

И. И. ШАФРАНОВСКИЙ, В. Ф. ДЛЯВДИН

КРАТКИЙ КУРС КРИСТАЛЛО- ГРАФИИ

*учебник
для вузов*



Рецензенты:

Кафедра минералогии и петрографии Свердловского горного института имени В. В. Вахрушева (зав. кафедрой д-р геол.-минералог. наук, проф. В. И. Якшин); д-р физ.-математ. наук, проф. М. П. Шаскольская (Московский институт сталн и сплавов)

Шафрановский И. И., Алявдин В. Ф.

Ш 30 Краткий курс кристаллографии: Учебник для не-геолог. спец. вузов.—М.: Высш. шк., 1984.—120 с., ил. 30 к.

В учебнике освещены геометрическая кристаллография — симметрия и формы кристаллов, физическая кристаллография — важнейшие физические свойства кристаллов и кристаллохимия, в которой в общих чертах даны основы учения о строении кристаллов и связи его с внешней формой и физическими и химическими свойствами кристаллов. Учебник краткий, четкий, хорошо иллюстрированный.

Ш 1904020000—517
001(01)—84 94—85

ББК 22.37
552

© Издательство «Высшая школа», 1984

ПРЕДИСЛОВИЕ

Огромное количество используемых в народном хозяйстве твердых тел — металлов, минералов, горных пород, продуктов и полупродуктов металлургического и других производств, а также неметаллического сырья — принадлежит к кристаллическим веществам, обладающим в отличие от некристаллических материалов (пластмассы, стекла и др.) рядом специфических свойств. Неуклонно расширяется применение кристаллических веществ в промышленности. Технология получения новых материалов с заданными свойствами в значительной мере опирается на знание структурных особенностей кристаллических веществ. Использование индивидуальных свойств твердых материалов невозможно без твердого знания основ кристаллографии.

Сказанное в полной мере отвечает основным задачам промышленности, определенным XXVI съездом КПСС и постановками партии и правительства на предстоящее время: совершенствование технологических процессов горно-геологической практики, повышение степени извлечения полезных компонентов из добываемых руд, повышение комплексности и полноты использования минерального сырья, увеличение производства материалов, широко применяемых в химической, электротехнической, электронной, пищевой промышленности и других отраслях народного хозяйства.

В предлагаемом учебнике кратко изложены основы науки о кристаллах — *кристаллографии*. В основу краткого курса кристаллографии положен выдержавший испытание временем и опытом преподавания науки в высших учебных заведениях учебник кристаллографии Г. М. Попова и И. И. Шафрановского.

Первая часть учебника посвящена главнейшим геометрическим закономерностям кристаллов. Во второй части рассматриваются наиболее характерные физические свойства кристаллических тел — механические, оптические и электрические. В третьей части изложены общие закономерности внутреннего строения кристаллических веществ (введение в кристаллохимию), которые выявляются с помощью широко распространенного метода рентгенометрических исследований кристаллов. Сведения, содержащиеся в третьей части учебника, необходимы всем, кто в своей практической работе имеет дело с минералами, рудами и продуктами металлургического производства.

Учебник предназначен для студентов геофизиков, гидрогеологов, металлургов, обогатителей, горняков, экономистов горной

и геологоразведочной службы, маркшейдеров, буровиков, строителей горных предприятий. Для них кристаллография не ведущая дисциплина, но она составляет определенную и весьма важную часть комплексного курса геологических дисциплин. Студенты перечисленных специальностей в своей будущей производственной работе будут постоянно иметь дело с рудами, минералами и горными породами, поэтому изложение материала опирается главным образом на тела природного происхождения и продукты их переработки (обогащение и металлургия).

Учебник может быть в полной мере использован также студентами, изучающими металловедение, электронику, химическую технологию различных материалов, в том числе пищевых и лечебных веществ, конструирование физической аппаратуры и автоматики, биологию, медицину и другие отрасли технического и естественно-исторического направления.

Для студентов, желающих получить дополнительный справочный материал, в конце книги даны таблицы 47 простых кристаллографических форм, установок кристаллов для всех сингоний и примеры символов граней для кристаллов 32 видов симметрии.

Проф. И. И. Шафрановский, канд. наук В. Ф. Алявдин

Глава I

ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ О КРИСТАЛЛАХ

Кристаллография — наука о кристаллах.

Кристаллами обычно называют твердые тела, вырастающие в природных или лабораторных условиях в виде выпуклых многогранников с более или менее плоскими гранями и прямолинейными ребрами.

Слово «кристаллос» у древних греков обозначало «лед». Так же назывался и прозрачный кварц (горный хрусталь), ошибочно считавшийся окаменевшим льдом. Лишь начиная с XVIII в. стали называть кристаллами все тела с природной многогранной формой.

Первое, что бросается в глаза при рассматривании хорошо образованных кристаллов, — это их геометрически правильная форма, напоминающая строгие математические фигуры (рис. 1).

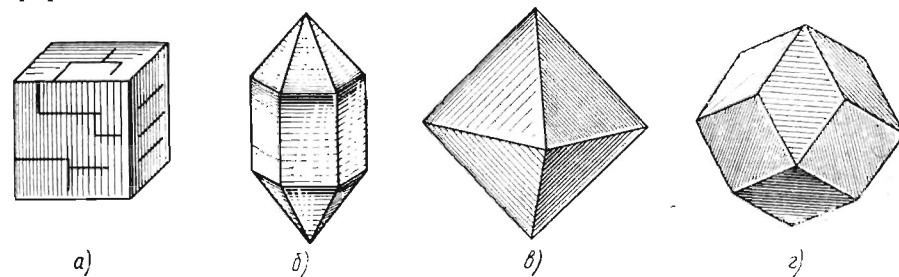


Рис. 1. Кристаллы:

а — поваренной соли, *б* — кварца, *в* — магнетита, *г* — граната

Однако приведенное определение кристаллов далеко не охватывает все кристаллические образования. Например, изображенный на рис. 2, *а* кристалл меди — так называемый кристаллический скелет — имеет вид пучка разросшихся ребер со слабо развитыми гранями. На округлом кристалле алмаза (рис. 2, *б*) плоские грани заменены выпуклыми поверхностями, а ребра — кривыми линиями. На «буле» искусственного рубина (рис. 2, *в*) нет ни граней, ни ребер, ни выступающих вершин. Всем известная горная порода гранит состоит из зерен полевого шпата, кварца и слюды¹. Эти зерна — кристаллические образования, од-

¹ Полевой шпат, кварц, слюда и другие природные кристаллические вещества называются *минералами*.

нако их неправильные контуры совсем не сохранили следов прямолинейности и плоскогранности. Гранит возник из огненно-жидкого расплава — магмы. В процессе остывания расплава из него выпадало множество кристалликов полевого шпата, кварца, слюды. Одновременное разрастание соприкасающихся между собой и теснящих друг друга твердых кристаллических образований привело к тому, что кристаллики не смогли развиваться нормально и получить свойственную им правильную многогранную форму.

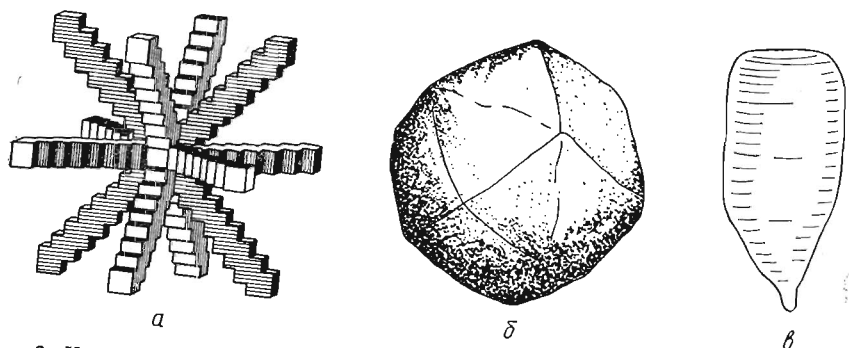


Рис. 2. Кристаллический «скелет» меди (а), округлый кристалл алмаза (б), «буля» искусственного рубина (в)

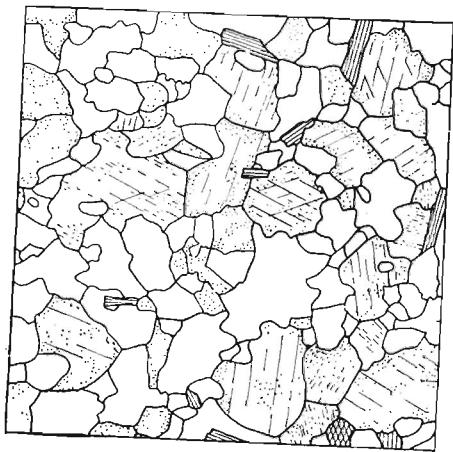


Рис. 3. Горная порода, состоящая из кристаллических зерен различных минералов

Скопления кристаллических зерен (зернистые кристаллические агрегаты), аналогичные граниту и другим горным породам, широко распространены не только в природе, но и в окружающей нас рабочей и домашней обстановке. Металлы и сплавы, каменные строительные материалы, цемент и кирпич состоят из кристаллических зерен (рис. 3).

Для образования хорошо огранных отдельных кристаллов — монокристаллов необходимо, чтобы ничто не мешало

им свободно развиваться, не препятствовало их росту. Такие идеальные или близкие к ним условия создаются в лабораториях и на заводах, где выращиваются нужные для технических и промышленных целей кристаллы. В природе крупные, хорошо образованные кристаллы минералов (кварца, берилла, топаза и др.) обычно находят в пустотах внутри горных пород, так называемых «занорышах», «хрустальных погребках», подземных пещерах. В связи с этим более точное определение кристаллов должно охватывать и многогранники с плоскими гранями, и кривогранные образования, и скелетные формы, и неправильно оконтуренные зерна.

Кристаллическое строение выявляется с помощью рентгеноструктурного анализа. Рентгеновские лучи дают возможность определять взаимное пространственное расположение атомов внутри кристаллического тела. В результате было установлено, что все кристаллы построены из элементарных частиц (атомов ионов, молекул), расположенных в строгом порядке внутри кристаллического пространства. Упорядоченное расположение таких частиц отличает кристаллическое состояние от некристаллического. На рис. 4 изображены модели закономерного расположения атомов (ионов) в кристаллах поваренной соли NaCl и кальцита CaCO₃.

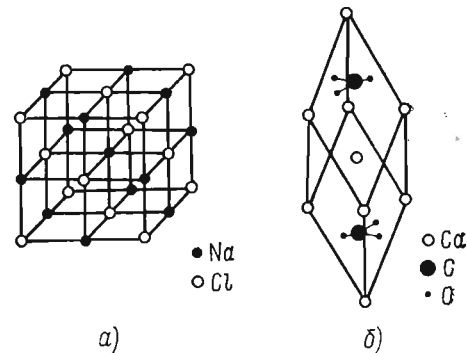


Рис. 4. Схема структур кристаллов: а — поваренной (каменной) соли NaCl, б — кальцита CaCO₃

Во всех без исключения кристаллических постройках из атомов — структурах кристаллов — можно выделить множество одинаковых атомов или групп атомов, расположенных наподобие узлов пространственной решетки (рис. 5). Чтобы представить себе такую решетку, мысленно заполним пространство множеством равных параллелепипедов, параллельно ориентированных и соприкасающихся по целым граням. Простейший пример такой постройки представляет кладка из одинаковых кубиков или кирпичиков, вплотную приложенных друг к другу. Если внутри каждого параллелепипеда выделить соответственные точки (например, их центры тяжести или вершины), мы получим модель пространственной решетки. В конкретных кристаллических структурах места узлов пространственной решетки могут занимать отдельные атомы, или ионы (заряженные атомы), или же группы атомов — молекулы. Прямые линии, по которым расположены частицы в решетке, называются рядами, а плоскости, усаженные частицами, именуются плоскими сетками (рис. 5). Для всех без исключения кристаллов характерно решетчатое строение.

На основе вышеизложенного приходим к следующему обоб-

щенному определению кристаллов: кристаллами называются все твердые тела, в которых слагающие их элементарные частицы (атомы, ионы, молекулы) расположены строго закономерно наподобие узлов пространственных решеток. Такое определение приложимо к любым однородным кристаллическим телам.

Характерная многогранная форма кристалла обусловлена прежде всего его внутренним строением — кристаллической структурой. Под кристаллической структурой понимают пространственное расположение всех материальных частиц — атомов, ионов, молекул, слагающих кристалл. Схематически кристаллическая структура моделируется в виде пространственной решетки. При этом вершины, ребра и грани кристалла соответствуют узлам, рядам и плоским сеткам решетки.

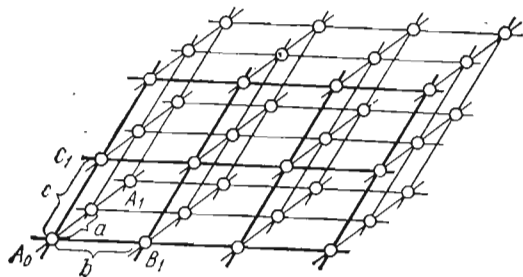


Рис. 5. Пространственная решетка

На кристаллах чаще всего развиваются только определенные грани, обычно совпадающие с плоскими сетками, наиболее густо покрытыми частицами. Этот закон установил О. Браве¹. Закон Браве дает первое приближенное понятие о зависимости внешней формы кристалла от его внутренней структуры. На формирование кристаллического тела помимо внутреннего строения накладывает свой отпечаток и внешняя, питающая его среда (см. гл. 2 и 6).

Теория решетчатого строения кристаллов была создана задолго до рентгеноанализа. Выдающиеся кристаллографы прошлого уже дали строго математическую разработку этой теории. Великий русский кристаллограф Е. С. Федоров (1853—1919) вывел в 1890 г. 230 законов расположения элементарных частиц внутри кристаллических структур. В 1912 г. немецкий физик М. Лауэ (1879—1960) с помощью рентгеновых лучей экспериментально подтвердил правильность созданных ранее теоретических построений.

Кристаллическое вещество характеризуется тремя основными свойствами: однородностью, анизотропностью и способностью самоограничаться.

1. *Однородность* — свойство физического тела быть одинаковым во всем своем объеме. Кристаллическое тело, обладающее во всех своих участках одинаковым строением, является однородным. Однако сказанное справедливо лишь по отношению к идеально

образованным кристаллам, лишенным каких-либо дефектов. Большинство кристаллических тел отличается несовершенством. В них наблюдаются замутненные участки, трещиноватость, посторонние включения и т. д. (см. гл. 2). Более или менее совершенные кристаллы образуются в природе только в условиях, до известной степени приближающихся к идеальным. В лабораториях и на заводах принимают всевозможные меры для получения практически идеальных однородных кристаллов — монокристаллов, необходимых для технических целей.

В курсе кристаллографии сначала изучаются бездефектные идеальные кристаллы (см. гл. 3, 4, 5), а затем уже рассматриваются реальные кристаллические тела с их несовершенствами и осложнениями (см. гл. 6).

2. *Анизотропность (неравносвойственность)* — особенность однородного тела, обладающего одинаковыми свойствами по параллельным направлениям и, в общем случае, неодинаковыми свойствами по непараллельным направлениям.

Решетчатое кристаллическое строение неизбежно связано с анизотропностью. Вдоль параллельных рядов решетки элементарные частицы расположены строго одинаково (см. рис. 5), поэтому и свойства кристалла должны быть по таким направлениям одинаковыми. Вдоль непараллельных рядов расстояния между частицами в общем случае неодинаковы, вследствие чего и свойства по таким направлениям различны.

Хорошим примером резко выраженной анизотропности могут служить кристаллы слюды. Пластины этого минерала легко расщепляются по плоскостям, параллельным его пластинчатости. В поперечных направлениях расщепить слюдяные пластины значительно труднее (рис. 6).

Другим показательным примером анизотропности является минерал дистен $Al_2O_3[SiO_4]$. Для него характерна резко различная твердость по неодинаковым направлениям. Кристаллы дистена легко царапаются лезвием ножа вдоль удлинения, тогда как в направлении, перпендикулярном удлинению, нож не оставляет следов.

3. *Способность самоограничаться* — свойство кристаллического тела, принимающего многогранную форму при определенных условиях. Это свойство присуще исключительно кристаллам (однородными и анизотропными могут быть и некристаллические тела). Именно свойство самоограничаемости привлекает в первую очередь внимание при изучении кристаллических образований. В качестве примера вспомним еще раз характерные геометрически правильные фигуры кристаллических многогранников, изображенные на рис. 1. Твердые аморфные (некристаллические) тела (стекла, пластмассы и др.) ни при каких условиях не могут сами по себе принимать многогранную форму. Выточенный из кристалла шарик в подходящей среде с течением времени покрывается гранями, тогда как стеклянный шарик сам собой никогда не превратится в многогранник. Свойство кристаллов самоограничаться свя-

¹ О. Браве (1811—1863) — французский кристаллограф, создатель теории о решетчатом строении кристаллов.

зано с их структурой: грани кристалла всегда совпадают с плоскими сетками, а ребра являются рядами решетки.

Хорошо ограненные природные кристаллы бывают самых различных размеров: от микроскопических до гигантских, массой в несколько тонн (кристаллы гипса, льда, слюды и др.). Известны кристаллы-великаны дымчатого кварца, берилла, кальцита. Они хранятся в минералогических музеях Академии наук СССР, Ленинградского горного института и Всесоюзного геологического института. Такие кристаллы — большая редкость. С первого взгляда вообще может показаться, что кристаллические тела

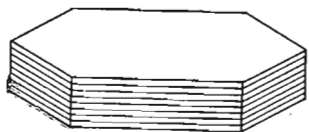


Рис. 6. Кристалл слюды, расщепляющийся параллельно шестиугольным граням

встречаются не очень часто. Однако, внимательно приглядевшись к окружающим нас предметам, легко убедимся, как широко распространены кристаллические образования. Металлы, снег, поваренная соль, сахар, многие лекарства состоят из мелких кристалликов. С помощью микроскопа установлено, что подавляющее большинство горных пород, слагающих земную кору, принадлежит к зернистым кристаллическим агрегатам. Достаточно назвать упоминающуюся выше глубинную породу — гранит. Такие осадочные породы, как песок, глина и др., также состоят из мельчайших кристаллических обломков. Кристаллическими являются осадочные породы органического и химического происхождения: известняки, доломиты, каменная соль, гипс. К зернистым кристаллическим агрегатам относятся металлы, сплавы, каменные строительные материалы.

После открытия дифракции рентгеновых лучей в кристаллах (1912) появилась возможность исследовать совокупности мельчайших кристаллических частиц, даже не различимых под микроскопом. В результате круг известных ранее кристаллических веществ существенно расширился. Доказано, например, что сажа, воск, роговица глаза также являются агрегатами мельчайших кристалликов. Новейшие электронографические, электронно-микроскопические и другие методы еще больше увеличили наши возможности распознавания и исследования кристаллических образований.

В связи с неуклонным ростом металлургии, приборостроения, оптической промышленности и других отраслей народного хозяйства кристаллография должна была решить ряд задач первостепенной важности, и главная из них — получение высококачественного кристаллического материала, необходимого для развития новой техники. Число природных кристаллических веществ (минералов) в настоящее время значительно уступает непрерывно растущему числу искусственных кристаллов. Искусственные алмазы, кварц, рубин, многочисленные полупроводники и другие кристаллические материалы уже широко используются промышленностью. Однако бурное развитие науки и техники тре-

бует все новых и новых высокосортных кристаллических образований, обладающих определенными свойствами. Общеизвестно применение кристаллов в космических исследованиях.

Сказанного достаточно, чтобы прийти к выводу о повсеместном распространении кристаллов, а также об их исключительном практическом значении.

Знание основ кристаллографии совершенно необходимо для специалистов в области геолого-разведочного дела, горной и металлургической промышленности, технологов, так как объектами их практической деятельности являются минералы, металлы, горные породы, рудные и нерудные полезные ископаемые, т. е. в основном твердые окристаллизованные тела. Наряду с математикой, физикой, химией кристаллография входит в комплекс общеобразовательных дисциплин, знание которых необходимо для геологов, металлургов, технологов, горных инженеров и многих других специалистов.

Основатель современной кристаллографии — Е. С. Федоров¹ писал: «Известно, что наука (кристаллография. — И. Ш., В. А.) играет существенную роль как основная дисциплина среди минералогических наук и той части горного искусства, назначением которой является использование естественного сырья»².

Наука о кристаллах дает необходимую основу для последующего освоения курсов минералогии, петрографии, учения о полезных ископаемых, металлургии, обогащения минерального сырья и др. Без этой основы невозможно использование кристаллографических методов определения, оценки, обогащения и получения технически важных веществ, прочно вошедших в повседневную научно-производственную практику (кристаллооптические, рентгенометрические, гониометрические методы).

В учебнике рассмотрены лишь основы кристаллографии — науки, непрерывно растущей и обогащающейся все новыми открытиями. В отличие от курсов для физиков и химиков в предлагаемом учебнике обращается особое внимание на формы кристаллов, с которыми прежде всего встречаются на практике специалисты геолого-разведочного и горно-эксплуатационного дела, обогатители, металлурги и технологи. Основные положения иллюстрируются примерами как из мира природных кристаллов, так и из мира искусственных соединений.

Краткий курс кристаллографии подразделяется на три раздела: геометрическую кристаллографию, физическую кристаллографию и кристаллохимию.

Геометрическая кристаллография описывает законы симметрии кристаллов и их формы (см. гл. 3, 4, 5, 6).

Физическая кристаллография (в том виде, в каком она представлена в учебнике) дает понятие о важнейших физических

¹ Академик Е. С. Федоров (1853—1919) был по специальности горным инженером и профессором Петербургского (ныне Ленинградского) горного института.

² Федоров Е. С. Введение к таблицам для кристаллохимического анализа. «Царство кристаллов». — В кн.: «Кристаллография», вып. 3. Л., 1955.

(механические, электрические, оптические) свойствах кристаллов, широко используемых в практике (см. гл. 7).

Кристаллохимия выявляет законы строения и их связь с химическим составом кристаллов.

Глава 2

ВОЗНИКНОВЕНИЕ, РОСТ И РАЗРУШЕНИЕ КРИСТАЛЛОВ

В природных, лабораторных и заводских условиях кристаллы могут возникать как из *жидкой*, так и из *газообразной* и даже *твердой* среды. Лед кристаллизуется из воды, твердый металл — из расплава, глубинные горные породы (гранит и др.), как уже отмечалось, образуются в результате застывания огненно-жидкой магмы. Общеизвестны случаи возгонки — возникновения кристаллов из газообразного (парообразного) состояния (из водяных паров выпадают снежинки, разрастаются морозные узоры на стеклах). Природные кристаллы самородной серы и других веществ возникают из газообразных выделений вулканического происхождения.

Широко распространены явления *перекристаллизации* — образование кристаллов из твердого состояния. Так, мелкокристаллический кусок металла при продолжительном нагревании и механическом воздействии переходит в крупнокристаллическое, а иногда и монокристалльное тело. В природе такие явления обычно наблюдаются около границ (контактов) между различными породами, например возле контактов известняка и породы, застывшей из огненно-жидкого расплава. При внедрении магмы мелкокристаллический известняк под влиянием высокой температуры перекристаллизовывается в крупнозернистую породу — мрамор (химический состав мрамора такой же, как и известняка). Перекристаллизация мелкозернистого известняка в крупнозернистую породу — мрамор в больших масштабах происходит также под влиянием высокого давления, развивающегося в земной коре.

Большую роль в образовании кристаллов играет сложный природный процесс — *метасоматоз*. При метасоматозе одни кристаллы горной породы замещаются другими. В результате изменяется химический состав минералов. Растворение старых и образование новых кристаллов в породе происходит почти одновременно. При этом порода сохраняет свое твердое состояние. С процессами метасоматоза связано образование крупных месторождений ряда полезных ископаемых.

В лабораторных условиях кристаллические многогранники чаще всего получают из растворов. Легко выращиваются, например, кристаллы алюмокалиевых квасцов ($KAl(SO_4)_2 \cdot 12H_2O$), медного купороса ($CuSO_4 \cdot 5H_2O$) и др. Для этого приготавли-

вают *насыщенный раствор*, т. е. растворяют определенную навеску той или иной соли в определенном количестве воды. Если добавление новых порций соли к такому раствору не сопровождается ее дальнейшим растворением, раствор насыщен. Для получения при комнатной температуре насыщенного раствора алюмокалиевых квасцов на 100 см³ воды берут 15—17 г этой соли. Насыщенный раствор помещают в кристаллизатор (в стакан с низкими стенками и широким дном) и дают возможность раствору испаряться. Таким образом получают *пересыщенный* раст-



Рис. 7. Кристаллизатор с растущими в нем кристаллами

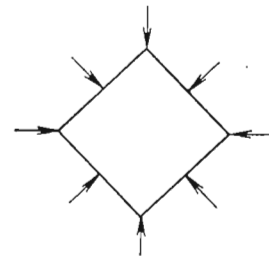


Рис. 8. Всесторонний и равномерный подток питающего раствора к кристаллу

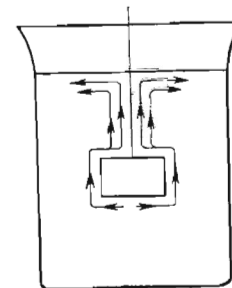


Рис. 9. Концентрационные потоки вокруг растущего кристалла

вор. С течением времени из него начнут выпадать и постепенно расти кристаллики растворенной соли (рис. 7). Чтобы вырастить кристаллы с правильными формами, раствор должен быть слегка пересыщенным. Идеально правильные формы образуются лишь в условиях всестороннего и равномерного поступления питающего раствора к кристаллу (рис. 8). Для этого необходимо время от времени переворачивать кристалл с одной грани на другую так, чтобы все его грани побывали в более или менее одинаковых условиях роста. Если кристалл не переворачивать, то вместо правильного кубика мы получим, в лучшем случае, лишь его половину, так как дно стакана будет препятствовать росту кристалла вниз. Для того чтобы кристалл был со всех сторон окружен питающей жидкой средой (маточным раствором), рекомендуется также подвешивать кристалл на нитке или волоске внутри раствора. Однако даже в таких условиях рост кристалла происходит неравномерно, так как снизу к кристаллу поступают струйки более пересыщенного раствора — *концентрационные потоки* (рис. 9). Отложив избыток вещества на нижних гранях кристалла, они становятся более легкими и поднимаются вверх, омывая по пути вышележащие грани кристалла. Следовательно, нижние грани, находясь в более благоприятных условиях, питаются лучше боковых граней, а весь кристалл, подвешенный в растворе, быстрее растет вниз, медленнее в стороны и совсем медленно вверх. В результате форма его искажается

и вместо правильного кубика мы можем получить кристалл в виде несколько вытянутой по вертикали квадратной призмы. Чтобы получить кристалл правильной формы, следует через определенные промежутки времени менять его ориентировку так, чтобы верхние грани подвешенного кристаллика менялись местами с боковыми и нижними. Еще лучше постоянно размешивать раствор с помощью специальной мешалки, соединенной с часовым механизмом, или вращать сам кристалл внутри раствора.

Наблюдения показывают, что *рост кристалла происходит за счет новых слоев вещества, откладывающегося на кристаллических гранях*. В результате грани, покрываясь все новыми и новыми слоями, как бы передвигаются параллельно самим себе по направлению от центра кристаллизации (рис. 10, а). Вследствие этого углы между двумя определенными гранями растущего кристалла остаются постоянными.

В природных, а иногда и в несовершенных лабораторных условиях во время роста кристалла состав окружающего его раствора может существенно изменяться. В таком случае кристалл приобретает *зональное строение*: нарастающие новые слои образуют зоны роста, отличающиеся по окраске, замутненности, наличию включений и др. (рис. 10, а). Кроме того, каждая грань растущего кристалла, передвигаясь параллельно самой себе и изменяясь в размерах, образует внутри кристаллического тела как бы пирамиду. Основанием такой пирамиды служит сама грань, а вершиной — начальный центр кристаллизации. Такие пирамиды внутри кристалла называются *пирамидами, или секторами роста* (рис. 10, б).

Реальные кристаллы практически никогда не бывают идеально однородными. Различные грани одного и того же кристалла могут неодинаково захватывать при росте посторонние примеси. В связи с этим пирамиды растущих граней, так же как и зоны роста, нередко отличаются друг от друга по своим физическим и химическим свойствам. Внутреннее сложение реальных кристаллов характеризуется своей зональностью и секториальностью. В пересыщенном растворе кристаллы растут, в ненасыщенном — растворяются. Растворение кристаллического многогранника начинается с его выступающих частей — вершин и ребер. В результате вершины и ребра притупляются и закругляются, а грани превращаются в округлые поверхности (рис. 11). Если поместить частично растворенный кристалл в соответствующий пересыщенный раствор, произойдет восстановление его нормальной плоскогранной и прямореберной формы. Такое восстановление кристаллических многогранников называется *регенерацией кристаллов*.

Любой механически поврежденный кристалл или кристаллический осколок, помещенный в подходящую среду, регенерирует. Регенерация особенно наглядно иллюстрирует способность кристаллов самоограничаться. Явление регенерации можно наблюдать под микроскопом, поместив каплю подогретого насыщенного рас-

вора на предметное стекло. При охлаждении и испарении капли из нее выпадают мелкие кристаллики. Удалив с помощью кусочка фильтровальной бумаги раствор, прибавим к оставшимся кристалликам каплю воды или разбавленного ненасыщенного раствора. В такой капле кристаллики начнут растворяться и превращаться в округлые тела растворения. Вновь удалим жидкость фильтровальной бумагой и поместим частично растворившиеся кристаллики в каплю пересыщенного раствора. В этой капле кристаллы начнут регенерировать, покрываясь плоскими гранями, и постепенно превращаться из округлых образований в обычные кристаллические многогранники.

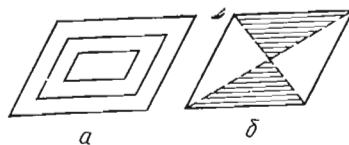


Рис. 10. Зоны (а) и пирамиды (б) роста в кристалле

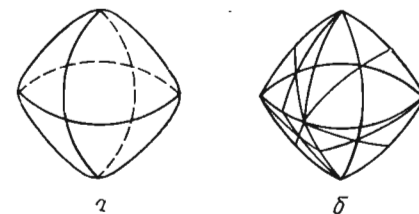


Рис. 11. Формы (а, б) растворения кристаллов алюмокалпеевых квасцов

На форму кристаллов влияют не только концентрационные потоки, но и степень пересыщения раствора, присутствие химических примесей, температура, давление и другие особенности окружающей кристалл среды.

Влияние физико-химических факторов на внешнее ограничение кристаллов хорошо иллюстрируется различными обликами минералов, возникших в разных условиях.

На рис. 12 изображены кристаллы кварца, образовавшиеся в природе из магмы (рис. 12, а), из высокотемпературных растворов (рис. 12, б) и из растворов при более низких температурах (рис. 12, в и г).

Большое влияние оказывают химические особенности среды. Иногда один и тот же растущий кристалл изменяет свой облик с переходом из одних условий в другие. Примером может служить «скипетровидный кварц» (рис. 12, д), у которого призматический кристалл (рис. 12, в) обростает с концов иной формой (рис. 12, г).

Кроме рассмотренных простейших способов кристаллизации из растворов существуют и другие методы выращивания высококачественных кристаллов. Основополагающее значение в развитии таких методов имели работы выдающегося советского кристаллографа — академика А. В. Шубникова (1887—1970), зачинателя отечественной технической кристаллографии¹. Рассмотрим

¹ Имя академика А. В. Шубникова носит основанный им Институт кристаллографии АН СССР в Москве.

некоторые способы получения особенно важных для промышленности кристаллов.

Корунд Al_2O_3 . Корунд и его красивые цветные разновидности — красный рубин и синий сапфир — высоко ценились с давних времен как драгоценные самоцветы и использовались в качестве украшений и для дорогих поделок. Помимо красоты они отличаются и очень высокой твердостью. Благодаря этому свойству и прочности корунд широко используется в технике. Из кристаллов искусственного рубина изготавливают опорные часовые камни, подшипники и подпятники для точных измерительных приборов,

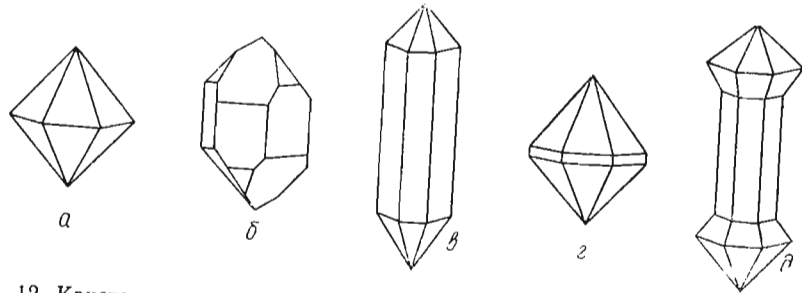


Рис. 12. Кристаллы кварца (а, б, в, г, д), образовавшиеся в различных природных условиях

фильеры — пластины с просверленными в них тончайшими отверстиями для протягивания проволоки и т. д. Рубиновый стержень при особых условиях испускает концентрированный пучок нерассеивающихся лучей. Такие лучи могут использоваться в космических исследованиях.

Процесс получения искусственных корундов сводится к следующим операциям. Порошок алюмо-аммиачных квасцов $(NH_4)Al(SO_4)_2 \cdot 12H_2O$ прокаливают при температуре свыше $1000^\circ C$. В результате порошок превращается в тонкую пудру Al_2O_3 . Добавив в пудру ту или иную окрашивающую примесь (например, окись хрома, дающую красную окраску), направляют ее в специальном аппарате через пламя гремучего газа (температура свыше $2000^\circ C$) на поверхность особой «свечи», изготовленной из тугоплавкого материала. На «свече» установлена небольшая расплавленная пудра Al_2O_3 оседает на «затравке» и образует однородное монокристалльное округлое грушевидное тело, обращенное широким концом кверху (см. рис. 2, в) — «булю». Куски таких «буль» после распиловки, шлифовки и соответственной огранки успешно используют в технике и ювелирной промышленности.

Кварц SiO_2 . Специальные детали из кварца используют в приборостроении, радиотехнике, прикладной оптике, медицине, космических исследованиях. Этот минерал — один из самых распространенных в природе. Чаще всего он встречается в виде

сплошных масс или мелких зерен. Хорошо образованные и достаточно крупные кварцевые кристаллы (см. рис. 1, б, 12, 13) растут в глубинных трещинах и пустотах — «хрусталеносных погребках». В природе такие месторождения кварца встречаются редко и только благодаря упорным поискам геологов находят все новые и новые месторождения этого ценного минерала. Кристаллы природного кварца далеко не идеальные монокристаллы (см. гл. 6). Загрязнения, включения посторонних веществ, трещиноватость и взаимные прорастания кристаллов значительно снижают качество природного кварцевого сырья, поэтому уже давно ставились опыты по выращиванию совершенных кристаллов искусственного кварца. Однако полный успех в разрешении этой задачи был достигнут лишь в 50-х годах нашего столетия.

Кристаллы искусственного кварца выращивают в специальных стальных сосудах — автоклавах, способных выдерживать большие давления (до $2,026 \cdot 10^8$ Па), при температуре $200-500^\circ C$. В нижнюю нагреваемую часть автоклава помещают исходный материал в виде обломков кварца. Сильно нагретый и находящийся под высоким давлением водный раствор с примесью щелочи растворяет кварц и поднимается в верхнюю более холодную часть автоклава. В верхней части автоклава заранее развешивают специальные «затравки» — пластинки из чистого бездефектного кварца. Поступивший в верхнюю часть автоклава раствор охлаждается, становится пересыщенным. Избыток кремнезема осаждается на «затравках», и последние начинают расти, покрываясь слоями кварца. Охлажденный раствор снова поступает вниз, нагревается, растворяет новые порции находящегося внизу кварца и вновь поднимается вверх, способствуя дальнейшему росту «затравок». В результате многократно повторяющегося круговорота питающего раствора образуются достаточно крупные, чистые, однородные кристаллы искусственного кварца.

Алмаз С. Алмаз — один из редчайших и ценнейших минералов. Он занимал первое место среди драгоценных камней. Императорские короны и скипетры, наряды вельмож и богачей сверкали бриллиантами — искусно отшлифованными алмазными кристаллами. В наше время роль алмаза существенно изменилась. Благодаря своей исключительной твердости он стал необходимым материалом в современной технике. Обработка металлов и твердых камней, протяжка тончайших проволок, глубинное бурение горных пород, создание ряда точных приборов немислимы без алмаза. Потребность в нем непрерывно возрастает. Вместе с тем месторождения алмаза чрезвычайно редки. Долгое время в нашей стране не было известно ни одного коренного месторождения этого драгоценного камня. Одной из наиболее блестящих побед советских геологов явилось открытие в 1954 г. алмазных месторождений в Сибири. К замечательным достижениям ученых относится получение высококачественного искусственного алмаза. Основная трудность разрешения этой задачи заключалась в создании огромных давлений и одновременно весьма высоких температур,

так как именно в таких условиях в глубинных очагах огненно-жидкой магмы образуются кристаллы алмаза.

Современные сверхмощные технические средства позволили приблизиться в лабораториях к природным условиям образования алмаза. Специальный пресс позволяет получать давление в 10^{10} Па при температуре выше 2000°C . С помощью такого преса и был получен из черного мягкого углерода — графита — сверхтвердый высококачественный искусственный алмаз. Инструмент, изготовленный из искусственного алмаза, обладает значительно большей стойкостью в работе, чем инструмент из природного алмаза.

Германий и кремний. В отличие от корунда, кварца и алмаза германий и кремний в природе не встречаются. Эти кристаллические материалы благодаря своим полупроводниковым свойствам в последнее время находят широкое применение в технике и средствах связи. Их получают из расплава в специальных тиглях. В контакт с расплавом вступает охлаждаемая затравка, которую медленно поднимают; в процессе охлаждения расплава на затравке образуется монокристалл.

Монокристаллы кремния чаще получают методом так называемой *бестигельной зонной плавки*. Нижний конец мелкокристаллического стержня исходного материала помещают в высокочастотное электромагнитное поле. В процессе перемещения поля снизу вверх к концу стержня возникает монокристалл, повторяющий ориентировку затравки у нижней части стержня.

