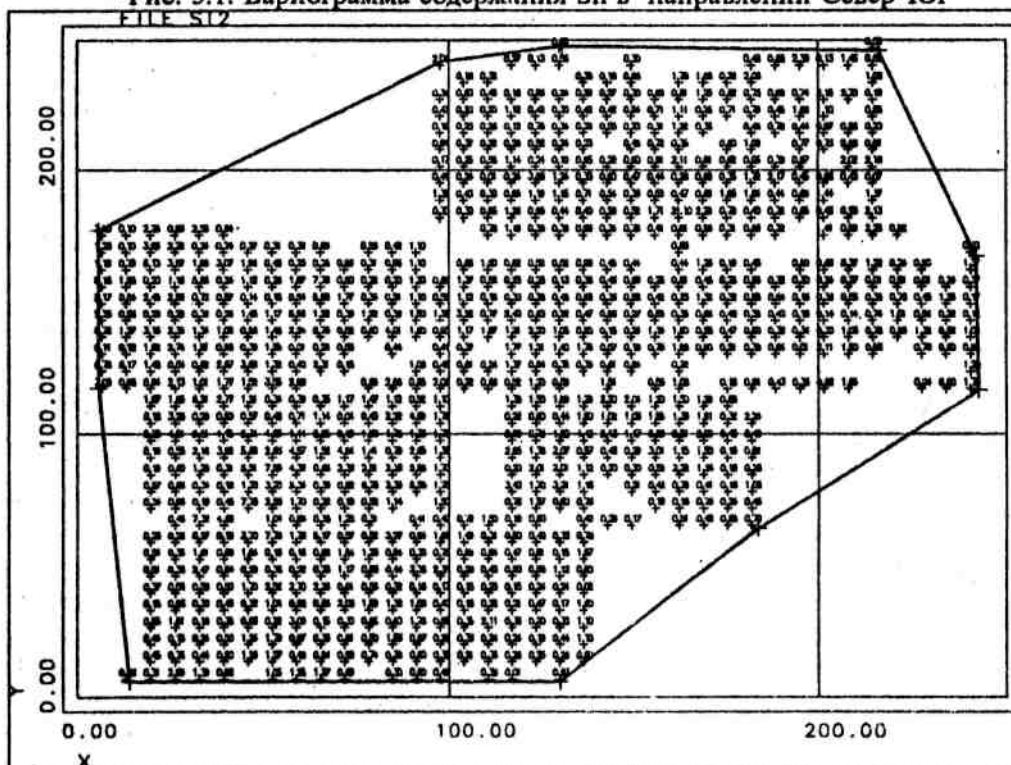


Рис. 5.2. Размещение проб на участке оловорудной жилы

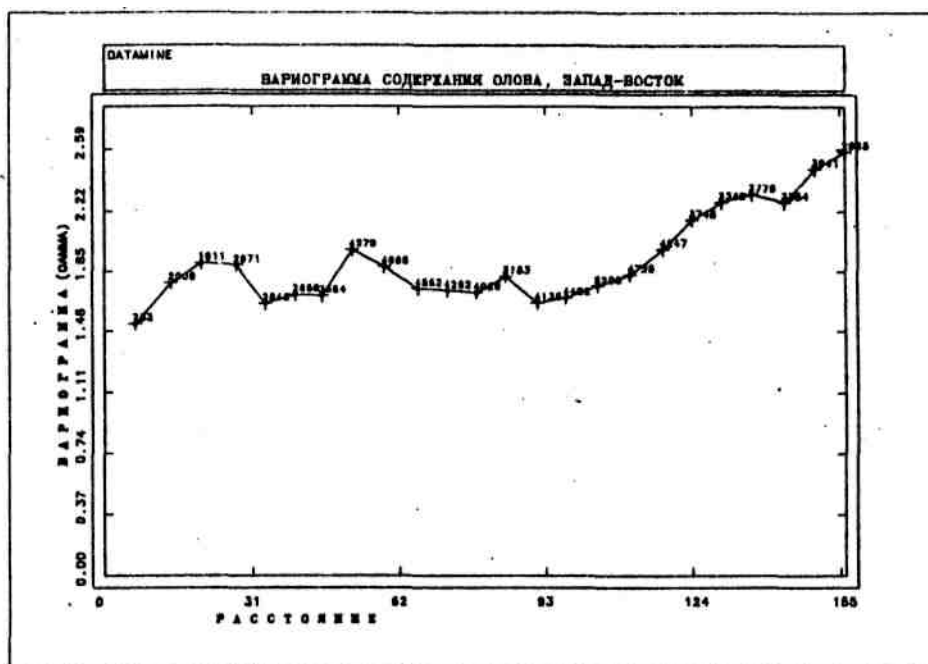


Рис.5.3. Вариограмма содержания Sn в направлении Запад-Восток

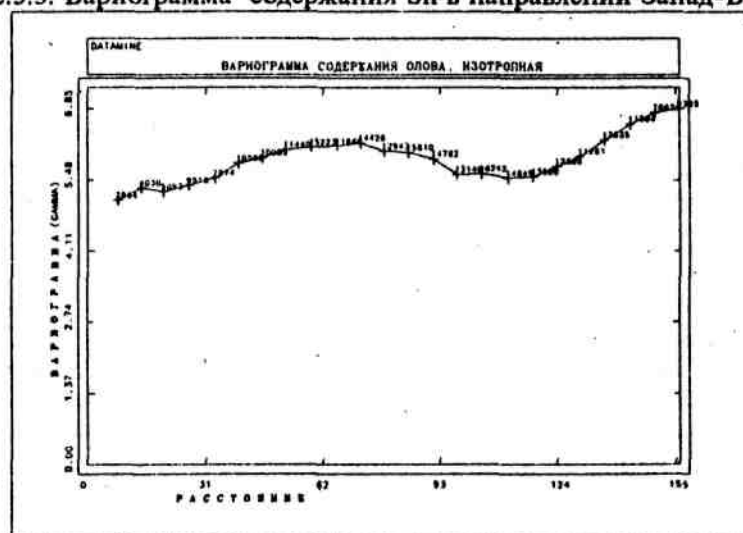


Рис.5.4. Изотропная вариограмма линейного запаса
 Результаты расчета приведены в таблице 5.1.

Табл. 5.1. Результаты линейного кригинга панели

№ п/п	Наименование показателей	Значение
1	Площадь панели, кв.м	45,601
2	Максимальное число проб, используемых в оценке	20
3	Оценка содержания Sn, %	1.03
4	Дисперсия кригинга, %%	0.2
5	Среднее значение вариограммы	1.86

В ходе расчета участок панели заполнялся регулярной сетью точек, для каждой из которых определялась оценка кригинга с учетом максимального числа учитываемых проб, попадающих в зону поиска (200 м в данном примере). Далее рассчитывалась средняя оценка для всей панели.

Существенное влияние на результат оказывает разрешенное максимальное количество проб, используемых в оценке, табл. 5.2. Чем больше число проб, тем больше сглаживание и меньше дисперсия кригинга.

Табл. 5.2. Влияние количества учитываемых проб на результаты кригинговой оценки (радиус поиска — 200 м)

Число учитываемых проб	Оценка содержания Sn, %	Дисперсия кригинга
3	1.45	0.75
5	1.27	0.54
10	1.25	0.33
20	1.03	0.2
50	0.89	0.09
100	1	0.05

5.2.2. Месторождение алмазов

Месторождение имени М.В. Ломоносова в Архангельской области представлено крутопадающими кимберлитовыми телами округлой в плане формы радиусом первые сотни метров, находящимися в непосредственной близости друг от друга. [1]. Запасы алмазного сырья разведаны в настоящее время до абсолютной отметки -350 м на глубину около 460 м. Для промышленного освоения рекомендованы кимберлитовые трубки "Ломоносовская", "Пионерская", "Карпинского-1", "Карпинского-2" и Архангельская".

Рудные тела месторождения прорывают осадочные породы вендского возраста и перекрываются сплошным чехлом средне-верхнекаменноугольных и четвертичных отложений.

Рудовмещающая недислоцированная, слаботрещиноватая и слаболитифицированная толща песчаников, алевролитов и аргиллитов залегает практически горизонтально (падение на юг до 5 градусов). Отличительной особенностью массива вмещающих пород является частое переслаивание отдельных слоев и замещение литологических разностей друг другом.

Среди перекрывающих отложений, мощность которых колеблется от 20 до 60 м, а в палеодолинах доходит до 170 м, преимущественным распространением пользуются песчано-глинистые разности четвертичного возраста различного генезиса, песчаники и известняки карбона.

Жерловая и кратерная части рудных тел имеют типичную для трубок взрыва морфологию. Среди кимберлитов автолитовые брекчии, ксенотуфобрекчии, туфы, туффиты и туфопесчаники.

Горно-геологические условия месторождения оцениваются как крайне сложные ввиду низкой прочности и сильной обводненности вмещающих пород и руд. На предпроектной стадии рассматриваются открытый, подземный, комбинированный и различные варианты геотехнологических способов добычи кимберлитов.

Масштабность оруденения, наличие сближенных кимберлитовых трубок, разработка которых должна быть взаимоувязана, многообразие вариантов совмещения открытых и подземных горных работ предопределяют особую ценность математического

моделирования месторождения им. М.В.Ломоносова для его технико-экономической оценки и проектирования горно-добывающего предприятия.

На рис. 2.8. (См. главу 2) представлен план расположения разведочных скважин и контур трубки "Архангельская" под перекрывающимися породами. Интерполяция дневной поверхности с построением изогипс проводилась по а.о. устьев буровых скважин и топографическому плану масштаба 1:1000.

Построение математической модели месторождения (с помощью системы Датамайн) включало в себя следующие основные этапы:

- сбор, анализ и перевод на машинные носители первичной геологической информации;
- обработка геологических данных;
- построение каркасных моделей рудных тел;
- формирование трехмерных блочных моделей кимберлитовых трубок с вмещающими и перекрывающимися породами;
- интерполяция качества руды по данным скважинного опробования и подсчет запасов по блокам, горизонтам и отдельным разновидностям кимберлитов.

Достоверность исходных геологических данных является необходимым условием успеха математического моделирования. Ошибки в исходной информации возникают на всех стадиях ее ручной обработки, прокрадываясь и в отчеты с подсчетом запасов, что может привести к неожиданным результатам. Как показывает наш опыт, затраты времени на тщательный анализ первичной информации, включая дела скважин, полностью компенсируются в дальнейшем, так как отпадает необходимость в рутинной работе по переделке модели.

Исходные геологические данные были введены с клавиатуры и сгруппированы в пять файлов:

1. Данные об устье скважин, которые включают идентификацию (номер) скважин и координаты устья.
2. Инклинометрия скважин.
3. Данные опробования скважин в условном виде, но отражающие изменчивость качества руды в пространстве.
4. Данные по литологии по скважинам.
5. Погоризонтные планы рудных тел.

Каждая проба, полученная в результате проведения геологических работ, привязывалась к определенному расстоянию относительно устья скважины.

Обработка разведочных данных по скважинам заключалась в расчете истинного положения в пространстве каждой пробы по координатам устья, глубине расположения пробы и данным инклинометрии и композирования (объединении) проб в равные интервалы для геостатистической обработки. (Рис.5.5.)

Каркасные модели рудных тел строились по геологическим планам и разрезам отдельно для каждой разновидности кимберлитов. На их основе формировались блочные модели, которые объединялись с блочными моделями поверхности, перекрывающих и вмещающих пород в единую трехмерную блочную модель месторождения. (Рис.5.6.)

Совместное представление штокообразных рудных тел со сложными границами распространения различных типов кимберлитов и пластообразно залегающих вмещающих и перекрывающих пород, в том числе тонких и выклинивающихся пластов, является серьезной трудностью для математической модели любого типа.

Система Датамайн использует простейший тип трехмерной модели - прямоугольную пространственную решетку, где каждая ячейка имеет одинаковую ориентацию и содержит единственную характеристику для каждой переменной. Однако, структура модели предусматривает деление ячеек на подъячейки и по вертикали и по горизонтали, что позволяет описывать сложные геологические границы. При этом внутри геологического тела размер ячеек определяется расположением скважин в пространстве

или геостатистическими параметрами, а на границе рудных тел или тектонических нарушений ячейки делятся на подъячейки позволяя с заданной точностью аппроксимировать геологическую среду.

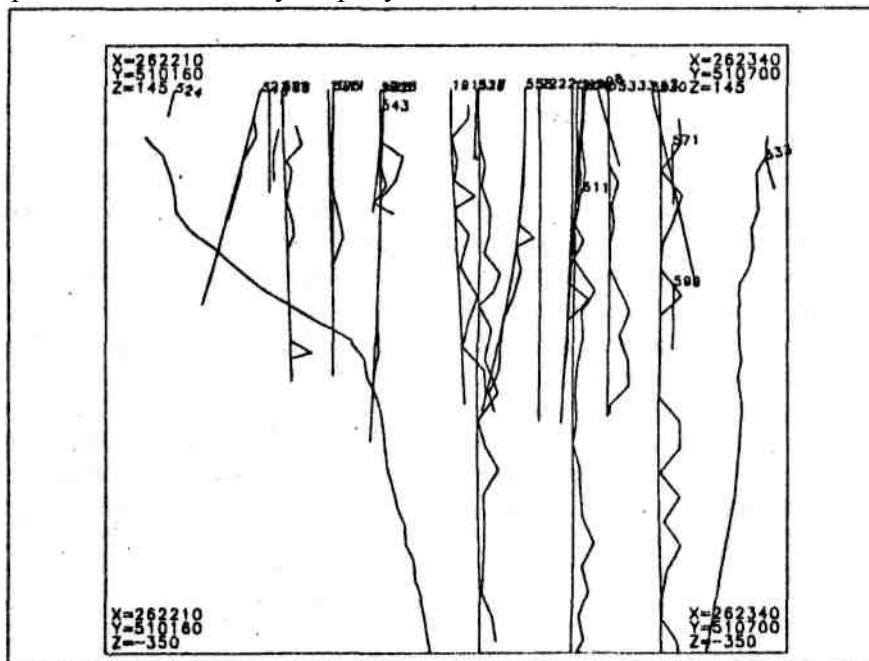


Рис.5.5. Вертикальное сечение через один из буровых профилей (Диаграммы вдоль скважин показывают условное содержание алмазов)

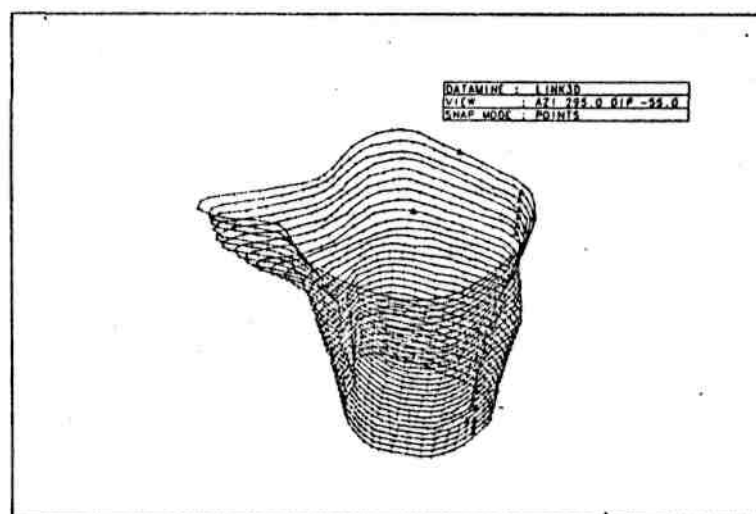


Рис.5.6. Горизонтальные контуры трубки, использованные для построения ее каркасной модели.

Например, модель трубки "Архангельская" и перекрывающих пород состоит из 167686 ячеек и подъячеек и занимает почти 9 000 КБайт дисковой памяти. Она включает в себя полную информацию о геологическом строении и распределении качества руд, полученную по данным обработки разведочных скважин, позволяющую производить проектирование открытых или подземных горных работ, а также планирование работы горнодобывающего предприятия.

Размеры в плане, охватываемые моделью, равны 1800x1800 м, что соответствует 120 рядам и 120 колонкам, так как размеры ячейки были одинаковыми во всех направлениях и равными 15 м. Размер модели по вертикали составляет 480 м или 32 уровня, в пределах абсолютных отметок (-350) - (+130) м.

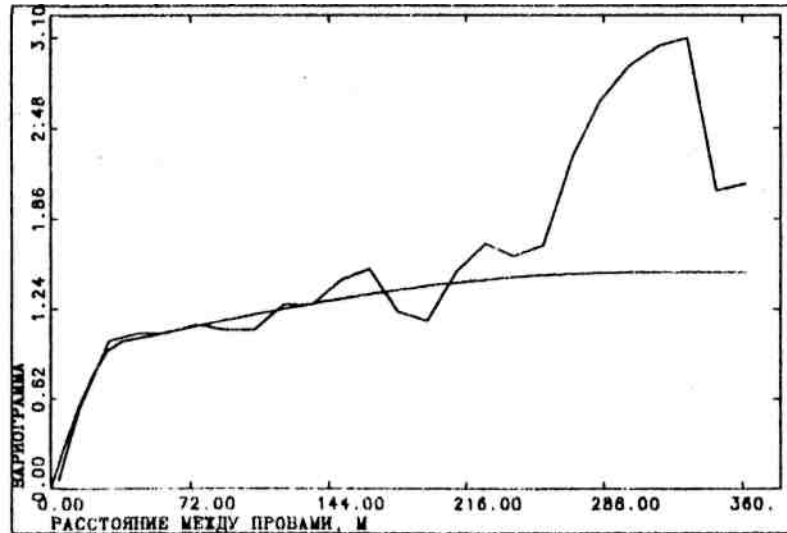


Рис.5.7. Изотропная вариограмма и модель условного содержания алмазов по месторождению

Горизонтальный и вертикальный разрезы блочной модели, иллюстрирующие уменьшение размеров ячеек при аппроксимации геологических границ, изображены на рис.5.8., 5.9.

Эффективность использования математической модели месторождения и решения на ее основе задач планирования и управления горными работами определяется не только структурой и организацией модели, но и применяемым методом оценки запасов полезного ископаемого.

В данном случае для оценки запасов по блочной модели использовалась геостатистика (линейный кригинг).

Предварительно было построено свыше 70 экспериментальных вариограмм в различных направлениях в пространстве. Как оказалось, изменение направления вариограммы существенного влияния на ее параметры не оказывает, что свидетельствует об изотропности месторождения по содержанию полезного компонента.

В результате были приняты следующие параметры изотропной 2-х структурной сферической модели вариограммы, рис. 5.7 :

- эффект самородков , $P1-P3 = 0.0$;
- порог первой структуры, $P4-P6 = 0.91$;
- радиус влияния первой структуры, $P7-P9 = 35$ м;
- порог второй структуры, $P10-P12 = 0.58$;
- радиус влияния второй структуры, $P13-P15 = 300$ м.

Кригинг проводился отдельно для каждой разновидности кимберлитов, при этом использовались данные опробования только этой разновидности.

Разница между результатами геостатистического метода оценки запасов полезного ископаемого и традиционного способа расчета этих величин в данном случае не превышает 3-5%. В то же время, наличие данных о качестве руды в пределах каждой ячейки блочной модели (а не в подсчетном геологическом блоке объемом миллионы тонн) позволяет оконтурить в пределах рудных тел зоны с различным содержанием алмазов (Рис.5.10.) и использовать эту информацию при планировании горных работ.

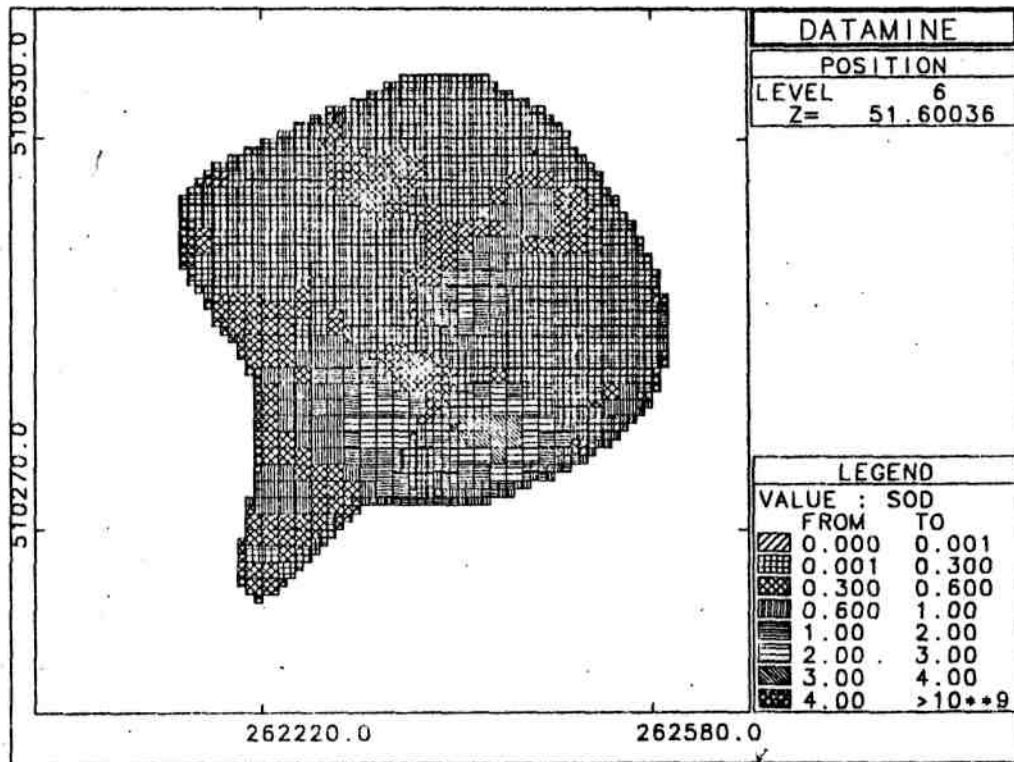


Рис.5.8. Горизонтальный срез блочной модели на отметке +51.6 м

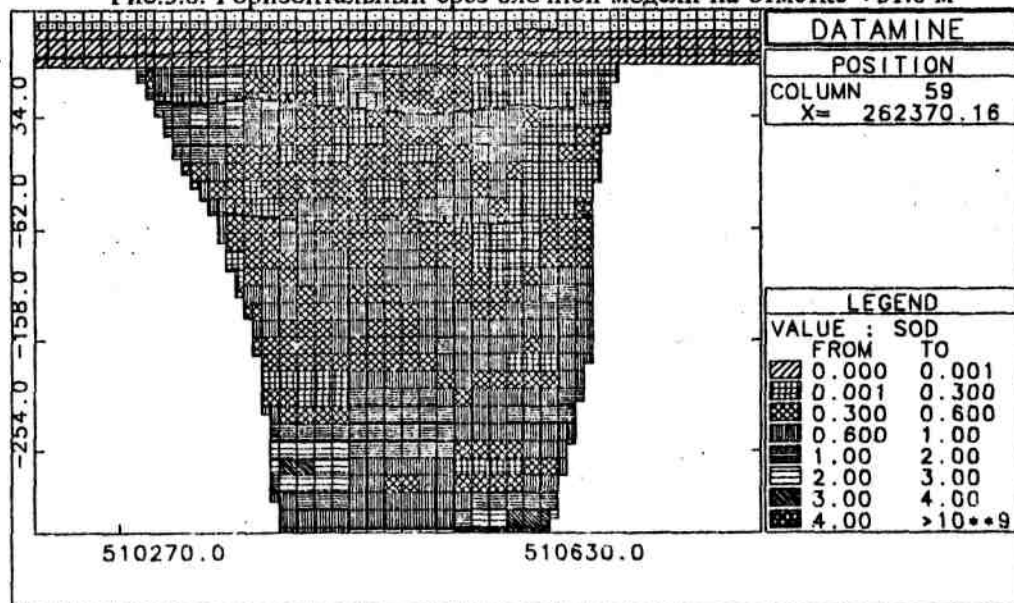


Рис. 5.9. Вертикальное сечение блочной модели

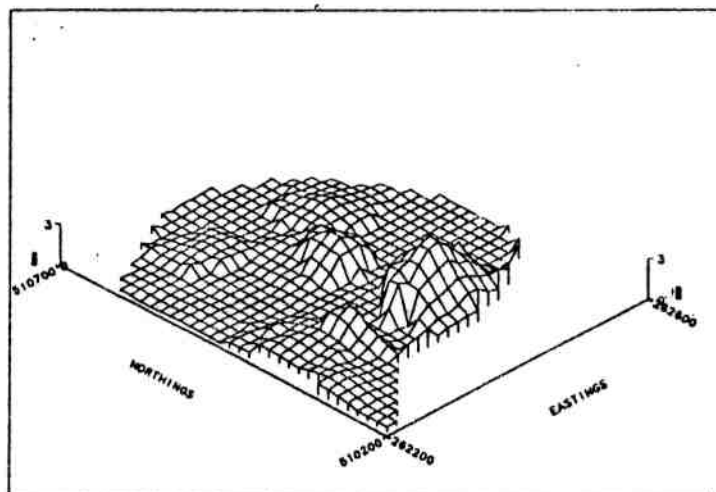


Рис.5.10. Условное содержание алмазов на одном из горизонтов блочной модели

5.2.3. Компьютерное моделирование и подсчет запасов жильного месторождения

Краткая геологическая характеристика месторождения

Месторождение Аметистовое, расположенное на севере полуострова Камчатка, представлено свитой (около 30) крутопадающих рудных зон и жил небольшой мощности. Основные полезные компоненты: золото и серебро. Месторождение разведывалось поверхностными выработками, скважинами kernового бурения и подземными горными выработками.

Тклаваямское рудное поле, в границах которого находится месторождение, расположено в пределах одноименной вулcano-тектонической структуры, представляющей северный фланг Ичигинской аномальной зоны.

Вулcano-тектоническая структура отличается фемической направленностью магматизма и характеризуется интенсивным развитием метосамотитов и жильных образований, аномальным характером геофизических полей, подчеркивающим контуры и особенности внутреннего строения структуры, что позволяет относить ее к структурам очагового типа.

Наиболее продуктивной частью структуры является Аметистовое месторождение, площадью 8.5 кв.км. Месторождение отчетливо формируется положительным гравитационным максимумом, характером геохимических полей и характеризуется максимальной гидротермальной проработкой и жилонасыщенностью.

Жильные образования рудного поля и месторождения в пространстве образуют преимущественно группы или пучки жил площадью 0.5 - 3.0 кв.км и протяженностью до 2.0 - 2.5 км. Отдельные пучки имеют коническую форму. В подавляющем большинстве случаев рудные тела имеют геологические границы. Морфология жил сравнительно сложная - это пологосклоняющиеся ленты и столбы.

Протяженность рудных тел достигает 1320 м, размах по вертикали более 300 м. Топография поверхности участка показана на рис. 5.11.

В целом, по своим геолого-структурным особенностям, условиям залегания, морфологии, параметром мощности, характеру распределения содержаний полезных компонентов и качеству руд месторождение Аметистовое отнесено к ТРЕТЬЕЙ группе по классификации ГКЗ.

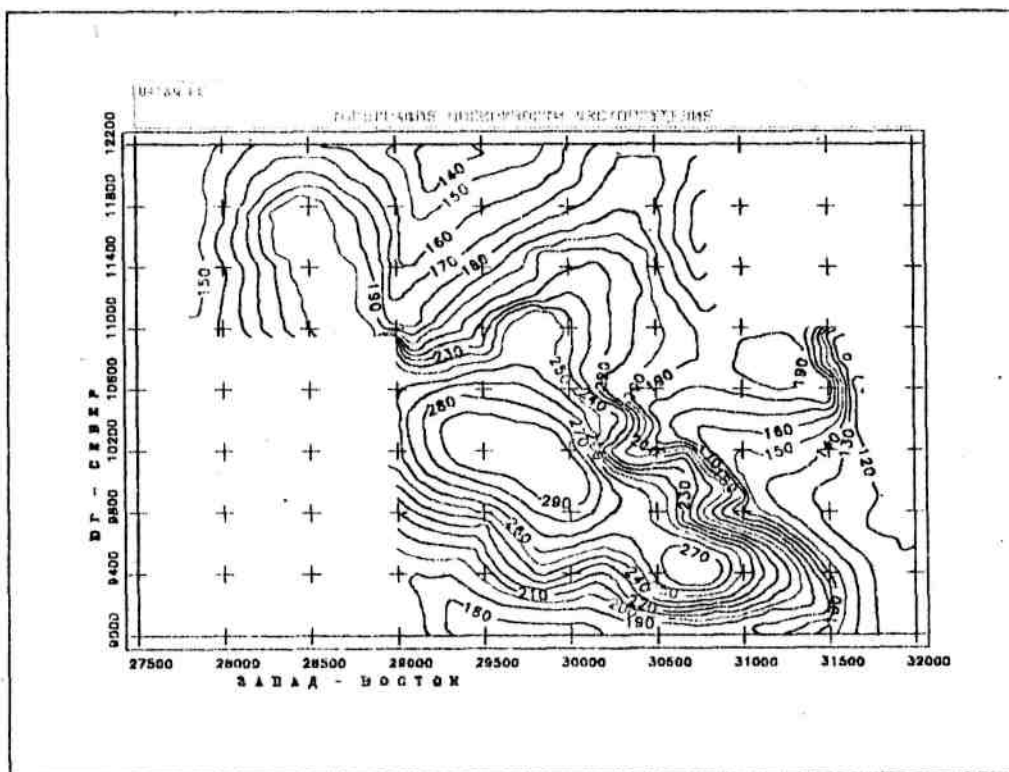


Рис.5.11. Топография поверхности месторождения

Подсчет запасов выполнен методом геологических блоков. Оконтуривание рудных тел производилось по данным опробования разведочных выработок (в подсчете участвовало 5454 пробы по 1906 полным разведочным пересечениям). Всего в подсчет включено 148 блоков по категориям С1 и С2.

Мощность рудных тел (в горизонтальной плоскости) определялась в каждом разведочном сечении как сумма длин составляющих проб с поправкой на угол встречи пробы с рудным телом. Поправки на рельеф не вводились.

