

А. Б. КАЖДАН

МЕТОДОЛОГИЧЕСКИЕ
ОСНОВЫ РАЗВЕДКИ
ПОЛЕЗНЫХ
ИСКОПАЕМЫХ

А. Б. КАЖДАН

Данному изданию
с глубоким уважением
от автора

Каждан

6.6.74

МЕТОДОЛОГИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ РАЗВЕДКИ ПОЛЕЗНЫХ ИСКОПАЕМЫХ



ИЗДАТЕЛЬСТВО «НЕДРА»
Москва 1974

Каждан А. Б. Методологические основы разведки полезных ископаемых. М., «Недра», 1974. 272 с.

В книге отражено современное состояние теории разведки месторождений полезных ископаемых с учетом возрастающих требований горной практики к количественным характеристикам изменчивости оруденения, степени разведанности запасов и т. д. Особое внимание уделено технико-экономическим предпосылкам теории разведки и методам геолого-математического моделирования месторождений. Рассмотрены теоретические основы опробования и методы определения влияния геометрии проб и разведочной сети на наблюдаемые характеристики изменчивости изучаемых свойств.

Книга рассчитана на геологов производственных организаций, отраслевых научно-исследовательских и проектных институтов. Она представляет интерес также для студентов и преподавателей геологоразведочных вузов и факультетов.

Таблиц 18, иллюстраций 97, список литературы — 81 название.

ПРЕДИСЛОВИЕ

В условиях бурного роста минерально-сырьевой базы страны особо важное значение приобретает совершенствование методики разведки месторождений полезных ископаемых, призванное обеспечить планомерное повышение экономической эффективности проводимых геологоразведочных работ и способствовать наиболее рациональному использованию недр. Для решения этих задач необходимо знать не только геологические закономерности пространственного размещения полезных ископаемых, но и располагать достоверной количественной информацией об изменчивости их свойств в недрах, обеспечивающей объективную оценку получаемых результатов. До настоящего времени оценка запасов полезных ископаемых и степени их разведанности, а также обоснование параметров разведочной сети, геометрии отбираемых проб и размеров подсчетных блоков производятся в геологоразведочной практике на основании эмпирических, сугубо качественных критериев. На фоне быстрого развития геологических наук и совершенствования технических средств разведки несовершенство ее методологических основ ощущается особенно остро.

Данная книга представляет собой первую, еще далеко не совершенную сводку основных идей и приемов исследования, которые могут рассматриваться как методологические основы разведки месторождений полезных ископаемых. В ее содержании нашли отражение принципы изучения неоднородности природных скоплений полезных ископаемых в недрах, методологические подходы к проблеме геолого-математического моделирования результатов экспериментальных наблюдений, опробования и анализа разведочной сети, а также принципы распространения данных экспериментальных наблюдений по пробам на прилегающие к ним объемы недр. В стремлении подчеркнуть универсальность перечисленных положений и принципов они рассматриваются в общем плане, а не применительно к отдельным генетическим или промышленным типам полезных ископаемых и видам минерального сырья.

Создание книги оказалось возможным благодаря многолетним и целеустремленным исследованиям научного коллектива кафедры методики поисков и разведки месторождений полезных ископаемых Московского ордена Трудового Красного Знамени геологоразведочного института им. С. Орджоникидзе, которые проводились по данной проблеме под руководством автора. В содержании книги нашли отражение исследования В. Е. Бойцова, Р. М. Булыгина, В. А. Викентьева, О. И. Гуськова, А. И. Ежова, Е. А. Сидоркова, Н. Н. Соловьева и М. В. Шумилина. Глава VI написана в соавторстве с М. В. Шумилиным и доцентом Иркутского политехнического института А. А. Шиманским, а глава IX — в соавторстве с О. И. Гуськовым. В процессе работы над книгой

автор пользовался консультациями Л. П. Кобахидзе и Д. Я. Суражского, а также помощью научных сотрудников кафедры: В. А. Викентьева, В. А. Воронцова, В. Н. Мошкина, Е. А. Сидоркова и П. П. Ясковского. Автор пользуется возможностью выразить всем перечисленным товарищам свою искреннюю благодарность.

Особую признательность автор выражает В. И. Смирнову и Л. И. Четверикову, взявшим на себя труд детально ознакомиться с рукописью. Ими высказаны многочисленные замечания и советы, которые оказали неоценимую помощь при доработке рукописи и способствовали существенному улучшению качества книги.

ВВЕДЕНИЕ

Разведка представляет собой самостоятельный этап в процессе последовательного изучения геологического строения недр. Она начинается с момента выявления промышленных концентраций полезного ископаемого в пределах локального участка земной коры и завершается после окончания эксплуатационных работ.

По результатам разведки составляются геологические планы, разрезы и проекции изученного участка недр, выясняется качественная и технологическая характеристика полезного ископаемого, особенности его пространственного размещения, горно-геологические условия будущей эксплуатации, производятся подсчет запасов минерального сырья и геолого-экономическая оценка месторождения.

Разведка недр осуществляется геологоразведочной службой нашей страны, которая занимает в системе народного хозяйства двойственное положение: выполняя комплекс научных исследований, она относится к непроизводительной сфере деятельности людей и рассматривается как отрасль геолого-минералогических наук, а обеспечивая горнодобывающую промышленность запасами минерального сырья, она относится к сфере материального производства, являясь начальным звеном горнодобывающей отрасли промышленности. Предметом труда для нее являются недрa, а продуктом труда — разведанные и оцененные в недрах запасы минерального сырья. Вследствие специфических особенностей объектов исследований труд геологов далеко не всегда приводит к желаемому конечному результату. Однако на завершающем этапе разведки месторождений труд разведчика может увенчаться созданием материальных благ и овеществиться в разведанных запасах полезного ископаемого, которые приобретают в этом случае потребительскую стоимость и могут служить предметом труда, удовлетворяя потребности общества.

Двойственное положение разведки, с одной стороны, как науки, а с другой — как отрасли материального производства вызвало многочисленные дискуссии по поводу ее научной самостоятельности. Основоположник учения о поисках и разведке месторождений В. М. Крейтер определил разведку как самостоятельную прикладную геолого-экономическую науку, стоящую ближе других геологических дисциплин к соседнему циклу «горно-механических» наук. Принадлежность разведки к циклу геологических наук очевидна, поскольку ее основная задача сводится к изучению геологических закономерностей, предопределяющих пространственную изменчивость важнейших свойств полезных ископаемых в недрах. Принадлежность разведки к циклу экономических наук определяется тем, что как отрасль материального производства

она регулируется законами экономики. Таким образом, разведка представляет собой пример взаимопроникновения пограничных областей знания, которые в настоящее время оформляются в самостоятельную гибридную ветвь, сближая научные и технические интересы геологов, горняков, технологов и экономистов. Как самостоятельная научная отрасль разведка имеет свои цели, предмет и методы исследования.

Основная цель разведки как отрасли знаний сводится к разработке научно обоснованных методов наиболее эффективного выявления промышленной значимости и методов количественной геолого-экономической оценки природных скоплений полезных ископаемых.

Предметом изучения разведки являются локальные участки земных недр, содержащие природные скопления полезных ископаемых, которые рассматриваются как природные ресурсы минерального сырья для удовлетворения потребностей народного хозяйства.

Основным методом познания разведки является моделирование месторождений и важнейших свойств полезных ископаемых в недрах на основе выборочных геологоразведочных данных с последующей количественной геолого-экономической оценкой изучаемого объекта. Как самостоятельная научная отрасль разведочная наука имеет свои теоретические и методологические основы. Теоретические основы разведки содержат систему идей и положений, отражающих объективные законы геологического развития земной коры и процессов рудообразования, а также закономерности пространственного размещения полезных ископаемых в недрах. Методологические основы разведки включают в себя совокупность приемов исследования, обобщающих практику геологоразведочных работ с учетом требований промышленности к минеральному сырью в недрах.

В настоящее время наиболее глубоко и полно разработаны геологические основы разведки месторождений полезных ископаемых. Они созданы трудами нескольких поколений выдающихся отечественных и иностранных ученых: А. Д. Архангельского, А. Г. Бетехтина, Ю. А. Билибина, А. Бэтмана, В. И. Вернадского, А. А. Гапеева, В. Гольдшмидта, Л. Грейтона, И. В. Губкина, А. П. Карпинского, Д. С. Коржинского, В. М. Крейтера, В. Линдгрена, Т. Ловеринга, В. Ньюхауза, В. А. Обручева, П. Рамдора, В. И. Смирнова, С. С. Смирнова, П. И. Степанова, Н. М. Страхова, Д. Сперра, М. А. Усова, А. Е. Ферсмана, Г. Шнейдерхена, В. Эммонса и многих других. В разработке и углублении вопросов геологии и генезиса самых различных полезных ископаемых в настоящее время принимают участие геологи-производственники и ученые, работающие в нашей стране, в странах народной демократии и в других странах.

Методологические основы разведки складывались и совершенствовались по мере расширения сырьевой базы и развития горнорудной промышленности нашей страны под влиянием фундаментальных работ Н. В. Барышева, А. А. Васильева, П. Л. Каллистова, В. М. Крейтера, К. Л. Пожарицкого, В. И. Смирнова и ряда других ведущих специалистов в области геологии и разведки месторождений. Ими разработаны морфологические классификации тел полезных ископаемых, приемы их прослеживания и геолого-геофизического изучения, методические подходы к выбору технических средств разведки и оптимальной разведочной сети, методы опробования, оконтуривания, подсчета запасов полезных ископаемых и методы их геолого-экономической оценки. При этом в качестве технико-экономических предпосылок методики разведки использовались результаты исследований М. И. Агошкова, А. А. Байкова, И. П. Бар-

дина, П. И. Городецкого, М. А. Павлова, С. А. Первушина, С. Я. Рачковского, А. А. Скочинского, А. А. Терпигорева, Н. И. Трушкова, А. Н. Фрумкина, А. М. Шебекова, Г. О. Чечетта, С. М. Ясюкевича и других ученых и практиков в области горной технологии, металлургии и экономики минерального сырья.

Основы геометрии недр, обеспечивающие возможность горно-геометрического моделирования свойств полезных ископаемых в недрах, были заложены трудами В. И. Баумана, П. К. Соболевского и развиваются в настоящее время В. А. Букринским, П. А. Рыжовым, А. А. Трофимовым и др. Значительно хуже разработаны принципы изучения неоднородности полезных ископаемых и методы геолого-математического моделирования их важнейших свойств. Разработка основ изучения неоднородности природных образований полезных ископаемых и вмещающих их пород в настоящее время только начинается. Применительно к задачам разведки неоднородность выражается изменчивостью и анизотропией важнейших свойств полезных ископаемых. Однако изучение этих свойств в недрах осложняется тем, что по данным геологоразведочных работ устанавливается не истинная, а только наблюдаемая их изменчивость, характеристика которой зависит не только от геологической природы объекта, но и от условий проведения разведки. Поэтому для объективной оценки изменчивости свойств полезных ископаемых в недрах нужна такая методика, которая позволяла бы учитывать влияние конкретных условий геологоразведочных работ. Основы такой методики рассматриваются в работах Л. И. Четверикова (1965—1968 гг.) и М. В. Раца (1968 г.).

Проблеме изменчивости оруденения и методам ее количественной характеристики посвящено большое количество исследований, однако возможности применения количественных методов для обработки экспериментальных данных, а также пути внедрения математического анализа в практику геологоразведочных работ до сих пор еще дискутируются. Возможности использования математического аппарата статистики случайных величин для характеристики интенсивности изменчивости свойств полезных ископаемых ограничиваются сравнительно узким кругом геологоразведочных задач, поскольку любой статистический показатель отражает только средний уровень изменчивости изучаемого, но не учитывает влияния пространственного расположения точек наблюдений.

Для описания другой стороны изменчивости — ее характера — использовались методы горной геометрии, разработанные П. К. Соболевским (1926—1932 гг.), который предложил рассматривать залежи полезных ископаемых как совокупности взаимно связанных элементарных геохимических полей. На этом же принципе были основаны и аналитические методы описания изменчивости, использующие первые последовательные разности (М. Протодяконов, П. И. Шарапов, А. С. Власов и др.) или вторые последовательные разности значений показателей изменчивости по смежным точкам (Д. А. Казаковский, Е. И. Попов, Ю. М. Родченко и др.). Однако методы, учитывающие закономерности пространственных изменений признака, также не обеспечили возможностей объективной оценки изменчивости оруденения. Если статистические методы не учитывали влияния плавных, закономерных изменений, то геометрические и близкие к ним аналитические методы игнорировали влияние многочисленных случайных отклонений в значениях параметров, которые наблюдались по отдельным разведочным пересечениям или пробам.

Положение о том, что в размещении важнейших геологоразведочных параметров необходимо учитывать как случайные, так и закономерные изменения, было сформулировано в 1956 г. П. Л. Каллистовым. Методы раздельного учета

и описания обеих составляющих изменчивости, сочетающие приемы математической статистики и геометрического анализа, предлагались также Е. И. Поповым (1959 г.), А. А. Петровым (1962 г.), Л. И. Четвериковым (1962 г.) и др.

В работах многих исследователей обращалось внимание на зависимость асимметрии эмпирических кривых распределения содержаний, дисперсий содержаний и других статистических характеристик от размеров проб (Д. А. Зенков, 1962 г.), от величины среднего содержания полезных минералов (Л. И. Четвериков, 1964 г.), от размеров разведанных площадей (Д. Криге, 1952 г.) и от расстояний между точками отбора проб (В. И. Кузьмин, 1967 г.). Это обстоятельство побудило многих исследователей к поискам новых, более совершенных способов описания изменчивости оруденения, учитывающих технические и методические особенности разведки и опробования месторождений. Один из таких путей, основанный на использовании прикладных методов теории случайных функций, наметился исследованиями В. А. Букринского (1964 г.), А. М. Марголина (1962—1968 гг.), З. Д. Низгурецкого (1961 г.) и др.

Другим путем развивались исследования Ж. Матерона (1962—1963 гг.), которым были разработаны основы прикладной геостатистики — математической теории оценки месторождений.

Незавершенность разработок по методам изучения неоднородности полезных ископаемых и геолого-математическому моделированию их важнейших свойств препятствует пока оформлению методологических основ разведки в стройную и законченную систему взглядов и приемов исследования. Однако обобщение накопленного опыта целесообразно уже сейчас, так как оно позволяет сформулировать методологические основы разведки по их современному состоянию. В дальнейшем эти положения могут быть существенно развиты и пополнены.

Глава I

ГЕОЛОГИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ РАЗВЕДКИ

ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

К полезным ископаемым относятся природные минеральные вещества в земной коре, которые могут быть непосредственно использованы в народном хозяйстве или из которых могут быть извлечены полезные компоненты (элементы, их соединения или минералы), имеющие народнохозяйственное значение.

Месторождением полезного ископаемого обычно называется участок земной коры, содержащий пространственно обособленные скопления полезных ископаемых, которые по количеству, качеству и условиям залегания пригодны для промышленного использования. По определению В. И. Смирнова (1969), группы месторождений полезных ископаемых объединяются в рудные поля, а сами месторождения состоят из тел полезных ископаемых. Рудное поле представляет собой группу месторождений полезных ископаемых, объединяемых общностью происхождения и единством геологической структуры. Телом полезного ископаемого называется ограниченное со всех сторон природное скопление полезного ископаемого, приуроченное к определенному структурно-геологическому элементу или к сочетанию таких элементов.

Изучением геологических и физико-химических условий формирования и размещения полезных ископаемых в горных породах занимается специальная отрасль геологических знаний — учение о полезных ископаемых. Оно зародилось и развилось на основе потребностей горнорудной практики, но давно уже приобрело значение самостоятельного научного направления. Ядро этого учения составляет геология полезных ископаемых.

Геология полезных ископаемых изучает закономерности пространственного размещения рудных полей, месторождений и тел полезных ископаемых в структурах земной коры, внутреннее строение полезных ископаемых, их минеральный и химический состав. Поскольку ведущая роль в минеральных ресурсах принадлежит рудным полезным ископаемым, виды которых настолько разнообразны, что охватывают практически все генетические типы природных полезных ископаемых, основная задача учения о полезных ископаемых сводится к созданию научно обоснованной теории рудообразования. Эта теория призвана познать геологические и физико-химические условия формирования месторождения, объяснить причины их размещения в конкретных геологических структурах земной коры, а также установить геохимические закономерности и физико-химические условия рудоотложения. Одной из главных

задач теории рудообразования является создание генетической классификации месторождений полезных ископаемых, что возможно только на основе исчерпывающего знания законов рудообразования и причинных связей всех геологических и физико-химических процессов, происходящих в земной коре.

Вследствие субъективности и дискуссионности существующих классификаций месторождений полезных ископаемых представления об их генезисе не могут служить единственной научной основой для направления геологоразведочных работ и оценки их результатов. Анализируя и обобщая мировой опыт геологоразведочных и горнодобычных работ, разведка опирается не столько на предполагаемые, сколько на фактически установленные закономерности. Для решения прикладных задач по выявлению и оценке минерально-сырьевых ресурсов в качестве геологических основ разведки месторождений полезных ископаемых используются:

1) закономерности их пространственного размещения в геологических структурах и совокупности сведений о связях полезных ископаемых с элементами геологического строения минерализованных участков недр;

2) сведения о минеральном и химическом составе тел полезных ископаемых, о зональности их строения и о закономерностях пространственного размещения полезных минеральных ассоциаций и элементов в пределах рудных тел и месторождений;

3) представления о промышленных типах месторождений каждого вида минерального сырья и об особенностях структур их рудных полей.

Совокупность знаний о связях полезных ископаемых с элементами геологического строения представляет собой научную основу для направления геологоразведочных работ, обеспечивая максимальную вероятность обнаружения новых промышленных скоплений. В процессе разведки месторождений они используются в качестве геологических критериев при увязке геологоразведочных разрезов и при оценке степени надежности обнаруженных участков промышленных скоплений полезного ископаемого.

Совокупность минералого-геохимических сведений по различным видам полезных ископаемых необходима для оценки различных форм проявления полезной минерализации и ореолов элементов-индикаторов оруденения, которые служат поисковыми признаками, подтверждающими наличие повышенных концентраций минеральных скоплений. Знание промышленных типов месторождений, особенностей их вещественного состава, геологического строения и структур их рудных полей необходимо для эффективного использования принципа аналогии при разведке новых месторождений, особенно на ранних стадиях геологоразведочных работ.

Геологические основы поисков и разведок месторождений полезных ископаемых изложены в работах В. М. Крейтера (1960, 1961), в коллективной работе группы авторов под редакцией В. М. Крейтера (1968 г.) и особенно полно — в монографиях В. И. Смирнова (1954, 1969).

СВЯЗИ ПОЛЕЗНЫХ ИСКОПАЕМЫХ С ЭЛЕМЕНТАМИ ГЕОЛОГИЧЕСКОГО СТРОЕНИЯ И ЗАКОНОМЕРНОСТИ ИХ ПРОСТРАНСТВЕННОГО РАЗМЕЩЕНИЯ

Многовековым опытом поисков, разведки и разработки месторождений установлено, что размещение полезных ископаемых в недрах зависит от состава осадочных, магматических и метаморфических пород, контролируется их элементами залегания, складчатыми и разрывными структурами, зонами метасома-

тических изменений и другими элементами геологического строения. Закономерные связи полезных ископаемых с элементами геологического строения земной коры представляют собой геолого-структурные, поисковые и оценочные критерии полезной минерализации и создают научную основу для направления разведочных работ.

С толщами слоистых пород связаны: а) пластовые месторождения осадочного генезиса, в которых каждый пласт полезного ископаемого представляет собой самостоятельный элемент стратиграфического разреза; б) пластовые месторождения осадочно-вулканогенного происхождения, в которых часть рудных пластов представляет собой сингенетические тела, а часть — более поздние метасоматические образования; в) пластоподобные эпигенетические залежи в горизонтах литологически благоприятных пород, не занимающие в разрезе определенного стратиграфического положения; г) эпигенетические залежи более сложных форм, несогласные с элементами слоистости, но проявляющие тенденцию к избирательному расположению в пределах литологически благоприятных горизонтов.

Сингенетические пластовые месторождения осадочного и осадочно-вулканогенного происхождения изучались А. Д. Архангельским, А. Г. Бетехтиным, М. Г. Валяшко, Б. М. Гиммельфарбом, А. В. Казаковым, Д. В. Наливкиным, Л. В. Пустоваловым, Л. Б. Рухиным, Д. Г. Сапожниковым, В. И. Смирновым, Н. М. Страховым, Н. С. Шатским, М. С. Швецовым и многими другими геологами. Ими сформулированы основные особенности процессов формирования этих месторождений, выяснены закономерные связи полезных ископаемых с образованиями различных осадочных формаций и с породами различного литолого-фациального состава, а также установлены типы месторождений, характерные для геосинклинальных, переходных и платформенных условий.

Закономерности размещения эпигенетических инфильтрационных и гидротермальных месторождений в слоистых толщах изучались Ф. И. Вольфсоном, Л. С. Евсеевой, В. М. Крейтером, А. В. Королевым, О. Д. Левицким, К. Н. Озеровым, А. И. Перельманом, Е. А. Радкевич, В. И. Смирновым, С. С. Смирновым, В. П. Федорчуком и др. Работами перечисленных и других авторов установлено, что на процессы формирования этих месторождений влияют состав и строение вмещающих пород. Образованию инфильтрационных месторождений благоприятствует оптимальная проницаемость отдельных слоев или пачек, разделенных местными водоупорами, а также наличие геохимических барьеров, обусловленных резкими изменениями гидродинамической или окислительно-восстановительной обстановки. На локализацию гидротермальных месторождений литологический состав пород оказывает избирательное воздействие. К породам, наиболее благоприятным для рудоотложения, относятся карбонатные породы, песчано-сланцевые толщи, кислые эффузивные, субвулканические породы и их туфы, а к наименее благоприятным — глинисто-сланцевые сланцы, филлиты и толщи, сложенные породами основного и ультраосновного состава. С карбонатными породами связаны скарновые месторождения различных металлов, многие полиметаллические месторождения гидротермального генезиса, месторождения флюорита, барита и магнезита. В окварцованных карбонатных породах обычно располагаются месторождения ртути и сурьмы. К песчано-сланцевым толщам тяготеют многие месторождения олова, вольфрама и месторождения медистых песчаников. Большинство месторождений оптического кварца и пьезокварца связано с горизонтами кварцитов.

Отчетливые связи с материнскими породами определенного состава проявляют также месторождения кор выветривания. Остаточные силикатно-

никелевые месторождения формируются только на корях выветривания ультраосновных пород, бокситовые месторождения — среди каолинитов, развитых по щелочным и основным породам, месторождения марганца — на корях выветривания марганцовистых карбонатных пород, яшм или метаморфических сланцев.

Связи полезных ископаемых с магматическими породами изучали многие видные ученые нашей страны: А. Г. Бетехтин, Ю. А. Билибин, Ф. И. Вольфсон, А. А. Гинзбург, А. Н. Заварицкий, В. Н. Котляр, Е. А. Радкевич, А. И. Семенов, В. И. Смирнов, С. С. Смирнов, А. Е. Ферсман, Г. Н. Щерба и многие другие.

Формы связей полезных ископаемых с магматическими породами весьма разнообразны, а критерии связи настолько сложны и неопределенны, что выделить материнские интрузии и однозначно решить вопрос о их связи с оруденением в большинстве случаев невозможно. Несмотря на это, для выявления магматических поисковых и оценочных критериев в практике разведки месторождений широко используются эмпирически установленные пространственные связи полезных ископаемых с массивами, телами или контактными зонами магматических пород определенного петрографического состава. В последнее время для этого стали применяться методы формационного анализа, которые позволяют использовать более широкую информацию о природе магматических образований.

Наиболее четкие связи наблюдаются для месторождений, расположенных внутри массивов материнских изверженных пород. Это — месторождения сульфидных медно-никелевых руд в массивах интрузивных пород габброидного состава, месторождения редких земель, апатита и апатит-магнетитовых руд в стратифицированных щелочных массивах платформенной магматической формации, месторождения алмазов, хрома, платины, асбеста и других полезных ископаемых.

Достаточно четкие связи наблюдаются и для месторождений, залегающих в непосредственной близости от массивов гранитоидных пород в пределах эндо- и экзоконтактных зон. Такие связи типичны для пегматитовых и скарновых месторождений, а также для месторождений альбититовой грейзеновой формации.

Значительно хуже проявлены связи полезных ископаемых с массивами постороженных изверженных пород, а также с массивами гранитоидных и щелочных формаций активизированных платформ.

С пестрыми по составу телами и дайками весьма продуктивной магматической формации малых интрузий пространственно связаны многочисленные скарновые и гидротермальные месторождения полиметаллов, золота, олова, меди и молибдена, а с субвулканическими интрузивами, некками, межпластовыми залежами и дайками липарит-дацитовый вулканогенной формации — сульфидно-касситеритовые, медные, медно-молибденовые, молибден-урановые, барит-полиметаллические, флюоритовые, золоторудные и некоторые другие месторождения.

Четкой приуроченности рудных залежей к контактным зонам массивов изверженных пород перечисленных магматических формаций часто не наблюдается. Устанавливается только тенденция к расположению оруденения вблизи массивов изверженных пород, хотя нередко оно захватывает как сами массивы, так и их широкие контактные ореолы. Вследствие неустойчивости пространственных связей оруденения с массивами постороженных изверженных пород этот магматический критерий используется только при региональных поисках

месторождений, для выявления перспективных полей развития возможной полезной минерализации. Локальные особенности связи оруденения с элементами строения конкретных массивов изверженных пород могут использоваться и для направления разведочных работ, но уже не как магматические, а как структурные критерии.

Кроме элементов слоистости к важнейшим структурным элементам вмещающих пород относятся складки и разрывные нарушения, контактовые поверхности геологических образований различного состава и элементы прототектоники магматических пород. Закономерные связи оруденения с перечисленными структурными элементами особенно типичны для эндогенных месторождений, формирование которых происходило, заведомо позже вмещающих их пород.

При решении собственно разведочных задач в качестве геологических критериев используются связи оруденения с локальными дорудными и внутрирудными структурными элементами, определяющими закономерности пространственного размещения природных скоплений полезных ископаемых. Связи оруденения с регионально-геологическими структурами представляют непосредственный интерес в процессе поисковых работ как благоприятные поисковые критерии при прогнозировании оруденения в пределах рудных полей, узлов и металлогенических зон. Изучению связей полезных ископаемых с различными структурными элементами посвящены исследования Н. Н. Бородаевского, Ф. Н. Вольфсона, Н. С. Елисеева, А. В. Королева, В. М. Крейтера, В. И. Смирнова, А. В. Пэка и многих других геологов. Наиболее полная классификация локальных рудовмещающих структур, определяющих размещение залежей полезных ископаемых среди вмещающих пород, принадлежит В. И. Смирнову (1969). Им выделено шесть групп рудовмещающих геологических структур эндогенных месторождений полезных ископаемых:

- 1) согласные структуры слоистых толщ;
- 2) секущие структуры крупных разломов;
- 3) секущие структуры тектонических трещин;
- 4) комбинированные структуры;
- 5) структуры контактов изверженных пород;
- 6) структуры магматической и ранней постмагматической стадий формирования изверженных пород.

Каждая из перечисленных групп включает несколько типов рудовмещающих структур, общее количество которых достигает двадцати.

Выявление и правильное понимание характера связей оруденения с важнейшими элементами геологического строения позволяет использовать их при прослеживании и оконтуривании залежей полезных ископаемых, при поисках новых рудных тел в процессе разведочных работ, а также при увязке разведочных данных по соседним сечениям. Среди дорудных рудоконтролирующих элементов геологического строения наиболее выдержанными являются слоистость и контактовые поверхности вмещающих оруденение пород. Наличие этих элементов рудоконтроля намного облегчает и упрощает проведение разведки, позволяя ограничиться простыми техническими приемами и средствами.

По характеру связи оруденения с элементами геологического строения месторождений можно выделить четыре типа тел полезных ископаемых:

- 1) залегающие согласно или почти согласно с элементами слоистости вмещающих пород;
- 2) залегающие параллельно контактовым поверхностям между различными породами;

3) залегающие несогласно к напластованию вмещающих пород или в неслоистых толщах, но контролируемые выдержанными и легкокартируемыми элементами геологического строения;

4) залегающие в неслоистых породах, контролируемые невыдержанными и сложными элементами геологического строения, с трудом поддающимися геологическому картированию и расшифровке.

ОСОБЕННОСТИ МИНЕРАЛЬНОГО И ХИМИЧЕСКОГО СОСТАВА ПОЛЕЗНЫХ ИСКОПАЕМЫХ

Изучение минерального и химического состава полезных ископаемых, их текстур и структур, а также закономерностей пространственного размещения химических элементов и минеральных ассоциаций в объеме месторождения необходимо для выяснения физико-химических условий его формирования, оценки качества и технологических свойств минерального сырья. Совокупность этих сведений представляет собой минералого-геохимические поисковые и оценочные признаки, которые используются в практике для обоснования и направления разведочных работ.

Изучение минералого-геохимических особенностей полезных ископаемых обеспечивает:

1) выяснение последовательности процессов минералообразования в связи с развитием рудовмещающих структур, выявление связей оруденения с процессами осадконакопления, магматизма, тектоники, метаморфизма и эпигенеза, а также сбор исходных данных для суждения о физико-химических условиях рудного процесса и о сущности послерудных эпигенетических преобразований;

2) выявление парагенетических минеральных ассоциаций и элементов, а также зональности в размещении химических элементов, минеральных образований или гидротермально измененных вмещающих пород, которые используются в качестве минералого-геохимических поисковых и оценочных критериев;

3) оценку качества и технологических свойств минерального сырья, выбор наиболее рациональных методов его обогащения и возможность максимально полного извлечения всех содержащихся в нем полезных компонентов.

Минералого-геохимические исследования полезных ископаемых получили в нашей стране особенно широкое развитие благодаря работам А. Г. Бетехтина, В. И. Вернадского, Д. С. Коржинского, О. Д. Левицкого, С. С. Смирнова, М. Ф. Стрелкина, А. Е. Ферсмана и др. Детальные минераграфические исследования в сочетании с изучением текстурных особенностей руд в штуфах и в естественном залегании позволяют установить возрастные соотношения минеральных агрегатов и вскрыть закономерности рудообразования в зависимости от химизма процессов отложения руд.