Прежде чем перейти к изучению общих закономерностей, характеризующих кристаллические многогранники (см. гл. 3), вернемся к вопросу о формах роста кристаллов.

В реальных условиях одинаковые по строению грани кристалла в большинстве случаев развиваются различно, поэтому образуются искаженные кристаллические формы. На неправильное развитие кристаллических форм влияют, как уже говорилось, неравномерный подток питающего раствора к растущему кристаллу, ориентировка кристаллов и ряд других причин. Разнообразие искаженных форм одного и того же вещества (минерала) весьма затрудняет изучение закономерностей, характеризующих кристаллические многогранники.

В 1669 г. датский ученый Н. Стенон (1638—1686), зарисовывая образцы горного хрусталя (прозрачного кварца), установил *закон постоянства углов*, лежащий в основе всей геометрической кристаллографии.

Русский ученый-энциклопедист М. В. Ломоносов (1711—1765) в 1749 г., изучая кристаллы селитры, впервые связал закон постоянства углов с понятием о внутреннем строении кристаллов.

В 1783 г. французский кристаллограф Ж. Б. Ромэ-Делиль (1736—1790) на основе многочисленных измерений подтвердил наблюдения Стенона и Ломоносова и дал общую формулировку закона: *углы между соответственными гранями во всех кристаллах одного и того же вещества постоянны*. Размеры кристаллов

какого-либо конкретного вещества, их внешний вид, площади и контуры граней изменяются. Неизменными остаются лишь углы между соответственными гранями для всех кристаллов данного вещества.

При различных физико-химических условиях одно и то же вещество может кристаллизоваться в различных структурах (различные модификации углерода: алмаз, графит и др.). Это — явление *полиморфизма* (см. гл. 8). Закон постоянства углов относится к кристаллам, принадлежащим к одной *полиморфной модификации*.

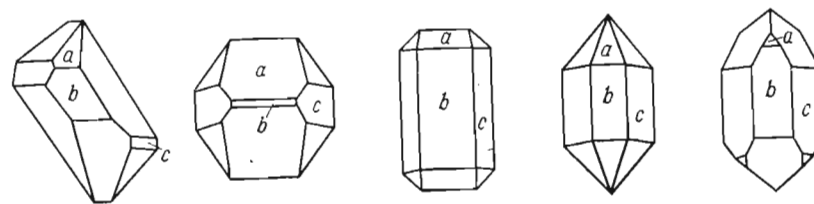


Рис. 13. Кристаллы кварца, иллюстрирующие закон постоянства углов

На рис. 13 изображено несколько кристаллов кварца, различающихся по внешнему виду. Одинаковыми буквами *a*, *b*, *c* обозначены соответственные грани кристаллов. В кристаллах кварца значения углов между этими гранями постоянны: $\angle ab = 141^{\circ}47'$, $\angle ac = 113^{\circ}08'$; $\angle bc = 120^{\circ}00'$ и т. д. Закон постоянства углов объясняется тем, что все кристаллы одного и того же вещества имеют *одну и ту же структуру*. Соответственные грани различных кристаллов данного вещества, отвечая одинаковым плоским сеткам в структуре, должны образовывать между собой одинаковые углы.

Согласно сформулированному выше закону кристаллы определенного вещества характеризуются *своими определенными углами*, поэтому, измерив углы, можно в большинстве случаев доказать принадлежность исследуемого кристалла к тому или иному конкретному веществу.

Угловые величины на кристаллах определяют с помощью специальных приборов — *гонометров (угломеров)*. На рис. 14 изображена простейшая модель старинного прикладного гониометра, состоящего из транспорта с присоединенной к нему вращающейся линейечкой *AB*. Кристалл *K* зажимают между *AB* и основанием транспорта *CD*. Отсчеты берут с помощью края *AB* по транспорту. Точность такого прибора небольшая (не бо-
2*

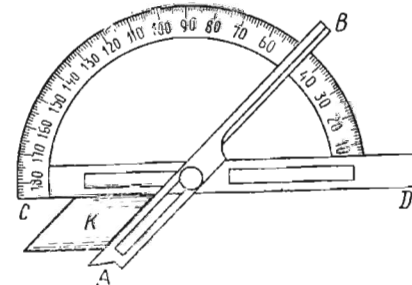


Рис. 14. Прикладной гониометр

лее $1/2^\circ$), но он используется и сейчас при измерении углов на крупных кристаллах.

На рис. 15 изображен двукружный отражательный гониометр, изобретенный Е. С. Федоровым (Федоровский теодолитный гониометр). Прибор состоит из двух градуированных лимбов: вертикального *В*, вращающегося вокруг горизонтальной оси, и горизонтального *Г*, вращающегося вокруг вертикальной оси. Оба лимба снабжены нониусами. Измерения производят с точностью до 1 мин.

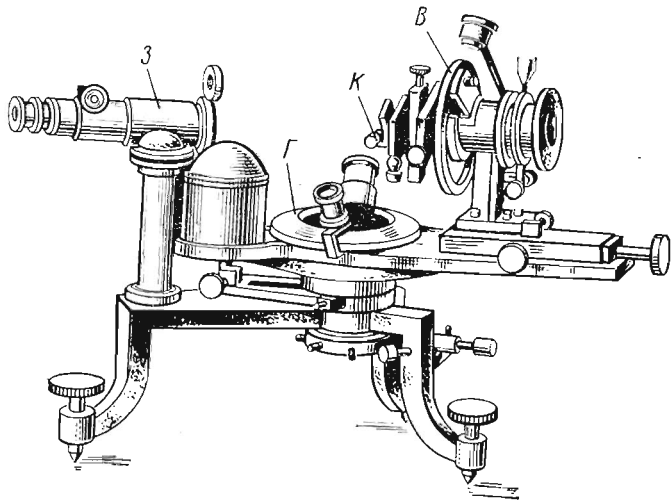


Рис. 15. Двукружный отражательный гониометр Е. С. Федорова

Кристалл *К* прикрепляют пластином к стерженьку — кристаллоносу, укрепленному на особой подставке, находящейся в середине вертикального круга. Центр кристалла должен совпадать с точкой пересечения осей вращения обоих кругов. Установленный кристалл вращается вокруг этих двух осей и освещается со стороны источником света. Задача исследователя — уловить отраженные лучи от той или иной грани кристалла.

Поймав в зрительной трубе *З* отраженный луч, берут отсчеты по нониусам. Взятые отсчеты дают две угловые величины — так называемые «сферические координаты» (аналоги долготы и полярного расстояния — угла, дополнительного до широты в географии и астрономии).

Кристалл считается измеренным, если для каждой его грани определены на гониометре соответственные сферические координаты. По найденным угловым величинам с помощью специальных таблиц и определителей Е. С. Федорова, А. К. Болдырева и других устанавливают вещество измеренного кристалла.

Измерения угловых величин дали богатый материал для точного выявления геометрических закономерностей на кристаллах.

Учение о симметрии и формах кристаллических многогранников базировалось прежде всего на данных гониометрических измерений. Гониометрия реальных кристаллов стала фактической основой для развития математической кристаллографии.

Глава 3

СИММЕТРИЯ КРИСТАЛЛОВ

«Кристаллы блещут своей симметрией», — писал великий русский кристаллограф Е. С. Федоров¹. И действительно, кристаллические многогранники, напоминающие строго закономерные геометрические фигуры, поражают прежде всего правильностью внешнего ограничения. Даже пользуясь самыми примитивными понятиями о симметрии, мы уверенно скажем, что кубики поваренной соли, восьмигранники алмаза, двенадцатигранники граната (см. рис. 1) — образцы симметричных фигур. Изучение именно таких природных форм привело в свое время к возникновению математического учения о симметрии, впоследствии постепенно расширявшегося и углублявшегося, а ныне охватившего все современное естествознание.

Симметрией называется закономерная повторяемость равных фигур или равных частей одной и той же фигуры. Следовательно, симметричная фигура должна состоять из равных, правильно повторяющихся частей.

Приведенное определение симметрии требует пояснений. Прежде всего уточним понятие о равенстве фигур (или частей одной фигуры). Две фигуры называются равными, если расстояние между двумя любыми точками одной фигуры равно расстоянию между двумя соответственными точками другой. Приведенная строго геометрическая формулировка приложима и к равным частям одной и той же фигуры.

В дальнейшем мы будем называть равными и такие фигуры, которые при наложении одной на другую совпадают всеми своими точками (совместимо-равные фигуры), и такие фигуры, которые относятся друг к другу как предмет и его зеркальное отражение (зеркально-равные фигуры). Примером совместимого равенства могут служить две одинаковые правые (или левые) перчатки. Образцом зеркального равенства являются две парные перчатки — правая и левая (рис. 16).

В определении симметрии упоминалась закономерная повторяемость равных частей фигур. Для выявления указанной закономерности пользуются вспомогательными геометрическими образами — особыми точками, прямыми, плоскостями, с помощью которых математически характеризуется симметрия фигур. Эти образы называются элементами симметрии. К ним относятся:

¹ Федоров Е. С. Курс кристаллографии. СПб, 1901, с. 1.

центр симметрии, плоскости симметрии, простые и сложные оси симметрии и др.

На практических занятиях по кристаллографии элементы симметрии изучаются с помощью моделей, изображающих кристаллы в их идеальном развитии. Выше уже говорилось о том, что идеальные кристаллографические формы образуются при условии всестороннего и равномерного подтока питающего вещества к растущему кристаллу.

Центр симметрии. Центром симметрии C называется особая точка внутри фигуры. Любая проведенная через точку C прямая по обе стороны от нее и на равных расстояниях встречает соответственные точки фигуры.

Обратимся к моделям кристаллических многогранников. Из определения центра симметрии следует, что если по одну сторону от C находится вершина A многогранника, то по другую сторону на том же расстоянии от C должна находиться точно такая же парная ей вершина A_1 . Наметив на ребре или грани какую-либо точку B , мы обязательно найдем соответственную ей точку B_1 на аналогичном ребре или грани по другую сторону от C , причем $BC=B_1C$ (рис. 17).



Рис. 16. Правая и левая перчатки зеркально равны

Легко понять, что при наличии C в многограннике каждой его детали — грани, вершине, ребру — соответствует парная деталь в виде аналогичной грани, вершины, лежащих по другую сторону от C .

Полезно запомнить следующее практически важное правило: в многограннике, обладающем центром симметрии C , каждой грани отвечает другая грань, равная и параллельная первой.

Убедиться в параллельности двух граней просто: положив многогранник на стол испытываемой гранью, обнаружим наверху вторую грань, параллельную плоскости стола, а следовательно, параллельную и первой грани, совмещенной с плоскостью стола. Такой проверке необходимо подвергнуть все грани многогранника. Если хотя бы для одной грани не найдем парную ей параллельную грань — центр симметрии отсутствует (рис. 18). Напомним, что при проверке помимо установления параллельности гранных пар необходимо убедиться и в равенстве этих пар, как этого требует наличие центра симметрии C .

Куб и модель в форме кирпичика (или спичечной коробки) представляют собой простейшие примеры многогранников с центром симметрии. На рис. 19 изображена сложная форма кристалла медного купороса, на которой все грани попарно параллельны и равны, что свидетельствует о наличии центра симметрии C . На рис. 20 изображена шестигранная пирамида, лишенная центра симметрии.

Плоскости симметрии. Плоскостью симметрии P называется плоскость, разделяющая фигуру на две зеркально-равные части,

расположенные друг относительно друга как предмет и его зеркальное отражение.

В качестве примера возьмем равнобедренный треугольник ABD (рис. 21). Биссектриса BE представляет собой след плоскости симметрии, перпендикулярной плоскости чертежа. Легко убедиться, что обе половины треугольника зеркально равны. Действительно, опустив из точки A перпендикуляр на BE и продолжив

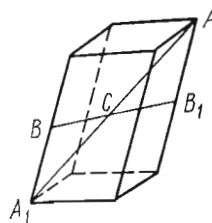


Рис. 17. C — центр симметрии параллелепипеда

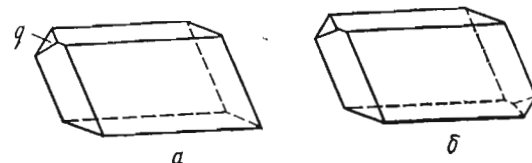


Рис. 18. Многогранники: a — без центра симметрии (грань a имеет соответственную параллельную и равную грани); b — с центром симметрии (все грани попарно параллельны и равны)

его на равное расстояние по другую сторону от E ($AE=ED$), получим вершину треугольника D . Эта точка является как бы зеркальным отражением точки A . Возьмем любую точку M на стороне AB и отразим ее в BE (т. е. опустим из M перпендикуляр на BE и продолжим его на равное расстояние по другую сторону от BE). Найденная точка N соответствует зеркальному отражению M . Точка B , лежащая на линии BE , при отражении в ней

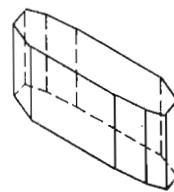


Рис. 19. Кристалл медного купороса (с центром симметрии)

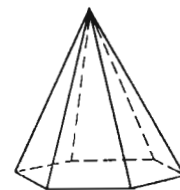


Рис. 20. Шестигранная (гексагональная) пирамида (центра симметрии нет)

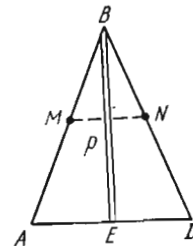


Рис. 21. BE — след плоскости симметрии в равнобедренном треугольнике ABD

останется на месте, так как совпадает с зеркальной плоскостью. Таким образом, обе половины равнобедренного треугольника ABD — два прямоугольных треугольника ABE и DBE — зеркально равны ($AE=ED$; $AB=BD$; BE — общий катет). Отразив левый треугольник ABE в зеркальной линии BE , получим правый треугольник BDE , и наоборот.

Сказанное легко проверить с помощью небольшого прямоугольного двустороннего зеркала. Поставив зеркало перпендикулярно к плоскости чертежа так, чтобы прямой его край совместился с линией BE , мы увидим, что правая половина фигуры в зеркале займет положение ее левой половины, а левая переместится на место правой.

Чтобы найти плоскость симметрии в многограннике, мысленно разрежем его плоскостью, проходящей через центр фигуры. Если при отражении в такой плоскости, как в зеркале, левая половина фигуры совместится всеми точками с правой половиной (и отраженная правая половина как бы перейдет на место левой), проведенная плоскость является *плоскостью симметрии* P .

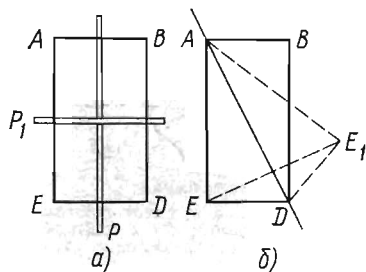


Рис. 22. В прямоугольнике $ABDE$ P и P_1 — следы двух плоскостей симметрии (а); AD и BE не отвечают следам плоскостей симметрии прямоугольника (б)

прямоугольника и проходят через их середины. Вдоль диагоналей прямоугольника плоскости симметрии провести нельзя, так как каждая из них пересекает его на два треугольника хотя и равных, но не обладающих зеркальным равенством (рис. 22).

Модель в форме кирпичика имеет три взаимно перпендикулярные плоскости симметрии (3 P), параллельные ее граням и пересекающиеся в центре фигуры (рис. 23).

Примером многогранника с большим количеством плоскостей симметрии является куб (рис. 24). Положив модель куба на плоскость стола, мы легко найдем четыре вертикальные плоскости симметрии, направленные по диагоналям и параллельно сторонам верхней квадратной грани. Так же легко находим горизонтальную плоскость, проходящую через центр куба параллельно плоскости стола. Несколько труднее обнаруживаются четыре косые плоскости симметрии, проходящие вдоль четырех верхних горизонтальных ребер куба и совпадающие с диагоналями четырех вертикальных попарно параллельных граней (рис. 24, в). Итак, в кубе имеется *девять плоскостей симметрии* (9 P). Таким же количеством плоскостей симметрии обладает и восьмигранник — октаэдр (см. рис. 1, в). В *гексагональной пирамиде* (рис. 20) всего *шесть плоскостей симметрии*: три проходят вдоль ее ребер и еще три по биссектрисам ее граней (см. рис. 20 — 6 P). В кристалле медного купороса (см. рис. 19) вовсе нет плоскостей симметрии.

отраженная правая половина как бы перейдет на место левой), проведенная плоскость является *плоскостью симметрии* P .

В квадрате мы найдем *четыре плоскости симметрии* (4 P), перпендикулярные плоскости чертежа. Следы двух из них совпадают с диагоналями квадрата, следы двух других плоскостей параллельны сторонам квадрата и проходят через середины его сторон.

В *прямоугольнике* только *две плоскости симметрии* (2 P), следы которых параллельны сторонам

Оси симметрии. *Осью симметрии* L называется *прямая линия, вокруг которой несколько раз повторяются равные части симметричной фигуры*. Эти части расположены так, что при повороте вокруг L на некоторый определенный угол фигура занимает в пространстве то же положение, которое она занимала до этого поворота, только на место одних ее частей становятся другие, равные им части. При этом, как говорят, *фигура совмещается сама с собой* (приходит к самосовмещению). Число самосовме-

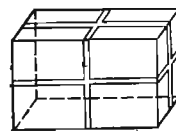


Рис. 23. Прямоугольный параллелепипед обладает тремя плоскостями симметрии

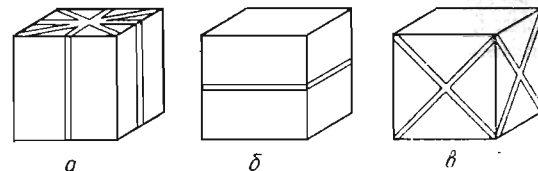


Рис. 24. Куб обладает девятью плоскостями симметрии:

а — четырем вертикальным; б — одной горизонтальной; в — четырем наклонным

щений фигуры при повороте вокруг L на 360° называется *порядком этой оси симметрии*. Порядок оси обозначается маленькой соответственной цифрой, стоящей внизу справа после большой буквы L (например, L_3 , L_4 и т. д.). Доказано, что порядки осей симметрии могут быть лишь целыми числами.

В геометрии возможны *оси любых целых порядков*. В этом можно убедиться, изобразив последовательный ряд правильных многоугольников. Через центр правильного треугольника перпендикулярно плоскости чертежа проходит L_3 , через центр квадрата L_4 , через центр правильного пятиугольника — L_5 , через центр правильного шестиугольника — L_6 и так вплоть до круга, через центр которого проходит L_∞ . Легко понять, что оси конуса или цилиндра также являются осями симметрии бесконечного порядка, а в шаре любой его диаметр является L_∞ . Следовательно, шар обладает бесконечным количеством осей L_∞ (∞L_∞).

Значительно проще обстоит дело с кристаллами. Оказывается, решетчатость их структуры *не допускает осей симметрии пятого порядка, а также осей симметрии порядка выше шести*. Итак, в кристаллических многогранниках и их структурах возможны лишь *оси L_2 , L_3 , L_4 , L_6* . Это положение является *важнейшим законом геометрической кристаллографии*.

Переходим к практическому нахождению осей симметрии на моделях кристаллических многогранников. *Оси симметрии обязательно проходят через центр тяжести фигуры, а их выходы на поверхности многогранника совпадают либо с вершинами, либо с центрами граней, либо с серединами ребер*.

Возьмем шестигранную (гексагональную) пирамиду с основанием в виде правильного шестиугольника (см. рис. 20). Легко убедиться в том, что вокруг вершины этой пирамиды шесть раз повторяются шесть совершенно одинаковых треугольных граней и шесть одинаковых ребер между ними. Эти грани и ребра пересекаются в вершине пирамиды. Естественно предположить, что через эту вершину проходит шестерная ось симметрии L_6 . Мы уже знаем, что она должна также проходить через центр тяжести фигуры. Проведя соответственную прямую через вершину пирамиды и центр ее тяжести, мы увидим, что второй выход этой прямой совпадает на поверхности фигуры с центральной точкой основания пирамиды, имеющего вид правильного шестиугольника. Эта прямая и должна соответствовать шестерной оси симметрии L_6 . Проверим это утверждение. Поставим один палец на вершину пирамиды, а другой палец совместим с центральной точкой основания. Запомним определенное расположение фигуры в пространстве (можно отметить, например, мелом какую-либо грань пирамиды, обращенную к нам) и начнем вращать пирамиду, придерживая ее двумя пальцами, вокруг намеченной оси. Повернув таким образом пирамиду на 60° , мы увидим, что на место первой грани пришла точно такая же другая грань, причем вся фигура совместилась сама с собой в пространстве. Следующий поворот на 60° приводит к новому самосовмещению и т. д. Повернув фигуру на 360° , мы увидим, что отмеченная мелом грань вернулась в свое исходное положение. Число самосовмещений пирамиды при полном ее обороте вокруг оси равно шести. Следовательно, прямая, соединяющая вершину пирамиды с центром ее основания, действительно L_6 .

Возьмем другую модель в форме кирпичика (см. рис. 23). Легко убедиться в том, что прямая, соединяющая центральные точки двух попарно параллельных граней, соответствует двойной оси симметрии — L_2 (в прямоугольной грани четыре прямых угла, но ее попарно параллельные стороны повторяются лишь два раза, поэтому фигура совмещается сама с собой при повороте на 180° вокруг отмеченной оси). В кирпичике всего шесть граней, через центры каждой пары которых проходят двойные оси симметрии, т. е. всего $3L_2$.

Перейдем к модели в форме куба. В кубе шесть квадратных граней, восемь вершин, двенадцать ребер. Леонард Эйлер вывел знаменитую формулу для многогранников¹:

$$\Sigma G + \Sigma V = \Sigma P + 2$$

(сумма граней плюс сумма вершин многогранника равны сумме его ребер плюс два). Для куба соответственно имеем:

$6 + 8 = 12 + 2$. Через центры каждой пары квадратных граней куба проходит четверная ось симметрии. Граней всего — шесть. Значит, в кубе имеются три четверные оси симметрии — $3L_4$

(см. рис. 25, а). Поставив куб на его вершину и глядя сверху, убедимся, что вокруг нее повторяются три одинаковые грани и три одинаковых ребра. С такой вершиной совпадает выход тройной оси симметрии. Она совмещена с телесной диагональю куба и проходит через две его противоположные вершины. У куба всего восемь вершин. Значит, в нем присутствуют четыре тройные оси симметрии $4L_3$ (рис. 25, б). Через середины ребер могут проходить лишь двойные оси симметрии. Вращая куб вокруг прямой, проходящей через середины двух его противоположных и парал-

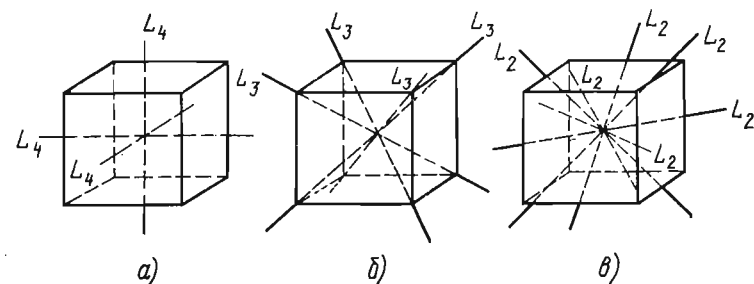


Рис. 25. Оси симметрии куба:
а — $3L_4$, б — $4L_3$, в — $6L_2$

лельных ребер, убедимся, что самосовмещение происходит при повороте на 180° . Значит, прямая совпадает с двойной осью симметрии L_2 . Так как в кубе имеется шесть пар таких ребер, то можно заключить, что в нем присутствует шесть двойных осей симметрии — $6L_2$ (рис. 25, в). Следовательно, полный набор осей симметрии куба следующий: $3L_4$ $4L_3$ $6L_2$.

Однако не только куб богат осями симметрии. Ряд кристаллографических моделей имеет точно такие же оси. Возьмем модель в форме октаэдра (восьмигранника, все грани которого являются правильными треугольниками, см. рис. 1, в). В виде октаэдров формируются кристаллы алмаза, шпинели, магнетита и других важнейших минералов. Октаэдр обладает восемью гранями, шестью вершинами и двенадцатью ребрами (по формуле Эйлера: $8 + 6 = 12 + 2$). В этом замечательном многограннике $3L_4$ проходят через пары его противоположных вершин, $4L_3$ — через середины попарно параллельных граней, $6L_2$ — через середины попарно параллельных и противоположащих ребер.

У некоторых кристаллов оси симметрии отсутствуют. Таковы, например, кристаллы медного купороса (см. рис. 19). Известны кристаллы с одной только осью симметрии (шестигранная пирамида с единственной осью L_6 , см. рис. 20), существуют кристаллические многогранники с несколькими осями симметрии (куб, октаэдр).

Помимо простых осей симметрии существуют еще сложные (инверсионные) оси. В нашем курсе мы их не касаемся. Однако

¹ Академик Л. Эйлер (1707—1783) — выдающийся математик, механик и физик.

при классификации кристаллов по их симметрии приходится учитывать существование двух таких осей — L_{i_4} и L_{i_6} .

L_{i_4} — четверная сложная (инверсионная) ось, совпадает с простой двойной осью симметрии (при отсутствии центра симметрии). При повороте фигуры этой оси на 90° и последующем ее отражении в центральной точке фигура совмещается сама с собой.

L_{i_6} — шестерная сложная (инверсионная) ось, всегда совпадает с простой тройной осью симметрии при наличии перпендикулярной ей плоскости симметрии ($L_{i_6} = L_3 + \perp P$; см. рис. 29, а и 29, ж).

Следовательно, полный перечень элементов симметрии для кристаллических многогранников содержит: центр симметрии C , плоскость симметрии P , оси симметрии L_2, L_3, L_4, L_6 , сложные оси симметрии L_{i_4}, L_{i_6} . Это элементы так называемой *конечной кристаллографической симметрии*. У бесконечно протяженных кристаллических структур к ним добавляются трансляции (параллельные переносы — T), плоскости скользящего отражения (плоскости симметрии с параллельными трансляциями — P_i), винтовые оси симметрии (оси симметрии с направленными вдоль них трансляциями L_i).

На основании изложенного опишем в виде формул полную симметрию рассмотренных выше кристаллических многогранников и их моделей. Условимся, что на первом месте в этих формулах стоят оси симметрии (L_6, L_4, L_3, L_2), на втором — плоскости симметрии P и на третьем — центр симметрии C .

1. Кристалл медного купороса (см. рис. 19) — C ; оси и плоскости симметрии отсутствуют.

2. Гексагональная пирамида (см. рис. 20) — $L_6 6P$.

3. Кирпичик (см. рис. 23) — $3L_2 3PC$.

4. Куб (см. рис. 24 и 25) — $3L_4 4L_3 6L_2 9PC$.

5. Октаэдр (см. рис. 1, в) — $3L_4 4L_3 6L_2 9PC$.

Строгий математический вывод, осуществленный еще в прошлом столетии М. Л. Франкенгеймом (1826), И. Ф. Гесселем (1830) и А. В. Гадолиным (1867), показал, что существует всего 32 вида симметрии, полностью описывающие все возможные для кристаллов комбинации известных элементов симметрии. Эти 32 совокупности элементов конечной кристаллографической симметрии систематически сгруппированы и представлены в табл. 1. Нельзя не подчеркнуть огромную важность видов симметрии, так как все без исключения кристаллические вещества, и в первую очередь все окристаллизованные минералы и металлы, распределяются по 32 клеткам указанной таблицы.

Виды симметрии подразделяются на три категории — низшую, среднюю и высшую и на семь сингоний (систем), совпадающих с горизонтальными строчками табл. 1. Вкратце охарактеризуем категории и кристаллографические сингонии.

I. Низшая категория. В кристаллах низшей категории оси симметрии либо вовсе отсутствуют, либо являются осями второго порядка (нет осей симметрии порядка выше двух). К низшей ка-

Таблица 1. 32 вида симметрии кристаллов

Категории	Сингонии	Вид симметрии																																
		Прим. главный	Центральный	Плоск. главный	Аксиальный	Плоск. аксиальный	Инверсионно-прим. главный	Инверсионно-плоск. главный																										
Низшая	Триклинная	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	
	Моноклинная	—	—	P	P	L_2	L_2	$L_2 PC$	L_2	$L_2 PC$	$L_2 PC$	L_2	L_2	L_2	$L_2 PC$	L_2	$L_2 PC$	L_2	L_2	$L_2 PC$	L_2	$L_2 PC$	L_2	$L_2 PC$	L_2	$L_2 PC$	L_2	$L_2 PC$	L_2	$L_2 PC$	L_2	$L_2 PC$	L_2	$L_2 PC$
	Ромбическая	—	—	$L_2 2P$	$L_2 2P$	$3L_2$	$3L_2$	$3L_2 PC$	$3L_2$	$3L_2 PC$	$3L_2 PC$	$3L_2$	$3L_2$	$3L_2$	$3L_2 PC$	$3L_2$	$3L_2 PC$	$3L_2$	$3L_2$	$3L_2 PC$	$3L_2$	$3L_2 PC$	$3L_2$	$3L_2 PC$	$3L_2$	$3L_2 PC$	$3L_2$	$3L_2 PC$	$3L_2$	$3L_2 PC$	$3L_2$	$3L_2 PC$	$3L_2$	$3L_2 PC$
	Тригональная	L_3	$L_3 C$	$L_3 3P$	$L_3 3P$	$L_3 3L_2$	$L_3 3L_2$	$L_3 3L_2 PC$	$L_3 3L_2$	$L_3 3L_2 PC$	$L_3 3L_2 PC$	$L_3 3L_2$	$L_3 3L_2$	$L_3 3L_2$	$L_3 3L_2 PC$	$L_3 3L_2$	$L_3 3L_2 PC$	$L_3 3L_2$	$L_3 3L_2$	$L_3 3L_2 PC$	$L_3 3L_2$	$L_3 3L_2 PC$	$L_3 3L_2$	$L_3 3L_2 PC$	$L_3 3L_2$	$L_3 3L_2 PC$	$L_3 3L_2$	$L_3 3L_2 PC$	$L_3 3L_2$	$L_3 3L_2 PC$	$L_3 3L_2$	$L_3 3L_2 PC$	$L_3 3L_2$	$L_3 3L_2 PC$
	Тетрагональная	L_4	$L_4 PC$	$L_4 4P$	$L_4 4P$	$L_4 4L_2$	$L_4 4L_2$	$L_4 4L_2 PC$	$L_4 4L_2$	$L_4 4L_2 PC$	$L_4 4L_2 PC$	$L_4 4L_2$	$L_4 4L_2$	$L_4 4L_2$	$L_4 4L_2 PC$	$L_4 4L_2$	$L_4 4L_2 PC$	$L_4 4L_2$	$L_4 4L_2$	$L_4 4L_2 PC$	$L_4 4L_2$	$L_4 4L_2 PC$	$L_4 4L_2$	$L_4 4L_2 PC$	$L_4 4L_2$	$L_4 4L_2 PC$	$L_4 4L_2$	$L_4 4L_2 PC$	$L_4 4L_2$	$L_4 4L_2 PC$	$L_4 4L_2$	$L_4 4L_2 PC$	$L_4 4L_2$	$L_4 4L_2 PC$
Средняя	Гексагональная	L_6	$L_6 PC$	$L_6 6P$	$L_6 6P$	$L_6 6L_2$	$L_6 6L_2$	$L_6 6L_2 PC$	$L_6 6L_2$	$L_6 6L_2 PC$	$L_6 6L_2$	$L_6 6L_2$	$L_6 6L_2$	$L_6 6L_2 PC$	$L_6 6L_2$	$L_6 6L_2 PC$	$L_6 6L_2$	$L_6 6L_2$	$L_6 6L_2 PC$	$L_6 6L_2$	$L_6 6L_2 PC$	$L_6 6L_2$	$L_6 6L_2 PC$	$L_6 6L_2$	$L_6 6L_2 PC$	$L_6 6L_2$	$L_6 6L_2 PC$	$L_6 6L_2$	$L_6 6L_2 PC$	$L_6 6L_2$	$L_6 6L_2 PC$	$L_6 6L_2$	$L_6 6L_2 PC$	
	Кубическая	$4L_3 3L_2$	$4L_3 3L_2 PC$	$4L_3 3L_2 6P$	$4L_3 3L_2 6P$	$3L_4 4L_3 6L_2$	$3L_4 4L_3 6L_2$	$3L_4 4L_3 6L_2 PC$	$3L_4 4L_3 6L_2$	$3L_4 4L_3 6L_2 PC$	$3L_4 4L_3 6L_2 PC$	$3L_4 4L_3 6L_2$	$3L_4 4L_3 6L_2$	$3L_4 4L_3 6L_2 PC$	$3L_4 4L_3 6L_2$	$3L_4 4L_3 6L_2 PC$	$3L_4 4L_3 6L_2$	$3L_4 4L_3 6L_2 PC$	$3L_4 4L_3 6L_2$	$3L_4 4L_3 6L_2 PC$	$3L_4 4L_3 6L_2$	$3L_4 4L_3 6L_2 PC$	$3L_4 4L_3 6L_2$	$3L_4 4L_3 6L_2 PC$	$3L_4 4L_3 6L_2$	$3L_4 4L_3 6L_2 PC$	$3L_4 4L_3 6L_2$	$3L_4 4L_3 6L_2 PC$	$3L_4 4L_3 6L_2$	$3L_4 4L_3 6L_2 PC$	$3L_4 4L_3 6L_2$	$3L_4 4L_3 6L_2 PC$	$3L_4 4L_3 6L_2$	$3L_4 4L_3 6L_2 PC$

тегории относятся три сингонии — *триклинная*, *моноклинная*, *ромбическая*.

1. *Триклинная сингония*. В кристаллах триклинной сингонии нет ни осей, ни плоскостей симметрии. Элементы симметрии либо вовсе отсутствуют (—), либо имеется лишь один центр симметрии C .

2. *Моноклинная сингония*. Кристаллы имеют двойную ось или плоскость симметрии в единственном числе (L_2 ; P ; L_2PC).

3. *Ромбическая сингония*. Кристаллы ромбической сингонии имеют несколько двойных осей или несколько плоскостей симметрии ($3L_2$; L_22P ; $3L_23PC$).

II. **Средняя категория**. В кристаллах средней категории всегда присутствует одна ось симметрии порядка выше двух — главная ось. Помимо главных осей могут быть двойные оси, плоскости и центр симметрии. К средней категории принадлежат три следующие сингонии: *тригональная*, *тетрагональная*, *гексагональная*.

4. *Тригональная сингония*. В кристаллах имеется главная — тройная ось симметрии — L_3 .

5. *Тетрагональная сингония*. К этой сингонии принадлежат кристаллы, у которых главная ось — четверная ось симметрии — L_4 (или L_4).

6. *Гексагональная сингония*. В кристаллах имеется главная ось — шестерная ось симметрии — L_6 (или L_6).

III. **Высшая категория**. В кристаллах высшей категории имеется несколько осей порядка выше двух. К высшей категории относятся лишь одна — кубическая сингония.

7. *Кубическая сингония*. В кристаллах этой сингонии всегда присутствуют четыре тройные оси — $4L_3$, часто — $3L_4$. Помимо главных осей ($4L_3$, $3L_4$) всегда имеются двойные оси, иногда — плоскости и центр симметрии.

Среди разобранных выше простейших моделей кристалл медного купороса (см. рис. 19) относится к низшей категории, триклинной сингонии. Он имеет только центр симметрии (C).

Кристалл в виде «кирпичика» (см. рис. 23) относится к низшей категории и ромбической сингонии ($3L_2$ $3PC$).

Гексагональная пирамида (см. рис. 20) относится к средней категории и гексагональной сингонии (L_6 $6P$).

Кристалл в виде куба или октаэдра относится к высшей категории и кубической сингонии ($3L_4$ $4L_3$ $6L_2$ $9PC$).

Далеко не все минералы играют одинаково важную роль в природе. Наибольшее число минералов приходится на моноклинную сингонию (вид симметрии L_2 PC). В табл. 2 перечислены важнейшие виды симметрии, к которым принадлежит большинство природных кристаллов (минералов). Наибольшее количество веществ относится к низшей категории, затем следует средняя и затем высшая категории.

Приблизленно суммарные количества минералов, принадлежащих к низшей, средней и высшей категориям, относятся как 4 : 2 : 1.

Сингонии можно определять на моделях кристаллов без предварительного нахождения всех элементов симметрии. Так, правильно образованные кристаллы и их модели, приближающиеся к шаровидной форме (т. е. не вытянутые и не сплюснутые), обычно принадлежат к кубической системе (для проверки надо в них обнаружить $4L_3$). В кристаллах вытянутых или сплюснутых

Таблица 2. Важнейшие виды симметрии

Вид симметрии	Сингония	Минералы
C	Триклинная	Кальциево-натриевые полевые шпаты—плаггиоклазы Калиевый полевой шпат—микроклин, медный купорос Калиевый полевой шпат—ортотлаз, слюды, гипс Барит, топаз Кальцит и другие карбонаты, корунд Цирион, касситерит Берилл Алмаз, поваренная соль, галенит, самородные металлы—золото, серебро, медь, платина
L_2 PC	Моноклинная	
$3L_2$ $3PC$ L_3 $3L_2$ $3PC$	Ромбическая Тригональная	
L_4 $4L_2$ $5PC$ L_6 $6L_2$ $7PC$ $3L_4$ $4L_3$ $6L_2$ $9PC$	Тетрагональная Гексагональная Кубическая	

ных следует обратить внимание на направление вытянутости или сплюснутости. Совпадение этого направления с L_3 свидетельствует о принадлежности кристалла к тригональной сингонии, с L_4 — к тетрагональной, с L_6 — к гексагональной. Если направление вытянутости или сплюснутости совпадает с L_2 или вовсе не совпадает с осью симметрии, кристалл принадлежит к низшей категории. В этом случае, чтобы определить, к какой сингонии относится образец (к ромбической, моноклинной или триклинной), необходимо найти все элементы симметрии.