Среднее содержание во всех случаях определялось как средневзвешенное на длину пробы или полную мощность рудного тела по сечению. В местах с большим количеством проб производилось их группирование перед расчетами. Из-за большой неравномерности пространственного размещения проб при расчетах вводились различные условия, несколько сглаживающие неравномерность.

Средняя мощность по горизонтам определялась как среднеарифметическая, а среднее содержание, как средневзвешенное. Размер площадей подсчетных блоков вычислялся на вертикальных проекциях по формулам геометрии с учетом поправочных коэффициентов:

- К1 - коэффициент извилистости рудного тела, определяемый отношением действительной длины рудного тела к длине ее проекции на вертикальную плоскость;

- К2 - коэффициент промышленной продуктивности, определяемый отношением длины балансовых руд на общую длину рудного тела.

"УРАГАННЫЕ ПРОБЫ" на месторождении крайне редки (16 проб), их влияние на запасы металла незначительное и на подсчет запасов незначительное и находится в пределах точности расчетов по категории С1. И все же они ограничивались методом И.Д.Когана (см. главу 2).

Подсчет запасов производился по формуле

$$P = S_i + M_s * d * C_s,$$

где:

P - запасы золота в подсчете блоке, кг (или запасы серебра, тн);

S_i - исправленная (с учетом коэффициентов) площадь блока, тыс.куб.м;
 M_s - средняя (по блоку) мощность рудного тела;
 d - объемный вес руды (2.55 т/куб.м);
 C_s - среднее содержание золота (или серебра) в блоке.

Ввод и первичная обработка информации

Поскольку вся первичная информация о месторождении существовала только на бумаге в виде геологического отчета, то прежде всего надо было ввести ее в компьютер. Вся последующая обработка информации производилась в среде интегрированной системы ДАТАМАЙН и ее графической оболочки ГАИД на персональных компьютерах АТ-386/387 и 486.

Графические данные (топография поверхности, контуры балансовых участков рудных тел на поверхности и на подземных горизонтах, геологические сечения, проекции подсчетных блоков на вертикальную, плоскость, контуры подземных горных выработок и т.п.) вводились дигитайзером в Автокаде и передавались на последующую обработку в виде файлов в формате ".dxf".

Данные опробования бороздовых проб (по канавам и подземным выработкам) вводились с графических материалов в виде 2-х ASCII файлов:

- файла опробования, включающего: номер выработки, длину пробы, содержания компонентов, файла (совместного) инклинометрии и координат устьев выработок.

Данные для последнего файла вводились по показаниям дигитайзера. При этом координата Z для проб на поверхности из-за отсутствия реальной информации условно принималась равной 300 м .

Данные опробования скважин также вводились с геологических чертежей в виде 3-х ASCII файлов:

- файла опробования рудных (кондиционных) интервалов;
- файла инклинометрии;
- файла координат устьев скважин

В процессе ввода данных обнаружено достаточно много неточностей, ошибок и пропусков информации, что вообще то говоря нормально для такого сложного месторождения.

Например, во многих случаях геометрические размеры одних и тех же рудных тел на смежных листах графики не совпадали. Из-за неточного изображения вертикальных сечений рудных тел на чертежах очертания жил в горизонтальной плоскости при моделировании и интерполяции приобретали излишнюю извилистость. Размеры деталей изображения на вертикальных проекциях и геологических разрезах часто не совпадали с соответствующими размерами на планах и т.п. Там, где было возможно, информация исправлялась или дополнялась.

Полученные первичные данные по скважинам и бороздовым пробам вводились в систему ДАТАМАЙН и проходили первичную обработку, в т.ч.:

-вся информация о пробах, полученная в виде 2-3 файлов, объединялась в единый файл, где для каждой пробы рассчитывались с учетом инклинометрии пространственные координаты и указывались все показатели качества.

-из-за отсутствия в отчете координаты Z для поверхностных проб, она при вводе данных была условно принята равной 300 м. Для корректировки этого "дефекта" была смоделирована 3-х мерная поверхность реального рельефа участка месторождения, и на нее "перенесена" плоская система разведочных выработок, все пробы которой после этого получили значения координаты Z .

-полученные файлы проб проходили проверку корректности данных на :

- соблюдение предельных границ пространства;
- правильность замеров инклинометрии;
- непрерывность интервалов опробования;
- соблюдение предельных границ содержаний компонентов.

После такой проверки, выявившей достаточно много ошибок первичных данных, были выполнены необходимые корректировки и, кроме этого, все пробы рассматривались на экране и совмещались с контурами зон балансовых запасов руды.

- компонование проб производилось с целью приведения их к одинаковой длине для соблюдения корректности последующих статистических и геостатистических расчетов. Все пробы приведены к длине 0.3 м.
- статистические вычисления в целом по месторождению включали в себя:
 - расчет общих статистических показателей для AU и AG;
 - построение гистограмм;
 - корреляционный анализ;
 - регрессионный анализ;
 - геостатистическое исследование массива по большинству (там, где имелось достаточно проб) жил и рудных тел, рис 5.12;
 - в необходимых случаях - тренд анализ.

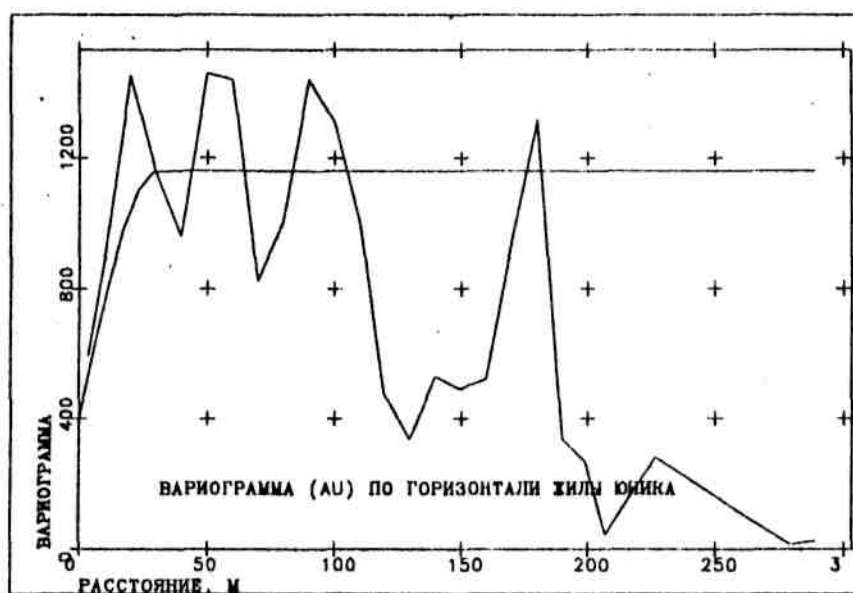


Рис.5.12. Вариограмма содержания золота по простиранию жилы

Обработка графических материалов

Прежде всего необходимо было преобразовать файлы ".dxf Автокада в формат графических файлов ДАТАМАЙН, что было выполнено с помощью специального интерфейса, имеющегося в системе. Таким образом были получены файлы: топографии поверхности, вертикальных сечений рудных тел, контуров подсчетных блоков, контуров жил и т.д.

Файл точек поверхности рельефа был преобразован в каркасную модель рельефа, которая состоит из 2-х файлов: файла точек и файла треугольников.

Из-за отсутствия данных все контуры жил на поверхности имели условную отметку $Z=300$ м. Поэтому они были предварительно спроецированы на 3-х мерную поверхность (каркасную модель) рельефа (без учета вскрыши).

Файлы вертикальных сечений и проекций жил, полученные в Автокаде, часто не совмещались с изображениями на планах. Поэтому выполнялись соответствующие операции для их разворота в пространстве.

Полученные и откорректированные таким образом контуры сечений проверялись на совместимость с поверхностью топографии и контурами пересекаемых ими жил в горизонтальной плоскости. Как правило при такой проверке приходилось корректировать вручную практически каждый профиль из-за некачественных первичных графических материалов, Рис 5.13.

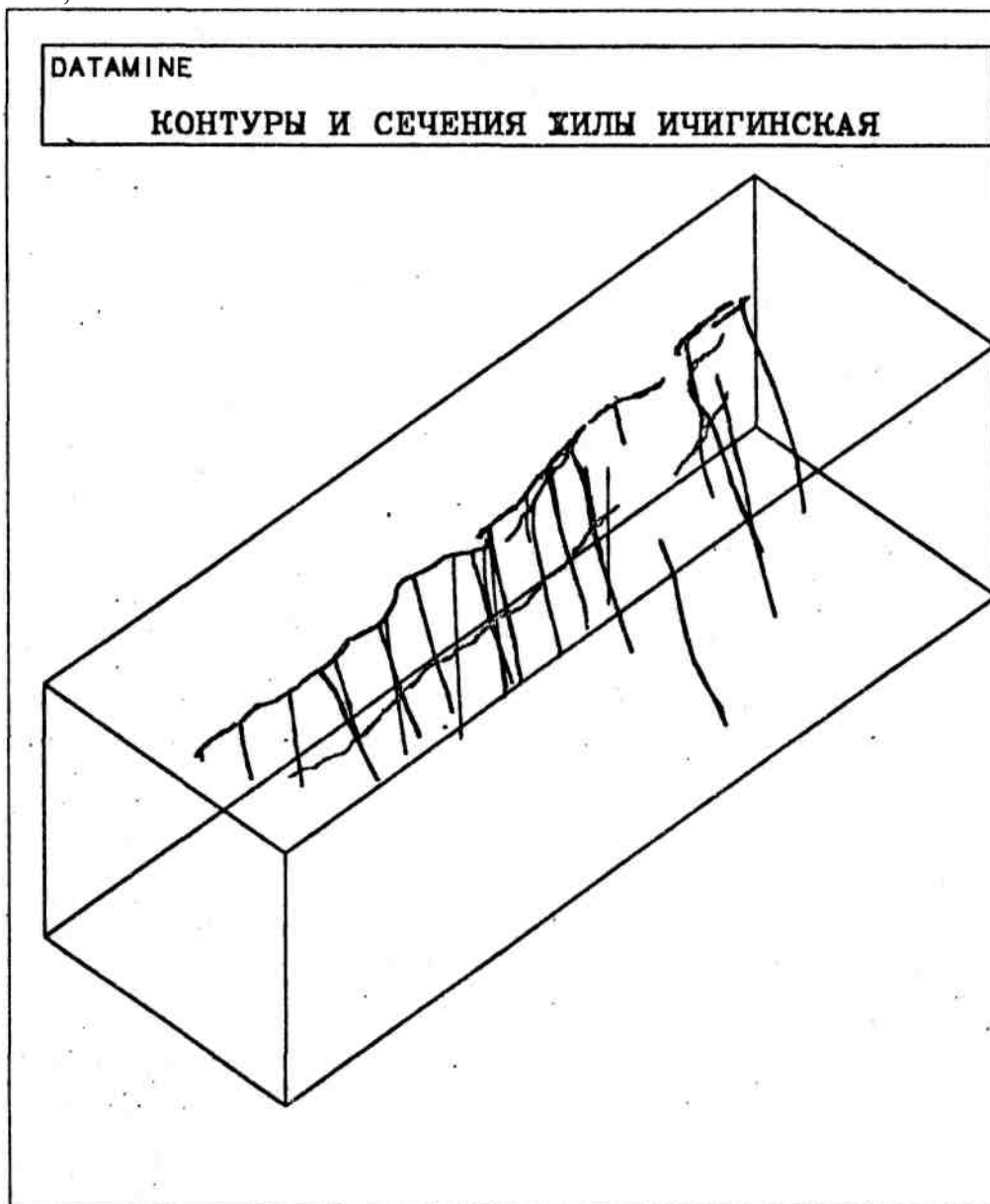


Рис.5.13. Изометрический вид откорректированной исходной графической информации по жиле

Геометризация и создание каркасной модели месторождения

Самая сложная часть работы заключалась в пространственной геометризации жил, т.к.:

- мощность жил слишком мала по сравнению с их другими размерами;
- имелось недостаточно информации о пространственном размещении границ жил.

По некоторым из них или вовсе не было каких-либо сечений, либо их было крайне недостаточно, или имеющиеся сечения были проведены неточно, что приводило в последующем к искажению формы жил в плане;

- различные части жил, рудных зон и апофиз сложно сочетаются в пространстве.

Кроме этого, картина существенно усложнялась многочисленными тектоническими нарушениями.

Прежде всего, в интерактивном режиме каждый имеющийся контур обрабатываемой части жилы (вертикальный, горизонтальный и т.п.) разделялся на 2 части, относящиеся к ее висячему или лежащему боку. Таким образом создавались 2 новых файла незамкнутых линий.

С помощью интерполяции одной из 3-х координат (методом обратных расстояний) моделировалась регулярная сеть точек для каждой боковой поверхности каждой части жилы. Таким образом были получены по 2 модели "обечайки" для каждого рассматриваемого рудного тела. Этот процесс выполнялся в 2 стадии для различных размеров зон поиска данных.

Затем полученные модели поверхностей (в виде точек) преобразовывались в каркасные модели, состоящие каждая из 2-х файлов : точек и треугольников. На такую модель далее проецировался плоский контур вертикальной проекции жилы, который становился после этого 3-х мерным.

После этого вновь производилось каркасное моделирование, но уже с учетом полученного 3-х мерного контура жилы, который включался в модель. В результате получалась как бы завершенная боковая "скорлупка" обрабатываемой части жилы.

Аналогично получалась вторая часть поверхности рудного тела. Затем в интерактивном режиме на экран выводились 2 трехмерных граничных контура жилы и соединялись в каркас, в результате чего получалась третья, торцовая и последняя часть пространственного замкнутого каркаса жилы. Далее все части каркаса объединялись в единую модель.

Эта модель в системе ГАЙД разрезалась множеством параллельных вертикальных сечений (через 3-10 м), и создавался файл контуров этих сечений, рис 5.14. Как правило, из-за малой мощности жилы и недостаточно подробной и точной исходной информации полученные ранее интерполированные боковые поверхности жилы в некоторых местах переклестывались, имели слишком экзотические формы и т.п. Поэтому все полученные сечения анализировались и корректировались.

Полученные и откорректированные таким образом контура являлись основой для новой окончательной каркасной модели, которая создавалась в интерактивном режиме процессами ДАТАМ АЙН.

Блочная модель и подсчет запасов

На следующем этапе производилось геостатистическое исследование рудных зон и жил, а затем создание их блочных моделей И Интерполяция показателей качества Внутри моделей

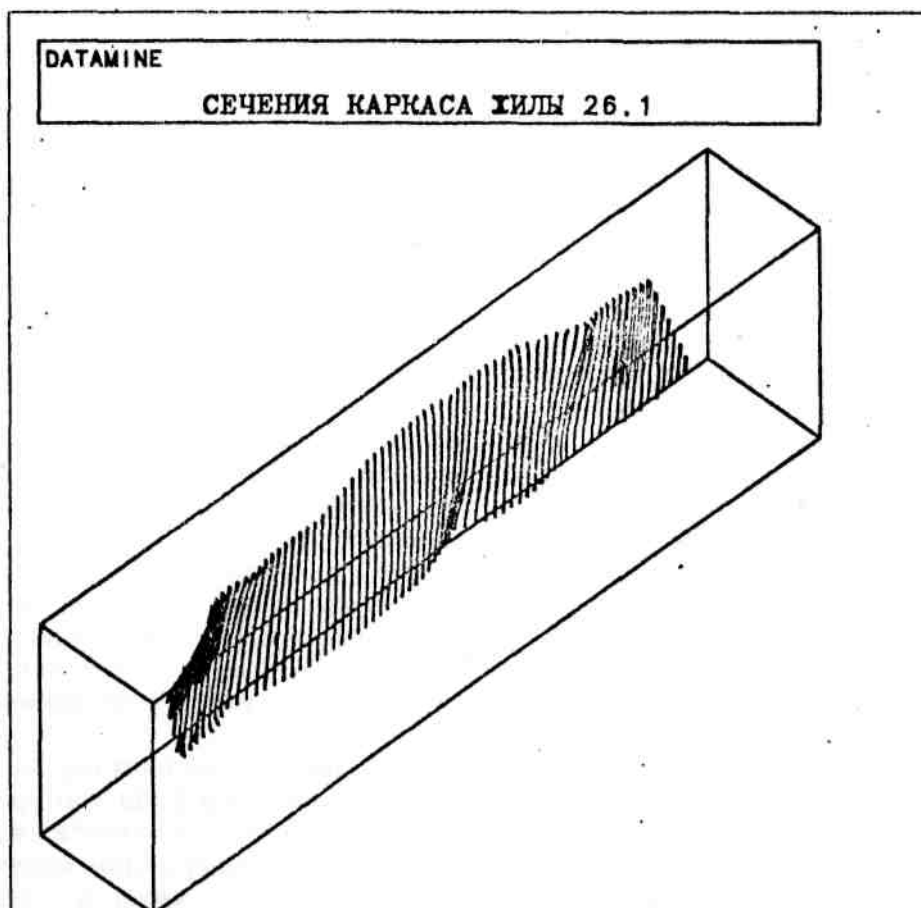


Рис.5.14. Регулярные вертикальные сечения каркасной модели жилы в изометрии.

Проведен расчет вариограмм для содержаний AU и AG в горизонтальной плоскости и в плоскости падения рудного тела. Принято, что в направлении наименьшего размера жилы параметры имеют максимальную изменчивость, характерную для большинства жильных рудных тел.

Полученная вариограмма и модель (для жилы 26) для AU показана на рисунке 5.12. В последующих геостатистических оценочных расчетах использовались анизотропные модели вариограмм. Например, параметры одноструктурной сферической вариограммной модели для жилы Петровская 1 имеют следующий вид:

P1-P3 = 60 / Изометрический эффект самородков модели/

P4-P6 = 70 / Порог вариограммы /

P7 = 5 / Зона влияния вкрест простирания жилы/

P8, P9 = 100 / Зона влияния по простиранию и по падению жилы/

P10 = 20 / Первый угол поворота системы координат/

P11 = 20 / Второй угол поворота системы координат/

P12 = 0 / Третий угол поворота системы координат/

В качестве основной ячейки блочной модели для большинства жил был принят прямоугольный параллелепипед с размерами 3*3 м в плане и 2 м по высоте. Допускалось деление этого блока на подъячеекн (до 16 подъячеек) в зонах резкого изменения поверхности жилы. Такими блоками было заполнено все внутреннее пространство рудных тел.

Из-за сложной формы тонких рудных тел образовывалось большое количество ячеек и подъячеек, которые занимали большое пространство на диске. Поэтому для многих жил была проведена оптимизация блочных моделей с сокращением их размеров, но без существенной потери информации о форме поверхности, рис 5.15.

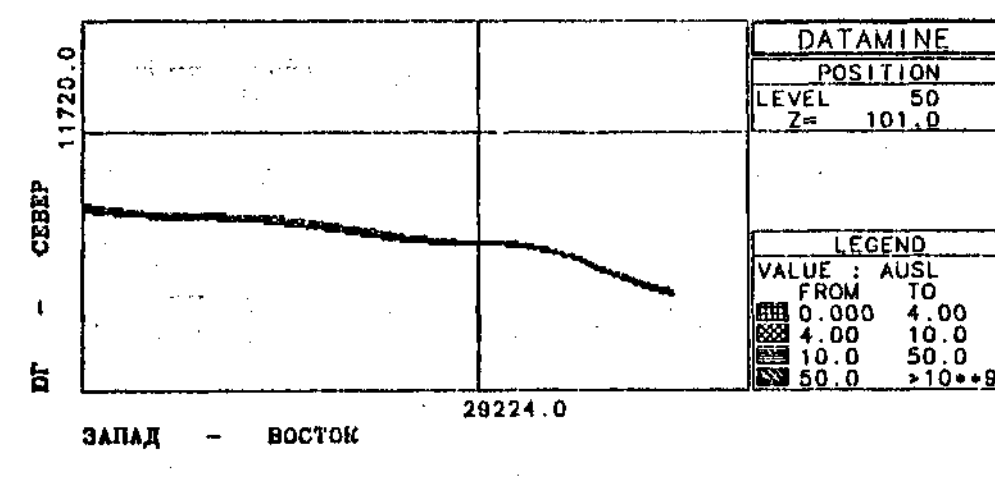


Рис.5.15. Горизонтальное сечение блочной модели жилы

Интерполяция показателей качества (AU и AG) производилась процессом линейного блочного 3-х мерного кригинга, который в некоторых случаях оставлял часть ячеек пустыми из-за отсутствия достаточно приемлемой исходной информации для оценки показателей качества в этих ячейках. После этого все отдельно рассчитываемые части одной жилы объединялись, а в модель добавлялся показатель плотности руды.

Далее процессами ДАТАМАЙН по каждой блочной модели производился подсчет запасов и формирование таблиц запасов в которые вносились данные о запасах руды и средних содержаниях AU и AG с учетом заданного бортового показателя качества полезного ископаемого. Пересчет запасов по новому значению борта занимал для одной жилы не более 5-10 мин.

Результаты расчетов

Полученные данные сравнивались с результатами оценки запасов традиционным способом. Получены следующие отклонения (относительные %) для показателей оценки запасов:

Запасы руды т.т	+ 2.4
Содержание AU,г/т	- 6.4
Содержание AG,г/т	- 6.7
Запасы металла (AU),кг	- 4.3
Запасы металла (AG),т	- 4.5

Отмечено иногда существенное несовпадение показателей для отдельных жил, что чаще всего связано с недостаточной и (иногда) неточной информацией о форме и размерах рудных тел, распределении качества руды в недрах (малое число проб).

Однако, отклонение основных показателей для отдельных рудных тел редко превышает 10 -15 %, что в данной ситуации (предварительная разведка и третья группа месторождения) можно считать вполне приемлемым.

ПРИЧИНЫ отклонения результатов подсчета запасов металла.

а) Редкое и неоднородное опробование рудных тел при разведке месторождения приводит к завышению представительности достаточно подробно опробованных участков и естественному отклонению средних содержаний от реальных.

б) При моделировании из-за очень малого количества проб часто невозможно было установить точную форму вариограммной модели и ее параметры (порог и зону влияния).

в) "ЭФФЕКТ ОСНОВАНИЯ" В геостатистике существует классическое понятие эффекта основания, которое утверждает, что если оценка месторождения идет по малым

(керновым или бороздовым пробам), то во всех случаях при малых бортовых содержаниях (меньших чем среднее содержание по месторождению)

СРЕДНЕЕ СОДЕРЖАНИЕ КОМПОНЕНТОВ В РУДЕ ЗАВЫШАЕТСЯ ПО СРАВНЕНИЮ С РЕАЛЬНЫМ или по сравнению с оценкой, сделанной по объемам руды значительно большим, чем первичные пробы. Это результат того, что распределения качества руды по пробам и по реально извлекаемым выемочным единицам карьера или шахты - существенно отличаются. Чем больше разница между объемом пробы и объемом реально извлекаемого при добыче блока (или блока модели) и чем выше неоднородность руды, тем больше величина переоценки качества полезного ископаемого (а следовательно и запасов металла) по сравнению с фактическими показателями в будущем.

В данном случае размеры первичного блока модели 3*3*2 м (или 18 куб м) значительно больше объема первичной пробы, что на наш взгляд явилось основной причиной снижения средних показателей качества по жилам по сравнению с Геологическим отчетом.

5.2.4. Оценка пластового месторождения

Работа выполнена Доктором С.Хенли, представителем компании Датамайн Инг. в 1993 г. Исходные данные были предоставлены институтом Луганскгипрошахт по одному из участков действующей угольной шахты в Луганской области.

Были использованы следующие первичные данные в виде файлов на дискетах, а также в виде графических материалов:

- файл координат устьев вертикальных разведочных скважин;
- файл опробования скважин, имеющий показатели:
- А и В - основные показатели качества угля (теплотворная способность и зольность);
- мощность пластов;
- отметки пересечения скважиной кровли и подошвы пластов.
- топографический план поверхности /на бумаге/; -план существующих выработок на участке, введенный в Автокоде.

На первом этапе была произведена обработка данных по скважинам, т.е. получена топография участка и привязка всех результатов опробования в 3-х мерном пространстве. План расположения скважин показан на рис.5.16.

Все полученные данные прошли проверку и корректировку, а также полную статистическую обработку.

Геостатистические исследования проводились с помощью вариограмм для всех показателей качества, а также для геометрических параметров пластов. На участке прослеживается согласное залегание 2-х наклонных пластов с пологим залеганием. Вариограммы (и соответствующие модели), полученные для показателей А и В в плоскости пластов, показаны на рис.5.17. 5.18.

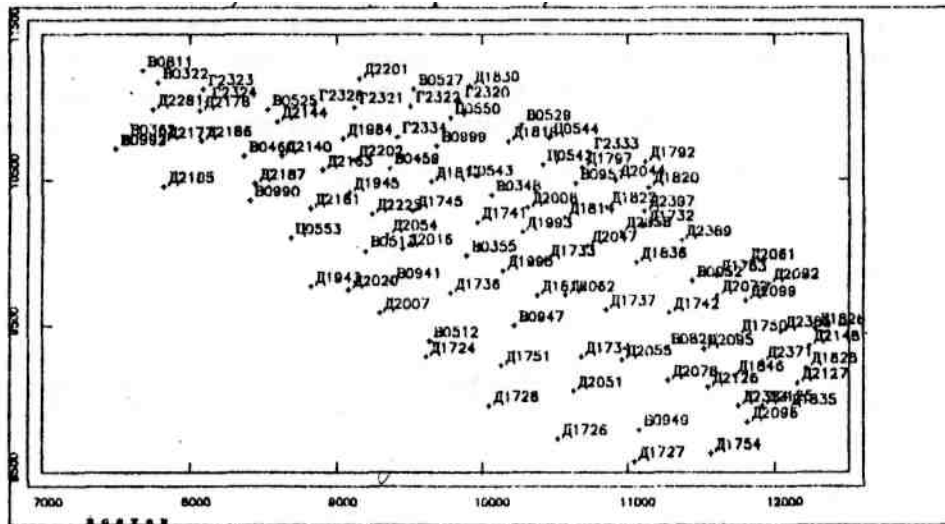


Рис.5.16. План расположения скважин на участке

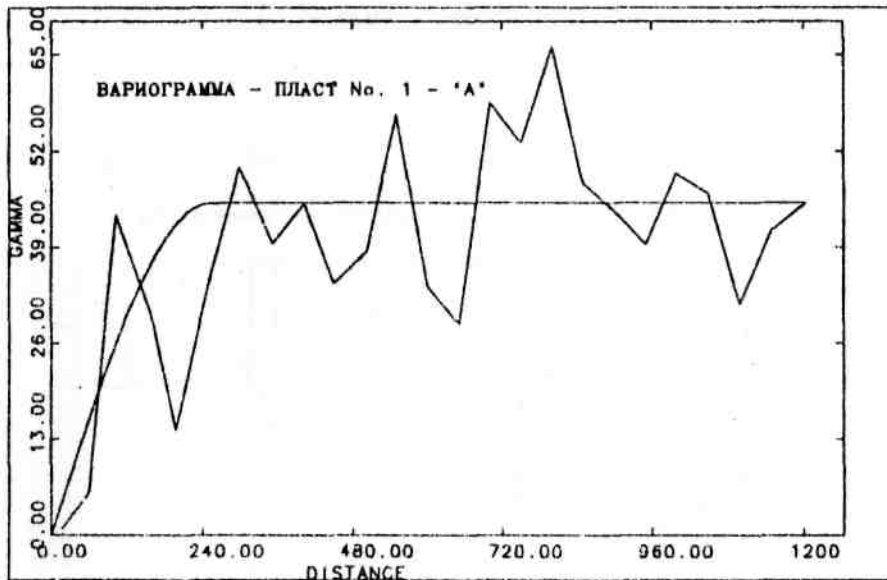


Рис.5.17. Вариограмма и модель для показателя А пласта 1.

В данной работе каркасная модель пластов не создавалась. Блочная модель строилась по специальной пластовой "технологии", описанной в разделе 2. Одновременно моделировались 2 пласта. Интерполяция производилась с помощью геостатистического метода - кригинга по всем показателям качества угля, а также по геометрическим параметрам пластов: мощности и отметкам кровли и/или подошвы. На рис.5.19. показана часть вертикального (XZ) сечения месторождения, на котором видна специфика пластового блочного моделирования. Так вторая сверху ломаная линия представляет собой сечение топографической поверхности. Ниже видны сечения 2-х пластов, "раскрашенных" в соответствии со значением показателя А

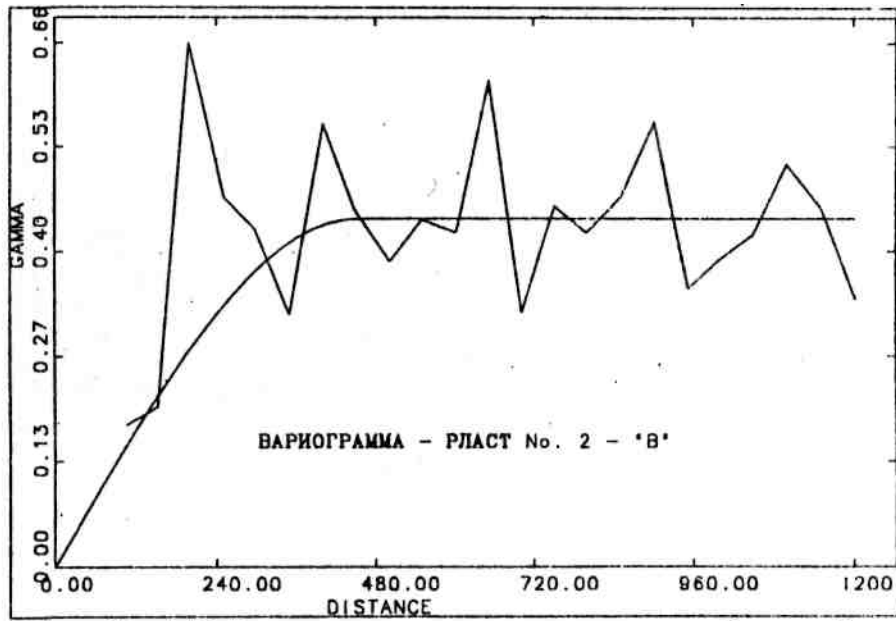


Рис.5.18. Вариограмма и модель для показателя В пласта 2.