Изучение структурно-текстурных особенностей руд позволяет восстановить последовательность рудоотложения на отдельных стадиях минерализации и выяснить фациальные изменения в составе руд. Структуры руд отражают физико-химические условия момента рудоотложения, в то время как их текстуры характеризуют изменения этих условий в течение всего периода рудообразования. Изучение парагенетических ассоциаций минералов и их возрастных соотношений позволяет делать выводы о тех химических реакциях, которые приводили к выделению минералов, прогнозировать изменение минерального состава руд на еще не вскрытых флангах и глубоких горизонтах месторождений, оценивать состав первичных руд по минеральному

составу образований окисленных зон и обнаруживать скопления новых полезных минералов по наличию уже выявленных.

В процессе минералого-геохимических исследований изучаются химический состав руд и отдельных рудообразующих минералов, околорудные изменения боковых пород и ореолы рассеяния рудообразующих элементов и их спутников.

При изучении минерального и химического состава полезных ископаемых для оценки качества и технологических свойств минерального сырья выясняются размеры и формы минеральных скоплений, их физические свойства и элементарный состав. Главное внимание обращается на содержание тех элементов, которыми определяется промышленная ценность руд. Для руд сложного состава выясняется распределение промышленно-ценных элементов по различным рудообразующим минералам, устанавливаются валовый химический состав руд и содержания в них вредных примесей. Текстурные и структурные особенности руд изучаются с точки зрения влияния их на процессы дробления и обогащения: выясняются размеры, формы и типы сростаний отдельных минеральных агрегатов и характер границ сростаний отдельных минералов. При изучении размеров рудных включений выясняется, можно ли их разделить на несколько различных фракций, так как от этого зависит возможность дробления и обогащения в несколько последовательных стадий. Для руд с порошковатыми, землистыми, брекчиевыми и другими неоднородными текстурами устанавливается распределение рудных минералов по текстурным элементам и определяется степень их контрастности.

Околорудные изменения боковых пород, ореолы рассеяния рудообразующих элементов и их спутников, минеральный и химический состав рудных залежей изучаются совместно, поскольку в генетическом отношении все они представляют собой единое образование.

Явления зональности месторождений и тел полезных ископаемых отражают общие особенности их происхождения и влияния конкретных геологических условий. Минералогическая зональность месторождений и тел полезных ископаемых обычно тесно связана с зональностью околорудных метасоматических изменений вмещающих пород. Для многих рудных полей и месторождений установлено, что с изменением фациального состава метасоматитов закономерно изменяется и минеральный состав полезных ископаемых. Эта взаимосвязь проявляется настолько четко, что В. Н. Котляр (1970) считает возможным основывать генетическую классификацию постмагматических месторождений на выделении рядов метасоматических формаций.

Важнейшими геохимическими поисково-оценочными критериями являются закономерности изменения концентраций рудообразующих элементов и их спутников в эндогенных ореолах рассеяния вокруг рудных залежей.

Эти ореолы, обладая заведомо большими размерами по сравнению с рудными телами, являются индикаторами оруденения, которые помогают ориентировать разведочные работы в нужном направлении.

В настоящее время установлено, что эндогенные геохимические ореолы сопровождают месторождения любых генетических типов и рудных формаций. Однако степень изученности ореолов разных месторождений резко различна. Лучше всего изучены ореолы постмагматических месторождений, хуже — ореолы магматических и осадочных месторождений.

В процессе геохимических исследований изучаются элементарный состав ореолов, виды и формы нахождения элементов в ореолах, размеры и морфологические особенности эндогенных ореолов, а также закономерности изменения состава и концентраций элементов-индикаторов по мере удаления рудных залежей в стороны, вверх и вниз. Эти закономерности выражают горизонтальную и вертикальную зональность в строении эндогенных ореолов, которая возникает под действием комплекса внутренних и внешних факторов миграции элементов.

По составу геохимических ореолов, распределению в них элементов-индикаторов и величинам геохимических аномалий можно прогнозировать элементарный состав месторождения и выделять участки предполагаемого промышленного оруденения в перспективных геологических структурах и зонах метасоматических изменений вмещающих пород.

В качестве геохимических поисковых и оценочных критериев при разведке сульфидных, урановых и некоторых других месторождений могут быть использованы и ореолы повышенных концентраций полезных элементов в рудничных водах.

ПРОМЫШЛЕННЫЕ ТИПЫ МЕСТОРОЖДЕНИЙ ПОЛЕЗНЫХ ИСКОПАЕМЫХ И СТРУКТУРЫ ИХ РУДНЫХ ПОЛЕЙ

Среди большого разнообразия природных типов месторождений самых различных видов полезных ископаемых далеко не все играют заметную роль в балансе их запасов и добыче. Для каждого вида полезного ископаемого почти вся масса добываемого в мире минерального сырья поступает только из некоторых, численно весьма ограниченных геолого-минералогических типов месторождений. Например, для железа известно приблизительно 40, а для меди — около 15 генетических типов месторождений, в то время как заметную роль в балансах запасов и в добыче железа играют только пять, а меди — четыре из них. В связи с этим для каждого вида полезного ископаемого появилась необходимость выделить «промышленные типы» месторождений, которые являются основными поставщиками данного вида минерального сырья, определяют структуру баланса его мировых запасов и занимают ведущее место в его добыче.

Понятие о промышленных типах месторождений и их классификация по главным видам минерального сырья были предложены В. М. Крейтером в 1940 г. По его определению, промышленным типом месторождений какого-либо вида минерального сырья называется такое природное геолого-минералогическое проявление, которое при эксплуатации в сумме (для всего мира) дает добычу, выражающуюся целыми процентами или составляет, по крайней мере, 1% мировой добычи. Понятие «промышленный тип» применимо лишь к таким типам месторождений, которые зарекомендовали себя в горнорудной практике как устойчивые поставщики данного вида минерального сырья, обеспечивающие экономическую рентабельность их разработки. Если при этом качество полезного ископаемого связать с принадлежностью данного типа к той или иной рудной формации, промышленная группировка одновременно становится и генетической в широком геологическом смысле слова.

Знание промышленных типов месторождений особенно необходимо на ранних стадиях разведочных работ — для предварительного суждения о пер-

спективах промышленной минерализации и для геолого-экономической оценки месторождений.

Классификация промышленных типов месторождений строится, насколько это возможно, на генетической основе с использованием системы технологических, горнотехнических и экономических показателей, определяющих их промышленную ценность. Для обоснования отдельных промышленных типов может быть использована совокупность следующих классификационных признаков:

1) характер связи оруденения с элементами геологического строения и тип рудоконтролирующей структуры, определяющей локализацию тел полезных ископаемых;

2) минеральный и химический состав полезного ископаемого, определяющий их качество, технологические свойства и комплекс промышленно-ценных минералов;

3) морфологические особенности тел полезных ископаемых, условия их залегания и закономерности размещения полезных компонентов в промышленных контурах, определяющие горно-геологические условия разработки месторождения;

4) масштаб месторождения, экономическая эффективность использования его недр и относительное значение промышленного типа как поставщика данного вида минерального сырья.

Совокупностью перечисленных классификационных признаков определяется не только промышленный тип месторождения, но в значительной мере и его поисковые критерии, методика разведки, а также технологические условия эксплуатации.

Понятие «промышленный тип месторождения» является понятием историческим. Оно изменяется по мере выявления и разведки месторождений принципиально новых генетических типов, а также по мере усовершенствования технологии и технических средств ведения работ. Появление новых промышленных типов происходит в текущем столетии главным образом за счет вовлечения в промышленность месторождений, крупных по запасам, но бедных по содержанию полезных компонентов, в то время как богатые, но мелкие по масштабам месторождения постепенно теряют свое промышленное значение.

Понятие о промышленных типах месторождений имеет не только прикладное, но и важное теоретическое значение, поскольку именно промышленные типы месторождений представляют собой главный предмет исследований поисково-разведочной науки, в то время как все многообразие генетических типов месторождений составляет основной предмет изучения геологии полезных ископаемых.

Структурно-морфологические особенности рудных полей. С представлениями о промышленных типах эндогенных месторождений тесно связано представление о их рудных полях как о системах пространственно оближенных месторождений и тел полезных ископаемых, объединенных общностью происхождения и геологического строения. Изучению структур рудных полей посвящены исследования А. С. Великого, Ф. И. Вольфсона, П. Ф. Иванкина, М. А. Карасика, В. М. Крейтера, А. В. Пэка, Е. Т. Шаталова, Д. И. Щербакова и других геологов. Несмотря на противоречивость основных определений, рудные поля рассматриваются большинством исследователей как важнейшие геолого-структурные образования, определяющие размещение, локализацию и характер эндогенных месторождений

и отдельных рудных залежей, связанных единством их происхождения. Изучение структур морфологии и зональности рудных полей необходимо для понимания закономерностей глубинного строения участков эндогенных месторождений различных промышленных типов. Оно способствует выявлению не только всех приповерхностных рудных залежей, но и обнаружению участков концентрации рудных скоплений, скрытых на более глубоких горизонтах. Такое изучение особенно необходимо при проявлении зональности рудных месторождений и отдельных рудных залежей.

Морфологическая зональность эндогенных месторождений проявляется в том, что на малых глубинах преобладают линейно-локализованные зоны метасоматически измененных пород. Глубже они сменяются более широкими участками скарнов и грейзенов, а еще глубже околорудные изменения практически связываются с региональными процессами метаморфизма. Морфологическая зональность проявляется в тесной связи со структурной зональностью, которая также определяется глубиной формирования рудовмещающих структур. В приповерхностных участках земной коры широко развиты системы разрывных трещин, зоны дробления, брекчирования, трубчатые участки брекчирования (брекчии взрыва), а также внутрипластовое дробление, отслаивание и трещиноватость пород, связанные с процессами складкообразования. С глубиной количество трещин разрыва постепенно сокращается, а их место занимают трещины скалывания и их производные.

В отличие от трещинной тектоники складчатые структуры редко испытывают заметную переработку в последующие эпохи диастрофизма. Обычно породы, консолидированные в эпоху складчатости, испытывают в дальнейшем только «глыбовые» движения, которые проявляются в блоковой тектонике с обновлением и приоткрыванием ранее сформированных трещинных структур.

Проявление морфологической зональности месторождений зависит и от их положения в структурных этажах данного участка земной коры. Исследованиями Ф. И. Вольфсона показано, что рудные поля и месторождения, залегающие в образованиях нижних структурных этажей, тяготеют к зонам крупных региональных разломов или контролируются складчатыми структурами, в то время как месторождения и рудные поля, возникающие в образованиях верхних структурных этажей, развиваются, как правило, вдоль зон трещиноватости и представлены жилами, жильными зонами или прожилково-вкрапленными штокверковыми залежами.

П. Ф. Иванкин (1970), изучивший структурно-морфологические особенности магматогенных рудных полей на большом фактическом материале глубоко вскрытых полиметаллических, золоторудных, железорудных месторождений Урала, Алтая, Западной Сибири и Забайкалья, рассматривает их как природные типы рудно-магматических систем, обладающие определенной формой, размерами, внутренним строением и вещественной зональностью. В зависимости от характера связи рудной минерализации с магматическими породами им выделяются три ряда эндогенных рудных полей: ореольные (бескорневые), многокорневые и однокорневые, которые, в свою очередь, подразделяются на ряд типов в зависимости от их структурно-морфологических особенностей (рудные поля конического, плоского и комбинированного типов, односторонние и резко асимметричные). Представление о рудных полях как об объемных трехмерных телах, обладающих определенными геометрическими свойствами, изменчивость которых определяется совокупным влиянием внешних геологических факторов, может быть использовано для оценки перспектив глубоких горизонтов, а также для совершенствования поисков и разведок слепого ору-

денения с применением современных геолого-геофизических методов. При этом выявлению отдельных рудных залежей, обладающих локальными аномальными физическими полями, часто различными на разных эрозионных срезах, предпосылается задача оконтуривания всего рудного поля, обладающего более устойчивым аномальным физическим полем. Знание морфологических особенностей рудных полей значительно облегчает выявление закономерных связей между структурно-геологическими условиями формирования месторождений, типами минеральных тел и, в конечном итоге, между обособленными месторождениями, участками и залежами, что позволяет объединить их в единую систему рудных образований, имеющих общие корни и объединенных единством происхождения. Все это способствует выявлению скрытых рудных участков и повышает достоверность прогноза оруденения на флангах и на глубоких горизонтах разведываемых месторождений.

Глава II

ПРИНЦИПЫ ИЗУЧЕНИЯ НЕОДНОРОДНОСТИ ПОЛЕЗНЫХ ИСКОПАЕМЫХ

ВВОДНЫЕ ЗАМЕЧАНИЯ

При изучении минерализованных участков недр как объектов геолого-разведочных работ в разведке используется концепция относительной элементарности, представляющая собой общий методологический принцип научного исследования материального мира. В соответствии с этой концепцией объект исследования рассматривается в качестве сложной системы, состоящей из множества условно неделимых элементов, объединенных между собой совокупностью внутренних связей. Если о строении системы известно только то, что она состоит из множества условно неделимых элементов, а характер взаимосвязи между ними не выявлен, принято говорить о ее внутренней неоднородности. Выявление взаимосвязей и пространственных взаимоотношений элементов неоднородности системы обеспечивает понимание ее структуры. Под структурой объекта подразумевается способ организации слагающих его элементов, которым определяется закон внутреннего строения изучаемой системы.

В рамках изучаемой системы каждый из элементов представляет собой условно неделимую структурную единицу. Однако абсолютно неделимых структурных элементов в действительности нет. На следующем, более глубоком уровне строения материи любая из таких структурных единиц сама выступает в качестве системы, которая, в свою очередь, состоит из дискретного множества еще более мелких структурных элементов. В то же время каждый объект материального мира может рассматриваться как элемент более крупной системы, т. е. как часть некоторого более крупного целого. Таким образом, концепция относительной элементарности приводит к представлению о строении материального мира как об иерархии структурных уровней материи с наличием множества дискретных, условно неделимых структурных единиц в пределах каждого из них.

При изучении Земли как планеты в качестве дискретных условно неделимых структурных элементов рассматриваются ее оболочки (атмосфера, гидросфера, литосфера, верхняя мантия, нижняя мантия и ядро). Структурными элементами литосферы являются участки, сложенные горными породами различного состава. На уровне строения горной породы в качестве условно неделимых элементов выступают отдельные порообразующие минералы, а на

уровне строения минералов — ионы слагающих их химических элементов. Наличие нескольких дискретных качественно различных уровней в строении геологических объектов является их природным свойством. Поэтому выделение качественно различных уровней литосферы в процессе ее познания не зависит от воли исследователей.

При более детальных исследованиях геологических объектов в рамках каждого качественно однородного уровня появляется необходимость выделения уровней строения, различающихся по совокупности количественных критериев. Такими критериями могут быть количественные характеристики самых различных свойств природных образований: характеристики химического или минерального состава обособленных групп генетически родственных пород, содержания полезных минеральных или химических компонентов в породах, гранулометрический состав пород, их пористость или какие-либо другие свойства. Подобную элементарность, основанную на критериях количественного характера, Л. И. Четвериков предложил называть «количественной» элементарностью. Количественная элементарность определяется не только состоянием вещества, но зависит также от задач проводимых исследований и от степени детальности наблюдений. Например, скопления полезного ископаемого в недрах, представляющие собой единые в качественном отношении геологические объекты, можно расчленить на участки, резко различающиеся по их размерам, по минеральному составу или по концентрации полезных минералов. При расчленении объекта на такие условно однородные структурные элементы возможны произвольные решения в зависимости от степени детальности проведенных наблюдений, а также от принятых значений классификационных признаков.

Отдельные аспекты неоднородности горных пород уже в течение многих лет изучают петрография, литология, структурная геология, инженерная геология, дисциплины горно-маркшейдерского направления и др. В каждой из этих дисциплин неоднородность изучается как проявление изменчивости тех или иных свойств горных пород.

Несмотря на различия свойств и аспектов их изучения, все прикладные геологические науки объединяет общая методология выявления неоднородности изучаемых объектов, основанная на экспериментальных данных. Сущность ее сводится к тому, что количественные характеристики свойств могут быть получены только по результатам испытаний проб или отдельных образцов пород, представляющих лишь весьма малые пространственно разобщенные объемы изучаемого массива, недоступного непосредственному наблюдению в целом. Специфическая особенность этой методологии проявляется диспропорцией между размерами дискретных наблюдений и размерами объектов или тех условно однородных геологических элементов, которые удается выделить в их строении на доступном этапе изучения. Поэтому на раннем этапе изучения вследствие недостаточных экспериментальных данных о строении объекта он признается условно однородным и рассматривается как относительно неделимый структурный элемент более крупной системы. По мере пополнения эмпирических данных, позволяющих уверенно говорить о внутренней неоднородности объекта, результаты наблюдений группируют по отдельным, условно однородным элементам для составления общих представлений о свойствах выделенных элементов неоднородности. На этом этапе может быть получена общая количественная характеристика неоднородности изучаемого объекта, без выяснения его строения. Когда густота наблюдений и количество эмпирических данных становятся достаточными для выявления пространственного расположения

и взаимосвязей выделенных элементов неоднородности, появляется возможность говорить сперва об анизотропии строения, а затем о структуре объекта. Свойства каждого структурного элемента получают при этом наиболее полную количественную характеристику по совокупности соответственно сгруппированных эмпирических данных.

При дальнейшей детализации наблюдений выявляется неоднородность строения ранее выделенных условно неделимых структурных элементов и появляется возможность расчленения их на более мелкие единицы, характеризующие неоднородность изучаемого объекта на более глубоком структурном уровне. Результаты эмпирических наблюдений характеризуют частные значения признаков и их изменчивость только в объемах отобранных проб, но не во всем объеме изучаемого объекта, а наблюдаемые свойства пород и руд зависят не только от их природы, но также от мест отбора, размеров и ориентировки исследуемых образцов и проб. Поэтому перед исследователями неизбежно возникает проблема оценки истинных средних характеристик путем распространения полученных экспериментальных данных на весь изучаемый объект. Применительно к решению инженерно-геологических задач это убедительно показано М. В. Рацем (1968). При решении геологоразведочных проблем задача сводится к изучению неоднородности природных скоплений полезных ископаемых, их структуры и анизотропии строения как основы для выяснения изменчивости важнейших свойств полезных ископаемых в недрах.

Неоднородность природных скоплений полезных ископаемых проявляется в изменчивости их геологических, технологических и горнотехнических свойств, определяющих методику, последовательность и технику проведения геологоразведочных работ, геолого-экономическую оценку месторождений и наиболее эффективные способы технологии разработки и переработки минерального сырья.

На основе количественных характеристик изменчивости оруденения решаются важные методические вопросы разведки: обосновываются оптимальные размеры и ориентировка отбираемых проб, расположение и густота разведочных выработок, а по полученным экспериментальным данным оцениваются погрешности вычисления запасов полезных ископаемых. Задача перенесения свойств рудных образований, наблюдаемых по системе разведочных выработок, на подсчетный объем недр представляет собой сложную проблему распространения разведочных данных на зоны влияния проб. Для ее решения необходимо знать физическую и геологическую природу неоднородности рудных образований в массиве вмещающих горных пород и установить степень влияния величины исследуемого объема проб на характеристику изучаемого свойства в подсчетном объеме.

ГЕОЛОГИЧЕСКАЯ ПРИРОДА НЕОДНОРОДНОСТИ ГОРНЫХ ПОРОД И СКОПЛЕНИЙ ПОЛЕЗНЫХ ИСКОПАЕМЫХ В НЕДРАХ

Возникновение первичной неоднородности горных пород связано с периодом их формирования. В последующие стадии диагенеза, эпигенеза, контактового, регионального или гидротермального метаморфизма, выветривания или тектонических деформаций породы претерпевают весьма существенные изменения, в связи с чем изменяется и характер их первичной неоднородности.

Первичная неоднородность толщ осадочных пород выражена чередованием слоев различного состава и их фациальной изменчивостью по падению и простиранию. Она обусловлена изменчивостью вертикальных колебательных

движений в областях сноса и осадконакопления, изменением палеоклиматической и палеогеографической обстановки, определяющих общий режим седиментации и осадочной дифференциации вещества.

Первичная неоднородность массивов магматических пород проявляется в изменении их состава и кристаллической структуры. Она зависит от глубины застывания магматического расплава, проявления процессов фракционной и гравитационной дифференциации, характера взаимодействия магм с окружающими породами и друг с другом. В последующие стадии преобразования осадочных и изверженных пород характер их первичной неоднородности изменяется под влиянием изменившихся внешних условий.

Принципиально новые формы неоднородности возникают в результате тектонических деформаций, регионального, контактового и гидротермального метаморфизма. Все эти процессы проявляются избирательно в зависимости от состава, генезиса и свойств вмещающих пород.

Процессы складко- и особенно трещинообразования создают в массивах горных пород дополнительную неоднородность и анизотропию, изменяя их внутреннюю структуру как в макро-, так и в микроскопическом масштабах. Проявляясь избирательно и локально, тектонические процессы приводят к неравномерному размещению ослабленных участков земной коры в виде зон дробления, расщепления или трещиноватости, которые служат путями проникновения магматических пород и постмагматических рудогенерирующих растворов. В таких участках под влиянием тектонических деформаций возникает более мелкая неоднородность и анизотропия, вплоть до изменений микроструктуры горных пород (структуры милонитов, дифференциального скольжения, микротрещиноватости и др.).

Большую роль в формировании структур, благоприятных для эндогенного рудоотложения, играют процессы контактового и гидротермального метаморфизма, которые приводят к формированию зон частично или полностью измененных пород типа скарнов, метасоматитов и т. п. Строение подобных зон, в свою очередь, отличается неоднородностью более высокого порядка.

Особенно важное значение для формирования постмагматических месторождений имеют наложенные метасоматические процессы щелочной и последующей кислотной стадий. Развиваясь вдоль тектонически ослабленных структур, процессы гидротермального метаморфизма создают неоднородные по своему строению зоны измененных пород, вмещающие залежи различных полезных ископаемых.

Геологическая природа неоднородности скоплений полезных ископаемых зависит от условий их происхождения. Если скопления полезных ископаемых сингенетичны с вмещающими их породами, они могут рассматриваться как составные части этих пород. Если скопления полезных ископаемых образовались заведомо позже формирования вмещающих пород, то изучению неоднородности скоплений полезных ископаемых должно предшествовать изучение неоднородности и анизотропии рудовмещающих пород.

Неоднородность эпигенетических скоплений полезных ископаемых определяется особенностями процессов минералообразования, а также условиями развития рудовмещающих структур. Ослаблению неоднородности способствуют стабильные физико-химические условия процессов минералообразования, спокойные тектонические условия окружающей среды, хорошая проницаемость и выдержанность рудопроводящих и рудолокализирующих структур. Усиление неоднородности связано с проявлением многочисленных второстепенных факторов, осложняющих принципиальную схему процессов минералообразования.

К ним относятся изменения физико-химических особенностей рудообразующих растворов по мере их продвижения в горных породах, пульсационный характер эндогенных рудных процессов, неустойчивость тектонического режима в период минералообразования, неоднородность рудовмещающих структур различных порядков, пространственная неравномерность размещения участков оптимальной пористости и трещиноватости, локальная изменчивость степени растворимости и химической активности горных пород и многие другие. Поэтому изучение неоднородности природных скоплений полезных ископаемых должно проводиться в тесной связи с изучением неоднородности вмещающих пород, что обеспечивает правильное понимание закономерностей локализации наложенного оруденения.

Сформированные в определенных условиях природные скопления полезных ископаемых, как и вмещающие их горные породы, в дальнейшем подвергаются самым различным эпигенетическим преобразованиям. Они возникают под влиянием процессов выветривания, тектоники или метаморфизма и приводят к частичному или полному разрушению первозданных скоплений полезных ископаемых, к их переотложению, рафинированию или изменению. Поэтому изучение неоднородности и анизотропии строения полезных ископаемых должно проводиться на основе последовательного геологического анализа истории развития данного участка земной коры.

МАСШТАБЫ ПРОЯВЛЕНИЯ НЕОДНОРОДНОСТИ И ПРИНЦИПЫ ЕЕ КЛАССИФИКАЦИИ

Неоднородность горных пород и природных скоплений полезных ископаемых проявляется при любых масштабах исследования — от кристалла до крупного массива горных пород или минерализованной зоны, состоящей из серии сближенных тел полезных ископаемых.

Элементы и порядки неоднородности горных пород. Для суждения о внутреннем строении локального блока земной коры, сложного петрографически однотипной горной породой, достаточно располагать сведениями об ее структуре, поскольку равномерное размещение зерен породообразующих минералов обеспечивает, как правило, однородность текстурного облика породы. Реже строение блока определяется текстурными особенностями пород. Это наблюдается только в полосчатых, пятнистых и подобных им текстурах, отражающих сравнительно редко проявляющуюся тенденцию однотипных породообразующих минералов к обособлениям в виде отдельных скоплений или групп. При изучении значительных массивов горных пород неоднородность их строения проявляется более отчетливо, так как в этих случаях сказывается влияние элементов неоднородности крупных размеров.

Применительно к решению инженерно-геологических задач классификация неоднородностей горных пород по масштабам их проявления разработана М. В. Рацем (1968). Им выделяется:

- 1) неоднородность массивов горных пород в пределах единой формации;
- 2) неоднородность строения и состава горных пород в пределах одной пачки, ритма или слоя;
- 3) неоднородность структуры горной породы и состава слагающих ее минералов;
- 4) неоднородность кристаллов породообразующих минералов.

Каждому порядку неоднородности соответствует свой «элемент неоднородности», который на данном уровне изучения может условно рассматриваться как внутренне однородный в интересующем нас отношении.

М. В. Рац обращает внимание на некоторую условность выделения дискретных порядков неоднородности, а также на то обстоятельство, что в зависимости от изучаемых свойств пород или особенностей решаемой задачи количество порядков неоднородности может быть изменено.

Порядки неоднородности природных скоплений полезных ископаемых. По сравнению с горными породами природные скопления большинства полезных ископаемых обладают несравненно большим разнообразием структурно-текстурных особенностей. Для многих рудных месторождений это связано со значительно большей неоднородностью строения вследствие неравномерного размещения ценных минералов, их агрегатов и более крупных скоплений. В отличие от горных пород структурами большинства эпигенетических рудных образований не определяются особенности их строения в целом. Для этого необходимо изучение текстур на различных структурных уровнях, т. е. в масштабах, соизмеримых с размерами отдельных минеральных скоплений, которые на изучаемом уровне принимаются за условно однородные элементы их внутреннего строения.

В зависимости от целей и задач исследований, а также от масштабов изучения это могут быть пространственно обособленные кристаллические зерна или обломки рудных (ценных) минералов, агрегаты мономинеральных зерен, обособленные скопления полезных минералов самых различных размеров и форм, серии сближенных пластов или минерализованные рудные зоны, состоящие из групп сближенных рудных тел.

Обычно скопления различных размеров образуют в строении природных образований полезных ископаемых ряд последовательных уровней: кристаллы или обломки полезных минералов слагают мелкие зернистые сростки, которые образуют рассеянную вкрапленность или группируются в минеральные агрегаты типа мелких прожилков, шпир, пропластков или гнезд. Группы мелких скоплений объединяются в более крупные скопления типа кустов, линз или небольших жилков, а эти крупные скопления слагают обособленные рудные залежи с прерывистым строением. В свою очередь, сближенные рудные залежи могут обособляться в рудоносные зоны или толщи. Количество таких последовательных уровней в строении полезных ископаемых и характеристика каждого из них определяются геологической природой изучаемых образований, морфологическими особенностями наблюдаемых минеральных скоплений, но также зависят от целей, задач и степени детальности проводимых исследований.

Для моделирования тел полезных ископаемых при решении различных геологоразведочных задач упрощенное формализованное представление об их строении было предложено Л. И. Четвериковым (1968). В строении рудных тел им условно выделено четыре последовательно сменяющих друг друга структурных уровня: уровень тела полезного ископаемого, уровень зоны, уровень текстуры руд и уровень минерального агрегата. Каждый уровень представляет собой определенный комплекс отдельных «геологических элементов», которые на данном уровне могут рассматриваться как элементы неоднородности, т. е. как самостоятельные, условно однородные геологические тела. В свою очередь, каждое такое «геологическое тело» состоит из более мелких элементов неоднородности, представляющих в совокупности следующий, более детальный уровень строения полезного ископаемого. Под телом полезного ископаемого Л. И. Четвериков понимает «...природное, локально обособленное, генетически единое скопление полезного ископаемого, представленное в конкретной минеральной форме». Если участки природного тела полезного ископаемого имеют различную генетическую природу (например, зоны окисления, сульфидного

обогащения и первичных сульфидных руд медного штокверка), то в соответствии с определением они должны рассматриваться как самостоятельные тела.

В качестве элементов неоднородности на уровне строения тела полезного ископаемого Л. И. Четвериков рассматривает зоны с различным характером оруденения — зоны вкрапленных и сплошных руд, рудные столбы или другие морфологические элементы. В свою очередь, элементами неоднородности зон могут быть локальные участки с однородной структурой, крупные шпиль и прожилки, мелкие пропластки или другие обособления полезного ископаемого. В качестве элементов неоднородности на уровне текстуры руды выступают минеральные агрегаты, а на уровне минерального агрегата — отдельные зерна минералов или их сростки. Поскольку в пределах каждого уровня условно однородные геологические элементы располагаются в каком-то порядке, особенности их пространственного размещения определяют собой структуру изучаемого объекта на данном уровне его строения.

УРОВНИ СТРОЕНИЯ ПРИРОДНЫХ ОБРАЗОВАНИЙ ПОЛЕЗНЫХ ИСКОПАЕМЫХ

С учетом наиболее распространенных масштабов геологоразведочных работ и особенностей строения месторождений твердых полезных ископаемых при изучении их неоднородности предлагается выделять шесть последовательных структурных уровней.

- I. Уровень строения минерализованной зоны (толщи).
- II. Уровень строения тела полезного ископаемого.
- III. Уровень строения морфологически обособленного участка тела полезного ископаемого.
- IV. Уровень строения локального обособления полезного ископаемого.
- V. Уровень строения минерального агрегата.
- VI. Уровень строения минерального зерна или кристалла полезного ископаемого.

Уровень строения минерализованной зоны или толщи полезного ископаемого. Минерализованная зона представляет собой участок повышенной концентрации минерального сырья в виде серии сближенных тел полезного ископаемого, объединенных общностью их происхождения и ограниченных контурами единой рудоконтролирующей геологической структуры. Если участок повышенной концентрации полезного ископаемого представляет собой систему сближенных пластов или линзообразных залежей, правильнее говорить о минерализованной толще полезного ископаемого.