Глава 4

ФОРМЫ КРИСТАЛЛОВ

Из содержания предыдущей главы следует, что установление кристаллографической системы и элементов симметрии не дает полного представления об описываемых фигурах. Так, куб и октаэдр принадлежат к одной и той же кубической сингонии и характеризуются одной и той же симметричной формулой

($3L_4 4L_3 6L_2 9PC$), хотя внешняя их форма различна. Следовательно, в описаниях кристаллов и их моделей необходимо помимо категории, сингонии и вида симметрии называть также внешнюю форму. В основе учения о кристаллографических формах лежит понятие «простая форма».

Простой формой называют совокупность граней, выводящихся друг из друга при помощи элементов симметрии кристалла. Так, грани гексагональной пирамиды (см. рис. 20) представляют одну простую форму. Все они могут быть выведены из одной исходной грани путем ее поворотов вокруг L_6 на 60° , 120° , 180° , 240° и 300° .

Иногда простая форма может состоять из одной единственной грани (моноэдр).

Куб — простая форма, так как с помощью отражений в плоскостях симметрии или путем поворотов вокруг осей симметрии из одной его грани можно вывести все остальные грани. То же относится и к октаэдру. В идеально развитых кристаллических многогранниках все грани одной простой формы должны быть одинаковыми по величине и контурам, так как они выводятся друг из друга при помощи элементов симметрии. Модели куба, октаэдра, гексагональной пирамиды иллюстрируют сказанное. Полный вывод кристаллографических простых форм осуществляется на основе 32 видов симметрии. Сущность вывода состоит в том, что для каждого вида симметрии рассматриваются все возможные случаи расположения граней относительно элементов симметрии. При этом для каждого случая указывается число граней, выводящихся с помощью элементов симметрии. Перебрав все 32 класса симметрии и рассмотрев все возможные для них случаи простых форм, получим в результате всего 47 простых кристаллографических форм (см. приложение 1). В дальнейшем мы выделим лишь важнейшие простые формы, наиболее часто встречающиеся на реальных кристаллах. Прежде чем перейти к их характеристике, обратим внимание на то, что нередко простые формы встречаются совместно с другими формами.

Совокупности нескольких простых форм называют комбинациями. При подсчете простых форм, входящих в комбинацию, следует исходить из числа различных сортов граней многогранника. Простых форм в комбинации столько, сколько на ней обнаруживают различных сортов граней. Так, на модели в форме кирпичика различают три пары попарно-параллельных граней. Грани каждой отдельной пары равны, но отличаются по величине от граней двух других пар. Следовательно, «кирпичик» сложен из трех различных простых форм. Каждая такая форма состоит из двух попарно-параллельных и равных граней и называется пинакоидом. Следовательно, «кирпичик» является комбинацией трех пинакоидов.

На рисунке 26 изображена комбинация двух простых форм — куба и октаэдра на идеально развитом кристалле куприта Cu_2O . На нем легко различаются два сорта граней в виде

больших восьмиугольников и маленьких треугольников. Граней первого сорта всего шесть, что соответствует кубу (в кубической системе только куб обладает шестью гранями). Граней второго сорта — восемь. Это октаэдр (среди форм кубической сингонии один лишь октаэдр ограничен восемью гранями).

Переходим к обзору важнейших простых форм, относящихся к трем категориям сингоний.

Названия большинства простых кристаллографических форм основаны на названиях греческих числительных. Ниже приведены те из них, которые используются в наименованиях форм:

монос — один	пента — пять
ди — два	гекса — шесть
три — три	окта — восемь
тетра — четыре	додека — двенадцать

Часто используются такие греческие слова, как эдра — грань, гония (гон) — угол.

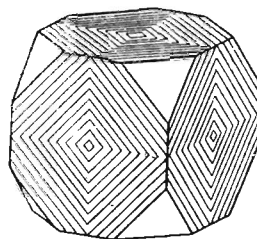


Рис. 26. Комбинация куба с октаэдром на кристалле куприта

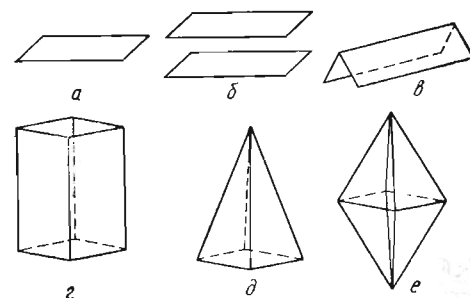


Рис. 27. Важнейшие простые формы сингоний низшей категории:

a — моноэдр, *b* — пинакоид, *c* — диэдр, *d* — ромбическая призма; *e* — ромбическая пирамида.

Простые формы сингоний низшей категории. В низших сингониях — триклинной, моноклинной и ромбической — встречается всего семь типов простых форм. Охарактеризуем шесть из них.

Седьмая — менее важная простая форма — ромбический тетраэдр — представлена в приложении 1, рис. 1.

Моноэдр — «одногранник» (рис. 27, *a*), простая форма, состоящая из одной единственной грани, не связанной элементами симметрии с другими гранями фигуры. Ясно, что такая форма встречается только в комбинациях.

Пинакоид (греч. «пинас» — доска, рис. 27, *b*) — две взаимно параллельные, выводющиеся друг из друга грани. Встречается лишь в комбинациях. Примером может служить рассмотренный ранее «кирпичик» — комбинация трех пинакоидов в ромбической сингонии.

Диэдр (рис. 27, *c*) — простая форма, состоящая из двух пересекающихся граней. Наглядной моделью диэдра может слу-

жить раскрытая книга или двускатная крыша. Эта форма, как и две предыдущие, может находиться лишь в комбинациях. Моделью комбинации из моноэдра, пинакоидов и диэдра является детская игрушка, изображающая домик (рис. 28). Симметрия такого «домика» L_2P (ромбическая сингония). Основание (пол) домика — моноэдр; передняя и задняя стенки, а также боковые — правая и левая стенки — два пинакоида; двускатная крыша — диэдр.

Ромбическая призма (см. рис. 27, г) — простая форма, состоящая из четырех граней, в которой грани попарно (через одну) — параллельны. Поперечное сечение такой формы — ромб. Отдельно взятые четыре плоскости ромбической призмы составляют фигуру, открытую с двух концов. В замкнутых многогранниках эти концы должны быть прикрыты гранями других простых форм. На рис. 27, г ромбическая призма находится в комбинации с пинакоидом.

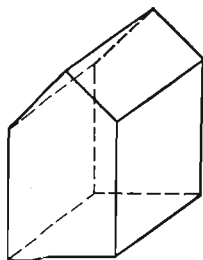


Рис. 28. Комбинация моноэдра, диэдра и двух пинакоидов

Ромбическая пирамида (см. рис. 27, д) — простая форма, состоящая из четырех граней, пересекающихся в одной точке — вершине. Основание пирамиды — ромб. Грани пирамиды, отдельно взятые, образуют открытую форму и, следовательно, как и все предыдущие формы, встречаются только в комбинациях. На рис. 27, д ромбическая пирамида изображена в комбинации с моноэдром, лежащим в основании. Симметрия такой формы — L_2P (ромбическая сингония).

Ромбическая дипирамида (см. рис. 27, е) относится к ромбической сингонии. Это единственная простая форма низшей категории, состоящая из восьми граней, образующих замкнутый многогранник. Ромбическую дипирамиду легко моделировать, сложив основаниями две одинаковые ромбические пирамиды (отсюда название дипирамида, т. е. «двойная пирамида»). Симметрия этой формы — $3L_23PC$.

Моноэдры и пинакоиды встречаются во всех трех сингониях

Таблица 3. Важнейшие простые формы низшей категории

Число одинаковых граней	Взаимное расположение граней	Названия простых форм	Число одинаковых граней	Взаимное расположение граней	Названия простых форм
1	—	Моноэдр	4	Все грани пересекаются в одной точке	Ромбическая пирамида
2	Грани параллельны	Пинакоид	8	—	Ромбическая дипирамида
4	Грани попарно (через одну) параллельны	Диэдр Ромбическая призма			

низшей категории — триклинной, моноклинной и ромбической. В триклинной сингонии могут быть только моноэдры и пинакоиды. Триклинный кристалл медного купороса (см. рис. 19) с симметрией C представляет комбинацию семи пинакоидов. Диэдры и ромбические призмы свойственны моноклинной и ромбической сингониям. Ромбические пирамида и дипирамида встречаются только в ромбической сингонии. Табл. 3 облегчает распознавание простых форм на моделях кристаллов низшей категории.

Простые формы сингоний средней категории. В сингониях средней категории — тригональной, тетрагональной, гексагональной — появляются свои характерные простые формы. Из рассмотренных выше форм сохраняются лишь две — моноэдр и пинакоид. Моноэдр — одногранник, пинакоид — совокупность двух одинаковых параллельных граней, причем грани этих двух форм всегда перпендикулярны главной оси кристалла (L_3, L_4, L_1, L_2, L_1). Грани, параллельные главной оси, образуют призмы — тригональную, тетрагональную и гексагональную.

Тригональная призма (рис. 29, а) состоит из трех граней, параллельных L_3 (или L_1). В поперечном сечении она образует правильный треугольник (тригон). Тригональные призмы свойственны кристаллам тригональной или гексагональной (при наличии L_1) сингоний.

Тетрагональная призма (рис. 29, б) состоит из четырех граней, параллельных L_4 (или L_1). В поперечном сечении они образуют квадрат (тетрагон). Тетрагональные призмы встречаются исключительно на кристаллах тетрагональной сингонии.

Гексагональная призма (рис. 29, в) состоит из шести граней, параллельных L_6 или L_3 . В поперечном сечении она образует правильный шестиугольник (гексагон). Встречается гексагональная призма на кристаллах гексагональной и тригональной сингоний.

На кристаллах средней категории встречаются призмы с удвоенным по сравнению с тремя предыдущими формами числом граней (см. приложение 1, рис. 2). Здесь они не рассматриваются. Далее перейдем к серии пирамид, встречающихся на кристаллах средней категории. Грани таких пирамид пересекаются в одной точке (вершине), лежащей на главной оси (L_3, L_4, L_6). Рассмотрим три пирамиды — тригональную, тетрагональную, гексагональную.

Тригональная пирамида (рис. 29, г) состоит из трех граней, пересекающихся на L_3 . В основании ее лежит правильный треугольник (тригон). Тригональные пирамиды встречаются лишь на кристаллах тригональной сингонии.

Тетрагональная пирамида (рис. 29, д) состоит из четырех граней, пересекающихся в одной точке (вершине) на L_4 . Основанием этой пирамиды является квадрат. Тетрагональные пирамиды свойственны лишь кристаллам тетрагональной сингонии.

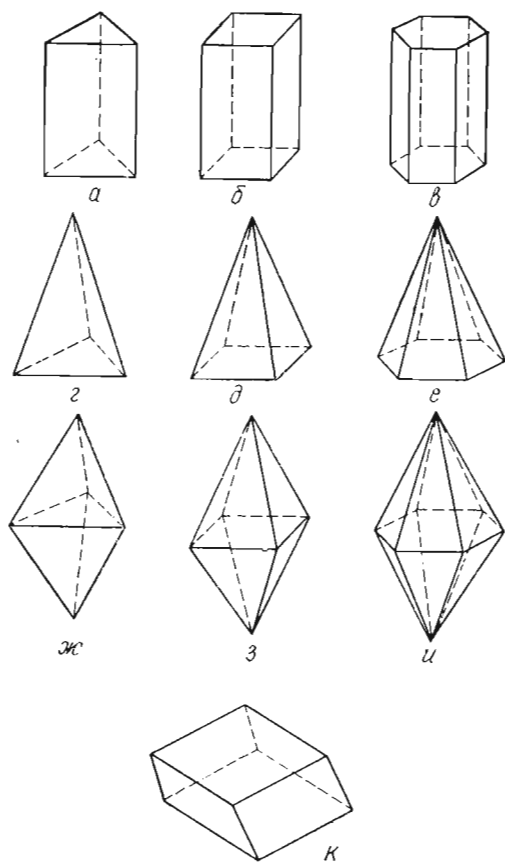


Рис. 29. Важнейшие простые формы сингоний средней категории:

а-в — призмы (а — тригональная, б — тетрагональная, в — гексагональная); г-е — пирамиды (г — тригональная, д — тетрагональная, е — гексагональная); ж-и — дипирамиды (ж — тригональная, з — тетрагональная, и — гексагональная); к — ромбоэдр

Если поставить главную ось кристалла (модели) вертикально, то три грани дипирамиды будут обращены вверх, а три другие — вниз. При этом нижние грани окажутся точно под верхними. Поперечное сечение такой формы — правильный треугольник (тригон). Тригональную дипирамиду можно построить из двух тригональных пирамид, сложив их основаниями. Встречаются тригональные дипирамиды на кристаллах тригональной и гексагональной L_1 сингоний.

Тетрагональная дипирамида (рис. 29,з) сложена из восьми граней, пересекающих L_4 (или L_2) в двух точках. При верти-

Гексагональная пирамида (рис. 29,е) состоит из шести граней, пересекающихся в одной точке на L_6 или L_3 . В основании ее лежит правильный шестиугольник (гексагон). Встречаются такие пирамиды на гексагональных и тригональных кристаллах. Существуют также пирамиды с удвоенным по сравнению с описанными выше числом граней (см. приложение 1, рис. 2).

В отличие от призм и пирамид, являющихся открытыми формами и, следовательно, встречающихся только в комбинациях, дипирамиды представляют замкнутые многогранники и могут образовывать кристаллы, состоящие из одной простой формы в виде дипирамиды. Важнейшими дипирамидами на кристаллах средней категории являются тригональная, тетрагональная и гексагональная дипирамиды.

Тригональная дипирамида (рис. 29,ж) состоит из шести граней, пересекающих главную ось (L_3 или L_1) в двух точках.

кально поставленной L_4 четыре грани дипирамиды обращены вверх, а четыре — вниз, причем последние лежат точно под верхними гранями. Поперечное сечение такой дипирамиды — квадрат. Форма эта состоит как бы из двух тетрагональных пирамид, сложенных основаниями. Тетрагональные дипирамиды встречаются только в тригональной сингонии.

Гексагональная дипирамида (рис. 29,и) состоит из двенадцати граней, пересекающих L_6 , L_2 или L_3 в двух точках. При вертикально поставленной главной оси шесть граней дипирамиды, обращены вверх, а шесть — вниз, причем нижние грани находятся точно под верхними. Поперечное сечение — правильный шестиугольник (гексагон). Такая дипирамида как бы состоит из двух гексагональных пирамид, сложенных основаниями. Гексагональные дипирамиды встречаются на кристаллах гексагональной и тригональной ($L_3 3L_2 3PC$) сингоний.

Существуют и более сложные дипирамиды, представляющие результат удвоения трех предыдущих форм (приложение 1, рис. 2).

К важнейшим формам средней категории относится **ромбоэдр** (рис. 29,к), встречающийся на кристаллах тригональной сингонии. Шесть его граней являются ромбами. Отсюда и название всей формы. Следует особенно подчеркнуть принадлежность ромбоэдра исключительно к тригональной сингонии. Никакого отношения к ромбической сингонии он не имеет.

Главную ось L_3 грани ромбоэдра пересекают в двух точках. При вертикально поставленной L_3 нижняя грань ромбоэдра располагается симметрично между двумя верхними. Эта форма представляет как бы куб, вытянутый или сплюснутый вдоль одной из его тройных осей.

В виде ромбоэдра нередко кристаллизуются важнейшие тригональные карбонаты (углекислые соединения). К ним относятся: кальцит $CaCO_3$, магнезит $MgCO_3$, сидерит $FeCO_3$ и др. Симметрия их — $L_3 3L_2 3PC$. Эти минералы не только ограничены в форме ромбоэдров, но и раскалываются по плоскостям, параллельным ромбоэдрическим граням (спайность по ромбоэдру).

На кристаллах тригонального кварца кажущиеся гексагональные пирамидки на концах гексагональной призмы в действительности принадлежат двум ромбоэдрам (симметрия кварца $L_3 3L_2$ (см. рис. 1,б).

Описанные важнейшие простые формы средней категории сведены в табл. 4.

Простые формы высшей категории — кубическая сингония. Среди простых форм кубической сингонии отсутствуют моноэдры, пинакоиды, диэдры, призмы, пирамиды и дипирамиды. Для нее характерны свои особые формы, свойственные только высшей категории. Это замкнутые фигуры. Из пятнадцати простых форм этой сингонии мы остановимся лишь на восьми наиболее значительных. К ним относятся тетраэдр, куб (гексаэдр), октаэдр, ромбододекаэдр, пентагон-додекаэдр, тетрагексаэдр, тетрагон-три-

Таблица 4. Важнейшие простые формы средней категории

Расположение граней относительно главной оси (L_3, L_4, L_2)	Число граней	Название простых форм
Грани перпендикулярны главной оси	1	Моноэдр
То же	2	Пинакоид
Грани параллельны главной оси	3	Тригональная
	4	Тетрагональная
	6	Гексагональная
		} Призмы
Грани пересекают главную ось в одной точке	3	Тригональная
	4	Тетрагональная
	6	Гексагональная
		} Пирамиды
Грани пересекают главную ось в двух точках. Нижние грани расположены точно под верхними	6	Тригональная
	8	Тетрагональная
	12	Гексагональная
		} Дипирамиды
Грани пересекают главную ось в двух точках. Нижняя грань лежит симметрично между двумя верхними	6	Ромбоэдр

октаэдр, 48-гранник (гексоктаэдр). При определении простых форм кубической сингонии следует исходить прежде всего из числа их граней.

Тетраэдр (кубический тетраэдр, рис. 30, а) представляет четырехгранник с гранями в виде правильных треугольников (перпендикулярно каждой такой грани проходит одна из четырех

тройных осей симметрии). Это единственная простая форма в кубической сингонии, обладающая четырьмя гранями.

Существует минерал тетраэдрит $Cu_{12}Sb_4S_{13}$, названный так по характерной форме, соответствующей кубическому тетраэдру.

Куб (гексаэдр) — общеизвестная простая форма (рис. 30, б), обладающая шестью гранями в виде одинаковых квадратов. Грани попарно параллельны. Перпендикулярно им проходят $3L_4$ или, в случае их отсутствия, $3L_2$. Куб — единственная простая форма кубической сингонии, имеющая шесть граней.

Множество важнейших минералов кристаллизуется в форме кубов: каменная соль $NaCl$, галенит PbS , флюорит CaF_2 , пирит FeS_2 и др. Каменная соль и галенит раскалываются по плоскостям, параллельным граням куба (спайность по кубу), образуя кубические осколки.

Октаэдр (рис. 30, в) состоит из восьми граней в виде правильных одинаковых треугольников. Грани октаэдра попарно параллельны. Перпендикулярно им проходят $4L_3$. Октаэдр — единственный восьмигранник в кубической сингонии. Эта важная форма встречается в виде природных кристаллов алмаза, шпинели, магнетита, алюмокалиевых квасцов и др.

Кристаллы алмаза и флюорита раскалываются по плоскостям, параллельным граням октаэдра (спайность по октаэдру). Самоходное золото, серебро и медь образуют сложные скелетные образования, состоящие из наросших друг на друга маленьких октаэдров или кубиков. Двенадцатигранников в кубической сингонии пять. Рассмотрим два важнейших из них — ромбододекаэдр и пентагон-додэкаэдр.

Ромбододекаэдр (рис. 30, г) — двенадцатигранник с гранями в виде одинаковых ромбов. Грани попарно параллельны. В видах симметрии $3L_4 4L_3 6L_2 9PC$ и $3L_4 4L_3 6L_2$ шесть двойных осей симметрии перпендикулярны граням ромбододекаэдра. Форма ромбододекаэдра характерна для кристаллов граната, сфалерита ZnS и других минералов. Кристаллы сфалерита раскалываются по плоскостям, параллельным граням ромбододекаэдра (спайность по ромбододекаэдру).

Пентагон-додэкаэдр (рис. 30, д) — двенадцатигранник с гранями в форме пятиугольников. Пятиугольники неправильные. Если бы пятиугольники были правильными, мы получили бы правильный геометрический додекаэдр с шестью осями симметрии пятого порядка, невозможными в кристаллографии. У пятиугольных граней пентагон-додэкаэдра четыре стороны равны, а пятая отличается от них. Грани пентагон-додэкаэдра попарно параллельны.

Кристаллы в форме пентагон-додэкаэдра особенно характерны для пирита FeS_2 , кристаллизующегося также и в виде кубов. Вид симметрии пирита — $3L_2 4L_3 3PC$. К числу простых форм кубической сингонии принадлежит серия двадцатичетырехгранников. Из них мы остановимся лишь на двух — тетрагексаэдре и тетрагон-триоктаэдре.

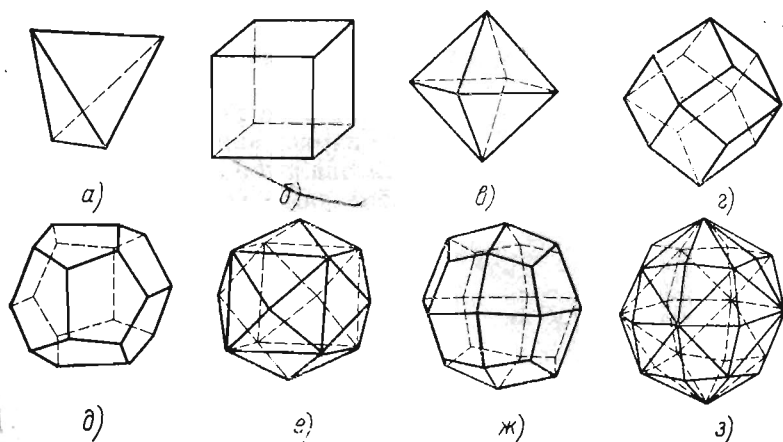


Рис. 30. Важнейшие простые формы кубической сингонии (высшая категория): а — тетраэдр, б — куб (гексаэдр), в — октаэдр, г — ромбододекаэдр, д — пентагон-додэкаэдр, е — тетрагексаэдр, ж — тетрагон-триоктаэдр, з — гексоктаэдр (48-гранник)

Тетрагексаэдр (пирамидальный куб, рис. 30, е) — двадцатичетырехгранник с гранями в виде равнобедренных треугольников. Эта форма может быть представлена как учетверенный куб (отсюда и название формы). Если на каждой грани куба надстроить пирамидку из четырех граней, получим тетрагексаэдр. Грани тетрагексаэдров встречаются на кристаллах флюорита CaF_2 , самородной меди, серебра, золота, платины и др.

Тетрагон-триоктаэдр (рис. 30, ж) — двадцатичетырехгранник с гранями в виде неправильных четырехугольников. Эта форма представляет как бы утроенный октаэдр («триоктаэдр»). На каждой грани октаэдра надстроена пирамидка из трех-четырехугольных граней (приставка «тетрагон» указывает на четырехугольные контуры граней). Следовательно, термин «тетрагон-триоктаэдр» означает в переводе утроенный октаэдр с четырехугольными гранями.

Тетрагон-триоктаэдр вместе с ромбододекаэдром принадлежат к характерным формам граната.

Сорокавосьмигранник, или **гексоктаэдр** (рис. 30, з), обладает наибольшим числом граней среди всех простых кристаллографических форм. Он состоит из сорока восьми граней в виде одинаковых разносторонних треугольников. Такую форму можно построить, покрыв грани октаэдра пирамидками из шести треугольных граней. Отсюда становится понятным и название «гексоктаэдр», т. е. «ушестеренный октаэдр».

Сорокавосьмигранник лишь в редких случаях образует кристаллические многогранники в виде одной простой формы. Чаще всего он встречается в комбинациях с другими простыми формами. В таком виде он присутствует на кристаллах алмаза, самородной меди, золота и серебра, магнетита, флюорита и др.

Таблица 5. Важнейшие простые формы высшей категории. Кубическая сингония

Число граней	Контуры граней	Название простых форм
4	Правильный треугольник	Тетраэдр
6	Квадрат	Куб (гексаэдр)
8	Правильный треугольник	Октаэдр
12	Ромб	Ромбододекаэдр
12	Пятиугольник	Пентагон-додекаэдр
24	Равнобедренный треугольник	Тетрагексаэдр
24	Четырехугольник	Тетрагон-триоктаэдр
48	Разносторонний треугольник	48-гранник (гексоктаэдр)

В комбинациях простые формы кубической сингонии определяют прежде всего по числу граней, принадлежащих той или иной простой форме. Так, тетраэдр, куб, октаэдр безошибочно определяют по соответствующим им числам граней (тетраэдр — 4, куб — 6, октаэдр — 8). В случае двенадцатигранников определение несколько усложняется. Как, например, отличить в комбинации

ромбододекаэдр от пентагон-додекаэдра? Обе формы имеют двенадцать попарно параллельных граней. Для решения задачи мысленно продолжим плоскости граней данного двенадцатигранника до взаимного пересечения, не обращая внимания на грани других простых форм, входящих в комбинацию. Если получим в результате четырехугольники (ромбы) — перед нами ромбододекаэдр, если пятиугольники — пентагон-додекаэдр. Эта задача значительно упрощается, если использовать кристаллографические символы (см. гл. 5).

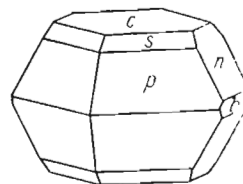


Рис. 31. Кристалл — самородной серы:

комбинация b, c — двух пинакоидов, n — ромбической призмы, p, s — двух ромбических дипирамид

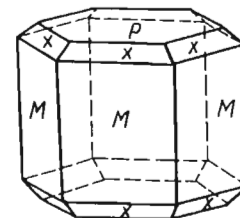


Рис. 32. Кристалл берилла:

комбинация P — пинакоида, M — гексагональной призмы, x — гексагональной дипирамиды

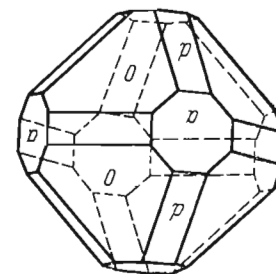


Рис. 33. Кристалл галенита:

комбинация a — куба, o — октаэдра и d — ромбододекаэдра

В табл. 5 дана сводка данных, помогающих распознавать описанные выше формы кубической сингонии. Приведем примеры типовых записей, характеризующих симметрию и формы моделей кристаллических многогранников.

Пример 1. Кристалл самородной серы (рис. 31) — $3L_2 3PC$. Ромбическая сингония. Низшая категория. Пять простых форм: два пинакоида (c, b); две ромбические дипирамиды (p, s); одна ромбическая призма (n).

Пример 2. Кристалл берилла $\text{Be}_3\text{Al}_2(\text{Si}_6\text{O}_{18})$ (рис. 32), $L_6 6L_2 7PC$. Гексагональная сингония. Средняя категория. Три простые формы: пинакоид (P); гексагональная призма (M); гексагональная дипирамида (x).

Пример 3. Кристалл галенита PbS (рис. 33), $3L_4 4L_3 6L_2 9PC$. Кубическая сингония. Высшая категория. Три простые формы: куб (a); октаэдр (o); ромбододекаэдр (d).

Глава 5

КРИСТАЛЛОГРАФИЧЕСКИЕ СИМВОЛЫ

Приведенные в предыдущей главе сведения о сингонии, категории, виде симметрии, числе и названиях простых форм кристаллов не дают еще полного представления о кристаллических многогранниках. Это хорошо иллюстрирует следующий пример.

На рис. 34 изображены два кристалла циркона $ZrSiO_4$ из различных месторождений. Описания обоих образцов тождественны:

Сингония — тетрагональная
 Категория — средняя
 Вид симметрии — L_4L_25PC
 Число простых форм — 2
 Названия простых форм — тетрагональная призма, тетрагональная дипирамида

Однако, несмотря на тождественность описаний, внешний облик кристаллов различен. На левом кристалле (рис. 34, а) грани дипирамиды лежат точно над и под гранями призмы, а на правом кристалле (рис. 34, б) грани дипирамиды находятся над и под ребрами призмы. Ясно, что к прежним характеристикам необходимо добавить точные сведения о взаимном пространственном расположении граней на кристаллах. Для этого используются кристаллографические символы, определяющие положение любой грани кристалла относительно некоторых координатных осей и некоторой грани, принятой за масштабную.

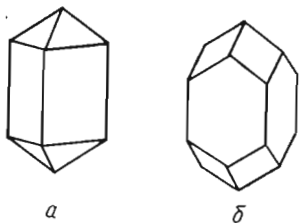


Рис. 34. Кристаллы циркона. Тетрагональная дипирамида и призма в двух комбинациях

Учение о символах основывается на одном из важнейших законов кристаллографии — законе рациональности отношений параметров (закон Гаюи). Сущность этого закона, открытого в конце XVIII в. знаменитым французским кристаллографом Р. Ж. Гаюи (1743—1822), поясним следующей схемой.

Выберем в кристалле три непараллельных ребра — OI , OII , $OIII$, пересекающихся в общей точке O (рис. 35). В том же кристалле возьмем две непараллельные грани $A_1B_1C_1$ и $A_2B_2C_2$, пересекающие все три ребра. Грань $A_1B_1C_1$ отсекает на ребрах OI , OII , $OIII$ отрезки OA_1 , OB_1 , OC_1 , а грань $A_2B_2C_2$ — OA_2 , OB_2 , OC_2 . Отрезки, отсекаемые гранями на трех выбранных ребрах, называются параметрами. В нашем случае OA_1 , OB_1 , OC_1 — параметры грани $A_1B_1C_1$, а OA_2 , OB_2 , OC_2 — параметры грани $A_2B_2C_2$.

Разделив параметры какой-либо грани на соответственные параметры другой грани и взяв отношения между полученными тремя дробями, найдем, что такие двойные отношения выражаются целыми и сравнительно малыми числами (обычно, не превышающими десяти). В нашем случае

$$OA_2/OA_1 : OB_2/OB_1 : OC_2/OC_1 = p : q : r,$$

где p , q , r — целые и обычно малые числа. Такова сущность закона Гаюи. Приведем его краткую формулировку: двойные отношения параметров, отсекаемых двумя любыми гранями кристалла на трех пересекающихся ребрах его, равны отношениям целых и сравнительно малых чисел.

Наличие целых чисел объясняется решетчатым строением кристаллов. Ребра кристалла соответствуют рядам решетки, грани — плоским сеткам. Плоские сетки (грани), пересекая три ряда решетки, совпадающие с тремя непараллельными ребрами, образуют на них отрезки (параметры), содержащие целые числа промежутков между узлами решетки (элементарными частицами) (рис. 36).

Наличие малых чисел связано с тем, что реальные грани кристаллов построены не любыми плоскими сетками, а только теми, которые обладают наибольшей плотностью расположения в них элементарных частиц (закон Браве, см. гл. 1).

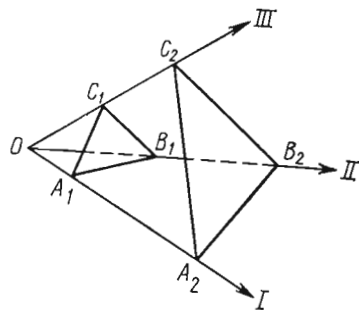


Рис. 35. Двойные отношения отрезков, отсекаемых гранями $A_1B_1C_1$ и $A_2B_2C_2$ на ребрах OI , OII , $OIII$, соответствуют целым и сравнительно малым числам

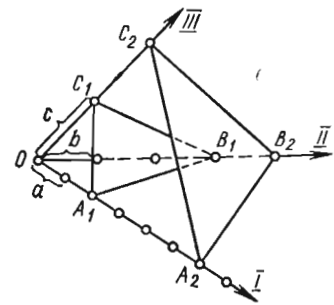


Рис. 36. Ребра OI , OII , $OIII$ — ряды решетки, грани $A_1B_1C_1$ и $A_2B_2C_2$ — плоские сетки

Закон Гаюи математически связывает внешнее ограничение кристаллов с их внутренним решетчатым строением. Этот закон имеет большое значение, так как позволяет характеризовать грани кристаллов целыми и обычно малыми числами.

Примем за координатные оси три пересекающихся ребра кристалла (на рис. 35 — OI , OII , $OIII$). Условимся, что отрезки, отсекаемые гранью $A_1B_1C_1$ на трех координатных осях OA_1 , OB_1 , OC_1 , служат единицами измерений (масштабами) по трем осям. Эти единичные отрезки могут быть и неравными. Грань $A_1B_1C_1$ называется единичной гранью. Любую другую грань $A_xB_xC_x$ (на рис. 35, например, $A_2B_2C_2$) с параметрами OA_x , OB_x , OC_x (на рис. 37) можно просто и математически строго охарактеризовать с помощью целых и простых чисел (закон Гаюи).

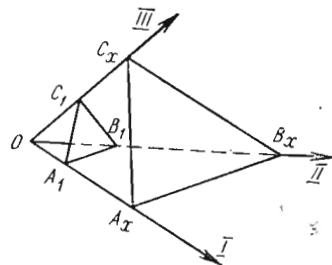


Рис. 37. Символ грани $A_xB_xC_x$ получается из двойных отношений $OA_1/OA_x : OB_1/OB_x : OC_1/OC_x$

Однако для числовой характеристики грани $A_x B_x C_x$, как показывает практика, удобно брать обратные величины:

$$OA_1/OA_x : OB_1/OB_x : OC_1/OC_x = h : k : l,$$

где h, k, l — целые и взаимно простые числа. Приведенные отношения и соответствуют символу грани $A_x B_x C_x$. Само собой разумеется, что, приведя дроби к общему знаменателю и взяв отношения между ними (отбросив знаменатели и сократив, если можно, на общий множитель), получим в результате также три целых и обычно малых числа.

Итак, символ грани $A_x B_x C_x$ выражается тремя целыми и взаимно простыми числами (индексами), представляющими отношения трех дробей, числители которых являются параметрами единичной грани (OA_1, OB_1, OC_1), а знаменатели соответствуют параметрам определяемой грани (OA_x, OB_x, OC_x).

Совокупность индексов символа грани принято заключать в круглые скобки без всяких знаков между ними — (hkl) . Как известно, в аналитической геометрии используется прямоугольная система координатных осей с одинаковыми единицами измерения по всем трем осям. В кристаллографии точно такая же система устанавливается для кристаллов кубической сингонии.

В тетрагональной и ромбической сингониях системы координатных осей прямоугольны, но единицы измерения по осям различны (подробнее об этом сказано ниже).

В моноклинной сингонии — два угла между координатными осями прямые, а третий — косой. Отсюда название сингонии: монос (греч.) — один, клин — косой угол.

Единицы измерения по всем трем осям различны.

В триклинной сингонии все три угла между координатными осями косые и неравные. Отсюда название сингонии («триклинная» — три косых угла). Единицы измерения по всем трем осям также различны.

В гексагональной и тригональной сингониях в связи с шестерной и тройной симметрией устанавливаются четыре координатные оси. Поэтому символы граней обладают четырьмя индексами (см. приложения 2 и 3). Ниже мы рассмотрим символы кристаллов кубической, тетрагональной и ромбической сингоний (эти три сингонии характеризуются прямоугольными системами координатных осей). Прежде чем перейти к их обзору, познакомимся с общими правилами установки координатных осей в кристаллах.

В прямоугольной системе координат первая координатная ось горизонтальна и направлена перпендикулярно плоскости наблюдения, вторая также горизонтальна, но лежит в плоскости наблюдения, третья ось — вертикальна. Для первой оси отрезки, отсекаемые гранями спереди от начальной точки, — положительные, сзади — отрицательные. Для второй оси отрезки справа положительные, слева — отрицательные. Для третьей оси — выше точки O положительные, ниже — отрицательные.

Итак, передние, правые и верхние отрезки — положительные, задние, левые и нижние — отрицательные.

Отметим несколько важных положений:

1. Символ единичной грани всегда (111) , независимо от того, какие отрезки — равные или неравные, отсекает она на координатных осях. Это явствует из того, что при определении символа единичной грани в общей формуле $OA_1/OA_x : OB_1/OB_x : OC_1/OC_x$ вместо OA_x, OB_x, OC_x приходится подставлять ее параметры — OA_1, OB_1, OC_1 .

В результате имеем:

$$OA_1/OA_1 : OB_1/OB_1 : OC_1/OC_1 = 1 : 1 : 1.$$

2. В символе грани, параллельной одной из координатных осей, индекс, соответствующий этой оси, равен нулю.

Пусть грань x параллельна первой координатной оси. Тем самым отрезок, отсекаемый ею по оси OI , равен бесконечности ($OA_x = \infty$).

Подставив значение OA_x в общую формулу, получим

$$OA_1/OA_x : OB_1/OB_x : OC_1/OC_x = OA_1/\infty : OB_1/OB_x : OC_1/OC_x = 0 : OB_1/OB_x : OC_1/OC_x.$$

Соответственно грань, параллельная второй координатной оси (OII), имеет символ

$$OA_1/OA_x : 0 : OC_1/OC_x.$$

Грани, параллельной третьей координатной оси ($OIII$), соответствует символ

$$OA_1/OA_x : OB_1/OB_x : 0.$$

3. На кристаллах часто встречаются грани, пересекающие лишь одну из трех координатных осей и параллельные двум другим осям. Грань, пересекающая первую координатную ось (OI) и параллельная второй и третьей осям, имеет символ (100) :

$$OA_1/OA_x : OB_1/OB_x : OC_1/OC_x = OA_1/OA_x : OB_1/\infty : OC_1/\infty = OA_1/OA_x : 0 : 0 = 1 : 0 : 0.$$

Соответственно грань, пересекающая вторую координатную ось (OII) и параллельная первой и третьей осям, получает символ (010) . Наконец, грань, пересекающая третью координатную ось и параллельная первой и второй осям, характеризуется символом (001) (рис. 38).

До сих пор координатные оси проводились по ребрам кристалла. Выбор осей координат может быть значительно упрощен. Координатные оси можно совмещать с осями симметрии кристалла, а также с нормальными к его плоскостям симметрии. Именно так мы и будем поступать при описании координатных систем и символов для кристаллов кубической, тетрагональной и ромбической сингоний.