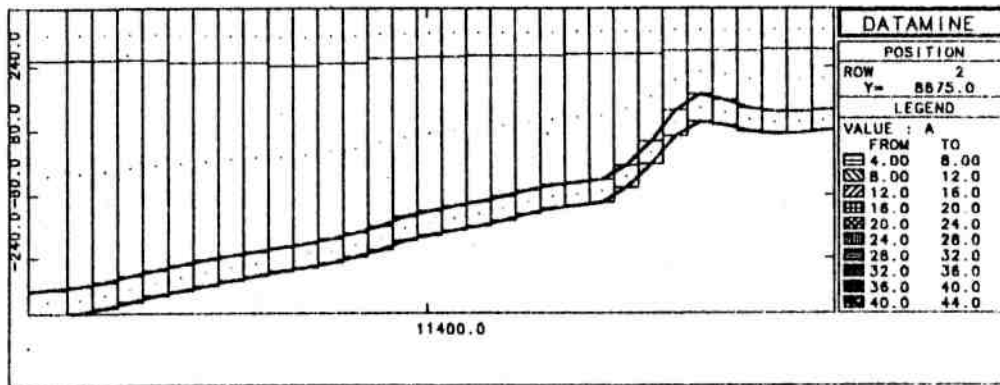


Рис.5.19. Вертикальный разрез блочной пластовой модели.

На рис.5.20. показаны изолинии отметок подошвы пласта 1, нанесенные на план блочной модели, оцененной по показателю А.

Оценка запасов угля была выполнена отдельно для каждого пласта и приведена в таблице 5.3.

Табл.5.3. Результаты подсчета запасов угля по участку месторождения

Показатели	Пласт 1	Пласт 2	Месторождение
Плотность, т/куб.м	1.2	1.2	1.2
Объем угля, куб.м	224,973.64	6,901,373.5	7,126,347.14
Тоннаж угля, тн	269,968.53	8,281,654.5	8,551,623.03
Показатель А	16.56	16.84	16.83
Показатель В	1.96	1.87	1.87
Мощность пласта, м	0.566681	0.725503	1.29

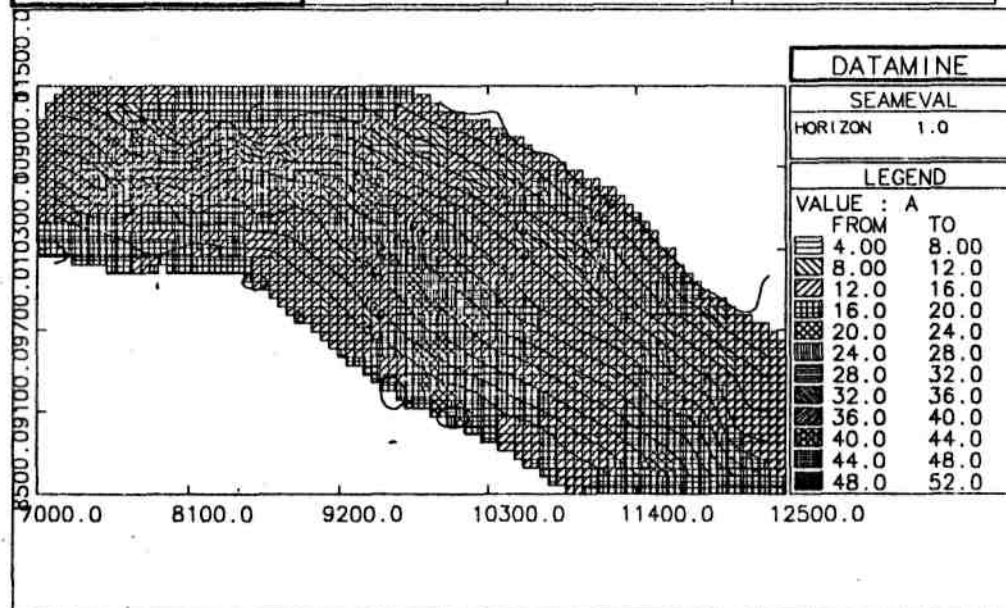


Рис.5.20. Изолинии подошвы пласта 1.

5.2.5. Моделирование и оценка запасов железорудного месторождения

Работа была выполнена в 1993 г. на исходных данных Оленегорского горно-обогатительного комбината. Результаты геостатистического исследования массива месторождения приводились ранее в разделе 4.4.2 главы 4.

Прототип блочной модели предусматривал размер основных блоков: 15*15*15 м. Модель захватывала все пространство разведанной части месторождения с запасом, рассчитанным на проектирование карьера. К сожалению в расчете не были использованы графические материалы оконтуривания рудных зон и геологических тел, поэтому границы залежи после интерполяции показателей качества были определены только по бортовому содержанию FEM=10%.

Интерполяция показателей была проведена следующими способами:

- FEM,FE0B - линейный кригинг для изотропной модели вариограммы
- FER,SOB,P - метод обратных квадратичных расстояний; -ROCK (литология) - метод ближайшей пробы.

На следующем этапе модель содержания была объединена с моделью топографии. Здесь же была введена и рассчитана величина плотности разных типов руд для каждой ячейки модели. На рис.5.21, 5. 22 показаны план и вертикальный разрез полученной блочной модели.

Расчет запасов месторождения производился по горизонтам модели. Всего имеется 24 горизонта высотой 15 м. В таблице 5.4 номер горизонта увеличивается сверху вниз, а на

рис. 5.22, 5.23 - наоборот -снизу вверх. Рисунки показывают, что с ростом глубины отработки запасы руды и ее качество увеличиваются

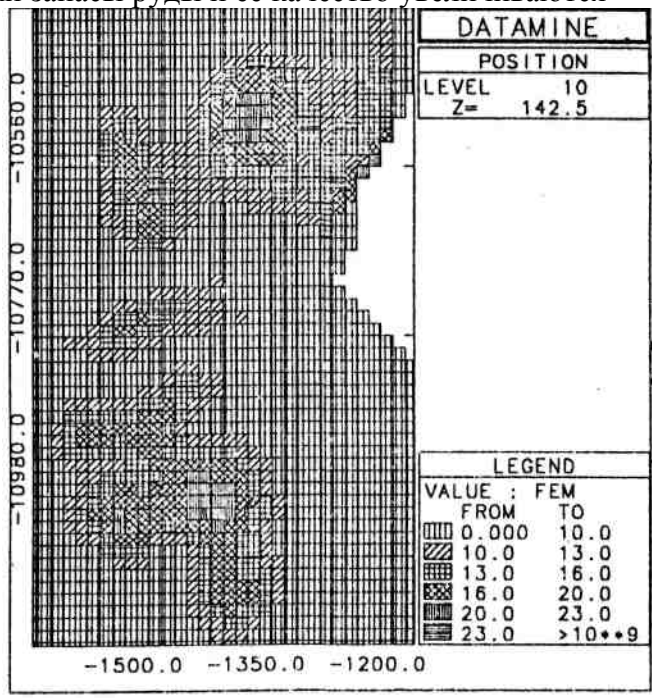


Рис. 5.21.
Горизонтальное сечение
блочной модели на
отметке +203 м.

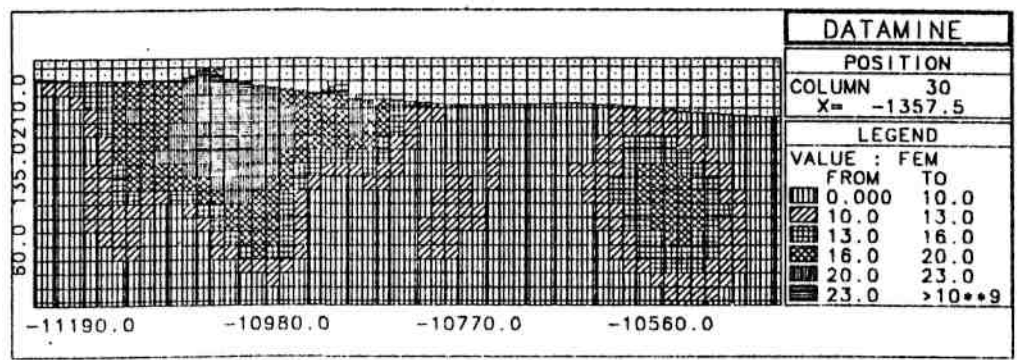


Рис.5.22. Вертикальное (С-Ю) сечение блочной модели

Табл.5.4. Расчет запасов руды по месторождению

Горизонт, снизу вверх	Объем руды, тыс. куб. м	Тоннаж, тыс. тн	FEM, %	FER, %	FEOB, %	SOB, %	P, %
24	213	683	12.5	11.95	25.44	0.12	0
23	316	1,018	13.48	16.9	26.94	0.17	0.04
22	1,135	3,699	15.36	18.44	30.04	0.21	0.04
21	1,937	6,303	15.06	18.23	29.89	0.2	0.04
20	2,365	7,675	14.61	17.51	29.29	0.2	0.04
19	2,369	7,688	14.59	17.33	29.19	0.2	0.04
18	2,241	7,277	14.69	17.28	29.27	0.19	0.04
17	2,157	7,002	14.66	17.18	29.32	0.2	0.04
16	1,981	6,429	14.58	17.13	28.99	0.19	0.04
15	1,927	6,246	14.34	16.88	28.66	0.19	0.04
14	1,927	6,246	14.34	16.88	28.66	0.19	0.04
13	1,688	5,455	13.89	16.47	28.16	0.18	0.04
12	1,583	5,109	13.64	16.39	27.57	0.17	0.04
11	1,482	4,777	13.45	16.4	27.1	0.17	0.04
10	1,374	4,423	13.24	16.31	26.58	0.17	0.04
9	1,178	3,793	13.24	16.34	26.28	0.17	0.04
8	1,036	3,335	13.19	16.05	26.14	0.17	0.04
7	905	2,913	13.28	15.31	25.9	0.16	0.04
6	756	2,436	13.39	14.9	25.8	0.16	0.04
5	564	1,819	13.64	15.05	26.16	0.15	0.04
4	456	1,468	13.39	15.13	25.69	0.15	0.04
3	392	1,259	12.97	14.91	25.42	0.16	0.04
2	375	1,202	12.66	14.78	25.04	0.15	0.05
1	341	1,094	12.72	14.65	24.74	0.15	0.05
Все запасы	32,638	105,654	14.15	16.84	28.21	0.19	0.04

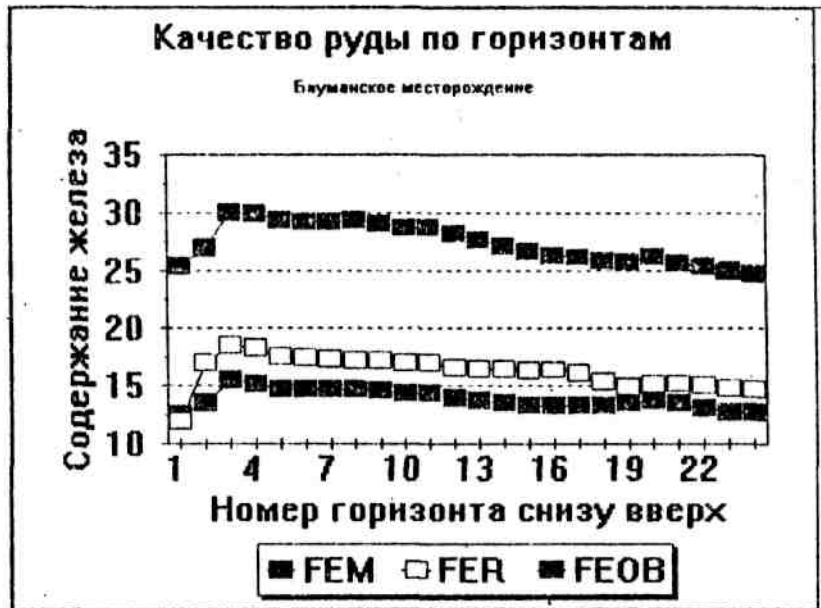


Рис. 5.23. Изменение качества руды с глубиной месторождения

5.3. Литература

1. Фомкин М.П., Валуев Е.П., Применение системы Датамайн для математического моделирования месторождения алмазов имени М.В.Ломоносова в Архангельской области, М., Горный журнал, 1993, № 6.

Глава 6. ГЕОСТАТИСТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Метод Условного Моделирования появился в начале 1970 г, как развитие более традиционного метода интерполяции - кригинга для оценки природных явлений. Он был реализован как альтернатива интерполяционным методам, из-за их способности в ряде случаев чрезмерно сглаживать значения оцениваемой переменной, что было неприемлемо во многих случаях.

В практике существуют 2 типа задач, решаемых на модели месторождения [1]. Первый тип преследует цель возможно точной оценки средних содержаний в точках или ячейках массива и главный инструмент здесь - кригинг. Второй тип используется тогда, когда главная задача - определить характер изменчивости массива и спрогнозировать возможные колебания качества руды при работе горного предприятия. Точная оценка средних содержаний при этом часто не требуется. В данном случае используется метод условного моделирования.

Если для решения этой задачи использовать модель, полученную с помощью кригинга, то мы будем иметь заниженную дисперсию из-за сглаживающей способности кригинга (см.гл. 3 и 5). Таким образом, для задач данного класса необходимо располагать моделью месторождений, дающей несмещенную оценку дисперсии содержаний в блоках.

Одна из задач этого типа - моделирование процессов отработки месторождения с целью получения информации об изменчивости качества руды, поставляемой на обогатительную фабрику. При очень плотной сети опробования дисперсия оценки кригинга будет очень маленькой, а дисперсия реальных содержаний будет почти соответствовать дисперсии оценок кригинга. В этом случае для моделирования процессов отработки можно вполне пользоваться оценками кригинга.

Однако, в реальной действительности (особенно на ранних стадиях освоения месторождения, например, при проектировании рудника или шахты) размер сети опробования, по которой создается блочная модель рудного тела, намного превышает размер элементарной ячейки модели, в результате чего дисперсия кригинга (а следовательно и его сглаживание) получается достаточно высокой. Следовательно, рассчитать по такой модели реальную картину изменчивости рудопотоков можно лишь с очень большим приближением.

Можно использовать технологию условного моделирования и для оценки риска при планировании горных работ на данном месторождении. Здесь идея заключается в многократном повторении процесса моделирования участка массива и получении набора вариантов моделей, отличающихся значениями оценок содержаний блоков, но имеющих одинаковую структуру изменчивости. На этих моделях затем имитируется процесс отработки данного участка и получается множество возможных моделей рудопотоков с различными статистическими параметрами. По ширине зоны возможных колебаний уровня качества конечного рудопотока оценивается риск от неподтверждения геологической информации при отработке месторождения.

6.1. Условные модели

Детальное рассмотрение теории Условного Моделирования остается за рамками данной книги. Мы можем лишь отослать искушенного читателя к работам Жорнеля, например [2], а в особенности к его статье [3].

Предположим, что мы имеем множество проб $Y(X_a)$ в известных точках X_a , со средним содержанием $E(Y(X_a)) = m$. Смоделируем значения переменной во всех точках X исследуемого пространства и получим множество оценок $Z(X)$, которое имеет то же статистическое распределение, что множество реальных проб $Y(X_a)$.

Условность моделирования заключается в том, что модельные значения содержаний в точках опробования X_a принимаются равными значениям реальных проб, т.е.

$$Z(X_a) = Y(X_a).$$

Выполним оценивание всех точек пространства кригингом и получим множество оценок $Y^*(X)$, которые в точках опробования принимают значения $Y(X_a)$, т.е. $Y^*(X_a) = Y(X_a)$.

Выполним еще раз операцию кригинга, взяв в качестве исходных данных опробования в точках X_a - смоделированные ранее значения $Z(X_a)$. Получим новое множество оценок - $Z^*(X)$.

Теперь мы имеем 3 множества значений $Z(X)$, $Y^*(X)$ и $Z^*(X)$. Так как кригинг обладает свойством точной интерполяции (см. гл. 5), то справедливы равенства $Z^*(X_a) = Z(X_a)$ и $Y^*(X_a) = Y(X_a)$.

Мы можем определить значение содержания в каждой точке пространства по функции

$$Z_s(X) = Y^*(X) + [Z(X) - Z^*(X)],$$

которая обеспечивает требования условности $Z_s(X_a) = Y(X_a)$, т.к. $Z^*(X_a) = Z(X_a)$ и $Y^*(X_a) = Y(X_a)$.

За счет "довеска" $[Z(X) - Z^*(X)]$ получается дополнительный разброс $Z_s(X)$ по сравнению с $Y^*(X)$, который дает дисперсию, близкую к реальной.

Далее имеем $E[Z_s(X)] = m$, т.к. $E[Y^*(X)] = m$, $E[Z(X) - Z^*(X)] = 0$ и величины Y и Z некоррелированы. Вариограмма полученной новой функции равна вариограмме $Y(X_a)$.

Процесс условного моделирования может быть реализован по схеме, изображенной на рис. 6.1.



Рис. 6.1. Алгоритм условного моделирования

Во многих науках, где концептуальная или математическая сложность мешает развитию детерминистического подхода к анализу риска, используется компьютерное моделирование для эффективных эмпирических решений проблемы. В развитии геостатистических методов оценки запасов метод Условного Моделирования (УМ) был введен для создания альтернативного моделирования рудных тел, точно отражающего характер изменчивости и неопределенности массива, что недоступно в методах оценки, построенных на ограниченных данных опробования.

Метод УМ существует уже более 15 лет, но его сложные реализации на компьютерах препятствовали его распространению в горной промышленности. Однако, с ростом мощности компьютеров и возрастанием числа используемых методов оценки запасов на УМ стали обращать больше внимания.

Основным источником риска в оценке запасов чаще всего является неопределенность в геологической интерпретации объекта (т.е.: в определении геологических структур, непрерывности минерализации и т.п.) В неопробованных районах

месторождения. Обычно эти определения носят качественную природу, и риск от неправильной или не совсем точной интерпретации геологии объекта редко может быть оценен количественно. Однако, если данная интерпретация принята, как лучшая модель объекта большинством экспертов, то существует достаточно много других источников ошибок в статистической оценке содержаний внутри принятой модели. Речь идет об ошибках, которые могут и должны быть учтены при оценке запасов.

Используемые на практике методы оценки запасов ориентированы главным образом на оценку среднего значения величины, а не на измерение ее характера изменчивости. Из всех традиционных методов только Кригинг (К) позволяет определить погрешность оценки (остальные методы рассчитывают только значение показателя в данной точке путем интерполяции), что является основным преимуществом геостатистических методов.

Дисперсия Кригинга

К несчастью многие ранние пропагандисты геостатистики утверждали, что в Кригинге может быть получена ошибка оценки, а дисперсия Кригинга (ДК) или дисперсия оценки (ДО) - преподносятся как средство расчета доверительного интервала и вероятностных границ для оценки содержаний. Делались простые предположения о распределении ошибок по Нормальному или Логнормальному законам, а вероятностные характеристики связывались с оцениваемой величиной.

Многие авторы указывали однако, что на самом деле ДК не зависит от местной изменчивости данных, а только от геометрического положения проб, используемых в оценке данной точки.

Пример на рис.6.2. демонстрирует возможные ограничения ДК как меру доверия к оценке. Представим 2 ситуации, которые теоретически можно встретить даже в районах, где распределение стационарно, а вариограмма постоянна. В каждом случае блок оценивается по 4-м пробам, имеющим равные веса, и дающим оценку для блока = 10. Однако, в обоих случаях ДК для блока одна и та же, т.к. зависит лишь от расположения проб

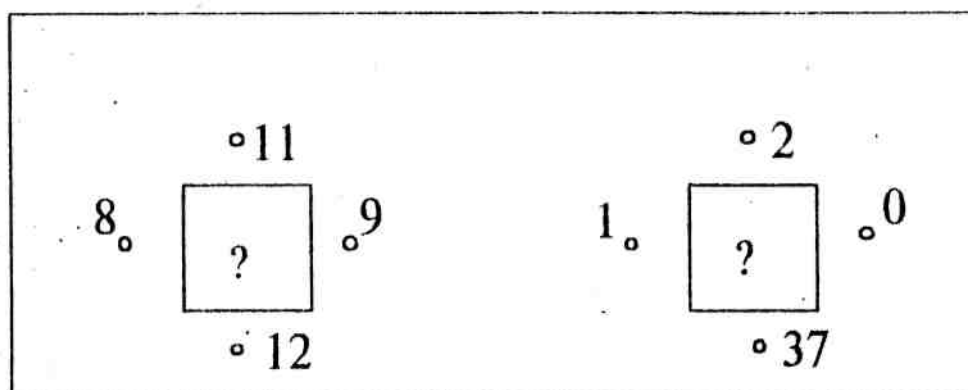


Рис.6.2. Оценка содержания в блоке по 4-м пробам.

Предположим, что доверительный интервал (с вероятностью 90%) = 8-12. Понятно, что левый случай более безопасный, чем правый, и итоги геостатистических расчетов будут неверны для правого случая.

Доверительный интервал

В последние годы появились более реалистичные методы оценки доверительного интервала для глобальной и местной оценок. Криге [5] предложил детальное описание случая Логнормального распределения и Байесовский подход к оценке интервалов. Жорнель [6] рассмотрел индикаторный подход, а Дауд [7] предложил использовать

вероятностные интервалы, оцениваемые из условных распределений. Эмпирический метод оценки примерных интервалов дал Lajaunie [8], где результаты для Мультигауссового распределения сравниваются различными нелинейными методами Кригинга.

Без рассмотрения (уточнения) теоретических отличий между доверительными границами и интервалами вероятности можно сказать, что цель в обоих случаях - найти определенный интервал вокруг оцененной величины, в котором находится фактическое значение с указанной вероятностью.

В случае глобальной оценки запасов, интервал таким образом может быть использован для измерения вероятности выдерживания среднего содержания в заданных границах за весь срок работы рудника, или более общими словами - вероятность того, что среднее содержание будет ниже заданной границы. Для местной оценки запасов доверительный интервал определяется для каждого отдельного оцениваемого блока, а для оценки риска используется один и тот же метод.

Однако, в то время, как развитие более изощренных методов для оценки доверительных интервалов идет особенно быстро в направлении расчета ошибки оценки, их практическое использование при оценке запасов руды остается ограниченным.

Для решения вопросов, связанных с оценкой риска неподтверждения геологической информации используется несколько подходов, которые не дают достаточно надежных результатов. Однако, в большинстве случаев, когда требуется полный анализ возможных ситуаций, наиболее практично использование условного моделирования, а не теоретических вычислений.

При осуществлении горного планирования может показаться, что классический анализ Монте-Карло (имитационное моделирование) даст удовлетворительные результаты. Например, мы имеем оценки содержаний для каждого блока и распределение частот для некоторых случаев, определяющих вероятность извлечения блока с требуемым содержанием. Чтобы оценить шанс (для примера) выбора 10 блоков в месячной продукции, имеющих среднее содержание выше заданного порога, мы можем смоделировать выбор этих 10 блоков тысячами различных комбинаций. Определением среднего содержания для каждой комбинации 10 блоков мы можем подсчитать число удачных исходов и рассчитать требуемую вероятность.

Однако, метод Монте-Карло ограничивает вышеназванные условия расчета требованием независимости моделируемых величин, что неприемлемо для пространственной непрерывности реальных блоков. Для примера, если первые 2 блока в последовательности оказываются смежными, нереалистично представлять себе ситуацию, когда первый блок имеет очень высокое содержание а второй - очень низкое содержание. Хотя этот подход может быть уточнен, чтобы учитывать реальные общие вероятности и ковариации, но он также становится непрактичным, как и другие теоретические методы.

Моделирование, в свою очередь, способно учитывать концепцию пространственной непрерывности блочных содержаний.

Геостатистический метод УМ в частности дает возможное решение этой проблемы.

Условное моделирование (УМ)

Полученная с помощью УМ цифровая модель рудного тела обычно представлена на очень детальной регулярной пространственной решетке. Главное свойство такой модели то, что она отражает всю известную информацию о рудном теле в понятиях статистических распределений и пространственной изменчивости содержаний, полученных по первичным данным опробования. Кроме того, она имеет фактические значения исследуемой переменной в опробованных точках и эффективно заполняет пробелы в информации моделируемыми значениями, которые наиболее вероятны в неопробованных точках. Повторение процесса моделирования может изменить значения в точках модели, но каждый раз будет получена одинаково возможная модель реальности.

Следующие свойства модели, полученной методом УМ, позволяют использовать ее для оценки запасов и горного планирования:

- наличие детальной информации, размещенной на регулярной пространственной сети, дающее практически полное знание моделируемого рудного тела или месторождения;
- возможность многократного повторения моделирования для получения равных по возможности представлений реального объекта.

Первое свойство обеспечивает инструмент для проверки (моделирования) многих процессов, связанных с опробованием, оценкой и планированием отработки новых рудных тел или выемочных блоков, а второе - обеспечивает эмпирическое развитие анализа устойчивости (риска) для этих процедур.

Многие применения были опробованы и проверены в первые годы развития УМ. Однако, серьезные требования к ЭВМ со стороны УМ в первый период его использования ограничили распространение этого метода на практике.

В это время УМ получило большее развитие в таких областях, как нефтяная промышленность и экология, где на эту тему за последние 15 лет было опубликовано много статей. Однако, с возрастанием мощности компьютеров и развитием теории моделирования, метод сейчас получает больше внимания со стороны горняков, в т.ч. и для оценки риска.

Расчет условных моделей

В большинстве геостатистических пакетов компьютерных программ имеются процессы моделирования, выполняющие расчеты, вкратце описанные выше. В частности в системе Датамайн есть процесс CONSIM, который позволяет получить трехмерную условную блочную модель месторождения по исходному множеству данных опробования и вариограммной модели.

На входе в процесс задаются следующие параметры:

&PROTO Прототип блочной модели.

&IN Файл проб для создания модели. Должен содержать поля координат: *X,*Y,*Z и поле качества.

&OUT Выходной файл модели.

*F1 Поле для моделирования.

Параметры изотропной сферической модели:

@NUGGET Эффект самородков [Co]

@SILL Порог вариограммы (дисперсия) [C1J]

@RANGE Зона влияния [A]

@MEAN Среднее значение переменной, если оно известно. Если нет, то водится код отсутствия данных (-), и среднее будет оценено по моделируемым данным.

@TRANSFRM* Метод преобразования распределения: (0)-Линейный, 1 - Полиномами Эрмита.

@CONDITN* (0)-Расчеты без обусловливания, 1-е обусловливанием.

@FULSAMPL* (0) - Все переменные полностью испытываются, 1- Некоторые переменные испытываются неполностью.

В качестве примера создадим условную модель одного из алмазных месторождений. Для расчета взята часть трубки средним диаметром 200 м между отметками -20 и +280 м.

Исходная блочная модель состоит из одинаковых блоков размерами 20x20x50 м (последнее измерение - высота блока). Количество блоков в модели - 854.

Интерполяция показателя содержания алмазов в руде проводилась методом линейного кригинга с использованием данных кернового опробования месторождения. Среднее (условное) содержание в пробах -8.52, дисперсия - 61.9.

Для расчетов применялась изотропная одноструктурная сферическая модель вариограммы с параметрами; $C_0=30$, $C_1=30$, $A=60$ м.

Вначале с помощью программы KRG3DA рассчитывались кригинговые оценки для каждого блока модели. Затем, с помощью программы CONSIM проводилось условное моделирование. Была использована та же вариограммная модель, нормализация исходных данных проводилась с помощью полиномов Эрмита, а обуславливание значений модели в точках опробования - с помощью ко-кригинга. Результаты расчетов приведены в таблице 6.1.

Табл. 6.1. Сравнение результатов кригинга и условного моделирования

Метод расчета	Среднее содержание в блоках модели	Дисперсия оцененных блоков
Кригинг	6.303	10.129
Условное моделирование	6.32	79.13

Из таблицы видно, что условное моделирование дает даже для небольшого и очень слабо опробованного участка месторождения дисперсию близкую к реальной (для проб детальной разведки). Эта дисперсия очень сильно отличается от дисперсии сглаженных оценок кригинга. Определенный отпечаток на результаты данного примера оказала очень редкая сеть опробования данного участка месторождения.

6.2. Примеры практического применения условного моделирования

При написании данного раздела в основном использованы материалы главы 7 монографии [4].

Рассматриваемый предмет пока не популярен в оценке запасов, и потому не располагает большим количеством методов и компьютерных программ.

Один из немногих известных пакетов программ для условного моделирования POLYSIM2 написан на Фортране компанией Geostat Systems hit для 2-х мерного моделирования. В программу вводятся координаты x,y точек опробования и измеряемая величина.;

Моделируемые программой 2-х мерные данные имеют те же статистические характеристики /гистограмму, вариограмму и т.п./, как и реальные данные. Во всех случаях сходство между реальными пробами и моделируемыми значениями обеспечивается используемой моделью вариограммы. Это и будет "обуславливанием" моделируемых значений реальными данными. Моделируемые значения размещаются в точках регулярной пространственной сети или в заранее заданных произвольных точках.

В настоящее время пакет может работать с 3-х мерными моделями и включает 5 программ. Первые две: TGAUSS и VAR1Q3 служат для статистических вычислений по реальным данным опробования: первая -приводит фактическое распределение к нормальному, а вторая рассчитывает экспериментальные вариограммы.

Другие 3 программы обеспечивают моделирование. SIMUL2 - это основная программа для получения нормализованных данных с учетом указанной вариограммы, SIMUL2C, а ITGAUSS- восстанавливает требуемую гистограмму данных. В каждой из этих программ может быть выполнен подробный статистический анализ моделируемых данных и проверка их соответствия реальным пробам.

6.2.1. Пример использования пакета для медной жилы.

Ниже приведен пример 2-х мерного моделирования содержания меди в вертикальной жиле, размерами 550*400 м, опробованной 77 полными пересечениями по

нерегулярной сети. Среднее расстояние между пробами -30 м. Моделирование выполнено по регулярной сети 15*15 м.

Поскольку моделируемые значения должны иметь такое же распределение и вариограмму как и для исходного множества проб, то вначале проводится статистический анализ данных с помощью программ TGAUSS и VARIO3.

После анализа распределения реальных данных первая программа определяет функцию $Y=f(X)$, с помощью которой исходное распределение проб Y преобразуется в нормальное X со средним $=0$ и дисперсией $=1$.