Размеры минерализованных зон и толщ могут изменяться от весьма крупных, включающих в себя ряд самостоятельных месторождений, до небольших зон, объединяющих группы мелких скоплений полезного ископаемого, не имеющих самостоятельной промышленной ценности. В зависимости от масштабов минерализации, вида минерального сырья, размеров и других особенностей отдельных тел полезного ископаемого понятие «минерализованная зона» может совпасть с представлением о рудном поле, о месторождении, об его части или об отдельной залежи прерывистого строения.

Строение минерализованных зон или толщ определяется морфологическими особенностями, взаиморасположением и закономерностями пространственного размещения слагающих их тел полезных ископаемых, которые на уровне строения минерализованной зоны должны рассматриваться как элементы неоднородности.

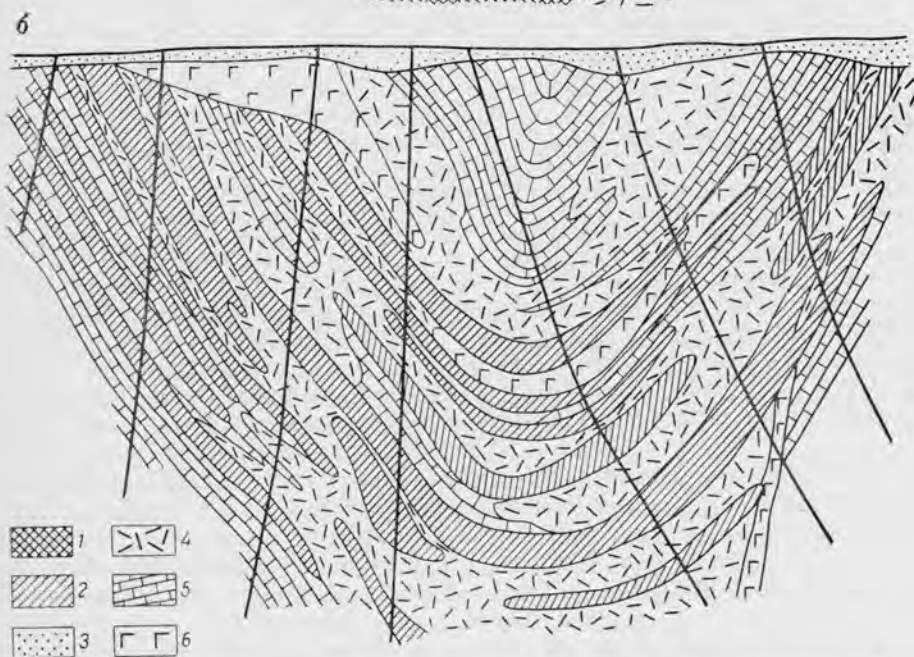
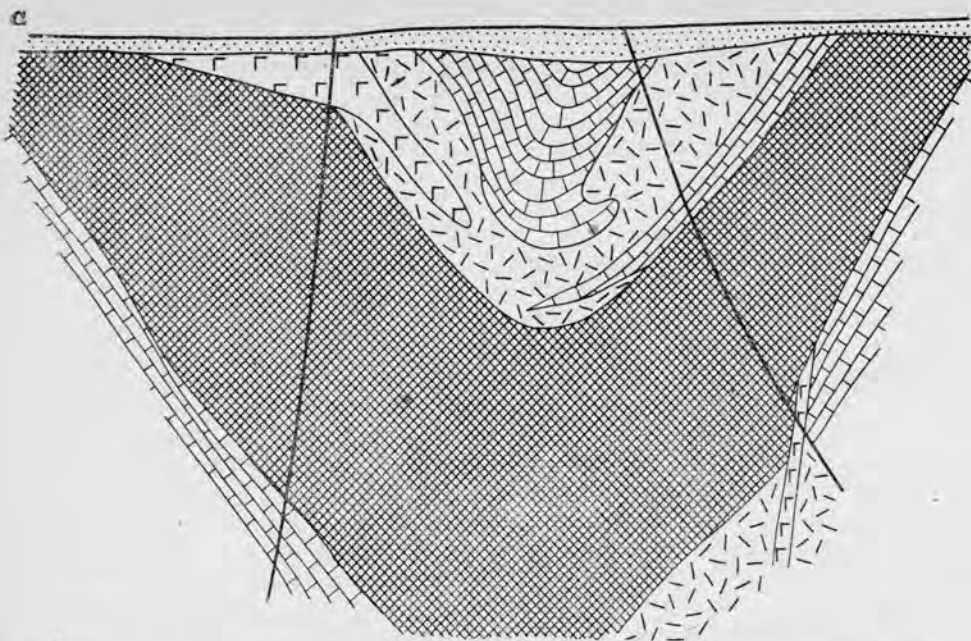


Рис. 1. Представление о структуре колчеданно-полиметаллического месторождения на уровнях строения минерализованной зоны (а) и тела полезного ископаемого (б). (По материалам Озерной ГРП из книги И. Д. Когана с изменениями).

1 — минерализованная зона; 2 — рудные тела; 3 — современные рыхлые отложения; 4 — вулканические породы; 5 — известняки; 6 — диабазы и диабазовые порфиры

Уровень строения тела полезного ископаемого. В соответствии с приведенным выше определением тело полезного ископаемого представляет собой ограниченное со всех сторон скопление природного минерального сырья, приуроченное к определенному структурно-геологическому элементу или к сочетанию таких элементов. В зависимости от морфологических особенностей выделяются изометрические (штоки, гнезда), плоские (пласты, жилы, линзы) и вытянутые (трубы, ленты, струи) тела.

Размеры тел полезных ископаемых измеряются от нескольких

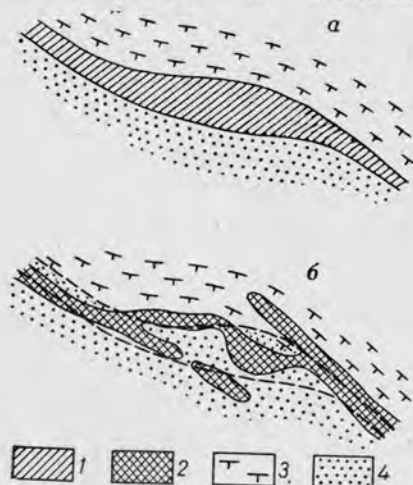


Рис. 2. Представление о структуре одной из залежей сульфидного медно-никелевого месторождения на уровнях строения тела полезного ископаемого (а) и его морфологически обособленного участка (б). (По данным Котсельварской ГРП).

1 — примерный контур рудного тела (по данным разведки); 2 — уточненный контур рудного тела, обеспечивающий возможность выделения морфологически обособленных его участков (по данным эксплуатационной разведки); 3 — серпентинизированные перидотиты; 4 — песчаники и алевролиты

мерностями пространственного размещения слагающих их более мелких структурных единиц — морфологически обособленных участков или локальных скоплений полезного ископаемого. Структуру полезного ископаемого на уровнях строения минерализованной зоны и рудного тела применительно к крупному колчеданно-полиметаллическому месторождению можно видеть на рис. 1.

Уровень строения морфологически обособленного участка тела полезного ископаемого. Этот уровень строения удастся выделять только при достаточно отчетливо проявленной зональности тел полезных ископаемых. Например, в качестве морфологически обособленного участка рудной жилы могут быть выделены участки раздувов и пережимов, а также морфологические или концентрационные рудные столбы. В пластовых телах часто выделяют рудоносные пачки, разобщенные прослоями



Рис. 3. Представление о структуре седловидной золоторудной залежи на уровне строения локального обособления полезного ископаемого. (По Н. Н. Бородаевскому из книги В. И. Смирнова).

1 — минеральные агрегаты золоторудного кварца; 2 — вмещающие породы; 3 — участки интенсивного метасоматоза

метров до десятков километров. Строение тел полезных ископаемых определяется составом, сочетанием и законо-

вмещающих пород, или пачки прослоев различной рудонасыщенности. В штоковых месторождениях — участки прожилковых, прожилково-вкрапленных и вкрапленных руд, участки повышенной рудонасыщенности и убогой минерализации, участки, приуроченные к различным по составу вмещающим породам, или участки, сложенные рудами различного состава (рис. 2).

В рудных телах с отчетливо проявленной гипергенной зональностью в качестве обособленных участков должны выделяться зоны сульфидных окисленных и вторично обогащенных руд, а также подзоны выщелачивания или участки, заметно различающиеся по степени гипергенной проработки. В зависимости от размеров тел полезных ископаемых размеры слагающих их морфологически обособленных участков также могут изменяться в весьма широких пределах. Строение морфологически обособленных участков тел полезных ископаемых определяется пространственным расположением, морфологией и способами сочетания слагающих их локальных обособлений полезного ископаемого, которые выступают на этом уровне строения в качестве элементов неоднородности.

Уровень строения локального обособления полезного ископаемого. К локальным обособлениям относятся небольшие скопления полезного ископаемого самого различного происхождения, размеров и форм в виде линз, кустов, гнезд, прожилков, оруденелых брекчированных зон, пропластков и подобных им образований. Строение локальных обособлений полезного ископаемого определяется пространственным расположением слагающих их минеральных агрегатов, которые выступают на этом уровне строения в качестве элементов неоднородности. В такой трактовке понятие «строение локального обособления» полезного ископаемого практически совпадает с широко распространенным понятием «текстура». В зависимости от размеров локальных обособлений и слагающих их элементов неоднородности для характеристики строения могут употребляться термины «мезо-, макро- и мегатекстуры» руд. Структура золоторудной залежи на уровне строения локального обособления полезного ископаемого показана на рис. 3.

Уровень строения минерального агрегата. В зависимости от природного типа полезного ископаемого, состава и размеров отдельных минеральных зерен или их сростков минеральные агрегаты могут быть представлены почками, конкрециями, вкраплениями, прослойками и другими мелкими скоплениями. Объектами изучения могут быть простые минеральные агрегаты, состоящие из совокупностей мономинеральных зерен, или сложные, состоящие из совокупности полиминеральных зерен различного состава, которые, в свою очередь, представляют собой более мелкие полиминеральные агрегаты.

Первый случай типичен для полезных ископаемых магматического и осадочного происхождения, сингенетичных с вмещающими породами. Основные черты их внутреннего сложения на уровне строения минерального агрегата находят свое выражение в описании петрографических структур подобных образований. Например, неоднородность внутреннего строения простых минеральных агрегатов хромитовых руд выражается их равномернозернистой сидеритовой структурой, а неоднородность строения минеральных агрегатов осадочных месторождений железа и марганца — их сферолитовой структурой.

Во втором случае, типичном, например, для гидротермальных сульфидных месторождений, изучение неоднородности проводится как на уровне строения отдельного зерна, представляющего собой простой полиминеральный агрегат, так и на уровне строения мелкого, но сложного минерального агрегата,

состоящего из совокупности полиминеральных зерен различного внутреннего строения. При этом основные черты строения отдельных полиминеральных зерен выражаются типом их кристаллически-зернистой структуры, а черты строения сложных минеральных агрегатов — их микротекстурным обликом.

Размеры отдельных кристаллов, зерен и сростков полезных минералов, выступающих на уровне строения минерального агрегата в качестве элементов неоднородности, могут варьировать от сотых долей миллиметров в мелкозернистых рудных агрегатах до нескольких метров в гигантозернистых редкометальных пегматитах.

Уровень строения мономинерального зерна или кристалла полезного ископаемого. Изучение неоднородности отдельных мономинеральных зерен или кристаллов полезного ископаемого производится в процессе геологоразведочных работ только в исключительных случаях и лишь для некоторых видов минерального сырья. К ним относятся пьезооптическое сырье, слюды, керамические пегматиты и некоторые другие специфические виды минерального сырья, промышленная ценность которого зависит от размеров, качества и степени неоднородности отдельных кристаллов. Например, основным условием кондиционности кристаллов пьезокварца является наличие в них бездефектных областей (моноблоков), лишенных трещин, посторонних включений, свилей, двойников и других первичных или вторичных дефектов. Минимальные размеры моноблока должны обеспечивать возможность изготовления хотя бы одной заготовки пьезокварцевой пластины размером $12 \times 12 \times 1,5$ мм.

При оценке слюдяных месторождений обращается внимание на размеры пластинок, их ровность, а также на отсутствие в них проколов и трещин. Для использования в промышленности минимальные размеры участков кристалла слюды без трещин и проколов должны быть более 4 см^2 .

Для большинства других видов минерального сырья размеры отдельных кристаллов полезных минералов или мономинеральных зерен не превышают нескольких миллиметров, а во многих случаях измеряются десятиями или даже сотыми долями миллиметра. Поэтому изучение неоднородности строения мономинеральных зерен, как правило, не входит в задачу геологоразведочных работ.

Зависимость количества и последовательности уровней строения от природных особенностей скопления полезных ископаемых. Предлагаемая группировка является условной. Она условна уже потому, что количество выделяемых в процессе разведки последовательных уровней может быть изменено в зависимости от целей и задач исследований, а также от совокупности изучаемых свойств полезного ископаемого.

Однозначное выделение нескольких последовательных структурных уровней возможно только при отчетливой прерывистости внутреннего строения месторождений, четком пространственном обособлении разномасштабных скоплений полезного ископаемого и при наличии хорошо проявленных геологических границ между минеральными образованиями различного состава. Чем хуже проявлена дискретность различных порядков неоднородности оруденения и чем неопределеннее геологические границы между рудами различного текстурного облика и минерального состава, тем сложнее процедура и больше условность выделения последовательных порядков неоднородности. Поэтому описанные уровни далеко не всегда выделяются в строении природных образований полезных ископаемых. Выделение уровня строения отдельного кри-

сталла и изучение его неоднородности целесообразно только для некоторых специфических видов минерального сырья. Многие сингенетические месторождения могут считаться условно однородными на низких уровнях строения, а их неоднородность отчетливо проявляется только на уровнях строения минеральных агрегатов или локальных обособлений. Неоднородность строения большинства эпигенетических месторождений проявляется более сложно, причем на низких уровнях строения количество последовательных структурных уровней возрастает с увеличением степени прерывистости оруденения. Схематически эта тенденция отражена в табл. 1.

Таблица 1

Уровни строения	Элементы неоднородности	Месторождения					
		Сингенетические		Эпигенетические			
		с массивной текстурой	с полосчатой текстурой	с почти сплошным строением	с прерывистым строением	с сильно прерывистым строением	с исключительно прерывистым строением
Минерализованные зоны (толщи)	Тела полезных ископаемых	Строение месторождений на этих уровнях считается условно однородным			Неоднородность проявляется структурой минерализованной зоны		
Тела полезных ископаемых	Морфологически обособленные участки тел полезного ископаемого				Неоднородность проявляется текстурами тел полезных ископаемых		
Морфологически обособленные участки тел полезных ископаемых	Локальные обособления полезных ископаемых				Неоднородность выражается текстурами морфологически обособленных участков тел полезных ископаемых		
Локальные обособления полезных ископаемых	Минеральные агрегаты				Неоднородность выражается мезо-, макро- и мегатекстурами локальных обособлений		
Минеральные агрегаты	Моно- и полиминеральные зерна, кристаллы и их сростки	Неоднородность выражается структурами и микротекстурами минеральных агрегатов					
Кристаллы	Дефекты кристаллической решетки	Не изучаются				Неоднородность кристаллов	

В табл. 1 показана общая тенденция увеличения числа последовательных дискретных уровней по мере усложнения строения месторождений. Однако в природе возможны самые различные сочетания числа и последовательности структурных уровней в сложении конкретных скоплений полезных ископаемых.

Например, в месторождениях, представленных только одним телом полезного ископаемого, практически отсутствует уровень строения минерализованной зоны, а в месторождениях с однородными текстурами тел полезных ископаемых отсутствует уровень строения их морфологически обособленных участков.

Поскольку количество и последовательность дискретных уровней строения зависят в первую очередь от геологической природы изучаемых образований, классификация неоднородности месторождений полезных ископаемых по природным уровням строения может рассматриваться как геологическая основа их разведки.

КЛАССИФИКАЦИЯ НЕОДНОРОДНОСТИ ПО СООТНОШЕНИЮ ЛИНЕЙНЫХ РАЗМЕРОВ ЭЛЕМЕНТОВ НЕОДНОРОДНОСТИ И РАЗМЕРОВ ПРОБ

Классификация неоднородности, основанная на масштабах ее проявления, является не только условной, но и относительной, так как представление о степени однородности изучаемого объекта зависит в каждом конкретном случае от соотношения размеров элементов неоднородности и размеров тех проб, по которым производится изучение изменчивости свойств полезного ископаемого в недрах.

Строение одного и того же природного скопления полезного ископаемого может быть оценено как однородное при достаточно больших размерах проб и как неоднородное при размерах проб, уменьшенных до определенного предела. Например, внутреннее строение прожилково-вкрапленного штокверкового месторождения будет считаться однородным, если размеры проб будут заведомо больше размеров рудных прожилков и разделяющих их участков пустых пород. Если же опробовать это месторождение системой небольших проб, размеры которых будут заведомо меньше пустых интервалов между соседними прожилками, то результаты такого опробования приведут к выводу о неоднородном прерывистом внутреннем строении штокверка (рис. 4). Это противоречие можно устранить, если выделить в строении штокверка несколько структурных уровней. Тогда представление об однородности штокверка будет справедливым на уровне строения всего рудного тела (или его участка), а представление о его неоднородности — на уровне строения локального рудного обособления. Для этого необходимо учитывать влияние размеров проб на наблюдаемые характеристики изменчивости и классифицировать виды неоднородности по соотношению размеров элементов неоднородности к линейным размерам проб. Такая классификация была предложена М. В. Рацем (1968), который выделяет три типа неоднородности:

1) неоднородность высшего порядка (ультранеоднородность) — линейные размеры элементов неоднородности во много раз меньше линейных размеров проб, а общее их число в каждой пробе очень велико;

2) эффективную неоднородность (макронеоднородность) — линейные размеры элементов неоднородности примерно на порядок меньше линейных размеров проб, а их число в объеме пробы сравнительно невелико (не более последних десятков — первых сотен);

3) неоднородность низшего порядка (макронеоднородность) — линейные размеры элементов неоднородности превосходят размеры проб.

Неоднородность высшего порядка не препятствует рассмотрению строения изучаемого объекта как однородного, так как совокупность очень большого количества элементов неоднородности в объеме каждой пробы обеспечивает ей свойства однородной среды.

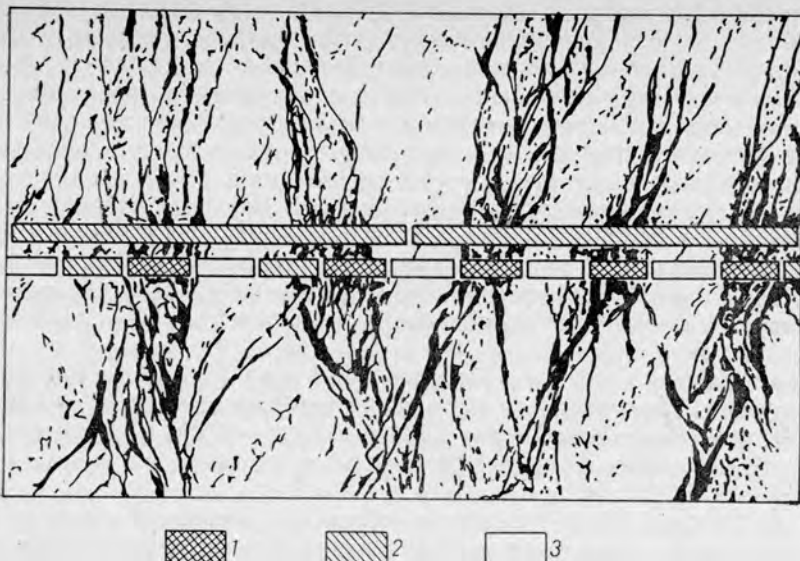


Рис. 4. Зависимость представлений о сплошности строения штокверка от размеров проб.

1 — пробы с высоким содержанием металла; 2 — пробы с умеренным содержанием металла; 3 — практически пустые пробы

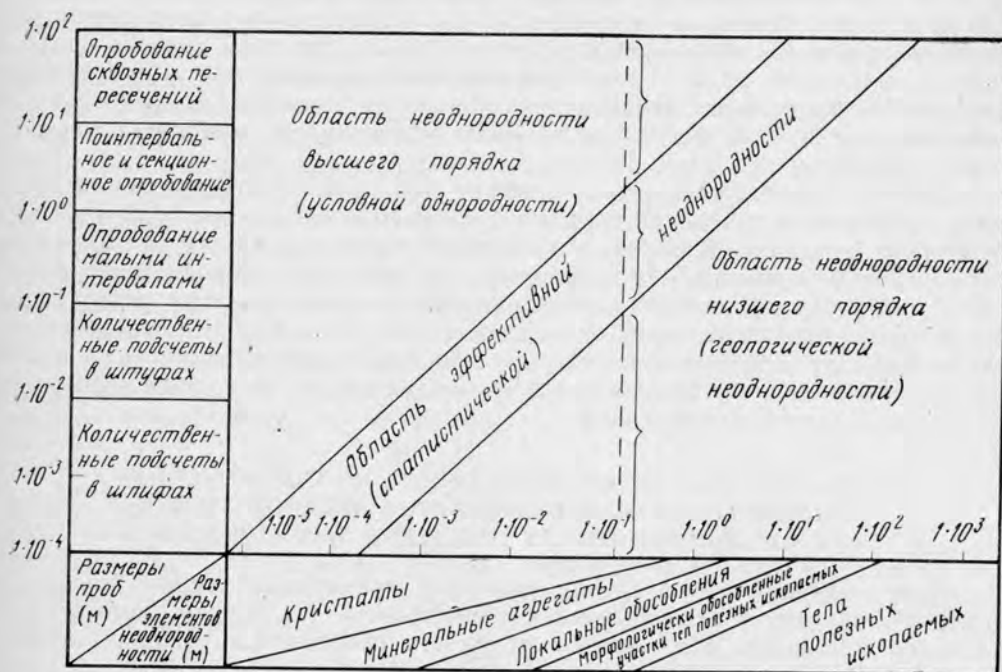


Рис. 5. Диаграмма структурной неоднородности природных образований полезных ископаемых

Эффективная неоднородность обуславливает разброс значений и статистическое распределение изучаемых свойств, полученных в результате испытаний проб. Наличие эффективной неоднородности позволяет рассматривать результаты испытаний проб как случайные величины и обеспечивает возможность использования методов теории вероятности и математической статистики для количественной характеристики изменчивости изучаемых свойств.

Неоднородность низшего порядка проявляется как особенность строения более крупной структурной единицы, размеры которой заведомо больше размеров отдельных проб. Она вызывает проявление неслучайной изменчивости изучаемых свойств. Для характеристики изменчивости свойств полезных ископаемых, связанной с проявлением неоднородности низших порядков, должны использоваться методы гармонического и вероятностного корреляционного анализа.

Диаграмма структурной неоднородности. Идея относительной неоднородности хорошо иллюстрируется диаграммой структурной неоднородности горных пород в массиве (Рац, 1968). Применительно к природным образованиям полезных ископаемых сходная диаграмма приводится на рис. 5.

По оси абсцисс этой диаграммы отложены линейные размеры элементов неоднородности, в качестве которых на различных уровнях строения выступают поперечные сечения минеральных зерен, минеральных агрегатов, локальных обособлений, морфологически обособленных участков или тел полезных ископаемых. Под осью абсцисс показан примерный размах каждого выделенного элемента в месторождениях различных видов минерального сырья. По оси ординат отложены линейные размеры проб или отдельные замеры. Все поле диаграммы разделяется на три области. В верхней части располагается поле неоднородности высшего порядка, которое может считаться условно однородным, а в нижней части — поле геологической неоднородности, для которой характерно проявление неоднородности низшего порядка. Разделяющая их диагональная полоса соответствует полю эффективной, или статистической, неоднородности.

Если в приведенном выше примере максимальные размеры элементов неоднородности ограниченного участка штокеркового месторождения в виде отдельных рудных прожилков, вкрапленных зонков и разделяющих их пустых пород не будут превышать 10 м, то представления о его однородном внутреннем строении будут получены по пробам размером более нескольких метров, представления о его статистической неоднородности — по пробам размером от 0,1 до 1—2 м и представления о его геологической неоднородности — по пробам размером менее 10 см. Схематически это отражено на диаграмме положением пунктирной вертикальной линии.

КЛАССИФИКАЦИЯ НЕОДНОРОДНОСТИ ПО СООТНОШЕНИЮ ЛИНЕЙНЫХ РАЗМЕРОВ ЭЛЕМЕНТОВ НЕОДНОРОДНОСТИ И РАССТОЯНИЙ МЕЖДУ ПУНКТАМИ НАБЛЮДЕНИЯ

При разведке месторождений полезных ископаемых геолога интересует в первую очередь пространственная изменчивость оруденения, которая проявляется в большей или меньшей плавности изменений важнейших свойств полезного ископаемого по мере перехода от одного пункта наблюдения к другому. Эта изменчивость свойств отражает геологические особенности внутреннего строения природного образования полезного ископаемого в целом

и является выражением неоднородности низшего порядка. При изучении неоднородности низшего порядка по дискретной сети наблюдений она может проявиться как случайная или как неслучайная изменчивость изучаемого свойства. Однако проявления только случайной или только неслучайной изменчивости в чистом виде встречаются довольно редко. Обычно изменчивость изучаемого свойства проявляется как сумма обоих упомянутых видов изменчивости, а доля каждой из них зависит от степени равномерности строения полезного ископаемого и от расстояния между смежными пунктами наблюдений. Чем равномернее строение полезного ископаемого и меньше расстояние между смежными пунктами наблюдений, тем меньше доля случайной составляющей наблюдаемой изменчивости признака и наоборот.

Для чисто случайной изменчивости характерно то, что значения признака, наблюдаемые в различных, в том числе и смежных, точках залежи, не зависят друг от друга. Они не зависят также от расстояния между пунктами наблюдений и имеют по всем направлениям характер случайных беспорядочных колебаний. Положительные и отрицательные знаки приращения величины параметра по какому-либо направлению часто сменяются в каждом пункте и весьма редко сохраняют постоянство более чем в трех-пяти соседних пунктах. Особенности сочетаний различных значений наблюдаемых признаков при условии случайного их размещения в пространстве могут быть охарактеризованы методами вариационной статистики случайных величин.

Понятие «неслучайная изменчивость» включает в себя характеристику закономерностей пространственного размещения изучаемого свойства в некотором объеме недр. При неслучайной изменчивости значения признака во всех точках наблюдений функционально связаны между собой. Определяющим свойством неслучайной изменчивости является наличие плавных колебаний значений признака и постоянство знака его приращения на протяжении полупериода каждого колебания.

Часто вместо термина «неслучайная изменчивость» пользуется термином «координированная изменчивость», подчеркивая этим, что наблюдаемые значения признака могут рассматриваться как функции координат пространства. Строго говоря, понятие «координированная изменчивость» не идентично понятию «неслучайная изменчивость». При достаточно малых расстояниях между смежными пунктами наблюдений в составе неслучайной изменчивости признака проявляется ее «коррелированная» составляющая, которая не поддается геометризации, но характеризует неслучайные изменения признака в среднем, в зависимости от расстояний между смежными пунктами наблюдений.

При координированной изменчивости значение признака в любом пункте залежи может быть вычислено по единственному его значению в какой-либо точке, если известно уравнение связи

$$u = \varphi(x; y; z), \quad (1)$$

где u — значение признака;

$x; y; z$ — расстояния точки наблюдения признака от начала координат.

Примером координированной изменчивости может служить изменение мощности выклинивающего рудного пласта ($m = 2y$), которое выражается уравнением прямой

$$y = ax, \quad (2)$$

где

$$a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \operatorname{tg} \alpha.$$

По Л. И. Четверикову (1968), под анизотропией структуры природного образования полезного ископаемого понимается различие в размещении составляющих его геолого-структурных элементов, наблюдаемое в среднем по разным направлениям в изучаемом объеме недр. В основу определения анизотропии им положено три основных положения.

1. Понятие «анизотропия структуры геологического объекта» имеет только статистический смысл, относится ко всему изучаемому объекту и оценивает изменчивость его строения в среднем по тому или иному направлению. Это положение обусловлено невыдержанностью форм природных скоплений полезных ископаемых, а также непостоянством размеров слагающих их элементов неоднородности и отсутствием геометрически строгой упорядоченности в пространственном расположении этих элементов в изучаемом объеме недр.

2. При анализе анизотропии не учитывается качественный состав элементов неоднородности, а принимается во внимание только форма и особенности пространственного взаиморасположения этих элементов. В связи с этим одинаковую по типу анизотропию могут иметь геологические образования различного минерального состава и генезиса.

3. В анизотропных геологических образованиях предполагается наличие осей анизотропии, т. е. особых направлений, для которых характерны наиболее значительные различия изменчивости свойств. Количество осей анизотропии и их взаимная ориентировка относительно геометрических элементов изучаемых скоплений полезных ископаемых характеризуют определенный тип и характер анизотропии их строения.

В качестве меры количественной характеристики анизотропии Л. И. Четвериков предлагает использовать среднюю статистическую величину отношения количества элементов неоднородности к длинам пересекающих их линий, проведенных в заданном направлении в пределах изучаемого объема полезного ископаемого.

В общем случае выделяют три главных направления анизотропии природных скоплений полезных ископаемых, совпадающие с их истинной мощностью, шириной и длиной. Как правило, максимальная изменчивость свойств наблюдается в направлении истинной мощности залежи, а наиболее выдержанным направлением является направление ее вытянутости. Направление по ширине скоплений полезных ископаемых занимает в этом отношении промежуточное положение.

Для большинства природных скоплений полезных ископаемых характерно, что их геометрические элементы представляют собой криволинейные поверхности, вследствие чего оси их анизотропии не прямолинейны, но являются взаимно ортогональными в точке их пересечения.

Типы анизотропии тел полезных ископаемых. В соответствии с основными морфологическими типами тел полезных ископаемых Л. И. Четвериков выделяет три типа анизотропии их свойств.

К первому типу относятся природные тела полезных ископаемых, имеющие три взаимно ортогональных направления анизотропии. Они представляют собой залежи сплюснуто-вытянутой пластообразной, жиллообразной, лентообразной или линзообразной формы. Направление максимальной изменчивости свойств совпадает в них с направлением мощности, а направление минимальной изменчивости — с вытянутостью тела по длинной его оси. Промежуточное по значению направление изменчивости совпадает с шириной залежи. Классические примеры таких тел — россыпи самого различного происхождения, большинство рудных жил, а также многие пластовые и пластоподобные тела (пластовые

залежи осадочного генезиса, минерализованные зоны дробления, уплощенные штокверкоподобные рудные залежи и др.).