Кубическая сингония. В кристаллах кубической сингонии помимо $4L_3$ всегда присутствуют три взаимно перпендикулярные оси симметрии— $3L_4$ или $3L_2$. Эти три оси принимаются за координатные оси, образующие прямоугольную систему координат. Все три оси ($3L_4$ или $3L_2$) выводятся друг из друга с помощью тройных осей симметрии ($4L_3$) и, следовательно, совершенно одинаковы. Отсюда следует, что единицы измерения (масштабы в ви-

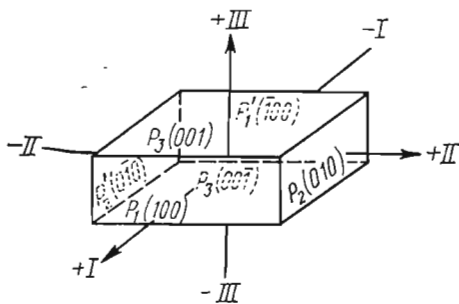


Рис. 38. Символы граней прямоугольного параллелепипеда

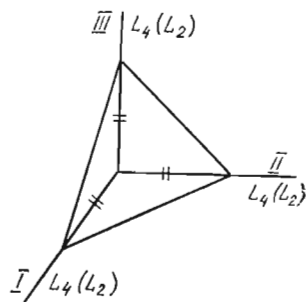


Рис. 39. В кубической сингонии единичная грань отсекает равные отрезки на трех координатных осях

ния с координатными осями, измерить (в сантиметрах, миллиметрах) отсекаемые ею отрезки на осях (OA_x, OB_x, OC_x) и взять обратные им величины согласно формуле $1/OA_x : 1/OB_x : 1/OC_x$.

Рассмотрим символы граней нескольких важнейших форм кубической сингонии.

Куб (гексаэдр). Передняя грань куба пересекает первую координатную ось ($0I$) и параллельна второй и третьей осям координат. Символ ее — (100) :

$$1/OA_x : 1/OB_x : 1/OC_x = 1/OA_x : 1/\infty : 1/\infty = 1/OA_x : 0 : 0 = 1 : 0 : 0.$$

Правой грани куба соответствует символ (010) , верхней — (001) . Для задней грани находим $(\bar{1}00)$, для левой — $(0\bar{1}0)$, для нижней — $(00\bar{1})$ (рис. 40, а). Так как куб всегда обладает шестью гранями, имеющими именно эти символы, нет необходимости приводить в описаниях все шесть символов. Достаточно ограничиться символом одной передней грани, условно приняв его за обобщающий показательный символ для всего куба. Такой обобщающий символ принято ставить в фигурных скобках — $\{100\}$ (символы отдельных граней заключаются в круглые скобки).

Октаэдр. Грань октаэдра отсекает на всех трех координатных осях ($3L_4$ или $3L_2$) равные отрезки: $OA_x = OB_x = OC_x$. Следовательно, символ данной грани (111) :

$$1/OA_x : 1/OB_x : 1/OC_x = 1/OA_x : 1/OA_x : 1/OA_x = 1 : 1 : 1.$$

Как видим, грань октаэдра является единичной гранью для кристаллов кубической сингонии. Символы остальных граней октаэдра отличаются от приведенного символа наличием знака минус, ставящегося над индексами символа. Приведем все восемь символов для восьми граней октаэдра (рис. 40, б): $(111), (\bar{1}\bar{1}\bar{1}), (\bar{1}1\bar{1}), (1\bar{1}\bar{1}), (\bar{1}\bar{1}1), (1\bar{1}1), (\bar{1}11), (11\bar{1})$. Обобщающий символ октаэдра — $\{111\}$.

Тетраэдр представляет собой как бы половину октаэдра, в котором четыре грани (через одну) сохранились, а остальные четыре исчезли. Как и октаэдр, тетраэдр характеризуется общим символом $\{111\}$.

Ромбододекаэдр. Грань ромбододекаэдра отсекает на двух координатных осях равные отрезки и параллельна третьей оси. Параметры правой передней вертикальной грани:

$$OA_x = OB_x; \quad OC_x = \infty.$$

Подставляем значения этих параметров в общую формулу для символа грани x кубического кристалла:

$$1/OA_x : 1/OB_x : 1/OC_x = 1/OA_x : 1/OA_x : 1/\infty = 1 : 1 : 0.$$

Итак, символ правой передней вертикальной грани ромбододекаэдра (110) .

Символы остальных граней данной формы $(101), (011), (\bar{1}\bar{1}0), (0\bar{1}\bar{1}), (10\bar{1})$ и т. д. (рис. 40, в). Общий символ ромбододекаэдра $\{110\}$.

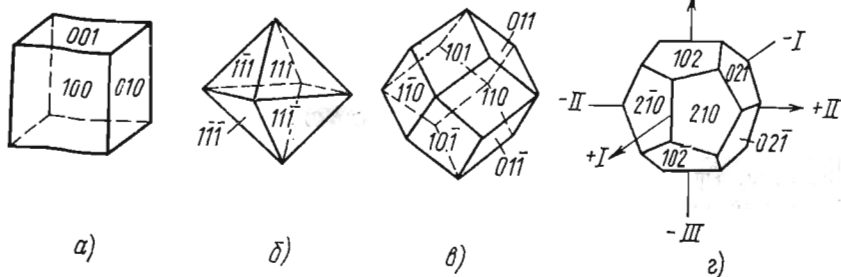


Рис. 40. Символы граней:

а — куба, б — октаэдра, в — ромбододекаэдра, г — пентагон-дodeкаэдра

де единичных отрезков) для всех трех осей должны быть равны: $OA_1 = OB_1 = OC_1$ (рис. 39). Тем самым формула для вычисления символа любой грани x кубического кристалла существенно упрощается:

$$OA_1/OA_x : OB_1/OB_x : OC_1/OC_x = OA_1/OA_x : OA_1/OB_x : OA_1/OC_x = 1/OA_x : 1/OB_x : 1/OC_x.$$

Итак, для нахождения символа какой-либо грани кубического кристалла следует продолжить плоскость этой грани до пересече-

Пентагон-додокаэдр. Грань пентагон-додокаэдра отсекает на двух координатных осях разные отрезки и параллельна третьей оси. Пусть: $OA_x = 1$ см, $OB_x = 2$ см, $OC_x = \infty$.

Подставляем в формулу для символа грани x кубического кристалла:

$$1/OA_x : 1/OB_x : 1/OC_x = 1/1 : 1/2 : 1/\infty = 2 : 1 : 0.$$

Символ данной грани (210) .

Символы остальных граней пентагон-додокаэдра (102) , (021) и т. д. (рис. 40, з). Общий символ такого пентагон-додокаэдра $\{210\}$.

Символы граней пентагон-додокаэдров могут быть и другими, в зависимости от величин отрезков, отсекаемых гранями на координатных осях, например $\{230\}$, $\{560\}$ и др.

В обобщенном виде символ пентагон-додокаэдра обозначается буквами h и k , указывающими на неравенство отрезков, отсекаемых на двух координатных осях гранями этой формы, — $\{hko\}$. Аналогичный символ $\{hko\}$ характеризует *тетрагексаэдр*, имеющий в отличие от двенадцатигранного пентагон-додокаэдра 24 грани.

Тетрагон-триоктаэдр обозначается символом $\{hkk\}$ (грани этой формы отсекают меньший отрезок на одной из координатных осей и два равных больших отрезка на двух других координатных осях).

Грани гексоктаэдра (48-гранника) отсекают на всех трех осях разные отрезки и, следовательно, характеризуются общим символом типа $\{hkl\}$.

Применение символов для простых форм кубической сингонии весьма облегчает задачу определения этих форм. Ниже приведены символы для важнейших форм кубической сингонии:

Форма	Символ
Куб (гексаэдр)	$\{100\}$ — 6 граней
Октаэдр	$\{111\}$ — 8 граней
Тетраэдр	$\{111\}$ — 4 грани
Ромбододокаэдр	$\{110\}$ — 12 граней
Пентагон-додокаэдр	$\{hko\}$ — 12 граней
Тетрагексаэдр	$\{hko\}$ — 24 грани
Тетрагон-триоктаэдр	$\{hkk\}$ — 24 грани
Гексоктаэдр (48-гранник)	$\{hkl\}$ — 48 граней

Тетрагональная сингония. В кристаллах тетрагональной сингонии всегда присутствует одна ось симметрии четвертого порядка (L_4 или L_4). Эту главную ось ориентируют вертикально и принимают за третью координатную ось ($OIII$). Остальные две оси (OI , OII) лежат в горизонтальной плоскости, образуя между собой прямые углы. Они совмещаются либо с двойными осями симметрии, либо с нормальными к вертикальным плоскостям симметрии, либо (если нет двойных осей и вертикальных плоскостей симметрии) проводятся параллельно возможным горизонтальным ребрам кристалла. Полученная система координат является пря-

моугольной. За единичную грань принимается грань, отсекающая равные отрезки по осям OI и OII и неравный отрезок по оси $OIII$ (рис. 41): $OA_1 = OB_1 \neq OC_1$.

Отношение отрезков OA_1 (или OB_1): OC_1 является важной константой, характеризующей тетрагональный кристалл.

Равенство отрезков OA_1 и OB_1 связано с наличием четверной оси. Общая формула для определения символов граней тетрагональных кристаллов вследствие равенства OA_1 и OB_1 принимает вид

$$OA_1/OA_x : OB_1/OB_x : OC_1/OC_x = OA_1/OA_x : OA_1/OB_x : OC_1/OC_x.$$

В случае вертикальных граней (а к таким принадлежат грани тетрагональной и восьмигранной призм) формула существенно упрощается:

$$OA_1/OA_x : OA_1/OB_x : OC_1/\infty = OA_1/OA_x : OA_1/OB_x : 0 = 1/OA_x : 1/OB_x : 0.$$

Обратимся к двум кристаллам циркона (см. рис. 34) и определим символы их граней.

Первую и вторую координатные оси на левом кристалле совместим с двумя L_2 , проходящими через середины ребер тетрагональной призмы. Третья вертикальная ось совпадает с L_4 . Любая из граней тетрагональной призмы отсекает равные отрезки на двух горизонтальных координатных осях и параллельна третьей оси. Символы таких граней (110) , $(\bar{1}10)$, $(1\bar{1}0)$, $(\bar{1}\bar{1}0)$ или в обобщенном виде $\{110\}$.

Грань тетрагональной дипирамиды отсекает равные отрезки на двух горизонтальных осях и неравный отрезок на третьей оси. Согласно вышесказанному, принимаем такую грань за единичную и приписываем ей символ (111) .

Восемь граней тетрагональной дипирамиды характеризуются символами (111) , $(\bar{1}\bar{1}1)$, $(1\bar{1}\bar{1})$, $(\bar{1}11)$ и т. д. Обобщенный символ всей простой формы $\{111\}$.

Переходим к символам граней правого кристалла (рис. 34, б). Первую и вторую координатные оси совмещаем с двойными осями, перпендикулярными призматическим граням. Третья ось совпадает с L_4 . При такой установке четыре грани призмы получают символы (100) , (010) , $(\bar{1}00)$, $(0\bar{1}0)$. Обобщенный символ — $\{100\}$. Грань тетрагональной дипирамиды, отсекающая на двух горизонтальных осях равные отрезки и неравный отрезок по

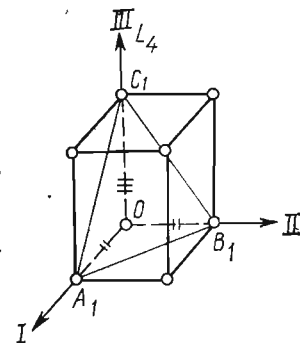


Рис. 41. В тетрагональном кристалле единичная грань отсекает равные отрезки на двух горизонтальных координатных осях и неравный отрезок по вертикальной оси

третьей оси, принимается за единичную с символом (111) . Грани дипирамиды характеризуются символами (111) , $(\bar{1}\bar{1}\bar{1})$, $(\bar{1}\bar{1}1)$, $(1\bar{1}\bar{1})$ и т. д. Обобщенный символ $\{111\}$.

Проанализировав символы граней обоих кристаллов, увидим существенную разницу в их описаниях. Левый кристалл соответствует комбинации тетрагональной призмы и тетрагональной дипирамиды с символами $\{110\}$ и $\{111\}$, для правого кристалла аналогичная комбинация характеризуется символами $\{100\}$ и $\{111\}$. Приведенные символы дают ясное представление о неодинаковом расположении граней на обоих кристаллах.

В описанных выше установках для обоих кристаллов две первые координатные оси были выбраны так, чтобы грань тетрагональной дипирамиды получила символ (111) , т. е. была бы единичной. Можно и по-другому ориентировать первую и вторую координатные оси, совместив их с другой парой двойных осей симметрии. В таком случае в левом кристалле такие оси перпендикулярны призматическим граням. Третья ось по-прежнему будет совпадать с L_4 . Тетрагональная призма получит при этом символ $\{100\}$, а тетрагональная дипирамида — $\{101\}$. Для правого кристалла координатные оси OI и OII совпадают с двойными осями, проходящими через середины ребер призмы, $OIII$ совмещается с L_4 . Символ тетрагональной призмы при такой установке $\{110\}$, а символ тетрагональной дипирамиды — $\{101\}$. Приведенные вторые варианты установок обоих кристаллов вполне приемлемы. Однако предпочтение следует отдать первым вариантам, так как в них грани тетрагональной дипирамиды являются единичными.

Перейдем к модели тетрагонального кристалла с более сложной комбинацией простых форм (рис. 42). Описание его (без символов) сводится к следующим данным: сингония — тетрагональная, категория — средняя. Вид симметрии — L_44L_25PC . Число простых форм — 6. Их названия: пинакоид (c), две тетрагональные призмы (a , m), три тетрагональные дипирамиды (o , s , e).

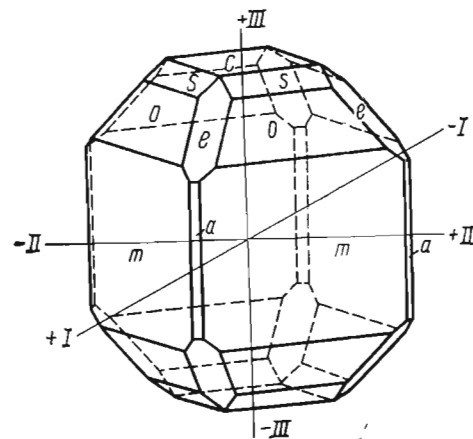


Рис. 42. Символы граней тетрагонального кристалла (касситерит SnO_2)

Установим координатные оси для кристалла и определим символы его граней. Расположение координатных осей показано на рис. 42. Грани тетрагональной призмы, перпендикулярные координатным осям I и II , получают символы (100) и (010) . Обобщающий символ $\{100\}$.

Грани второй тетрагональной призмы, отсекающие равные отрезки по осям I и II , характеризуются обобщающим символом $\{110\}$. Грани обеих тетрагональных дипирамид отсекают равные отрезки на осях I и II и неравный отрезок по оси III . Грань нижележащей дипирамиды принимаем за единичную, т. е. приписываем ей символ (111) . Символ лежащей над ней грани — второй тетрагональной дипирамиды — следует найти по соответствующей формуле $OA_1/OA_x : OA_1/OA_x : OC_1/OC_x$.

На учебных практических занятиях по кристаллографии отрезки, отсекаемые гранями на осях, измеряются приблизительно с помощью линейки и карандаша (точное вычисление символов кристаллических граней реальных кристаллов производится с помощью специальных формул на основании гониометрических измерений).

Пусть: $OA_1=4$ см, $OB_1=OA_1=4$ см, $OC_1=16$ см; $OA_x=6$ см, $OB_x=OA_x=6$ см, $OC_x=12$ см.

Подставляем в формулу найденные величины:

$$OA_1/OA_x : OA_1/OB_x : OC_1/OC_x = 4/6 : 4/6 : 16/12 = 8/12 : 8/12 : 16/12 = 1 : 1 : 2.$$

Символ второй тетрагональной дипирамиды $\{112\}$.

Символ третьей тетрагональной дипирамиды (на рисунке обозначенной e) $\{101\}$: передняя верхняя грань параллельна II координатной оси, а на первой и третьей координатных осях отсекает неравные отрезки ($a \neq c$).

Ниже приводятся символы для важнейших простых форм тетрагональной сингонии:

- Пинакоид — $\{001\}$
- Моноэдр — $\{001\}$, $\{00\bar{1}\}$
- Тетрагональные призмы — $\{100\}$, $\{110\}$, $\{hko\}$
- Тетрагональные дипирамиды и пирамиды — $\{111\}$, $\{hhl\}$, $\{101\}$, $\{hol\}$, $\{nkl\}$.

Ромбическая сингония. В кристаллах ромбической сингонии всегда присутствуют три взаимно перпендикулярных направления, совпадающих с двойными осями или с нормальными к плоскостям симметрии. (Виды симметрии ромбической сингонии: $3L_23PC$, $3L_2$, L_22P .) С этими направлениями совпадают координатные оси.

Третья координатная ось совмещается с одной из двойных осей, а в случае L_22P — с единственной двойной осью и ставится вертикально. Координатные оси образуют, как видим, прямоугольную систему.

Единичная грань (111) в кристалле ромбической сингонии отсекает на трех координатных осях неравные отрезки: $OA_1 \neq OB_1 \neq OC_1$ (см. рис. 43). Отношение единичных отрезков $OA_1 : OB_1 :$

: OC_1 представляет важную постоянную величину — константу ромбического кристалла.

Символ любой грани $A_x B_x C_x$ определяется по общей формуле

$$OA_1/OA_x : OB_1/OB_x : OC_1/OC_x.$$

Возьмем в качестве простейшего примера кристалл в форме «кирпичика» и установим символы его граней. «Кирпичик» представляет собой комбинацию трех пинакоидов. Вид его симметрии $3L_2 3PC$. Установим координатные оси по трем двойным осям (см. рис. 38). Передняя и задняя грани фигуры имеют символы $\{100\}$ и $\{\bar{1}00\}$ (грани пересекают ось I и параллельны осям II и III). Правая и левая грани имеют символы $\{010\}$ и $\{0\bar{1}0\}$, верхняя и нижняя грани — $\{001\}$ и $\{00\bar{1}\}$.

Обобщающие символы для трех пинакоидов следующие: $\{100\}$ — первый пинакоид, $\{010\}$ — второй пинакоид, $\{001\}$ — третий пинакоид.

Рассмотренный пример показывает, что одному и тому же кристаллу ромбической сингонии можно придавать различные установки. Так, например, третью координатную ось можно принять за первую, вторую — за третью и т. д. Легко понять, что «кирпичику» мы можем придать шесть различных установок (рекомендуем взять в качестве модели хотя бы спичечный коробок

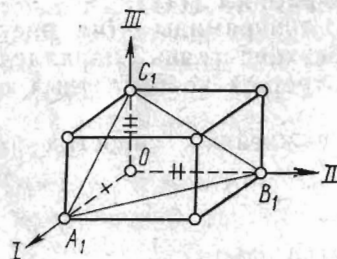


Рис. 43. В ромбическом кристалле единичная грань отсекает на трех координатных осях неравные отрезки

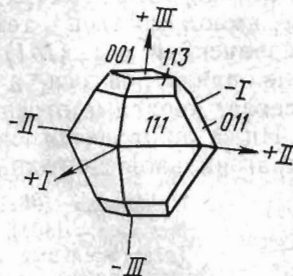


Рис. 44. Символы граней ромбического кристалла (серы)

волом $\{111\}$ (следует помнить, что отрезки, отсекаемые единичной гранью ромбического кристалла на трех координатных осях, не равны). Наличие трех единиц в символе единичной грани объяснено выше. Символы граней второй дипирамиды и ромбической призмы находят по общей формуле $(OA_1/OA_x : OB_1/OB_x : OC_1/OC_x)$ с помощью измерения отрезков (параметров), отсекаемых единичной гранью и гранью x ($A_x B_x C_x$) на координатных осях (см. выше определение символов граней ромбического кристалла, рис. 44). Нередко единичная грань на кристалле отсутствует. В этом случае одну из граней, пересекающих две кристаллографические оси и параллельных третьей, принимаем за масштабную для двух осей, приписав ей символ $\{011\}$, или $\{101\}$, или $\{110\}$. Нуль находится в символе на первом, втором и третьем местах в зависимости от того, какой оси параллельна грань. Следует помнить, что отрезки, отсекаемые такой гранью ромбического кристалла на двух координатных осях, не равны. Грани с символами $\{011\}$, $\{101\}$ и $\{110\}$ называются *двухединичными*. Они частично заменяют отсутствующую единичную грань. В заключение приведем символы для важнейших форм ромбической сингонии:

Пинакоиды и моноэдры — $\{100\}$, $\{010\}$, $\{001\}$
 Ромбические призмы и диэдры $\{110\}$, $\{101\}$, $\{011\}$, $\{hko\}$, $\{hol\}$, $\{okl\}$
 Ромбические дипирамиды и пирамиды — $\{111\}$, $\{hkl\}$

Глава 6

ФОРМЫ РЕАЛЬНЫХ КРИСТАЛЛОВ. ИСКАЖЕННЫЕ И УСЛОЖНЕННЫЕ ФОРМЫ

В предыдущих главах законы симметрии, описания простых форм и их комбинаций иллюстрировались фигурами кристаллов, образовавшихся в идеальных условиях роста, т. е. при равномерном и всестороннем подтоке питающего вещества (см. гл. 2). Как известно, грани отдельных простых форм должны быть одинаковыми по величине и контурам (см. гл. 4). Именно такие идеально образованные кристаллы представляют учебные модели простых кристаллографических форм и их комбинаций. Реальные кристаллы в большинстве случаев развиты неправильно, отличаются искаженным обликом. Грани одной и той же простой формы могут на них иметь различные размеры, а иногда даже частично отсутствовать. В связи с этим при описании реальных кристаллов следует остерегаться ошибок в определении их симметрии и простых форм. В этом случае на помощь исследователю приходит закон постоянства углов для кристаллов определенного вещества

и проверить сказанное). Условно проводим первую ось параллельно наиболее коротким ребрам «кирпичика», вторую — параллельно средним по величине ребрам, а третью — параллельно самым длинным ребрам. (Для получения строго однозначной установки кристаллов следует вводить ряд дополнительных условий с учетом структурных данных.)

На рис. 44 показаны ориентировка координатных осей и символы граней ромбического кристалла серы ($3L_2 3PC$). Кристалл представляет собой комбинацию пинакоида, двух ромбических дипирамид и ромбической призмы. Грань одной из ромбических дипирамид принимаем за единичную с соответствующим сим-

ва (см. гл. 2). Возьмем в качестве примера кристалл алюмокалиевых квасцов, выросший на дне кристаллизатора. Если бы раствор, окружающий со всех сторон кристалл, равномерно питал его, он получил бы форму правильного октаэдра. Однако неблагоприятные условия роста — воздействие дна кристаллизатора и концентрационных потоков — привели к тому, что кристалл получил уплощенную форму (рис. 45). По внешнему виду его можно ошибочно отнести к тригональной сингонии (вид симметрии

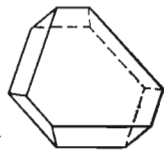


Рис. 45. Искаженный (уплощенный) октаэдр

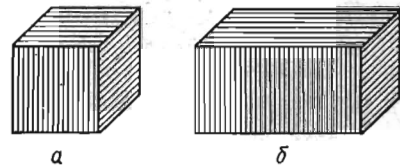


Рис. 46. Кубические кристаллы пирита:
а — в идеальном развитии, б — с искаженной формой

L_3P ; L_3 — перпендикулярна дну кристаллизатора). Большая грань кристалла, совпадающая с дном, отличается ступенчатостью и шероховатостью. Ошибочно ее можно принять за моноэдр. Вторая большая грань, параллельная предыдущей и обращенная вверх, отличается гладкой поверхностью. По размерам она несколько меньше первой. Ее также легко принять за моноэдр. Три узкие косые гранки, обращенные вверх, и три сходные с ними гранки, обращенные вниз, с первого взгляда можно отнести к двум тригональным пирамидам. Однако точное измерение углов между двумя любыми соседними гранями кристалла (всего таких углов — двенадцать) показывает, что все они равны между собой и отвечают $70^\circ 32'$. Таким образом доказывается принадлежность искаженной формы алюмокалиевых квасцов к октаэдру.

При изучении реальных кристаллов следует обращать особое внимание на поверхности граней. Они далеко не всегда являются зеркально плоскими. Часто на них обнаруживают так называемые «гранные скульптуры» в виде характерных штриховок, бугорков и впадинок, связанных с процессами роста и растворения. Так, на кристаллах пирита FeS_2 грани куба нередко покрыты штриховкой, изображенной на рис. 46,а. По расположению штрихов можно сделать вывод о том, что на таких кристаллах через середины граней куба и перпендикулярно им проходят не $3L_4$, а $3L_2$. Вид симметрии пирита $3L_24L_33PC$. Штриховка помогает также установить наличие куба на искаженных формах в виде вытянутых или сплюснутых параллелепипедов — «кирпичиков» (рис. 46,б). Одинаковая штриховка на всех шести гранях «кирпичика» указывает на то, что они принадлежат одной и той же

простой форме — искаженному кубу с неодинаково развитыми гранями.

На кристаллах кварца грани гексагональной призмы обычно покрыты горизонтальной штриховкой (штрихи перпендикулярны призматическим ребрам). Такие штрихи позволяют отличать грани призмы от граней остальных простых форм кварца. Так как штрихи перпендикулярны L_3 и параллельны одной из трех L_2 , они также дают возможность установить даже на искаженных кристаллах или обломках расположение осей симметрии кварца (L_33L_2). Эта особенность используется при сортировке кристаллов кварца и их обломков. L_3 совпадает с оптической осью кристалла, а $3L_2$ являются его электрическими осями, обуславливающими важнейшую практическую роль кварца в современной технике (см. гл. 7).

Устанавливать истинную симметрию кристаллов помогают также *фигуры травления* — небольшие ямки на гранях, полученные в результате действия какого-либо растворителя (природного или искусственного). На рис. 47 показана фигура травления на грани ромбоэдра кварца. Асимметричное очертание такой фигуры указывает на отсутствие плоскостей симметрии на кристаллах кварца.

Следовательно, малозаметные детали реального кристалла — штриховка, бугорки роста (вицинали), ямки травления, второстепенные гранки и др. — помогают устанавливать истинную кристаллографическую симметрию, а также распознавать грани разных простых форм.

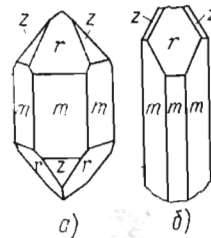


Рис. 48. Кристаллы кварца:
а — в идеальном развитии, б — с искаженной формой

в полевой обстановке такие искаженные кристаллы, необходимо зафиксировать их ориентировку в материнской породе, так как это важные данные, касающиеся природных условий образования кристаллов в месторождении.

На рис. 48 изображены правильно развитая и искаженная формы кристаллов кварца. Последнюю по виду (рис. 48,б) можно отнести к моноклинной сингонии (вид симметрии P). Однако гра-



Рис. 47. Фигура травления на ромбоэдре кварца

Большой интерес представляют для геологов и минералогов неправильно развитые формы реальных кристаллов со всеми их отклонениями от идеальных фигур. Вернемся к искаженному кубу пирита в форме «кирпичика». Уже сама эта форма свидетельствует о неодинаковых условиях питания граней куба во время его образования. Ясно, что кристалл удлинен по направлению наиболее быстрого роста граней и укорочен вдоль направления замедленного роста. Следовательно, подток питания был наиболее интенсивным в направлении его удлинения и более слабым в направлении его укороченности. Обнаружив

ни этих кристаллов принадлежат обычным простым формам тригонального кварца: гексагональной призме m и двум ромбоэдрам — r и z (рис. 48,а). Вследствие весьма неравномерного развития граней этих простых форм кажется, что они образованы моноэдрами и диэдрами. Однако измерение угловых величин с учетом характерных гранных скульптур доказывает наличие гексагональной призмы и двух ромбоэдров с присущей кварцу симметрией L_33L_2 . Такой искаженный кварцевый кристалл несет в себе ценную информацию о природных условиях его образования.

На кристаллах кварца, ось L_3 которых во время роста была вертикальной, грани обоих ромбоэдров развиты равномерно и образуют на конце кристалла шестигранную пирамидку (см. рис. 1,б). Наклонно росшие кристаллы многогранника имеют форму «моноклинного» многогранника (рис. 48,б). Такое искажение форм связано с направлением питающего потока, находящегося под воздействием поля земного тяготения. Эта закономерность позволяет использовать искаженные формы кварца для решения практически важных геолого-разведочных задач.

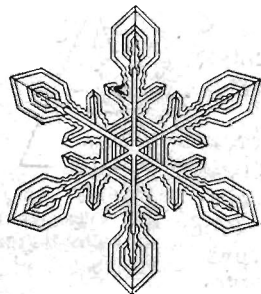


Рис. 49. Снежинка

К усложненным формам роста относятся *кристаллические скелеты* и *дендриты*. В вязких и загрязненных средах при затрудненном и неравномерном поступлении вещества к кристаллу, а иногда при ускоренном росте в пересыщенном растворе возникают своеобразные фигуры, представляющие как бы «скелет» кристалла. При кристаллизации в такой обстановке в наиболее выгодных условиях оказываются выступающие части кристалла — вершины и ребра. По ним и происходит ускоренный рост, тогда как грани отстают в своем развитии. В результате возникают выступающие ветки, бруски и ступеньки, образованные ускоренно нарастающими вершинами и ребрами. Классическим примером кристаллических скелетов могут служить снежинки (рис. 49). Скопления скелетных образований, напоминающих древовидные, моховидные и тому подобные формы, называют *дендритами*. В виде дендритов нередко кристаллизуются самородные золото, серебро, медь. Характерный пример дендритов — ледяные узоры на стеклах.

Сростки кристаллов. До сих пор нами рассматривались отдельные кристаллы (кристаллические индивиды). Однако в природных условиях гораздо чаще образуются не одиночные кристаллы, а *кристаллические сростки*. Среди сростков кристаллов одного и того же вещества следует различать *незакономерные, приближенно закономерные* и *закономерные сростки*.

Наиболее часто встречаются *незакономерные сростки* в виде агрегатов различно ориентированных кристаллических зерен.

Примеры таких агрегатов — мрамор, представляющий скопление кристаллических зерен кальцита CaCO_3 , металлы, состоящие из различно ориентированных кристаллических зерен.

К приближенно закономерным кристаллическим сросткам принадлежат *друзы* («минеральные щетки») — скопления кристаллов, соответственные концы которых обращены более или менее в одну сторону (рис. 50). Известны прекрасные друзы кварца, топаза, барита и др.

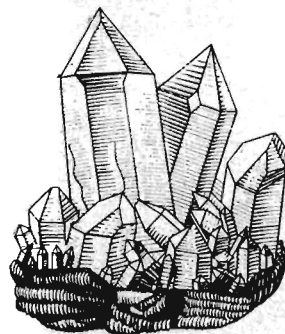


Рис. 50. Друза кристаллов кварца

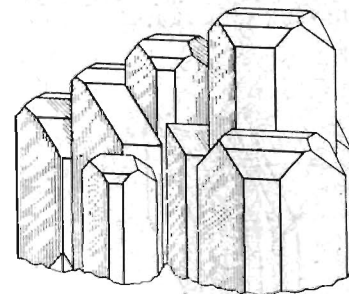


Рис. 51. Параллельный сросток кристаллов барита

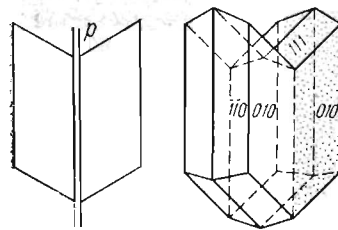


Рис. 52. Двойник гипса

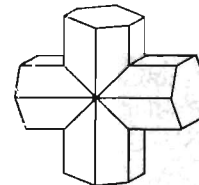


Рис. 53. Двойник прорастания ставролита

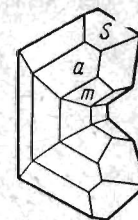


Рис. 54. Тройник касситерита

К собственно закономерным сростаниям кристаллов принадлежат *параллельные сростки* и *двойники*. Параллельные сростки состоят из нескольких однородных кристаллов, сростшихся в параллельной ориентировке (рис. 51). Более сложное явление представляют *двойниковые сростания*.

Двойником называется закономерный сросток двух однородных кристаллов, в котором один кристалл является как бы зеркальным отражением другого или же один кристалл выводится из другого поворотом на 180° . Плоскость, при отражении в которой из одного кристалла двойника выводится другой, называется *двойниковой плоскостью*. Направление, при повороте вокруг которого на 180° из одного кристалла выводится другой, называ-

ется *двойниковой осью*. Граница между сросшимися кристаллами в двойнике именуется *поверхностью срастания* (*двойниковым швом*). Она не всегда совпадает с двойниковой плоскостью. Для большинства сдвойникованных кристаллов характерно наличие входящих углов.

На рис. 52 изображен двойник гипса (в форме «ласточкина хвоста»), обладающий одновременно и двойниковой плоскостью и двойниковой осью. Двойниковая плоскость отвечает некоторой плоской сетке, т. е. возможной грани, а двойниковая ось — возможному ребру или перпендикуляру к возможной грани в кристаллах сростка.

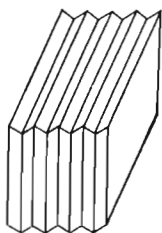


Рис. 55. Полисинтетический двойник

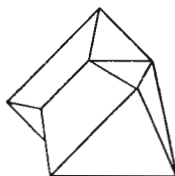


Рис. 56. Двойник срастания двух октаэдрических кристаллов (шпинелевый закон)

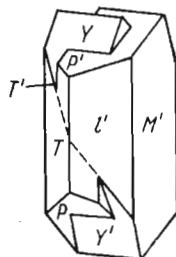


Рис. 57. Двойник полевого шпата (карлсбадский закон)

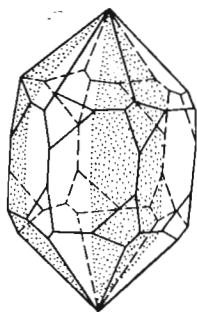


Рис. 58. Двойник прорастания кварца (дофинецкий закон)

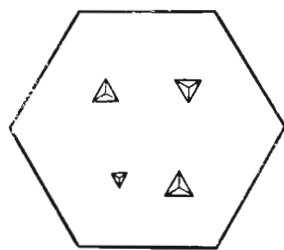


Рис. 59. Эпитаксиальное нарастание кубиков К1, закономерно наростших на пинакоид слюды

В отличие от двойников срастания (рис. 52) *двойниками прорастания* называют такие двойниковые сростки, в которых один из составляющих кристаллов двойника насквозь прорастает другим (рис. 53).

В случае срастания трех, четырех, пяти кристаллов и более различают соответственно *тройники*, *четверники*, *пятерники* и т. д. (рис. 54). Иногда встречается целая серия кристаллов, сросшихся так, что каждые два соседних кристалла ориентируются относительно друг друга в двойниковом положении, а следующие через один оказываются взаимно параллельными. Это

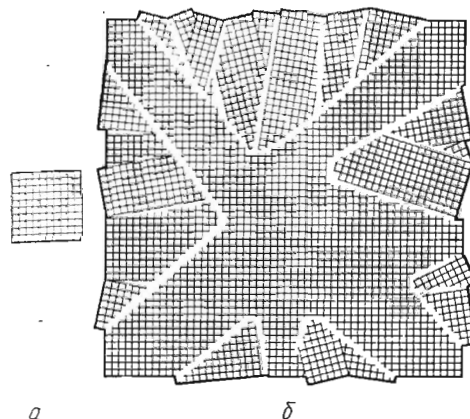


Рис. 60. Схема строения идеального монокристалла (а) и мозаичного кристалла (б)

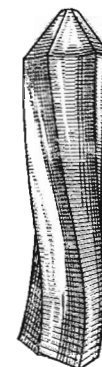


Рис. 61. Скрученный кристалл кварца

так называемые *полисинтетические двойники* (рис. 55). Они особенно характерны для плагиоклазов (кальцево-натровых полевых шпатов) и кальцита. На рис. 56, 57 изображены двойники алмаза и полевого шпата, на рис. 58 двойник прорастания кварца (без входящих углов).

В природе известны многочисленные случаи закономерных срастаний различных веществ (рис. 59). Это явление, играющее большую роль в технике, называется *эпитаксией*.

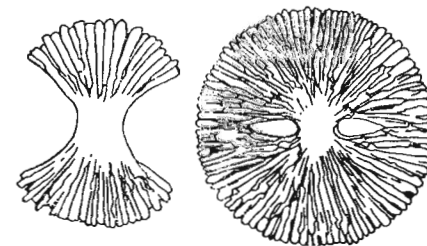


Рис. 62. Сферолит

Несовершенства в сложении кристаллов. Исключительно широко распространены усложнения в кристаллообразовании, связанные с несовершенством реальных структур. Так называемые *мозаичные* кристаллы имеют структуру, состоящую из отдельных однородных блоков, несколько смещенных относительно друг друга и нередко разграниченных внутренними трещинами. Такие кристаллы представляют в совокупности как бы мозаику из сросшихся вместе в нестрого параллельном положении однородных

кристаллических участков (рис. 60). Современные исследования показывают, что почти все реальные кристаллы в той или иной степени являются мозаичными.

В некоторых случаях осложнения в кристаллообразовании вызывают *винтообразную скрученность кристаллов* (рис. 61). В природе и лабораторных условиях часто реализуется расщепление кристаллов на составные участки и изгибание последних в процессе роста. В результате образуются так называемые *сферолиты*, состоящие из удлиненных кристаллических волокон, радиально расходящихся из одного центра. Внешняя форма сферолита приближается к шару (рис. 62). Представления о дефектах кристаллических структур даны в гл. 8.

Глава 7

ФИЗИЧЕСКАЯ КРИСТАЛЛОГРАФИЯ

Физическая кристаллография тесно связана с важнейшим разделом современной физики — физикой твердого тела, изучающей вообще все твердые тела, включая и те, которые не обладают закономерным внутренним строением (пластмассы). Физические свойства кристаллов представляют особый интерес как для науки, так и для практики, поэтому физическая кристаллография выделяется в виде особой научной дисциплины, принадлежащей одновременно и физике и кристаллографии.