Распределение исходных данных имеет характеристики:

- число проб - 77;
- среднее - 1.42
- медиана - 1.41
- стандартное отклонение - 0.277
- минимум - 0.8
- максимум - 2.34

Можно отметить очень маленькое различие между средним и медианой, а также наличие в массиве данных одной пробы с "ураганным" значением 2.34.

Для приведения данного распределения к нормальному программой TGAUSS получена функция, использующая полиномы Эрмита с коэффициентами:

Степень	Коэффициент
0	1.4
1	0.277
2	0.000698
3	0.00769
4	-0.00549

Теоретическое стандартное отклонение равно 0.279. Как и требовалось, число членов в разложении - 5, однако для практического использования можно оставить 2, т.е. уравнение функции имеет вид $Y=1.4+0.277X$, что подтверждает, близость исходного распределения к нормальному. Начальные данные (Y) были нормализованы с помощью этой зависимости, в результате чего получена функция нормального распределения (X) с параметрами:

- среднее - 0.0132
- стандартное отклонение - 0.938
- минимум - 2.15
- максимум - 2.1

При нормализации данных удалена "ураганная" проба - 2.34%. Среднее значение близко к 0, а СКО (среднее квадратичное отклонение) - к 1.

Таким образом, мы получили из наших данных практически чистое нормальное распределение. На следующем шаге с помощью программы VARIO3 по нормализованным данным были построены экспериментальные вариограммы для нескольких направлений, которые показали изотропность массива в данной плоскости. К вариограммам подобрана изотропная сферическая модель с параметрами: $C_0=0.5$, $C_1=0.4$, $A=180$ м.

На следующем этапе программа SIMUL2 смоделировала "нормализованные" значения содержания меди в точках регулярной сети 15*15 м, имеющие то же распределение и вариограмму, что и исходные данные.

В итоге мы получили 972 смоделированных значения, имеющих нормальное распределение с характеристиками:

- среднее - 0.0158
- ст. отклонение - 0.9357
- минимум - 2.938
- максимум - 3.0

По этим данным были построены экспериментальные вариограммы для основных направлений, которые хорошо согласовывались с заданной моделью.

В этой ситуации не требовалось "обусловливание" значений в точках опробования исходными "нормализованными" данными.

В заключении программа ITOAUSS преобразовала полученное нормализованное множество данных в распределение, соответствующее распределению исходных данных, вновь используя функцию $Y=f(X)$.

6.2.2. Экономическая оценка запасов уранового месторождения

На последней стадии деятельности геологов, когда рудопроявление обнаружено, пробурено несколько скважин, определяющих основные характеристики рудного тела, необходима оценка экономически целесообразных запасов, которые можно извлечь из данного месторождения. Обычно экономические ограничения определяются бортовым содержанием, поэтому для оценки извлекаемых запасов достаточно определить пропорцию (долю) блоков ячеистой модели залежи, имеющих содержание выше бортового.

Однако, в реальной ситуации иногда существуют серьезные трудности с вовлечением некоторых отдельно расположенных выемочных блоков в отработку, особенно на подземных рудниках.

Чтобы проиллюстрировать эту проблему и показать, как можно ее решить с помощью условного моделирования, рассмотрен горизонтальный пласт постоянной мощности (5 м), который содержит извлекаемые концентрации урановой руды в некоторых частях пласта. Размеры пласта 1200*800 м. Он разведан небольшим количеством скважин по сетке 100*50 м. Статистический анализ данных опробования показал логнормальное распределение со средним содержанием $U_3 O_8$ 0,02% и коэффициентом вариации - около 140%.

Анализ вариограмм позволил подобрать к массиву анизотропную сферическую модель с параметрами: эффект самородков - 0.3C (где C - порог вариограммы), зона влияния: минимальная - 200 м в северо-восточном направлении, максимальная - 400 м - в перпендикулярном северо-западном направлении.

Бортовое содержание $U_3 O_8$ для небольших блоков камерно-столбовой системы разработки, действующее во время оценки - 0.03%.

Если ориентироваться только на распределение содержаний по данным опробования, то по известному бортовому содержанию можно рассчитать, что лишь 17.5% пересечений являются кондиционными. С учетом средней плотности руды 2.6 т/куб.м получается количество извлекаемых запасов - 2.272 млн тн со средним содержанием урана 0.06%.

Однако, эти цифры являются только верхним пределом, т.к. при этом предполагается, что все запасы с кондиционными пересечениями могут быть отработаны. Это может быть достигнуто лишь при открытой разработке, но часто трудно достижимо на подземных работах, где для вскрытия некоторых кондиционных зон требуется проходка дополнительных дорогостоящих подземных выработок.

Для рассмотрения этих пространственных проблем было использовано условное моделирование концентраций урана в пределах пласта по сетке 20*20 м.

На карте смоделированных величин оконтуривались кондиционные рудные зоны. Так небольшие включения руды на восточной стороне участка и между двух зон исключены из подсчета кондиционных запасов, т.к. они находятся слишком далеко от основной зоны минерализации. Такая дополнительная сортировка и исключение трудноизвлекаемых запасов сдвигают границу между рудой и породой, табл.6.2.

В таблице первые 3 строки получены в результате условного моделирования, а последняя - по данным распределения исходных проб. Видно, что моделирование

существенно уменьшило тоннаж доступной для добычи руды, а следовательно и запасы металла по участку.

Табл. 6.2

Оценка извлекаемых запасов урана

Запасы	Руда + порода		Руда		Порода	
	Тоннаж	% U3O8	Тоннаж	% U3O8	Тоннаж	% U3O8
Северная зона	1.83 млн т	0.052	1.2 млн т	0.07	0.63 млн т	0.017
Южная зона	1.03 млн т	0.036	0.52 млн т	0.054	0.51 млн т	0.017
Всего	2.86 млн т	0.046	1.73 млн т	0.065	1.14 млн т	0.017
Оценка распределения			2.27 млн т	0.066		

6.2.3. Экспериментальная оценка изменчивости рудопотока на обогатительную фабрику.

Возможность моделирования характеристик руды по регулярной сетке с малым шагом позволяет впоследствии имитировать формирование из этих ячеек рудопотоков, поступающих из карьера или шахты на обогатительную фабрику. Целью этих операций является оценка влияния размеров оборудования и последовательности извлечения запасов на изменчивость качества руды, поставляемой на переработку. Условное моделирование здесь используется для генерирования возможных характеристик руды, например, в ежедневных объемах добычи одного забоя. Затем эти смоделированные значения объединяются в цепочки рудопотоков для заданного периода времени.

Ниже рассмотрен пример карьера, разрабатывающего медно-порфириновое месторождение. Высота уступа 12 м, а опробование руды на содержание меди ведется по шламу буровзрывных скважин на всю мощность уступа. Распределение меди по данным геологоразведки - логнормальное со средним - 0.51 % и коэффициентом вариации - 95%.

Рассматривались 2 варианта используемого оборудования: -2 экскаватора с ковшом емкостью 8 куб м каждый, работающих на 2-х разных уступах одновременно;

-1 экскаватор с ковшом емкостью 15 куб м, работающий на одном уступе.

В первом случае ежедневно обрабатывается 2 блока размерами 15x7.5x12 м на двух горизонтах, а во втором случае обрабатывается один блок размерами 15x15x12 м. Так как значения содержаний в последовательности смежных блоков коррелированы, то можно ожидать большей изменчивости в рудопотоке большого экскаватора. Чтобы оценить эти предположения количественно было выполнено моделирование уступных содержаний меди по регулярной сетке 7.5x7.5 м. После этого моделировался рудопоток для 2-х указанных вариантов. В первом случае за однодневную порцию принималось среднее значение 2-х смежных ячеек модели, во втором - среднее значение квадратного блока, состоящего из 4-х ячеек.

Выемка руды имитировалась из взорванных блоков, средние размеры которых 90x15x12 м. Анализировались ежедневные значения содержаний меди в рудопотоке на фабрику в течение 10 недель.

Сначала изучалось влияние параметров вариограммной модели на изменчивость рудопотока, получаемого от одного маленького экскаватора, табл.6.3.

Табл.6.3 Влияние параметров вариограммы на изменчивость рудопотока

Доля эффекта самородков в пороге вариограммы, %	Среднее содержание меди в рудопотоке за 10 недель, %	Стандартное отклонение
0	48	20
20	34	22
50	37	27
100	45	31

Из таблицы видно, что с увеличением эффекта самородков вариограммной модели возрастает и изменчивость поставляемой на фабрику руды. Кстати, при подобных расчетах с использованием кригинговой модели можно закономерно получить обратный результат, т.к. с ростом C_0 увеличивается сглаживающее влияние кригинга.

Во второй части работы использовалась изотропная вариограммная сферическая модель с эффектом самородков равным 20% от порога и зоной 90 м. Сначала моделировалась раздельная работа двух маленьких экскаваторов (Н8), т.к. они работают раздельно на 2-х уступах и корреляция между отгружаемой ими рудой практически отсутствует. Затем моделировался совместный рудопоток для этих же 2-х экскаваторов и наконец исследовалась работа одного большого экскаватора (Н15).

Оценка изменчивости содержаний в рудопотоке делалась или по стандартному отклонению, или по количеству выходов среднесуточных содержаний за пределы зоны шириной ± 0.33 , где m - среднее содержание рудопотока за 10 недель. Результаты расчетов приведены в таблице 6.4.

Табл.6.4. Влияние типа оборудования на изменчивость рудопотока

Тип забоя	Среднее содержание, %	Ст.отклонение	Число выходов из стандарта
Н8(1)	34	22	23
Н8(2)	52	23	27
Н8(1)+Н8(2)	43	14	10
Н15	47	22	25

Таблица показывает, что работа небольших экскаваторов гораздо более эффективна с точки зрения получения однородного рудопотока на обогатительную фабрику.

6.2.4. Полное условное моделирование уранового месторождения I

Уже десять лет хорошо известно, что модели рудных тел, предназначенные для оценки запасов, не могут быть успешно использованы для планирования горных работ. Также всем известно, что дисперсия содержания в блоках, оцененных кригингом, меньше чем дисперсия реальных содержаний этих блоков. Следовательно, использование кригинговых оценок при составлении плана отработки будет приводить к ошибочным заключениям. Правда в некоторых случаях эти 2 дисперсии могут быть почти одинаковы, но это произойдет только тогда, когда дисперсия оценки σ_e^2 будет очень мала, а месторождение разведано по очень плотной сети.

Рассматриваемое месторождение урана разбурено по сетке 25x10 м и в некоторых случаях еще чаще. Содержания U_3O_8 (в дальнейшем - урана) варьируют от следов до 50%, что означает необходимость специальных мер по радиационной безопасности при отработке месторождения. Кроме того, в породах встречается мышьяк, вызывающий необходимость принятия дополнительных мер безопасности при планировании горных работ.

Предполагалось, что условное моделирование может помочь с некоторыми из этих проблем. Методология этого моделирования известна давно, однако практическое его использование требует иногда использования специальных приложений как в данном случае.

Месторождение

Рассматриваемая залежь расположена в Канаде и относится к урановым месторождениям с несогласным напластованием. Залежь простирается в длину на 1400 м, в ширину - в среднем на 15 м, достигая в наиболее широкой части - 50 м. Глубина залегания 50 - 80 м от поверхности. Такая очень узкая и вытянутая форма рудного тела накладывает специальные требования к моделированию. Программа опробования включала бурение 477 керновых скважин по сетке 25x10 м и меньше, получение и исследование на уран, никель и мышьяк 30 тысяч рядовых проб длиной 0.3 м. Среднее содержание урана свыше 2%.

Требования к модели

Моделирование в данном случае должно выявить даже очень слабую колеблемость содержания, т.к. разведка выполнена по достаточно плотной сети. Структура изменчивости предполагается одинаковой по всему месторождению, поэтому моделирование обычно выполняется на одном из его наиболее характерных участков. В данном случае оно реализовано на участке длиной 600 м по простиранию в центральной части месторождения. Моделировались содержания урана и мышьяка по регулярной сети 2x2x1 м. При этом бралась в учет плотность руды для пересчета объемов в тоннаж при определении извлекаемых запасов.

Из-за очень узкой формы залежи требовалось также моделирование формы минерализации. Принималось в расчет также повышенная изменчивость минерализации и наибольшая густота разведочных скважин в районах с высоким содержанием урана. Количество моделируемых точек находилось в районе 200 тысяч.

Таким образом, имелось 2 задачи: моделирование контура минерализации и моделирование качества урановых руд. Вторая задача более сложная и связана с целым рядом проблем, рассмотренных ниже более подробно. В частности речь идет о проблемах учета плотности руды, одновременного моделирования содержаний урана и мышьяка, нормализации данных и некоторых других.

Проблемы различия между рудой и породой и моделирование контура минерализации

Гистограмма содержания урана по 9656 композициям длиной 1 м показала одну вершину и долю некондиционных запасов, составляющую 2/3 от всех запасов. Эти некондиционные композиции доминируют в распределении, хотя наиболее важное значение имеют композиции, связанные с минерализацией. Кроме того, распределение сильно скошено влево, и нормализация его будет достаточно трудным делом. По этой причине было принято решение, что данные должны рассматриваться как 2 различные популяции: минерализованная - с содержаниями урана выше 0.005% и некондиционная - с содержаниями до 0.005%.

Контур минерализации определяется оцениванием вероятности того, что данная точка сети 2x2x1 м минерализована. Эта оценка получается кригингом с помощью индикаторной переменной, имеющей значение 0 - для породы и 1 - для руды. Забракованные точки, индикаторы которых находятся между 0 и 1 также учитывались в оценке. Возможно, например, что точка расположенная рядом с центром рудного тела, индикатор которой 0.9, могла быть отнесена к породе, если случайная величина, с которой она сравнивалась, находится между 0.9 и 1. Это показывает, что кригинговая оценка 0.9 в данном случае означает 90% вероятности минерализованности данной точки. Таким же

образом, если точка на окраине рудного тела имеет индикатор 0.1, то это говорит о 10% вероятности ее минерализованности.

Так как контур минерализации таким образом был определен, то последующее моделирование содержаний производилось только в этом контуре. Точки за пределами контура в дальнейшем не рассматривались.

Выполнение работы

Перед выполнением операции кригинга должны были быть построены экспериментальные индикаторные вариограммы и выбрана соответствующая модель. Цель кригинга - определить контур минерализации, поэтому важно было удалить некондиционные (с индикатором равным 0) композиции, далеко удаленные от месторождения.

С помощью созданной ранее оценочной модели с блоками размерами 225x10x4 м может быть построен ореол вокруг зоны минерализации, которым сокращается чрезмерное количество породных композиций за пределами месторождения. Таким образом, в контурах моделируемой зоны осталось только 575 рудных блоков, в пределах которых были рассчитаны экспериментальные вариограммы и проведена кригинговая оценка.

Экспериментальные вариограммы рассчитывались по индикаторным значениям 0-1 в зоне опробования. По ним была подобрана сферическая модель с геометрической анизотропией и параметрами: $C_0=0.14$, $C_1=0.1$, $A(З-В)=112.5$ м, $A(С-Ю)=20.0$ м, $A(\text{вертикаль})=30.0$ м. Зоны влияния оказались одинаковыми независимо от типа используемых для построения вариограмм исходных данных: реальных или моделируемых.

Область поиска проб при расчете кригинга была задана в виде прямоугольного параллелепипеда с размерами 27x12x1.5 м.

Окончательные результаты.

Контур подсчета запасов содержит 184 555 точек, расположенных на регулярной сетке 2x2x1 м. Из них 178 247 точки были успешно оценены кригингом, а оставшиеся - не имели в зоне поиска необходимого количества проб для оценки. Было выполнено сравнение кригинговых величин и индикаторных переменных для большинства точек, которое дало положительные результаты. На заключительном этапе составлены погоризонтные карты минерализации, которые получили удовлетворительную оценку геологов, хорошо знающих месторождение.

Проблемы, связанные с моделированием качества урановой руды.

Плотность руды связана с содержанием в ней металлов и имеет сильную изменчивость, как и изменчивость содержаний. Поэтому для корректной оценки тоннажа необходимо знать плотность руды в каждой точке регулярной сети модели. По большинству имеющихся проб плотность в сухом состоянии не определялась, и лишь по некоторым имелись данные о плотности во влажном состоянии. Поэтому был проведен регрессионный анализ, с помощью которого расчет плотности руды производился по содержаниям в ней металлов. Когда имелись данные по плотности во влажном состоянии, то пересчет делался по уравнению регрессии, полученному для проб, имеющих данные по обеим видам плотности.

Далее рассматриваются проблемы, связанные с **неравномерным опробованием месторождения**. Исходные 0.3 м пробы по вертикали композировались по длине 1 м с помощью простого взвешивания. По горизонтали плотность информации также нерегулярна. Имеются 4 зоны с повышенными содержаниями, где опробование делалось более часто. Такая кластеризация приводит к завышению среднего содержания и дисперсии по месторождению.

Смоделированные на регулярной сети точки должны иметь распределение, соответствующее правильному (несмещенному) распределению проб по месторождению.

Чтобы найти это распределение необходимо было декластеризовать имеющееся множество композиций проб. Есть много способов для этого. В частности можно разделить все месторождение на равные квадратные зоны и в каждой зоне оставить (случайным выбором) одну пробу. Там, где имеется всего одна проба, она оставляется. Надо иметь в виду, что существенное влияние на статистические показатели имеет размер блока (зоны). Так блок 25x25x4 м дал среднюю оценку содержания, отличающуюся на 40% от среднего значения массива реальных проб. Для расчетов был использован блок размерами 10x5x2 м, который дал средний показатель, очень близкий к среднему содержанию модели запасов месторождения. После такой декластеризации осталось 1480 композиций. Таким образом были получены "реальные" логнормальные распределения содержаний урана и мышьяка.

Для того, чтобы одновременно моделировать в точках регулярной сети содержания урана и мышьяка, рассчитаны регрессионные уравнения, связывающие нормализованные параметры. Эти уравнения использовались непосредственно при моделировании в результате чего получались сразу оценки двух содержаний.

Так само моделирование осуществлялось применительно к факторам, из которых в дальнейшем вычислялись значения содержания урана и мышьяка. Эти факторы определялись из уравнений:

$$F_1 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2}{1-\rho}} (-As_n + U_3 O_{8n}), F_2 = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{2}{1+\rho}} (+As_n + U_3 O_{8n}) \quad (6.1)$$

где ρ - коэффициент корреляции нормализованных содержаний

$As_n, U_3 O_{8n}$.

Нормализация с помощью полиномов Эрмита использовалась для получения Гауссовой распределения моделируемых содержаний. Хотя эта процедура хорошо известна, тем не менее встретились проблемы, которые потребовали детального рассмотрения. Такие проблемы как выбор между применением "сырых" или логарифмированных данных, обоснование числа коэффициентов полиномов Эрмита и т.д. Кроме того, большое количество малых и нулевых значений содержаний в массиве данных также затрудняют нормализацию. Поскольку начальное распределение логнормальное, то логарифмирование исходных данных позволяет облегчить решение большинства перечисленных проблем. В результате была подобрана модель с 10 коэффициентами, которая достаточно точно преобразовывала логарифмированные исходные данные в нормальное распределение со средним = 0 и стандартным отклонением = 1.

Моделирование

Эта главная стадия работы осуществлялась в 3 этапа:

- моделирование факторов;
- обуславливание факторов с целью использования фактических значений проб;
- восстановление значений содержаний по обусловленным факторам.

Ниже будет рассмотрен подробно каждый из этих шагов.

Для моделирования факторов F_1 и F_2 (см. 6.1) необходимы их вариограммы. Здесь снова надо оговориться, что они рассчитывались по некластеризованным данным с завышенным содержанием из-за высокой плотности опробования богатых зон месторождения. Следовательно порог будет выше чем 1, а зона должна быть определена корректно.

Отмечено их сходство с соответствующими индикаторными функциями, а также полное соответствие по зонам влияния с функциями по первичным данным. Направление С-Ю показывает наибольшую изменчивость и самый высокий эффект самородков. Для дальнейшего использования к экспериментальным функциям подобрана одноструктурная сферическая модель, имея в виду вариограмму по вертикали, можно было бы предположить наличие еще одной структуры изменчивости.

Были приняты следующие параметры вариограммных моделей, построенных для факторов.

Фактор 1: $C_0=0.47$, $C_1=0.53$, $A/C-Ю/=22.5$, $A/3-B/=135$, $A_{\text{верт}}=27$;

Фактор 2: $C_0=0.41$, $C_1=0.59$, $A/C-Ю/=21$, $A/3-B/=180$, $A_{\text{верт}}=25$.

На следующем шаге проводилось условное моделирование с помощью метода "turning bands", описанного Journel в статье [2].

Использовалась та же сетка как и для индикаторного кригинга. Моделировались только те точки сети, для которых индикаторная функция равна 1, а также точки размещения проб. Общее число моделируемых таким образом точек сети - 83 253, а число точек с пробами - 3268.

Проверка результатов безусловного моделирования

С этой целью использовались несколько инструментов. В частности, проверка статистических параметров полученных множеств модельных значений показала, что среднее значение распределений близко к 0, а стандартное отклонение - к 1. Остальные проверки также дали хорошие результаты и показали практически полную сходимость распределений смоделированных и реальных величин.

Обуславливание

Итак, для каждой точки модели получено значение Z_s исследуемой переменной. Таким же образом для каждой из этих точек можно получить и оценку кригинга Z_k .

Значения величин ошибки Z_{ks} получается при оценке кригингом всех точек модели, используя при этом не реальные значения проб, а смоделированные значения в точках опробования. Вычитание этой величины из Z_s даст значение ошибки, которая обладает всеми необходимыми свойствами этого понятия.

Таким образом, обуславливание проводится с помощью уравнения

$$Z_{sc} = Z_k + (Z_s - Z_{ks})$$

Исполнение

В итоге потребовалось провести 2 расчета кригинга для всех точек модели:

- по нормализованным значениям реальных проб; - по смоделированным значениям переменной в точках опробования.

При расчетах кригинга принимался радиус поиска:

- в направлении 3-B - 30 м;

- в направлении С-Ю - 15 м;

- по вертикали - 2 м.

Восстановление смоделированных содержаний

Были найдены функции обратного преобразования значений факторов 1 и 2 в логарифмы содержаний урана и мышьяка. Полученное таким образом новое множество смоделированных величин имело нормальное распределение.

Теперь было необходимо провести денормализацию полученных массивов данных. Цель этой операции - получить распределение соответствующее распределению реальных содержаний множества, состоящего из 1480 декластеризованных композиций проб. Это делается с помощью тех же полиномов Эрмита, с помощью которых выполнялась нормализация исходных данных.

Далее моделируется лежащий бок залежи с помощью кригинговых оценок в 2-х мерном пространстве координаты Z для каждой точки сети размером 2x2 м.

В конце концов, после успешно пройденных этапов, которые теоретически очень просты, но иногда преодолеваются с трудом, получена полная модель центральной части рудного тела, по которой можно вести планирование горных работ. В дальнейшем в ходе работы были изменены часть параметров и получена новая информация.

6.2.5. Анализ риска в горном планировании с помощью условного моделирования

Этот пример, взятый из доклада Peter J Ravenscroft (RTZ Technical Services Ltd) на конференции в Университете Лийдс (Великобритания) "Computer solutions in mining and processing" 23-24 Сентября 1992 г., показывает возможность и целесообразность использования условного моделирования для планирования горных работ.

Качество горного планирования (кратко, средне и долгосрочного) зависит от достоверности модели месторождения для предсказания тоннажа и содержаний руды. Эта модель обычно объединяет геологические представления специалистов и статистическую оценку, основанную на данных опробования месторождения. Естественно, что такая модель - это только оценка с наличием ошибок, что к несчастью часто игнорируется в передаче информации между геологами и специалистами по планированию. Хотя для получения оптимального плана можно рассчитать множество вариантов, но обычно переход к новому варианту в оценке запасов приводит к существенному изменению ситуации и риска.

Практика горного планирования показывает, что наиболее сложным является предсказание риска от возможного неподтверждения геологической информации. Описанный выше подход УМ позволяет получить такие за счет многовариантного моделирования возможных ситуаций и статистической обработки полученных результатов.

Каждый из полученных вариантов (сценариев) имеет правильную пространственную корреляцию между выемочными блоками, а план, составленный для любого из них будет отражать последовательность содержаний и тоннажа, которая вполне возможна в свете известных распределений содержания рудного тела. Можно легко пересчитать программу и получить оценку чувствительности плана к возможным изменениям значений модели месторождения.

Автором доклада предлагается следующая процедура для горного планирования:

- с помощью Кригинга создается модель участка рудного тела;
- на этой модели традиционным методом выполняется планирование и полученные результаты сохраняются как "базовый вариант";
- выполняется несколько вариантов УМ запасов руды и проверяется их реальность в сравнении с геологическими представлениями;
- на каждом варианте смоделированного рудного тела выполняется "базовый вариант" планирования для проверки, как могут изменяться результаты работы в реальной ситуации.

Этот подход позволяет оценить чувствительность плана и будет представлять собой форму вероятностной оценки возможного риска при планировании.

Один из первых возникающих практических вопросов заключается в том, сколько вариантов необходимо рассчитать для получения достоверных результатов. Этот вопрос может быть очень важным из-за недостатка ресурсов памяти и времени компьютера.

Ответ на него связан обычно с требуемой точностью таких расчетов. Если такой анализ делается только для некоторой приближенной оценки последствий плана, то достаточно 2-3 расчета для демонстрации надежности плана. Если, например, в результате моделирования получена серия только положительных результатов, то это может увеличить доверие к плану, а в случае хотя бы одного сбоя плана в одном из смоделированных сценариев появляется озабоченность, т.к. такой сбой вполне может быть и в реальной ситуации.

С другой стороны требования точности вызывают необходимость расчета большого числа вариантов для учета всех возможных последствий планирования. Число таких вариантов зависит от размера и деталей модели, но в основном оно зависит от мощности и ресурсов компьютера.

Пример

Для иллюстрации возможного использования условного моделирования (УМ) при анализе риска в планировании ниже приведена ситуация на большом карьере.

Намеченный к отработке участок уступа имел много близко расположенных взрывных скважин и редкие данные разведочных скважин, на которых было выполнено начальное планирование. Интерполяция была выполнена кригингом на геологических (редких) данных. На этих же данных был рассчитан "базовый вариант" плана. Затем было выполнено УМ в порядке, описанном выше. Данные (подробные) по скважинам БВР использовались в виде фактических данных для контроля результатов.

В данном случае по данным 200 проб было смоделировано 45 000 величин содержаний, расположенных по регулярной сетке. Было сделано 100 вариантов расчетов, что заняло 15 часов машинного времени на мощном персональном компьютере.

В план для данного участка включена последовательность из 50 последовательно извлекаемых блоков различной формы, характерных для этого периода. Базовый вариант плана был построен на модели месторождения, рассчитанной Кригингом по исходной геологической информации. Полученные смоделированные значения содержаний в блоках контролировались расчетами содержаний по скважинам БВР. В результате такой проверки установлена хорошая сопоставимость результатов.

На каждой из 100 вариантов моделей этого участка было выполнено одно и то же планирование. Для оценки возможной ошибки для каждого блока был рассчитан 95 % доверительный интервал. Ценность заключается в том, что эти вероятностные границы, хотя и определены моделированием, но дают много информации, которую очень трудно получить теоретически. Наиболее важные следствия построения таких вероятностных границ:

- результаты зависят только от имеющейся локальной информации о пробах; там, где плотность данных меньше, там больше различия между вариантами модели и, следовательно, - шире вероятностные границы;

- значения содержаний непосредственно определены по местным пробам; там, где они показывают высокую степень местной изменчивости, там вероятностные границы будут шире;

- результаты связаны также с величинами исходных данных, следовательно, в районах с высоким содержанием изменчивость и вероятностные границы будут шире.

Полученные результаты позволяют оценить риск неподтверждения результатов планирования. В этом примере анализ риска был выполнен для 4-х летнего периода добычи руды на данном участке в рамках перспективного планирования. В частности была оценена вероятность отклонения оцененных содержаний от фактических для каждого года работы предприятия.

На полученном таким образом графике можно было оценить уровень риска для всех периодов планирования. В частности, для третьего года существует только 25%-ный шанс того, что запланированное содержание будет превышать фактическое среднемесячное содержание, а для второго и четвертого годов вероятность этого 60% и т.д.

Предлагаемый подход естественно имеет недостатки. Хотя численная оценка риска в оценке запасов и планировании является фундаментально важной, неопределенность в геологических интерпретациях вносит основную долю в возможный риск и должна по возможности учитываться.

6.3. Литература

1. Давид М. Геостатистические методы при оценке запасов руд. Л.; Недра, 1980.-360 с.
2. Journel A.G. (1974) Geostatistics for conditional simulation of orebodies. Economic Geology, Vol 69, pp. 673-687.

3. Journel A.G. (1979) Geostatistical simulation: methods for exploration and mine planning. *Engineering and Mining Journal*, December 1979.
4. Michel David (1988), *Handbook of applied advanced geostatistical ore reserve estimation*, Elsevier, Amsterdam, 216 p.
5. Krige D.G.(1984).Geostatistics and the definition of uncertainty. *Trans.Inst.Min.Metall.* Vol 93, April 1984, pp. A41-A47.
6. Journel A.G.(1989), Non-parametric estimation of spatial distributions. *Journal of the Intern.Assoc.of Mathematical Geology*, Vol 15, No.3, pp. 445-468.
7. Dowd P.A.(1989), Some observations on confidence intervals and kriging errors. In *Geostatistics M.Armstrong (ed)*, Kruwer Academic Publishers, Dordrecht, The Netherlands. Vol.2, pp. 861-874.
8. Lajaunie C. (1990). Comparing some approximate methods for building local confidence intervals for predicting regionalised variables. *Math.Geology*, Vol.22, No. 1. pp. 123-144.

Глава 7. ОЦЕНКА ИЗВЛЕКАЕМЫХ ЗАПАСОВ

7.1. Задачи оценивания запасов и планирования работ при освоении месторождений

Проблема оценки извлекаемых запасов является одной из центральных при освоении полезных ископаемых. Она тесно связана с решением таких вопросов, как изучение природной изменчивости оруденения, определение степени селективности добычи руды, которая зависит от размеров выемочных блоков и достоверности разведочных данных, необходимых для разделения блоков на промышленные и некондиционные. Решение этой проблемы требует комплексного количественного анализа разнообразных факторов - геологических, горнотехнических и геолого-экономических, обуславливающих отклонения характеристик извлекаемых запасов от подсчитанных в результате предпроектной разведки.