Ко второму типу относятся природные тела полезных ископаемых, имеющие два направления анизотропии. Они характеризуются трубообразной или сплюснутой, линзообразной формой, изометричной в плане. В обоих подтипах всегда можно выделить круговое сечение, перпендикулярное либо длинной, либо самой короткой оси залежи. В плоскости кругового сечения располагается одно из направлений анизотропии свойств. Другое направление анизотропии совпадает с направлением оси. В сплюснутых телах — это направление максимальной изменчивости свойств, ориентированное по их мощности. В вытянутых трубообразных телах ось является длинной и с ней совпадает направление минимальной изменчивости свойств. К залежам этого типа относятся многие трубообразные штокверки цветных и редких металлов, алмазные трубки и др.

К третьему типу относятся природные тела полезных ископаемых, имеющие только одно направление анизотропии, т. е. практически анизотропные залежи, а также залежи с концентрически-зональным строением. Пример залежи третьего типа — некоторые изометрические штокверки цветных и редких металлов.

П о р я д к и а н и з о т р о п и и. Также как и неоднородность, анизотропия свойств природных образований полезных ископаемых проявляется на различных уровнях их строения. В зависимости от масштабов исследований может быть выделено несколько порядков их анизотропии.

По аналогии с неоднородностью природных скоплений полезных ископаемых можно различать шесть порядков проявления анизотропии на каждом из последовательных уровней их строения. Тип и характер анизотропии природных скоплений полезных ископаемых могут совпадать и не совпадать на различных уровнях их внутреннего строения. Для большинства месторождений характерно совпадение типа анизотропии на всех уровнях их строения. Примером резкого несовпадения типа и характера анизотропии на уровне строения минерализованной зоны и на уровне строения локального обособления полезного ископаемого может служить месторождение прожилково-вкрапленных медных руд, где основные концентрации металла сосредоточены в гнездах,

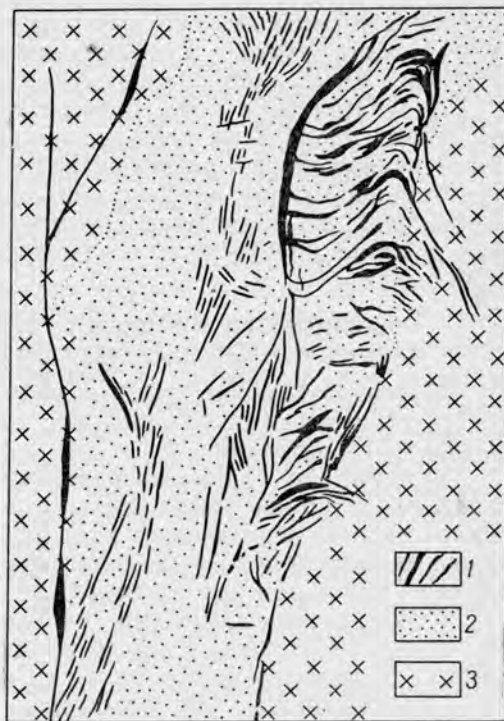


Рис. 6. Структура месторождения прожилково-вкрапленных медных руд. (По В. Лопцу из книги В. И. Смирнова).

1 — рудные прожилки и минерализованные трещины; 2 — зоны гидротермально измененных пород; 3 — неизмененные гранодиориты. На уровне строения минерализованной зоны направление максимальной изменчивости свойств совпадает с ее мощностью. На уровне строения локального обособления оно совпадает с мощностью прожилков

а проявления их изменчивости рассматриваются только на тех уровнях строения, которые отвечают масштабам проводимых исследований или проектируемых работ.

Поэтому, как справедливо подчеркивает Л. И. Четвериков (1968), понятие «наблюдаемая изменчивость» в принципе отличается от часто употребляемого в методической литературе понятия «изменчивость оруденения», под которым понимается изменчивость, фактически существующая в природе. В отличие от этого распространенного понятия наблюдаемая изменчивость отражает детальность наших представлений об изменчивости реально существующего объекта в зависимости от его природной сложности и совокупности экспериментальных наблюдений, положенных в основу ее характеристики. Очевидно, что количественная характеристика наблюдаемой изменчивости любого свойства полезного ископаемого лишена практического смысла без указания конкретных условий геологоразведочных работ, по которым она получена. Это обстоятельство чрезвычайно усложняет решение всех практических геологоразведочных задач, так как требует учета влияния размеров проб и густоты сети наблюдений на количественные характеристики наблюдаемой изменчивости оруденения.

Для того чтобы обеспечить возможность сравнения характеристик изменчивости какого-либо свойства различных полезных ископаемых, необходимо либо полностью унифицировать методику и технику экспериментальных работ, либо предварительно нормировать частные значения наблюдаемых характеристик изменчивости. Осуществить первое предложение практически невозможно ввиду крайне разнообразных природных типов месторождений полезных ископаемых и необходимости их изучения различными техническими средствами и методами. Второе предложение реальнее, однако на пути его осуществления также встречаются многочисленные осложнения и трудности.

Глава III

ТЕХНИКО-ЭКОНОМИЧЕСКИЕ ПРЕДПОСЫЛКИ РАЗВЕДКИ

ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ТЕРМИНЫ

До тех пор, пока минеральные образования в недрах рассматриваются как составные части земной коры в их возникновении и развитии, они представляют собой предмет изучения естественных, в частности геолого-минералогических, наук. Когда же они становятся объектами поисков и разведки, их необходимо изучать и оценивать как полезные ископаемые, выступающие в качестве потенциальных источников минерального сырья для удовлетворения потребностей народного хозяйства.

В отличие от природных минеральных скоплений разведанные запасы полезных ископаемых в недрах представляют собой уже не только творения природы, но и продукты общественного труда, поскольку их выявление и оценка невозможны без соответствующих трудовых затрат. Разведанные запасы обладают определенной потребительской ценностью, так как они используются производством для проектирования и строительства горных предприятий и поэтому могут рассматриваться как товары особого рода. Стоимость разведанных запасов в недрах складывается из общественно необходимых затрат на их выявление и разведку и из дифференциального рентного дохода (горной ренты), величина которого тем больше, чем лучше качество и технологические свойства полезного ископаемого, больше его запасы, лучше горнотехнические условия разработки месторождения и благоприятнее географо-экономические условия его расположения.

Объектами разведки являются не всякие минеральные скопления в недрах, а только те из них, которые удовлетворяют современным требованиям производства.

По своему содержанию и назначению твердые полезные ископаемые в земной коре разделяются на рудные, нерудные и горючие.

Рудными называются полезные ископаемые, содержащие минералы или минеральные соединения, которые при существующем уровне развития техники и экономики служат источниками получения различных химических соединений или элементов (металлические, химические и агрономические руды).

Нерудным относятся полезные ископаемые, продуктами переработки которых являются минералы или кристаллы (абразивы, диэлектрики, драгоценные и поделочные камни, пьезо- и оптические минералы) или которые используются промышленностью без существенной переработки (флюсы, огнеупоры, строительные и керамические материалы).

К твердым горючим ископаемым относятся угли, горючие сланцы, асфальтиты и озокериты.

Полезные ископаемые, разведанные, оцененные и годные для промышленного использования, представляют собой минеральное сырье в недрах.

Запасы минерального сырья в недрах — количество разведанного и оцененного полезного ископаемого. В зависимости от народнохозяйственного значения запасы разделяются на балансовые и забалансовые.

Балансовые запасы — запасы минерального сырья в недрах, которые полностью удовлетворяют всем современным требованиям промышленности.

Забалансовые запасы — запасы минерального сырья в недрах, которые по количеству, качеству, технологическим свойствам полезного ископаемого или горнотехническим условиям эксплуатации недр не полностью удовлетворяют современным требованиям промышленности, но могут рассматриваться как резервы минерального сырья в ближайшем будущем.

Таким образом, понятия «полезное ископаемое» и «минеральное сырье в недрах» имеют близкий смысл и вполне определенное геолого-экономическое содержание. Именно они представляют собой предметы изучения и объекты оценки геологоразведочных работ.

Пути выявления полезных ископаемых на первых этапах изучения недр полностью совпадают с путями исследования естественных геолого-минералогических наук. По мере накопления геологических данных возникает необходимость оценки природных геологических образований и с промышленно-экономических позиций. Только после получения положительной геолого-экономической оценки изучаемые минеральные образования могут быть переведены в разряд полезных ископаемых и считаться проявлениями минерального сырья в недрах.

При изучении природных скоплений полезных ископаемых в недрах как объектов геологоразведочных работ необходимо не только учитывать геологические условия их формирования, но и оценивать их конкретное промышленно-экономическое значение. Сделать это, пользуясь существующими определениями понятий рудного поля, месторождения и рудного тела, невозможно, так как многие из них противоречивы и ни одно не содержит четких указаний масштабы рудных проявлений. Например, А. Г. Бетехтин, Ф. И. Вольфсон, В. М. Крейтер и В. И. Смирнов подразумевают под рудным полем совокупность рудных месторождений, М. М. Тетяев и Д. И. Щербаков — совокупность рудных проявлений, А. В. Королев и П. А. Шехтман — совокупность рудных тел, рудопоявлений и ореолов рассеяния, а П. Ф. Иванкин — совокупность магматических и рудных тел. Согласно существующим геологическим определениям размеры рудных тел могут изменяться от первых метров до сотен и тысяч метров. За исключением некоторых, особо ценных видов минерального сырья, изолированные тела полезных ископаемых в несколько метров не имеют самостоятельной промышленной ценности, тела размером в десятки или сотни метров могут представлять собой объекты самостоятельной отработки, а тела размером в тысячи метров могут служить самостоятельной минерально-сырьевой базой для строительства горного предприятия. Поэтому возникает необходимость в создании геолого-промышленных классификаций рудных объектов. Весьма конструктивные предложения в этом направлении высказаны недавно Д. Я. Суражским (устное сообщение). Рассматривая скопления полезных ископаемых в недрах как природные системы, представляющие собой закономерные сочетания рудных и безрудных компонентов, находящиеся в определенных отношениях друг к другу, он предложил понимать:

под рудным полем — систему, включающую в себя совокупность генетически связанных рудных месторождений, сближенных настолько, что они могут служить сырьевой базой для одного предприятия;

под рудным месторождением — систему, включающую в себя совокупность генетически связанных рудных залежей, сближенных настолько, что их горное вскрытие может быть осуществлено единым комплексом капитальных выработок;

под рудной залежью — совокупность рудных тел, сближенных настолько, что все они могут быть подготовлены к очистной выемке единым комплексом подготовительных выработок;

под рудным телом — систему, состоящую из совокупности рудных гнезд и разделяющих их безрудных пород в отношениях, допускающих обработку этой совокупности как единого целого;

под рудным гнездом — систему, состоящую из рудных и нерудных минералов в отношениях, отвечающих установленным кондициям на данное минеральное сырье.

При таком понимании перечисленных терминов учитываются геолого-структурные особенности и масштабы изучаемых скоплений полезных ископаемых, определяющие возможности их непосредственного промышленного использования. Недостаток предлагаемой группировки заключается в том, что широко распространенным (хотя и достаточно неопределенным) геологическим понятиям придается новый горно-экономический смысл. Поэтому более целесообразно сохранить исторически установившиеся термины «рудное поле», «рудное месторождение» и «рудное тело» для характеристики природных систем рудных скоплений, выделенных по совокупности геолого-генетических признаков, а для обозначения систем, трансформированных с учетом комплекса горно-экономических требований, применить иную терминологию, используя принцип, предложенный Д. Я. Суражским. С этих позиций термином *продуктивное поле* предлагается обозначить систему пространственно обособленных промышленно-ценных скоплений полезного ископаемого, которая может служить сырьевой базой крупного горного предприятия (комбината); термином *продуктивная зона* — систему пространственно сближенных промышленно-ценных скоплений полезного ископаемого, которая может служить сырьевой базой отдельного рудника, а ее горное вскрытие может быть осуществлено единым комплексом капитальных горных выработок; термином *продуктивная залежь* — систему пространственно обособленных промышленно-ценных скоплений полезного ископаемого, сближенных настолько, что все они могут быть подготовлены к обработке единым комплексом подготовительных выработок.

Продуктивные залежи, в свою очередь, могут быть разделены на выемочные участки — этажи, панели, уступы, блоки и на объемы забойных отпалок, представляющие собой самостоятельные горно-экономические системы более высоких порядков.

В первом приближении продуктивное поле сопоставимо с рудным полем, продуктивная зона — с рудным месторождением, а продуктивная залежь — с рудной залежью или с рудным телом. Выемочные участки, выделяемые в контурах продуктивных залежей, как правило, не совпадают с какими-либо обособленными объемами природных скоплений в недрах. Однако в ряде случаев несопоставимыми могут оказаться и перечисленные системы более низких порядков. Продуктивное поле может быть представлено одним месторождением (Керченское железорудное месторождение) или даже одним рудным телом

(пласт Верхне-Камского месторождения каменной соли), продуктивная зона — одним рудным телом (медное месторождение Коунрад), а продуктивная залежь — системой многочисленных рудных тел (залежи Хайдарканского ртутного месторождения).

По сопоставлению природных систем полезных ископаемых в недрах и систем, выделенных с учетом комплекса горно-экономических требований, можно судить о степени соответствия их природных свойств современным требованиям горной промышленности, что необходимо для обоснованной геолого-экономической оценки объектов геологоразведочных работ.

ВЛИЯНИЕ ТРЕБОВАНИЙ ПРОИЗВОДСТВА НА ГЕОЛОГО-ПРОМЫШЛЕННУЮ ОЦЕНКУ ПРИРОДНЫХ МИНЕРАЛЬНЫХ ОБРАЗОВАНИЙ И НА ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ОБ ИЗМЕНЧИВОСТИ ИХ СВОЙСТВ

При решении вопроса о промышленной ценности разведываемого месторождения учитывается комплекс горно-геологических, экономико-географических и социально-экономических факторов.

Горно-геологические факторы объединяют в себе совокупность природных свойств месторождений, предопределяющих масштабы горного предприятия, ценность минерального сырья, технологию разработки и переработки полезного ископаемого и экономическую эффективность эксплуатации месторождения. Они включают в себя сведения: о количестве, качестве, вещественном составе, технологических свойствах минерального сырья, условиях залегания полезного ископаемого в недрах, о морфологии и строении залежей и о горнотехнических условиях эксплуатации месторождений.

Количество полезного ископаемого, выраженное величиной его суммарного запаса, определяет масштаб месторождения и годовую производительность будущего горного предприятия, от которой в значительной степени зависит себестоимость добычи единицы горной массы (рис. 7).

Из тысяч разведанных месторождений полезных ископаемых основу минерально-сырьевой базы СССР составляют только десятки наиболее крупных и богатых месторождений. С увеличением годовой производительности предприятия, как правило, увеличиваются и размеры самостоятельных выемочных участков — этажей, панелей, уступов, блоковых и забойных отпалок, т. е. тех условно однородных участков продуктивных залежей, к объемам которых относятся средние характеристики изучаемых свойств полезных ископаемых и по значениям которых оценивается наблюдаемая изменчивость этих свойств.

Качество минерального сырья определяется его минеральным и химическим составом, содержанием ведущих полезных компонентов, комплексом и содержанием сопутствующих полезных компонентов, а в ряде случаев — специфическими свойствами полезных компонентов или полезных ископаемых.

Содержание ведущего полезного компонента влияет на экономику горного предприятия, так как при прочих равных условиях себестоимость конечного продукта обратно пропорциональна содержанию полезного компонента в рудной массе. Экономическая эффективность предприятия заметно повышается при комплексном использовании минерального сырья, особенно в случаях высоких содержаний и легкой извлекаемости сопутствующих полезных компонентов.

Количественные и качественные характеристики минерального сырья тесно взаимосвязаны и не должны рассматриваться в отрыве друг от друга.

Минеральный и химический состав, текстурные и структурные особенности полезных ископаемых определяют принадлежность их к различным природным типам. Под технологическим типом обычно понимаются качественно различные природные типы полезных ископаемых, которые требуют для переработки и извлечения из них полезных компонентов применения различных технологических схем, а технологические сорта минерального сырья различаются друг от друга только количественно — по их относительной промышленной ценности, чаще всего — по концентрации в них полезных компонентов.

Природные типы минерального сырья устанавливаются при геологическом изучении недр практически однозначно, в то время как его технологические типы и технологические сорта зависят от установленных горно-экономических требований.

Технологические свойства минерального сырья определяются его минеральным и химическим составом, физическими свойствами, текстурными и структурными особенностями. Промышленная ценность месторождения в значительной мере зависит от эффективности технологических схем обогащения руд и схем извлечения из них основного и сопутствующих полезных компонентов.

Условия залегания полезных ископаемых включают в себя сведения о глубинах залегания, углах падения минерализованных тел и их участков, наличии в них послерудных тектонических разрывов и смещений.

Глубинами залегания продуктивных залежей и зон предопределяется способ вскрытия месторождения (открытый, подземный или их сочетание), от чего в значительной мере зависят возможная годовая производительность предприятия и себестоимость добычи единицы горной массы. От углов падения залежей зависят способы их вскрытия и разработки, конфигурация шахтных полей, а также условия доставки горной массы из очистных забоев. Различные классификации углов падения, учитывающие требования горной технологии, приводятся в руководствах по разработке месторождений (Агошков и Малахов, 1966) и в справочниках по горному делу. Применительно к решению геологоразведочных задач классификация, учитывающая условия доставки горной массы из очистных забоев, разработана П. А. Шехтманом (1963).

Послерудные тектонические разрывы продуктивных залежей и зон осложняют их конфигурацию, предопределяя размеры и расположение очистных блоков, а иногда и более крупных выемочных участков. При эксплуатации, по мнению П. А. Шехтмана (1963), необходимо учитывать смещение крыльев минерального тела и возможность соединения их горными выработками. Важнейшими морфологическими признаками тел полезных ископаемых являются размеры и форма, а также выдержанность

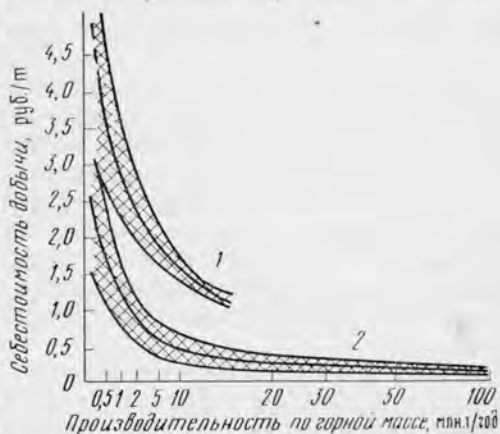


Рис. 7. Зависимость себестоимости добычи 1 т горной массы от годовой производительности горного предприятия.

1 — подземным способом; 2 — открытым способом

размеров и форм по падению и простиранию. При мощностях тел полезных ископаемых меньше минимально допустимой ширины очистного пространства необходимо подрывать боковые породы. При малых мощностях тел полезных ископаемых, превышающих минимально допустимую ширину очистных блоков, подрывка боковых пород производится только при проходке нарезных выработок. При средней мощности тел полезных ископаемых применяются одно-слоевые системы разработок, а при большой используются многослоевые системы. При очень больших мощностях залежей применяются нестандартные системы их разработки. Перечисленные особенности технологии разработки полезных ископаемых с учетом углов падения залежей приняты П. А. Шехтманом (1963) в основу горнотехнологической классификации мощностей.

По строению участки полезных ископаемых могут быть относительно простыми или сложными. Строение участка полезного ископаемого считается простым, если по совокупности горно-экономических условий оно может условно оцениваться как сплошное, и сложным, если по комплексу тех же условий оно оценивается как прерывистое. Степень прерывистости строения полезных ископаемых принято оценивать с помощью коэффициента рудоносности, который выражает отношение суммарного объема кондиционного полезного ископаемого к объему всей горной массы в контурах оцениваемой залежи или выемочного участка. Поскольку коэффициент рудоносности величина безразмерная, представления о сложности строения полезного ископаемого, основанные на оценке величины этого коэффициента, могут изменяться в зависимости от размеров слагающих их рудных скоплений и скоплений безрудных пород.

Горнотехнические условия эксплуатации месторождений зависят от их гидрогеологических условий и от инженерно-геологических свойств полезных ископаемых и вмещающих пород. Благоприятные гидрогеологические и инженерно-геологические условия способствуют повышению промышленной ценности месторождения. Горнотехническими условиями эксплуатации определяются способ вскрытия, системы разработки, а в ряде случаев и возможность промышленного освоения месторождения.

Важнейшие экономико-географические факторы: климат и рельеф местности, транспортные и энергетические условия, водные ресурсы, освоенность и обжитость района и особенно наличие в нем горных предприятий, добывающих и перерабатывающих данный вид минерального сырья, существенно влияют на экономические показатели и сроки промышленного освоения месторождений. Во многих случаях экономико-географические факторы являются решающими при определении промышленной ценности месторождения.

Кроме того, при оценке промышленного значения месторождения должны учитываться и социально-экономические факторы.

Правильный учет экономики минерального сырья позволяет определить потребность народного хозяйства или мирового рынка в данном виде минерального сырья и оценить степень обеспеченности его разведанными запасами с учетом перспектив хозяйственного развития, географического размещения потребителей минерального сырья и разведываемых месторождений.

Знание основ экономики геологоразведочных работ необходимо для обеспечения максимальной эффективности затрат на разведку полезных ископаемых, для снижения срока их окупаемости и себестоимости разведки единицы запасов полезного ископаемого в недрах.

В зависимости от сочетания горно-геологических, географо-экономических и социально-экономических факторов сходные по своей природе образования полезных ископаемых в недрах могут быть оценены в одном случае как непромышленные, а в другом — как объекты первоочередного промышленного освоения.

В качестве одного из важнейших синтезирующих показателей, определяющих целесообразность и очередность промышленного освоения выявленных запасов полезных ископаемых, многие авторы предлагают использовать цену разведанных запасов в недрах (Пожарицкий, 1968; Каганович, 1968; Хрущов, 1969 и др.). Наиболее совершенная методика расчета, учитывающая научные основы ценообразования в социалистическом обществе, предложена Л. П. Кобахидзе (1970). Цена 1 т разведанных запасов в недрах (C) определяется по формуле

$$C = OHЗ + R, \quad (3)$$

где $OHЗ$ — общественно необходимые затраты на разведку 1 т полезных ископаемых в недрах;

R — дифференциальный рентный доход (горная рента) на 1 т полезного ископаемого.

Стоимость разведанных запасов в недрах данного месторождения (C_m) определяется по следующей формуле:

$$C_m = [(MI + OT) + (n \cdot OT + e \cdot k \cdot \Phi + m)] Q_m + \sum_{t=1}^T R \frac{1}{(1 + E_n)^t}, \quad (4)$$

Среднеотраслевая себестоимость разведки 1 т полезного ископаемого

Чистый доход, создаваемый трудом разведчиков, отнесенный к 1 т полезного ископаемого (нормативная рентабельность отрасли)

Приведенная во времени дифференциальная рента месторождения

Общественно необходимые затраты геологоразведочной службы на 1 т полезного ископаемого

где MI — материальные издержки на данную продукцию;

OT — оплата труда;

n — норма чистого дохода, входящего в цены пропорционально оплате труда;

e — норма чистого дохода, входящего в цены пропорционально производственным фондам;

k — коэффициент дифференциации учета фондоемкости в зависимости от состава фондов и их экономической эффективности;

Φ — производственные фонды;

m — часть чистого дохода, идущего на формирование поощрительных фондов;

Q_m — разведанные запасы полезного ископаемого (тонны);

T — срок эксплуатации месторождения (лет);

R — дифференциальная рента;

$\frac{1}{(1 + E_n)^t}$ — коэффициент приведения поступления рентного дохода будущих лет к начальному моменту (t — число лет, разделяющее начальный момент и соответствующий год поступления дохода; E_n — норматив эффективности).

Переход от природных свойств минеральных скоплений, выявляемых в процессе их геолого-минералогического изучения, к их полезным свойствам, определяющим характеристику минерально-сырьевой базы будущего горного предприятия, составляет основную задачу геолого-экономической оценки месторождений. Именно поэтому методологические основы разведки включают в себя основы экономики минерального сырья и геологоразведочных работ, технологии добычи и переработки минерального сырья как научную базу для оценки степени соответствия природных свойств разведываемых месторождений современным требованиям промышленности и экономики.

ТРАНСФОРМАЦИЯ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ О ПРЕДМЕРЕ ИССЛЕДОВАНИЯ В ПРОЦЕССЕ ГЕОЛОГОРАЗВЕДОЧНЫХ РАБОТ И ГЕОЛОГО-ЭКОНОМИЧЕСКОЙ ОЦЕНКИ ОБЪЕКТА

Для геологопромышленно-экономической оценки объектов геологоразведочных работ прежде всего необходимо знать природные геологические особенности залегания, морфологию, строение, вещественный состав и изменчивость свойств изучаемых минеральных скоплений. Однако естественные геологические границы минеральных образований далеко не всегда совпадают с границами их промышленно-ценных участков, а часто вообще отсутствуют, поэтому продуктивные залежи и их участки оконтуривают по заданным количественным или качественным показателям. Размеры, форма и строение залежей определяются в этих случаях горно-экономическими факторами и не совпадают с морфологическими особенностями природных геологических образований.

Представления о строении минеральных скоплений (о степени их прерывистости) зависят от масштаба, в котором они изучаются, а масштаб определяется требованиями горного производства.

Среднее содержание полезного компонента в массиве, в забое или в отбитой рудной массе зависит от размеров блока, к которому оно относится, от размеров забоя или от объема отбитой рудной массы. С изменением этих размеров или объемов будут соответственно изменяться и средние содержания полезных компонентов в них, а следовательно, и количественные характеристики изменчивости содержаний. Таким образом, условия разработки и переработки полезных ископаемых оказывают решающее влияние на представления о предмете исследования разведки, определяя морфологические особенности продуктивных зон, залежей или блоков, представления о их внутреннем строении и характеристики наблюдаемой изменчивости их важнейших свойств. Изучая геологию месторождений, разведчик вынужден непрерывно трансформировать свои представления об условиях залегания, морфологии, строении и изменчивости минеральных скоплений, оценивая их с позиций наиболее вероятных условий вскрытия, разработки и переработки.

Оценка степени соответствия природных свойств разведываемых месторождений современным требованиям промышленности и экономики затрудняется:

- 1) несовпадением геологических и промышленно-экономических контуров скоплений полезных ископаемых в недрах;
- 2) несовпадением представлений об их строении с геологическими и горно-экономическими позициями;
- 3) несоответствием размеров природных тел и размеров продуктивных зон, залежей или участков;
- 4) условностью выделения дискретных порядков неоднородности внутреннего строения природных образований полезных ископаемых;

5) зависимостью размеров элементов неоднородности от условий, целей и задач геологоразведочных работ.

Однозначная оценка масштаба запасов, среднего качества минерального сырья в недрах, морфологических особенностей и строения тел полезных ископаемых по результатам геолого-минералогического изучения месторождения возможна только в исключительных случаях. Для этого необходимы следующие обязательные условия:

а) тела полезных ископаемых должны отделяться от вмещающих пород четкими и более или менее плавными геологическими границами;

б) отдельные скопления полезных ископаемых должны обладать размерами, превышающими минимально допустимые размеры промышленно-ценных продуктивных залежей для данного вида минерального сырья при выбранной системе их разработки;

в) строение тел полезных ископаемых должно быть однородным, т. е. практически непрерывным;

г) минеральный состав тел полезного ископаемого должен быть выдержан во всех направлениях, а концентрации полезных компонентов и условия залегания должны быть более или менее однородными во всех частях залежи.

Только при соблюдении всех перечисленных условий можно ожидать совпадения оценок запасов и среднего качества сырья в недрах, полученных по совокупности геолого-минералогических данных с учетом геолого-горно-экономических условий. Такое совпадение будет означать, что природные свойства разведанного месторождения полностью соответствуют современным требованиям экономики и горной промышленности.

Несовпадение хотя бы одного из перечисленных условий неизбежно приводит к необходимости горно-экономического анализа полученных геологических данных, в результате чего появится возможность использования различных вариантов оценок в зависимости от принимаемых в основу технико-экономических решений. Такое положение обычно при разведке большинства месторождений полезных ископаемых.

При оконтуривании залежей полезных ископаемых, не имеющих четких границ с вмещающими породами, возникает широкая возможность варьирования различными значениями граничных содержаний. Каждому варианту оконтуривания соответствуют определенные размеры и форма залежей полезных ископаемых, причем изменчивость их морфологических особенностей при изменении величины граничного содержания зависит от природных свойств минеральных скоплений в недрах. Если полезные ископаемые представлены группами мелких разобщенных скоплений, возникает проблема их объединения в более крупные продуктивные залежи.

При оптимальном варианте оконтуривания в границах промышленной минерализации должна концентрироваться по возможности большая часть запасов, но в то же время морфология залежей должна быть приемлемой для их эффективной разработки, а продуктивность достаточно высокой. При оконтуривании залежей обязательно учитываются масштаб и технология добычи (размеры забоев горных выработок, объемы отпалок, возможные объемы черпающих и транспортных сосудов).

Представления о степени прерывистости полезной минерализации, установленные с учетом не только геологической природы минеральных скоплений, но и требований горной технологии, являются основой для расчета продуктивности и других технико-экономических показателей разработки залежей, их отдельных участков или блоков.

Принцип относительной точности и понятие технологически однородного блока. В соответствии с требованиями производства количественная оценка важнейших свойств полезных ископаемых и их наблюдаемой изменчивости должна производиться в объемах недр, однородных в геологическом и горнотехническом отношениях. Участки, разнородные по минеральному составу, внутреннему строению и условиям залегания, могут оказаться разнородными и в технологическом отношении. Поэтому изучение, оконтуривание и оценка таких участков должны производиться раздельно.

Зависимость представлений о морфологии и строении залежей, масштабе запасов и качественной характеристике разведываемых минеральных образований не только от их природы, но и от проектируемых условий разработки и переработки приводит к необходимости учета этих условий при определении объектов геологоразведочных работ. Особое внимание этому обстоятельству уделяется в работах П. А. Шехтмана (1951, 1960, 1963). Им сформулирован принцип относительной точности оценки результатов разведки по кондициям горной технологии, требующей установления зависимости между элементами геологического строения минеральных тел и условиями их разработки и переработки. П. А. Шехтманом предложено понятие «технологически однородный блок», под которым он подразумевает объем минерального тела в недрах, приуроченный к геологически однородному участку, занимающий единую геологическую позицию и сложенный полезным ископаемым одного технологического типа и сорта.