Огромное количество кристаллических веществ благодаря своим физическим свойствам находит широкое применение в технике, промышленности и быту. Исключительно высокая твердость корунда и алмаза используется в абразивной промышленности и буровой технике, замечательные электрические свойства кварца и турмалина находят широкое применение в электронике и радиотехнике, кристаллы кальцита и флюорита из-за особых оптических свойств применяются при конструировании многих оптических приборов. Таких примеров можно привести множество. Все это говорит о важности для горных инженеров, металлургов, экономистов горного и геолого-разведочного дела знания хотя бы в самых общих чертах главнейших физических свойств кристаллов. На многих физических свойствах кристаллов основана диагностика — распознавание минералов.

Физические свойства кристаллов связаны с их симметрией, поэтому основательное знакомство с учением о симметрии кристаллов совершенно необходимо для понимания физики кристаллов. При рассмотрении вопросов физической кристаллографии главное внимание в учебнике обращено на те физические свойства, которые наиболее наглядно проявляют связь с симметрией. К таким свойствам в первую очередь относятся *механические, оптические, тепловые и электрические*. Связь эта объясняется тем, что физи-

ческие свойства строго подчиняются геометрии внутреннего строения кристаллов и законам их симметрии.

Современная кристаллография широко использует при описании физических свойств кристаллов математические методы. Целый ряд физических свойств кристаллов, зависящих от направления (анизотропности), в современной науке описываются векторными и тензорными величинами. Важной задачей физической кристаллографии является изучение различных физических свойств кристаллов в разных термодинамических условиях.

Многие физические свойства кристаллов весьма чувствительны к внешним воздействиям, поэтому можно путем подбора и комбинирования термодинамических условий создавать кристаллы с заданными свойствами. Последние широко используются во многих отраслях современной техники (приемники, преобразователи, усилители различных видов энергии и т. д.).

Бурно расширяющиеся области использования и применения физических свойств кристаллов способствуют превращению современной физики кристаллов в самостоятельную быстро развивающуюся научную дисциплину.

В настоящем кратком учебнике основы физической кристаллографии рассматриваются в упрощенном виде и преимущественно в приложении к кристаллическим телам природного происхождения — минералам.

МЕХАНИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА

Наиболее известными механическими свойствами кристаллов являются *твердость* и *спайность*. На этих свойствах в значительной мере основано использование кристаллов в различных областях народного хозяйства, а также и сама диагностика минералов.

Твердость кристаллов. Под *твердостью* подразумевается степень сопротивления материала внешнему механическому воздействию — давлению, шлифованию, сверлению, царапанию и т. д. В практике работы геологов, металлургов и горняков чаще всего используется твердость царапания. Для этой цели твердость определяемого кристалла сравнивается с эталонными минералами шкалы твердости, предложенной еще в первой половине XIX в. австрийским ученым Ф. Моосом (1773—1839). Шкала включает ряд минералов, которым приписаны следующие эталонные цифры твердости:

- 1 — Тальк $Mg_3 [OH]_2 [Si_4O_{10}]$
- 2 — Поваренная соль (галит) $NaCl$ или гипс $CaSO_4 \cdot 2H_2O$
- 3 — Кальцит $CaCO_3$
- 4 — Флюорит CaF_2
- 5 — Апатит $Ca_5 (F, OH, Cl) [PO_4]_3$
- 6 — Полевой шпат (ортоклаз) $K [AlSi_3O_8]$
- 7 — Кварц SiO_2
- 8 — Топаз $Al_2 (F, OH)_2 (SiO_4)$ или берилл $Al_2Be_3 [Si_6O_{18}]$
- 9 — Корунд Al_2O_3
- 10 — Алмаз C

Определение твердости с помощью этой шкалы осуществляется весьма просто. Минерал с большей твердостью оставляет на менее твердом минерале при царапании бороздку. Например, если минерал, твердость которого мы хотим определить, не царапается флюоритом (твердость 4), а апатит (твердость 5) оставляет на нем царапину, то твердость определяемого минерала находится в пределах от 4 до 5.

При определении твердости минералов по шкале Мооса следует учитывать, что четкость наблюдаемой царапины зависит от качества кусочков эталонного и определяемого минералов. Это приближенная оценка твердости. Тем не менее метод царапания повсеместно с успехом применяется в практике геолого-минералогических работ.

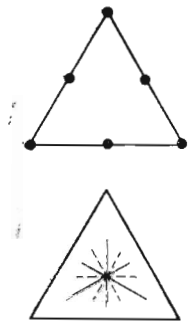


Рис. 63. Плоская сетка (III) алмаза — грань октаэдра. Сплошной линией показаны наиболее выгодные для шлифования направления, пунктирной линией — наименее выгодные

При определении твердости в еще менее точных пределах можно воспользоваться некоторыми обычными предметами в качестве заместелей эталонов шкалы Мооса: минералы, царапающиеся иглой из мягкой алюминиевой проволоки или ногтем, имеют твердость меньше 2, царапающиеся медной иглой — менее 3; стекло соответствует твердости 5.

Более точное определение твердости минералов осуществляется с помощью специальных приборов — *твердометров*.

Твердость кристаллов тесно связана с их внутренним строением и симметрией. Иллюстрируем это двумя примерами.

1. У кристаллов многих веществ наблюдается четкая *анизотропия твердости* (зависимость твердости от направления) как проявление одного из основных свойств кристаллического вещества. Так, для минерала дистена (по древнегреч. «двойко твердый») анизотропия твердости выражена особенно резко. Встречается этот минерал обычно в виде удлинённых пластинчатых кристаллов. Вдоль удлинения твердость его в пределах 4—5 (apatит царапает, а флюорит не царапает), перпендикулярно удлинению твердость дистена 6—7 (кварц царапает, полевой шпат не царапает).

2. Твердость кристаллов зависит от их строения. Наиболее густо усеянные атомами плоскости — грани обычно обладают большей твердостью, и наоборот. С давних пор ювелиры, обрабатывающие алмаз, знают, что труднее всего алмазы шлифуются по граням октаэдра. Именно эти грани обладают наибольшей плотностью расположения атомов. Твердость меняется и в пределах одной грани в зависимости от линейной плотности распределения атомов по отдельным направлениям. На рис. 63 показано изменение твердости по различным направлениям грани алмаза в зависимости от линейной плотности расположения атомов. Сплош-

ной линией показаны наиболее выгодные для шлифовки направления, пунктирными линиями — наименее выгодные.

Спайность кристаллов. Спайностью называется свойство кристаллов раскалываться по определенным кристаллографическим плоскостям — граням. У разных кристаллических веществ свойство это выражается различно. У одних веществ спайность выражена хорошо, четко, у других едва заметна. По степени совершенства выделяют несколько ступеней спайности: *весьма совершенную, совершенную, среднюю, несовершенную и весьма несовершенную*. Первые две ступени характеризуют хорошую спайность, последние две — плохую, слабо проявляющуюся или почти незаметную.

Примерами минералов с хорошей спайностью являются слюды, легко расщепляющиеся на тончайшие пластинки; поваренная соль (галит), галенит (свинцовый блеск) обладают хорошей спайностью по трем направлениям (спайные выколки имеют форму кубиков). Примерами минералов со средней спайностью могут служить полевые шпаты, у которых по двум почти перпендикулярным направлениям спайность проявляется отчетливо, а по третьему направлению менее заметно. У таких минералов, как кварц, берилл, апатит, спайность обнаруживается с большим трудом.

На практике спайность лучше всего наблюдать в местах механических нарушений кристаллов, т. е. в изломе. При этом нарушенную поверхность кристалла необходимо ориентировать по отношению к источнику света так, чтобы получить от нее четкое отражение света. Если наблюдается система параллельных «блестящих» плоских участков («ступенек»), то это свидетельствует о наличии у кристалла спайности. Если плоскопараллельные участки, одновременно отражающие свет, отсутствуют, спайность слабая или практически отсутствует (несовершенная спайность).

Спайность, как и твердость, связана с внутренним строением кристаллов. Поясним это на примере. На рис. 64 изображены две системы плоских сеток *AB* и *BC*, ориентированных перпендикулярно плоскости чертежа. В системе параллельных плоских сеток *AB* частицы чередуются более часто, чем в плоских сетках *BC*. Частицы относительно друг друга удерживаются силами физико-химических связей. Совершенно очевидно, что сетка, изображенная на чертеже, легче разрывается параллельно направлению 1—1, чем параллельно направлению 2—2. В первом случае расстояния между сетками, параллельными *AB*, сравнительно большие, поэтому силы связи между ними ослаблены. Сетки *BC* более сближены, поэтому связь между ними оказывается более сильной. Следовательно, спайность будет лучше проявляться па-

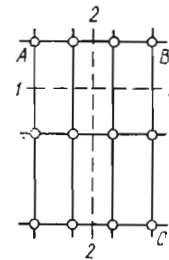


Рис. 64. Спайность кристалла проявляется отчетливее по линии 1—1 и менее по линии 2—2

раллельно плоским сеткам, наиболее удаленным друг от друга (более густо усаженным частицами).

Сказанное строго относится лишь к кристаллическим веществам, построенным из атомов (в электрическом отношении нейтральных частиц). В кристаллических веществах, состоящих из заряженных атомов-ионов, взаимосвязь спайности и структуры оказывается более сложной. Она зависит не только от расстояний между частицами, но и от сил электрического взаимодействия заряженных частиц (ионов).

ТЕПЛОВЫЕ СВОЙСТВА (ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ)

Как и другие физические свойства кристаллов, теплопроводность тесно связана с симметрией. Наиболее наглядно это можно продемонстрировать на следующем простом опыте. Покроем тонким слоем парафина грани трех кристаллов: куба (кристалл высшей категории), кристалла, представленного комбинацией гексагональной призмы и пинакоида (средняя категория), и кристалла в виде трех пинакоидов (низшая категория). Острием тонкой раскаленной иглы прикоснемся к каждой грани этих кристаллов. Парафин, естественно, расплавится. По очертаниям пятен плавления (рис. 65) можно судить о скорости распространения теплоты на плоскостях граней по различным направлениям. Итоги опыта выглядят следующим образом.

На кристалле кубической сингонии контуры пятен плавления на всех гранях будут иметь форму круга, что указывает на одинаковую скорость распространения теплоты по всем направлениям от точки касания горячей иглой. Форма пятен в виде кругов на всех гранях кубического кристалла связана с его симметрией. Форма пятен плавления на грани пинакоида гексагонального кристалла будет также иметь форму круга (скорость распростра-

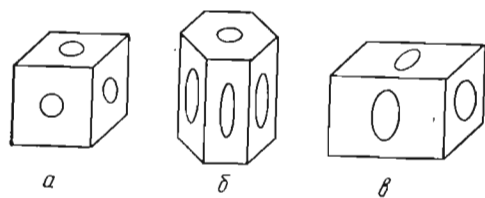


Рис. 65. Фигуры плавления:
а — на гранях куба, б — гексагональной призмы с пинакоидом, в — пинакоидах ромбического кристалла

нения теплоты в плоскости, перпендикулярной главной оси кристалла средних сингоний, одинакова по всем направлениям). На гранях гексагональной призмы пятна плавления имеют форму эллипсов, так как перпендикулярно граням этой простой формы выходят двойные оси симметрии. Симметрия пятна будет L_22P , что отвечает симметрии эллипса.

На всех гранях пинакоидов кристалла ромбической сингонии пятна плавления будут иметь форму эллипсов, что отвечает симметрии L_22P этих граней, перпендикулярных двойным осям симметрии. Результаты опытов указывают, таким образом, на связь теплопроводности кристаллов с их симметрией.

Для того чтобы уяснить характер поверхности распространения теплоты, представим себе, что весь объем кристалла пропитан парафином и раскаленная игла дотронулась до центральной точки кристалла. Скорость распространения теплоты по телу кристалла находится в прямой зависимости от того, вдоль какого линейного элемента симметрии она распространяется. В кристаллах кубической сингонии поверхность распространения теплоты будет иметь форму сферы. Следовательно, в отношении теплопроводности кристаллы кубической сингонии являются изотропными, т. е. по всем направлениям равносвойственными. Теоретическая поверхность теплопроводности кристаллов средних сингоний выражается эллипсоидом вращения, т. е. эллипсоидом, у которого из трех осей две являются одинаковыми по величине¹. В кристаллах низших сингоний поверхности теплопроводности имеют форму трехосного эллипсоида с тремя неравными взаимно перпендикулярными осями.

Другие тепловые свойства кристаллических тел также подчиняются симметрии. Так, при нагревании кристаллов различных сингоний скорость линейного расширения их различна по разным направлениям. При нагревании кристалла кварца скорость линейного теплового расширения вдоль тройной оси симметрии L_3 меньше, чем по двойным осям симметрии L_2 . Соответствующая поверхность расширения будет для кварца иметь форму эллипсоида, сплюсненного вдоль тройной оси симметрии.

Столь же отчетливо геометрическим законам симметрии подчиняются и оптические свойства кристаллов, которые мы рассмотрим в следующем параграфе.

ОПТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА (ЭЛЕМЕНТЫ КРИСТАЛЛООПТИКИ)

На особенностях поведения световых лучей в кристаллах основан получивший всеобщее распространение оптический метод исследования и определения кристаллических веществ. Особенно широко он применяется в петрографии при описании горных пород, в минералогии при описании руд и минералов, при исследовании продуктов металлургического производства и в других областях науки и техники. Невозможно представить себе современного горного инженера, геолога, металлурга, который не имел бы представления об оптических методах исследования кристаллических веществ. В основании кристаллооптики лежит явление двупреломления световых лучей в кристаллах.

Естественный и поляризованный свет. Предварительно напомним некоторые сведения из элементарной физики. Свет по своей природе представляет совокупность поперечных электромагнитных волн. В оптически изотропной среде от обычных источников

¹ Наглядно модель такого эллипсоида можно получить, вырезав из картона фигуру эллипса и вращая его вокруг одной из осей. При вращении вокруг длинной оси получим вытянутый, при вращении вокруг короткой оси — сплюснутый эллипсоиды вращения.

свет распространяется по всевозможным направлениям. При этом колебания вектора напряженности электрического и магнитного полей происходят также по всевозможным направлениям, но в плоскости, перпендикулярной направлению луча. Вдоль его направления происходит передача световой энергии. Такой свет называется *естественным* или *неполяризованным*. На рис. 66,а направление светового луча ориентировано перпендикулярно плоскости чертежа. Векторы *aa*, *bb*, *cc* и другие изображают направления световых колебаний, совершающихся перпендикулярно лучу. Сама плоскость колебаний при этом не изменяется, но в любой момент времени направление вектора электрического поля различно.

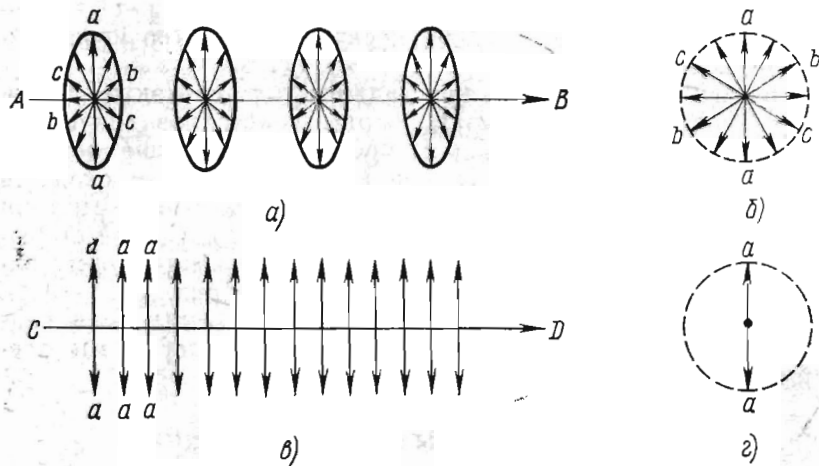


Рис. 66. Колебания естественного (а, б) и поляризованного (в, г) света

При определенных условиях может быть получен так называемый *поляризованный свет*, для которого все колебания вектора электрического и магнитного полей происходят в строго определенном направлении (рис. 66,в и г). На поведении такого поляризованного (линейно поляризованного) света в кристаллах и основана методика кристаллооптических исследований.

Двойное лучепреломление света в кристаллах. На кристалл *K*, не относящийся к кубической сингонии (рис. 67), направлен луч *AB* неполяризованного света. При переходе света из одной среды в другую он преломляется так, что луч *AB* распадается на два луча *BC* и *BD* вдоль направлений которых свет распространяется по кристаллу с различными скоростями и является линейно поляризованным с взаимно перпендикулярными плоскостями колебаний. Разложение света кристаллом на два поляризованных луча называется *двойным лучепреломлением* или *двупреломлением*.

Двупреломление света наблюдается в кристаллах всех сингоний, за исключением кубической. В кристаллах низших и средних сингоний двупреломление происходит по всем направлениям, за исключением одного или двух особых направлений, называемых *оптическими осями*. Весьма отчетливо раздвоение лучей наблюдается в кристаллах исландского шпата (рис. 68).

Как и другие физические свойства, явление двупреломления связано с *анизотропией кристаллов*. Оптическая анизотропность кристаллов выражается в том, что скорость распространения света в них различна по разным направлениям. Лишь в кристаллах кубической сингонии скорость распространения световых лу-

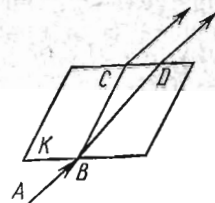


Рис. 67. Двупреломление света в кристаллах низших и средних сингоний

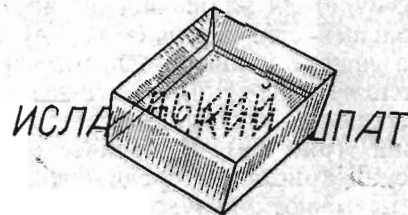


Рис. 68. Двупреломление (раздвоение подписи) исландского шпата

чей по всем направлениям одинакова. Поэтому о кристаллах кубической сингонии говорят, что они в оптическом отношении являются *изотропными*. В кристаллах средних сингоний среди множества направлений оптической анизотропии существует одно единичное направление, совпадающее с главной осью симметрии (L_3, L_4, L_6). Вдоль этого направления, называемого *оптической осью кристалла*, свет идет, не раздваиваясь.

В кристаллах низших сингоний имеется два направления, вдоль которых свет не раздваивается. Сечения кристаллов нормальные этим направлениям, совпадают с оптически изотропными сечениями.

Понятие об оптической индикатрисе. Поведение света в кристаллах характеризуется теоретически выводимыми вспомогательными поверхностями, называемыми *оптическими индикатрисами*.

Представим себе внутри кристалла источник света, от которого во все стороны распространяются световые лучи. Как известно, скорость распространения света в среде равна $v=c/N$, где c — скорость света в вакууме, N — показатель преломления среды¹. В практике исследований оптических свойств кристаллов обычно пользуются не скоростями распространения света v , а величинами, обратными скоростям света, которые называются *показателями преломления* $N=1/v$.

¹ В литературе нередко прописную букву *N* заменяют строчной буквой *n*.

В кристаллах кубической сингонии от светящейся точки световые лучи распространяются во все стороны с одинаковыми скоростями, а следовательно, и обладают одинаковыми показателями преломления. Поверхность, охватывающая концы всех векторов, соответствующих равным показателям преломления (как это имело место и с тепловыми свойствами), *сферическая*, или *шаровая*.

В кристаллах средних сингоний оптическая индикатриса имеет форму эллипсоида вращения (как и с тепловыми свойствами) с одним круговым сечением, перпендикулярным главной оси симметрии кристалла или оси вращения эллипсоида. В зависимости от того, будет ли эллипсоид вытянут (при вращении эллипса вокруг большей оси, называемой N_g) или сплюснут (при вращении эллипса вокруг меньшей оси, называемой N_p), выделяют *оптически положительные* или *оптически отрицательные кристаллы* средних сингоний (рис. 69). В оптическом отношении кристаллы средних сингоний называют *оптически одноосными*.

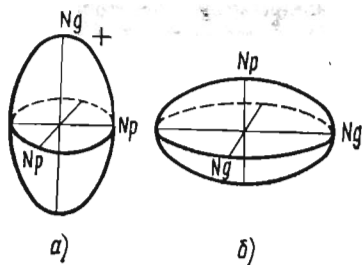


Рис. 69. Оптическая индикатриса кристаллов средних сингоний: а — оптически положительного кристалла, б — оптически отрицательного кристалла

ными положительными или оптически одноосными отрицательными.

В кристаллах низших сингоний поверхность показателей преломления имеет форму эллипсоида с тремя неравными взаимно перпендикулярными осями (так называемый трехосный эллипсоид). Три оси эллипсоида по величине отвечают трем главным показателям преломления (N_g , N_m и N_p) кристаллов низшей категории (ромбической, моноклинной и триклинной сингоний). Трехосный эллипсоид обладает двумя круговыми (изотропными) сечениями, поэтому кристаллы низших сингоний называют *оптически двuosными*. Среди них, так же как и среди кристаллов средних сингоний, выделяют *оптически двuosные положительные* и *оптически двuosные отрицательные кристаллы*.

С помощью вспомогательных геометрических фигур — сферы, эллипсоида вращения и трехосного эллипсоида (рис. 70), получивших в кристаллооптике название *оптических индикатрис*, могут быть описаны все главные оптические явления в кристаллах. Оптическая индикатриса дает вместе с тем возможность охарактеризовать кристаллы различных категорий и даже в отдельных случаях отдельных сингоний точными количественными величинами — *оптическими константами*.

В кубической сингонии единственной оптической константой является N — показатель преломления, соответствующий радиусу сферической оптической индикатрисы.

Кристаллы средних сингоний характеризуются следующими оптическими константами: N_g — наибольший показатель преломления, N_p — наименьший показатель преломления, $N_g - N_p$ — величина или сила двупреломления.

Оба показателя преломления — N_g и N_p — соответствуют величинам двух осей эллипсоида вращения.

В оптически одноосных положительных кристаллах перпендикулярно круговому (изотропному) сечению располагается соответствующий большей оси вращения эллипсоида показатель преломления N_g ; в оптически одноосных отрицательных кристаллах — соответствующий меньшей оси эллипсоида вращения показатель преломления N_p (рис. 69, а и б).

Связь симметрии с оптическими свойствами в кристаллах средних сингоний выражается также строгой закономерностью положения оптической индикатрисы (эллипсоида вращения), а именно — с осью вращения эллипсоида всегда совпадает главная ось симметрии кристалла: либо L_3 , либо L_4 , либо L_6 .

В кристаллах низших сингоний оптическая индикатриса имеет форму трехосного эллипсоида с тремя разновеликими осями. Оптическими константами таких кристаллов будут: N_g — наибольший показатель преломления, N_p — наименьший показатель преломления, а также $N_g - N_p$ — максимальная (главная) величина или сила двупреломления и $2V$ — *угол оптических осей*, т. е. угол между двумя особыми направлениями в кристаллах, вдоль которых свет не испытывает двупреломления.

Оптические свойства кристаллов лежат в основе одной из важнейших методик определения и исследования минеральных веществ — минералов и полезных ископаемых. Именно в поляризованном свете особенно четко выступают различия между многими минералами по ряду физических свойств (цвету, прозрачности и др.), кажущимися одинаковыми или весьма похожими при естественном свете.

При кристаллооптических исследованиях пользуются специальным микроскопом, получившим название *поляризационного*. Такой микроскоп позволяет исследовать кристаллическое вещество (минералы и горные породы) в поляризованном свете.

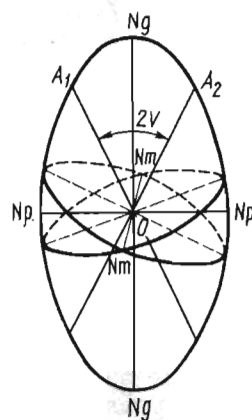


Рис. 70. Оптическая индикатриса кристалла низшей сингонии (трехосный эллипсоид)

Поляризационный микроскоп. По внешнему виду поляризационный микроскоп напоминает обыкновенный биологический микроскоп. Главное различие между ними заключается в присутствии у поляризационного микроскопа двух специальных однотипных устройств, так называемых призм Николя (двух «николей») (рис. 71). Основное назначение призм Николя — преобразовывать обыкновенный свет в поляризованный. Николи (рис. 72) состоят из кристалла исландского шпата (прозрачного чистого кальцита), разрезанного под

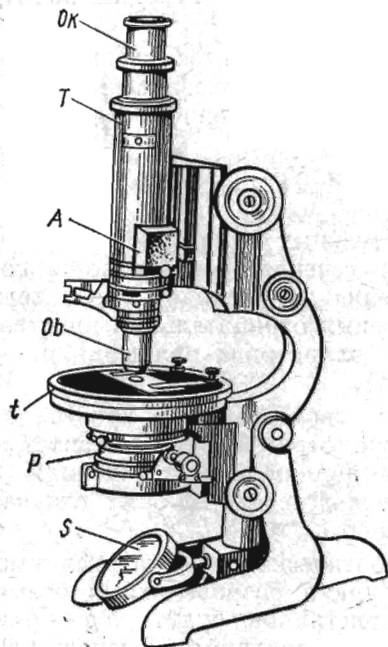


Рис. 71. Поляризационный микроскоп:

S — осветительное зеркало, t — предметный столик, T — тубус, Ob — объектив, Ok — окуляр, P — поляризатор, A — анализатор

определенным углом и склеенного особым клеем, так называемым *канадским*, или *пихтовым бальзамом* с показателем преломления приблизительно 1,54. Параллельный пучок света, войдя в призму Николя, разделяется на

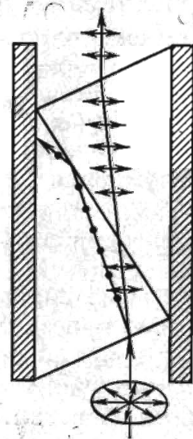


Рис. 72. Ход лучей в призме Николя

два поляризованных пучка световых лучей. Один из пучков обладает показателем преломления 1,53—1,54, другой — 1,658. Первый пучок световых лучей с показателем преломления, близким к показателю преломления канадского бальзама, практически беспрепятственно проходит через прослойку бальзама. Второй пучок с большим показателем преломления, достигнув канадского бальзама (границы раздела), должен был бы преломиться, но угол, под которым разрезается кристалл исландского шпата, подбирается таким образом, что второй пучок гасится черной (поглощающей) оправой призмы Николя. В результате на столик микроскопа попадает лишь один пучок поляризованного света.

Поляризационный микроскоп имеет две призмы Николя или просто два николя. Один из них укреплен под столиком микроскопа. Его назначение — преобразовывать обыкновенный свет в поляризованный. Этот николь называется *поляризатором* (P на рис. 71).

Второй николь, вмонтированный в тубус, позволяет исследовать оптические явления в кристалле, поэтому его называют *анализатором* (A на рис. 71). В отличие от поляризатора он может вдвигаться в тубус микроскопа или выдвигаться из тубуса. Первое положение характеризуется словами — «анализатор введен», второе положение — «анализатор выведен».

Во многих современных поляризационных микроскопах николи заменяют так называемыми *поляроидами* — пластинками из особых материалов, пропускающих только поляризованный свет. Преимущества поляроидов — их дешевизна и компактность, однако они снижают (по сравнению с николями) интенсивность света, обладают меньшей степенью поляризации и меньшей чувствительностью к нагреву.

Исследование кристаллов под микроскопом. Объектами оптических исследований в проходящем свете являются мелкие обломки кристаллов или мелкие кристаллы. Чаще всего исследуют тончайшие срезы минералов или горных пород, так называемые *шлифы*, смонтированные между двумя стеклышками. Одно стеклышко потолще, его называют *предметным*. К нему приклеивают канадским, или пихтовым бальзамом срез минерала или горной породы, срез покрывают тонким *покрывным* стеклышком. Толщина шлифа приблизительно 0,02—0,03 мм. Таким путем исследуют прозрачные минералы и другие, пропускающие свет, кристаллические вещества. Непрозрачные (рудные) минералы с помощью специальных приспособлений к поляризационному микроскопу исследуют в отраженном поляризованном свете.

Прежде чем приступить к работе с поляризационным микроскопом, следует убедиться в его оптической исправности. Поле зрения микроскопа при введенном анализаторе и без кристаллического объекта на столике микроскопа должно оставаться равномерно темным. Анализатор при этом повернут относительно поляризатора на 90°. Такая взаимная ориентировка николей характеризуется словами: «николи скрещены».

Простейшие кристаллооптические и физические исследования в параллельном поляризованном свете сводятся к следующему:

A. При одном поляризаторе (анализатор выведен)

1. Наблюдение контуров кристалла или кристаллических зерен в шлифах.
2. Относительное определение показателя преломления по характеру рельефа кристаллических зерен.
3. Наблюдение плеохроизма.
4. Определение характера спайности.

B. С введенным анализатором (николи скрещены)

1. Выяснение наличия четырехкратного погасания.

2. Оценка интерференционной окраски.
3. Выявление и определение двойников.
4. Определение характера прямого и косого погасания.

Рельеф (контуры) кристаллических зерен. Исследование ведется при одном николе — поляризаторе. Анализатор выведен. Если кристалл в шлифе огранен свойственными ему и достаточно четко выраженными гранями, то его называют *идиоморфным*. Кристалл, не имеющий четких граней, называется *ксеноморфным*. Так часто выглядят кристаллические зерна неправильной формы во многих горных породах.

Наблюдая контуры — границы кристаллических зерен, находящихся в непосредственном соседстве, можно заметить, что в одних случаях кристаллические зерна по своему рельефу не отличаются друг от друга — линии их ограничения одинаковы по своей резкости (рис. 73), в других случаях на фоне зерен с одинаковым рельефом (линиями ограничения) выступают зерна с резко выраженным рельефом, создающим впечатление «приподнятости» их над «уровнем» других зерен (или реже «углубленности» по сравнению с соседними зернами). Этот *кристаллооптический эффект* связан с заметным различием показателей преломления зерен соседствующих минералов. По контрасту линий ограничения зерен можно приблизительно судить о величине

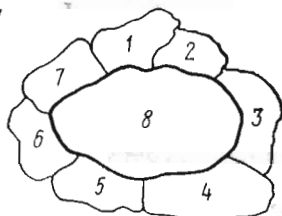


Рис. 73. Контур кристаллических зерен, обладающих различными показателями преломления

показателей преломления кристаллических веществ. Последнее вполне достаточно в повседневной практике оптических исследований минералов.

Ниже приведено приближенное соотношение между характером рельефа и величиной показателя преломления для большинства обычных порообразующих минералов.

Низкий (или ровный) рельеф	$N \approx 1,52-1,55$
Повышенный рельеф	$N \approx 1,55-1,63$
Высокий рельеф	$N > 1,63$

Рис. 73 иллюстрирует зрительное восприятие соседствующих кристаллических зерен, различающихся по рельефу (контрастность границ) и, следовательно, по показателям преломления. Показатель преломления зерна 8 резко отличен от показателя преломления зерен 1—7. Показатели преломления зерен 1—7 приблизительно одинаковые.

Плеохроизм. При выведенном анализаторе кристаллическое зерно при вращении препарата на столике микроскопа может изменять интенсивность окраски или даже самую окраску. Изменение окраски связано с *анизотропией поглощения света кристаллом по различным направлениям*. Например, для биотита (темная слюда, часто встречающаяся в качестве порообразующего минерала) характерно изменение окраски при вращении на сто-

лике микроскопа от желтого до бурого. Это кристаллооптическое явление получило название *плеохроизма*. Плеохроизм — важная кристаллооптическая характеристика.

Спайность. Рассматривая под микроскопом кристаллические зерна, можно установить, обладает ли данное кристаллическое вещество (в частности, минерал) спайностью и в ряде случаев даже сделать заключение о ее качестве. В шлифах следы мельчайших спайных трещинок выглядят в виде взаимно параллель-

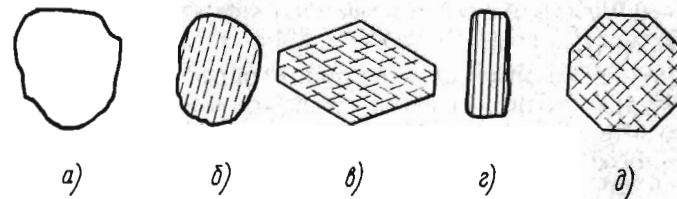


Рис. 74. Спайность под микроскопом:

a — спайность не заметна, б — ясная спайность по одному направлению, в, д — совершенная или ясная спайность по двум направлениям, г — совершенная спайность по одному направлению

ных или пересекающихся черточек. Наблюдение лучше вести при выведенном анализаторе. Рис. 74 иллюстрирует видимую картину отсутствия, наличия и качества спайности.

Четырехкратное погасание. Это явление наблюдается при введенном анализаторе. Сущность его состоит в следующем: кристаллическое зерно при скрещенных николях и при полном вращении препарата на столике микроскопа (на 360°) четыре раза становится темным («находится в положении погасания») и четыре раза просветляется. В этом случае может быть сделан вывод о принадлежности кристаллического зерна к оптически анизотропным веществам, т. е. к кристаллам одной из средних или низших сингоний. Зерно кристаллического вещества кубической сингонии или некристаллического (аморфного) материала при вращении препарата на столике микроскопа в скрещенных николях все время остается темным (погашенным). Аналогичная картина наблюдается и в кристаллах средних и низших сингоний, если сечение исследуемого кристаллического зерна оказывается круговым (изотропным) сечением оптической индикатрисы.

Интерференционная окраска. Цвета, которые приобретает кристаллическое зерно в скрещенных николях при выходе из положения погасания, т. е. в положении максимального просветления, называют *интерференционной окраской*.

При определенной толщине шлифа интерференционная окраска является *функцией величины двупреломления* $N_g - N_p$, которое для большинства минералов колеблется в пределах от 0,000 до 0,040. При стандартной толщине препарата — кристаллического зерна (0,02—0,03 мм) по цвету интерференционной окраски можно приблизительно судить о величине двупреломления, являю-

щейся важной кристаллооптической константой. Ниже приведены данные, показывающие приблизительное соответствие между величинами двупреломления и цветами интерференции:

Величина двупреломления	Цвета интерференции
0,000	Темные (положение погасания)
0,001—0,060	Темно-серые и серые
0,007—0,011	Светло-серые до белых
0,011—0,017	Желтые, другие цвета, но без зеленых
0,018—0,040	Различные яркие цвета спектра с отчетливым участием зеленых тонов

В практике по интерференционной окраске наиболее высокой для всех зерен (точнее сечений зерен) одного и того же кристаллического вещества (минерала) можно оценивать величину двупреломления данного минерала. Оценивать интерференционную

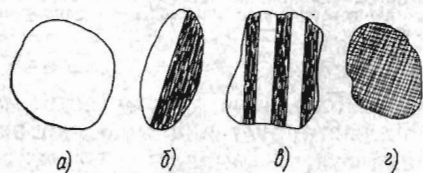


Рис. 75. Двойники под микроскопом при введенном анализаторе (в скрещенных николях):

а — двойниковое строение не наблюдается, б — простой двойник, в — полисинтетический двойник, г — система пересекающихся двойников («микроклиновая решетка»)

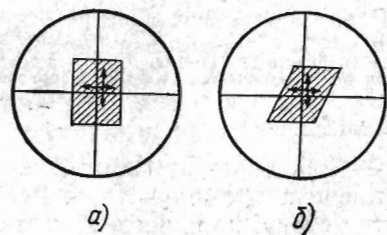


Рис. 76. Погасание: а — прямое, б — косое

окраску при этом надо в момент максимального просветления зерна.

Двойники. При вращении столика микроскопа зерна, сложенные одним минеральным индивидом, в скрещенных николях погасают равномерно по всей площади зерна. При двойниковом сложении в момент погасания зерно выглядит разделенным прямолинейными границами на две или несколько разновременно погасающих частей. На рис. 75 изображены наиболее часто встречающиеся типы двойниковых образований.

Прямое и косое погасание. Положение погасания кристалла или кристаллического зерна относительно какого-либо кристаллографического направления является важной кристаллооптической характеристикой, имеющей большое значение при диагностике кристаллического вещества, и в частности минералов. Кристаллографическими направлениями чаще всего могут быть направления отчетливой вытянутости кристаллов (так называемое удлинение), направление трещин спайности и двойниковых швов. Представление о прямом и косом погасании иллюстрируют схемы, изображен-

ные на рис. 76. Крестом показаны направления колебаний в николях; зерна находятся в положении погасания.

С помощью описанных простейших кристаллооптических исследований можно с достаточной определенностью диагностировать значительное количество порообразующих минералов. Иллюстрируем это несколькими примерами.

1. **Кварц** — рельеф низкий (ровный), интерференционная окраска белая (при нормальной толщине шлифа), двойников нет, плеохроизм отсутствует, спайность не выражена.

2. **Основной плагиоклаз** — низкий или повышенный рельеф, интерференционная окраска белая, четкие полисинтетические двойники, плеохроизм не наблюдается, спайность достаточно выражена, погасание косое.

3. **Биотит** — рельеф высокий, двойники не наблюдаются, интерференционная окраска высокая, четкий плеохроизм в желто-бурых тонах, отчетливая спайность по одному направлению, прямое погасание.

4. **Роговая обманка** — высокий рельеф, высокая интерференционная окраска, двойники не наблюдаются, четкий плеохроизм в зелено-бурых тонах, отчетливая спайность по двум направлениям, пересекающимся под углом приблизительно 120° , погасание косое с углом около 20° .

5. **Вулканическое стекло** сложено сплошной оптически изотропной массой.

6. **Рудный минерал** — непрозрачный с очень высоким рельефом.

Кроме описанных исследований с помощью поляризационного микроскопа, широко применяются и другие кристаллооптические методы: исследование кристаллов в сходящемся свете, определение показателей преломления иммерсионным методом, изучение непрозрачных минералов минераграфическим методом (в отраженном свете), исследование минералов и других кристаллических материалов методом Федорова и др. (подробнее см. специальные курсы).

ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА

Некоторые кристаллы электризуются под влиянием механических (внешних) воздействий. В кристаллографии и физике твердого тела важное теоретическое и практическое значение получили явления **пьезоэлектричества** и **пироэлектричества**.

Пьезоэлектричество (пьезоэлектрический эффект) — изменение поляризации некоторых диэлектрических кристаллов (пьезоэлектриков) при механической деформации.

Пироэлектричество (пироэлектрический эффект) — появление электрических зарядов на поверхности некоторых кристаллов (пироэлектриков) при их нагревании или охлаждении.