С точки зрения приложений геостатистики в истории существования месторождения целесообразно выделить три периода:

- предпроектная разведка, которая заканчивается подготовкой месторождения к освоению, включая оценку геологических запасов;
- инженерное изучение месторождения, которое заканчивается определением эксплуатационных запасов для различных условий разработки;
- информационное обеспечение рациональной текущей разработки месторождения, включая оперативную оценку извлекаемых запасов.

В настоящей работе методы геостатистики рассматриваются применительно к оценке месторождений твердых полезных ископаемых, большинство видов которых может быть квалифицировано как рудные в широком смысле этого понятия, т.е. включая, например, такие, как месторождения агрономических руд (что не является препятствием для применения этой прикладной математической теории для оценки месторождений любых других Полезных ископаемых: углей, жидких или газообразных углеводородов и т.д.).

Поэтому определенную роль в изложении методов геостатистики играет понятие руды, которое, следуя М.Давиду [1], сформулируем так: "Руда представляет собой естественное твердое вещество, из которого могут быть с выгодой получены полезные компоненты посредством горных работ и сепарации при условиях, существующих во время оценивания". Эти условия подразделяются на три типа:

- экономические, которые зависят от результатов геолого-экономической оценки месторождения, что синтезируется в величине минимального промышленного содержания полезного ископаемого в руде и отражается, в частности, в такой кондиции на оконтуривание, как бортовой лимит (т.е. содержание в оконтуривающей пробе);

горно-технологические, которые не ограничиваются только выбором открытой или подземной системы разработки, но включают также определение минимальных размеров эксплуатационных блоков;

- информационные, которые определяются качеством, количеством и размещением в объеме месторождения геологоразведочных данных (характеристик, полученных в результате изучения разведочных выработок и проб), которые являются источником информации о месторождении.

Всякое изменение этих условий влечет изменение оценок содержания полезного ископаемого и запасов месторождения. Запасы месторождения при этих условиях имеют экономическое содержание - это экономические (или промышленные) запасы в отличие от геологических, под которыми понимаются запасы в геологических контурах, хотя представления о геологических контурах месторождения являются обычно весьма расплывчатыми.

По крайней мере, в большинстве случаев эти контуры могут быть оценены только с учетом бортового содержания, а сами запасы требуют определения размеров блоков и учета уровня (т.е. детальности и качества) геологоразведочной информации.

Оценка запасов месторождения является информационной основой планирования деятельности горнодобывающего предприятия, которая проявляется по принципу "от общего - к частному" и сопровождается изменением информационной базы (т.е. изменением геометрических размеров - геометрического основания) оцениваемых единиц (частей, блоков) месторождения от крупных к относительно мелким.

Текущему, краткосрочному планированию, информационной базой которого являются относительно мелкие, эксплуатационные блоки, предшествует долгосрочное. Единицами оценки запасов месторождения на этом этапе являются крупные блоки. В них по разведочным данным определяются запасы и содержание полезного ископаемого, и на основе этой информации осуществляется оптимальное планирование разработки месторождения на достаточно длительный период. План разработки обуславливает также особенности горно-подготовительных работ.

Однако, геолого-промышленные характеристики эксплуатационных блоков, подлежащих отработке в оперативном режиме, всегда отличаются от характеристик включающих их крупных блоков, выделенных в процессе разведки. Серьезной проблемой при освоении месторождений является такая ситуация, когда бортовое содержание полезного ископаемого близко среднему по месторождению. В этом случае многие эксплуатационные блоки после проведения больших объемов вскрышных (особенно при разработке карьером) и горно-подготовительных работ могут оказаться непромышленными.

Планирование разработки месторождения представляет собой последовательность взаимоувязанных процедур анализа имеющейся информации и принятия управленческих решений, основанных на предположении о том, что имеющиеся исходные данные в достаточной мере характеризуют объект разработки и отдельные его части. Однако, это предположение всякий раз требует доказательств, и одна из главных задач геостатистики заключается в том, чтобы предоставить такие доказательства или определить стратегию накопления необходимой для них информации в достаточных объемах, а также стратегию выбора и применения соответствующих методов обработки этой информации.

Роль и место геостатистики при этом таковы: применение ее методов предоставляет информацию, которая обеспечивает принятие решений, но не генерирует их критериев, принадлежащих экономическому анализу геологических характеристик и горно-технических условий разработки месторождения.

Эффективность геостатистики особенно проявляется при краткосрочном планировании. Это планирование требует решения, прежде всего, двух задач:

- 1) обеспечения добычи планируемого количества промышленной руды и
- 2) обеспечения поступления на обогатительную фабрику руды планируемого качества. Оно осуществляется на основе разведочных данных, которые могут быть представлены результатами бурения скважин, в том числе, буровзрывных при разработке месторождения карьером.

Таким образом, планирование проводится на основе разведочных оценок руд, предназначенных для добычи; в то же время фактически добываемые руды обычно отличаются от их оценок. В связи с этим, важным условием эффективной разработки месторождения является правильное определение различий между добываемыми рудами и их оценками, так как любые ошибки такого рода, особенно по бедным блокам, вызывают неритмичное снабжение обогатительной фабрики кондиционной рудой и дорогостоящее непредвиденное перемещение фронта горных работ или заложение и проходку новых, дополнительных, не предусмотренных проектом горных выработок. Отсюда, в задачи геологического изучения месторождения в процессе эксплуатации входит также

предсказание изменчивости добываемого полезного ископаемого во времени для планируемых периодов и интервалов проведения горных работ.

7.2. Характер исходных данных и методы их обработки.

Использование геологоразведочной информации для оценивания запасов руд включает две процедуры:

1) экстраполяцию исходных данных за пределы разведочных выработок на их зоны влияния и

2) определение погрешности этой экстраполяции. Экстраполяция исходных данных (которая собственно является процедурой оценивания запасов месторождения и его частей) выполняется несколькими методами: геометрическим, дистанционным, кригингом.

Геометрическая (или полигональная) экстраполяция заключается в присваивании значения пространственной переменной, которое установлено в разведочной выработке (пробе), геометрической зоне влияния этой выработки (пробы) каким-либо известным способом в зависимости от системы разведки месторождения.

Дистанционная экстраполяция представляет собой оценивание точки или блока месторождения на основе линейной комбинации взвешенных значений пространственной переменной, определенных в разведочных выработках (или в точках опробования) месторождения. Веса известных значений этой переменной учитываются различными способами в зависимости от расстояния между ними и оцениваемой точкой, например, могут быть обратными квадратичными.

Экстраполяция методом кригинга по характеру используемых данных подобна дистанционной; ее отличительные особенности описаны в п.3.7. Любая экстраполяция сопровождается погрешностью (дисперсией распространения разведочных данных на неисследованное пространство), что является следствием неэквивалентности разведочных выработок (или проб), с одной стороны, и оцениваемых блоков, с другой. Если при оценке запасов задано бортовое содержание, то необходимо, чтобы разделение блоков на промышленные и непромышленные было корректным, а количество промышленной руды и пустой породы было бы определено с учетом погрешности разведочной информации.

Погрешность экстраполяции может быть оценена путем сопоставления оценок блоков с данными, получаемыми в результате отработки месторождения; это самый надежный, но практически недоступный для оперативного управления процессом разведки способ оценки. Статистическое оценивание погрешности по имеющимся разведочным данным дает результаты, недостаточно точно корреспондирующие с ее действительными величинами. Лучшие результаты, что видно, в частности, из приводимых ниже примеров, обеспечиваются применением кригинга; в этом случае погрешность экстраполяции может быть оценена как дисперсия кригинга (См. 3.50).

Выбор метода оценки запасов (метода экстраполяции разведочных данных) оказывает существенное влияние на планирование разработки месторождения и ее результаты. Решение этого вопроса может быть рассмотрено на следующем примере, приводимом М.Давидом [1].

По результатам опробования ударных скважин одного из уступов меднопорфирового месторождения определены точные содержания полезного ископаемого в блоках; кроме того, по разведочным данным получены оценки этих содержаний двумя методами экстраполяции: обратных квадратичных расстояний и кригинга. Среднее содержание меди в пределах уступа по результатам опробования буровзрывных скважин (которое можно считать истинным) составляет 0,53 вес.%; дисперсия содержаний в блоках равна 0,044.

Средняя погрешность оценок содержаний в блоках методом кригинга составляет 0,024 вес.%; дисперсия этой погрешности $\sigma_E^2 = 0,028$; соответствующий стандарт оценки равен 0,168 вес.%.

Метод обратных квадратичных расстояний приводит к более смещенной оценке - погрешность равна 0,121 вес.%; дисперсия погрешности равна 0,064; стандарт - 0,252 вес.%. Таким образом, полученные результаты свидетельствуют о том, что метод кригинга предпочтительнее для оценки запасов в блоках.

Небольшая погрешность - не единственный критерий для того, чтобы судить о предпочтительности метода оценивания запасов месторождения. Не погрешность запасов, а собственно запасы являются наиболее важной характеристикой. Качество их оценки может быть осуществлено на основе сравнения точных и предсказываемых содержаний в блоках; удобный способ такого сравнения заключается в использовании корреляционной диаграммы. Разделив диаграмму на четыре квадранта (вертикальной и горизонтальной прямыми, проходящими через значение содержаний полезного компонента, равное бортовому содержанию), можно получить четыре группы блоков:

I - блоки, правильно классифицированные как промышленные;

II - блоки, правильно классифицированные как непромышленные;

III - блоки, неправильно отнесенные к промышленным, (в действительности они сложены некондиционными рудами и пустыми породами и должны быть отнесены к группе II);

IV - блоки, неправильно отнесенные к непромышленным (они должны быть объединены с блоками группы I).

Из 51 блока, в приводимом М.Давидом примере, оценками кригинга 5 отнесены к непромышленным, а 46 - к промышленным. По данным ударного бурения непромышленными являются 13 блоков и только 38 относятся к промышленным. Ошибка классификации блоков составляет 17%.

Методом обратных квадратичных расстояний к промышленным отнесено 48 блоков и ошибка классификации увеличивается до 21%. Эти результаты также свидетельствуют о предпочтительности применения кригинга для оценки запасов месторождения.

Традиционная методика оценки запасов месторождений, пока используемая в России, рассчитана прежде всего - на ручную обработку информации и на жестко регламентированные и практически неизменные показатели основных кондиций. Сейчас ситуация в экономике страны резко меняется, появляется рынок минерального сырья с изменяющимися ценами на руды и металлы, многие предприятия выходят на мировой рынок и вынуждены считаться с его законами.

Традиционный способ оценки запасов предусматривает в большинстве случаев оконтуривание (с учетом утвержденных бортовых содержаний) рудных зон на профилях, соединение одинаковых зон соседних профилей в подсчетные блоки, расчет (по приближенным формулам) объемов и среднего качества сначала подсчетных блоков, а затем - всего месторождения. Для того, чтобы пересчитать запасы для изменившегося "борта" потребуется каждый раз пройти весь путь сначала. При этом качество руды в объемах меньше подсчетного блока как правило не детализируется. Такая же "загрубленная" геологическая информация применяется проектными институтами для проектирования будущих горных предприятий.

С появлением на рудниках и в геологических организациях ЭВМ стало возможным создавать точную 3-х мерную пространственную легко пополняемую модель месторождения, отражающую все его геологические нюансы. Подсчет (или пересчет по новым кондициям) запасов по такой модели не представляет трудности и занимает несколько минут машинного времени. Для этой работы в системе ДАТАМАЙН имеется несколько программ, в т.ч. процесс MODRES.

Использование современных информационных технологий показывает, что получаемые при расчетах результаты дают закономерные отклонения от результатов,

полученных вручную традиционным способом. Ответ на вопрос о причинах этого явления дает геостатистика, а точнее один из основных ее разделов - оценка извлекаемых запасов. Главное, на что обращается внимание при анализе данного вопроса - это различие между запасами, которые подсчитаны по данным проб разведочных выработок, и извлекаемыми в процессе горных работ.

7.3. Зависимости "запас-содержание" при оценке извлекаемых запасов.

Понятие "оценка извлекаемых запасов" имеет эквивалент - "оценка выхода руды и металла при заданном бортовом содержании полезного компонента". Остановимся на методах оценки извлекаемых запасов или оценке их выхода.

Подсчет запасов полезного ископаемого с учетом бортового содержания и определение среднего содержания месторождения в соответствующем контуре не представляют проблемы, если имеются результаты разведки месторождения и по этим результатам определены закон и параметры статистического распределения соответствующей пространственной переменной.

Пусть $f(X)$ - функция плотности распределения содержаний полезного компонента. Тогда запасы руд с содержанием, превышающим бортовое X_c , равны

$$R(X_c) = \int_{X_c}^{\infty} f(X) dX \quad (7.1)$$

где R_0 - общие запасы руды месторождения со средним содержанием m_0

Количество металла в рудах с содержаниями выше бортового равно

$$q(X_c) = T_0 \int_{X_c}^{\infty} X f(X) dX \quad (7.2)$$

а общие запасы металла в месторождении

$$R_0 m_0 = R_0 \int_0^{\infty} X f(X) dX \quad (7.3)$$

Доля металла в кондиционных рудах равна

$$Q(X_c) = \frac{\int_{X_c}^{\infty} X f(X) dX}{\int_0^{\infty} X f(X) dX} \quad (7.4)$$

а среднее содержание в этих рудах

$$m(X_c) = \frac{R_0 \int_{X_c}^{\infty} X f(X) dX}{R_0 \int_{X_c}^{\infty} f(X) dX} = \frac{\int_{X_c}^{\infty} X f(X) dX}{\int_{X_c}^{\infty} f(X) dX} \quad (7.5)$$

Таким образом, знание функции плотности распределения $f(X)$ дает возможность установить зависимость между запасами руды и металла месторождения, с одной стороны, и бортовым содержанием полезного компонента, используемым для оконтуривания его промышленной части, - с другой, т.е. установить так называемую зависимость "запас - содержание".

Если содержание полезного ископаемого в рудах месторождения имеет нормальное распределение, то запасы кондиционных руд равны

$$R(X_c) = G\left(\frac{X_c - m_0}{\sigma}\right), \quad (7.6)$$

где σ - стандарт распределения,

$$G(Z) = \int_Z^{\infty} \frac{\exp\left(-\frac{t^2}{2}\right)}{\sqrt{2\pi}} dt$$

- интеграл нормального распределения (интеграл Гаусса),

где $Z = \frac{X_c - m_0}{\sigma}$, а среднее содержание полезного ископаемого в этих запасах равно

$$m(X_c) = m_0 + \sigma \omega, \quad \text{где } \omega = \exp\left[-\frac{1}{2}Z^2\right] \left[\sqrt{2\pi} G(Z) \right]^{-1} \quad (7.7)$$

. В случае логарифмически нормального распределения (7.8) (7.9)

$$R(X_c) = G\left(\frac{1}{\sigma} \ln \frac{X_c}{m_0} + \frac{\sigma}{2}\right);$$

$$Q(X_c) = G\left(\frac{1}{\sigma} \ln \frac{X_c}{m_0} - \frac{\sigma}{2}\right),$$

откуда

$$m(X_c) = [Q(X_c)/R(X_c)]m_0 \quad (7.10)$$

Зависимости "запас - содержание" могут быть выражены аналитически (7.7), причем для небольшого диапазона изменения бортового содержания (в пределах нескольких стандартов пространственной переменной) они имеют линейный характер и известны как закон Ласки:

$$m = K_1 - K_2 \ln R \quad (7.11)$$

где K_1, K_2 - коэффициенты уравнения, определяемые по известным данным для конкретного месторождения.

При условии $\sigma < 2$ зависимость (7.11) является точной. Следствием зависимости (7.11), как установлено С.Ласки, является также линейная зависимость среднего содержания полезного компонента в месторождении от бортового лимита:

$$m(X_c) = X_c + K_2 \quad (7.12)$$

Зависимости "запас - содержание" могут быть, по данным А.М. Марголина [2], непосредственно (без информации по учету потерь и разубоживания) использованы для определения извлекаемых запасов.

С этой целью зависимости запасов руды R и металла q от кондиции X могут быть представлены в следующем виде

$$\begin{aligned} R(X) &= R_0 K_1(X) \\ q(X) &= R_0 a K_2(X) / b, \end{aligned} \quad (7.13)$$

где a и b - параметры гамма-распределения.

Эти параметры определенным образом связаны с со средним содержанием полезного ископаемого по месторождению и с дисперсией содержаний в элементарных объемах селекции. Неопределенность геологической информации также может быть учтена, поскольку параметр b может быть представлен как функция дисперсии разведочной оценки среднего содержания в выемочном блоке. Интересным следствием данной методики является возможность выбора оптимального (с точки зрения максимально целесообразного извлечения запасов) размера объема селекции, поскольку на соответствующие зависимости влияют как природная изменчивость оруденения, так и густота разведочной сети

7.4. Влияние геометрической базы геологической информации на извлекаемые запасы.

Практика освоения полезных ископаемых постоянно сталкивается с влиянием размеров объемов селекции на степень извлечения промышленных запасов.

Исходными данными для оценки месторождения по итогам разведки являются обычно результаты определения содержаний полезных компонентов в рядовых разведочных пробах. В период эксплуатации меняются требования к геометрической базе исходных данных для подсчета запасов - возникает необходимость определения количества полезного ископаемого в каждом эксплуатационном блоке.

Кроме того, оказывается необходимым иметь информацию о распределении полезного ископаемого внутри оцениваемых блоков, учитывая запасы (которые квалифицируются как непромышленные) о потерях промышленных запасов полезного ископаемого в блоках, которые квалифицируются как непромышленные. При этом необходимо знать также, с одной стороны, какие запасы руды заключены в этих

непромышленных блоках, а с другой, - какое количество пустых пород содержится в промышленных блоках и подлежит в последующем извлечению из недр вместе с рудой.

Перечисленными условиями определяются требования к качеству и детальности данных опробования. Изменение геометрической базы данных опробования влечет за собой изменение дисперсии содержаний полезного ископаемого, что непосредственно сказывается на зависимости "запас - содержание". Из формул (7.6.-7.9.) следует, что выход руды зависит не только от бортового содержания, но и от дисперсии соответствующей пространственной переменной. В этом легко убедиться на примерах, которые приводит М.Давид [1].

В одном из примеров рассматривается жильное медное месторождение с сульфидными рудами, содержание меди в которых составляет 1,4%, а дисперсия содержаний - 0,36. Соответствующая зависимость "запас - содержание" характеризуется, в частности следующими соотношениями между величиной бортового содержания и запасами с содержаниями выше бортового: выход руд при бортовом содержании 0,5% составляет 93,3% общих запасов месторождения, при бортовом содержании 0,7% - 87,9% и при бортовом содержании 0,9% - 79,6%. При увеличении размеров блоков, в которых определяются единичные значения содержаний меди, дисперсия этих содержаний уменьшается и может составлять, например, 0,20. В этом случае бортовому 0,5% соответствует выход руд 97,7%, бортовому 0,7% - 93,7% и бортовому 0,9% - 86,6%.

Во втором примере рассматривается железорудное месторождение со средним весовым содержанием железа 54%. Стандартное отклонение содержаний железа в пробах составляет 7%, в блоках - 4%. Выход богатых руд (с содержаниями больше 60%) в первом случае составляет 12,8%, во втором - 2,3%; выход рядовых руд (с содержаниями от 46 до 60%) - 67,7% и 90,0%, соответственно; выход забалансовых руд (с содержаниями ниже 46%) - 19,5% и 6,7%. Суммарный выход промышленных руд (т.е. руд с содержаниями выше 46%) составит 87,2% для первого варианта оценки содержаний и 96,7% - для второго.

Еще ранее (в 1962 г.) Д.Криге [3] был приведен пример, подобных соотношений. Рассматривалось золоторудное месторождение со средним значением линейного запаса - 455 пеннивейт-дюйм. Логарифмическая дисперсия линейных запасов для рядовых проб равна 0,8; для проб, объединенных в секции длиной 50 футов - 0,4; для эксплуатационных блоков - 0,2. Если в качестве бортового лимита принять значение линейного запаса 200 пеннивейт-дюймов, то выход промышленных запасов составит 68%, 83,5% или 94%, соответственно вариантам оценки содержаний.

Когда месторождение (G) разведано серией скважин, то очень важно, чтобы гистограмма по данным рядовых керновых проб соответствовала бы истинному "идеальному" распределению, при котором все месторождение разбито на объемы равные объему пробы.

Такое соответствие можно скорее получить, если скважины бурились по регулярной сети, что очень нечасто встречается на практике. В противном случае единственным выходом для получения более или менее корректного распределения будет взвешивание проб перед расчетами.

Итак примем, что наше распределение по рядовым пробам - достаточно корректно и характеризуется оцененными средним значением и дисперсией, а также определенной формой гистограммы.

При разработке месторождений оценка качества руды делается для объемов значительно больших, чем объем керновой пробы (Рис.7.1) [4]. В этом случае мы получим гистограмму, характеризующую реальные условия разработки месторождения.

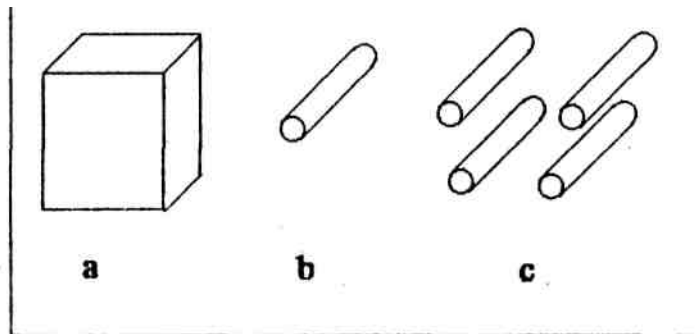


Рис.7.1. Различные основания для оценки: а- выемочный блок, б- керновый образец, с- группа керновых образцов.

Если сеть разведочных выработок регулярна, то среднее этого распределения не будет сильно отличаться от среднего гистограммы проб. Однако, дисперсия будет намного меньше (Рис.7.2).

Если задавать различные бортовые содержания и для каждого значения рассчитывать запасы (тоннаж) руды и запасы металла, то получим функцию "тоннаж - металл" (Рис.7.3).

Из рисунка видно, что оценка месторождения по керновым пробам всегда приводит к переоценке запасов металла, т.е. - к переоценке средних содержаний по месторождению. И эта переоценка тем больше, чем больше разница в объемах пробы и элементарного выемочного блока и чем больше изменчивость месторождения.

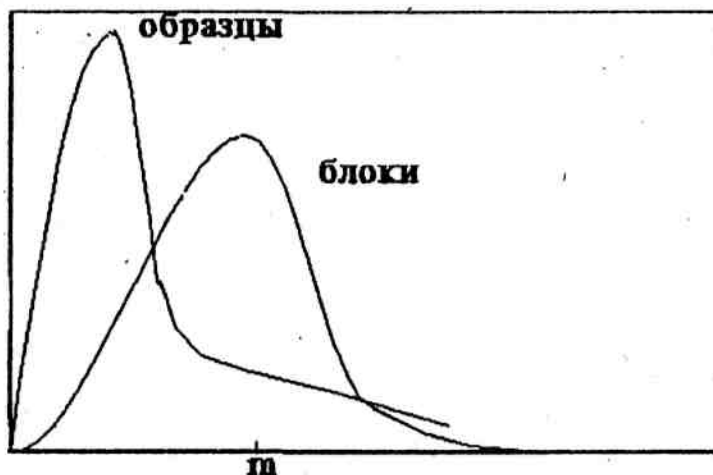


Рис.7.2. Гистограммы содержаний, построенные по разным основаниям

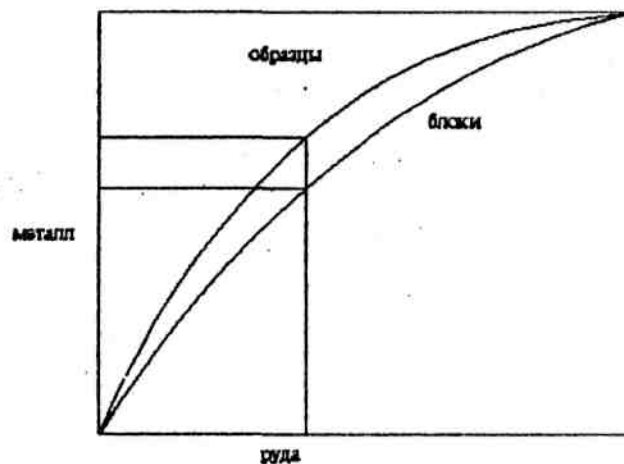


Рис.7.3. Зависимость запасов металла от запасов руды для различных оснований: образцов и блоков .

7.5. Информационный эффект оценки извлекаемых запасов

Оценка запасов месторождения и проектирование горных работ как правило осуществляются после геологоразведочных работ по результатам довольно редкого опробования месторождения. Если мы выполним на этой стадии кригинговые расчеты и оценим блочную модель месторождения, то получим распределение с дисперсией равной разности фактической дисперсии используемых блоков и дисперсии кригинга. Но мы уже знаем, что чем меньше информации о залежи, тем большее сглаживание дает кригинг и тем меньше будет дисперсия полученного распределения кригинговых оценок.

Разработка месторождения обычно сопровождается появлением дополнительной информации, что приводит к изменению формы, размеров и пространственного положения эксплуатационных блоков;

они часто оказываются меньше тех, которые оконтуривались и оценивались во время разведки. Меняются запасы месторождения и их структура - запасы оказываются иначе распределенными по установленным типам руд и классам содержаний полезного ископаемого. В результате горных работ обычно устанавливается, что реальные запасы промышленных руд внутри оцененного ранее контура меньше, чем предсказанные. Особенностью оценивания является то, что ошибки предсказания запасов становятся известными только через длительные интервалы времени после получения оценок, т.е. только после добычи соответствующих объемов руды.

Решения, принимаемые в процессе горных работ, недолго остаются основанными на ранних оценках; они корректируются с учетом вновь поступающей информации.

7.6. Применение дизъюнктивного кригинга для оценки извлекаемых запасов

Нахождение зависимости "запас - содержание" дает большую информацию для планирования отработки месторождения. Тем не менее, эта информация является недостаточной по следующим причинам:

1) определение количества руды не обеспечивает ответа на вопрос, где непосредственно находится эта руда (т.е. можно предсказать запасы, но не положение руд в пространстве);

2) для определения, является ли блок промышленным, предполагается известным точное содержание полезного ископаемого в нем, хотя на самом деле известной является лишь его оценка (т.е. по совокупности блоков месторождения можно предсказать окончательный результат эксплуатации, но нельзя детально предвидеть, каковы будут, например, результаты квартальной деятельности - какова будет квартальная продукция);

3) наконец, во многих случаях соотношение между распределением содержаний полезного ископаемого в блоках и пробах оказывается более сложным, чем может быть выражено рассмотренными выше зависимостями.

Дизъюнктивный кригинг (ДК) [5] предусматривает получение условных распределений относительно небольших объемов селекции, вплоть до точечного геометрического основания. Такое распределение в условиях неоднородности оруденения может быть получено как разложение пространственной переменной в виде полиномов Эрмита

$$g(X) = \sum_{i=0}^n \frac{C_i}{n} H_i(X), \quad (7.13)$$

где $H_i(X)$ - ненормализованные полиномы Эрмита степени i ;
 $n + 1$ - соответствующий номер члена разложения.

Каждый коэффициент C , оценивается независимо от других (в этом происхождение названия ДК) решением простой системы уравнений кригинга

$$C_i = \sum_{\alpha=1}^n \lambda_i^\alpha H_i(X) \quad (7.14)$$

λ_i^α - решение уравнения

$$\sum \lambda^\beta \rho_{\alpha\beta}^i = \rho_{i\alpha}^i; \alpha = 1, \dots, n \quad (7.15)$$

где $\rho_{\alpha\beta}^i$ - i -я степень корреляции между нормализованными значениями переменных в пробах α и β ;

$\rho_{i\alpha}^i$ - то же между блоком V и пробой α .

Для $i = 0$ система редуцируется.

Система не содержит никаких условий к членам разложения для обеспечения положительности $g(X)$.

Однако, в примере, приводимом А.Марешалем и И.Туффе [6] по меднопорфировому месторождению Сипрус-Пима, видно, что введение поправок в члены разложения с весами больше 1 необходимо. Месторождение характеризуется крупными запасами меди и производительностью карьера, которая обеспечивает извлечение 55000 т руды и 125000 т пустой породы ежедневно. Для оценивания выделены блоки размерами 100x100x40 футов; их общее количество около 300000. Планирование разработки и разработка осуществляются слоями (уступами).

Оценочные расчеты для сравнения предсказания с результатами эксплуатации выполняются с различной периодичностью - от месячной до суточной. В качестве истинных значений содержаний полезного ископаемого принимаются результаты опробования взрывных скважин. Оконтуривание запасов по бортовому содержанию меди осуществляется с учетом содержаний полезного ископаемого в блоках, оценки которых получают по всем скважинам (независимо от их количества), располагающимся в пределах соответствующих блоков.

Необходимые данные о распределении сортов руд в каждом блоке оценивались по соотношению скважин, относящихся к соответствующим классам содержаний меди, а характеристики руд по классам - как средние значения по соответствующим группам скважин. Результаты анализа данных по месторождению представлены на рис.7.2.2.. Эти результаты показывают следующее. При бортовом содержании меди 0,25 вес.% блоки характеризуются средним содержанием 0,30% и выход кондиционной руды в них составляет 73% при среднем содержании в этой руде 0,38%; 27% руды, не отвечающей кондиционному требованию, характеризуются содержанием 0,21% и должны быть квалифицированы как пустая порода.

Зависимость, которая устанавливается между величиной бортового лимита и выходом соответствующей ему промышленной руды, позволяет корректировать план ее добычи. На данном месторождении эта зависимость позволяет уменьшить расхождения между планируемыми и фактически добываемыми запасами руд с 18 до 3%. Интересно отметить, что для значительного по продолжительности периода планирования - календарного года - погрешность предсказания содержаний меди в добываемых рудах составляет только 0,6%.