В соответствии с принципом относительной точности П. А. Шехтман предложил оценивать изменчивость месторождений путем сравнения размеров технологически однородных блоков и горно-эксплуатационных единиц: шахтных полей, этажей, участков и очистных блоков. Это принципиально верное предложение не получило, однако, признания, так как П. А. Шехтманом была рекомендована практически неприемлемая методика заложения и развития сети наблюдений. Она сводилась к проявлению и прослеживанию так называемых «граничных значений» важнейших геологических элементов для оконтуривания технологически однородных блоков. При таком методе оконтуривания вследствие недостатка исходных эмпирических данных неизбежна неопределенность и многовариантность возможных горно-экономических решений. Для использования же принципа относительной точности необходимо заведомо располагать такими сведениями, которые обеспечивали бы возможность сравнения вариантов и выбора наиболее эффективного решения. Это условие выполняется, если трансформация представлений о природных свойствах минеральных образований применительно к требованиям горной технологии происходит постепенно, по мере накопления геологических данных в процессе геологоразведочных работ. Основой для такой трансформации являются требования промышленности к качеству минерального сырья и кондиции к подсчету запасов минерального сырья.

Требования промышленности к качеству минерального сырья устанавливаются горнодобывающей и горноперерабатывающей промышленностью для каждого вида минерального сырья с учетом возможностей минерально-сырьевой базы страны, современного состояния и развития технологии его отработки и переработки.

Кондиции к подсчету запасов учитывают не только состояние и экономику всей отрасли промышленности в целом, но также индивидуальные природные особенности разведываемого объекта, определяющие масштабы запасов и качество

полезного ископаемого, его технологические свойства, горно-геологические условия эксплуатации и географо-экономическое положение месторождения.

СОВРЕМЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ТЕОРИИ И ПРАКТИКИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ МИНИМАЛЬНЫХ СОДЕРЖАНИЙ ПОЛЕЗНЫХ КОМПОНЕНТОВ

Методика определения минимальных содержаний полезных компонентов при оконтуривании продуктивных залежей или более мелких выемочных участков до сих пор еще окончательно не установлена. В практике геологоразведочных работ по этому поводу существуют три наиболее распространенные точки зрения.

Первая, высказанная еще в дореволюционный период А. Ф. Грауманом и А. П. Кузнецовым, была развита впоследствии исследованиями Е. П. Прокопьева, Д. Н. Оглоблина, С. Я. Рачковского, К. Л. Пожарицкого, Г. Г. Гудалина, Т. А. Гатова и др. Сущность ее заключается в том, что для выявления и оконтуривания промышленных залежей или их участков необходимо использовать два самостоятельных, экономически обоснованных кондиционных показателя минимального содержания: бортовое содержание полезного компонента (для определения промышленного контура залежи или выемочного участка) и его минимальное среднее содержание в промышленном контуре (обеспечивающее прибыльную работу горного предприятия). Обоим этим показателям придавалось самостоятельное горно-экономическое значение, поскольку они взаимно дополняли друг друга. Бортное содержание устанавливалось исходя из принципа эквивалентности ценностей, извлекаемых из минерального сырья с данным содержанием, и затрат, необходимых для его отработки и переработки. Минимальное среднее содержание полезного компонента в промышленном контуре определялось с таким расчетом, чтобы оно не только оправдывало оперативные расходы на добычу и переработку минерального сырья, но и обеспечивало бы возврат капиталовложений в строительство предприятия.

Согласно второй точке зрения, высказанной в 1927 г. С. П. Подъяковым и нашедшей свое дальнейшее развитие в работах Б. С. Левоника, А. В. Левицкого, А. П. Прокопьева, А. Б. Каждана и Н. Н. Соловьева, В. В. Померанцева и др., минимальное среднее содержание рассматривается в качестве главного, синтезирующего геолого-техничко-экономического показателя, а бортное содержание — в качестве второстепенного, пространственно-геологического понятия, лишенного самостоятельного экономического значения. При этом одни исследователи придают бортовому содержанию значение функции минимального среднего содержания, другие вообще отвергают его самостоятельное значение.

Третья точка зрения была высказана Б. И. Никифоровым и Н. В. Володмоновым, которые рассматривали бортное содержание полезного компонента в качестве единственного, необходимого и достаточного условия для оконтуривания промышленно-ценных участков месторождений.

На первый взгляд наиболее приемлема концепция о необходимости использования двух равноправных экономически обоснованных лимитов минимального содержания, так как применение бортового содержания обеспечивает максимально полное использование недр, а применение минимального среднего содержания гарантирует рентабельность отработки каждого оконтуренного участка. Однако при более тщательном рассмотрении выявляются существенные недостатки этой концепции.

Представление о содержании полезного компонента имеет реальный смысл только тогда, когда оно относится к вполне определенному объему недр. Этому

условию отвечает оценка минимального промышленного содержания, характеризующего нижний предел допустимого среднего содержания в подсчетном блоке. Минимальное промышленное содержание представляет собой понятие однозначное, поскольку оно относится к конкретному объему недр и как минимальное среднее содержание в выемочном объеме может быть обосновано с горно-экономической точки зрения.

Бортовое содержание не имеет столь конкретного смысла, так как относится к исчезающе малому объему недр. Большинство исследователей относят бортовое содержание к объему пробы. Однако содержание в пробе зависит не только от природных свойств полезного ископаемого, но и от ее размеров, формы и объема. Поэтому понятие «бортное содержание» становится неопределенным без указания геометрических характеристик проб. К тому же содержания полезных компонентов в пробах не соответствуют их содержаниям в тех элементарных объемах недр, на которые распространяются данные единичных проб. Таким образом, понятие «бортное содержание» не имеет однозначного физического смысла и, следовательно, не может быть обосновано горно-экономическими расчетами. При расчетах кондиций и проектировании горных предприятий экономически обосновываются, по сути дела, не бортовые содержания, а те минимальные промышленные содержания, которые получаются в крайних эксплуатационных блоках при оконтуривании залежей по заданным бортовым. Попытки экономического обоснования бортовых содержаний как показателей, контролирующих дифференциальную себестоимость полезных компонентов (Гатов, 1967), не учитывают это обстоятельство. Расчетная себестоимость полезных компонентов, извлекаемых из «приращиваемых» запасов убогих руд при последовательном оконтуривании залежей по более низким бортовым содержаниям, представляет собой фиктивное понятие, так как добыча приращиваемых убогих руд осуществляется не из идеальных, исчезающе малых объемов недр, а из объемов конкретных эксплуатационных блоков с некоторыми минимальными промышленными содержаниями. С этой точки зрения более приемлемы взгляды тех исследователей, которые относят значения бортовых содержаний к некоторым элементарным участкам (Павленко, 1940) или блокам (Володомонов, 1948). В такой интерпретации понятие «бортное содержание» по существу совпадает с понятием «минимальное промышленное содержание». Стремление к экономическому обоснованию бортового содержания как показателя, равноправного с минимальным промышленным, порождает порочную практику проектирования горных предприятий. В этих случаях глубокий геолого-экономический анализ различных вариантов оконтуривания подменяется формальным обоснованием бортового содержания путем расчета дифференциальной себестоимости руды и полезного компонента, за вычетом части условно-постоянных затрат и затрат, связанных с амортизацией основных фондов.

Минимальное промышленное и бортовое содержания различаются и по своему целевому назначению. Минимальное промышленное содержание полезного компонента в оцениваемом объеме представляет собой важнейший обобщающий кондиционный показатель, необходимый для оценки разведанных месторождений любого вида минерального сырья, в то время как бортовое содержание является частным дополнительным кондиционным показателем, применение которого целесообразно только при оценке запасов некоторых месторождений, обладающих рядом специфических свойств.

Минимальное промышленное содержание полезного компонента или минерала в подсчетном объеме полезного ископаемого — это предельное содержание,

при котором промышленное использование минерального сырья экономически еще целесообразно.

Для полноты использования недр всегда желательно предельно возможное снижение минимального промышленного содержания полезного компонента. Для крупных месторождений с бедными и убогими содержаниями полезного компонента снижение минимального промышленного содержания оправдывается и с экономической точки зрения — значительно возрастают запасы полезного ископаемого в недрах, расширяются масштабы горного предприятия и обеспечивается возможность разработки месторождений высокопроизводительными системами (в частности, открытым способом), при которых резко снижаются издержки производства на добычу минерального сырья.

В то же время повышение содержания полезного компонента в добытом минеральном сырье обеспечивает более высокие технико-экономические показатели его переработки, снижает затраты на обогащение минерального сырья и увеличивает выход полезного компонента в готовый продукт.

Для выбора оптимальной величины промышленного минимума в каждом конкретном случае необходимо знать, как и в какой степени повлияет соответствующее повышение или понижение содержания полезного компонента на величину каждого технико-экономического показателя и на общую себестоимость производства готовой продукции.

Единым показателем, обобщающим суммарное влияние всех факторов, является ожидаемая себестоимость продукции, которая при определении промышленного минимума сопоставляется со стоимостью продукции по установленным отпускным ценам. В соответствии с этим минимальное промышленное содержание должно обеспечивать равенство издержек производства по добыче и переработке определенного объема полезного ископаемого и стоимости полезного компонента, извлекаемого из этого объема в готовый продукт. Для рудных полезных ископаемых Л. П. Кобахидзе (1973) приводит следующую формулу:

$$c_{\min} \cdot e \cdot k_{об} \cdot k_m \cdot \frac{\Pi_m}{B_m} = a + b + d. \quad (5)$$

Откуда:

$$c_{\min} = \frac{(a + b + d) B_m}{e \cdot k_{об} \cdot k_m \cdot \Pi_m}, \quad (6)$$

где $c_{\min}$ — минимальное промышленное содержание полезного компонента, %;

a — себестоимость добычи 1 т рудной массы и доставки ее до бункера обогатительной фабрики, руб.;

b — себестоимость обогащения 1 т рудной массы, руб.;

d — себестоимость металлургического передела, включающая транспортирование концентрата до металлургического завода, отнесенная на 1 т рудной массы, руб.;

e — коэффициент извлечения качества, равный $\frac{100-p}{100}$ (где p — разубоживание при добыче, %);

$k_{об}$ — коэффициент извлечения при обогащении;

k_m — коэффициент извлечения при металлургическом переделе;

Π_m — преysкурantная цена полезного компонента в готовом продукте (в металле), руб.;

B_m — содержание металла в готовом продукте.

Из формулы (5) следует, что расчет оптимального значения минимального промышленного содержания весьма сложен, так как входящие в нее показатели представляют собой переменные и взаимозависимые величины. Эти величины зависят от природных свойств месторождения, содержания полезного компонента в руде, условий залегания и особенностей внутреннего строения рудного тела, технологии разработки и уровня его организации, географо-экономических условий района и от ряда других факторов. Поэтому минимальное промышленное содержание является важнейшим обобщающим показателем кондиций, в значении которого находят свое отражение все факторы, определяющие реальную ценность данного месторождения.

В современной горнорудной практике расчет минимального промышленного содержания производится упрощенными способами. В простейших случаях основные показатели формулы (5) условно принимаются постоянными, а в более сложных — устанавливаются методом расчета нескольких вариантов. Для более строгого расчета минимального промышленного содержания полезного компонента необходимо использовать методы математического программирования. Трансформируя представления о запасах и качестве полезного ископаемого в зависимости от намечаемой горной технологии, изменяя эту технологию для достижения лучших технико-экономических показателей или улучшая географо-экономические условия месторождения, нужно стремиться установить оптимальные значения каждого из показателей формулы (6), уменьшая суммарное значение трех первых показателей в числителе и увеличивая суммарное значение трех первых показателей в знаменателе.

Таким образом, расчет минимального промышленного содержания сложен и далеко выходит за рамки компетенции геолога-разведчика, так как требует совместных усилий геологов-разведчиков, горняков, обогатителей, металлургов и экономистов.

Основное назначение минимального промышленного содержания — разделение запасов полезного ископаемого в недрах на балансовые и забалансовые. Чем меньше размеры подсчетных блоков, тем детальнее это разделение. Рациональный предел уменьшения размеров подсчетных блоков — размер отдельного эксплуатационного блока. Увеличение размеров подсчетного блока по сравнению с размерами эксплуатационного приводит к погрешностям в оценке балансовых запасов, особенно если среднее содержание по блоку близко к минимальному промышленному. При этом погрешности подсчета балансовых запасов растут с увеличением размеров блоков.

При подсчете минимального промышленного содержания учитывается сумма всех видов затрат на освоение единицы минерального сырья в недрах, включая расходы по амортизации основных фондов горного предприятия. Поэтому по мере промышленного освоения месторождения возникает возможность экономически эффективного использования части тех запасов, которые в период разведки месторождения оценивались как забалансовые. Например, после завершения строительства горного предприятия в промышленный контур кроме ранее подсчитанных балансовых запасов могут быть включены подсчетные блоки со средними содержаниями полезного компонента ниже установленного кондициями промышленного минимума, но выше некоторого минимального среднего содержания. Нижний предел этого содержания может быть рассчитан по той же формуле, которая используется для расчета промышленного минимума, но за вычетом затрат, связанных с капиталовложениями на строительство горнодобывающего предприятия. После вскрытия и подготовки

переоцененных запасов снова появится возможность дополнительной «прирезки» некондиционных блоков с еще более низкими средними содержаниями, рассчитанными без учета произведенных ранее затрат на вскрытие и подготовку запасов к очистной выемке.

Таким образом, существующая методика расчета минимального промышленного содержания всегда приводит к созданию некоторого резерва в виде части забалансовых запасов, которые, по сути дела, представляют собой потенциально балансовые запасы. Реализация этих резервов осуществляется в процессе эксплуатации месторождений путем прирезки и добычи части забалансовых запасов.

Для совершенствования методики расчета минимального промышленного содержания в процессе разведки и эксплуатации месторождений А. М. Марголиным и Л. П. Бурдо (1971) предложено основывать эти расчеты на принципе окупаемости предстоящих затрат. Сущность этого принципа сводится к тому, что к балансовым запасам следует относить только те участки руд, стоимость полезных компонентов в которых при существующих ценах на продукцию окупает дополнительные затраты, возникающие после принятия решения об отработке этих участков руд.

При последовательном использовании принципа окупаемости предстоящих затрат число расчетных минимальных промышленных содержаний оказывается равным числу технологических этапов освоения запасов месторождения. На примере одного из жильных месторождений А. М. Марголин и Л. П. Бурдо выделяют пять стадий технологической освоенности запасов: запасы строящегося предприятия, запасы, подлежащие вскрытию, подготовленные запасы, нарезанные запасы и готовые к выемке запасы. Каждой стадии соответствует свое значение минимального промышленного содержания, рассчитанное с учетом предстоящих отдельных затрат на разработку 1 т руды, причем для крайних стадий они различаются более чем в полтора раза. Изложенный подход к обоснованию минимального промышленного содержания, по мнению этих авторов, целесообразно применять не только на стадии эксплуатации, но и на стадиях разведки месторождений. В частности, минимальные промышленные содержания для оценки месторождений на ранних стадиях разведочных работ должны быть выше, чем на стадии детальной разведки, поскольку они должны учитывать предстоящие удельные затраты на их детальную разведку.

Бортовое содержание — это такое минимальное содержание полезного компонента в пробе, при котором данная проба еще может быть включена в контур промышленной минерализации.

Размеры единичных проб для оконтуривания по бортовому содержанию, как правило, не оговариваются, а контуры, проведенные по бортовым содержаниям, подтверждаются в процессе последующей отработки только в самых общих чертах. При этом расхождение ожидаемых и вскрытых контуров тем резче, чем контрастнее размещение полезных минералов в залежи. Это обстоятельство осложняет использование бортового содержания для оконтуривания залежей с контрастным и прерывистым оруденением и приводит к необходимости предварительного сглаживания исходных данных опробования.

Значения бортового содержания могут колебаться в довольно широких пределах. Верхний предел — значение установленного кондициями минимального промышленного содержания, нижний — содержание полезного компонента в отходах производства. Одновременное использование обоих кондиционных показателей для оконтуривания залежей с нечеткими расплывчатыми контактами целесообразно далеко не всегда, поскольку применение

бортового содержания приводит к разубоживанию полезного ископаемого за счет включения в контур промышленной минерализации участков с содержанием полезного компонента заведомо ниже промышленного минимума.

При постепенных расплывчатых границах промышленной минерализации использование бортового содержания как дополнительного кондиционного показателя становится нерациональным. Как видно из рис. 8, наилучший эффект достигается при оконтуривании залежи непосредственно по значению установленного кондициями минимального промышленного содержания.

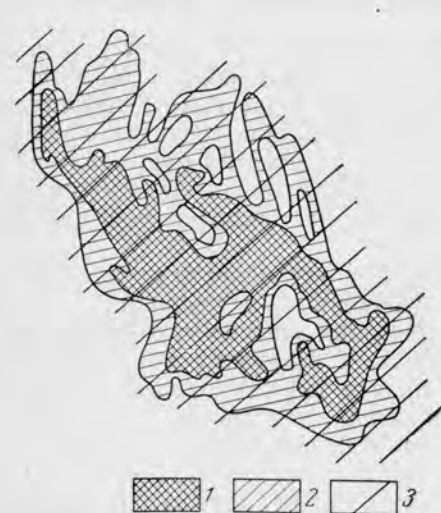


Рис. 8. Пример нерационального использования бортового содержания для оконтуривания залежи с прожилково-вкрапленным редкометалльным оруденением в толще метасоматически измененных вулканогенных пород.

Форма залежи при ее оконтуривании: 1 — по минимальному промышленному содержанию; 2 — по бортовому содержанию; 3 — разведочные пересечения

Использование более низкого значения бортового содержания приводит к увеличению объема залежи за счет включения в ее контур периферической зоны с заведомо некондиционным оруденением.

Применение бортового содержания нерационально и при сравнительно резких границах промышленной минерализации, так как вследствие ее малой ширины варианты оконтуривания по различным значениям бортовых содержаний окажутся практически равноценными, близкими к варианту оконтуривания по минимальному промышленному содержанию.

На месторождениях со сложным, прерывистым строением неизбежное разубоживание, обусловленное использованием бортового содержания, компенсируется увеличением балансовых запасов за счет вовлечения в общий контур большого количества мелких и разбросанных промышленно-ценных скоплений полезного ископаемого. В таких случаях при оконтуривании месторождений рационально использование бортового содержания (рис. 9, 10).

Таким образом, отсутствие четких геологических границ минеральных образований является обязательным, но не единственным условием для применения

бортового содержания как дополнительного кондиционного показателя к минимальному промышленному содержанию. Применение обоих кондиционных показателей целесообразно только в тех случаях, когда использование бортового содержания обеспечивает укрупнение и обобщение контуров залежей, повышая экономическую эффективность их разработки, а также увеличивает балансовые запасы полезного ископаемого, вовлекая в контуры промышленной минерализации изолированные обособления с кондиционным содержанием полезных компонентов.

Основным критерием для выбора величины бортового содержания является степень соответствия природных особенностей пространственного размещения полезных компонентов в минерализованном объеме горных пород проектируемым горнотехническим условиям их разработки. Оптимальным значением бортового содержания будет такое, при котором обеспечивается максимальная полнота использования недр и одновременно высокая экономическая эффек-

тивность эксплуатационных работ. Техничко-экономическому анализу должны подвергаться только те значения бортовых содержаний, которые предварительно обоснованы с горно-геологических позиций. Задача такого анализа сводится к корректировке выводов об оптимальности выбранных значений.

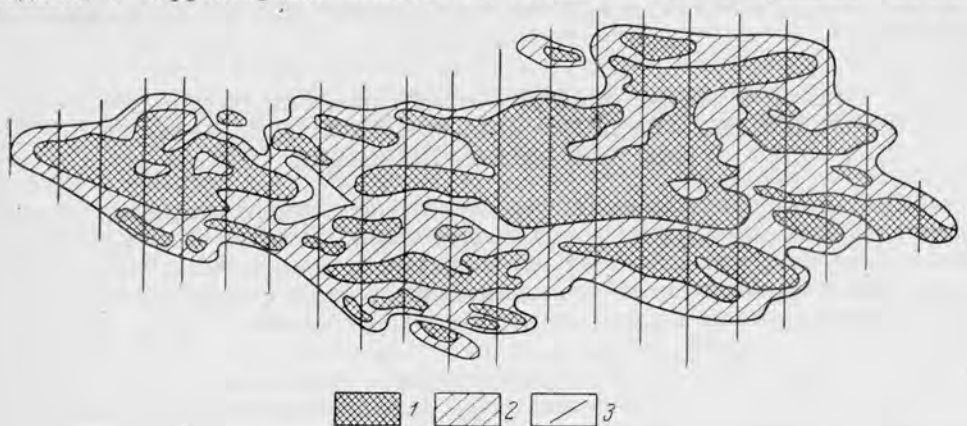


Рис. 9. Пример целесообразного использования бортового содержания для оконтуривания залежи с вкрапленно-прожилковым редкометальным оруденением в пачке эффузивных пород кислого состава.

Форма залежи при ее оконтуривании: 1 — по минимальному промышленному содержанию; 2 — по бортовому содержанию; 3 — разведочные пересечения

В частности, технико-экономические расчеты должны выявить, в каких пропорциях увеличивается доля запасов полезного ископаемого, вовлекаемая в контур промышленной минерализации, и уменьшается среднее содержание полезного компонента в этих контурах по мере снижения величины бортового содержания.

При этом необходимо иметь в виду, что средние содержания полезных компонентов и суммарные запасы полезного ископаемого в контурах зависят не только от бортового содержания, но и от установленной кондициями максимально допустимой величины участков пустых пород, включаемых в контуры промышленной минерализации.

Для решения вопроса о доле запасов полезного ископаемого, вовлекаемых в контур промышленной минерализации при различных вариантах бортового содержания, необходимо обусловить то целое, от которого должна считаться эта доля. В качестве такого целого в условиях рационального использования недр принимаются запасы полезного ископаемого, оконтуренные и подсчитанные по предельно низкому (из возможных значений) бортовому содержанию. Для выбора этого значения необходимо знать среднее содержание полезного компонента

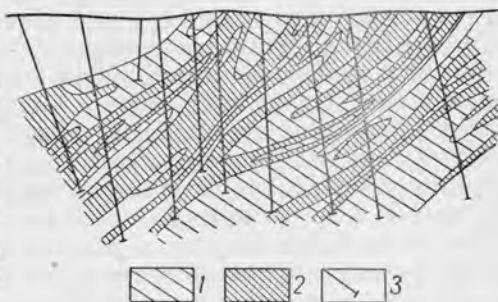


Рис. 10. Пример рационального использования бортового содержания при оконтуривании золоторудного месторождения (из книги И. Д. Когана).

Контур залежи при условном бортовом содержании: 1 — 3 г/т; 2 — 4 г/т; 3 — буровые скважины

в отходах производства — в хвостах обогащения, в кеках гидрометаллургического или в шлаках пирометаллургического переделов. С учетом некоторых дополнительных технико-экономических условий, значения таких предельно низких содержаний будут определять величину еще одного важного кондиционного показателя — бортового содержания для подсчета забалансовых запасов.

МАКСИМАЛЬНЫЕ РАЗМЕРЫ УЧАСТКОВ ПУСТЫХ ПОРОД И ПРЕДЕЛЬНОЕ ЗНАЧЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА РУДОНОСНОСТИ КАК ПОКАЗАТЕЛИ КОНДИЦИЙ

Необходимость в кондиционном показателе, ограничивающем размеры участков пустых пород или пород, содержащих заведомо некондиционные концентрации полезных компонентов, включаемых «на разубоживание» в контур сплошной промышленной минерализации, возникает при оконтуривании продуктивных залежей в связи с прерывистым строением многих природных минеральных скоплений.

Как уже отмечалось выше, представления о степени и характере прерывистости внутреннего строения полезного ископаемого в недрах зависят не только от его природных свойств, но и от принятого масштаба изучения. Кондиционный показатель, устанавливающий предельные размеры участков пустых пород или некондиционных скоплений полезного ископаемого, при которых они еще могут включаться в контуры сплошной промышленной минерализации, как раз и определяет этот масштаб исследования. При оконтуривании объектов промышленной минерализации условно принимается, что участки пустых пород, размерами меньше предельного, не нарушают представлений о сплошности строения полезного ископаемого, а их разубоживающее влияние учитывается при выводе среднего содержания полезного компонента.

Оптимальные значения рассматриваемого кондиционного показателя зависят в основном от проектируемой техники и технологии вскрытия, разработки и переработки минерального сырья, а также от природных особенностей полезного ископаемого в недрах. Чем шире масштаб производства, выше производительность добычных работ и больше размеры очистных забоев, тем более крупные участки пустых пород целесообразно включать в контуры отрабатываемых залежей. При подземной разработке многих видов минерального сырья максимальные размеры участков пустых пород изменяются от долей метра до 2—3 м, а при открытой — до 3—5 м и более. На предельно допустимые размеры участков пустых пород оказывают влияние условия залегания полезных ископаемых, а также геологическая природа их внутренней неоднородности. Например, при подземной разработке выдержанных крутопадающих пластовых месторождений экономически целесообразна и технически осуществима селективная выемка маломощных пустых прослоев, поэтому максимальные мощности пустых прослоев, допустимые к включению в промышленный контур сплошной минерализации, измеряются долями метра. Если же участки пустых пород будут чередоваться с участками полезного ископаемого без видимой пространственной закономерности, максимальные размеры пустых пород увеличатся до нескольких метров.

Таким образом, значения предельных размеров участков пустых пород, допустимых к включению на разубоживание в контур промышленной минерализации, устанавливаются прежде всего по горнотехническим соображениям в зависимости от проектируемых способов вскрытия и систем разработки место-

рождения, с учетом возможной селективной добычи полезного ископаемого или его сортировки в забое. Природные геологические особенности полезного ископаемого учитываются при этом в числе прочих горно-геологических факторов, оказывающих влияние на способ вскрытия и на выбор той или иной системы разработки.

Учет природных свойств месторождения, морфологических особенностей и закономерностей пространственного размещения участков пустых пород особенно необходим при оконтуривании полезных ископаемых с прерывистым и сильно прерывистым внутренним строением. В этих случаях представления о морфологии и строении продуктивных залежей зависят от совокупного влияния двух кондиционных показателей — бортового содержания и предельного размера участка пустых пород, включаемого на разубоживание в контур промышленной минерализации. При прерывистом и сильно прерывистом строении полезных ископаемых размеры участков пустых пород в недрах, как правило, превышают предельные размеры участков пустых пород, допускаемых условиями к включению в контур сплошной минерализации. Поэтому при оконтуривании прерывистых залежей возникает необходимость самостоятельной оценки влияния неучтенных условиями участков пустых пород на степень продуктивности полезного ископаемого. Такая оценка осуществляется с помощью коэффициента рудоносности (продуктивности).

Коэффициент рудоносности представляет собой отношение суммарного объема продуктивной части полезного ископаемого к объему всей горной массы в контурах промышленной минерализации. В практике геологоразведочных работ вместо объемов обычно определяют размеры (суммарные мощности) участков, сложенных полезным ископаемым, и относят их к суммарным мощностям прерывистых залежей.

Таким образом, влияние участков пустых пород, включаемых в контур промышленной минерализации, учитывается при оконтуривании прерывистых залежей двояким образом: разубоживающее влияние участков малых размеров (меньше установленного условиями предельно допустимого размера) учитывается при расчете среднего содержания полезного компонента в промышленном контуре, а влияние более крупных участков пустых пород учитывается с помощью коэффициента рудоносности.

В некоторых случаях при оконтуривании прерывистого оруденения предельная величина участков пустых пород может приобрести значение главного кондиционного показателя. Например, это характерно при оконтуривании сложно построенных минерализованных зон, состоящих из групп сближенных рудных обособлений с неясно очерченными, но довольно резкими контактами, разделенными участками практически пустых пород. Как видно из рис. 11, а, использование бортового содержания не обеспечивает приемлемых вариантов оконтуривания. Значение ведущего кондиционного показателя приобретает в этом случае максимально допустимая мощность участков пустых пород (рис. 11, б). С помощью этого показателя из всей совокупности разобленных рудных скоплений и гнезд удастся выделить компактные залежи с прерывистым строением и высокой концентрацией металла, а ряд мелких разобленных рудных скоплений оставить за контурами промышленного оруденения.

При оконтуривании залежей с прерывистым внутренним строением по предельным размерам участков пустых пород необходимо установить два различных значения этого показателя:

1) максимальный размер участка пустых пород, включаемый на разубоживание в контур сплошного оруденения;

2) максимальный объем пустых пород, включаемый в промышленный контур, но учитываемый с помощью коэффициента рудоносности.

Необходимость использования предельного значения коэффициента рудоносности как кондиционного показателя возникает только в условиях сильно прерывистого строения полезного ископаемого. В большинстве случаев разработка рудных месторождений экономически рациональна при значениях коэффициента рудоносности не менее 0,25—0,30, так как при более низких его значениях резко возрастают издержки производства по добыче руд.

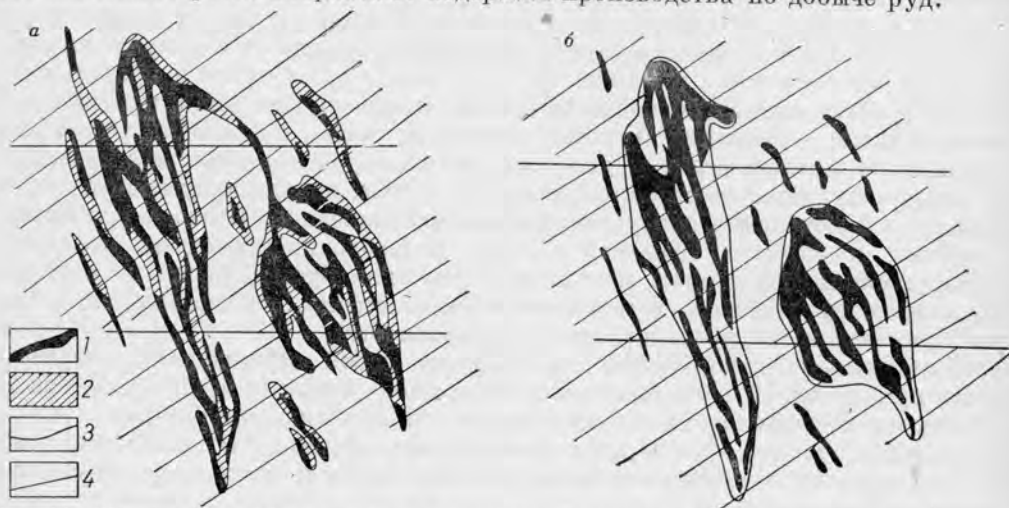


Рис. 11. Штокверкоподобная залежь с прожилковым редкометальным оруденением, приуроченная к минерализованной зоне дробления в толще гидротермально измененных вулканических пород.