Появление электрических зарядов в кристаллах может происходить только по определенным, **полярным направлениям**. Грани, перпендикулярные этим направлениям, получают разные по зна-

ку заряды: одна — положительный заряд, а ей противоположная грань — отрицательный.

Представление о полярных и неполярных направлениях дает рис. 77. По линии AB частицы a, b как в направлении от A к B , так и в обратном направлении чередуются в одинаковом порядке и через равные расстояния. Такое направление является *неполярным*. По линии DE частицы как в том, так и в другом направлениях чередуются по-разному. По направлению от D к E частицы

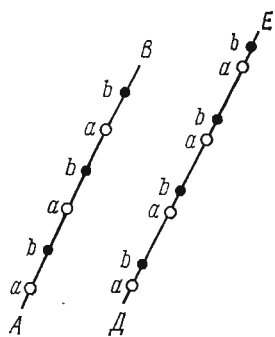


Рис. 77. AB — неполярное направление. DE — полярное направление

a и b группируются попарно, соответственно порядку последовательности ab . Рассматривая ту же прямую в обратном направлении — от E к D , видим, что и порядок последовательности попарно сгруппированных частиц также является обратным, отвечая порядку последовательности ba . Прямая DE — пример *полярного направления*.

Возникновение пьезо- и пьезоэлектричества в соответствии с его природой может быть связано только с полярными направлениями. Из геометрической кристаллографии следует, что направления, проходящие через центр симметрии, не могут быть полярными. Не могут быть полярными и направления, перпендикулярные плоскостям симметрии или осям четного наименования.

Пьезоэлектричество в настоящее время получило широкое применение в различных отраслях техники (радиотехнике, ультразвуковой технике, физико-химической технологии, бионике и т. д.).

Замечательным веществом, обладающим пьезоэлектрическими свойствами, является кварц, кристаллы которого характеризуются симметрией L_33L_2 . В одиночных кристаллах (монокристаллах) кварца направление L_3 является неполярным (рис. 78), а направления двойных осей симметрии L_2 — полярными, поэтому, сжимая или растягивая пластинку из кварца, вырезанную перпендикулярно L_2 , мы будем регистрировать на соответствующих поверхностях кристалла разность электрических потенциалов. И, наоборот, при приложении к кристаллу в направлении L_2 электрического поля кристалл будет сжиматься или расширяться.

Типичным представителем кристаллического вещества, обладающего пьезоэлектрическими свойствами, является кристалл турмалина (боросиликат сложного состава). Монокристаллы этого минерала обладают симметрией L_33P , причем плоскости симметрии расположены вдоль L_3 . Полярным направлением в турмалине является L_3 . При нагревании кристалла происходит его

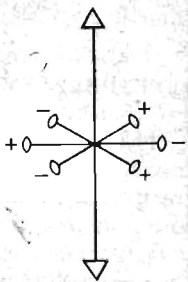


Рис. 78. Элементы симметрии кварца L_33L_2

электризация в направлении L_3 . В последнее время пьезоэлектричество широко используется в ультракоротковолновой радиотехнике и других областях науки и техники.

РЕНТГЕНОМЕТРИЯ КРИСТАЛЛОВ

Теория решетчатого строения кристаллов опытным (экспериментальным) путем впервые была подтверждена с помощью рентгеновых лучей. Эти лучи, как уже упоминалось, были открыты в 1895 г. знаменитым немецким физиком В. К. Рентгеном (1845—1923) и названы его именем. Природа рентгеновых лучей долгое время была загадкой, в связи с чем сам Рентген называл их X -лучами. Особое внимание исследователей привлекла их исключительная проникающая способность.

В 1912 г. немецкий физик М. Лауэ (1879—1960) теоретически предсказал, а затем с помощью сотрудников установил явление *дифракции рентгеновых лучей кристаллами*. При постановке своего знаменитого опыта Лауэ исходил из следующих трех предположений:

1. Лучи Рентгена действительно являются излучением с чрезвычайно малыми длинами волн (такой взгляд вызывал тогда горячие споры).

2. Кристаллы действительно имеют регулярное (решетчатое) строение (в то время это была лишь гипотеза).

3. Длины волн рентгеновых лучей и расстояния между элементарными частицами в кристаллических решетках (структрах) являются соизмеримыми величинами.

Эти три предположения Лауэ блестяще подтвердились в эксперименте.

Дифракция рентгеновых лучей кристаллами заключается в том, что они, проходя через кристаллическую решетку с межатомными расстояниями, соизмеримыми с длиной волн рентгеновых лучей, отклоняются от своего первоначального направления и следуют далее по ряду определенных направлений.

Свой опыт Лауэ поставил следующим образом (рис. 79). Пучок рентгеновых лучей через узкие отверстия в ширмах A и B направлялся на кристалл K . За кристаллом была помещена фотографическая пластинка F (в кассете). После более или менее продолжительной экспозиции на проявленной фотопластинке помимо центрального пятна O наблюдался еще целый ряд пятен и притом закономерно расположенных и соответствующих отклонившимся лучам.

Закономерное расположение пятен относительно центрального пятна объясняется, с одной стороны, отклонением кристаллом рент-

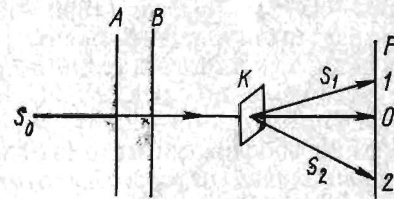


Рис. 79. Опыт Лауэ

геновых лучей от первоначального направления (дифракция), а с другой — определенной геометрической закономерностью расположения частиц внутри его структуры. Таким образом впервые опытным путем было доказано решетчатое строение кристаллов. Вместе с тем была установлена электромагнитная природа рентгеновых лучей, характеризующихся весьма малой длиной волны (14—0,01 нм¹).

В результате открытия дифракции рентгеновых лучей стало возможным изучение внутреннего строения кристалла. Исследование внутреннего строения кристалла с помощью дифракции рентгеновых лучей получило название *рентгеноструктурного анализа*.

Рентгеновы лучи получают с помощью специальных *рентгеновских трубок*. Создаваемое трубками рентгеновское излучение неоднородно по длине волны и по интенсивности. Подбором определенных условий работы рентгеновских трубок можно получить излучение определенной длины волны. Такое излучение называется *характеристическим*. В практике рентгеноструктурного анализа чаще используют характеристическое излучение. В ряде случаев применяют так называемое *белое излучение*, представляющее собой совокупность различных по длине и интенсивности электромагнитных волн.

В современных рентгеновских и рентгеноструктурных лабораториях обычно применяют электронные рентгеновские трубки. С помощью приложенного к трубке определенного напряжения и определенного материала одного из электродов (антикатод) можно получить характеристическое излучение строго определенной длины волны. Так, рентгеновские трубки с железным антикатодом создают лучи с длиной волны $\lambda_{\alpha}=0,19379$ нм, $\lambda_{\beta}=0,17565$ нм, с медным антикатодом — $\lambda_{\alpha}=0,15424$ нм и $\lambda_{\beta}=0,13922$ нм.

Через год после открытия дифракции рентгеновых лучей двумя выдающимися английскими физиками-кристаллографами отцом (1862—1942) и сыном (1890—1971). Брэггами на основе рентгеноанализа были расшифрованы реальные кристаллические структуры меди, хлористого натрия и др.

Несколько позднее У. Л. Брэгг и русский кристаллограф Г. В. Вульф (1863—1925) независимо друг от друга явление дифракции обосновали математически, вывели *закон отражения рентгеновых лучей от системы атомных плоскостей* (плоских сеток) кристаллов. Выведенная ими формула — формула Брэгга—Вульфа — стала основной для всех рентгенометрических исследований кристаллов.

Основная формула рентгеноструктурного анализа. На рис. 80 1, 2, 3, ..., n — серия одинаковых взаимно параллельных плоских атомных сеток кристалла, d — расстояние между двумя соседни-

ми параллельными плоскими сетками (межплоскостное расстояние), S_0 — пучок параллельных характеристических рентгеновых лучей с длиной волны λ , Θ — угол, под которым наклонен пучок к плоским сеткам.

Проследим, что происходит с одним из лучей рентгеновского пучка, например p . Луч p падает на плоскую сетку 1 в точке C и отражается в направлении p_1 . Из других лучей параллельного пучка S_0 всегда окажется такой луч q , который отразится от второй сетки и пойдет по направлению, совпадающему с p_1 . Аналогичная картина будет наблюдаться и при отражении луча от третьей плоской сетки и т. д. Известно, что лучи, следующие по одному направлению, могут при определенных условиях интерферировать друг с другом. Результат *интерференции* зависит от разности хода лучей Δ . На рис. 80 Δ — разность хода лучей p_1 и q_1 .

Максимум интенсивности при интерференции наблюдается в том случае, когда разность хода равна целому числу длин волн. Математически условие интерференции рентгеновых лучей выражается формулой $\Delta = n\lambda$, где $n = 1, 2, 3, \dots, n$.

С другой стороны, можно связать разность хода Δ с углом Θ и величиной межплоскостного расстояния d . С этой целью из точки A опустим на p перпендикуляр AB . Пренебрегая ничтожным различием скоростей распространения рентгеновых лучей в среде по различным направлениям, будем считать, что в точки A и B лучи p и q придут одновременно. Из данных рис. 80 видно, что лучу p необходимо до точки C пройти лишь расстояние BC , в то время как лучу q — путь AC . Разность этих расстояний и будет Δ . Следовательно, $\Delta = AC - BC$.

Из прямоугольного треугольника ABC находим $BC = AC \cos 2\Theta$. Подставив это выражение в формулу $\Delta = AC - BC$, получим

$$\Delta = AC(1 - \cos 2\Theta) = 2AC \sin^2 \Theta.$$

Из прямоугольного треугольника ADC (из точки C предварительно опустим перпендикуляр на плоскую сетку 2) находим

$$AC = CD / \sin \Theta = d / \sin \Theta,$$

$$\Delta = 2 \frac{d}{\sin \Theta} \sin^2 \Theta = 2d \sin \Theta.$$

Объединив найденные выражения разности хода Δ , получим

¹ Длину волны рентгеновского излучения часто измеряют в ангстремах (Å); 1 Å = 10⁻⁸ см = 0,1 нм.

формулу Брэгга—Вульфа:

$$\Delta = n\lambda = 2d \sin \Theta,$$

где Δ — разность хода лучей; n — целое число (1, 2, 3, ..., n), называемое порядком отражения; λ — длина волны рентгеновых лучей (выражается в нанометрах); d — межплоскостное расстояние (выражается также в нанометрах); Θ — угол, под которым рентгеновы лучи данной длины волны падают и отражаются от системы данных плоских сеток.

Формула Брэгга—Вульфа выражает зависимость между межплоскостным расстоянием d , являющимся числовой характеристикой структуры данного кристаллического вещества — его структурной константой, величиной угла Θ , под которым рентгеновы лучи падают на поверхность плоских сеток того же кристаллического вещества, и длиной волны рентгеновых лучей λ .

Для практических целей удобнее формулу Брэгга—Вульфа использовать в следующем виде:

$$d/n = \lambda/2 \sin \Theta.$$

Как показал опыт, величина d/n может непосредственно служить константой, определяющей кристаллическое вещество.

Среди большого количества методов рентгеноструктурного анализа особенно широкое применение получил метод порошка, разработанный Дебаем, Шерером (1916) и Хеллом (1917). Этот метод в настоящее время называется *рентгенофазовым анализом*. С его помощью неизвестное кристаллическое вещество может быть довольно просто идентифицировано с каким-либо уже известным веществом. Метод этот широко используется в современном минералогическом исследовании, при изучении продуктов металлургического производства и в ряде других отраслей. С его помощью возможно решать и более сложные задачи, вплоть до полной расшивки структур кристаллических веществ.

Рентгенофазовый анализ (метод порошка). Исследуемую пробу (кристалл или скопление кристаллических зерен) превращают в порошок с размером отдельных частиц не более $1 \cdot 10^{-3}$ мм путем растирания пробы обычно в агатовой ступке. Из порошка изготавливают цилиндрический столбик длиной 2—3 мм и диаметром 0,5—1 мм. Приготовленный таким способом объект для исследования помещают в специальную камеру, на внутренней стенке которой укрепляют фотографическую пленку. Камеры имеют цилиндрическую форму. Пленка должна плотно прилегать к внутренней цилиндрической поверхности камеры.

Сквозь светонепроницаемое отверстие в камере на столбик порошка направляют узкий пучок параллельных характеристических рентгеновых лучей. На цилиндрической пленке в результате более или менее продолжительной экспозиции воспроизводится дифракционная картина в виде линий, симметрично (или несимметрично) расположенных относительно пучка направленных на объект рентгеновых лучей. В результате получается рентгенограмма

порошка или порошокграмма исследуемого кристаллического материала (рис. 81).

Столбик порошка состоит из бесчисленного множества мельчайших зерен (кристаллических осколков). На них падают рентгеновы лучи с длиной волны λ . Пусть в каком-нибудь зерне некоторая система атомных сеток 1—1 (рис. 82) с межплоскостным расстоянием d_1 образует с пучком параллельных лучей S_0 такой

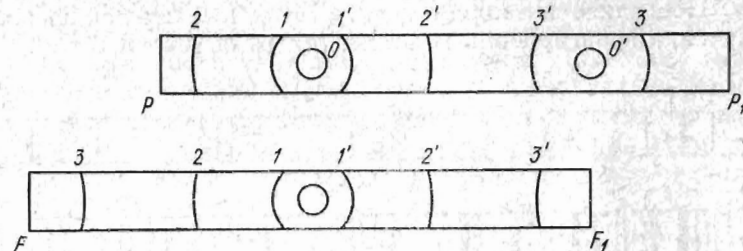


Рис. 81. Рентгенограммы порошка на цилиндрической фотопленке: FF_1 — при симметричном и PP_1 — асимметричном положении пленки

угол Θ_1 , при котором для данной длины волны λ выполняется условие $n\lambda = 2d \sin \Theta$ (для сеток 1—1). Отраженный луч A_1 . Соответствующий угол $\angle SKA_1 = 2\Theta_1$. Совершенно очевидно, что в порошке среди множества зерен всегда найдется другое зерно, где аналогичная система плоских сеток $1^1—1^1$ будет располагаться симметрично относительно системы сеток 1—1. Лучи этой системы также образуют с S_0 угол $2\Theta_1$. В порошке, однако, есть множество кристалликов, в которых системы сеток, аналогичные 1—1 и $1^1—1^1$, дают с направлением первичных лучей углы Θ_1 . В совокупности отраженные лучи будут образовывать конус с углом раствора $4\Theta_1$ (рис. 82). Помимо сеток с d_1 в кристалле существуют еще плоские сетки с другими межплоскостными расстояниями — d_2, d_3, \dots, d_n , которые также будут создавать конусы отраженных лучей с углами раствора $4\Theta_2, 4\Theta_3$ и т. д. В результате получается серия вставленных друг в друга дифракционных конусов, общей осью которых будет пучок рентгеновых лучей, падающих на объект исследования. Число таких конусов зависит от

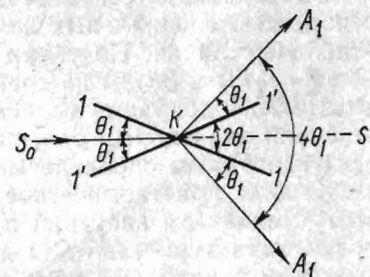


Рис. 82. Принцип получения дифракционной картины при рентгенометрическом методе порошка

количества различных по межплоскостным расстояниям систем атомных сеток. Цилиндрическая пленка позволяет в противоположность плоской пленке регистрировать практически любые дифракционные конусы с углом раствора более 180° . При этом

каждый дифракционный конус на пленке дает две линии (дужки), симметрично расположенные относительно первичного пучка.

На рис. 83 представлены рентгенограммы порошка двух минералов — алмаза и графита. Даже беглый взгляд на порошкограммы минералов показывает, что эти разновидности углерода резко отличаются друг от друга по своей структуре.

Каждая рентгенограмма порошка может быть охарактеризована числом, взаимным расположением линий и степенью их почернения. Последнее позволяет судить об относительной интенсивности лучей, дифрагированных исследуемым объектом.

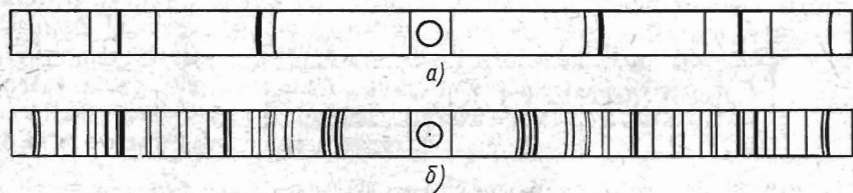


Рис. 83. Схематическая рентгенограмма порошка:
а — алмаза, б — графита

Чтобы определить кристаллическое вещество по порошкограмме, необходимо измерить расстояния между симметричными дужками и вычислить по ним углы θ по формуле

$$\theta = \frac{90}{\pi D} 2e,$$

где $2e$ — расстояние между симметричными дужками на рентгенограмме; D — диаметр рентгенокамеры, мм.

Одновременно с измерением рентгенограммы визуально или с помощью специальных компараторов оценивают интенсивности отдельных линий. По углам θ вычисляют d/n для всех линий порошкограммы. Затем по специальному рентгенометрическому определителю подбирают серию величин d/n , которые бы полностью отвечали значениям d/n , полученным в результате обработки рентгенограммы определяемого вещества.

Каждое кристаллическое вещество характеризуется определенным комплексом значений d/n . В качестве примера приведем числовые характеристики для двух минералов — пирита и марказита, имеющих одинаковый химический состав (FeS_2), но разные структуры (пирит кристаллизуется в кубической сингонии, марказит — в ромбической): пирит — 2,696(8); 2,417(8); 2,206(7); 1,629(10); 1,444(6); марказит — 2,690(10); 2,412(8); 2,314(8); 1,754(10); 1,593(5).

Число характеризующих каждый минерал d/n ограничено здесь лишь пятью наиболее интенсивными дифракционными линиями. В скобках приведены относительные интенсивности линий порошкограмм.

Сопоставив числовые характеристики обоих минералов, увидим, что несмотря на относительную близость двух первых значений, общие комплексы числовых характеристик пирита и марказита достаточно своеобразны, чтобы отличить один минерал от другого.

Кроме рентгенофазового анализа при рентгенометрических исследованиях применяются и другие методы: *метод Лауэ, метод вращения, рентгеногонометрический метод* и др. (подробнее см. в специальных курсах).

Широкое распространение получает в настоящее время так называемый *дифрактометрический метод*. При определении этим методом используются специальные устройства (счетчик квантов рентгеновского излучения и электронные измерительно-регистрирующие приспособления). Дифрактометрический метод обеспечивает более высокую точность и чувствительность, при этом сокращается время на съемку и полностью исключаются операции по обработке пленки.

Глава 8

ОСНОВЫ КРИСТАЛЛОХИМИИ И УЧЕНИЯ О СТРУКТУРЕ КРИСТАЛЛОВ

Все, о чем говорилось в первых главах настоящего учебника, посвященных геометрической кристаллографии, относилось к кристаллическим многогранникам, обладающим внешней симметрией и образованным определенными кристаллографическими формами, к кристаллам-телам, в физическом отношении конечным фигурам, ограниченными гранями и ребрами.

Вопрос о закономерностях внутреннего строения кристаллов, отражением которого и является их геометрически правильная внешняя форма, занимал умы исследователей на протяжении нескольких столетий. Основополагающие мысли и соображения по этому поводу высказали великие ученые прошлого — И. Кеплер (1571—1630), Р. Гук (1635—1703), М. В. Ломоносов (1711—1765), Р. Ж. Гаюи (1743—1822).

Элементарные понятия о структуре кристаллов. Впервые математически обоснованное представление о закономерностях внутреннего строения кристаллов дал О. Бравэ (1811—1863). Он создал *теорию пространственной решетки*. Исходя из основных свойств кристаллического вещества — однородности и анизотропности он вывел 14 типов пространственных решеток, различающихся по формам и симметрии элементарных ячеек, бесконечным повторением которых создается вся пространственная решетка.

Величайший вклад в разработку теории внутреннего строения кристаллического вещества внес великий русский ученый, гениальный кристаллограф и геометр Е. С. Федоров (1853—1919). Задолго до открытия рентгеноанализа Е. С. Федоров, занимаясь геометрией правильных систем точек, пришел к выводу, что их

совокупности и образуют структуры кристаллов. Федоров математически вывел и обосновал все возможные геометрические законы пространственного расположения частиц в кристаллах. Это так называемые *пространственные группы Федорова*. Общее число их 230. Теоретический вывод 230 законов расположения частиц в кристаллах блестяще подтвердился последующими исследованиями с применением рентгеновых лучей для выяснения структуры кристаллических веществ. В настоящее время расшифровано множество структур кристаллических веществ и все результаты находятся в полном соответствии с выводами Федорова.

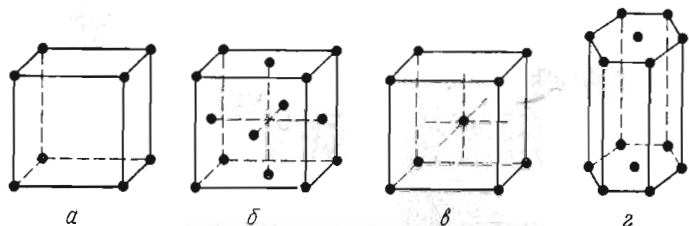


Рис. 84. Типы решеток по Федорову:

а — кубическая примитивная, *б* — кубическая гранецентрированная, *в* — кубическая объемно-центрированная, *г* — гексагональная примитивная

Основные типы пространственных решеток и закон кристаллографических пределов Е. С. Федорова. Важнейшими типами пространственных решеток, по Федорову, являются следующие: *кубическая примитивная, кубическая гранецентрированная, кубическая объемно-центрированная, гексагональная примитивная* (рис. 84). Эти четыре идеальных типа решеток являются, по Федорову, исходными, все остальные, менее симметричные решетки, могут быть получены из них путем растяжений и сдвигов. На основании этого Федоровым был выведен *закон кристаллографических пределов*, согласно которому весь мир кристаллов подразделяется на *два типа — кубический и гексагональный*. Закон этот — один из основных законов кристаллографии. Его можно иллюстрировать многочисленными примерами. Моноклинные слюды по форме своих кристаллов приближаются к правильным шестиугольникам, моноклинные пироксены при раскалывании образуют осколки с углами, близкими к 90° , роговые обманки имеют спайность по двум направлениям под углом, близким к 120° , ромбический барит, раскалываясь по спайности, образует спайные выколки, напоминающие по форме кубики. Таким образом, пироксены и барит приближаются к кубическому типу по Федорову, в то время как роговые обманки и слюды — к гексагональному типу.

Нарушения (дефекты) структуры кристаллов. Рассмотренные в предыдущем разделе физические свойства кристаллов относились к кристаллическим телам со строгой периодичностью сла-

гающих их частиц, т. е. с геометрической структурой, соответствующей «идеальному кристаллу». В реальных кристаллах многие свойства зависят не только от геометрически закономерной структуры, но и от ее дефектов, различных нарушений периодичности кристаллической решетки. Такие свойства в кристаллофизике называют *структурно-чувствительными*.

В большинстве своем различные дефекты структуры объясняются тепловыми колебаниями атомов и нарушениями электронной плотности, что в конечном итоге приводит к изменению расстояний между частицами.

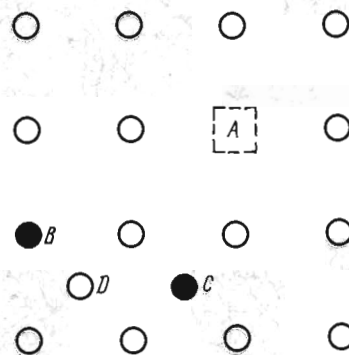


Рис. 85. Основные типы точечных дефектов в кристаллической решетке:

A — вакансия, *B* — атомы примеси («чужаки») в узлах, *C* — атомы примеси («чужаки») в межузловом пространстве; *D* — атомы (свои) в межузловом пространстве

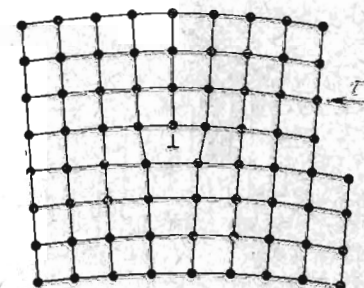


Рис. 86. Схема краевой дислокации; τ — вектор сдвига

В кристаллофизике дефекты кристаллических структур классифицируют по чисто геометрическому признаку. Различают следующие типы дефектов:

1. *Точечные (нульмерные) дефекты-вакансии* (*A* на рис. 85), атомы примеси («чужаки») в узлах (*B* на рис. 85) или в межузловом пространстве (междуузлиях) (*C* на рис. 85), атомы («свои») в межузловом пространстве (*D* на рис. 85).

2. *Линейные дефекты* — цепочки точечных дефектов и дислокации — устойчивые нарушения вдоль каких-либо направлений. Среди них различают: а) *краевые дислокации* — краевая атомная плоскость является неполной (рис. 86); подобные дислокации возникают при пластических деформациях (сдвиг в направлении, перпендикулярном вектору сдвига), б) *винтовые дислокации* — сдвиг одной части кристалла относительно другой в направлении, параллельном вектору сдвига (рис. 87).

3. *Поверхностные дефекты* — нарушения границ зерен и двойников, сдвиги и повороты отдельных участков-блоков структуры.

4. *Объемные дефекты* — пустоты, включения других веществ и др.

Выявление и исследование дефектов кристаллических структур имеет большое практическое значение при решении различных технических проблем: создании высокопрочных кристаллических материалов, придании кристаллическим материалам необходимых свойств и т. д.

Обнаружение дислокаций осуществляется рядом специальных методов: избирательное травление, электронная микроскопия, рентгеновская топография и др.

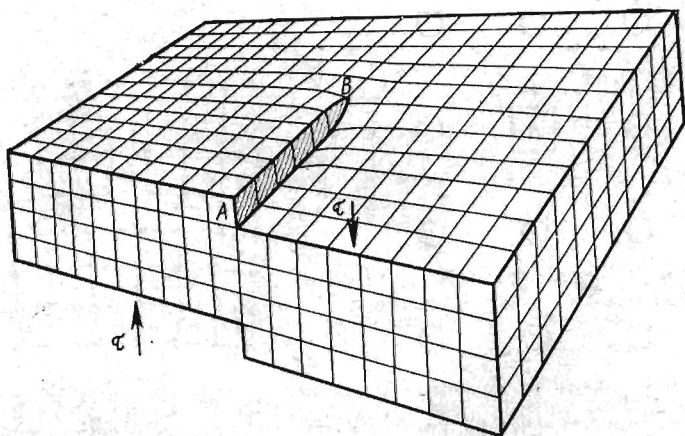


Рис. 87. Винтовая дислокация; τ — вектор сдвига

Основные кристаллохимические понятия. Кристаллохимия занимается изучением взаимосвязи структуры (атомного строения) кристаллов с их геометрическими (внешний вид), физическими и химическими свойствами. Из всех разделов кристаллографии кристаллохимия — самая молодая и весьма интенсивно развивающаяся дисциплина. Первые попытки связать внешнюю форму кристаллов с их внутренним строением и химическим составом относятся еще к XVI—XVIII в.в. В начале XIX в. были открыты явления *полиморфизма* и *изоморфизма*. Но настоящий расцвет кристаллохимии наступил лишь после того, как стали опытным путем изучать структуры кристаллов. Из русских ученых выдающийся вклад в кристаллохимию внес академик Н. В. Белов (1891—1982).

Значение кристаллохимии выходит далеко за пределы установления перечисленных закономерностей. На основе изучения структур и физико-химических особенностей кристаллических веществ могут практически решаться вопросы получения новых кристаллических тел с наперед заданными свойствами, проблемы, связанные с поисками полезных ископаемых, рациональной

классификацией природных (минералов) и искусственных химических веществ.

Успехи кристаллохимии тесно связаны с современным развитием рентгеноструктурного анализа, позволяющего устанавливать внутреннее строение кристаллических веществ, учением о симметрии кристаллов и совершенствованием физико-химических методов исследования.

Приближенный закон Федорова — Грота. Первостепенное значение для решения различных вопросов кристаллохимии помимо закона кристаллографических пределов Е. С. Федорова имеет также закон, известный под названием *закона Федорова — Грота*. Основанный на огромном фактическом материале этот статистический закон намечает существенные связи между химическим составом и симметрией кристаллов.

Согласно этому приближенному закону Федорова — Грота, в большинстве случаев простому химическому составу вещества соответствует высокая симметрия его кристаллов; чем сложнее состав, тем обычно ниже симметрия.

Действительно, большинство химических элементов — металлов (золото, серебро, медь, платина и др.) и простых соединений металлов с серой (галенит, сфалерит, пирит и т. д.), кислородом (куприт, магнетит и др.) кристаллизуются либо в кубической, либо в гексагональной сингониях. Сложные соединения (полевые шпаты, слюды, роговая обманка и др.) обычно относятся к моноклинной или триклинной сингониям. Существуют, однако, и исключения из этого правила. Самородная сера, например, кристаллизуется в ромбической сингонии, а сложные по химическому составу силикаты — гранаты обладают кубической симметрией.

Атомные и ионные радиусы. Для установления взаимосвязи внутреннего строения кристаллических веществ с их морфологическими и физическими особенностями большое значение имеет учение об атомных и ионных радиусах, плотнейших упаковках, координационных числах и других кристаллохимических закономерностях. Кристаллические вещества, как и вся материя, построены из атомов или ионов. Атомы состоят из положительно заряженных ядер, окруженных отрицательно заряженными электронными оболочками, так что в целом атом электронейтрален. В том случае, когда заряды ядра и электронных оболочек не уравновешены, возникают положительно или отрицательно заряженные частицы, называемые *ионами*; положительно заряженные частицы называются *катионами*, отрицательно заряженные — *анионами*.

Между атомами и ионами существуют силы притяжения и силы отталкивания. Кристаллические структуры формируются тогда, когда силы притяжения частиц уравновешиваются силами отталкивания. В этом случае частицы стабилизируются в своих положениях, удерживаясь на определенных расстояниях друг от друга. Следствием неодинакового строения атомов и ионов раз-

личных химических элементов является различие их сил взаимодействия и расстояний между ними.

Учение об атомных и ионных радиусах рассматривает взаимные расстояния между различными структурными единицами, формирующими кристаллическое вещество. Каждому атому или иону мы условно приписываем определенную сферу действия, внутрь которой никакие другие частицы проникать не могут.

Атомными или ионными радиусами являются минимальные расстояния, на которые центры атомных или ионных (соответственно) сфер могут приближаться к сферам соседних атомов или ионов.

Изучение конкретных кристаллических структур с помощью рентгеноструктурного анализа дало возможность вычислить абсолютные величины атомных радиусов металлов, неметаллических элементов и ионов различных элементов.

В качестве примера приведем для некоторых химических элементов величины атомных (по В. М. Гольдшмиду, 1926) и ионных (по Г. Б. Бокию и Н. В. Белову, 1954) радиусов:

Атомные радиусы, нм	Ионные радиусы, нм
O—0,060	O ²⁻ —0,136
Cl—0,107	Cl ⁻ —0,181
S—0,104	S ²⁻ —0,182
Fe—0,126	Fe ²⁺ —0,080
Na—0,186	Fe ³⁺ —0,067
Mn—0,129	Na ⁺ —0,098
	Mn ²⁺ —0,091
	Mn ³⁺ —0,070
	Mn ⁴⁺ —0,052
Al—0,143	Al ³⁺ —0,057

Сопоставление атомных и ионных радиусов одних и тех же химических элементов позволяет сделать следующие выводы:

1. В пределах одного вертикального ряда периодической системы элементов Д. И. Менделеева радиусы ионов с одинаковым зарядом увеличиваются с возрастанием атомного номера.

2. Радиусы анионов всегда больше радиусов атомов тех же элементов.

3. Радиусы катионов всегда меньше радиусов атомов тех же элементов.

4. С повышением заряда химического элемента радиус соответствующих ионов уменьшается.

Плотнейшие упаковки частиц в кристаллах и пустоты в плотнейших упаковках. Для выяснения закономерностей внутреннего строения кристаллических веществ важно знать, каким образом частицы слагают кристаллы. В кристаллохимии говорят о способах упаковки частиц в кристаллических структурах. Следовательно, необходимо решить математическую задачу: какими способами можно наиболее плотно заполнить пространство шарами одинакового размера.

Представим себе простейшую схему кристаллической структуры как совокупность соприкасающихся между собой атомных

(ионных) сфер. Задача имеет множество решений, однако наиболее просто шары равного размера можно сложить двумя способами с максимальным выполнением пространства (приблизительно на 74%). Эти два способа, получившие названия простейших кубической и гексагональной упаковок, приобрели в кристаллохимии особое значение. По мнению Н. В. Белова, такие упаковки составляют основу строения большинства представителей минерального мира, более того, значительная часть существующих в природе упаковок являются либо простыми гексагональными, либо кубическими.

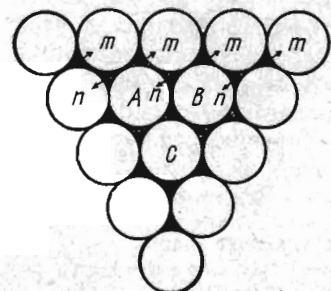


Рис. 88. Расположение шаров в одном слое

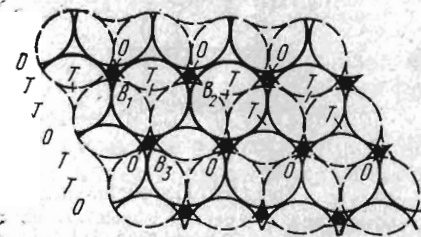


Рис. 89. Расположение шаров в двух слоях

Рассмотрим различия между двумя типами плотнейших упаковок.

В одном слое шары одинакового размера могут быть уложены так, как изображено на рис. 88. Между шарами лунки двух родов: одни лунки t обращены одной из вершин вверх, другие лунки n — вершиной вниз. Покрываем первый слой шаров вторым. Чтобы добиться плотнейшей упаковки, надо первый шар второго слоя положить в любую из лунок первого слоя. При этом остальные шары второго слоя уложатся так, как показано на рис. 89 сплошными линиями. Шары нижнего слоя показаны пунктиром. Полученные в результате лунки оказываются двух родов. Одни лунки T отвечают несквозным отверстиям, другие лунки O — сквозным отверстиям и расположены над лунками первого слоя. Обратим внимание на закономерное чередование в двухслойной упаковке лунок обоих родов: ряд лунок O повторяется через два ряда лунок T . Число лунок T вдвое больше числа лунок O .

В соответствии с двумя родами лунок двухслойной упаковки шары третьего слоя можно помещать либо в несквозные лунки T , либо в сквозные лунки O . Если шары третьего слоя находятся над лунками T и точно над шарами первого слоя, мы имеем плотнейшую гексагональную упаковку (рис. 90 и 91), в которой расположение шаров в любом слое точно повторяется через один слой (одинаковые слои чередуются через один). Если шары

третьего слоя находятся над сквозными лунками *O*, упаковка плотнейшая кубическая (рис. 92 и 93). В кубической упаковке совершенно идентичные слои повторяются через два слоя, т. е. она состоит из трех оригинальных слоев. Кубическим этот тип упаковки называется потому, что размещение слоев в нем совпадает с размещением узлов в кубической гранецентрированной решетке.

Законам плотнейших упаковок подчиняется строение многих простых веществ. Так, гексагональная плотнейшая упаковка ха-

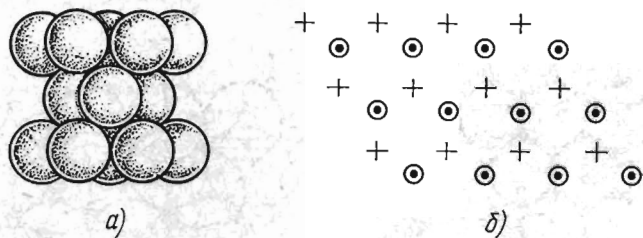


Рис. 90. Плотнейшая гексагональная упаковка шаров:
а — общий вид, б — центры шаров, лежащих в трех слоях (белые кружки — центры шаров первого слоя, крестики — второго, точки — третьего)

рактерна для структуры бериллия, кальция, магния и др. Медь, серебро, золото построены по принципу кубической плотнейшей упаковки. Плотнейшие упаковки часто встречаются и в структурах более сложных в химическом отношении веществ.

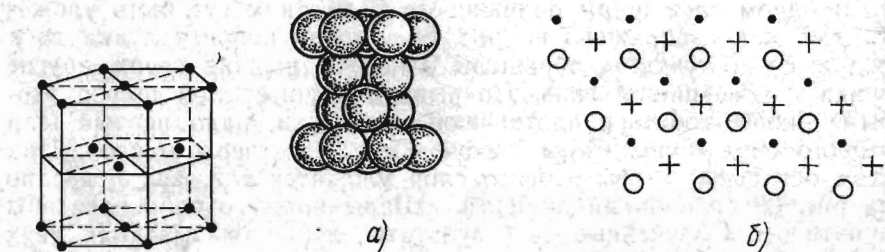


Рис. 91. Плотнейшая гексагональная упаковка

Рис. 92. Плотнейшая кубическая упаковка шаров:
а — общий вид, б — центры шаров, лежащих в трех слоях (белые кружки — центры шаров первого слоя, крестики — второго, точки — третьего)

Важное значение при определении кристаллических структур имеют пустоты между шарами в упаковках. В соответствии с изложенным различают два рода пустот: одни пустоты окружены четырьмя шарами (см. рис. 89, *T*), другие — шестью шарами (см. рис. 89, *O*). Центры четырех атомов, окружающих пустоту, расположены наподобие вершин тетраэдра, поэтому пустота называется *тетраэдрической*, а центры шести атомов, окружающих пустоту, соответствуют вершинам октаэдра, поэтому эта пустота на-

зывается *октаэдрической*. Расчеты показывают, что тетраэдрических пустот в два раза больше октаэдрических.

По принципу двух типов плотнейших упаковок построено множество кристаллических веществ. По мнению большинства ученых, структуры кристаллических веществ можно рассматривать как плотнейшие упаковки более крупных анионных сфер, пустоты между которыми занимают сферы меньших размеров (чаще всего катионов). Таким образом, при однообразии основных плотнейших упаковок множественность структур кристаллических веществ выражается в количественном и качественном разнообразии выполнения пустот в упаковках.