Как было показано выше, интересующие горняка зависимости могут быть установлены, если известен закон распределения содержаний полезного ископаемого в рудах с известной геометрической базой проб или других объемов, в которых эти содержания определены.

Так как оценки содержаний руды в блоках не являются их точными значениями, то доля руды с заданным содержанием при использовании разведочных оценок не равна доле руды в блоке, содержание полезного ископаемого в котором определено точно. Как было показано выше, поправочные коэффициенты к разведочным оценкам блоков могут быть определены после проведения горных работ, по добыче руд. Для априорного решения этого вопроса необходима информация об оценках содержаний полезного ископаемого в блоках по разведочным данным и суммарных дисперсиях оценок блоков,

где одно слагаемое - дисперсия собственно разведочных данных, используемых для оценки блоков, а второе - дисперсия малых объемов каждого блока, которые учитываются при определении соотношения сортов руд и их качества в этих блоках; второе слагаемое может быть определено с использованием моделей вариограмм по соотношению линейных эквивалентов этих малых объемов и блоков.

В системе ДАТАМАЙН для оценки извлекаемых запасов используется процесс RECOVER. В этом процессе для каждого блока ячеистой модели, оцененной кригингом, с помощью метода "Shortcut" (для нормального и логнормального распределения данных) рассчитываются 2 новых параметра:

- доля запасов с содержанием выше бортового (в долях единицы);
- среднее содержание основного компонента в извлекаемых
- запасах (с содержанием выше бортового).

По этим параметрам с помощью программ MODRES и TABRES можно для заданного бортового содержания подсчитать извлекаемый тоннаж, запасы металла и среднее содержание металла. Если последовательно выполнить такие расчеты для нескольких вариантов бортовых содержаний, то мы получим упомянутую выше кривую "тоннаж- металл", которая даст реальные оценки извлекаемых запасов месторождения.

7.7. Литература

1. Давид М. 1980. Геостатистические методы при оценке запасов руд. Л., Недра. 360 с.
2. Марголин А.М. 1974. Оценка запасов минерального сырья. Математические методы. М., Недра. 264 с.
3. Krige D.Q., Magri E.J. 1982. Studies of the effects of outliers and data transformation on variogram estimates for a base metal and a gold ore body. - *Mathematical Geology*, V.14, N.6, p.557-564.
4. Ch.LantUejoul, J. Rivoirard, 1991, Foundations of mining geostatistics: an outline., в кн. практическая геостатистика. . - Труды II Всесоюзного семинара по геостатистике. Ред.Капутин Ю.Е. Петрозаводск, Карельский НЦ АН СССР, с 42-53.
5. David M. 1988. Handbook of applied advanced geostatistical ore reserve estimation. Amsterdam-Oxford-New York-Tokyo, Elsevier. 216 p.
6. Marechal, A. (1984). Recovery Estimation: A Review of Models and Methods, in *Geostatistics for Natural Resources Characterization*, Verly et al., eds., Reidel, Vol. 1, pp. 385-420

Глава 8. ВВЕДЕНИЕ В НЕПАРАМЕТРИЧЕСКУЮ ГЕОСТАТИСТИКУ

8.1. Введение

Эта часть написана, как введение в возможно одно из будущих направлений развития геостатистики, в котором русские исследователи непараметрической статистики могут обеспечить серьезное продвижение вперед в теоретической и практической области. Это отличает ее от остальных разделов книги, где описываются широко распространенные и известные методы. Цель данного раздела - дать специалистам - геологам и горнякам (знакомым с компьютерами) достаточно информации для того, чтобы они смогли использовать изложенные здесь подходы для составления компьютерных программ, способных решать описанные ниже задачи.

Теоретическая основа линейного кригинга - предположение о нормальном (гауссовом) распределении ошибок относительно среднего значения. Хотя это предположение само по себе не требует нормального распределения исходных данных, но является необычным явлением для явно несимметричных распределений, которые характерны для большинства реальных геологических наборов данных.

Линейный кригинг и производные от него методы как правило "требуют" стационарности исходных данных. Это означает, что данные в исследуемом месте имеют те же свойства, что и во всех остальных местах моделируемой зоны. Это ограничение часто не является существенным для зон, где изменчивость не слишком большая, но оно должно обязательно учитываться там, где имеются зоны высокой концентрации ценных компонентов. Это является серьезной и хорошо известной проблемой при оконтуривании рудных тел и оценки содержаний и тоннажа. Кригинг в этой ситуации будет переоценивать тоннаж и недооценивать содержание.

Безусловная несмещенная природа линейного кригинга будет конечно гарантировать, что даже в этих условиях глобальное среднее содержание должно быть корректным. Однако даже это обстоятельство не должно быть утешением для горного инженера, проектирующего горные работы, при выборе блоков, подлежащих отработке и имеющих содержание выше бортового. Другими словами, отрицательная ошибка в оценке (т.е. недооценка фактических содержаний) не будет иметь серьезных последствий, в отличие от положительной ошибки, когда переоценивается содержание оцениваемой руды и экономические последствия горных работ могут быть непредсказуемы.

Эффект от этих 2-х типов ошибок неодинаков и, следовательно, метод несмещенной оценки - необязательно лучший для анализа; часто его предпочитают, т.к. он позволяет получить (conservative) скрытое смещение, когда занижается значение экстремальных членов массива данных (обычно - высоких содержаний) и делается хорошая оценка величин, близких к среднему значению выборки.

8.2. Путь к решению проблемы

В последнее время появилось много альтернативных методов оценки, которые разработаны на основе линейного кригинга. Часто они имеют названия, не всегда понятные горным специалистам, поскольку были разработаны математиками - теоретиками Матероновской школы. Некоторые из них уже не употребляются или дискредитировали себя, в то время как другие методы успешно развиваются отдельными исследователями. При этом, как правило, стараются обойти достаточно суровые ограничения линейного кригинга.

Универсальный кригинг появился как попытка решения проблем стационарности. Он объединяет уравнение линейного кригинга с уравнением полиномиального тренда поверхности, что приводит к эффекту относительно простого сглаживания различий в

значениях рядом расположенных оцениваемых величин. К несчастью здесь встретились две серьезные проблемы.

Когда появился универсальный кригинг, анализ поверхности методом полиномиального тренда уже практически не использовался на практике за исключением простых случаев из области структурной геологии в нефтяной промышленности. Это стало следствием того, что уравнения тренда не давали достаточной гибкости для моделирования реальной геологической ситуации при низких степенях полиномов и становились сильно неустойчивыми при высоких степенях.

Вторая проблема - более серьезная. Увеличение степени полинома приводило к некорректности вариограммной модели, рассчитанной для плоского случая. Перерасчет вариограммы для новых условий и использование ее в расчете тренда снова делало ее некорректной и т.д. Эта процедура требовала длительной интерактивной настройки сходимости полученного уравнения тренд-поверхности и вариограммной модели.

Дизъюнктивный кригинг является достаточно сложным методом, который разрабатывался для оценки в условиях локальных негауссовых распределений переменных. Он не помогал в решении проблем нестационарности (во всяком случае не более чем универсальный кригинг решал проблемы негауссовых распределений). Цель дизъюнктивного кригинга - оценить местное распределение с соответствующими параметрами: средним, дисперсией и т.п., Этот метод никогда не вызывал широкого признания и сейчас редко используется из-за своей сложности в понимании и практическом применении.

Индикаторный кригинг

Этот метод был разработан А. Жорнелем в Станфордском университете (США). Его цель - работа с негауссовыми распределениями, т.е. он может действительно оперировать с любыми распределениями. Однако, он не решает проблем нестационарности.

Принцип этого метода заключается в следующем. Зная бортовое содержание, он оценивает вероятность того, что руда оцениваемого блока имеет среднее содержание ниже бортового. Массив исходных данных преобразуется в множество значений: 0 и 1 в зависимости от того, выше или ниже бортового реальное содержание. Далее для этого нового массива рассчитывается вариограмма и выполняется процесс линейного кригинга, который будет выдавать оценки, лежащие в интервале 0-1. Эти оценки могут быть интерпретированы как значения вероятности того, что среднее содержание оцениваемого блока - ниже бортового. Основное преимущество индикаторного кригинга в том, что распределение реальных данных предварительно превращается в простое дискретное распределение с известными свойствами. Конечно, и в этом случае необходимо предварительно рассчитать вариограммную модель для индикаторных величин.

Естественно, что много информации теряется при получении индикаторной кригинговой оценки, которая позволяет лишь судить, находится ли оцениваемый параметр данного блока выше или ниже единственного заданного значения бортового содержания. Чтобы получить реальные оценки переменной, необходимо выполнить расчеты для достаточно большого количества вариантов бортовых содержаний и располагать оценками параметров локального распределения. А это в свою очередь требует предварительного расчета и интерпретации большого числа вариограмм. При некоторых обстоятельствах в процессе интерпретации вариограмм могут получаться бессмысленные результаты, например при более высоком "борте" количество некондиционных блоков может оказаться меньше, чем при меньшем бортовом содержании и т.п.

Индикаторный кригинг имеет и более серьезные проблемы. Поскольку индикаторы имеют значения только 0 и 1, поэтому они имеют дискретное распределение вероятности, а методология кригинга требует непрерывного распределения (и более того, распределения с определенными свойствами). Таким образом, правомерность использования индикаторного кригинга находится под большим вопросом.

Бескригинговые методы

С появлением теории пространственных переменных и ее практических приложений в виде вариограммного анализа и кригинга другие методы моделирования запасов полезных ископаемых стали немодными. Тем не менее, некоторые не-геостатистические методы давали отличные результаты, несмотря на кажущееся несовершенство теории и в ряде случаев - на явное получение ими смещенных оценок.

Простейшие из этих методов используют элементарные геометрические построения. Один из них работает с сетью треугольников, соединяющих двухмерное множество точек данных (например - пересечения скважинами пласта или жилы), с помощью которых (приведением задачи к плоскому виду) рассчитывается объем руды и содержание в ней полезных компонентов. Другой метод создает многоугольники вокруг каждой точки данных и просто экстраполирует значение переменной в точке на всю окрестность. Оба эти метода слишком чувствительны к распределению точек исходных данных, а получаемые с помощью них результаты имеют смещение и отличаются в худшую сторону от соответствующих геостатистических методов.

Более развитые методы, получившие широкое распространение с появлением компьютеров, обычно включают в себя тренд-анализ, который стал стандартным приемом для моделирования простых геологических структур (с помощью несложных математических функций) в нефтяной геологии.

Моделирование методом скользящего среднего стало стандартным методом оценки запасов руды в разведочной геологии. Линейный кригинг является особым случаем этого метода.

8.3. Непараметрическая геостатистика

Поскольку Теория Пространственных Переменных развивалась в контексте (по правилам) параметрической статистики, то она требует особых свойств популяций, к которым она применяется. Главное требование - нормальное распределение исходных данных (или хотя бы нормальное распределение значения ошибки) и стационарность. Эти требования распространяются на все области рассматриваемого пространства. Существует и третье, менее известное требование - все рассматриваемые переменные должны быть аддитивными, т.е. теория пространственных переменных и производные из нее методы действительны только для тех переменных, для которых простое алгебраическое сложение является допустимой операцией. Это требование исключает использование многих геофизических переменных, полученных в полевых условиях, и таких производных параметров, как пористость и проницаемость, а также отношения (например Cu/Zn). и геохимические концентрации или содержания минералов без связи последних с массой образца или оцениваемого блока.

Модифицированные геостатистические технологии, изобретенные с целью обойти требования нормального распределения и стационарности (Табл. 8.1.), на самом деле не действуют в этих ситуациях. Они иногда дают хорошие результаты, когда одно требование (из перечисленных выше) нарушается, в то время как другое - соблюдено. Если не соблюдаются оба требования, то геостатистика здесь бессильна.

Табл. 8.1. Условия использования различных видов Кригинга для оценки запасов.

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ				
Сложное	Дизъюнктивный Кригинг	?	?	?
Простое, известное, например-логнормальное	Логнормальный Кригинг	?	?	?
Нормальное	Линейный Кригинг	Универсальный Кригинг	Обобщенная ковариация	?
СТАЦИОНАРНОСТЬ:	Стационарность	Простой тренд	Местные тренды	Сильная анизотропия

Другая проблема имеет отношение к используемым масштабам измерений. Геостатистика Криге и Матерона тесно связана с обычной параметрической статистикой и требует непрерывных поинтервальных измерений. Геостатистика не может корректно обрабатывать последовательные (ранжированные) измерения, т.к. концепция дисперсии является центральной в этой теории, а многовариантная дисперсия не может быть рассчитана по ранжированным значениям. Далее появляется следующая проблема: даже, если основное множество данных существует в виде поинтервальных измерений, а некоторые значения записаны в виде: "ниже установленной границы" или "следы", то последние не являются представителями действительных значений переменной в нормальном масштабе измерений (Рис. 8.1), а следовательно в итоге будет получено урезанное распределение. В настоящее время имеется несколько новых методов, которые могут быть использованы для оценки или интерполяции поверхностей по пространственно распределенным данным без строгого соблюдения описанных выше ограничений, характерных для стандартных геостатистических методов. Они имеют прочное теоретическое обоснование и свободны от серьезных недостатков методов, используемых до появления геостатистики.

Во многих непараметрических методах первым шагом является преобразование исходных данных в ранги, т.е. превращение интервального представления данных в порядковый. Принципиальное преимущество этой процедуры заключается в том, что здесь происходит автоматическое преобразование любого исходного распределения в простое однородное распределение с хорошо известными и изученными свойствами. Оценкой центра полученного распределения теперь будет медиана - т.е. величина, которая делит распределение на 2 равные части. Там, где исходное распределение было нормальным, медиана и среднее значение будут совпадать, но медиана в этом случае будет менее эффективна в качестве оценщика, т.к. информация частично теряется при переходе от интервального к ранжированному представлению исходных данных. Однако, для многих других распределений медиана является лучшим оценщиком чем среднее значение в том смысле, что она более надежна и нечувствительна к экстремальным значениям, которые могут быть причиной неприятных неожиданностей при оценке, особенно в случаях сильно скошенных распределений, обычных для качественных параметров руд месторождений черных металлов.

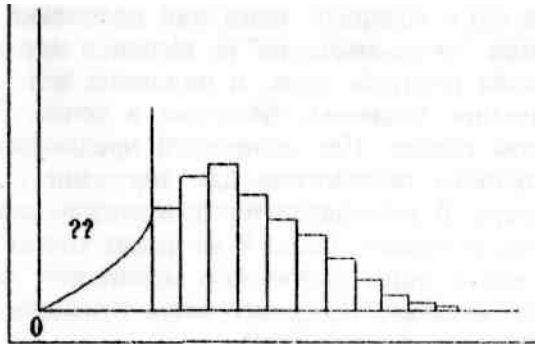


Рис. 8.1. Распределение, имеющее неопределенный участок

И среднее и медиана имеют несколько "превосходных" статистических особенностей, которые не зависят от распределения; однако, специалисты связывают их прежде всего со средним, т.к. имеют дело чаще всего с этим параметром, а не с медианой. Наиболее важное свойство и среднего и медианы (с точки зрения процедуры оценивания) заключается в минимизации ошибки. Среднее значение минимизирует сумму квадратов отклонений, а медиана сумму абсолютных отклонений. Поскольку здесь применяется прерывистая функция, подразумеваемая использованием абсолютных величин, то математические выводы статистических методов, основанных на медиане, достаточно сложные.

Но, поскольку на медиане не отражается воздействие экстремальных величин и небольших примесей высоких и низких значений, которые неизвестны с большой достоверностью (например, значения - ниже заданной величины), она может быть использована в ситуациях, которые делают неразумным или невозможным расчет среднего значения.

Методология, вводимая нами здесь не основана на каких-либо предварительных предположениях относительно формы распределения или стационарности данных и даже не требует полного множества интервальных данных. Она основана на первых принципах (законах) теории вероятностей и применяется в условиях, где наиболее приемлема непараметрическая статистика.

Предположим вначале одномерное множество данных, например -геологический или геофизический профиль (Рис. 8.2). Полагая, что данные распределены равномерно в окне шириной 2τ , а функция "точка-значение" имеет монотонный характер, найдем среднюю точку P окна, которая будет являться медианой. Если рассчитать в данном случае среднее значение, то оно в большинстве случаев не будет соответствовать действительному значению в точке P . Однако, мы можем встретить проблему даже в этом простейшем случае. Она появляется, когда окно содержит один или несколько пиков (впадин) (Рис.8.3), а функция "точка-значение" не является монотонной.

Хотя P остается центром окна, и половина величин наблюдений лежит выше значения медианы, значение в точке P - не является медианой в данном случае. Нет оснований предполагать, что среднее является более лучшим оценщиком для значения в точке P , чем в предыдущем примере. В действительности в данном случае им является квантиль Q . Теперь возможно (если P не лежит точно на вершине или впадине) задать новое окно достаточно маленькое, чтобы убедиться, что P соответствует медиане. Для этого часть функции с P , вошедшая в новое окно, должна быть монотонной.

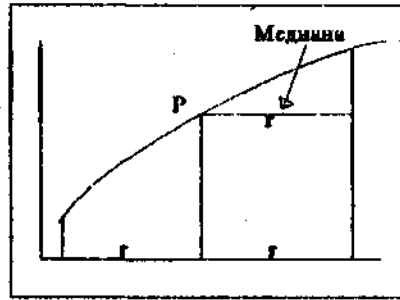


Рис. 8.2. Центральная точка монотонной кривой является медианой величин внутри рассматриваемого окна

Естественно, что эта операция уменьшает количество используемых данных и, следовательно, увеличивает величину возможной ошибки, поэтому может быть в данном случае лучше оценить значение Q . Эта проблема может быть значительно более серьезной в случае двух или трехмерных массивов данных.

Для примера, в двухмерном пространстве (Рис. 8.4) оказывается, что медиана может быть удовлетворительной для какого-то одного одномерного подмножества данных в одном из направлений (сечение 1), и не соответствует другим направлениям (например - сечение 2). Для 2-х мерного пространства данных наиболее подходящим окном является окружность с центром в точке P . Из рисунка 8.5. видно, что значение в точке P в общем случае не лучшим образом оценивается с помощью медианы значений, расположенных внутри окружности, т.к. площади значений выше и ниже значения в точке P (или соответствующие значения равномерно распределенных точек данных) обычно не равны. Здесь также выходом является оценивание с помощью квантиля Q , и в этом случае определяется часть площади внутри окна со значениями меньшими, чем значение в точке P ?

Возможным подходом к оценке Q является проверка (топологическая) окрестности P и обнаружение тех частей внутри окружности (или сферы) вокруг P , в которых значения увеличиваются или уменьшаются по мере удаления от P . Это иллюстрируется на Рис.8.6, на котором проверены 8 направлений, из них в 4 значения уменьшаются в направлении от точки P , поэтому можно оценить Q как 7/12

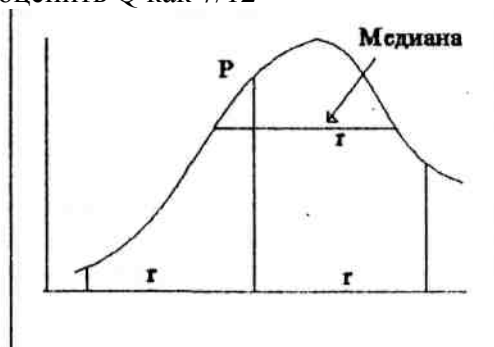


Рис. 8.3. При наличии в окне пика или впадины центральная точка окна не является медианой

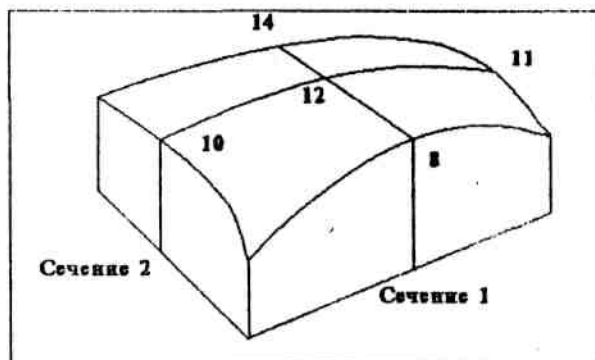


Рис. 8.4. Данные в двумерном пространстве

Имеется серьезная проблема в практическом использовании этих принципов. Естественно, что значение в точке P неизвестно и является целью нашей оценки, а определить увеличиваются или уменьшаются значения при удалении от P очень трудно. Однако, для этого существует возможный статистический подход. Если все наблюдения ранжировать в соответствии с их расстоянием от P , то можно рассчитать непараметрический коэффициент корреляции между этим расстоянием и значениями величин. С этой целью наиболее удобно использовать коэффициент корреляции Кендалла. Каждая пара наблюдений при этом сравнивается, и в случае, если обе переменные (в данном случае переменные расстояния точки от центра и значения величины в данной точке) или увеличиваются или уменьшаются, то к суммирующей переменной прибавляется единица. Если одна переменная возрастает, а другая уменьшается, то суммирующая переменная (аккумулятор) уменьшается на 1. В конце расчетов аккумулятор делится на число таких сравнений $n(n-1)/2$, чтобы в итоге получился результирующий коэффициент корреляции T , находящийся в интервале от -1 до $+1$.

Таким образом, для данного примера, если значения постоянно возрастают при увеличении расстояния от P , то мы получим положительный коэффициент T , а в случае уменьшения значений - отрицательный. Величина T может быть использована как оценщик для

Q . Поскольку значение Q может находиться в интервале от 0 до 1 , то связь между этими параметрами можно выразить следующим уравнением

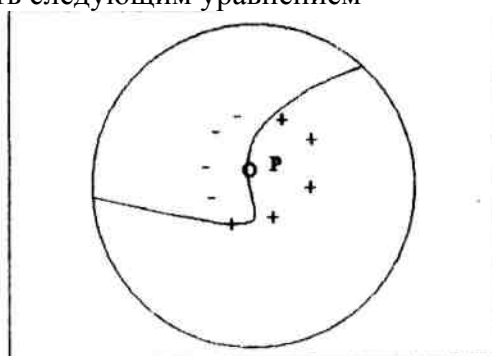


Рис. 8.5. Для двумерного пространства медиана не всегда лучший оценщик для величины P .

$$Q = 0.5 (1-T),$$

где высокие значения T вызывают низкие значения Q , отражая ту ситуацию, при которой T находится на впадине среди низких значений величин.

До сих пор рассматривался случай, когда точки данных лежали внутри ограниченной окрестности P , но ее размер не был определен, а все точки наблюдений имели одинаковые веса. Можно принять произвольное решение о включении или исключении из рассматриваемого множества наблюдений, расположенных на границе

выбранной окрестности. На практике, чтобы избежать нереальных "скачков" оцениваемых значений при переходе от одной точки к следующей, лучше все же использовать некоторый набор правил для определения окрестности.

В самом деле, эта идея идет следом за концепцией интервала расстояния ('range'), который широко используется при построении и моделировании вариограмм в классической геостатистике: с увеличением расстояния от Р вероятность наблюдений, лежащих внутри окрестности Р уменьшается, а за пределами определенного расстояния от Р можно с уверенностью полагать, что встретившиеся здесь наблюдения лежат ' за границами окрестности Р. В непараметрической геостатистике отсутствуют предположения об однородности рассматриваемой структуры или о том, что полученная вариограмма остается постоянной для любых расстояний. Таким образом, график вариограммы не может быть использован для оценки вероятности принадлежности к окрестности Р. Оставшаяся альтернатива - использовать некоторый стандартный алгоритм, основанный чисто на расстояниях и отсутствии каких-то особенных структурных связей. Простейшая подходящая функция - метод обратных расстояний, имеет достоинство в том, что она уже с успехом широко применяется в интерполяционных расчетах. Теперь ближайшая точка к Р будет находится обязательно внутри окрестности Р, можно следовательно выполнить любую ее оценку и ей должен быть присвоен вес =1. Однако, ее расстояние не может быть выражено непосредственным измерением от точки Р. Оно, более того, должно определяться по функции, вычисляющей взвешенное расстояние:

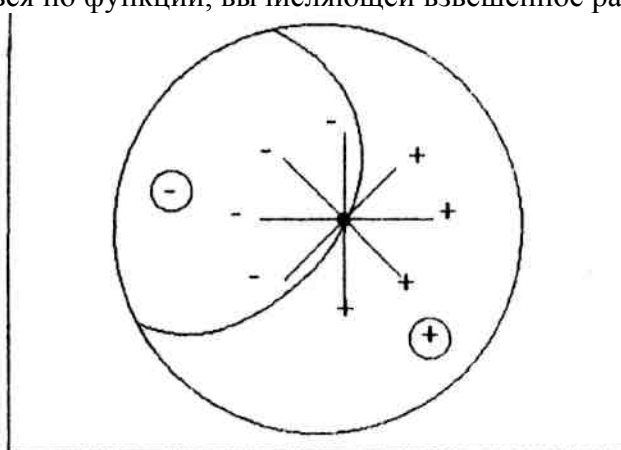


Рис.8.6. Оценивание районов распространения величин, больших или меньших чем Р.

$$w(d) = (d_{\min} / d)^n, \quad (8.2)$$

где n - показатель степени, используемый для расстояний в расчетах, должен быть равным для двух или трехмерных пространств по крайней мере 2.

Однако, это не только проблема взвешивания. Рассмотрим эффект группы близко расположенных наблюдений по сравнению с одним изолированным наблюдением на таком же расстоянии от Р. Очевидно, что информация, вносимая группой в оценку значения в точке Р, не будет слишком большой по сравнению с информацией от одного изолированного наблюдения. В этом случае необходимо вводить в расчет весовых коэффициентов специальные факторы, компенсирующие воздействие группы данных на величину оценки. В кригинге факторы взвешивания рассчитываются с учетом расстояний, и эффект кластеров (групп данных) не учитывается, поэтому отдельный расчет повторяется для каждой оцениваемой точки.

Однако, кластеризация это чисто геометрическая проблема стратегии опробования, и она должна учитываться при расчете множества весов один раз (при проектировании разведочной сети). Каждая точка данных должна быть отдельно проверена, и "кластерный вес", присвоенный ей, зависит от степени кластеризации данных в ее окрестности. Степень

кластеризации может быть определена более или менее точно, как максимальное положительное отклонение от однородного распределения точек данных в n-мерном пространстве вокруг оцениваемой точки.

Хорошо известный непараметрический тест для отклонения от идеального распределения - это тест Колмогорова-Смирнова. Принцип этой проверки заключается в сравнении 2-х кумулятивных кривых частот, одна из которых может быть "идеальной" кривой, а вторая - кривой реального множества наблюдений. Чтобы получить идеальную кривую для данного случая, предположим окрестность с центром в данной точке и N наблюдений, неравномерно размещенных в данной окрестности. На нулевом расстоянии обе кумулятивные кривые будут совпадать со значением 1/N.

Идеальная кривая (для кумулятивного числа точек данных, лежащих ближе к P, вычерченных на графике в зависимости от расстояния) будет в данном случае прямой линией - для одномерных данных, параболой - для 2-х мерных и кубической кривой - для 3-х мерных. Вычерченная кривая реальных наблюдений будет выглядеть зигзагообразной линией, пересекающей идеальную кривую.

Если реальная кривая расположена выше идеальной, то предполагается некоторое количество кластеров. Степень кластеризации может быть выражена максимальным положительным отклонением между указанными кривыми. Однако, в связи с тем, что степень кластеризации для больших расстояний между точками данных не очень важна, то максимальное отношение 2-х кривых чаще используется на практике. Таким образом, кластерный вес определяется по формуле

$$w(c) = 1 / \sup(d/d^*), \quad (8.3)$$

где величина $w(c)$ может принимать значения в интервале от 0 до 1.

Таким образом, при интерполяции' каждой точки каждому наблюдению приписывается фактор взвешивания, который является производным от $w(d)$ и $w(c)$; вместо единственного коэффициента корреляции Кедалла, используемого для оценки квантиля Q, рассчитывается взвешенный вариант со взвешиванием каждого сравнения, являющимся производным от весов двух сравниваемых наблюдений.

8.4. Пример: Моделирование железорудного месторождения

Одним из наиболее распространенных направлений использования геостатистики является оценка рудных запасов. Эти задачи требуют использования возможно более эффективных методов, дающих наиболее точные и несмещенные оценки, т.к. для большинства месторождений ошибки в предсказании качества руды ведут к серьезным экономическим проблемам в будущем. Последние 20 лет почти повсеместно для решения оценочных задач применялись (с переменным успехом) геостатистические методы Криге и Матерона. Они в то же время были удобным эталоном для сравнения с новыми появляющимися методами оценки запасов. В идеальных обстоятельствах геостатистика дает оптимальные и несмещенные оценки.

И.Кларк (1979) иллюстрировала использование условного линейного кригинга на модели железорудного месторождения, представляющего собой квадрат со стороной 400 м, опробованный 50 неравномерно размещенными образцами. Район был поделен на 64 блока размерами 50 x 50 м, для каждого из которых линейным блочным кригингом была рассчитана оценка содержания. После этого оценки сравнивались с реальными средними содержаниями в блоках. Для этих же исходных данных была использована непараметрическая геостатистика, а полученные результаты сравнены с оценками кригинга в Таблице 8.2. Оказалось, что эффективность непараметрических

Метод оценки	Сумма квадратов отклонений	Сумма абсолютных отклонений	Алгебраическая сумма отклонений (смещение)
Кригинг	755.32	161	82
Взвешенная медиана (точечная оценка)	828.75	180.56	75.98
Непараметрическая смешанная точечная оценка	947.37	195.75	70.25
Взвешенная медиана (девять точек на блок)	754.55	167.04	71.49

Табл. 8.2. Отклонения оценок от известных фактических значений для моделируемого множества данных

Геостатистические методы, оперирующие с любыми распределениями, рассмотренные в этом разделе, вполне соизмеримы с кригингом в качестве оценивания, что видно из приведенного выше маленького примера. Более того, их надежность дает возможность получить достоверную оценку там, где Теория Пространственных Переменных не может дать гарантию успеха.