Форма залежи при ее оконтуривании: 1 — по минимальному промышленному содержанию; 2 — по бортовому содержанию (а); 3 — по максимальной допустимой мощности участков пустых пород (б); 4 — разведочные пересечения

Предельное значение коэффициента рудоносности устанавливается на подсчетный блок на основании технико-экономических расчетов, с учетом природных особенностей оруденения, степени разведанности запасов, горно-геологических условий и ценности минерального сырья. При использовании упомянутых кондиционных показателей особенно важно обеспечить максимальное соответствие природных особенностей внутреннего строения полезных ископаемых контурам залежей, намечаемых к промышленной разработке.

ГЕОЛОГО-ПРОМЫШЛЕННАЯ МОДЕЛЬ СТРОЕНИЯ ПОЛЕЗНОГО ИСКОПАЕМОГО

На основе кондиций, разработанных с учетом природных, горнотехнических и географо-экономических условий разведываемого месторождения, в процессе разведки месторождений происходит трансформация представлений о морфологии и строении природных скоплений полезных ископаемых применительно к требованиям горной технологии. При этом также используется концепция относительной элементарности, однако в основу классификации неоднородности их внутреннего строения принимаются масштабы проявления элементов неоднородности, выделенных по геолого-промышленному принципу.

С учетом требований горной технологии, целей и задач геологоразведочных работ, а также степени разведанности месторождений в строении полезных ископаемых целесообразно выделять шесть структурных геолого-промышленных уровней:

- 1) продуктивной зоны;
- 2) продуктивной залежи;
- 3) эксплуатационного участка (блока);
- 4) забоя горной выработки;
- 5) штуфа;
- 6) шлифа.

Уровень строения продуктивной зоны характеризует особенности структуры и изменчивость свойств полезного ископаемого в масштабе всего месторождения в целом. В соответствии с приведенным выше определением под продуктивной зоной (или толщей) подразумевается такое скопление полезного ископаемого в недрах, которое может служить сырьевой базой отдельного рудника, а его вскрытие может быть осуществлено единым комплексом капитальных горных выработок. Если природные границы месторождения совмещаются с границами его промышленно-ценной части, а масштабы минерализации отвечают приведенным требованиям, то понятия о природном уровне строения минерализованной зоны и об уровне строения промышленно-ценной продуктивной зоны практически совпадают. При отсутствии четких природных границ месторождений понятие «уровень продуктивной зоны» приобретает самостоятельное значение. Строение месторождений на уровне продуктивной зоны может быть простым или сложным. Наиболее простым строением обладают месторождения, представленные только одним крупным рудным телом (штокверки медно-порфировых руд, крупные залежи скарнового типа и др.). Более сложным строением обладают продуктивные зоны или толщи, представляющие собой скопления нескольких сближенных, но обособленных в пространстве тел полезных ископаемых. Еще более сложными являются продуктивные зоны, представленные большим количеством разновеликих, в том числе мелких, пространственно сближенных скоплений (скопления антимонита или киновари в продуктивных горизонтах кремнистых пород). Следовательно, в зависимости от природных особенностей оруденения уровню строения продуктивной зоны могут соответствовать природные уровни строения минерализованной зоны или тела полезного ископаемого.

В качестве элементов неоднородности на уровне строения продуктивной зоны в начале разведки выступают: отдельные блоки продуктивной зоны, объединяющие в себе группы сближенных скоплений полезного ископаемого, а при достаточно густой сети наблюдений — отдельные продуктивные залежи.

Представления о структуре скарнового полиметаллического месторождения на уровне строения продуктивной зоны и на уровне строения отдельных продуктивных залежей приведены на рис. 12.

Уровень строения продуктивной залежи характеризует особенности структуры и изменчивость свойств полезного ископаемого в масштабе таких промышленно-ценных скоплений, которые представляют собой объекты самостоятельной горной подготовки и отработки. Если геологические границы природных тел полезных ископаемых выражены достаточно отчетливо и ими определяются также контуры промышленно-ценных продуктивных залежей, а масштабы минерализации соответствуют упомянутым требованиям, понятия об уровнях строения тела полезного ископаемого и продуктивной залежи совпадают. При несовпадении этих границ представления об

Элементами неоднородности на уровне строения эксплуатационного блока служат объемы полезного ископаемого, сопоставимые с выемочными объемами лент или забойных отпалок. Структура полезного ископаемого на уровне строения продуктивной залежи и эксплуатационного блока показана на рис. 13.

Уровень строения забоя горной выработки характеризует текстурные особенности и изменчивость важнейших свойств полезного ископаемого в масштабе забоя разведочной или эксплуатационной горной выработки. Понятие об уровне строения забоя не согласуется с понятием о каком-либо природном уровне строения полезного ископаемого, и поэтому границы забойных отпалок не совпадают с естественными границами его обособленных скоплений. На рис. 14 показана структура золоторудного штокверка на уровне строения забоя.



Рис. 15. Текстура рудных образований на уровне строения штупа. Прожилки сфалерита и галенита (1) в жильной сидеритовой массе (2). Полированный штуп, $\frac{3}{4}$ натуральной величины. (По данным В. Борнхардта из книги А. Г. Бетехтина)



Рис. 16. Структура медной руды на уровне строения шлифа. Катакластическая структура кварца (1), сцементированного халькопиритом (2). (По данным А. Г. Бетехтина). Полированный шлиф, $\times 46$

Характеристика неоднородности на уровне строения забоя горной выработки зависит от размеров интервальных или секционных проб, обеспечивающих количественную информацию для суждения об изменчивости изучаемого признака. Таким образом, в качестве элементов неоднородности оруденения на уровне строения забоя выступают участки тела полезного ископаемого, соизмеримые с размерами отобранных проб.

Уровень строения штупа характеризует текстурные особенности и изменчивость свойств в масштабе отдельного штупа полезного ископаемого.

Понятие об уровне строения штупа практически не согласуется с понятием о каком-либо природном уровне в строении полезного ископаемого (рис. 15). Выявление текстурных особенностей руд и нерудных полезных ископаемых входит в задачу любого вида геологоразведочных работ. Элементами неоднородности на уровне строения штупа служат отдельные его участки, соизмеримые с размерами минеральных агрегатов, мелких концентраций полезных минералов и с участками разделяющих их пустых (жильных) пород или минералов.

Уровень строения шлифа характеризует микротекстурные или структурные особенности полезного ископаемого и его изменчивость в мас-

штабе отдельного шлифа. Понятие об уровне строения шлифа не согласуется ни с одним из понятий о природных уровнях в строении полезных ископаемых (рис. 16). Изучение микротекстурных и структурных особенностей руд и нерудных полезных ископаемых, так же как и изучение их текстур, проводится в комплексе с другими геолого-минералогическими исследованиями. В качестве элементов неоднородности на этом уровне выступают отдельные участки шлифа, соизмеримые с размерами отдельных зерен, кристаллов, сростков и агрегатов рудных и породообразующих минералов.

Представления о неоднородности строения полезных ископаемых на различных геолого-промышленных уровнях используются в геологоразведочной практике для решения различных методических задач.

Характеристики изменчивости свойств полезных ископаемых на уровнях строения продуктивных зон, продуктивных залежей и эксплуатационных участков (блоков) служат основой для расчета густоты сети и необходимого количества наблюдений, а также для определения количественных критериев разведанности полезных ископаемых соответственно на стадиях предварительной, детальной и эксплуатационной разведок.

Изучение количественных характеристик изменчивости свойств полезных ископаемых на более высоких геолого-промышленных уровнях их строения проводится только выборочно — по ограниченному, наиболее типичному участкам. Оно необходимо для обоснования геометрии отбираемых проб и способов их обработки, для выяснения контрастности оруденения и получения необходимых сведений для выбора наиболее эффективной системы разработки месторождения. Все эти задачи решаются по данным изучения полезных ископаемых на уровнях строения забоев горных выработок, с учетом характеристик неоднородности на уровне строения штUFFов. Для выяснения технических свойств руд, возможностей их обогащения и переработки проводятся макро- и микроскопические исследования их неоднородности на уровне строения отдельных штUFFов и шлифов полезных ископаемых*.

Таким образом, изучение изменчивости оруденения на низких геолого-промышленных уровнях строения необходимо для решения важнейших



Рис. 17. Схема возможных соотношений природных и геолого-промышленных уровней строения месторождений полезных ископаемых

* При разведке и оценке месторождений слюды, оптических минералов, алмазов, асбеста и некоторых других видов минерального сырья значение самостоятельного геолого-промышленного уровня приобретает уровень строения кристалла.

методических задач на различных стадиях геологоразведочных работ, а характеристики неоднородности оруденения на трех последующих уровнях — для решения методических задач опробования, выбора эффективных способов отработки и переработки минерального сырья.

Изучение изменчивости полезных ископаемых начинается с выявления особенностей их природной неоднородности. После этого переходят к изучению количественных характеристик изменчивости свойств на различных геолого-промышленных уровнях строения полезных ископаемых. Для эффективного использования выявленных геологических закономерностей локализации оруденения, правильного выбора методики разведки месторождения и оценки его запасов необходимо установить степень соответствия природных и геолого-промышленных уровней друг другу (рис. 17).

Глава IV

МЕТОДИЧЕСКИЕ ПРИЕМЫ И ПРИНЦИПЫ РАЗВЕДКИ

ВВОДНЫЕ ЗАМЕЧАНИЯ

Разведка проводится для выявления запасов минерального сырья в недрах и для геолого-экономической оценки месторождений полезных ископаемых как возможной сырьевой базы народного хозяйства.

Основные задачи разведки включают в себя:

1) выяснение геологического строения разведочного объекта, условий залегания, морфологии, строения, минерального и химического состава природных скоплений полезных ископаемых и выявление закономерностей пространственного размещения полезной минерализации в конкретных геологических структурах;

2) выяснение закономерностей пространственной изменчивости важнейших свойств полезных ископаемых в недрах;

3) количественную оценку запасов минерального сырья и его качества в целом по объекту и по отдельным его участкам на основе характеристик изменчивости важнейших свойств полезных ископаемых;

4) выяснение технологических свойств минерального сырья, горно-геологических и горнотехнических условий разработки полезного ископаемого.

Решение первой задачи необходимо для правильного понимания геологической природы объекта, уверенной интерполяции и экстраполяции разведочных данных, а также для научного прогнозирования перспектив рудоносности и обоснования дальнейшего направления геологоразведочных работ.

Решение второй задачи обеспечивает возможность научного обоснования наиболее эффективных систем и методов разведочных работ.

Решение третьей задачи необходимо для количественной оценки потенциальных ресурсов месторождения и степени его разведанности.

Решение четвертой задачи позволяет получить исходные данные, необходимые для суждения о степени соответствия выявленных природных свойств минерального сырья в недрах современным требованиям горной промышленности. В совокупности с другими геологическими сведениями эти данные служат основой для геолого-экономической оценки разведанного месторождения.

Вследствие недоступности недр разведка природных скоплений полезных ископаемых осуществляется с помощью искусственных обнажений.

Наблюдения по сети разобщенных искусственных обнажений не несут информации о внутреннем строении полезного ископаемого в промежутках между пунктами наблюдений.

Представления о структуре участка создаются поэтому только на основе средних характеристик, вычисленных по группам пространственно сближенных единичных наблюдений, сходных по значениям изучаемого признака. Пространственным размещением полученных групп определяются границы и положения некоторых геологических элементов неоднородности, совокупность которых позволяет с большей или меньшей детальностью судить о внутреннем строении разведываемого участка. Детальность выявления структуры разведываемого участка зависит от густоты расположения искусственных обнажений. Чем гуще сеть наблюдений, тем более глубокий уровень в строении природных скоплений полезных ископаемых может быть выявлен путем анализа и соответствующего группирования результатов единичных наблюдений.

Перечисленными особенностями изучения природных скоплений полезных ископаемых определяются методические приемы, фундаментальные понятия и принципы разведки.

Сущность процесса разведки сводится к прослеживанию и оконтуриванию промышленно-ценных участков природных скоплений полезных ископаемых путем выборочного пересечения минерализованного объема недр горными выработками или разведочными скважинами с последующим их геологическим изучением и опробованием.

Методика разведки включает в себя совокупность трех основных приемов исследования недр:

1) создание упорядоченных систем искусственных обнажений с помощью разведочных горных выработок и скважин;

2) проведение геологических, геофизических, геодезических и других видов наблюдений и опробование горных выработок и скважин;

3) геологическая, горнопромышленная и экономическая оценка разведанных объемов недр на основе анализа и обработки полученной информации.

Независимо от условий разведки и вида полезного ископаемого, при проведении разведочных работ широко используется принцип аналогий, а также соблюдаются принципы последовательных приближений и максимальной эффективности. Два первых принципа определяют методологию геологоразведочных работ, как особой научной отрасли, а третий является следствием более общего принципа народнохозяйственной целесообразности и характеризует разведку как отрасль материального производства.

СИСТЕМЫ РАЗВЕДОЧНЫХ ВЫРАБОТОК

Прослеживание природных скоплений полезных ископаемых в недрах производится с помощью разведочных горных выработок и скважин. Любая разведочная выработка, пересекающая природные скопления полезного ископаемого, представляет собой искусственное обнажение недр и при соблюдении ряда нижеперечисленных условий может рассматриваться как единичное разведочное пересечение. Совокупность разведочных пересечений, расположенных в одной плоскости, образует разведочный разрез, а совокупность разведочных разрезов в пространстве — разведочную систему. Таким образом, прослеживание объектов разведки в заданном направлении производится с помощью разведочных пересечений, в заданной плоскости — с помощью разведочных разрезов, в заданном объеме — с помощью разведочных систем.

Разведочное пересечение должно удовлетворять следующим основным требованиям:

1) ориентировано в направлении, по возможности близком к максимальной изменчивости важнейших свойств полезных ископаемых в недрах. В основном

это направление совпадает с направлением мощностей природных минеральных тел;

2) вскрывать залежи полезных ископаемых на их полную мощность, захватывая прилегающие к ним участки неминерализованных пород.

По определению П. А. Шехтмана, разведочным пересечением можно назвать всякое документированное и опробованное геологическое обнажение минерального тела по мощности. Разведочное пересечение может быть выполнено с применением различных технических средств — поверхностных или подземных разведочных горных выработок, разведочных скважин, шпуров, линейного опробования ранее обнаженных поверхностей полезного ископаемого. Выбор технических средств для создания разведочных пересечений зависит от целей и задач геологоразведочных работ, от природных особенностей объекта и от технико-экономических соображений. Чем сложнее строение полезного ископаемого и чем труднее расшифровываются геологические закономерности локализации полезной минерализации, тем больше должны быть размеры обнаженных поверхностей и детальнее комплекс непосредственных визуальных наблюдений. Наиболее полно эти условия обеспечиваются только при использовании разведочных и эксплуатационных горных выработок.

Любое разведочное пересечение является сплошным и обеспечивает поэтому полную информацию о свойствах полезного ископаемого по изучаемому направлению. Вычисленные средние значения геологоразведочных параметров по разведочному пересечению предельно близки к истинным и расходятся с ними только на величину технических погрешностей экспериментальных наблюдений.

Совокупность разведочных пересечений, расположенных в одной плоскости, образует разведочный разрез. Разведочные разрезы обычно располагают в вертикальных или горизонтальных плоскостях. В последнем случае они называются разведочными планами.

Разведочные разрезы могут быть поперечными, продольными или косыми по отношению к ориентировке основных элементов залегания минерализованных зон или тел полезных ископаемых. Особую группу образуют разведочные разрезы, ориентированные в их продольных плоскостях, которые могут быть созданы только с помощью горных выработок. Необходимым для этого условием является малая мощность тел полезных ископаемых, соизмеримая с поперечным сечением разведочной горной выработки.

Разведочный разрез, в плоскости которого располагается направление максимальной изменчивости важнейших свойств полезного ископаемого, считается главным разведочным разрезом. В плоскостях главных разведочных разрезов производится оконтуривание залежей полезных ископаемых, оценка их площадей, средних содержаний полезных компонентов и других важнейших свойств минерального сырья в недрах. Разведочные разрезы сочетают в себе информацию о геологическом строении как самого полезного ископаемого, так и вмещающих его пород. В зависимости от сложности строения объекта для создания геологических разрезов используются различные технические средства: поверхностные и подземные горные выработки, разведочные скважины, линейные пробы, шпуров или чаще всего сочетания различных технических средств. Единичные разведочные пересечения могут располагаться в пределах разведочного разреза параллельно, под различными углами или пересекая друг друга, образуя прерывистые или непрерывные разведочные разрезы.

По результатам геологического изучения и опробования разведочных пересечений составляются графические модели разведочных разрезов, на которые наносятся данные о рудовмещающих породах, рудоконтролирующих структурах и залежах полезных ископаемых, а также количественные характеристики их важнейших свойств.

Сведения о строении и свойствах полезного ископаемого в плоскости разведочного разреза могут быть получены только по линиям разведочных пересечений, в то время как площади, расположенные между линиями смежных разведочных пересечений, практически остаются неосвоенными. Чтобы судить о свойствах полезных ископаемых в пределах этих площадей, необходимо располагать характеристиками их пространственной изменчивости и геологической информацией, которая может быть получена только по принципу аналогии. Интерполяция фактических наблюдений по смежным разведочным пересечениям производится с учетом количественных характеристик изменчивости наблюдаемых свойств и априорных геологических данных, что обеспечивает приближенное представление о вероятном внутреннем строении полезного ископаемого в промежутках между разведочными пересечениями. Поэтому достоверность выявления структуры полезного ископаемого по разведочному разрезу зависит в первую очередь от расстояний между смежными разведочными пересечениями.

Разведочной системой называется совокупность определенным образом расположенных разведочных разрезов. По определению В. М. Крейтера (1961), системой разведочных работ называется только такое пространственное размещение разведочных средств, которое дает возможность построить серию разведочных разрезов и провести необходимое опробование для подсчета запасов полезного ископаемого.

Важнейшим классификационным признаком В. М. Крейтер считает вид разведочного средства, в связи с чем им выделяются группы буровых, горных и комбинированных горно-буровых систем. П. А. Шехтман (1963) называет системой разведки определенный порядок ведения геологоразведочных работ, независимо от применяемых технических средств. Он справедливо отмечает, что среди факторов, влияющих на выбор системы разведки, первостепенное значение имеют условия залегания разведкуемых залежей, которыми определяется расположение разведочных пересечений.

По-видимому, при систематике разведочных систем следует использовать оба упомянутых классификационных признака. Пространственная ориентировка главных разведочных разрезов может служить основой для выделения классов разведочных систем с подразделением их на подклассы по признаку взаимного расположения главных разведочных разрезов. В каждом классе по признаку взаимного расположения разведочных пересечений в пределах главного разведочного разреза выделяются группы систем. В каждой группе в зависимости от применяемых разведочных средств могут быть выделены различные виды разведочных систем. По пространственной ориентировке и взаимному расположению главных разведочных разрезов различают три класса разведочных систем: вертикальными, горизонтальными и продольными разрезами.

Системы вертикальных разрезов применяются при разведке пластоподобных, горизонтально залегающих и наклонных, а также изометрических по форме тел полезных ископаемых. Класс систем разведки вертикальными разрезами разделяется на три подкласса: параллельными, непараллельными и радиальными вертикальными разрезами. Наиболее широким распространением

пользуется первый из них. Система непараллельных вертикальных разрезов используется при разведке извилистых лентообразных залежей (долинных россыпей), а система радиальных разрезов — при разведке залежей дископодобной формы.

Системы горизонтальных разрезов применяются при разведке крутопадающих залежей и тел изометрической формы.

Особый класс образуют системы разведки продольными разрезами, которые используются для разведки маломощных жило- и пластоподобных залежей полезных ископаемых и осуществляются только с помощью разведочных горных выработок. Примерная группировка разведочных систем приведена в табл. 2.

Таблица 2

Класс и подкласс (взаимное расположение разрезов)	Группа (взаимное расположение разведочных пересечений в разрезе)	Вид (совокупность применяемых разведочных средств)
Вертикальные разре- зы: параллельные и непараллельные радиальные	Параллельные вертикальные пересечения Параллельные наклонные пересечения Пересекающиеся вертикальные и горизонтальные пересечения Пересекающиеся наклонные пересечения Пересекающиеся горизонтальные и наклонные пересечения Веерообразные пересечения	Скважины Поверхностные горные выработки Подземные горные выработки Скважины и поверхностные горные выработки Скважины и подземные горные выработки Скважины, поверхностные и подземные горные выработки Скважины, подземные и поверхностные горные выработки и шпур
Горизонтальные разре- зы	Параллельные горизонтальные пересечения Пересекающиеся непараллельные пересечения Радиальные (веерообразные) пересечения	Штреки и орты Штреки, орты и скважины Штреки, орты, скважины и шпур
Продольные разрезы	Горизонтальные пересечения Горизонтальные и вертикальные (наклонные) пересечения	Штреки Штреки и восстающие Штреки и шпур Штреки, восстающие и шпур

Решающее влияние на выбор класса разведочных систем оказывают условия залегания и морфологические особенности тел полезных ископаемых. Выбор группы зависит главным образом от сложности их морфологии и строения. Выбор вида определяется характером внутреннего строения, сложностью выявления рудоконтролирующих и рудолокализирующих элементов геологического строения, а также горно-геологическими условиями разведываемого участка.

При прослеживании и оконтуривании природных скоплений полезных ископаемых с помощью разведочных систем представления об их геологическом строении ограничиваются плоскостями отдельных разведочных разрезов. Для суждения о строении полезного ископаемого в объемах между разведочными разрезами необходима априорная геологическая информация, которая представляет собой основу для интерполяции представлений, полученных по

смежным разведочным разрезами. Поэтому объемные представления о морфологии и строении полезного ископаемого зависят от расстояний между соседними разведочными разрезами.

Таким образом, путем изучения и увязки экспериментальных геологоразведочных данных сначала в пределах одного разведочного разреза, а затем между смежными разведочными разрезами выявляются особенности геологического строения участка, основные черты морфологии и структуры залежей полезных ископаемых, закономерности размещения в них полезных компонентов и важнейшие оценочные параметры. Детальность этих представлений и достоверность разведанных запасов зависят (для данного объекта) от количества и густоты единичных пересечений в каждом разведочном разрезе, а также от общего количества и густоты всех разведочных разрезов.

Совокупность разведочных пересечений образует в продольных плоскостях минерализованных зон или залежей полезных ископаемых разведочные линии и разведочную сеть.

Разведочная линия представляет собой проекцию разведочного разреза на продольную плоскость залежи. Поэтому главные разведочные линии, представляющие собой проекции главных разведочных разрезов, ориентированы нормально к простиранию залежей.

Разведочная сеть образуется в продольной плоскости залежи в результате пересечения разведочных линий двух различных, как правило, взаимно ортогональных направлений.

Элементарная площадка, заключенная между смежными разведочными линиями, называется ячейкой разведочной сети.

Важнейшими геометрическими характеристиками разведочной сети являются ориентировка, форма и размеры ее ячейки. Совокупность сведений об ориентировке, форме и размерах ячейки разведочной сети в продольной плоскости минерализованной зоны или залежи объединяется в понятие «геометрия разведочной сети». Любая, геометрически правильная сеть позволяет построить по крайней мере две взаимно пересекающиеся системы разведочных разрезов. Среди геометрически правильных разведочных сетей в практике наиболее широко используются квадратные и прямоугольные сети.

При использовании прямоугольной сети длинная сторона ее ячейки ориентируется в направлении наименьшей изменчивости свойств полезного ископаемого. При резкой анизотропии свойств (при разведке лентообразных залежей) прямоугольная сеть переходит в систему разобренных разведочных разрезов с расстояниями между ними на порядок больше, чем расстояния между разведочными пересечениями в плоскости каждого разреза.

Использование геометрически правильных разведочных сетей обеспечивает объективность и случайность выборочных данных, что, по мнению большинства специалистов в области разведки, является необходимой предпосылкой для применения статистических методов их обработки. Некоторые авторы, однако, отрицают необходимость применения геометрически правильных разведочных сетей. П. А. Шехтман (1963) считает, что разведочные пересечения должны располагаться выборочно — линиями, рядами или группами, рассредоточиваясь и сгущаясь в пределах минерализованного поля в зависимости от геологических позиций каждого из них. По мнению П. А. Шехтмана, роль разведки должна сводиться к подземному геологическому картированию минеральных тел и к прослеживанию «границных значений геологических элементов, определяющих контуры геологически и технологически однородных блоков». Такой подход обеспечивает возможность эффективного решения многих геолого-гео-

метрических задач, особенно на ранних стадиях геологоразведочных работ. Он вполне уместен в начале разведки, когда рудоконтролирующие факторы еще не выяснены и роль первых разведочных разрезов сводится к выяснению принципиальной схемы геологического строения участка, ведущих рудоконтролирующих факторов и основных морфологических особенностей полезного ископаемого. Но при переходе к систематическим детализационным работам путем последовательного сгущения разведочных разрезов необходимо обеспечить геометрически правильную разведочную сеть. Несоблюдение этого условия нарушает требования объективности в размещении разведочных выработок и создает неблагоприятные предпосылки для использования математических методов обработки экспериментальных данных, поскольку для получения объективных количественных характеристик наблюдаемой изменчивости важнейших свойств полезных ископаемых необходимо учитывать геометрию разведочной сети и геометрию оцениваемых блоков.

НАБЛЮДЕНИЯ И ОПРОБОВАНИЕ В РАЗВЕДОЧНЫХ ВЫРАБОТКАХ

Для получения исходной информации о геологической природе и свойствах полезных ископаемых по всем пройденным горным разведочным выработкам и скважинам проводится комплекс разнообразных наблюдений, а также все необходимые виды опробования.

Наблюдения проводятся визуально или инструментально с применением современных фотографических, геофизических, геодезических, минералого-геохимических и других методов исследования и сопровождаются отбором образцов пород и руд. Результаты наблюдений документируются и подвергаются дальнейшей обработке, анализам и обобщениям. Комплекс наблюдений включает в себя:

- 1) геологическое, геолого-структурное, минералого-геохимическое, геофизическое и другие специальные виды картирования разведочных выработок;
- 2) систематические наблюдения для изучения и количественного описания физических, физико-механических, химических, горнотехнических, технологических и других специфических свойств полезных ископаемых в недрах;
- 3) геодезические наблюдения для получения маркшейдерской основы и пространственных координат всех разведочных пересечений.

Среди самых разнообразных свойств полезных ископаемых особо важное значение имеют геологоразведочные параметры, совокупность которых используется в качестве основы для оценки запасов минерального сырья в недрах.

К важнейшим геологоразведочным параметрам относятся: координаты точек наблюдения в кровле и в почве продуктивных залежей, мощности залежей, содержания полезных и вредных компонентов, объемные веса полезных ископаемых, характеристики продуктивности по разведочным пересечениям и линейные запасы (метропроценты или метрограммы) разведочных пересечений.

По степени сложности математического описания и практического использования геологоразведочные параметры разделяются на три группы:

- 1) геологоразведочные параметры, характеризующие внешнюю форму залежей и условия их залегания;
- 2) геологоразведочные параметры, характеризующие внутреннее строение и состав залежей;
- 3) комплексные геологоразведочные параметры, представляющие собой производные параметры первых двух групп.

К геологоразведочным параметрам, характеризующим внешнюю форму рудных залежей и условия их залегания, относятся наблюдаемые значения мощностей залежей и отметки их кровли или почвы.

Замеры геологоразведочных параметров первой группы относятся к отдельным точкам или линиям и представляют собой векторные величины. Их наблюдаемая изменчивость, измеренная по одному и тому же направлению для одной и той же залежи полезного ископаемого, зависит только от расстояний между соседними пунктами наблюдений.

К геологоразведочным параметрам, характеризующим строение и состав залежей полезных ископаемых, относятся содержания полезных и вредных компонентов в контурах залежи и объемные веса руд.

Замеры геологоразведочных параметров второй группы производятся всегда в некоторых элементарных объемах внутри залежей полезных ископаемых. В отличие от геологоразведочных параметров первой группы их значения представляют собой скалярные величины. Наблюдаемая изменчивость этих значений зависит от расстояний между соседними пунктами наблюдений, от размеров, форм и ориентировки отбираемых проб.

Комплексные геологоразведочные параметры представляют собой производные от параметров первых двух групп или осредненные показатели, вычисленные на их основании для определенных участков залежей. К ним относятся: «линейные» запасы залежей по отдельным пересечениям, выраженные в метро-процентах (метрограммах), и коэффициенты рудоносности (продуктивности), вычисленные по отдельным разведочным пересечениям. Наблюдаемая изменчивость геологоразведочных параметров третьей группы зависит от расстояний между соседними пунктами наблюдений и, как правило, от форм, размеров и ориентировки проб.

Все разведочные пересечения подвергаются опробованию путем отбора порций минерализованных пород с последующим испытанием (анализом) отобранных проб или же путем замеров важнейших свойств полезного ископаемого непосредственно в естественном залегании. Каждая проба представляет собой единичное наблюдение, предназначенное для определения какого-либо свойства полезного ископаемого. Различают рядовое, минералогическое, технологическое и техническое опробование.

Каждая проба характеризуется определенным объемом, формой, размером и ориентировкой. Совокупность этих характеристик объединяется в понятие «геометрия пробы». Значения наблюдаемых численных характеристик свойств зависят не только от природных особенностей полезного ископаемого, но и от геометрии отбираемых проб.

Каждое разведочное пересечение может рассматриваться как «сквозная» линейная проба, характеризующая средние свойства полезного ископаемого в данном направлении. Для изучения внутреннего строения полезного ископаемого каждая сквозная проба разделяется на ряд самостоятельных примыкающих друг к другу проб. Если это разделение осуществляется равными интервалами, то пробы носят название интервальных. Если же выделение самостоятельных отрезков сквозной пробы проводится по совокупности геолого-геофизических данных, а выделяемые отрезки различаются по длинам, принято говорить о секционных пробах.