Координационные числа. Числа атомов в атомных структурах или ионов противоположного знака в ионных структурах, располагающихся в ближайшем окружении соответственно данного атома или иона, называется *координационным числом*. Координационное число — важная кристаллохимическая характеристика структуры.

Между координационным числом и типом кристаллической структуры существуют определенные закономерные связи. Для металлов характерны наиболее высокие координационные числа: 12 (медь, золото, серебро) или 8 (α -железо). Для структуры кристаллических фаз солей безкислородных кислот (сульфиды, хлориды, фториды) и кислородных кислот (сульфаты, карбонаты и т. д.) характерны средние координационные числа, чаще всего 6,

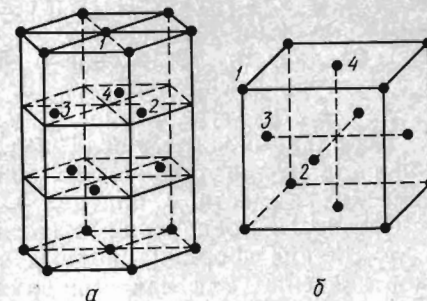


Рис. 93. Плотнейшая кубическая упаковка

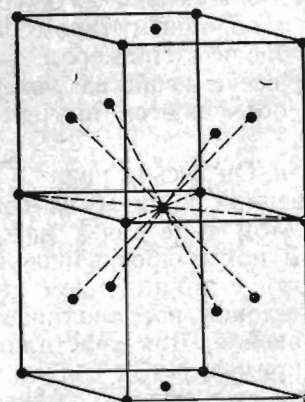


Рис. 94. К определению координационного числа меди в структуре самородной меди

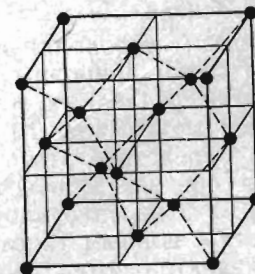


Рис. 95. К определению координационного числа углерода в структуре алмаза

реже 4 и 8. Структуры металлоидов обычно обладают наименьшими координационными числами (алмаз — 4, графит — 3). Рис. 94 дает представление о координационном числе 12 у меди в структуре самородной меди, а рис. 95 — о координационном числе 4 в структуре алмаза.

Координационные числа имеют большое значение при решении ряда научно-технических вопросов: получении новых кристаллических веществ с наперед заданными свойствами, выяснении устойчивости соединений, классификации химических соединений и др. Знание координационных чисел имеет и большое теоретическое значение, так как они влияют на решение проблем определения расположения атомов в кристаллических структурах.

Физико-химические типы связей в кристаллических структурах. Рассмотрев структуры кристаллов с геометрической точки зрения, перейдем к обзору их физико-химической сущности. В кристаллических структурах выделяют следующие типы связей между частицами.

1. **Металлический тип связи.** В кристаллах с этим типом связи большую роль играют слабо связанные и легко перемещающиеся между атомами электроны (электронные «облака»). Каждый атом в структурах с металлической связью окружен другими атомами в максимальном количестве, поэтому такие структуры отличаются наибольшими координационными числами (12 или 8) с плотнейшими упаковками (кубической — медь и др. и гексагональной — магний и др.) или с менее плотной упаковкой (α -железо). Целый ряд свойств кристаллических веществ этого типа (высокая электропроводность и теплопроводность, ковкость и др.) объясняется свободно перемещающимися электронами, слабо связанными с самими атомами.

2. **Неметаллический (ковалентный или гомеоплярный) тип связи.** Эта связь осуществляется за счет общих для двух соседних атомов электронов. Для структур с подобным типом связи характерны малые координационные числа. Примером таких структур является алмаз, многие физические свойства которого (высокая твердость и тугоплавкость) объясняются прочностью ковалентной связи.

3. **Ионный (гетероплярный) тип связи.** Он весьма широко распространен среди природных и искусственных химических соединений — солей различных металлов. В этом типе связи каждый ион окружен максимальным количеством ионов противоположного заряда. Вследствие этого для структур с таким типом связи характерны средние и относительно высокие координационные числа (6 и 8) и нередко плотнейшие упаковки. Для кристаллических веществ с ионным типом связи (например, NaCl, CaF₂ и др) обычны диэлектрические свойства, хрупкость, низкая теплопроводность, средние плотности и ряд других характерных физических свойств. Помимо структур с простыми ионными связями (ионы отдельных химических элементов) широко распространены структуры с сложными ионами, состоящими из нескольких эле-

ментов. Это радикал — ионный структурный подтип [OH]¹⁻, [SO₄]²⁻, [SiO₄]⁴⁻ и т. д.

4. **Молекулярный тип связи.** Структуры с этим типом связи сложены обособленными группами атомов (молекулами). Силы взаимодействия групп называются *остаточными* или *вандерваальсовыми*. Они значительно слабее ковалентных и ионных, но могут действовать на большие расстояния. Подобного типа связи характерны для многих органических соединений. Они нередко характеризуются плотнейшими упаковками, разнообразными координационными числами и рядом специфических свойств. Лету-

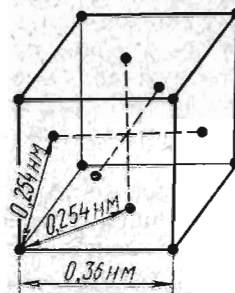


Рис. 96. Элементарная ячейка самородной меди

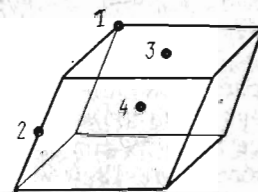


Рис. 97. К подсчету числа структурных единиц в одной элементарной ячейке

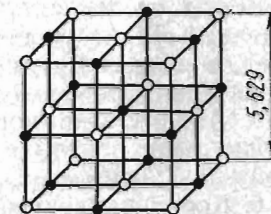


Рис. 98. Структура каменной соли

кость, легкоплавкость, весьма низкая электропроводность и теплопроводность, небольшая твердость, низкие показатели преломления и т. д. — являются следствием слабости межмолекулярных сил. В мире минералов к молекулярным кристаллам принадлежит всем известный «сезонный» минерал лед, а также самородная ромбическая сера. Оба минерала обладают легкоплавкостью, небольшой твердостью и легко изменяют физическое состояние при незначительных изменениях температуры и давления. Ниже приводятся примеры описания структур кристаллов.

Самородная медь. По результатам рентгеноструктурного анализа установлена строго геометрическая закономерность в расположении атомов, слагающих структуру самородной меди. Среди них может быть выделена элементарная ячейка, бесконечным повторением которой создается вся структура. На рис. 96 изображена элементарная ячейка меди, имеющая кубическую форму с ребром 0,36 нм. Анализ элементарной ячейки позволяет сделать следующие выводы:

1. Кристаллическая решетка меди и ее элементарная ячейка обладают кубической планаксиальной симметрией.

2. Взаимное расположение частиц в решетке и элементарной ячейке соответствует гранцентрированной решетке Бравэ.

3. Самородная медь обладает атомным металлическим типом физико-химической связи.

4. Число структурных единиц в элементарной ячейке — 4 ($z=4$).

Определить число структурных единиц нетрудно, если исходить из следующих общих рассуждений (рис. 97). Частицы, в данном случае атомы, расположенные в вершинах элементарной параллелепипедной ячейки 1, принадлежат одновременно восьми смежным ячейкам. Следовательно, на одну ячейку приходится $1/8$ частицы. Частицы, расположенные посередине ребер 2, в расчете на одну ячейку составляют $1/4$, так как принадлежат одновременно четырем смежным ячейкам. Частицы, расположенные в плоскости грани ячейки 3, принадлежат одновременно двум смежным ячейкам, следовательно, на одну ячейку приходится $1/2$ частицы. И наконец, частица, находящаяся внутри ячейки, принадлежит ей полностью. Основываясь на этих рассуждениях, определим структурное число единиц меди: $8 \times 1/8 + 6 \times 1/2 = 4$. Итак, в элементарной ячейке меди содержится четыре атома. Структурная формула меди, следовательно, $4Cu$.

5. Анализ взаимного расположения атомов в элементарной ячейке меди показывает, что она обладает плотнейшей кубической упаковкой атомов. Все пустоты между шарами не заполнены.

6. Координационное число меди 12 (см. рис. 94), так как каждый атом окружен 12 ближайшими атомами.

Каменная соль $NaCl$. 1. Структуру каменной соли (рис. 98) можно представить как две кубические гранцентрированные решетки, сдвинутые одна относительно другой на половину ребра ячейки (одна из таких составных решеток сложена ионами натрия, другая ионами хлора). Величина ребра элементарной ячейки 0,562 нм. Симметрия решетки и элементарной ячейки $NaCl$ — кубическая планаксиальная.

2. Атомы натрия и хлора располагаются по узлам гранцентрированной кубической решетки.

3. Структура $NaCl$ обладает ионным типом физико-химической связи.

4. В элементарной ячейке $NaCl$ содержится четыре структурных единицы ($z=4$). Структурная формула $4NaCl$.

5. Анионы хлора располагаются по узлам гранцентрированной кубической решетки Бравэ и по своему взаимному положению соответствуют закону плотнейшей кубической упаковки. Катионы натрия занимают места октаэдрических пустот. Тетраэдрические пустоты остаются свободными.

6. Каждый ион натрия окружен шестью ионами хлора, а каждый ион хлора — шестью ионами натрия. Координационное число натрия 6, координационное число хлора 6.

Принципы кристаллохимической классификации кристаллических веществ. Современная кристаллохимическая классификация всех кристаллических веществ, в том числе и минералов, строится на основе и с учетом двух факторов: типа физико-химической связи в кристаллах и типа структуры (островная, цепочечная, слоистая, каркасная).

По степени однородности связей структуры кристаллических веществ разделяются на *гомодесмические* и *гетеродесмические*.

В *гомодесмических структурах* присутствуют связи только одного типа. Среди них выделяют структуры и соответствующие им кристаллические вещества с *металлическими связями* (золото, медь и др.), *ковалентными* (алмаз, графит и т. п.) и *ионными* (каменная соль, галенит и др.).

В *гетеродесмических структурах* присутствуют связи разного типа. В них обособляются отдельные группы атомов, вследствие чего среди гетеродесмических структур и соответствующих им кристаллических веществ выделяют *островные, цепочечные, слоистые и каркасные* типы.

Следовательно, современная кристаллохимическая классификация отражает взаимозависимость между химическим составом, структурой и внешней формой кристаллических веществ. При изучении минералов это имеет важное значение. В соответствии с симметрией кристаллические вещества получают и соответствующий облик.

Кристаллические вещества со слоистой структурой (слюды, тальк и др.) в природе встречаются в виде пластинчатых, таблитчатых или листоватых кристаллов.

Игольчатые, длинностолбчатые и другие вытянутые в одном направлении кристаллы (роговые обманки, пироксены, антимонит и др.) характерны для структур с линейно расположенными структурными единицами (цепочечного или ленточного мотива).

Структуры, не имеющие четко выраженных линейных или слоистых мотивов (так называемые каркасные), кристаллизуются в форме более или менее изометрических, слабо вытянутых в одном направлении или толстотаблитчатых кристаллов, как, например, полевые шпаты.

Изоморфизм. Явление изоморфизма было открыто немецким ученым Э. Митчерлихом (1794—1863) в начале XIX в. Сущность явления состоит в том, что различные, хотя и родственные по химическому составу, вещества кристаллизуются в близких в геометрическом отношении структурах. Геометрическое сходство структур отражается и на внешней форме изоморфных веществ. Например, целый ряд минералов, относящихся к группе кальцита, кристаллизуются в весьма похожих друг на друга кристаллах. В кристаллографическом отношении все они относятся к тригональной сингонии, обладают совершенной спайностью по ромбоэдру и весьма близкими углами между ребрами ромбоэдров, пересекающимися на тройной оси симметрии:

Кальцит $CaCO_3$ — $101^\circ 55'$
Сидерит $FeCO_3$ — $103^\circ 04'$
Магнезит $MgCO_3$ — $103^\circ 21'$
Доломит $CaMg[CO_3]_2$ — $102^\circ 38'$
Смитсонит $ZnCO_3$ — $103^\circ 28'$

Подобных примеров можно привести много.

Явление изоморфизма весьма широко распространено среди природных и искусственных соединений. Современная кристаллохимия определяет изоморфизм как способность химических элементов (атомов или ионов) замещать друг друга в кристаллах. Изоморфизм объясняется близостью свойств частиц (их размеров, строения и др.) и однотипностью сил связи. В кристаллических структурах частицы могут взаимно замещать друг друга, если они обладают близкими радиусами сфер и сходством сил связи.

Следствием изоморфизма является образование смешанных кристаллов (изоморфных смесей). Если замещение одних частиц другими происходит в любых количественных соотношениях с образованием непрерывного ряда промежуточных соединений от 100% одного вещества до 100% другого, изоморфизм называют совершенным. Такой непрерывный ряд соединений существует, например, между $MgCO_3$ и $FeCO_3$. Ионный радиус Mg^{2+} равен 0,074 нм, ионный радиус Fe^{2+} —0,080 нм. Общая формула промежуточных соединений изображается следующим образом: $(Mg, Fe) CO_3$, где запятая, разделяющая химические знаки Mg и Fe, означает, что оба элемента замещают друг друга. По преобладанию того или иного компонента формулы промежуточных соединений можно записывать следующим образом: $MgCO_3$ — $(Mg, Fe) CO_3$ — $(Fe, Mg) CO_3$ — $FeCO_3$. В данном изоморфном ряду $MgCO_3$ и $FeCO_3$ являются крайними членами. В первом промежуточном соединении Mg преобладает над Fe, во втором — Fe преобладает над Mg (преобладающий компонент ставится на первое место); замещающие друг друга компоненты заключаются в круглые скобки.

Аналогичный непрерывный изоморфный ряд соединений существует между $FeWO_4$ и $MnWO_4$ (минерал вольфрамит) с общей формулой $(Fe, Mn) WO_4$.

Несколько более сложная картина изоморфизма наблюдается в ряду плагиоклазов (широко распространенных в природе полевошпатовых минералов, представляющих алюмосиликаты Ca и Na) с крайними членами анортитом $Ca Al_2 Si_2 O_8$ и альбитом $Na Al Si_3 O_8$. $Ca Al_2 Si_2 O_8$ и $Na Al Si_3 O_8$ образуют непрерывный изоморфный ряд (совершенного изоморфизма), в котором замещение происходит группами $Ca^{2+} Al^{3+}$ на $Na^+ Si^{4+}$ с равными друг другу суммарными валентностями (зарядами).

Значительным различием в размерах ионных радиусов калия и натрия (радиус иона K^+ —0,133 нм, радиус иона Na^+ —0,098 нм) объясняется ограниченный изоморфизм этих ионов в полевошпатовых минералах. Образующиеся при высокой температуре твердые растворы соединений этих ионов при постепенном понижении температуры распадаются с образованием так называемых пертитов (закономерных сростаний продуктов распада твердых растворов). Различиями ионов K^+ и Na^+ объясняется и их заметная неодинаковая геохимическая роль в поверхностных (экзогенных) условиях. Натрий в основной массе поверхностными водами

уносится в морские бассейны, а калий адсорбируется в верхних частях коры выветривания (почвах) и усваивается растениями.

Полиморфизм. Полиморфизм — свойство некоторых веществ давать в различных термодинамических условиях две или несколько модификаций (видоизменений) с одинаковым валовым химическим составом, но с различными физико-химическими свойствами и с различной кристаллической структурой. Полиморфизм также был открыт Э. Митчерлихом.

Явление полиморфизма, так же как и изоморфизма, весьма распространено в природе. Приведем ряд примеров из мира минералов.

1. *Углерод С.* В свободном состоянии углерод в природе встречается в нескольких модификациях, среди которых особо важными являются кубический алмаз и гексагональный графит. Оба минерала обладают вследствие этого и резко различающимися физическими свойствами:

Таблица 6. Физические свойства графита и алмаза

Свойство	Графит	Алмаз
Твердость	1	10
Цвет	Черный	Обычно бесцветный
Электропроводность	Высокая	Низкая
Блеск	Металлический	Алмазный

2. *Карбонат кальция $CaCO_3$.* В природе встречается в виде двух минералов — тригонального кальцита и ромбического арагонита, заметно различающихся по форме кристаллов и ряду физических свойств.

3. *Кремнезем SiO_2 .* Это химическое соединение встречается в виде ряда модификаций, каждая из которых существует лишь при определенных физико-химических (главным образом температурных) условиях: α -кварц — наиболее распространенная в обычных условиях модификация тригональной сингонии с элементами симметрии $L_3 3L_2$. В интервале температур 870—573°C существует другая модификация — β -кварц гексагональной сингонии с элементами симметрии $L_6 6L_2$. Температура 573°C является температурной границей существования этих двух модификаций SiO_2 и вследствие этого имеет важное геолого-минералогическое значение. Границу перехода двух веществ называют «геологическим термометром». Помимо α -кварца и β -кварца известны еще две модификации SiO_2 : β -тридимит гексагональной сингонии, который образуется при температуре 870°C и существует до 1470°C; при температуре 1470°C β -тридимит переходит в β -кристобалит кубической сингонии. Последняя модификация является стабильной (устойчивой) в интервале температур 1470—1713°C. При температуре 1713°C возникает расплав.

Кристаллохимия дает объяснение существованию различных полиморфных модификаций. Атомные и ионные сферы при определенных условиях температуры и давления испытывают различные деформации, влияющие на величину (размеры) сфер. Естественно, что в зависимости от степени деформированности и величины сфер атомы и ионы группируются по-разному. На основании этого можно сделать заключение, что образование различных полиморфных модификаций одного и того же вещества (по химическому составу) должно быть обусловлено различными физико-химическими (температура и давление) условиями их образования и характером окружающей среды. Изменение внешних условий вызывает полиморфное превращение. Каждая полиморфная модификация вещества, хотя и стабильная лишь в своей области температур и давлений, в неустойчивом (так называемом *метастабильном*) состоянии может существовать достаточно долго. Примером может служить β -кварц. Точнее в виде параморфозы α -кварца по β -кварцу такая модификация существует и в обычных условиях температур: встречается в богатых кремнеземом кислых вулканических горных породах и пегматитах. Весьма интересной полиморфной модификацией кремнезема является минерал *стишовит* тетрагональной сингонии. Он был получен первоначально в лаборатории при температурах 1200—1400°C и давлении $1,6 \cdot 10^8$ Па (10^5 Па приблизительно равны 1 атм). Затем этот минерал был обнаружен и в природных условиях — в метеоритном кратере, где он, очевидно, образовался в результате громадных давлений и резкого повышения температуры в момент падения метеорита. Его структура похожа на структуру рутила, но отличается большей плотностью — 4,35 (плотность кварца 2,65).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В учебнике, как сказано в предисловии, изложены элементарные основы науки о кристаллах, которые дают студентам первые представления о свойствах и строении окружающей нас твердой материи, сложной кристаллическим веществом, и о мире искусственных твердых материалов.

Первая часть курса — начала геометрической кристаллографии — познакомила будущего специалиста с представлениями о главнейшем свойстве кристаллов — симметрии кристаллического вещества и законами, которым она подчиняется. В ней описаны элементы симметрии, формы огранения кристаллов (простые формы и их символы), часто встречающиеся усложненные формы реальных кристаллических образований. Во главе всего стоит классификация царства кристаллов, основанная на симметрии. Все эти данные необходимы для понимания многих физических свойств твердых материалов, так как основные из них — оптические, механические, тепловые, электрические и др. — тесней-

шим образом связаны с симметрией. Эти связи отчетливо выясняются после проработки второй части учебника, посвященной физической кристаллографии. Обстоятельное изучение третьей части курса, представляющей введение в кристаллохимию, дает специалистам, в особенности тем, кому предстоит иметь дело в своей практической деятельности с минералами, рудами, горными породами и продуктами металлургического и других производств, основное, самое первое представление о закономерностях внутреннего строения кристаллических веществ (кристаллов) и о взаимосвязи структуры кристаллов с их свойствами и внешней формой.

Изучая кристаллографию, нельзя забывать также мысль великого русского ученого Е. С. Федорова о том, что развитие горно-геологических наук только тогда станет плодотворным, когда все явления и процессы будут изучаться строго математическими методами. В цикле горно-геологических дисциплин кристаллография является первой наукой, приучающей студентов к осмысливанию явлений, фактов и процессов методами точных физико-математических наук.

Рациональное использование огромного количества естественных и искусственных твердых кристаллических веществ базируется на знании симметрии внешнего облика и внутреннего строения (структуры) кристаллов и связанных со структурой специфических свойств материалов. Постоянно растущие требования промышленности к производству новых материалов с заданными свойствами могут быть успешно удовлетворены лишь на основе прочного усвоения основ науки о кристаллах.

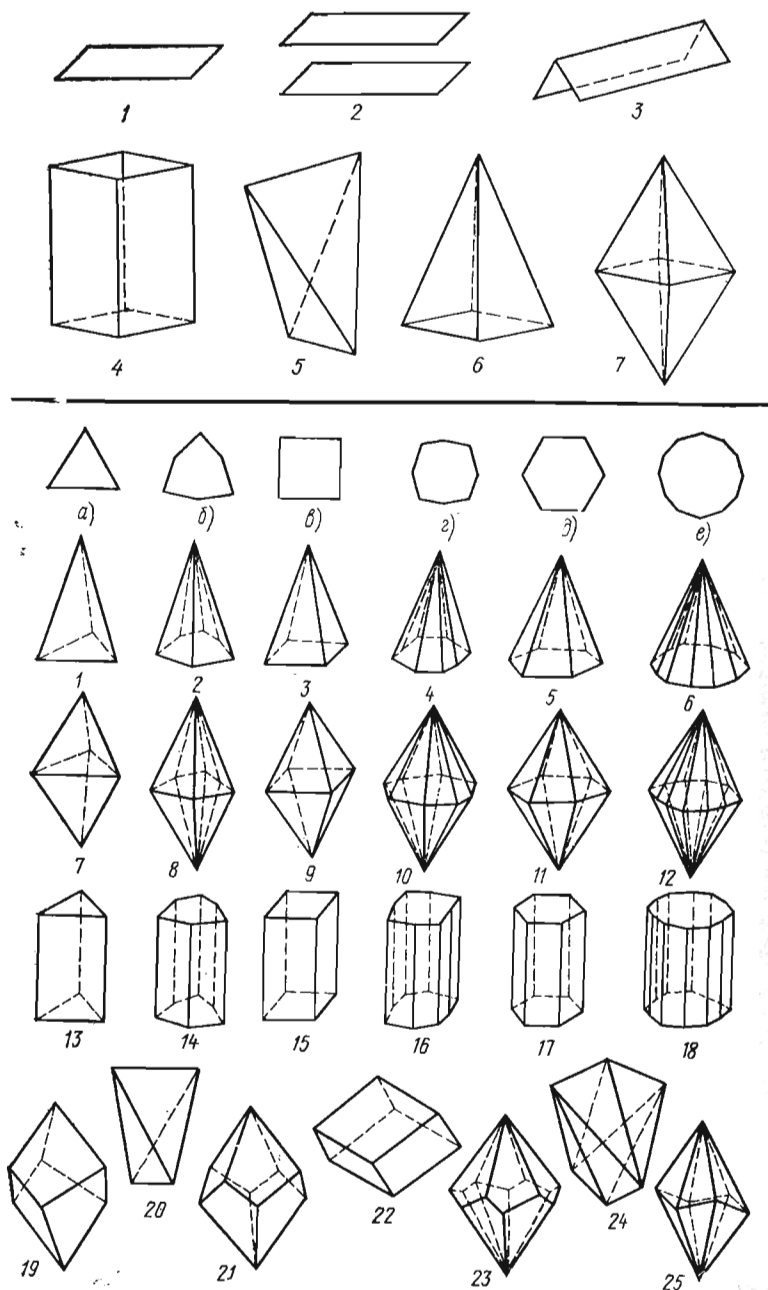
Таким образом в основах кристаллографии показана неразрывная связь между симметрией, физикой и структурой кристаллического вещества.

Исключительно многообразно современное применение кристаллографии в технике: это целенаправленное получение кристаллов с требуемыми свойствами, исследование и изыскание новых областей применения кристаллов в промышленности и других областях народного хозяйства, это и инженерные расчеты при использовании свойств кристаллов различных полупроводниковых и диэлектрических материалов, оптической и электронной аппаратуры, редких и цветных металлов и продуктов химической технологии.

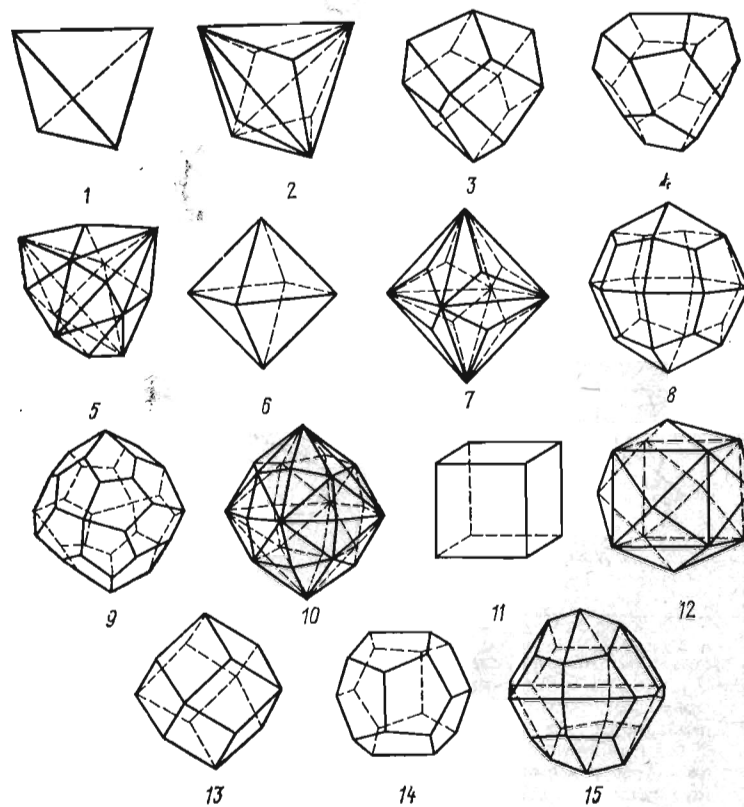
Современные специалисты — работники горно-геологической службы, металлурги, обогатители, металловеды, технологи по производству различных материалов, используемых в народном хозяйстве, в том числе пищевых и лечебных веществ, работники технического и естественно-исторического направлений, овладевшие необходимым комплексом знаний в науке о кристаллах, смогут их использовать в своей плодотворной научно-практической деятельности.

Простые формы кристаллов

Приложение 1.



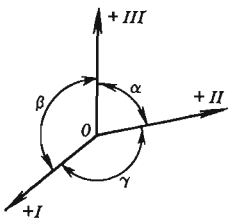
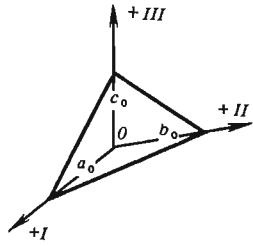
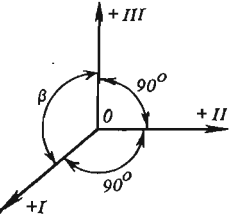
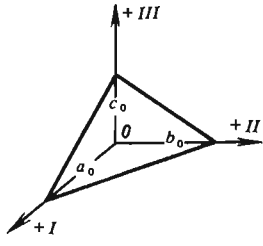
← Рис. 1. Простые формы низших сингоний:
1 — моноэдр, 2 — пинакоид, 3 — диэдр, 4 — ромбическая призма, 5 — ромбический тетраэдр, 6 — ромбическая пирамида, 7 — ромбическая дипирамида

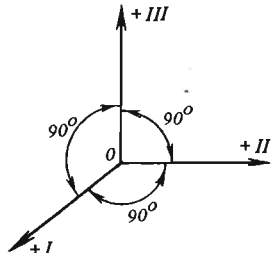
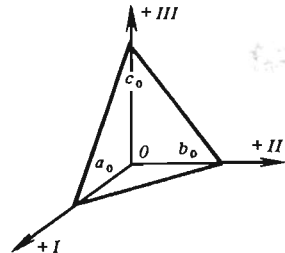
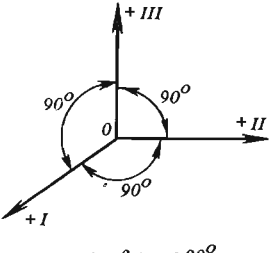
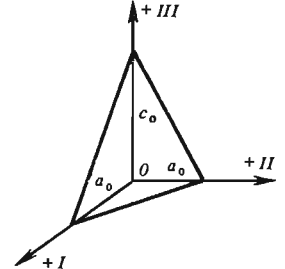


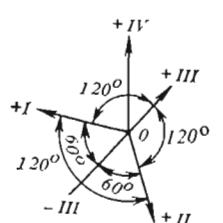
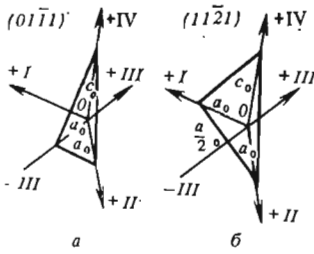
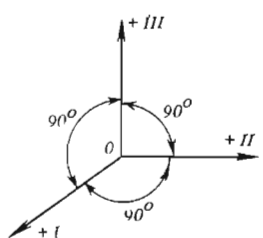
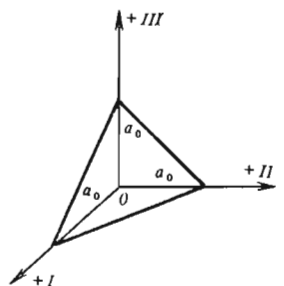
← Рис. 3. Простые формы кубической сингонии:
1 — тетраэдр, 2 — тригон-тритетраэдр, 3 — тетрагон-тритетраэдр, 4 — пентагон-тритетраэдр, 5 — гексатетраэдр, 6 — октаэдр, 7 — тригон-триоктаэдр, 8 — тетрагон-триоктаэдр, 9 — пентагон-триоктаэдр, 10 — гексоктаэдр, 11 — гексаэдр, 12 — тетрагексаэдр, 13 — ромбододекаэдр, 14 — пентагон-додокаэдр, 15 — дидодокаэдр

← Рис. 2. Простые формы средних сингоний:
пирамиды — 1 — тригональная, 2 — дитригональная, 3 — тетрагональная, 4 — дитетрагональная, 5 — гексагональная, 6 — дигексагональная; дипирамиды — 7 — тригональная, 8 — дитригональная, 9 — тетрагональная, 10 — дитетрагональная, 11 — гексагональная, 12 — дигексагональная; призмы — 13 — тригональная, 14 — дитригональная, 15 — тетрагональная, 16 — дитетрагональная, 17 — гексагональная, 18 — дигексагональная; 19 — тригональный трапецоэдр; 20 — тетрагональный тетраэдр; 21 — тетрагональный трапецоэдр; 22 — ромбоэдр; 23 — гексагональный трапецоэдр; 24 — тетрагональный скаленоэдр; 25 — тригональный скаленоэдр; формы оснований и сечений, перпендикулярных главной оси — а — тригон, б — дитригон, в — тетрагон, г — дитетрагон, д — гексагон, е — дигексагон

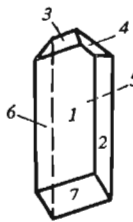
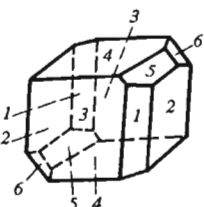
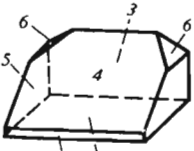
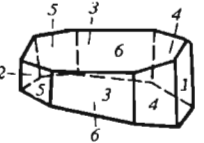
Установка кристаллов

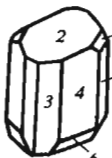
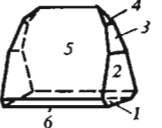
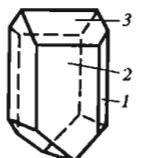
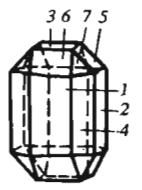
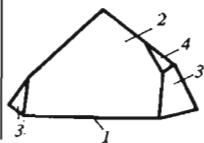
Сингония	Кристаллографические оси	Единичная грань	Геометрические константы кристаллов
Триклинная	<p>Оси параллельны действительным или возможным ребрам кристалла. Третья ось $OIII$, параллельна оси наиболее развитого пояса, ставится вертикально</p>  <p>$\alpha \neq \beta \neq \gamma \neq 90^\circ$</p>	<p>Единичная грань отсекает на кристаллографических осях неравные отрезки</p>  <p>$\alpha_0 \neq b_0 \neq c_0$</p>	<p>$\alpha, \beta, \gamma; a : 1 : c$</p>
Моноклиная	<p>Вторая ось OII совмещается с L_2 или с \perp к P (лежит горизонтально). Оси $OIII$ и OI выбираются в плоскости $\perp OII$, параллельно действительным или возможным ребрам кристалла. Ось $OIII$ — вертикальна</p>  <p>$\beta \neq \alpha = \gamma = 90^\circ$</p>	<p>Единичная грань отсекает на кристаллографических осях неравные отрезки</p>  <p>$a_0 \neq b_0 \neq c_0$</p>	<p>$\beta; a : 1 : c$</p>

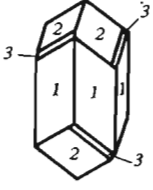
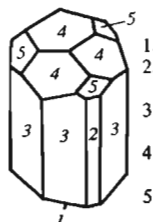
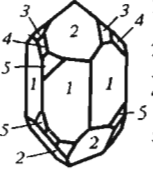
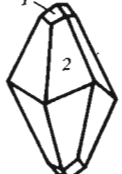
Сингония	Кристаллографические оси	Единичная грань	Геометрические константы кристаллов
Ромбическая	<p>Оси, совпадая с единичными направлениями кристалла, совмещаются с $3L_2$ или с L_2 и с перпендикулярами к $2P$ (Одна L_2 всегда вертикальна)</p>  <p>$\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$</p>	<p>Единичная грань отсекает на кристаллографических осях неравные отрезки</p>  <p>$a_0 \neq b_0 \neq c_0$</p>	<p>$1 : 1 : c$</p>
Тетрагональная	<p>Третья (вертикальная) ось $OIII$ совмещается с L_4 или L_{i4}. Оси OI и OII выбираются в плоскости \perp к $OIII$, или по двойным осям, или по перпендикулярам к плоскостям симметрии, или же по направлениям, параллельным действительным или возможным ребрам кристалла</p>  <p>$\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$</p>	<p>Единичная грань отсекает на горизонтальных осях OI и OII равные отрезки и неравный им отрезок по $OIII$</p>  <p>$a_0 = b_0 \neq c_0$</p>	<p>$1 : 1 : c$</p>


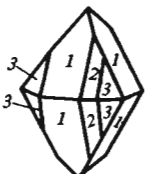
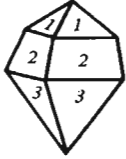
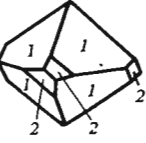
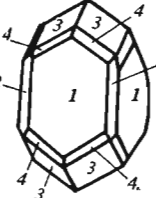
Сингония	Кристаллографические оси	Единичная грань	Геометрические константы кристаллов
Тригональная и гексагональная	<p>Гексагональная установка. Четвертая (вертикальная) ось OIV совмещается с L_3, или L_6, или L_1. Оси OI, OII и $OIII$ выбираются в плоскости \perp к OIV, или по двойным осям, или по перпендикулярам к плоскостям симметрии, или же по направлениям, параллельным действительным или возможным ребрам кристалла</p> 	<p>Единичная грань отсекает на двух горизонтальных осях равные отрезки и неравный отрезок по OIV</p> <p>При этом единичная грань одной горизонтальной оси или параллельна (a), или отсекает на ней отрезок, вдвое меньший, чем на двух других горизонтальных кристаллографических осях (b)</p> 	$1 : 1 : 1 : c$
Кубическая	<p>Оси совмещаются или с $3L_4$, или, в случае отсутствия простых четверных осей, с $3L_2$ или $3L_2$</p> 	<p>Единичная грань отсекает на кристаллографических осях равные отрезки</p> 	

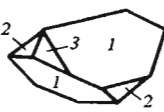
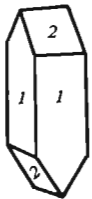
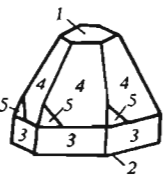
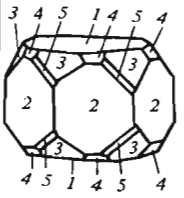
Повторительная таблица по геометрической кристаллографии

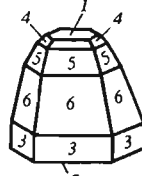
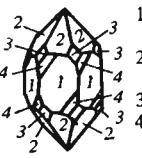