Эти результаты получены, когда развитие таких непараметрических методов находится лишь на начальной стадии. Можно ожидать значительного уточнения и улучшения данных методов, особенно процедуры взвешивания по расстояниям. Развитие непараметрических эквивалентов - вариограмм для структурного анализа может дать некоторый положительный эффект, но эти методы вероятно дадут отдачу в случаях, когда имеется некоторая местная стационарность и, следовательно, - определенная упорядоченная структура анализируемых данных.

Возможно, что подход "последовательных разностей" (successive difference approach), который поддерживает Де Вийс, будет хорошо совмещаться с непараметрическими методами оценки с построением "девиограмм" или "мадограмм", рассчитываемых по абсолютным значениям различий (разностей), в то время, как вариограмма использует квадраты разностей. Хотя построить новую теоретическую основу для такого метода достаточно сложно, но подход последовательных разностей, похожий на непараметрические оценочные методы, несомненно легче в понимании и использовании геологами и горняками.

Непараметрическая или независимая от типа распределения технология (когда она будет достаточно развита) будет в общем работать быстрее (и естественно - дешевле) чем сопоставимые параметрические методы с гораздо меньшим количеством различных ограничений. Однако, положение непараметрической геостатистики в данный момент похоже на положение, которое занимала параметрическая геостатистика в конце 1950 годов и начале 1960-х, когда доступные методы были примитивны и ограничены по сравнению с другими, которые сегодня уже практически не применяются из-за их явной отсталости.

8.5. Развитие непараметрических методов

На наш взгляд выше была приведена достаточная информация для компетентного программиста, чтобы он смог составить свои собственные алгоритмы для непараметрических программ, используя при необходимости стандартные статистические процедуры, такие как вычисление медианы, корреляционных коэффициентов Кендалла и т.п. Полный набор программ непараметрических методов содержится в соответствующем

модуле интегрированной системы Датамайн, а тексты этих программ, написанные на Фортране, могут быть получены от авторов.

Эти методы испытывались и сравнивались с линейной геостатистикой на нескольких достаточно простых примерах, в результате чего получены вполне сопоставимые результаты. Они также применялись для оценки запасов месторождения серебра в Чили, где из-за сильно скошенного распределения исходных данных применение линейной геостатистики было некорректным.

С помощью непараметрических методов можно избежать серьезных теоретических проблем индикаторного кригинга, а также -многих практических трудностей при использовании линейного кригинга. Естественно, что сегодня есть много вопросов по теории и практическому использованию семейства этих новых методов, в особенности по количеству рассмотренных выше вариантов, но сегодня не существует критерия для выбора лучшего варианта при тех или иных обстоятельствах.

Кроме того, по мере развития геостатистики выполнено много работ, связанных с понятием "непараметрическая геостатистика". Хотя такие новые методы связаны прежде всего с разработкой новых видов кригинга и улучшают свойства как линейного так и индикаторного кригинга, они остаются, к несчастью, на прежних теоретических позициях, и, следовательно, их применение ограничивается указанными выше положениями Теории Пространственных Переменных. Скорее всего разработка новых теоретически обоснованных и надежных оценочных методов возможна при слиянии идей классической геостатистики и тех "настоящих" непараметрических приемов, которые описаны выше.

8.6. Литература

- Clark, I. 1979. Practical geostatistics, Applied Science Publishers, London
Henley, S. 1981. Nonparametric geostatistics, Applied Science Publishers, London.

Глава 9. РЕШЕНИЕ ГОРНЫХ И ГЕОЛОГИЧЕСКИХ ЗАДАЧ С ПОМОЩЬЮ ГЕОСТАТИСТИКИ

9.1. Расчет изменчивости качества руды в массиве и рудопотоке

Работа выполнена на данных АО "Апатит". Объединение включает в себя 5 рудников (в т.ч. 3 подземных) и 2 обогатительные фабрики. Руда поставляется на переработку железнодорожными составами. Информация о подборе вариограммной модели для массива месторождения Кукисвумчорр содержится в разделе 4.4. Оценка изменчивости производилась по показателям содержания в руде P205 и AL203.

Изменчивость руды в массиве

Оценка дисперсии изменчивости руды в массиве месторождения выполнена стандартным геостатистическим методом с помощью уравнения Криге и функции F (см. главу 3). Дисперсия объемов v_i в большом объеме V рассчитывалась по пространственной модели вариограммы массива, (см. раздел 4.4.), с помощью которой для заданной формы, размеров и ориентации блока v_i и объема V определялись их функции: $F(v_i)$ и $F(V)$. Эти функции являются средними значениями вариограммы для всех точек указанных объемов. Дисперсия исследуемого показателя качества массива в объемах v_i внутри объема V равна

$$D = F(V) - F(v_i). \quad (9.1)$$

Для расчетов дисперсии D применялась программа FFUNC системы Датамайн и следующие размеры блоков:

- V (тоннаж руды в средней секции очистного блока) = $150 \times 15 \times 70$ м (или $X * Y * Z$)
 2.88 т/куб.м. = 453.6 тыс. тн

- $v_i = 10 \times 10 \times 1$ м, $10 \times 10 \times 2.5$ м, $10 \times 10 \times 5$ м, $10 \times 10 \times 10$ м, $10 \times 10 \times 20$ м, $10 \times 10 \times 50$ м, $10 \times 10 \times 70$ м, $20 \times 10 \times 70$ м, $40 \times 10 \times 70$ м, $80 \times 10 \times 70$ м, соответственно умноженные на плотность.

Вид полученной зависимости дисперсии от объема порции руды показан на рис. 9.1., а рассчитанные параметры приведены в таблице 9.1.



Рис.9.1.

В таблице 9.1. приведены размеры блоков v_i по осям координат, значение функции F для каждого показателя качества, соответствующие дисперсии и стандартные отклонения (СКО).

Из таблицы и рисунка становится ясно, что изменчивость руды в массиве достаточно высокая, особенно по показателю P205.

Изменяя размещение секций очистных блоков в пространстве, их размеры, форму и ориентацию в пространстве, можно с помощью этих расчетов выбрать такой вариант, который позволит существенно снизить изменчивость свойств выпускаемой руды. При этом естественно должна учитываться и технология выпуска руды из секций блоков.

Таблица 9.1. Расчет изменчивости качества руды в массиве

X,м	Y,м	Z,м	FFUN P2O5	FFUN AL2O3	ОБЪЕМ, ТЫС.ТН	ДИСП. P2O5	ДИСП. AL2O3	СКО, P2O5	СКО, AL2O3
10	10	1	6.2	18.3	0.29	23.18	7.07	4.81	2.66
10	10	2.5	6.25	18.73	0.72	22.75	7.01	4.77	2.65
10	10	5	6.28	19.04	1.44	22.44	6.99	4.74	2.64
10	10	10	6.3	19.19	2.88	22.29	6.97	4.72	2.64
10	10	20	6.67	20.57	5.76	20.91	6.6	4.57	2.57
10	10	50	8.73	27.85	14.4	13.63	4.54	3.69	2.13
10	10	70	10.15	32.28	20.16	9.2	3.12	3.03	1.77
20	10	70	10.33	33.48	40.32	8	2.94	2.83	1.72
40	10	70	10.73	35.75	80.64	5.73	2.54	2.39	1.59
80	10	70	11.5	38.44	161.28	3.04	1.77	1.74	1.33
150	15	70	13.27	41.48	453.6	0	0	0	0

Исследование изменчивости руды в потоках

Для исследования были использованы следующие данные опробования рудопотоков, поступающих на Обогательную фабрику АНОФ-2 :

- непрерывное геофизическое опробование (гамма-гамма каротаж - ГГК) руды, поступающей на АНОФ-2;
- часовые (посоставные) порции;
- ежесуточные данные по рудникам и АНОФ-2 по данным ГГК и химанализам сливов классификаторов;
- 5-ти дневные данные по рудникам и АНОФ-2 (сливы).

Для каждого рудопотока рассчитывались статистические показатели, строилась гистограмма, определялись экспериментальные одномерные вариограммы, к которым подбирались соответствующие модели, и, наконец, рассчитывалась дисперсия изменчивости показателей P2O5 в зависимости от объема порции руды.

Посоставное (часовое) опробование

Используемый массив данных включал в себя 945 измерений содержания P2O5 в составах руды, поступающих на АНОФ-2 в течение октября - ноября 1994 г. Средний тоннаж руды одного состава принимался равным 2500 тн.

Гистограмма массива данных, приведенная на рис. 9.2., показывает хорошую аппроксимацию его с помощью нормального распределения. Вариограммы для посоставных проб (Рис. 9.3.) строились в одном направлении с лагом, равным тоннажу руды в одном составе.

На этом же рисунке показана подобранная к экспериментальной вариограмме 2-х структурная сферическая модель с параметрами:

$C_0=0.9, C_1=1.5, A_1=100, C_2=0.8, A_2=1500.$

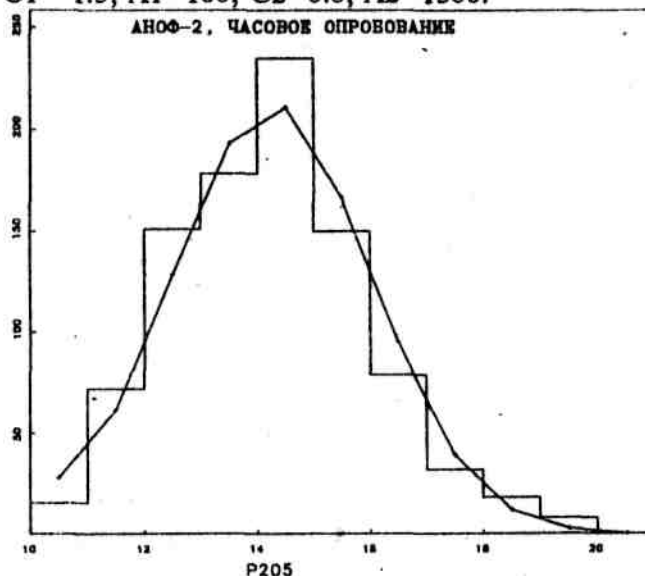


Рис.9.2. Гистограмма распределения посоставных проб АНОФ-2 в течение 2-х месяцев

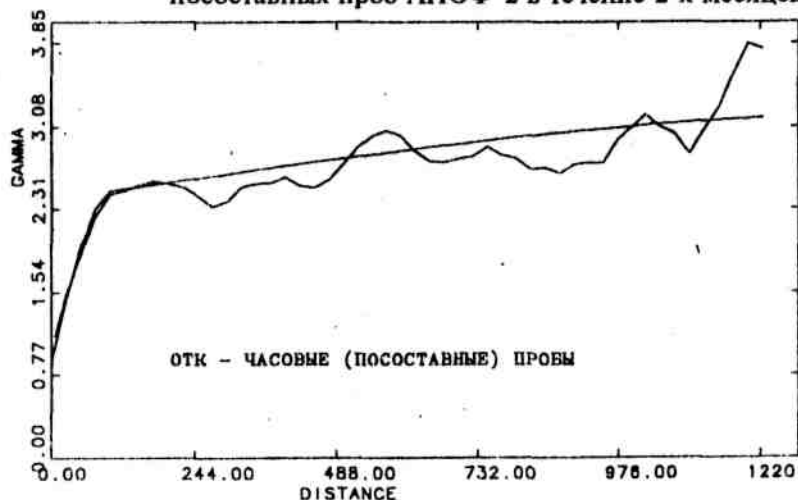


Рис.9.3. Вариограмма и модель по результатам посоставного опробования на АНОФ-2

На графике вариограммы по шкале X отложен тоннаж руды, поступающей на фабрику. Этот график свидетельствует о том, что в данном рудопотоке существует 2 структуры изменчивости: первая – наблюдается внутри порций объемом 100-120 тыс тн и отличается быстрым уменьшением корреляционной связи между показателями опробования с увеличением размера порции, а вторая - характеризуется относительно плавным снижением взаимного корреляционного влияния порций руды в интервале от 100 до 1500 тыс. тн.

Изменчивость качества руды в потоке изучалась с помощью функции F, рассчитываемой для одномерных отрезков, соответствующих 1, 5, 10, 50, 100, 200, 300, 500 и 1000 тыс.тн руды. Дисперсия определялась по формуле 2 для $V=1000$ и 300 тыс.тн. Второй объем выбран для последующего сопоставления соответствующих данных для массива и рудопотоков. Результаты вычислений приведены в таблице 9.2 и на рис. 9.4.

Табл.9.2. Результаты расчета изменчивости рудопотока по данным посоставного опробования руды.

ОБЪЕМ, ТЫС. ТН	FFUNC	ДИСП-1000	ДИСП-300	СКО-1000	СКО-300
1	0.92	1.49	1.19	1.22	1.09
5	0.94	1.47	1.16	1.21	1.08
10	0.98	1.43	1.13	1.2	1.06
50	1.27	1.13	0.83	1.07	0.91
100	1.59	0.82	0.52	0.9	0.72
200	1.94	0.46	0.16	0.68	0.4
300	2.1	0.3	0	0.55	0
500	2.27	0.14	0	0.37	0
1,000	2.41	0	0	0	0

Изменчивость руды в потоке По данным часового опробования на АНОФ

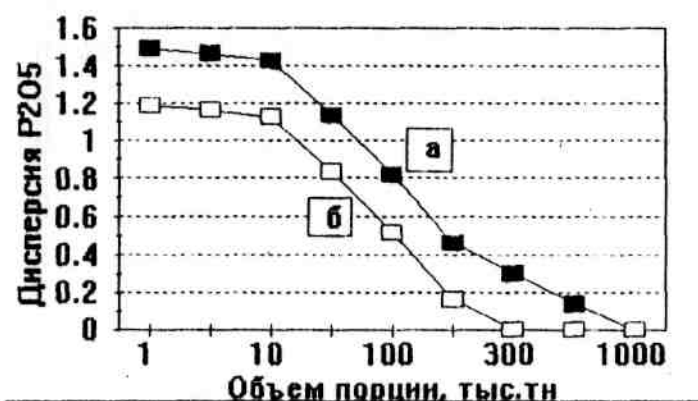


Рис. 9.4.

На этом и следующих рисунках буквами обозначены:

а - График для объема $V = 1000$ тыс. тн

б - То же для $V = 300$ тыс.тн. Для нормального функционирования обогатительного процесса дисперсия колебаний P205 в суточных порциях руды в течение месяца

не должна превышать 0.25 %%. Из рис. 9.4. видно, что это требование обеспечивается только для объемов 200 (для $V=300$ тыс.тн) - 400 тыс тн, что существенно превышает объемы суточных порций.

Суточное опробование

В этой части изучались данные суточного опробования руды на АНОФ -2 в течение 6.5 месяцев (с марта по октябрь 1994 г.). При этом анализ производился как по рудникам, так и в целом по АНОФ (по данным ГТК и сливов классификаторов).

Анализ распределений содержаний P205 в суточных порциях руды, поступающей на АНОФ-2, показал хорошее их соответствие классическим функциям нормального распределения. Это относится как к рудопотокам отдельных рудников, так и к суммарному потоку АНОФ.

На следующем этапе были рассчитаны экспериментальные вариограммы для всех видов суточного опробования на АНОФ-2. Вариограммы, полученные для суммарного рудопотока по данным ГТК и сливов классификаторов очень похожи (Рис. 9.5), но опробование на сливах (кривая с крестиками) указывает на большую изменчивость потока.

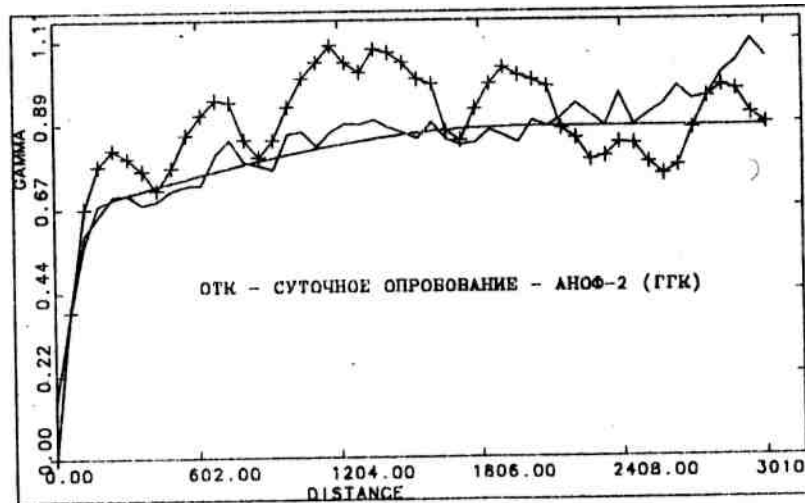


Рис. 9.5. Экспериментальные вариограммы и модель для суммарного рудопотока АНОФ-2

К этим вариограммам можно подобрать следующие 2-х структурные сферические модели (модель для ГТК показана на рисунке 9.5.) :

ГТК: $C_0=0.15$, $C_1=0.5$, $A_1=200$, $C_2=0.23$, $A_2=2000$;

СЛИВЫ: $C_0=0.1$, $C_1=0.6$, $A_1=150$, $C_2=0.24$, $A_2=2000$.

Вариограммы рудников, приведенные к одинаковым объемам руды сильно отличаются от суммарной вариограммы АНОФ (Рис.9.6)

На рисунке сверху вниз приведены вариограммы по Восточному, Юкспорскому, Расвумчоррскому, Центральному и Кукисвумчоррскому рудникам. Если же по оси X откладывать лаг в виде количества суток (а не тыс. тн, как на рис. 9.6), мы получим совсем другие и очень похожие вариограммы (Рис. 9.7)

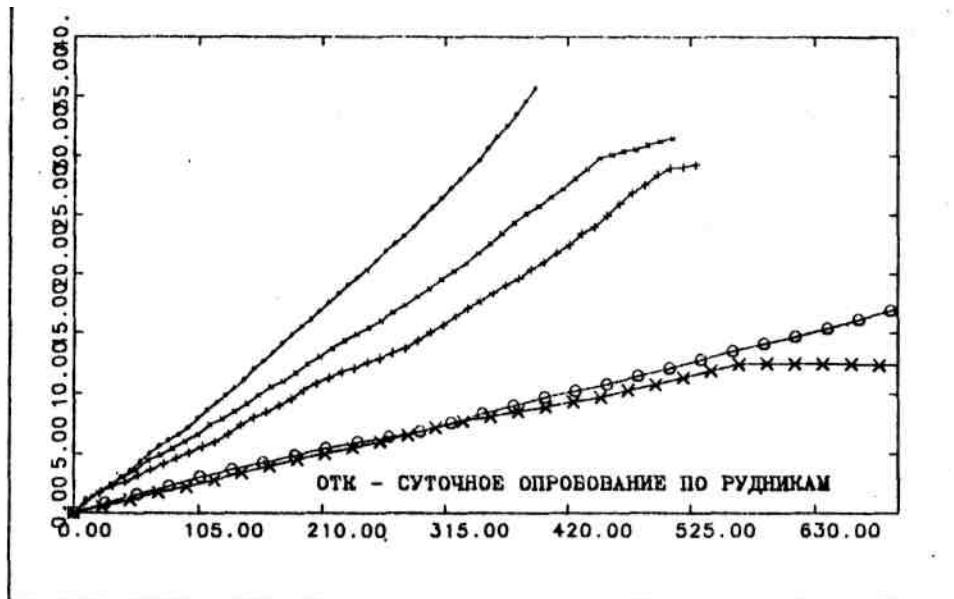


Рис. 9.6. Вариограммы рудничных потоков по данным суточного опробования (шкала X - тыс. тн)

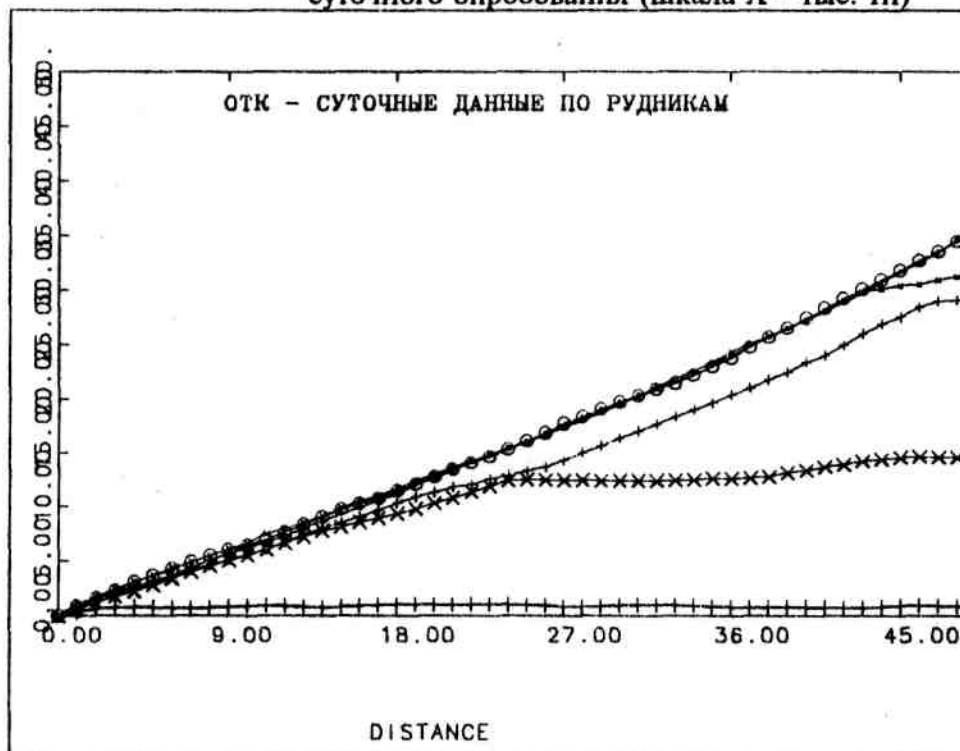


Рис. 9.7. Вариограммы рудничных потоков по данным суточного опробования (шкала X - число суток)

Из рисунка видно, что все рудники (за некоторым исключением Кукисвумчоррского) поставляют на переработку практически одинаковое по изменчивости (в суточном измерении) сырье.

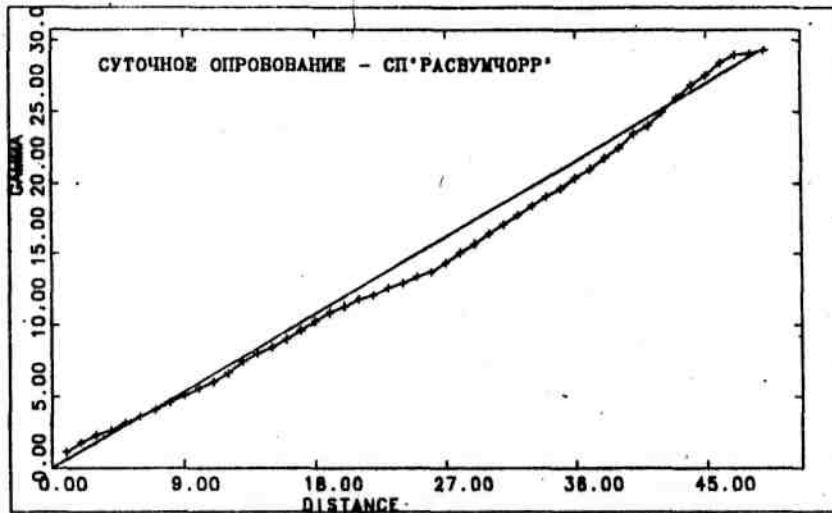


Рис. 9.8. Средняя вариограмма и модель для суточного опробования рудничного потока.

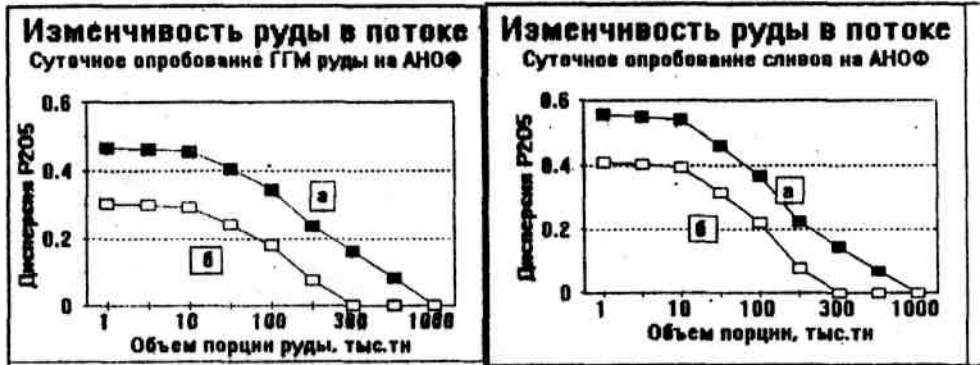


Рис. 9.9. Изменчивость руды в потоке по данным ГМК и химанализов

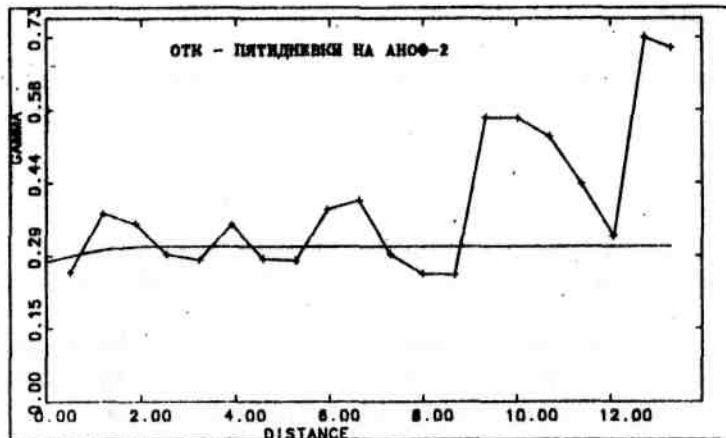


Рис. 9.10. Вариограмма и модель по данным 5-ти дневного опробования руды на АНОФ

Для характеристики изменчивости рудничного рудопотока был выбран поток СП "Расвумчорр", как примерно средний по всем параметрам. К экспериментальной вариограмме подобрана линейная модель (Рис. 9.8.) с уравнением:

$$\text{ГАММА} = 0.6 T, \text{ где } T - \text{тоннаж.}$$

Для всех полученных вариограммных моделей упомянутым выше методом были рассчитаны функции F и дисперсии содержания P205 в различных порциях руды для вариантов V=1000 и 300 тыс.тн. Результаты вычислений показаны на рис 9.9.

Недельное опробование

Результаты опробования по пятидневкам получены в ОТК АНОФ-2 и использованы для сопоставления с вышеприведенными данными.

Средняя вариограмма по фабрике показывает практически "чистый" эффект самородков (Рис.9.10.) и поэтому неприемлема для геостатистических расчетов.

Выполненные расчеты позволили рекомендовать руководству объединения ряд мер, которые позволят снизить изменчивость качества поставляемой на переработку руд.

9.2. ОПТИМИЗАЦИЯ РАЗВЕДКИ РУДНЫХ МЕСТОРОЖДЕНИЙ НА ОСНОВЕ УЧЕТА ГОРНОГО РИСКА ПРЕДСТОЯЩЕГО ОСВОЕНИЯ (на примере оловорудных месторождений).

9.2.1. Общие положения.

Оптимальная геологическая разведка является одним из наиболее важных условий максимального экономического эффекта их освоения. Этот эффект может быть выражен дисконтированной прибылью, которая применительно к рудным месторождениям, разрабатываемым подземным способом, описывается следующим выражением [1]:

$$P = (U \cdot Z / H) \cdot \{\exp[-H \cdot t_1(Z) / 3.14] \cdot [A \cdot B \cdot m(Y) - d] - b / (U \cdot Z)\} \cdot \{1 - \exp[-H \cdot X(Y) / U]\} - \exp[H \cdot t_1(Z) / 3.14] \cdot k_1(Z) - \exp[H \cdot t_2(Z) / 2] \cdot k_2(Z) \quad (9.2)$$

где Z - проектная годовая производительность предприятия по руде;

Y - минимальное промышленное содержание металла в руде;

$X(Y)$ и $m(Y)$ - запасы руды и среднее содержание металла в руде, соответственно, как функции кондиции Y ;

A - коэффициент извлечения металла в концентрат при обогащении;

H - Предельная себестоимость металла в концентрате;

B - норма дисконтирования (фактор времени); $t_1(Z)$ и $t_2(Z)$ - нормативная продолжительность строительства обогатительной фабрики и рудника, соответственно, как функции производительности Z ;

$k_1(Z)$ и $k_2(Z)$ - капитальные вложения в строительство обогатительной фабрики и рудника, соответственно, как функции производительности Z

U - параметр, выражающий среднее превышение фактической производительности предприятия над проектной величиной Z , d и b - коэффициенты уравнения $q = d + b/Z$, связывающего себестоимость добычи, транспортировки и переработки единицы количества руды (q) с производительностью предприятия (Z). Производительность Z и кондиция Y - управляемые параметры, выбираемые с целью максимизировать прибыль P , остальные - параметры состояния (характеристики месторождения). В терминах теории статистических решений максимальная прибыль выражает выигрыш, который может быть получен, если при освоении месторождения избрать оптимальные для этого условия, которые, прежде всего, определяются производительностью горнодобывающего предприятия и кондициями на качество руд (минимальным промышленным содержанием совокупного полезного ископаемого) при условии, что известны истинные значения параметров состояния. Ограничимся в дальнейшем изложении рассмотрением только двух параметров состояния: запасов руды и среднего содержания металла в руде как имеющих наибольшее непосредственное отношение к результатам разведки.

Истинные значения параметров состояния практически не могут быть найдены. Их оценки, получаемые после того или иного этапа разведки, являются случайными величинами, дисперсии которых могут быть определены применительно к типу месторождения и объему выполненных разведочных работ. Ограниченная точность оценок параметров состояния, которая может быть повышена при увеличении детальности

разведки, обуславливает неопределенность выбора оптимальных параметров освоения месторождения (Z и Y) и снижает величину ожидаемой прибыли. Это очевидно, так как отклонения оценок параметров состояния от их математических ожиданий приводит к выбору управляемых параметров, отличающихся от оптимальных. Это, в свою очередь, приводит к получению прибыли от освоения месторождения, отличающейся от максимальной, то есть, к недополучению прибыли. Разница между максимально возможной прибылью от освоения месторождения и прибылью, величина которой определяется выбираемыми неоптимальными управляемыми параметрами, представляет собой экономический риск (так называемый, горный риск), который можно сократить, снижая неопределенность параметров состояния и приближаясь в результате этого к оптимальным управляемым параметрам.