Для последующей математической обработки эмпирических данных предпочтение отдают интервальным пробам.

Детальность исследования строения полезного ископаемого зависит от размеров интервальных проб. Уменьшая их размеры и увеличивая тем самым общее

количество интервальных проб, можно практически безгранично повышать детальность изучения полезного ископаемого в данном разведочном пересечении.

ОЦЕНКА РАЗВЕДАННЫХ ОБЪЕМОВ

По результатам геологического изучения и опробования производится оконтуривание промышленно-ценных участков полезного ископаемого в недрах и оценка его запасов. Экспериментальные данные, полученные по разведочным пересечениям, распространяются сначала на прилегающие к ним площади разведочных разрезов, а затем средние оценки по разведочным разрезам распространяются на примыкающие к ним объемы недр.

При отсутствии информации об изменениях свойств полезного ископаемого в пространстве распространение средних оценок параметров, полученных по сквозным линейным пробам, на тяготеющие к ним участки недр представляет собой весьма условный прием. Он основан на многовековом опыте, согласно которому вокруг богатой пробы, вероятнее всего, будет располагаться богатое рудное скопление, а вокруг бедной пробы — бедное. Однако правило рудокопов «ищи руду около руды» используется в данном случае без учета степени влияния сквозной пробы на свойства полезного ископаемого в пределах прилегающего к ней ближайшего района.

При несоответствии истинных средних значений геологоразведочных параметров в оцениваемых объемах их оценкам, полученным по разведочным пересечениям, неизбежно возникают погрешности распространения, которые получили в литературе название погрешностей аналогии.

Степень влияния разведочного пересечения (линейной пробы) определяется природными особенностями разведываемого месторождения: пространственной выдержанностью оруденения, сложностью строения полезного ископаемого и уровнем изменчивости его свойств. Она зависит также от геометрии проб, но никак не связана с геометрией разведочной сети. Поэтому нельзя отождествлять понятие «зоны влияния» разведочного пересечения с понятием «ближайший район», форма и размеры которого полностью определяются геометрией разведочной сети.

При густой разведочной сети и выдержанном характере оруденения фактическое влияние разведочного пересечения на количественные характеристики изменчивости геологоразведочных параметров может распространяться далеко за пределы тяготеющего к нему «ближайшего района». При редкой разведочной сети и невыдержанном характере оруденения влияние разведочного пересечения не будет сказываться даже в периферических участках «ближайшего района». Чем крупнее размеры, проще морфология и строение тел полезных ископаемых, тем больше размеры зон влияния единичных разведочных пересечений. С усложнением морфологии тел полезных ископаемых, увеличением степени их прерывистости и уменьшением размеров рудных скоплений размеры зон влияния единичных разведочных пересечений уменьшаются, достигая при мелкогнездовом («бонанцевом») распределении полезных минералов практически ничтожных объемов. Форма зоны влияния единичного разведочного пересечения определяется характером анизотропии строения полезного ископаемого. Зона влияния всегда вытянута в направлении минимальной изменчивости и сжата в направлении максимальной изменчивости изучаемого свойства.

В пределах зоны влияния единичного разведочного пересечения между значениями геологоразведочных параметров проявляется отчетливая положительная корреляционная связь. О силе этой связи по различным направлениям

можно судить по величине коэффициента корреляции между смежными разведочными пересечениями. Расстояние, при котором корреляционная связь между значениями геологоразведочных параметров по двум разведочным пересечениям исчезает, соответствует предельному размеру зоны влияния в данном направлении. Для суждения о пространственной изменчивости изучаемого свойства полезного ископаемого в недрах по данным изучения искусственных обнажений необходимо, чтобы между его значениями в смежных пунктах наблюдений существовали бы достаточно отчетливые корреляционные связи. При отсутствии их интерполяция экспериментальных данных и геометризация изучаемых свойств неправомерны. В этих случаях возможна только статистическая оценка их средних значений по всей совокупности разведочных пересечений.

Распространение эмпирических данных, полученных по разведочному пересечению, на разведочный разрез, а данных по разведочному разрезу — на весь разведанный объем представляет собой одну из самых сложных проблем разведки. При ее решении необходимо учитывать геометрию блоков, на которые распространяются экспериментальные данные, и геометрию фактических зон влияния соответствующих линейных проб. О геометрии зон влияния линейных проб можно судить по силе корреляционных связей между значениями геологоразведочных параметров в смежных пересечениях. Эти связи необходимо учитывать для оценки погрешностей аналогий, знание которых позволяет судить о степени достоверности результатов геологоразведочных работ.

ОСНОВНЫЕ ПРИНЦИПЫ РАЗВЕДКИ

Принципы разведки месторождений полезных ископаемых были сформулированы В. М. Крейтером и В. И. Бирюковым в 1957 г. Ими выделено пять основных принципов разведки: полноты исследований, последовательных приближений, равномерности, наименьших трудовых и материальных затрат и наименьших затрат времени. Фундаментальное значение для методики разведки имеют второй и четвертый принципы, первый, третий и пятый — являются второстепенными и могут быть выведены как следствие из основных. Среди перечисленных принципов не нашел отражения важнейший принцип аналогии, представляющий собой методологическую основу разведки. Поэтому более правильно выделить три фундаментальных принципа разведки: аналогии; последовательных приближений; максимальной эффективности.

П р и н ц и п а н а л о г и и. По результатам геологоразведочных работ никогда нельзя получить исчерпывающих данных о свойствах и строении полезных ископаемых в недрах, так как любая разведочная система вследствие дискретности геологических наблюдений и опробования обеспечивает возможность получения выборочной информации только по линиям разведочных пересечений, в то время как промежутки между ними остаются практически не исследованными. Пересекая двумя смежными скважинами участки интенсивно минерализованных пород, никогда нельзя быть абсолютно уверенным в том, что они представляют собой части единого и непрерывного целого. Еще меньше оснований утверждать, что сплошная минерализация будет прослеживаться и далее, за пределы разведанного участка. Для уверенного решения этих вопросов необходима дополнительная информация, которая может быть получена только по принципу аналогии с другими сходными и детально изученными геологическими объектами. Априорная информация о свойствах месторожде-

ний особенно необходима для решения большинства методических вопросов на ранних стадиях геологоразведочных работ, пока по разведуемому объекту не будет получено достаточное количество собственных экспериментальных данных.

Принцип аналогии используется при разведке месторождений полезных ископаемых для решения любых задач — от прогноза условий формирования и локализации оруденения до обоснования оптимальной плотности разведочной сети, геометрии проб и количества разведочных пересечений.

Принцип аналогии подразумевает, что в однотипных месторождениях, сформированных в сходной геологической обстановке и обладающих близким вещественным составом руд, проявляются более или менее ярко выраженные черты сходства. Поэтому, несмотря на индивидуальность и неповторимость каждого вновь разведуемого месторождения сходством условий их формирования, геологической обстановки, факторов рудоконтроля и вещественного состава руд, обеспечивается подобие условий залегания, морфологии и внутреннего строения полезных ископаемых, а также подобие характеристик изменчивости их важнейших свойств. В еще большей степени это подобие обеспечивается для смежных участков одного и того же месторождения и тем более для смежных участков одной и той же рудной залежи при условии, что геологическая обстановка и вещественный состав руд на участке эталона и на оцениваемом участке не претерпевают заметных изменений.

Эффективность использования принципа аналогии для обоснования методики разведки и оценки ее результатов зависит от правомерности применения, а также достоверности и степени изученности критериев подобия. Очевидно, что слишком широкое некритическое использование эмпирических данных, полученных по сходным месторождениям или их участкам, как и пренебрежение ими в равной мере нежелательны. В каждом конкретном случае необходимы разумное сочетание предыдущего опыта с опытом изучения данного объекта и обязательная оценка степени сходства сравниваемых объектов и правомерности используемых критериев подобия. Например, широко распространенный эмпирический метод определения плотности разведочной сети сводится к тому, чтобы по совокупности геологических данных возможно ближе определить промышленный тип разведуемого месторождения и, ориентируясь на средние статистические данные, применить оправдавшую себя на практике плотность разведочной сети. Однако такое использование принципа аналогий эффективно только на самых ранних стадиях изучения недр. По мере накопления разведочных данных в качестве эталонов должны использоваться уже эмпирические характеристики, полученные по соседним телам, участкам или блокам изучаемого месторождения полезных ископаемых. Только систематическая обработка и анализ накапливающейся геологоразведочной информации обеспечивают получение исходных данных, учитывающих индивидуальные особенности разведуемого месторождения, которые могут заметно отличаться от средних статистических.

В соответствии с принципом аналогии в практике геологоразведочных работ используются различные классификации и группировки — от классификаций геолого-промышленных типов месторождений до группировок месторождений по степени изменчивости свойств полезных ископаемых (по значениям коэффициентов вариации важнейших геологоразведочных параметров). Все они преследуют одну цель — создать эталоны, характеризующие особенности строения и изменчивости свойств типичных месторождений, с помощью которых по принципу аналогии можно было бы прогнозировать эти свойства при разведке новых месторождений.

В практике геологоразведочных работ используются самые различные геологические эталоны — от эталонов, описывающих основные черты геологического строения рудных полей и месторождений, до геолого-математических эталонов, описывающих количественные характеристики изменчивости основных параметров оруденения в масштабах отдельных зон, тел или участков полезных ископаемых.

Принцип аналогии широко используется и при решении большинства геолого-математических задач, для предварительной оценки, классификации и группировки исходных данных, поскольку природные геологические объекты с трудом поддаются строгому математическому моделированию. Как правило, при моделировании свойств полезных ископаемых в недрах приходится снижать требования, предъявляемые к их математическому описанию, подкрепляя количественные оценки интуитивными соображениями, основанными на априорной геологической информации, полученной по принципу аналогии.

Принцип последовательных приближений определяет методический подход к проведению разведочных работ. Он заключается в необходимости разделения процесса разведки на ряд последовательных операций и стадий, в каждой из которых объект исследования изучается с различной, все возрастающей детальностью. По мере развития геологоразведочных работ эти операции и стадии представляют собой цепь последовательных приближений в познании геологического строения недр, закономерностей размещения полезной минерализации в конкретных геологических структурах и пространственной изменчивости свойств полезных ископаемых.

Согласно принципу последовательных приближений, изучение недр осуществляется постепенно — от общего к частному. Оно начинается с выявления региональных геологических закономерностей, определяющих размещение рудных полей в структурах металлогенических зон и месторождений в структурах минерализованных полей. Затем переходят к изучению закономерностей размещения крупных залежей в структурах месторождений, к выяснению протяженности и вертикального размаха полезной минерализации, генеральной изменчивости и общего качества минерального сырья. После выяснения основных черт геологического строения месторождения изучаются условия залегания отдельных тел полезных ископаемых и выясняются факторы, определяющие их морфологические особенности. После этого приступают к изучению структур тел полезных ископаемых и, наконец, особенностей строения отдельных участков тел полезных ископаемых и закономерностей пространственной изменчивости их важнейших свойств в пределах отдельных блоков.

На каждой стадии исследования недр объект изучения представляется состоящим из совокупности условно неделимых геологических элементов, размеры которых с учетом природных особенностей минерализации зависят от густоты разведочной сети. По мере детализации геологоразведочных работ при дальнейшем сгущении сети разведочных пересечений внутри каждого, ранее выделенного геологического элемента появляется возможность обособления более мелких, условно неделимых объемов, представляющих собой геологические элементы более высокого структурного уровня.

Действующее в нашей стране положение о стадийности геологоразведочных работ учитывает основные требования принципа последовательных приближений. Согласно этому положению все выявленные проявления полезных ископаемых изучаются последовательно, проходя стадии: поисково-разведочных работ; предварительной, детальной и эксплуатационной разведок.

Принцип последовательных приближений проявляется не только в чере-

довании разведочных стадий, но и в последовательной смене отдельных геологоразведочных операций в пределах каждой стадии. По сути дела, каждая новая горная выработка, скважина или группа разведочных выработок обеспечивает получение дополнительной информации о природе разведываемого месторождения и может рассматриваться как очередное приближение в познании недр.

Принцип максимальной эффективности геологоразведочных работ выражает основное требование социалистического общественного производства — необходимость достижения наибольших результатов при минимальных затратах труда и времени.

Результативность разведки определяется выявленной природной ценностью месторождения и достоверностью его геолого-экономической оценки. Обобщающим показателем эффективности разведки является отношение природной ценности месторождения в денежном выражении к общей сумме затрат с учетом фактора времени. Чем выше выявленная природная ценность месторождения, достовернее оценка разведанных запасов, ниже уровень трудовых затрат и меньше срок разведанных работ, тем ближе эффективность разведки к максимально возможному пределу.

Природная ценность месторождения определяется масштабом запасов, качеством и технологическими свойствами минерального сырья, количеством и качеством содержащихся в нем сопутствующих полезных компонентов, горнотехническими и экономическими условиями его эксплуатации. Все эти факторы зависят не только от природных особенностей месторождения, но и от общего научного и производственно-технического уровня проведения геологоразведочных работ, рациональности их комплексирования и организации. Повышению природной ценности месторождения способствуют: 1) полное выявление масштабов разведываемого месторождения с обязательным пересечением всей продуктивной зоны разведочными выработками и оконтуриванием всех слагающих ее тел полезных ископаемых; 2) полное и всестороннее изучение качества и технологических свойств полезного ископаемого с выявлением всего комплекса сопутствующих полезных компонентов.

Повышению достоверности геолого-экономической оценки разведанных запасов способствуют: 1) создание оптимальной, геометрически правильной разведочной сети, учитывающей природные особенности месторождения; 2) правильное использование комплекса современных геологических, геофизических и геохимических методов исследования; 3) полноценное использование всех видов разведочных выработок и скважин для выяснения гидрогеологических, инженерно-геологических и горнотехнических особенностей месторождения для изучения технологических свойств минерального сырья и пространственного размещения технологически разнородных участков полезного ископаемого.

Таким образом, принцип максимальной эффективности подразумевает обязательное выполнение условий полноты исследований и оптимальности разведочной сети.

При проведении в жизнь основных принципов разведки условие полноты исследований обычно приходит в противоречие со стремлением к сокращению трудовых затрат, а требование строгой последовательности в изучении недр не способствует сокращению сроков разведочных работ. В борьбе этих противоречивых начал постепенно вырабатываются оптимальные представления о необходимой и достаточной полноте исследований. Практически это выражается в том, что на каждой стадии геологоразведочных работ объем исследований должен быть минимальным по затратам времени и труда, но достаточным для достижения основной цели и для полноценного решения всех поставленных задач.

МОДЕЛИРОВАНИЕ КАК ОСНОВНОЙ МЕТОД ПОЗНАНИЯ В ПРОЦЕССЕ ГЕОЛОГОРАЗВЕДОЧНЫХ РАБОТ

ЗАДАЧИ, ОБЪЕКТЫ И ВИДЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Моделирование как средство познания закономерностей широко используется в самых различных областях науки и техники. Оно представляет собой метод исследования строения сложных природных объектов, динамики процессов или основных особенностей систем на моделях. Понятие «модель» весьма многозначно. В качестве моделей могут выступать подобия каких-либо предметов в измененном или натуральном масштабах, устройства, чертежи, формулы или символы, воспроизводящие свойства интересующих нас объектов изучения. В настоящее время понятие модели приобрело еще более широкий смысл, а моделированием стали называться не только материальные — вещественно-технические, но и идеальные — абстрактно-математические процессы, воспроизводящие интересующие нас особенности природы.

Необходимость в моделировании возникает при изучении так называемых «плохо организованных систем», в которых, по определению В. В. Налимова (1971), нельзя установить непроницаемые перегородки, разграничивающие действия переменных различной физической природы. Понятие «плохо организованная система» возникло в противовес понятию «хорошо организованная система». В хорошо организованных системах процессы одной физической природы зависят от весьма небольшого числа переменных и поэтому четко выделяются при изучении. В плохо организованных системах одновременно действуют многочисленные факторы различной физической природы, которые не поддаются четкому разграничению. При изучении таких систем требования, предъявляемые к их количественному описанию, резко снижаются, а строгое понятие закона заменяется более широким представлением о модели. В отличие от закона, имеющего на данном уровне знаний характер абсолютной истины модель обеспечивает лишь какое-то приближенное представление о некоторых свойствах изучаемой системы.

Смысл моделирования заключается в том, чтобы путем изучения свойств модели составить себе представление о свойствах объекта исследования. Моделирование производится на основе теории подобия, определяющей масштабы моделей и критерии подобия, при соблюдении которых сравнение модели и объекта становится правомочным.

Геологические объекты, в частности скопления полезных ископаемых в недрах, представляют собой плохо организованные природные системы, облада-

ющими невыдержанными формами и несовершенным внутренним строением. Несовершенство структуры природных скоплений полезных ископаемых является следствием сложности рудообразующих процессов, протекающих в переменных физико-химических условиях и в неоднородной, анизотропной вмещающей среде. Поэтому моделирование как метод познания широко используется при геологических исследованиях. В зависимости от целей и задач геологических исследований объектами моделирования могут быть: отдельные участки земных недр (их свойства и внутреннее строение), сам процесс геологоразведочных работ или геологические процессы, происходящие в недрах земной коры.

Моделирование геологического строения месторождений и свойств полезных ископаемых в недрах на основе выборочных геологоразведочных данных представляет собой важнейший и основной метод их познания в процессе геологоразведочных работ. На различных стадиях этого процесса объектами моделирования могут являться: рудные поля, месторождения, тела полезных ископаемых, их участки или блоки.

Моделирование процесса геологоразведочных работ способствует совершенствованию методики разведки и выявлению предпосылок для повышения ее геолого-экономической эффективности.

Моделирование геологических процессов, происходивших в земной коре, является одним из методов познания, обеспечивающих научную основу теории рудообразования, однако эта проблема выходит за рамки методологических основ разведки месторождений полезных ископаемых.

Виды моделирования, применяемые в процессе геологоразведочных работ, весьма многообразны. А. А. Трофимов (1970) отмечает, что при изучении рудников и месторождений применяется четыре вида моделирования: графическое; объемно-макетное; физическое и математическое.

Наиболее полными графическими моделями рудных полей, месторождений, минерализованных зон и тел полезных ископаемых являются геологические, структурные, литолого-петрографические и другие планы, карты и разрезы. Составление геологических разрезов, планов и карт входит в задачу любых геологоразведочных работ и представляет собой наиболее широко распространенную разновидность графического моделирования. К другой, более наглядной, но менее распространенной разновидности графического моделирования относятся различные проекции участков месторождений и тел полезных ископаемых.

Особую разновидность графического моделирования представляют горно-геометрические графики, составленные с применением метода изолиний. Модели в изолиниях наглядно отражают морфологические особенности тел полезных ископаемых или особенности пространственного размещения изучаемого свойства. Метод изолиний находит широкое применение в геолого-маркшейдерской практике, в процессе разведочных и горно-эксплуатационных работ.

Применение объемно-макетного моделирования в геологоразведочной практике обеспечивает получение еще более наглядных моделей, чем проекции изучаемых объектов, однако пока что они имеют в большей степени иллюстративное, нежели познавательное, значение.

Физическое моделирование широко используется в горном деле, в экспериментальной геотектонике, экспериментальной петрографии и в других отраслях геологических наук. При решении геологоразведочных задач оно пока что не нашло себе применения.

Простейшие приемы математического моделирования при обработке эмпирических данных применяются в практике геологоразведочных

работ уже несколько десятилетий, однако первые систематические изложения теоретических основ геолого-математического моделирования тел полезных ископаемых появились в литературе только в последние годы (Четвериков, 1968; Рац, 1968; Матерон, 1968 и др.).

Геолого-математические модели принадлежат к числу идеально-абстрактных. Вследствие сложности и несовершенства внутреннего строения изучаемых геологических объектов к моделированию их свойств нельзя предъявить безукоризненно строгих математических требований. Дискретный характер исходной информации и численная ограниченность эмпирических данных приводят к необходимости использования математических моделей, составленных на вероятностной основе. Применение геолого-математических методов моделирования способствует познанию форм и строения природных скоплений полезных ископаемых, а также закономерностей пространственного размещения их важнейших свойств. Кроме того, они обеспечивают получение оценок средних значений геологоразведочных параметров и других важнейших свойств полезных ископаемых в заданных объемах, а также оценок пространственной изменчивости оруденения и показателей степени достоверности обобщенных геологоразведочных данных.

В процессе разведки месторождений полезных ископаемых используются:

- 1) графическое и объемно-макетное моделирование месторождений и тел полезных ископаемых;
- 2) горно-геометрическое моделирование свойств полезных ископаемых с помощью изолиний;
- 3) геолого-математическое моделирование свойств полезных ископаемых и процесса геологоразведочных работ.

ГРАФИЧЕСКОЕ И ОБЪЕМНО-МАКЕТНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ МЕСТОРОЖДЕНИЙ И ТЕЛ ПОЛЕЗНЫХ ИСКОПАЕМЫХ

Наиболее распространенный способ графического моделирования заключается в составлении систем взаимно пересекающихся разрезов и планов, отражающих основные особенности геологического строения месторождения. Созданием этих графических документов завершается геологическое исследование любого участка недр, а их совокупность может служить основой создания различных перспективных проекций (блок-диаграмм) или объемно-макетных моделей изученного участка. Вопросы методики и техники составления геологических планов, разрезов и перспективных проекций излагаются в курсах структурной геологии и геологического картирования.

Подобие графических моделей изучаемому объекту обеспечивается строгим соблюдением масштабов и ориентировки создаваемых геологических сечений, а их достоверность зависит от полноты, детальности, плотности и равномерности полевых наблюдений, от сложности геологического строения объекта и ряда других причин. Оценить степень соответствия графической модели изучаемому объекту можно только интуитивно, главным образом по степени взаимной увязки геологических данных в смежных сечениях. Однако даже при идеальной увязке этих данных оценка степени достоверности графической модели остается сугубо качественной.

В практике геологоразведочных работ графические модели составляются по разведочным разрезам. Создание графических моделей — разведочных разрезов представляют собой теоретически обоснованный, а практически — вполне надежный способ выяснения геологической обстановки и условий залегания

природных скоплений полезных ископаемых, их форм и внутреннего строения.

Как метод познания графическое моделирование сохраняет ведущее значение на всех стадиях геологоразведочных работ. В начале разведки, когда рудоконтролирующие факторы еще не выявлены, роль первичных разведочных сечений сводится к выяснению основных черт геологического строения объекта исследования. После выяснения основных черт геологического строения объекта разведочных работ главной задачей становится изучение характера связей полезного ископаемого с отдельными геолого-структурными элементами. На более поздних стадиях разведки геологические планы и разрезы представляют собой основу для изучения морфологических особенностей и внутренней структуры самих продуктивных залежей и их участков.

Однако применение графических моделей разведываемых объектов не обеспечивает, как правило, количественной оценки степени их разведанности и, следовательно, не позволяет оценить достоверности подсчета запасов и средние свойства минерального сырья. Об этом можно судить только приблизительно по степени детальности и взаимной увязке смежных разрезов, в зависимости от сложности геологического строения исследуемого объекта и от густоты разведочной сети.

В еще меньшей степени перечисленные задачи могут быть решены на основе использования объемно-макетных моделей месторождений, продуктивных залежей или их участков. Существующие многочисленные разновидности объемно-макетного моделирования сводятся в конечном итоге к составлению скульптурных, рельефных, скелетных или прозрачных моделей, представляющих собой уменьшенные копии моделируемых участков месторождений или тел полезных ископаемых. По сравнению с графическими моделями их познавательное значение ограничивается тем, что построению объемной модели предшествует составление разрезов по нескольким взаимно перпендикулярным направлениям. Поэтому объемные модели предназначаются в настоящее время главным образом для демонстрационных целей. Однако для сложно построенных месторождений, представленных большим количеством самостоятельных тел полезных ископаемых, объемные модели могут иметь и познавательное значение.

ГОРНО-ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СВОЙСТВ ПОЛЕЗНЫХ ИСКОПАЕМЫХ (ГЕОМЕТРИЗАЦИЯ НЕДР)

Горно-геометрическое моделирование свойств полезных ископаемых с помощью изолиний представляет собой особую разновидность графического моделирования, широко развитую в горнорудной и геологоразведочной практике.

Основоположителем этого метода (моделирования) считается П. К. Соболевский, которым создана новая научная дисциплина «геометрия недр», имеющая своей целью геометрический анализ «геохимического поля». Под «геохимическим полем» он подразумевал такую часть пространства недр, в пределах которой совокупность наблюдаемых форм, свойств и процессов может рассматриваться под углом зрения единства ее геологического генезиса. По мнению П. К. Соболевского, при проведении разведочных работ залежи полезных ископаемых могут рассматриваться как совокупности взаимно связанных элементарных геохимических полей, а геологоразведочные параметры — как наблюдаемые форма и свойства полезных ископаемых.

В основе геометрической модели П. К. Соболевского лежит представление о функциональных связях наблюдаемых геологоразведочных параметров

с пространственными координатами. Им сформулированы принципы геометрического моделирования тел полезных ископаемых, включающие следующие основные положения.

1. Если значение изучаемого признака (геологоразведочного параметра) в каждой точке тела полезного ископаемого выразить соответствующим числом « a », то этот параметр может рассматриваться как функция координат пространства $a = f(x, y, z)$, а тело полезного ископаемого — как некоторое «геохимическое поле», выраженное множеством точек пространства.

2. Функция $a = f(x, y, z)$ должна удовлетворять условиям конечности, однозначности, непрерывности и плавности.

Из существа геометрической модели П. К. Соболевского следует, что если известна функция $a = f(x, y, z)$, то можно установить значение параметра a в любой наперед заданной точке тела полезного ископаемого.

Геометрическое моделирование числовых значений любого свойства полезного ископаемого производится графически с помощью изолиний. На планах и разрезах изолинии образуют топографические поверхности и могут рассматриваться как графические выражения функций типа $z = f(x, y)$. Аналитическое выражение таких функций практически невозможно из-за их сложности. Поэтому П. К. Соболевским разработаны оригинальные математические операции с топографическими поверхностями (топофункциями), с помощью которых можно производить с ними любые арифметические и алгебраические действия.

Топофункции выдержанных геологоразведочных параметров удовлетворяют условиям конечности, однозначности, непрерывности и плавности.

Если совокупность точек наблюдения, нанесенная на план в определенном масштабе, без всяких натяжек может быть соединена в систему кривых линий, удовлетворяющих условию плавности как в отношении каждой изогипсы, так и в отношении горизонтальных заложений, то такой чертеж, согласно П. К. Соболевскому, может служить адекватной геометрической моделью наблюдаемой изменчивости, изучаемого свойства, отражая пространственные закономерности его размещения. В этих случаях горно-геометрические модели обеспечивают возможность количественной оценки степени разведанности месторождений и могут служить основой для решения важнейших геологоразведочных проблем. В практике геологоразведочных работ геометрическое моделирование как основной метод изучения изменчивости полезных ископаемых применяется для пластовых месторождений с выдержанными геологоразведочными параметрами.

При заметной природной изменчивости свойств и прерывистости строения полезных ископаемых наблюдаемые значения геологоразведочных параметров не удовлетворяют условиям непрерывности и плавности. Для устранения этого недостатка наблюденные значения геологоразведочного параметра подвергаются операции сглаживания с помощью так называемого «скользящего окна».

Способы сглаживания исходных данных представляют собой не строго математические, а скорее описательные приемы. Они вуалируют и смещают экстремальные значения параметров. Характер скользящей средней зависит от количества проб в скользящем окне и от количества последовательных сглаживаний. Число проб, участвующих в образовании каждого сглаженного значения, растет по мере увеличения числа сглаживаний, в результате чего повторное сглаживание приводит к расширению размеров краевой зоны разведанной площади, которая сглаживанию не поддается. Кроме того, перераспределение весов проб при сглаживании может привести как к увеличению, так и к уменьшению степени осреднения результатов наблюдений. Увеличение

степени осреднения происходит в том случае, если в результате перераспределения весов вес проб, расположенных ближе к центру скользящего окна, убывает (Марголин, 1968). Серьезный недостаток горно-геометрической модели заключается в том, что сглаженные значения геологоразведочных параметров относятся к произвольным объемам недр, которые определяются не требованиями горной технологии, а размерами выбранного скользящего окна и числом последовательных сглаживаний.

С помощью горно-геометрического моделирования можно: а) выразить особенности пространственного размещения важнейших свойств полезных ископаемых и вмещающих их геологических структур; б) установить координаты любой точки залежи полезного ископаемого; в) получить представление о морфологии и строении залежей полезных ископаемых и установить примерную концентрацию полезного компонента в пределах любого участка залежи. Однако геометрические методы моделирования, отражающие особенности только неслучайной составляющей наблюдаемой изменчивости, игнорируют проявления многочисленных случайных отклонений в значениях геологоразведочных параметров по отдельным точкам наблюдений. Поэтому они не позволяют оценить достоверность вычисленных средних значений и получить объективные количественные критерии степени разведанности запасов.

Гипсометрические планы контактовых поверхностей залежей или рудо-контролирующих поверхностей, графики изоглубин или изомощностей продуктивных тел, графики изолиний содержаний полезных компонентов, метро-процентов и различных физико-химических свойств минерального сырья широко используются в геологоразведочной практике, так как они обеспечивают наглядность изображения и улучшают пространственное восприятие изучаемых закономерностей.

ПРИНЦИПЫ ГЕОЛОГО-МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Использование методов геолого-математического моделирования обеспечивает возможность количественной характеристики изменчивости геологоразведочных параметров вероятностной оценки их средних значений, а также количественной оценки степени разведанности запасов.

В зависимости от решаемых проблем на основе экспериментальных наблюдений могут быть созданы геолого-математические модели:

- 1) важнейших геологоразведочных параметров и других свойств полезных ископаемых;
- 2) анизотропии внутреннего строения полезных ископаемых;
- 3) процесса геологоразведочных работ.

Все перечисленные модели, независимо от вида и назначения, обладают рядом специфических особенностей, определяющих основные принципы геолого-математического моделирования.

1. Вследствие недоступности изучаемых объектов, несопоставимости их размеров с размерами отбираемых проб и дискретности разведочной сети ансамбль наблюдаемых экспериментальных данных всегда представляет собой совокупность случайных величин, математическое описание которых осуществляется, как правило, на вероятностной основе.

2. В рамках математического моделирования описанию поддаются только отдельные свойства природных скоплений полезных ископаемых в недрах. При этом для описания одного и того же свойства правомерно использование разных моделей, поскольку каждая из них может соответственно подчеркивать,

затушевывать или игнорировать тот или иной аспект проявления изучаемого свойства.