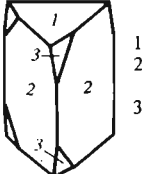
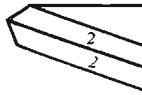
Сингония	Виды симметрии	Названия простых форм, возможных в данном виде симметрии	Примеры комбинаций														
Тригональная	<p>1. Прimitивный (моноэдрический)</p> <p style="text-align: center;">— 1</p>	<p>Моноэдры</p>	<p>Кислый правый виннокислый стронций — $Sr(C_4H_4O_6H)_2 \cdot 5H_2O$</p>  <table border="0"> <tr><td>1. Моноэдр</td><td>(100)</td></tr> <tr><td>2. "</td><td>(010)</td></tr> <tr><td>3. "</td><td>(001)</td></tr> <tr><td>4. "</td><td>(111)</td></tr> <tr><td>5. "</td><td>(100)</td></tr> <tr><td>6. "</td><td>(010)</td></tr> <tr><td>7. "</td><td>(101)</td></tr> </table>	1. Моноэдр	(100)	2. "	(010)	3. "	(001)	4. "	(111)	5. "	(100)	6. "	(010)	7. "	(101)
1. Моноэдр	(100)																
2. "	(010)																
3. "	(001)																
4. "	(111)																
5. "	(100)																
6. "	(010)																
7. "	(101)																
Тригональная	<p>2. Центральный (пинакоидальный)</p> <p style="text-align: center;">c $\bar{1}$</p>	<p>Пинакоиды</p>	<p>Аксинит — $H(Fe, Mn)Ca_2Al_2B(SiO_4)_4$</p>  <table border="0"> <tr><td>1. Пинакоид</td><td>(100)</td></tr> <tr><td>2. "</td><td>(110)</td></tr> <tr><td>3. "</td><td>(110)</td></tr> <tr><td>4. "</td><td>(111)</td></tr> <tr><td>5. "</td><td>(101)</td></tr> <tr><td>6. "</td><td>(111)</td></tr> </table>	1. Пинакоид	(100)	2. "	(110)	3. "	(110)	4. "	(111)	5. "	(101)	6. "	(111)		
1. Пинакоид	(100)																
2. "	(110)																
3. "	(110)																
4. "	(111)																
5. "	(101)																
6. "	(111)																
Моноклиная	<p>3. Плanaльный (диздрический безосный)</p> <p style="text-align: center;">P m</p>	<p>Моноэдры Пинакоид Диздры</p>	<p>Паратолуидо-изомаслянокислый эфир — $CH_3 \cdot C_6H_4NH \cdot C_3H_6 \cdot CO_2 \cdot C_2H_5$</p>  <table border="0"> <tr><td>1. Моноэдр</td><td>(100)</td></tr> <tr><td>2. "</td><td>(001)</td></tr> <tr><td>3. "</td><td>(100)</td></tr> <tr><td>4. "</td><td>(101)</td></tr> <tr><td>5. Пинакоид</td><td>(010)</td></tr> <tr><td>6. Диздр</td><td>(011)</td></tr> </table>	1. Моноэдр	(100)	2. "	(001)	3. "	(100)	4. "	(101)	5. Пинакоид	(010)	6. Диздр	(011)		
1. Моноэдр	(100)																
2. "	(001)																
3. "	(100)																
4. "	(101)																
5. Пинакоид	(010)																
6. Диздр	(011)																
Моноклиная	<p>4. Аксиальный (диздрический осевой)</p> <p style="text-align: center;">L_2 2</p>	<p>Моноэдры Пинакоиды Диздры</p>	<p>Молочный сахар — $C_{12}H_{24}O_{12}$</p>  <table border="0"> <tr><td>1. Моноэдр</td><td>(010)</td></tr> <tr><td>2. "</td><td>(010)</td></tr> <tr><td>3. Пинакоид</td><td>(100)</td></tr> <tr><td>4. Диздр</td><td>(110)</td></tr> <tr><td>5. "</td><td>(110)</td></tr> <tr><td>6. "</td><td>(011)</td></tr> </table>	1. Моноэдр	(010)	2. "	(010)	3. Пинакоид	(100)	4. Диздр	(110)	5. "	(110)	6. "	(011)		
1. Моноэдр	(010)																
2. "	(010)																
3. Пинакоид	(100)																
4. Диздр	(110)																
5. "	(110)																
6. "	(011)																

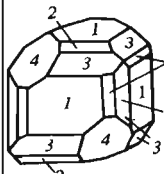
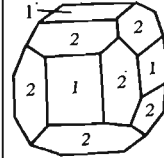
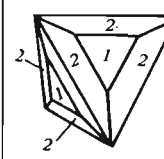
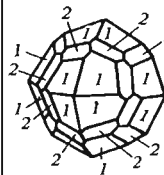
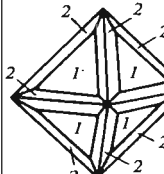
Сингония	Виды симметрии	Названия простых форм, возможных в данном виде симметрии	Примеры комбинаций
Моноклиная	$L_2 PC \quad 2/m$	Пинакоиды Ромбические Призмы	<p>Реальгар – AsS</p>  <ol style="list-style-type: none"> 1. Пинакоид (010) 2. " (001) 3. Ромбическая призма (210) 4. То же (110) 5. " (011) 6. " (111)
			<p>Струвит – $(NH_4)MgPO_4 \cdot 6H_2O$</p>  <ol style="list-style-type: none"> 1. Моноэдр (001) 2. Пинакоид (010) 3. Диздр (041) 4. " (011) 5. " (101) 6. " (103)
			<p>Эпсомит – $MgSO_4 \cdot 7H_2O$</p>  <ol style="list-style-type: none"> 1. Пинакоид (010) 2. Ромбическая призма (110) 3. Ромбический тетраэдр (111)
			<p>Оливин – $(Mg, Fe)_2SiO_4$</p>  <ol style="list-style-type: none"> 1. Пинакоид (100) 2. " (010) 3. " (001) 4. Ромбическая призма (110) 5. То же (011) 6. " (101) 7. Ромбическая дипирамида (111)
Ромбическая	$3L_2 \quad 222$	Пинакоиды Ромбические призмы Ромбические тетраэдры	<p>Метапериодат натрия – гексагидрат $-Na_2I_2O_8 \cdot 6H_2O$</p>  <ol style="list-style-type: none"> 1. Моноэдр (0001) 2. Тригональная пирамида (1011) 3. То же (0221) 4. " (hikl)
			<p>9. Прimitивный (тригонально-пирамидальный)</p> <p>Моноэдры Тригональные призмы Тригональные пирамиды</p>

Сингония	Виды симметрии	Названия простых форм, возможных в данном виде симметрии	Примеры комбинаций
Тригональная	$L_3 C \quad \bar{3}$	Пинакоид Гексагональные призмы Ромбоздры	<p>10. Центральнй (ромбоздрический)</p> <p>Диоптаз – $Cu_6[Si_6O_{18}] \cdot 6H_2O$</p>  <ol style="list-style-type: none"> 1. Гексагональная призма (1120) 2. Ромбоздр (1011) 3. " (hikl)
			<p>11. Плaнaльный (дитригонально-пирамидальный)</p> <p>Моноэдры Тригональные призмы Дитригональные призмы Гексагональная призма Тригональные пирамиды Гексагональные пирамиды Дитригональные пирамиды</p> <p>Турмалин – сложный алюмосиликат, содержащий бор</p>  <ol style="list-style-type: none"> 1. Моноэдр (0001) 2. Тригональная призма (1010) 3. Гексагональная призма (1120) 4. Тригональная пирамида (0112) 5. То же (1011)
			<p>12. Аксиальный (тригонально-трапецо-дрический)</p> <p>Пинакоид Тригональные призмы Дитригональные призмы Гексагональная призма Тригональные дипирамиды Ромбоздры Тригональные трапецоэдры</p> <p>Низкотемпературный кварц – SiO_2</p>  <ol style="list-style-type: none"> 1. Гексагональная призма (1010) 2. Ромбоздр (1011) 3. " (0111) 4. Тригональная дипирамида (1121) 5. Тригональный трапецоэдр (hikl)
Тригональная	$L_3 3L_2 \quad 32$	Пинакоид Гексагональные призмы Дигексагональные призмы Гексагональные дипирамиды Ромбоздры Тригональные скеленоэдры	<p>13. Плaнaксиальный (тригонально-скелено-дрический)</p> <p>Кальцит – $CaCO_3$</p>  <ol style="list-style-type: none"> 1. Ромбоздр (1011) 2. Тригональный скеленоэдр (2131)
			<p>Моноэдры Тригональные призмы Тригональные пирамиды</p>

Сингония	Виды симметрии	Названия простых форм, возможных в данном виде симметрии	Примеры комбинаций
Тетрагональная	14. Прimitивный (тетрагонально-пирамидальный)	Моноэдр Тетрагональные призмы Тетрагональные пирамиды	Фергусонит – $Y(Nb, Ta)O_4$  1. Моноэдр (001) 2. " (00 $\bar{1}$) 3. Тетрагональная призма (230) 4. Тетрагональная пирамида (111)
	15. Центральнй (тетрагонально-дипирамидальный)	Пинакоид Тетрагональные призмы Тетрагональные дипирамиды	Повеллит – $CaMoO_4$  1. Тетрагональная дипирамида (011) 2. То же (313) 3. " (111)
	16. Плaнaльный (дитетрагонально-пирамидальный)	Моноэдр Тетрагональные призмы Дитетрагональные призмы Тетрагональные пирамиды Дитетрагональные пирамиды	Моногидрат фтористого серебра – $AgF \cdot H_2O$  1. Тетрагональная пирамида (113) 2. То же (111) 3. " (11 $\bar{1}$)
	17. Аксиальный (тетрагонально-трапецеэдрический)	Пинакоид Тетрагональные призмы Дитетрагональные призмы Тетрагональные дипирамиды Тетрагональные трапецеэдры	Дитрихлордиацетат калия – $CCl_3CO_2K \cdot CCl_3CO_2H$  1. Тетрагональная дипирамида (111) 2. Тетрагональный трапецеэдр (311)
	18. Плaнaкcиaльный (дитетрагонально-дипирамидальный)	Пинакоид Тетрагональные призмы Дитетрагональные призмы Тетрагональные дипирамиды Дитетрагональные дипирамиды	Циркон – $ZrSiO_4$  1. Тетрагональная призма (100) 2. То же (110) 3. Тетрагональная дипирамида (111) 4. Дитетрагональная дипирамида (131)

Сингония	Виды симметрии	Названия простых форм, возможных в данном виде симметрии	Примеры комбинаций:
Тетрагональная	19. Инверсионно-прimitивный (тетрагонально-тетраэдрический)	Пинакоид Тетрагональные призмы Тетрагональные тетраэдры	Иодид тетраэтил-аммония – $N(C_2H_5)_4I$  1. Тетрагональный тетраэдр (111) 2. То же (1 $\bar{1}$ 1) 3. " (hkl)
	20. Инверсионно-плaнaльный (тетрагонально-скалено-адрический)	Пинакоид Тетрагональные призмы Дитетрагональные призмы Тетрагональные дипирамиды Тетрагональные тетраэдры Тетрагональные скаленоздры	Карбамид – $CO(NH_2)_2$  1. Тетрагональная призма (110) 2. Тетрагональный тетраэдр (111)
Гексагональная	21. Прimitивный (гексагонально-пирамидальный)	Моноэдр Гексагональные призмы Гексагональные пирамиды	Сульфат лития и калия – $LiKSO_4$  1. Моноэдр (0001) 2. " (000 $\bar{1}$) 3. Гексагональная призма (10 $\bar{1}$ 0) 4. Гексагональная пирамида (10 $\bar{1}$ 1) 5. То же (hkl)
	22. Центральнй (гексагонально-дипирамидальный)	Пинакоид Гексагональные призмы Гексагональные дипирамиды	Апатит – $Ca_5F(PO_4)_3$  1. Пинакоид (0001) 2. Гексагональная призма (10 $\bar{1}$ 0) 3. Гексагональная дипирамида (11 $\bar{2}$ 1) 4. То же (10 $\bar{1}$ 1) 5. " (hkl)

Сингония	Виды симметрии	Названия простых форм, возможных в данном виде симметрии	Примеры комбинаций
Гексагональная	23. Плоскостной (дигексагонально-пирамидальный)	Моноэдри Гексагональные призмы Дигексагональные призмы Гексагональные пирамиды Дигексагональные пирамиды	Гринокит - CdS  1. Моноэдр (0001) 2. " (000 $\bar{1}$) 3. Гексагональная призма (10 $\bar{1}$ 0) 4. Гексагональная пирамида (10 $\bar{1}$ 2) 5. То же (10 $\bar{1}$ 1) 6. " (20 $\bar{2}$ 1)
	24. Аксиальный (гексагонально-трапецоэдрический)	Пинакоид Гексагональные призмы Дигексагональные призмы Гексагональные дипирамиды Гексагональные трапецоэдры	Высокотемпературный кварц - SiO ₂  1. Гексагональная призма (10 $\bar{1}$ 0) 2. Гексагональная дипирамида (10 $\bar{1}$ 1) 3. То же (11 $\bar{2}$ 1) 4. Гексагональный трапецоэдр (h $\bar{1}$ kl)
	25. Плоскостной (дигексагонально-дипирамидальный)	Пинакоид Гексагональные призмы Дигексагональные призмы Гексагональные дипирамиды Дигексагональные дипирамиды	Берилл - Al ₂ Be ₃ [Si ₆ O ₁₈]  1. Пинакоид (0001) 2. Гексагональная призма (10 $\bar{1}$ 0) 3. Гексагональная дипирамида (10 $\bar{1}$ 1) 4. То же (20 $\bar{2}$ 1)
	26. Инверсионно-примитивный (тригонально-дипирамидальный)	Пинакоид Тригональные призмы Тригональные дипирамиды	Кислый фосфат серебра (?) - Ag ₂ PO ₄ H  1. Пинакоид (0001) 2. Тригональная призма (10 $\bar{1}$ 0) 3. Тригональная дипирамида (h $\bar{1}$ kl)
	27. Инверсионно-плоскостной (дигексагонально-дипирамидальный)	Пинакоид Тригональные призмы Дитригональные призмы Гексагональная призма Тригональные дипирамиды Гексагональные дипирамиды Дитригональные дипирамиды	Ферросилиций - Si ₇ Fe _m  1. Пинакоид (0001) 2. Тригональная дипирамида (21 $\bar{1}$ 1)
		$L_6, 6P, 6m$	

Сингония	Виды симметрии	Названия простых форм, возможных в данном виде симметрии	Примеры комбинаций
Кубическая	28. Примитивный (пентагон-тритетраэдрический)	Гексаэдр (куб) Ромбо-додекаэдр Пентагон-додекаэдр Тетраэдр Тригон-тритетраэдр Тетрагон-тритетраэдр Пентагон-тритетраэдр	Хлорноватокислый натрий - NaClO ₃  1. Гексаэдр (куб) (100) 2. Ромбо-додекаэдр (110) 3. Пентагон-додекаэдр (120) 4. Тетраэдр (111)
	29. Центральный (дидодекаэдрический)	Гексаэдр (куб) Ромбо-додекаэдр Пентагон-додекаэдр Октаэдр Тетрагон-триоктаэдр Тригон-триоктаэдр Дидодекаэдр	Пирит - FeS ₂  1. Гексаэдр (куб) (100) 2. Пентагон-додекаэдр (210)
	30. Плоскостной (гексатетраэдрический)	Гексаэдр (куб) Ромбо-додекаэдр Тетрагексаэдр Тетраэдр Тригон-тритетраэдр Тетрагон-тритетраэдр Гексатетраэдр	Блеклая руда - (Cu, Fe, Zn, Ag) ₂ (Sb, As) ₈ S ₂₆  1. Тетраэдр (111) 2. Тригон-тритетраэдр (211)
	31. Аксиальный (пентагон-триоктаэдрический)	Гексаэдр (куб) Ромбо-додекаэдр Тетрагексаэдр Октаэдр Тетрагон-триоктаэдр Тригон-триоктаэдр Пентагон-триоктаэдр	Хлористый аммоний - NH ₄ Cl  1. Тетрагон-триоктаэдр (211) 2. Пентагон-триоктаэдр (hkl)
	32. Плоскостной (гексоктаэдрический)	Гексаэдр (куб) Ромбо-додекаэдр Тетрагексаэдр Октаэдр Тетрагон-триоктаэдр Тригон-триоктаэдр Гексоктаэдр	Свинцовый блеск - PbS  1. Октаэдр (111) 2. Тригон-триоктаэдр (221)
		$4L_3, 3L_2, 23$	

ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ

1. Какие фигуры называются равными?
2. Что называется симметричной фигурой? Приведите примеры симметричных фигур в природе.
3. Что называется элементом симметрии?
4. Дайте определение центру симметрии, плоскости симметрии и оси симметрии. Приведите примеры фигур, обладающих различными элементами симметрии.
5. Какие оси симметрии могут быть на кристаллах?
6. Как классифицируются кристаллы по элементам симметрии?
7. Чем отличаются друг от друга кристаллы низшей, средней и высшей категорий?
8. Что такое вид симметрии? Сколько видов симметрии существует в царстве кристаллов?
9. На чем основано наименование видов симметрии: примитивный, центральный, планальный, аксиальный и планаксиальный?
10. Что такое сингония? По какому принципу виды симметрии объединяются в сингонии?
11. Охарактеризуйте кратко каждую сингонию.
12. Чем отличается модель идеального кристалла от реального?
13. Как определяется вид симметрии реального кристалла?
14. Чем обусловлена геометрически правильная форма кристаллов?
15. Как вы представляете себе пространственную решетку. Из каких элементов она состоит?
16. Какие элементы выделяют в кристаллическом теле?
17. Какие грани и ребра чаще всего проявляются на реальных кристаллах (в связи с внутренним их строением)?
18. Перечислите три основных свойства кристаллов.
19. Что такое однородность кристаллов?
20. Что такое анизотропность кристаллов? Приведите примеры анизотропных свойств среди известных вам минералов.
21. Расскажите о способности кристаллов самоограняться.
22. Охарактеризуйте кратко современные области использования и применения кристаллов.
23. Какие вопросы рассматривает геометрическая кристаллография?
24. Охарактеризуйте принцип и пути образования кристаллов.
25. Что такое возгонка и метасоматоз?
26. Как растет кристалл?
27. Какие явления сопровождают кристаллизацию?
28. Что такое концентрационные потоки и как они влияют на форму растущего кристалла?
29. Какие условия необходимы для равномерного роста кристалла во все стороны?
30. Как осуществляется современное техническое выращивание кристаллов корунда, алмаза, кварца?
31. В чем сущность закона постоянства углов на кристаллах?
32. Опишите устройство прикладного гониометра, расскажите, как с его помощью измеряют углы между гранями кристалла.
33. На чем основано измерение углов с помощью двукружного отражательного гониометра? В чем преимущества этого метода?
34. Что такое сферические координаты граней кристалла?
35. В чем сущность гониометрического метода изучения кристаллов? Его значение для целей определения кристаллического вещества.
36. В чем сущность кристаллохимического анализа? Гониометрические определители кристаллов.
37. Что называется простой формой и комбинацией простых форм в кристаллографии?
38. Сколько простых форм известно на кристаллах? Перечислите простые формы на кристаллах низшей категории.
39. Чем отличаются пирамиды от дипирамид?
40. Как отличить ромбическую призму от ромбической пирамиды?

41. Могут ли присутствовать моноэдры на кристаллах, обладающих центром симметрии?
42. Какие вы знаете призмы на кристаллах средней категории? Чем они отличаются от ромбической призмы?
43. Как расположены грани призм в средних сингониях относительно главных осей симметрии — тройной, четверной и шестерной?
44. Чем отличаются пирамиды от дипирамид на кристаллах низшей и средней категорий?
45. Чем отличается ромбоэдр от куба (гексаэдра) и тригональной дипирамиды, ромбическая дипирамида от тетрагональной дипирамиды и октаэдра?
46. Сколько пинакоидов и моноэдров может быть в кристаллах низших и средних сингоний?
47. Как называются простые формы в кристаллах средних сингоний, грани которых расположены параллельно главной оси симметрии, пересекают главную ось с одной стороны и с двух концов?
48. Существуют ли в чистом виде (без других простых форм) призмы и пирамиды в кристаллах низших и средних сингоний?
49. Почему все простые формы кубической сингонии образуют замкнутые многогранники?
50. Что понимается под ложной формой кристалла? В каких случаях октаэдр кварцов принимает вид ложных форм пинакоида и тригональных пирамид?
51. Как отличить в комбинации кубического кристалла ромбододекаэдр от пентагон-додэкаэдра, тетрагексаэдр от тетрагон-триоктаэдра?
52. Какие из двадцатичетырехгранников кубической сингонии являются наиболее распространенными среди кристаллов?
53. В каких случаях кристаллы называют идиоморфными, ксеноморфными?
54. Какие виды усложненной наблюдаются на поверхности реальных кристаллов?
55. Что такое вичинали?
56. В каких случаях образуются скелетные формы реальных кристаллов? Что такое дендриты?
57. Как могут срастаться кристаллы? Классификация кристаллических сростаний.
58. Дайте определение «двойника». Чем отличаются параллельные сростания от двойниковых?
59. Что называется двойниковой плоскостью, двойниковой осью и двойниковым швом?
60. Приведите примеры различных типов двойниковых сростаний и прорастаний.
61. Что называется полисинтетическими двойниками. Для каких минералов они наиболее характерны?
62. Дайте характеристику следующим двойниковым сростаниям: «ласточким хвост», коленчатый двойник и двойник по шпинелевому закону.
63. Что такое эпитаксия?
64. Чем отличается строение идеального кристалла от мозаичного?
65. Как формулируется закон Гаюи?
66. В чем заключается рациональность отношений параметров?
67. Почему отношение параметров двух граней равно целым, простым и сравнительно малым цифрам?
68. Объясните, почему символы граней являются обязательной характеристикой кристаллов.
69. Что называется символом грани и почему при определении символов берут обратные отношения параметров?
70. Как выбираются координатные кристаллографические грани в кристаллах кубической, тетрагональной и ромбической сингоний?
71. Что называется единичной гранью? Какую грань принимают за единичную в кубической, тетрагональной и ромбической сингониях?
72. Что называют геометрическими константами кристалла?
73. Могут ли две грани кристалла иметь совершенно одинаковые символы?
74. Какой индекс в символе получают грани, параллельные одной или одновременно двум координатным осям?

75. Каким простым формам соответствуют символы (111), (1 0 0) и (110) в кубической, тетрагональной и ромбической сингониях?
76. Как по виду символа грани можно узнать, что кристалл принадлежит гексагональной или тригональной сингонии (по данным приложений 2 и 3)?
77. Какими вопросами занимается физическая кристаллография?
78. Что такое твердость кристаллов? Как она определяется?
79. В чем заключается анизотропия твердости и как она связана со строением кристалла?
80. Что называется спайностью? Как определяют спайность по степени ее совершенства?
81. Как связано свойство спайности со структурой кристалла? Какими еще механическими свойствами могут обладать кристаллы?
82. Какими методами изучается теплопроводность кристаллов? Какими фигурами можно описать теплопроводность кристаллов?
83. Чем различаются естественный и поляризованный свет?
84. В чем заключается явление двупреломления кристаллов?
85. Что такое оптическая индикатриса и что она изображает? Какую форму имеет индикатриса кубических кристаллов, кристаллов средних и низших сингоний?
86. Что такое оптическая ось кристалла? Чем отличаются оптические индикатрисы кристаллов средних и низших сингоний?
87. По какому принципу подразделяются оптические индикатрисы на положительные и отрицательные?
88. Чем отличаются оптически изотропные кристаллы от оптически одноосных и оптически двуосных кристаллов?
89. Как ориентированы оптические индикатрисы в кристаллах средних сингоний и кристаллах ромбической сингонии?
90. Что называется оптическими константами кристаллов?
91. Что называется показателем преломления? Как называются и обозначаются показатели преломления кристаллов?
92. Какие оптические константы необходимо знать для характеристики кристаллов различных категорий сингоний?
93. С помощью какого прибора изучают оптические свойства кристаллов?
94. Чем отличается поляризационный микроскоп от биологического?
95. Расскажите об устройстве призмы Николя и ее назначении. Каково назначение поляризатора и анализатора?
96. Какие виды простейших кристаллооптических исследований осуществляются с помощью поляризационного микроскопа?
97. Какие оптические и физические явления можно наблюдать в кристаллах при одном николе?
98. В чем заключается сущность определения относительного показателя преломления кристалла по рельефу и контурам кристаллических зерен?
99. Как выглядит спайность под микроскопом?
100. Что такое плеохроизм кристаллов?
101. Какие явления можно наблюдать в поляризационном микроскопе в скрещенных николях (при введении анализатора)?
102. Что такое четырехкратное погасание? Какой вывод можно сделать из наблюдения этого явления?
103. Что такое интерференционная окраска? Связь интерференционной окраски с величиной двупреломления.
104. Что такое прямое и косое погасания?
105. Как отличить интерференционную окраску от плеохроизма?
106. Что называется пьезоэлектричеством?
107. Чем отличается полярное направление от неполярного? Как связано полярное направление с симметрией кристалла?
108. Какое практическое значение имеет пьезоэлектричество?
109. Что такое пьезоэлектричество? Вдоль каких направлений в кристалле может возникать пьезоэлектричество?
110. В кристаллах каких видов симметрии можно наблюдать пьезоэлектричество и пьезоэлектричество?
111. Чем отличаются рентгеновы лучи от световых лучей?
112. Как устроена рентгеновская трубка?

113. Чем различаются белое и характеристическое рентгеновские излучения?
114. Сущность опыта Лауэ. Какие выводы были сделаны на основании опыта Лауэ?
115. Формула Брегга — Вульфа и ее значение.
116. Какие известные методы рентгеноисследований кристаллических веществ?
117. Расскажите о сущности рентгенофазового анализа.
118. Каков принцип определения кристаллического вещества методом порошка?
119. Общие цели, задачи и методы рентгеноструктурного анализа.
120. Что изучает кристаллохимия?
121. Расскажите о приближенном законе Федорова — Грота. Какие можно сделать выводы из этого закона?
122. Какие основные типы пространственных решеток Федорова?
123. В чем сущность закона кристаллографических пределов Е. С. Федорова?
124. Охарактеризуйте сущность величайшего вклада Е. С. Федорова в разработку теории внутреннего строения кристаллического вещества.
125. Какие типы нарушений (дефектов) встречаются в реальных кристаллах? Их основная классификация.
126. Охарактеризуйте два типа линейных дефектов структуры кристаллов. Чем отличаются краевые дислокации от винтовых? Их практическое значение.
127. Что такое атомные и ионные радиусы?
128. Охарактеризуйте два основных типа плотнейших упаковок частиц в кристаллах. Чем отличается кубическая плотнейшая упаковка от гексагональной?
129. Какие два типа пустот наблюдаются в кристаллических структурах? В чем заключается основное значение плотнейших упаковок и пустот плотнейших упаковок в синтезировании и применении кристаллических веществ?
130. Координационные числа и их практическое значение.
131. Охарактеризуйте основные типы связей между частицами в кристаллических структурах. В чем состоит принципиальное различие между металлическим, ковалентным, ионным и молекулярным типами связей?
132. Дайте краткое описание кристаллической структуры самородной меди по основным кристаллохимическим позициям. То же самое сделайте для каменной соли.
133. В чем заключается основной принцип кристаллохимической классификации кристаллических веществ?
134. Какие основные типы кристаллических структур? Основное различие между ними.
135. В чем сущность изоморфизма? Что понимается под совершенным изоморфизмом? Понятие о смешанных кристаллах. Как пишутся изоморфные смеси?
136. В чем сущность полиморфизма? Как современная кристаллохимия объясняет существование полиморфных модификаций одних и тех же химических веществ?

ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

Анализатор 71
Анизотропия твердости 62
Анизотропность 9
Анод (антикатод) рентгеновской трубки 78
Атомные радиусы 87

Бальзам канадский (пихтовый) 70
Белое излучение рентгеновской трубки 78
Бестигельная зонная плавка 18
«Буля» 5, 16
Бугорки роста 55

Величина (сила) двупреломления 73, 74
Вершина кристалла 8, 34
Виды симметрии 28, 29
Винтовая ось симметрии 28
Винтовые дислокации 86
Визуали 55
Возгонка 12
Выращивание (техническое) кристаллов 16—18
Высшая категория сингоний 28—30

Гексагон 35, 100
Гексагональная дипирамида 37
— пирамида 36
— плотнейшая упаковка 88, 90
— призма 35
— примитивная решетка 84
— сингония 30
Гексагональный трапецоэдр 100
Гексатетраэдр 101
Гексаэдр (куб) 32, 39
Гексоктаэдр 40
Геометрические константы (элементы) кристалла 49, 52, 102—104
Гетеродесмические структуры 95
Гомодесмические структуры 95
Гониометр двукружный 20
— прикладной 19
Гониометрические измерения 21
— константы кристалла 49, 52, 102—104
Грань кристалла 8, 43
— двуединичная 53
— единичная 43
Группы пространственные (федоровские) 84

Двойники 57
— гипса 58
— кальцита 59
— кварца 58, 59
— коленчатые 57
— полевых шпатов 59
— прорастания 58, 59
— срастания 58

Двойники — шпиннелевый закон 58
Двойниковая ось 58
— плоскость 57
Двойниковый шов 58
Двойное лучепреломление 66
Двукружный гониометр Федорова 20
Двуосный кристалл 68
Двупреломление лучей 66
Дендриты 56
Дефекты структуры кристаллов 84
— — — линейные 85
— — — объемные 86
— — — поверхностные 85
— — — точечные (вакансин) 85
Дигексагон 100
Дигексагональная дипирамида 100
— пирамида 100
— призма 100
Дидодекаэдр 101
Динамический метод выращивания кристаллов 13
Дипирамида гексагональная 37
— дигексагональная 100
— дитетрагональная 100
— дитригональная 100
— ромбическая 33, 34
— тетрагональная 36
— тригональная 36
Дислокации 85
— винтовая 85
— краевая 85
Дитетрагон 100
Дитетрагональная дипирамида 100
— пирамида 100
— призма 100
Дитригон 100
Дитригональная дипирамида 100
— пирамида 100
— призма 100
Дифрактометрический метод 83
Дифракционная картина 81
Дифракция рентгеновых лучей в кристаллах 77
Диэдр 33
Друза 57

Закон Бравэ 8
— Гаюи 42
— кристаллографических пределов Федорова 84
— отражения рентгеновых лучей 78
— постоянства углов 18
— рациональности отношений параметров 42
— симметрии 25
— Стенона 18
— Федорова — Грота 87
«Занорыши» 7
Зоны роста 15

Идиоморфизм (идиоморфные кристаллы) 72
Изоморфизм 86, 95
— совершенный 96
Изоморфные смеси 96
Изотропность оптическая 67
Инверсионная ось 27
Индексы символа 44
Индикатриса оптическая 67
Интернациональная символика видов симметрии 105—111
Интерференционная окраска 73
Ионные радиусы 87
Ионный тип связи 92

Канадский бальзам 70
Каркасные структуры 95
Категория сингоний 28
Ковалентный тип связи 92
Комбинация простых форм 32
Константы оптические 69
Концентрационные потоки 13
Координатные оси 43
Координационное число 91
Корундовая буля 16
Косое погасание 74
Кристалл, определение 8
— «идеальный» 59, 85
— идиоморфный 72
— ксеноморфный 72
— мозаичный 59
— оптически двуосный 68
— — одноосный 68
— — отрицательный 68
— — положительный 68
— реальный 85
— скрученный 59
Кристаллизатор 13
Кристаллическая структура 7
Кристаллические скелеты 56
— сростки 56
— — закономерные 56
— — незаконные 56, 57
— — приближенно закономерные 56, 57
Кристаллографические символы 42
Кристаллография геометрическая 11
— математическая 21
— физическая 11, 60
Кристаллохимический анализ Федорова 11
Кристаллохимия 12, 83
Ксеноморфные кристаллы 72
Куб (гексаэдр) 32
Кубическая гранецентрированная решетка 84
— объемноцентрированная решетка 84
— плотнейшая упаковка шаров 90
— примитивная решетка 84
— сингония 30

«Ласточкин хвост» 57
Лучепреломление двойное 66
Лучи поляризованные 66
— рентгеновы 77
— световые 65

Межплоскостное расстояние 78
Металлический тип связи 92
Метасоматоз 12
Метод вращения 83
— дифрактометрический 83
— Лауэ 83
— порошка 80
— рентгеногонометрический 83
Механические свойства кристаллов 60, 61
«Минеральные щетки» 57
Мозаичные кристаллы 59
Молекулярный тип связи 93
Моноклиная сингония 30
Монокристалл 6, 9
Моноэдр 32, 33

Направление неполярное 76
— полярное 75
Направление роста 13—14
Нарушения структуры кристаллов 84
Неполяризованный свет 65
Низшая категория сингоний 28, 29
Николи 71
Николя призма 70

Одноосный кристалл 68
Однородность 8
Окраска интерференционная 73
Октаэдр 39
Определяющие комплексы линий рентгенограммы порошка 82
Оптическая индикатриса 67
— — кристаллов низшей категории 68
— — — средней категории 68
Оптическая ось 67
Оптические константы кристалла 69
— свойства кристаллов 65
Опыт Лауэ 77
Ось двойниковая 58
— симметрии винтовая 28
— — главная 30
— — инверсионная 27
— — кристаллографическая (координатная) 42
— — простая 27
— — сложная 27
— — четверная инверсионная 28
— — шестерная инверсионная 28

Параллелепипед повторяемости 7
Параллельные сростки 57
Параметры грани 42
Пентагон-додокаэдр 39
Пентагон-триоктаэдр 101
Пентагон-трететраэдр 101

Перекристаллизация 12
Пересыщенный раствор 13
Пинакоид 32, 33
— второй 52
— первый 52
— третий 52
Пирамида гексагональная 36
— дигексагональная 100
— дитетрагональная 100
— дитригональная 100
— ромбическая 33, 34
— роста 15
— тетрагональная 35
— тригональная 35
Пирозлектричество 75
Плеохроизм 72
Плоская сетка 7, 43
Плоскость двойникования 57
— двойниковая 57
— оптических осей 68
— симметрии 22
— скользящего отражения 28
Плотнейшая упаковка шаров 88
— — — гексагональная 90
— — — двухслойная 90
— — — кубическая 90
— — — трехслойная 90
Поверхность срастания 58
Погасание косое 74
— прямое 74
— четырехкратное 71, 73
Показатель преломления 67, 72
Полиморфизм 97
Полиморфные модификации 19, 97
Полисинтетические двойники 58
Поляризатор 71
Поляризационный микроскоп 70
Поляризованный свет 65, 66
Полярное направление 75
Поляроид 71
Порядок (наименование) оси симметрии 25
Призма Николая 70
— гексагональная 35
— дигексагональная 100
— дитетрагональная 100
— дитригональная 100
— ромбическая 33, 34
— тетрагональная 35
— тригональная 35
Прикладной гониометр 19
Применение кристаллов 10, 11
Простая форма 32
Пространственная решетка 7
Пространственные (федоровские) группы 84
Простые формы кубической сингонии 37
— — низших сингоний 33
— — средних сингоний 34
Пустоты шаровых упаковок 88
Пьезоэлектричество 75

Раствор насыщенный 13
— ненасыщенный 13
— пересыщенный 13
Растворение кристаллов 15
Ребро кристалла 8, 43
Регенерация кристаллов 14
Рельеф (контуры) кристаллических зерен 72
Рентгеновские трубки 78
Рентгеновский метод вращающегося кристалла 83
— — порошка 80
Рентгеновы лучи 77, 78
Рентгенограмма порошка 81, 82
Рентгеноструктурный анализ 78
Рентгенофазовый анализ 80
Решетки Федорова 84
Решетчатое строение кристаллов 7
Ромбическая дипирамида 33, 34
— пирамида 33, 34
— призма 33, 34
— сингония 30
Ромбический додекаэдр 39
Ромбододекаэдр 39
Ромбоэдр 37
Рост кристалла 14, 56
Ряд пространственной решетки 7, 43

Самоограняемость кристаллов 9
Свет естественный 65
— линейно-поляризованный 66
— поляризованный 65
Световой луч 60
Световые колебания 66
Секторы роста 14
Сила (величина) двупреломления 73
Символ грани 42—45
— — единичной 45
Симметричные фигуры 21
Симметрия 21
Сингония (система) 28
Скаленоэдр тетрагональный 100
— тригональный 100
«Скелет» кристаллический 5, 6, 56
«Скипетровидный» кварц 15
Скрученный кристалл 60
Скульптура грани 54
Слоистые структуры 95
Смешанные кристаллы 96
Сорокавосемьгранник 40
Спайность 61, 63, 73
Ступени спайности 63
Средняя категория сингоний 28, 29
Сростки кристаллов 56
Структура кристаллов 7
Сферическая поверхность 68
Сферические координаты 20
Сферолиты 60

Твердомер 62
Твердость кристаллов 61, 62
Теория пространственной решетки 83

Тепловые свойства кристаллов 60, 64
Теплопроводность кристаллов 64
Тетрагексаэдр 40
Тетрагон 35
Тетрагон-триоктаэдр 101
Тетрагон-тритетраэдр 101
Тетрагональная дипирамида 36
— пирамида 35
— призма 35
— сингония 30
Тетрагональный тетраэдр 100
— трапецоэдр 100
— скаленоэдр 100
Тетраэдр кубический (правильный) 38
— ромбический 100
— тетрагональный 100
Типы решеток Федорова 84
Трансляция (перенос) 28
Трапецоэдр гексагональный 100
— тетрагональный 100
— тригональный 100
Трехосный эллипсоид 68
Тригон 35
Тригональная дипирамида 36
— пирамида 35
— призма 35
— сингония 30
Тригональный скаленоэдр 100
— трапецоэдр 100
Тригон-триоктаэдр 101
Тригон-тритетраэдр 101
Триклинная сингония 30
Тройники кристаллические 59

Угол оптических осей 69
Узлы пространственной решетки 7
Установка кристаллов 44
— — кубической сингонии 46
— — ромбической сингонии 51
— — тетрагональной сингонии 48

Фазовый рентгеноанализ 80
Федоровский метод 75
Фигуры зеркально-равные 21
— совместно-равные 21

— травления 55
Физическая кристаллография 60
Формула Брэгга — Вульфа 78
— Эйлера 26
Формы ложные 51
— растворения кристаллов 15

Характеризующий комплекс линий рентгенограммы порошка 82
Характеристическое излучение рентгеновской трубки 78
Химическая связь в кристаллах 92
— — — ионная 92
— — — ковалентная 92
— — — металлическая 22
— — — молекулярная (вандерваальсовская) 93
«Хрустальный погреб» 7, 17

Центр симметрии 22
Цепочечные структуры 95
Цвета интерференции 74

Числовые характеристики вещества по рентгеновским данным 80

Шкала Мооса 61
— твердости приближенная 62
Шлиф 71
Штриховка на гранях 54, 55

Электрические свойства кристаллов 60, 75
— оси кварца 55, 76
Электронные «облака» 92
Элементарные частицы 7, 43
Элементарный угол поворота 25—26
Элементы конечной кристаллографической симметрии 28
— симметрии 21
— — бесконечно протяженных кристаллических структур 28
Эллипсоид теплопроводности 65
Эпитаксия 59
Ямки травления 55