Нахождение риска возможно только косвенным путем, так как никогда не известны истинные значения управляемых параметров и, следовательно, не может быть вычислена максимальная прибыль от освоения месторождения. В работах [1,2] показано, что минимум ожидаемого риска (R) выражается следующим образом:

$$R = \sum_j W_j V_j \quad (9.3),$$

где W_j - дисперсия оценки j -го параметра состояния (определяемая методами геостатистики в соответствии с формулами 3.20 или 3.50);

V_j - весовая функция j -го параметра состояния, для вычисления которой, кроме значения самого параметра, необходимо найти первые производные управляемых параметров по этому параметру состояния и вторые производные прибыли по управляемым параметрам и j -му параметру состояния.

Степень точности оценок параметров состояния отражается в значениях соответствующих дисперсий W , а мера влияния точности этих оценок на величину экономического ущерба - значениями весовой функции V_j , которые зависят как от геологических параметров месторождения, так и от результатов его геолого-экономической оценки по имеющимся данным.

Ожидаемая прибыль от освоения месторождения равна прибыли, которая могла бы быть получена в условиях полной определенности информации о параметрах состояния, уменьшенной на величину риска R , а также - на величину предстоящих затрат на разведку C . Таким образом, суммарный эффект от разведки и промышленного освоения месторождения -

$$E = P - R - C \quad (9.4)$$

или с учетом продолжительности разведки и задержки ввода месторождения в промышленное освоение (в связи с затратами времени на проектирование и строительство горнорудного предприятия)

$$E = \exp(-H \cdot t_3) \cdot (P - R) - C \cdot [1 - \exp(-H \cdot t_3)] / (H \cdot t_3), \quad (9.5)$$

где t_3 - продолжительность разведки; остальные обозначения были даны раньше.

Необходимо отметить, что оценка суммарного эффекта от разведки и освоения месторождения в условиях фактической неопределенности параметров состояния в среднем является заниженной, поскольку оценка P статистически отклоняется от математического ожидания прибыли в сторону меньших значений. Математическое ожидание прибыли P - величина постоянная для данного месторождения. Фактическое же значение P (определяемое по результатам геолого-экономической оценки месторождения с использованием имеющихся данных) зависит как от объемов разведочных работ, так и их качества - при квалифицированном ведении работ P сокращается по мере увеличения их объемов. C - в еще большей степени зависит от продолжения разведки - эта зависимость выражается в прямом росте затрат по мере увеличения объема разведочных работ.

Оптимальные объемы разведки должны, очевидно, быть таковы, чтобы эффект E достигал максимума. Это значит, что оптимальные объемы разведочных работ I , (где i

указывает, какие виды работ осуществляются при разведке месторождения) должны служить решением системы уравнений:

$$\begin{cases} E'_{f_1} = -R'_{f_1} - C'_{f_1} = 0 \\ E'_{f_2} = -R'_{f_2} - C'_{f_2} = 0 \end{cases} \quad (9.6)$$

Найденные из системы уравнений значения объемов работ будут выражать экономически обоснованные оптимальные требования к степени разведанности месторождения, передаваемого в промышленное освоение. Решение вопроса о том, на каком этапе разведки ее следует прекратить и передать месторождение в промышленное освоение, носит

статистический характер, так как зависит от величины риска, определяемого с использованием геостатистических оценок параметров месторождения. Для нахождения R нужно знать дисперсий оценок (квадраты относительных погрешностей) соответствующих параметров состояния.

Одним из рассмотренных в [1] частных случаев обоснования оптимальной разведки является следующая распространенная на практике ситуация: жильное месторождение во всем своем объеме разведано сетью колонковых буровых скважин, а в верхней части - горными выработками. Запасы, разведанные горными выработками, подсчитываются в контурах, выделенных по минимальному промышленному содержанию; запасы, разведанные буровыми скважинами ниже горизонтов горных работ, подсчитываются с площадным коэффициентом рудоносности. Таким образом, система (9.6) оказывается представленной двумя уравнениями ($i = 1, 2$), то есть, оптимизируются объемы горных и буровых работ.

Квадраты относительных погрешностей параметров состояния запасов руды (X) и средних содержаний (t) выражаются в этом случае следующим образом:

$$\begin{aligned} W_x &= W_{x_1} + (1 - K)^2(W_{x_2} + W_{x_3}) \\ W_m &= W_{m_1} + (1 - K)^2(W_{m_2} + W_{m_3}), \end{aligned} \quad (9.7)$$

где W_{x_1} и W_{m_1} - квадраты относительных погрешностей запасов и среднего содержания по данным горных работ;

W_{x_2} и W_{m_2} квадраты относительных погрешностей соответствующих параметров по буровым скважинам в контуре горных работ;

W_{x_3} и W_{m_3} - квадраты относительных погрешностей этих параметров по буровым скважинам за пределами контура горных работ

($W_{x_3} = W_{l_3} + W_{s_3}$) - представляет собой композицию квадратов относительных погрешностей средней мощности и площади рудных тел месторождения в соответствующем контуре);

K - часть месторождения (доля объема), характеризуемая горными выработками

9.2.2. Объекты исследования.

Вопросы геолого-экономического обоснования оптимальных объемов и соотношения видов разведочных работ рассмотрены на примере двух оловорудных месторождений. Одно из них имеет следующие характеристики (по данным В.К Павлова [3]). Месторождение олова жильного типа представлено тремя крутопадающими рудными телами. Общая длина рудных тел составляет 1277 м; их площадь - 287664 кв.м; общие запасы руды - 720 т.т.; среднее содержание олова - 1.186%. Ниже приведены характеристики отдельных рудных тел.

Табл. 9.3. Характеристики рудных тел первого месторождения.

ПАРАМЕТРЫ	рудные тела:		
	1	2	3
длина (м): по простиранию	530	496	252
по падению	156	240	342
средняя мощность, м	1.29	1.33	0.62
среднее содержание олова, %	1.35	1.08	1.17
запасы: руды т.т	236	373	111
металла т	3191	4050	1297
коэффициенты вариации (%):			
мощности	41	75	57
содержаний	176	133	218

Расчет остальных средних характеристик месторождения выполнен взвешиванием на запасы руды и соответствующие дисперсии оценки; в результате получены следующие данные: коэффициент вариации содержания - 168%; средняя мощность - 1.015 м; коэффициент вариации мощности - 64%; средняя арифметическая относительная погрешность средней мощности в блоке размером 120*60 м при расстоянии между разведочными пересечениями 5м- 7.73%; средняя арифметическая относительная погрешность среднего содержания в тех же условиях - 20.7%.

При геолого-экономической оценке месторождения - определении оптимальных параметров его промышленного освоения в условиях имеющейся информации о параметрах состояния и при определении ожидаемой прибыли - использованы зависимости запасов руды и металла от бортового содержания по перечисленным рудным телам и экономические зависимости по месторождению, сходному с данным по масштабам оруденения и геологическим особенностям строения.

Табл. 9.4. Техничко-экономические показатели по вариантам освоения первого месторождения (здесь и далее все экономические показатели представлены в рублях, что соответствует условным единицам, не связанным с текущими валютными курсами).

ПОКАЗАТЕЛИ	Лимит контура (содержание в сквозном пересечении, %)			
	на массу	0.1	0.20	0.25
Запасы руды, т.т	720	564	526	495
Среднее содержание олова, %	1.18	1.51	1.61	1.69
Запасы олова, т	8538	8527	8463	8393
Коэффициент рудоносности	1	0.78	0.73	0.69
Производительность предприятия, т.т/год	112	93	82	74
Капитальные вложения в строительство предприятия, т.руб.	4850	4700	4570	4470
Извлечение олова в концентрат, %	77	78	78.5	79.3
Себестоимость: добычи 1 т руды, руб.	14.7	15.7	16.8	17.7
Себестоимость обогащения 1 т руды, руб.	4.6	4.9	5.2	5.6

Первое рудное тело разведано буровыми скважинами по сети 200*100 м; количество внутриконтурных скважин - 6; на отметке - 90 м был пройден горизонт горных выработок (с объемом проходки 310 п.м) с целью оконтуривания рудного тела, выяснения внутреннего строения, изучения изменчивости его форм, условий залегания, вещественного состава и т.д. Второе рудное тело разведано выработками на

поверхности, а на глубину - скважинами колонкового бурения по сети также 200*100 м. Всего по второму рудному телу пробурено 12 скважин; из них внутриконтурных - 8. Третье рудное тело изучено только с поверхности канавами и шурфами. Первоочередными для

освоения предполагаются верхние горизонты первого и второго рудных тел. Высота эксплуатационных этажей - 40-50 м; проектная производительность горнорудного предприятия по руде - 70 т.т/год; минимальный срок существования предприятия -10 лет; минимальное промышленное содержание олова в подсчетном блоке - 0.6%.

Второе месторождение представлено также тремя крутопадающими оловорудными телами; два из них расположены в одной жилой зоне с интервалом 400-500 м. Характеристики рудных тел второго месторождения приведены ниже

Табл. 9.5. Характеристики рудных тел второго месторождения

ПАРАМЕТРЫ	рудные тела: 1	2	3
Длина по простиранию, м	540	380	380
Длина по падению, м	360	400	300
Средняя мощность, м	6.9	12.6	6.8
Среднее содержание олова, %	0.52	0.65	0.51
Коэффициент рудоносности	1.0	1.0	1.0
Запасы руды, т.т	3180	3600	1960
Запасы металла, т	16690	23420	9980
Коэффициент вариации мощности, %	50	62	81
Коэффициент вариации содержания, %	60	92	124
Погрешности средних значений при размерах разведочных блоков 120x60 м и расстоянии между разведочными пересечениями рудных тел 20 м:			
- мощности, %	10	12	16
- содержания, %	10	21	23

Общая длина рудных тел второго месторождения составляет 1300 м; их площадь - 460400 кв.м; общие запасы руды - 8740 т.т; среднее содержание олова - 0.573 %; коэффициент вариации содержания -96.5%; средняя мощность рудных тел - 7.745 м; коэффициент вариации мощности - 88.06 %; средняя арифметическая относительная погрешность среднего содержания в блоке размером 120*60 м при расстоянии между разведочными пересечениями (рассечками) 20 м -18.36 %; средняя арифметическая относительная погрешность определения средней мощности в тех же условиях - 12.4 %. Техничко-экономические показатели по расчетным вариантам освоения второго месторождения, используемые для его геолого-экономической оценки, приведены в таблице 9.6.

Табл. 9.6. Технико-экономические показатели по вариантам освоения второго месторождения.

ПОКАЗАТЕЛИ	Варианты бортового содержания (%):			
	0.15	0.20	0.25	0.30
Запасы руды, млн.т	7.83	6.99	6.25	5.62
Среднее содержание, %	0.60	0.65	0.69	0.74
Запасы металла, т.т	46.823	45.155	43.375	41.700
Коэффициент рудоносности	0.89	0.80	0.71	0.64
Производительность предприятия по руде, т.т /год	660	610	540	440
Капитальные вложения в строительство предприятия, млн.руб.	62.8	60.0	55.1	50.2
Себестоимость добычи транспортировки и переработки 1 т руды, руб.	21.1	22.29	24.92	26.92
Извлечение металла при обогащении, %		60		
Цена 1 т металла в концентрате, руб.		10000		
Районный коэффициент		1.3		

9.2.3. Результаты геолого-экономической оценки оловорудных месторождений.

Геолого-экономическая оценка каждого месторождения осуществлена в двух вариантах: 1) без разделения руд на бедные и богатые и 2) с выделением богатых руд для первоочередной отработки. Результаты геолого-экономической оценки месторождений сведены в таблице 9.7.

Табл. 9.7. Результаты геолого-экономической оценки месторождений.

ПОКАЗАТЕЛИ	Месторождение 1		Месторождение 2		
	Вариант оценки по разделению богатых и бедных руд	без раз- деления	с разде- лением	без раз- деления	с разде- лением
Минимальное промышленное содержание, %		0.588		0.590	
То же - для бедных руд			0.588		0.590
для богатых руд			2.500		1.100
Запасы руды, т.т	350.3			3678	
То же - бедных руд			242.2		2546
богатых руд			108.1		1132
Среднее содержание металла, %	2.230			1.021	
То же в бедных рудах			1.268		0.797
в богатых рудах			4.385		1.524
Запасы металла, т.т	7.811			37.55	
То же в бедных рудах			3.071		20.30
в богатых рудах			4.74		17.25
Ожидаемая прибыль от промышленного освоения месторождения, млн.руб.	13.511			5.477	
			17.337		13.646

Запасы руды второго месторождения, отработка которых целесообразна, примерно на порядок больше запасов первого месторождения. Однако, руды второго месторождения примерно вдвое беднее руд первого. Кроме того, капитальные вложения в строительство предприятия, которое будет разрабатывать второе месторождение, на порядок больше того, что требуется для разработки первого (см, таблицы 9.4 и 9.6). В совокупности все это приводит к тому, что величина ожидаемой прибыли от промышленного освоения первого месторождения без разделения руд на богатые и бедные в два с половиной раза выше, чем второго. Раздельный учет бедных и

богатых руд на относительно крупном втором месторождении обеспечивает заметный экономический эффект. Это приводит к тому, что первое месторождение оказывается более ценным объектом разработки только на 20%. Таким образом, оба месторождения в отношении размеров прибыли, ожидаемой от их промышленного освоения, подобны или соизмеримы.

Сравнение геологических характеристик месторождений (табл.9.3 и 9.5.) показывает, что значительное различие запасов их руд обусловлено, прежде всего, существенным отличием мощностей рудных тел.

Первое месторождение характеризуется большей изменчивостью оруденения в сравнении со вторым. Однако, при малых мощностях рудных тел первого месторождения, практически не выходящих на всем своем протяжении за пределы ширины горных выработок, для изучения пространственных особенностей оруденения не требуется дополнительных объемов горных работ, поскольку геологические наблюдения и более частое опробование рудных тел можно провести в прослеживающих горных выработках. Рудные тела второго месторождения характеризуются большой мощностью. Для их представительного опробования и геологического изучения необходима проходка рассечек из рудных штреков и восстающих. Верхние горизонты обоих месторождений доступны штопневому вскрытию. Вскрытие нижних горизонтов, особенно в предусматриваемых проектами вариантах разработки, значительно сложнее на втором месторождении, чем на первом.

Таким образом, в целом по условиям разведки второе месторождение является более сложным, чем первое. Это положение усугубляется также более высокой себестоимостью проходки единицы разведочной выработки на втором месторождении, что, наряду с особенностями горно-геологических характеристик, обусловлено также его удаленным географическим положением.

9.2.4. Результаты определения оптимальных объемов разведки месторождений.

Из сравнения месторождений по их экономической ценности и условиям разведки следует, что первое месторождение является более выгодным объектом. Рассмотрим, как отражаются особенности месторождений на требованиях к степени их разведанности (табл 9.8). Совокупность геологических и технико-экономических особенностей месторождений находит свое отражение в весах, с которыми дисперсия запасов руды и среднего содержания металла входят в выражение риска (формула 9.3), наименьшие веса имеют параметры второго месторождения в условиях его оценки без разделения руд на богатые и бедные. Раздельный учет руд различного качества, как было отмечено выше, делает оба месторождения соизмеримыми по ожидаемой от их освоения прибыли (табл.9.8). Однако, по величине риска одно месторождение отличается от другого в 3-4 раза и это определяется, в основном, дисперсиями оценок запасов и среднего содержания. Дисперсии же, в свою очередь, зависят от объемов геологоразведочных работ, выбираемых с учетом себестоимости проходки разведочных выработок, которая по второму месторождению примерно в полтора раза выше, чем по первому.

Табл. 9.8. Результаты определения оптимальных объемов геологоразведочных работ.

ПОКАЗАТЕЛИ вариант оценки (по разделению богатых и бедных руд)	Месторождение 1		Месторождение 2	
	без раз- деления	с разде- лением	без раз- деления	с разде- лением
Веса параметров состояния в формуле риска (9.3.):				
для запасов руды, млн.руб.	1.050	1.466	0.672	4.470
для средних содержаний, млн.руб.	2.688	7.982	1.721	5.536
Параметры бурения:				
Ячейка буровой сети, кв.м	5565	4324	33800	25088
Буровая сеть, м*м	105*53	94*46	260*130	224*112
Число скважин	53	68	26	35
Метраж бурения, м	8560	10950	7850	10550
Себестоимость бурения, млн.руб.	0.257	0.328	0.400	0.587
Параметры горных работ:				
Относительный объем месторождения, охарактеризованный горными выработками (К)	0.405	0.545	0.282	0.485
Число горизонтов горных работ - при разведке трех рудных тел	2 (1.51)	2 (2.17)	3 (2.54)	4 (3.88)
при разведке двух рудных тел	2 (2.01)	3 (2.70)	3 (2.97)	5 (4.66)
Метраж горных выработок, м	3250	4650	4530	16390
Себестоимость горных работ, млн.руб.	0.585	0.837	1.087	3.949
Общая себестоимость разведки (С), млн.руб.				
	0.842	1.165	1.487	4.536
Риск (R), млн.руб.				
	0.309	0.408	0.855	1.524
Потери (R + C), млн.руб.				
	1.151	1.573	2.342	6.060
Ожидаемая прибыль (P), млн.руб.				
	13.511	17.337	5.447	13.646
Суммарный эффект (E = P-R-C), млн.руб.				
	12.360	15.764	3.105	7.636

Плотность сети буровых скважин на втором месторождении меньше, чем на первом в 6-7 раз; число скважин - вдвое меньше. Это объясняется меньшей изменчивостью содержаний металла в рудных телах и большей средней глубиной рудных тел, что влияет на себестоимость бурения скважин. Метраж бурения на месторождениях мало отличается по вариантам оценки (без разделения и с разделением руд на богатые и бедные), себестоимость же буровых работ на втором месторождении выше. Сложные условия разведки второго месторождения горными работами иллюстрируются следующими фактами: если сравнить вариант оценки второго месторождения без разделения руд на богатые и бедные с вариантом оценки первого месторождения с выделением богатых руд, то оказывается, что в обоих случаях требуются примерно одинаковые объемы работ (4650 и 4530 м). При этом на втором месторождении горными выработками характеризуется вдвое меньший объем рудных тел ($K = 0.282$) в сравнении с первым ($K = 0.545$). Особенно наглядно сложные условия разведки второго месторождения проявляются в варианте оценки с выделением богатых руд. По условиям оптимальной разведанности горными выработками требуется охарактеризовать 0.485 объема рудных тел месторождения, для чего необходимо пройти более 16 км горных выработок и затратить почти 4 млн.руб. Только три горизонта месторождения могут быть вскрыты штольнями. Решение о разведке любого нижележащего горизонта из выработок системы вскрытия месторождения, отвечающей предусмотренной системе разработки, определяет необходимость проходки подходной штольни длиной 6750 м, что резко увеличивает себестоимость разведочных работ, поскольку подходные выработки не увеличивают точности разведки. Риск составляет в этом случае 1.5 млн.руб., а общие потери - 6 млн.руб. В конечном счете общие

потери (риск и затраты на разведку) по второму месторождению в 2 и 4 раза выше для соответствующих вариантов оценки, чем по первому, а суммарный эффект - в 4 и 2 раза ниже.

Выполненный анализ с целью определения оптимальных объемов разведочных работ по двум жильным рудным месторождениям свидетельствует о следующем. Если в качестве критерия оптимальной разведанности принять суммарный эффект от разведки и освоения (E), то неизбежно при разведке и освоении потери (C + R) с избытком компенсируются прибылью, ожидаемой от освоения как первого, так и второго месторождения в вариантах их оценки как с разделением руд по сортам, так и без разделения. Таким образом, экономическая ценность каждого из месторождений оказывается достаточно высока, а условия их разведки - благоприятны для выполнения оптимальных объемов разведочных работ и не только безубыточного, но и обеспечивающего определенную прибыль освоения.

Вариант оценки и разведки с отдельным учетом различных сортов руд (как первого, так и второго месторождения) выгоднее варианта без разделения руд - увеличение ожидаемой прибыли с избытком компенсирует дополнительные расходы на разведку. Во всех рассмотренных случаях определения объемов разведочных работ на обоих месторождениях горными выработками в оптимальных условиях должно быть разведано больше запасов, чем это принято в обычной практике предпроектной разведки. Если при разведке конкретного Месторождения возможности горных работ ограничены ее сроками, горно-геологическими условиями или выделяемыми на горные работы ассигнованиями, то использование суммарного эффекта от разведки и освоения в качестве критерия степени разведанности месторождения позволит оценить дополнительные потери как вследствие возрастания риска, так и в результате возможного увеличения общей себестоимости разведки.

Например, если горную разведку провести не больше чем в 20% объема месторождения, то на первом месторождении при разведке и оценке без отдельного учета различных сортов руд потери (R + C)

возрастут на 90 т.руб. Суммарный эффект составит 12.27 млн.руб. (против 12.36) при сокращении расходов на разведку на 130 т.руб. На этом же месторождении при отдельном учете руд суммарный эффект сократится на 362 т.руб. и составит 15.407 млн.руб. при сокращении расходов на разведку на 165 т.руб. На втором месторождении без разделения руд суммарный эффект сократится на 321 т.руб. (составит 2.814 млн. руб.), расходы на разведку возрастут при этом на 36 т.руб., в результате того, что увеличение себестоимости бурения превысит в этом случае сокращение расходов на горные работы. Этот факт объясняется совместной оптимизацией объемов горных и буровых работ - всякое сокращение объемов горных работ влечет за собой увеличение объемов бурения. В свете изложенного очевидно, что при разведке второго месторождения с отдельным учетом сортов руд целесообразно при горной разведке ограничиться проходкой только штолен, вскрывающих верхние горизонты первого и второго рудных тел.

В этом случае при подсчете 20% запасов по данным горных выработок себестоимость разведки сократится на 2.449 млн.руб. и составит 2.037 млн.руб. Учитывая сложный характер вскрытия второго месторождения для разработки, необходимо рассмотреть другой вариант его оптимальной горной разведки, включающий проходку штольневых горизонтов и системы штреков от ствола разведочной шахты в средней по глубине части месторождения. В этом случае оптимальный объем запасов, разведываемых горными выработками, составит 49%, затраты на разведку - 2.403 млн.руб. и суммарный эффект - 10.247 млн.руб. при общих потерях - 3.399 млн.руб., то есть суммарный эффект в сравнении с вариантом, представленным в таблице 9.3.6, возрастает на 2.611 млн.руб.

Как было показано в приведенных примерах, использование экономического критерия оптимизации разведки реализуется через учет геостатистической дисперсии оценки месторождений. Изменение дисперсии в связи с изменением объемов и

вытекающей из этого детальности разведки по разному влияет на оптимизируемые параметры разведочных работ. Так увеличение стандарта погрешности параметров состояния в 1.5 раза, проанализированное на месторождениях, подобных рассмотренным выше, влечет за собой, например, рост оптимальной доли запасов, разведка которых целесообразна горными работами, вдвое (с 0.22 до 0.45), что сопровождается сокращением объема бурения примерно на треть; себестоимость разведки возрастает при этом на 60%, а ее экономический эффект снижается (относительно суммы $R + C$) почти на 50%.

9.2.5 Литература

- Марголин А.М. 1974. Оценка запасов минерального сырья. Математические методы. М., Недра, 261 с.
- Марголин А.М., Ежов А.И. 1976. Разработка математических методов для экономического обоснования объемов геологоразведочных работ при легальной разведке рудных месторождений. Отчет. Фонды ВИЭМС, М., 221 с.
- Павлов В.К., Ежов А.И. и др. 1977. Определение рациональной разведанности оловорудных и золоторудных месторождений жильного типа, передаваемых для промышленного освоения. Отчет. Фонды ВИЭМС, М., 274 с.

Глава 1. ГЕОСТАТИСТИКА В ГОРНЫХ И ГЕОЛОГИЧЕСКИХ РАСЧЕТАХ	5
1.1. Почему геостатистика?.....	5
1.2. Современные горные компьютерные технологии	7
1.2.1. Преимущества внедрения компьютерных технологий	8
1.2.2. Программные средства для компьютерных технологий	10
1.2.3. Общедоступные программы	10
1.2.4. Недорогие программы	11
1.2.5. Интегрированные системы	11
1.2.6. Система ДАТАМАЙН	12
1.3. Место геостатистики в компьютерных технологиях	13
Глава 2. ПОДГОТОВКА ИСХОДНОЙ ИНФОРМАЦИИ К ГЕОСТАТИСТИЧЕСКИМ РАСЧЕТАМ.....	15
2.1. Ввод данных	15
2.1.1. Обработка данных по скважинам.....	15
2.2. Описание одной переменной	16
2.2.1. Характеристики положения распределения.....	19
2.2.2. Характеристики отклонений (статистической изменчивости).....	20
2.2.3. Характеристики формы распределения.....	20
2.3. Описание двух переменных	21
2.3.1. Регрессионный анализ.....	23
2.4. Понятие о многомерном статистическом анализе.....	23
2.4.1. Множественная регрессия	24
2.4.2. Дискриминантный анализ.....	24
2.4.3. Кластерный анализ	25
2.4.4. Факторный анализ.....	26
2.5. Описание пространственного положения	26
2.5.1. Пропорциональный эффект	27
2.5.2. Пространственная непрерывность	29
2.5.3. Корреляционные (ковариационные) функции и вариограммы.....	30
2.5.4. Кросс-диаграммы разброса.....	31
2.6. Литература.....	31
Глава 3. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ ГЕОСТАТИСТИКИ	32
3.1. Пространственная переменная и задачи геостатистики при разведке месторождений полезных ископаемых.....	32
3.2. Случайная функция как математическая модель пространственной переменной.....	33
3.3. Вариограмма как характеристика свойств месторождений полезных ископаемых ..	35
3.4. Регуляризация пространственной переменной.....	37
3.5. Дисперсия распространения как ошибка разведки месторождений полезных ископаемых.....	39
3.6. Применение спектрального анализа для описания изменчивости пространственных переменных	41
3.7. Кригинг, общая характеристика.....	42
3.8. Линейный кригинг.....	46
3.9. Свойства кригинга.....	50
3.10. Нелинейные виды кригинга	51
3.11. Литература	53
Глава 4. ПОСТРОЕНИЕ И МОДЕЛИРОВАНИЕ ВАРИОГРАММ.....	55
4.1. Анализ исходной информации.....	55
4.2. Построение экспериментальных вариограмм.....	57
4.2.1. Процесс VARDIR системы ДАТАМАЙН.....	58
4.2.2. Рекомендации по расчету экспериментальных вариограмм	59
4.2.3. Исследование экспериментальных вариограмм	61

4.3. Подбор моделей вариограмм	64
4.3.1. Модели вариограмм	64
4.3.2. Подбор моделей к экспериментальным вариограммам	66
4.3.3. Приведение моделей к точечному виду (регуляризация)	68
4.3.4. Пространственная модель вариограммы	69
4.3.5. Надежность моделей вариограмм (робастные методы оценивания)	73
4.3.6. Проверка выбранных моделей вариограмм	74
4.4. Примеры	76
4.4.1. Создание вариограммной модели для участка месторождения . апатита	76
4.4.2. Анализ изменчивости массива железорудного месторождения	78
4.5. Литература	81
Глава 5. ОЦЕНКА ЗАПАСОВ РУДЫ В МАССИВЕ	82
5.1. Оценка месторождений с помощью кригинга	82
5.1.1. Влияние параметров вариограммной модели на результаты кригинга	84
5.2. Примеры оценки месторождений	84
5.2.1. Месторождение оловянных руд	84
5.2.2. Месторождение алмазов	87
5.2.3. Компьютерное моделирование и подсчет запасов жильного месторождения	92
5.2.4. Оценка пластового месторождения	100
5.2.5. Моделирование и оценка запасов железорудного месторождения	103
5.3. Литература	106
Глава 6. ГЕОСТАТИСТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ	107
6.1. Условные модели	107
6.2. Примеры практического применения условного моделирования	112
6.2.1. Пример использования пакета для медной жилы	112
6.2.2. Экономическая оценка запасов уранового месторождения	114
6.2.3. Экспериментальная оценка изменчивости рудопотока на обогатительную фабрику	115
6.2.4. Полное условное моделирование уранового месторождения ¹	116
6.2.5. Анализ риска в горном планировании с помощью условного моделирования	121
6.3. Литература	122
Глава 7. ОЦЕНКА ИЗВЛЕКАЕМЫХ ЗАПАСОВ	124
7.1. Задачи оценивания запасов и планирования работ при освоении месторождений	124
7.2. Характер исходных данных и методы их обработки	126
7.3. Зависимости "запас-содержание" при оценке извлекаемых запасов	128
7.4. Влияние геометрической базы геологической информации на извлекаемые запасы	129
7.5. Информационный эффект оценки извлекаемых запасов	132
7.6. Применение дизъюнктивного кригинга для оценки извлекаемых запасов	132
7.7. Литература	134
Глава 8. ВВЕДЕНИЕ В НЕПАРАМЕТРИЧЕСКУЮ ГЕОСТАТИСТИКУ	135
8.1. Введение	135
8.2. Путь к решению проблемы	135
8.3. Непараметрическая геостатистика	137
8.4. Пример: Моделирование железорудного месторождения	143
8.5. Развитие непараметрических методов	144
8.6. Литература	145
Глава 9. РЕШЕНИЕ ГОРНЫХ И ГЕОЛОГИЧЕСКИХ ЗАДАЧ С ПОМОЩЬЮ ГЕОСТАТИСТИКИ	146
9.1. Расчет изменчивости качества руды в массиве и рудопотоке	146
9.2. ОПТИМИЗАЦИЯ РАЗВЕДКИ РУДНЫХ МЕСТОРОЖДЕНИЙ НА ОСНОВЕ УЧЕТА ГОРНОГО РИСКА ПРЕДСТОЯЩЕГО ОСВОЕНИЯ (на примере оловорудных месторождений)	153
9.2.1. Общие положения	153

9.2.2. Объекты исследования.....	155
9.2.3. Результаты геолого-экономической оценки оловорудных месторождений.	158
9.2.4. Результаты определения оптимальных объемов разведки месторождений.	159
9.2.5 Литература	162