3. Выбор наиболее приемлемой модели определяется в каждом случае совокупностью критериев, среди которых решающее значение имеет условие соответствия свойств математической модели свойствам объекта моделирования. По мнению В. В. Налимова (1971), определяющим критерием достоинства математической модели является ее соответствие тем интуитивным представлениям о природе полезного ископаемого, которое выработалось у исследователя к моменту моделирования не только по совокупности эмпирических наблюдений на данном объекте, но также и на основе всей априорной информации, полученной по принципу аналогии. Практически это означает, что математические модели свойств полезных ископаемых в недрах должны разрабатываться на базе их типовых геологических моделей и могут с полным правом называться геолого-математическими.

4. Для перевода геологических наблюдений на математический язык, который отличается строгостью, лаконичностью и абстрактностью, необходимо предварительное обобщение и формализация используемых в геологии понятий и определений, так как исходная геологическая информация по любому конкретному объекту всегда отражает субъективный подход исследователя и специфику геологического строения самого объекта. В качестве типовой геологической модели природных скоплений полезных ископаемых может быть использовано обобщенное представление об их строении как о совокупности ряда последовательных, сменяющих друг друга структурных уровней. Использование такой обобщенной геологической модели позволяет моделировать важнейшие свойства полезных ископаемых раздельно по каждому уровню их строения, на любом этапе геологоразведочных работ и при любой детальности их изучения.

5. К числу важных положительных критериев оценки математических моделей относятся их простота и содержательность. Сложные модели со множеством оговорок и поправок трудно воспринимаются в практической деятельности, поскольку они непомерно усложняют решение частных задач, не обеспечивая при этом заметного приближения к решению общей проблемы. Содержательная модель должна хорошо объяснять множество уже известных фактов, выявлять новые, незамеченные явления, в какой-то степени предсказывать их дальнейшее развитие и выдвигать перед исследователем новые проблемы.

6. Специфическая особенность геолого-математического моделирования образований полезных ископаемых заключается в том, что моделируются не «истинные» их структуры или свойства, а наблюдаемая изменчивость геологоразведочных параметров на изучаемом уровне строения скоплений полезных ископаемых. Характер этой наблюдаемой изменчивости зависит от природы разведываемого объекта, а также от методики и детальности геологоразведочных работ. Поэтому в геологоразведочной практике равновероятны случаи, когда:

а) при изучении свойств различных геологических объектов приемлемой окажется одна и та же математическая модель,

б) на различных стадиях изучения какого-либо свойства одного и того же объекта потребуются применение различных математических моделей,

в) для изучения изменчивости различных свойств одного и того же объекта на данной стадии разведки потребуются применение различных моделей.

Условия применения одинаковых или различных способов математического моделирования зависят от проявления, силы и характера связей между наблюдаемыми значениями моделируемого признака в смежных пробах и разведочных сечениях, а также от целей и задач исследования.

При решении вопроса о том, насколько правомерно применение той или иной математической модели, прежде всего выясняется ее соответствие типовой геологической модели.

В зависимости от уровня строения объекта, познанный на данном этапе изучения, достоверность и содержание типовой геологической модели будут существенно различаться. Поэтому для каждого уровня строения разведываемого объекта необходимо создавать самостоятельную геолого-математическую модель. С учетом этого обстоятельства на всех стадиях использования математических методов ведущая роль принадлежит геологическому анализу экспериментальных данных.

Геологический анализ при моделировании свойств полезных ископаемых лежит в основе сбора исходной цифровой информации, поскольку размещение всех выработок, скважин и проб в процессе геологоразведочных работ производится с максимальным учетом геологических данных.

Перед началом математической обработки полученных данных цифровая информация должна быть систематизирована и оценена не только с позиций статистического анализа, но в первую очередь с геологической точки зрения. Так, по всем изучаемым рудным залежам, участкам и блокам должна быть проверена степень их геологической однородности и установлены геологические границы, разделяющие совокупности, неоднородные в геологическом отношении. Для каждой выделяемой совокупности цифровых данных должна быть проверена идентичность условий эксперимента и степень представительности результатов отдельных испытаний (идентичность способов пробоотбора, размеров, ориентировки и объемов проб и др.).

Например, не следует проводить математическую обработку экспериментальных данных для рудной залежи в целом, если ее верхняя часть располагается в пористых туфах, а нижняя — в плотных трещиноватых эффузивных породах. В таком случае по литологическому признаку следует выделить в контурах залежей два самостоятельных блока и провести математическую обработку цифровой информации отдельно по каждому из них.

Использование математического анализа для количественной характеристики геологоразведочных параметров и решения конкретных геологоразведочных задач возможно только на достоверной геологической основе и в тесном взаимодействии с геологическим анализом на всех стадиях процесса познания недр. В качестве основы математического моделирования создается геологическая модель изучаемого объекта, адекватная ему на соответствующем уровне изучения. По образцу геологической модели строится математическая модель, с помощью которой обрабатывается исходная цифровая информация.

В дальнейшем результаты математической обработки данных, полученные на ранних стадиях, используются в совокупности с уточненными геологическими данными для совершенствования геологической модели объекта, по образцу и подобию которой соответственно изменяется и математическая модель. Ведущая роль геологического анализа и взаимосвязь его с математическим моделированием в процессе изучения природных геологических объектов показана в работе Л. И. Четверикова (1968).

В свете изложенных положений вряд ли необходимо приводить доказательства опасности отрыва математического анализа от геологической основы. Многочисленные примеры увлечения математикой в отрыве от конкретной геологической обстановки неизбежно приводили к получению абсурдных результатов и к разочарованию в возможностях математических методов применительно к решению геологоразведочных задач.

МОДЕЛИРОВАНИЕ СВОЙСТВ ПОЛЕЗНЫХ ИСКОПАЕМЫХ В НЕДРАХ

К числу важнейших свойств полезных ископаемых в первую очередь относятся геологоразведочные параметры, определяющие условия залегания, форму, состав и строение их природных скоплений. Поскольку наблюдаемые свойства зависят не только от природы полезных ископаемых, но и от детальности проведенных геологоразведочных работ для их математического моделирования предварительно создается формализованная геологическая модель изучаемого объекта, основанная на концепции относительной элементарности. Использование этой модели позволяет рассматривать объект изучения на любом заданном уровне его строения как состоящий из достаточно большого количества соответствующих элементов неоднородности. Этот прием обеспечивает возможность анализа влияния условий эксперимента на характеристики наблюдаемой изменчивости изучаемого свойства путем сопоставления размеров элементов неоднородности с размерами проб и размерами ячейки разведочной сети.

В соответствии с принятыми системами геологоразведочных работ моделирование производится обычно по трем взаимно ортогональным направлениям, из которых одно совпадает с линиями разведочных пересечений, а два других — со сторонами ячеек разведочной сети.

В зависимости от сложности формы и строения объекта, размеров проб и расстояний между смежными пунктами наблюдений экспериментальные данные могут представлять собой совокупность случайных взаимно независимых величин, совокупность случайных автокоррелированных величин или совокупность случайных автокоррелированных величин с отчетливо проявленной периодичностью, функционально связанной с координатами пространства.

В каждом из перечисленных случаев выбор математической модели будет определяться степенью соответствия ее свойств наблюдаемым свойствам объекта, а также целями и задачами проводимых исследований. В первом случае могут быть использованы методы вариационной статистики, во втором случае — геостатистики или теории стационарных случайных функций, а в третьем случае — гармонического анализа случайных функций и полей тренда. Таким образом, по мере накопления информации и детализации представлений о природе объекта более простая модель должна закономерно сменяться более сложной.

Статистические модели используются в тех случаях, когда вследствие природной хаотичности пространственного размещения изучаемого геологоразведочного параметра или недостаточного числа наблюдений и редкой разведочной сети наблюдаемая изменчивость моделируемого свойства проявляется только как случайная, а неслучайную ее составляющую выделить не удается.

Когда по совокупности экспериментальных данных в наблюдаемой изменчивости моделируемого признака выделяются как случайная, так и неслучайная ее составляющие, применяется одна из трех вышеупомянутых математических моделей.

При использовании геостатистической модели могут быть получены только генерализованные оценки геологоразведочных параметров в подсчетных объемах и идеализированные характеристики пространственной изменчивости оруденения, не зависящие от геометрии проб. Применение модели типа стационарной случайной функции обеспечивает возможность оценок случайной и неслучайной составляющих изменчивости изучаемого геологоразведочного параметра.

Таблица 3

Задачи	Модели		
	Графические и объемно-макетные	Горно-геометрические	Абстрактные геолого-математические
Изучение геологии, условий залегания, форм и строения месторождений полезных ископаемых как геологической основы для прогнозирования и направления геологоразведочных работ	Используются в качестве основного метода изучения	Имеют вспомогательное значение	Имеют вспомогательное значение
Количественное описание форм, условий залегания и строения полезных ископаемых для их геолого-промышленной классификации и создания эталонов объектов разведки	Не применяются	То же	Используются в качестве основного метода изучения
Оценка изменчивости геологоразведочных параметров и элемента случайности наблюдаемых данных как основа анализа разведочной сети	Оцениваются визуально Элемент случайности игнорируется	Оцениваются приближенно (полуколичественно) Элемент случайности описывается визуально	Оцениваются количественно с вероятностной оценкой элемента случайности
Выделение условно однородных объемов для оконтуривания и блокировки	Выделяются интуитивно	Выделяются приближенно на основании полуколичественных характеристик	Выделяются на основе объективных характеристик
Оценка вероятных средних значений геологоразведочных параметров и других свойств полезных ископаемых	Оцениваются приближенно в зависимости от масштаба моделей	Оцениваются количественно с интуитивной оценкой погрешностей	Оцениваются количественно с обоснованием вероятности погрешностей
Подсчет запасов и оценка вероятных погрешностей подсчета	Представляют собой графическую основу подсчета запасов	Имеют вспомогательное значение. Для полезных ископаемых с выдержанными геологоразведочными параметрами могут служить основным методом	Используются в качестве основного метода
Оценка степени разведанности месторождений полезных ископаемых или их участков	Оцениваются интуитивно	Оцениваются приближенно с интуитивной оценкой случайной и неслучайной составляющих изменчивости	Оцениваются количественно с вероятностной оценкой случайной и неслучайной составляющих изменчивости

Если в составе неслучайной изменчивости, в свою очередь, удастся выделить ее коррелированную и координированную составляющие, то для моделирования изучаемого свойства может быть использована геолого-математическая модель типа случайной полигармонической функции. При использовании этой модели могут быть выделены неслучайные гармоники, определяющие координированную изменчивость геологоразведочного параметра, а также получены оценки его случайной и коррелированной составляющих.

При математическом моделировании наблюдаемой изменчивости важнейших свойств полезных ископаемых в недрах учитывается анизотропия их внутреннего строения. Это обеспечивается применением двумерных и трехмерных пространственных математических моделей или путем раздельного линейного моделирования важнейших свойств полезных ископаемых по основным осям анизотропии.

В настоящее время еще не существует единой методики геолого-математического моделирования свойств полезных ископаемых в недрах. Однако все признают необходимость и целесообразность этого вида моделирования, так как оно способствует получению более совершенных решений многих геолого-разведочных задач.

Сравнительная характеристика возможностей различных способов моделирования применительно к решению важнейших геологоразведочных задач приведена в табл. 3.

МОДЕЛИРОВАНИЕ АНИЗОТРОПИИ НАБЛЮДАЕМЫХ СВОЙСТВ ПОЛЕЗНЫХ ИСКОПАЕМЫХ В НЕДРАХ

Моделирование анизотропии как особого свойства природных образований полезных ископаемых, выражающего обобщенное представление об их строении, необходимо для обоснованного выбора системы геологоразведочных работ, геометрии разведочной сети и геометрии проб.

Анизотропия строения полезных ископаемых в недрах, как и другие их свойства, может проявляться на различных структурных уровнях, а выявление анизотропии данного порядка возможно только тогда, когда размеры ее носителя меньше размеров пробы. Таким образом, по совокупности экспериментальных данных можно получить представление не об истинной, а лишь о наблюдаемой анизотропии. Поэтому моделирование анизотропии, так же как и моделирование других свойств полезных ископаемых, производится с использованием формализованных геологических моделей, основанных на концепции относительной элементарности.

По мере детализации геологоразведочных работ возможно выявление анизотропии внутреннего строения только тех элементов неоднородности, размеры которых заведомо больше размеров ячейки разведочной сети. Что же касается анизотропии элементов неоднородности более высоких порядков, то экспериментальные данные для ее моделирования, как правило, отсутствуют, поскольку сплошное опробование полезных ископаемых проводится обычно только по направлению максимальной изменчивости свойств.

В основу математического моделирования анизотропии могут быть положены количественные соотношения показателей изменчивости свойств полезных ископаемых по трем взаимно ортогональным направлениям, в которых наблюдаются наиболее значительные их различия. Эти направления обозначаются как оси анизотропии. Обычно они согласуются с морфологическими признаками природных образований полезных ископаемых: направление максимальной изменчивости часто совпадает с мощностью залежей, а направление минимальной изменчивости — с направлением их вытянутости.

В качестве показателя изменчивости строения полезных ископаемых по определенному направлению Л. И. Четвериковым (1968) предложена величина

$$I_i = \frac{n}{l}, \quad (7)$$

где n — количество элементов неоднородности пересекаемых линией наблюдения;

l — длина линии наблюдения.

Согласно требованию о необходимости статистического выражения показателя анизотропии воспользоваться непосредственно значениями I_i , замеренными по отдельным линиям, нельзя. Для этого необходимо вычислить среднее арифметическое значение I_{cp} , выражающее среднюю изменчивость, наблюдаемую в целом, по заданному направлению внутри изучаемого объема полезного ископаемого.

Отношение максимального значения I_{cp} , отвечающего наибольшей оси анизотропии, к его минимальному значению, соответствующему наименьшей оси, Л. И. Четвериков предложил называть показателем анизотропии (A):

$$A = \frac{I_{cp, \max}}{I_{cp, \min}}. \quad (8)$$

В качестве геометрической модели анизотропии свойств залежей полезных ископаемых им предложено использовать «индикатрису анизотропии» — воображаемую вспомогательную эллипсоидальную поверхность, мысленно помещенную в центр тела полезного ископаемого.

Каждый радиус-вектор такой индикатрисы, построенный в некотором масштабе, геометрически пропорционален статистически средней величине меры изменчивости по данному направлению (I_{cp}), а отношения длин радиусов-векторов геометрически пропорциональны отношению показателей анизотропии. Наибольшая ось эллипсоида соответствует направлению максимальной анизотропии, т. е. направлению наибольшей изменчивости, а его наименьшая ось — направлению минимальной изменчивости свойств.

Каждому типу анизотропии соответствует и определенная индикатриса. Для первого типа она представляет собой трехосный эллипсоид, для второго типа — эллипсоид вращения со сплюснутой или вытянутой осью, а для третьего типа — шар.

В свою очередь, каждый из типов анизотропии может обладать элементами симметрии или быть лишен их. Например, в строении залежи А, изображенной на рис. 18, отсутствуют какие-либо элементы симметрии по мощности, а в строении залежи Б наблюдается отчетливая симметрия.

Формализация представлений о типах анизотропии свойств залежей полезных ископаемых позволяет математически описать важнейшие черты наблюдаемой пространственной изменчивости геологоразведочных параметров любых природных объектов, свойства которых отражают условия их формирования, т. е. практически не затушены последующими процессами тектоники, метаморфизма или гипергенеза.

По совокупности экспериментальных геологоразведочных данных анизотропия свойств полезных ископаемых может быть установлена только в тех случаях, когда в наблюдаемой изменчивости изучаемого свойства отчетливо проявлена ее неслучайная составляющая.

Индикатриса анизотропии представляет собой геометрическую модель наблюдаемой анизотропии неслучайной составляющей изменчивости свойств полезных ископаемых. В идеальном случае она должна соответствовать анизотропии внутреннего строения изучаемых объектов, так как неслучайная изменчивость отражает геологические закономерности в структуре природных скоплений полезных ископаемых. Если же моделировать наблюдаемую анизотропию различных свойств полезных ископаемых (содержаний породообразующих

и рудообразующих элементов, объемных весов и трещиноватости тел полезных ископаемых и др.), то индикатрисы анизотропии этих свойств могут отличаться друг от друга в рамках одного объекта моделирования. Это обстоятельство может быть использовано для выяснения тесноты и степени связи изучаемого свойства полезного ископаемого с элементами его строения.

В практике геологоразведочных работ построение индикатрис наблюдаемой анизотропии свойств полезных ископаемых по экспериментальным данным осложняется тем, что сплошное опробование полезных ископаемых проводится обычно только по направлению максимальной изменчивости свойств, а по двум другим направлениям опробование проводится выборочно — только в узлах разведочной сети. Поэтому практически моделируются оси анизотропии, лежа-

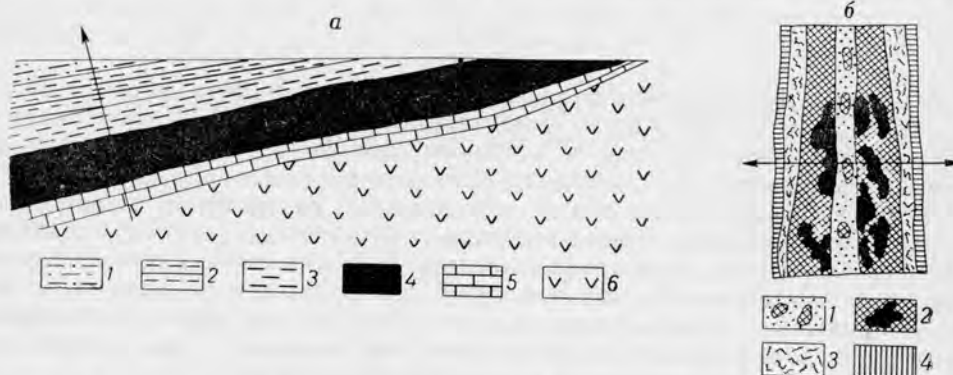


Рис. 18. Примеры наличия и отсутствия симметрии в строении природных скоплений полезных ископаемых в направлении их мощностей.

а — несимметричное по мощности строение осадочно-метаморфогенного месторождения. 1 — песчаники; 2 — сланцы и кварциты; 3 — графитовые сланцы; 4 — графит; 5 — карбонатные породы; 6 — траппы. (Из книги В. И. Смирнова). *б* — симметричное строение пегматитов. 1 — блоковая зона; 2 — микроклиновальная зона; 3 — пегматиты письменной структуры; 4 — контактные оторочки (По К. Власову). Стрелками указаны направления «полярного вектора» и «полярного тензора»

щие в плоскости, перпендикулярной к направлению максимальной изменчивости важнейших геологоразведочных параметров. С направлением этих осей теоретически должна совпадать ориентировка сторон ячейки разведочной сети, причем ее длинная сторона должна ориентироваться вдоль направления минимальной изменчивости свойств, а соотношение сторон ячеек разведочной сети должно быть численно равным показателю анизотропии, вычисленному по соотношению обеих осей. Показатели неслучайной изменчивости свойств по обоим осям анизотропии могут быть вычислены с помощью специальной палетки по горно-геометрическим графикам (Четвериков, 1972) или непосредственно сняты с графиков их корреляционных функций (см. главу VIII).

Моделирование анизотропии строения элементов неоднородности высоких порядков (на уровнях строения локальных обособлений полезных ископаемых и выше), размеры которых заведомо меньше ячеек разведочной сети, необходимо для решения вопросов, связанных с обоснованием геометрии проб, а также с выбором способов технологии разработки и переработки полезных ископаемых. Для этого необходимо иметь результаты сплошного опробования залежей по трем взаимно ортогональным направлениям и геологическую документацию разведочных горных выработок, которые обеспечивали бы необходимую деталь-

ность наблюдений и характеризовали изменчивость изучаемого параметра обязательно на одном и том же уровне строения полезного ископаемого по всем трем направлениям.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ГЕОЛОГОРАЗВЕДОЧНЫХ РАБОТ

Опыт моделирования процесса геологоразведочных работ для совершенствования методики разведки и повышения ее экономической эффективности пока

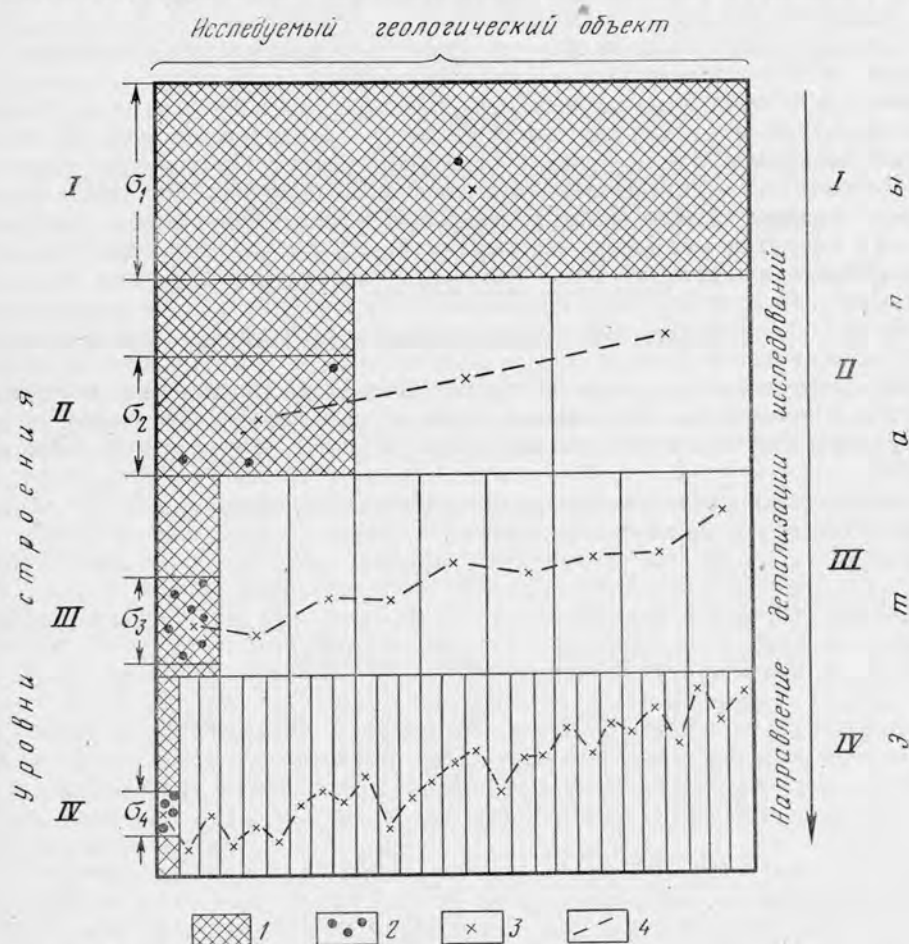


Рис. 19. Схема модели разведочного процесса (по Л. И. Четверикову с изменениями).

1 — условно неделимые структурные элементы на каждом этапе разведки; 2 — значения параметра, наблюдаемые в его единичных замерах; 3 — средние значения параметра по условно неделимым структурным элементам; 4 — линия неслучайной изменчивости; σ_1 ; σ_2 ; σ_3 ; σ_4 — величины наблюдаемой случайной изменчивости параметра на отдельных этапах разведки

еще весьма ограничен. В отечественной литературе опубликован принцип моделирования процесса геологоразведочных работ как процесса последовательного познания структуры полезного ископаемого (Четвериков, 1968). Модель, предложенная Л. И. Четвериковым, отражает изменения, происходящие

в структуре наблюдаемой изменчивости геологоразведочных параметров тел полезных ископаемых по мере развития разведочных работ.

Детальность каждого этапа изучения объекта определяется масштабом условно неделимого структурного элемента, т. е. тем уровнем в строении полезного ископаемого, в рамках которого на данном этапе изучения удастся установить слагающие его элементы неоднородности, определить их характер и пространственные взаимоотношения. Это достигается с помощью системы единичных наблюдений по разведочным пересечениям, которые располагаются в пределах каждого условно неделимого структурного элемента в узлах разведочной сети. По мере увеличения количества единичных наблюдений и сгущения разведочной сети представления о строении условно неделимого структурного элемента все более и более уточняются. Начиная с какого-то момента увеличения концентрации единичных наблюдений происходит качественный скачок, который позволяет детализировать строение не только изучаемого структурного элемента, но и слагающих его элементов неоднородности выделяя в них элементы неоднородности более высокого порядка. Этот момент знаменует переход к следующему, более детальному этапу разведки, поскольку изучение недр начинается осуществляться на более высоком уровне строения полезного ископаемого. Переход к более детальному этапу разведки сопровождается одновременно скачкообразным увеличением доли неслучайной составляющей наблюдаемой изменчивости геологоразведочных параметров. Количество последовательных качественных скачков зависит от сложности геологического строения конкретных природных образований полезных ископаемых, от степени их прерывистости и количества объективно существующих дискретных уровней в их строении.

Схема модели разведочного процесса на разных этапах изучения геологоразведочного объекта показана на рис. 19.

**МОДЕЛИРОВАНИЕ СВОЙСТВ ПОЛЕЗНЫХ ИСКОПАЕМЫХ
С ПОМОЩЬЮ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АППАРАТА
СТАТИСТИКИ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН
(СТАТИСТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ)**

КРАТКИЕ ИСТОРИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Первые попытки использовать математическую статистику случайных величин для решения отдельных геологоразведочных задач относятся к рубежу XIX и XX веков. Еще в 1899 г. Н. Псаревым были оценены погрешности средних содержаний россышного золота по данным опробования шурфов. В 1908—1911 С. Ю. Деборжинский использовал среднеквадратические отклонения для оценки вероятных погрешностей средних содержаний и запасов металлов в опробуемых массах. Им же с помощью биномиального закона распределения была сделана оценка вероятности подсечения рудных тел заданных размеров и формы разведочными выработками. Особенно широко в практике геологоразведочных работ статистические методы применялись в тридцатые-сороковые годы (работы Н. В. Барышева, А. А. Васильева, Д. А. Зенкова, В. И. Красникова, В. М. Крейтера, Г. М. Мельникова, К. Л. Пожарицкого, Н. К. Разумовского, П. А. Рыжова, В. Г. Соловьева, Л. И. Шаманского и др.). Работами этих авторов была показана возможность использования статистических моделей для выделения промышленных сортов руд, определения вероятных погрешностей анализов и средних оценок, расчета оптимального количества разведочных выработок и проб.

Большое значение для оценки возможностей использования статистических методов в геологии имели работы по исследованию эмпирических вариационных кривых и функций распределения важнейших геологических параметров. В 1936 г. Е. В. Орловой и Л. А. Русиновым, а несколько позже Н. К. Разумовским, Н. С. Степановым и др. было установлено, что вариационные кривые содержаний во многих месторождениях различных полезных ископаемых характеризуются резкими положительными асимметриями. Н. К. Разумовским было показано, что асимметричные распределения содержаний во многих рудных месторождениях может быть приведено к нормальному, если при построении эмпирических вариационных кривых вместо аргументов принимать не сами содержания, а их логарифмы. Открытие Н. К. Разумовского привело к необходимости детального изучения свойств логнормального закона распределения как основы для разработки методов определения и оценки различных параметров

логарифмически нормально распределенных величин. Различными исследователями (Колмогоров, 1941; Разумовский, 1948; Родионов, 1964; Аренс, 1954; Ачисон и Браун, 1957 и др.) были разработаны критерии существенности, практические способы оценок основных параметров логнормального распределения и методы расчета их максимально правдоподобных средних значений. Позже были опубликованы исследования, доказывающие возможность аппроксимации эмпирических гистограмм содержаний полезных компонентов в рудах различных месторождений другими, более сложными законами распределения, гамма-функцией (П. А. Рыжов и В. М. Гудков), распределением Эрланга (З. Д. Низгурецкий), распределением Вейбулла (А. А. Шиманский и Г. А. Базанов) и др.

В основных работах, опубликованных до 1941 г., теоретическое положение и формулы математической статистики использовались еще без критического рассмотрения правомерности их применения для характеристики геологоразведочных параметров. В 1936—1940 гг. и особенно в послевоенные годы были высказаны мнения о неприменимости положений математической статистики для оценки погрешностей геологоразведочных параметров, расчета количества выработок и для определения оптимальной густоты разведочной сети (С. В. Иванов, В. И. Красников, К. Л. Пожарицкий, В. Г. Соловьев и др.). Неприменимость формул математической статистики аргументировалась тем, что ряды анализов проб или непосредственных замеров мощностей рудных тел не могут рассматриваться как ряды независимых переменных, в результате чего погрешности в оценке средних величин, рассчитанные по формулам математической статистики, должны отличаться от фактических, что и наблюдается в практике геологоразведочных работ.

Использование математического аппарата статистики случайных величин без предварительной проверки соответствия геологических и математических моделей нередко приводило к выводам, противоречащим здравому смыслу и опыту. Это обстоятельство подрывало у многих геологов доверие к возможностям использования статистических моделей и на долгие годы привело к необоснованному отказу от них в практике геологоразведочных работ.

СУЩНОСТЬ И УСЛОВИЯ ПРИМЕНЕНИЯ СТАТИСТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

Основным методом решения многих геологоразведочных задач является метод выборки, который широко используется при решении разнообразных технических и научно-исследовательских задач, когда объект исследования по каким-либо соображениям недоступен для изучения во всем объеме. Практический смысл применения математической статистики при решении геологоразведочных задач заключается также в том, что с ее помощью достигается наилучшее использование имеющейся информации и обеспечивается вероятностная оценка надежности выводов в связи с принятием тех или иных конкретных решений.

Использование статистических моделей возможно, если изучаемое явление может рассматриваться как схема случайных событий, анализируемые характеристики представлены одной или несколькими случайными величинами, а выборочные наблюдения удовлетворяют условию массовости, обеспечивая возможность многократного повторения одного и того же комплекса условий.

При проведении геологоразведочных работ комплекс условий заключается в замерах значений геологоразведочных параметров в некоторых произвольно выбранных точках пространства недр. Реализация данного комплекса условий

может рассматриваться как серия случайных событий, а наблюдаемые числовые значения геологоразведочного параметра представляют собой величины случайные, так как их нельзя предсказать заранее. Комплекс реализуемых условий может быть повторен многократно и с этой точки зрения он удовлетворяет условию массовости. Следовательно, явления, изучаемые в процессе геологоразведочных работ, могут рассматриваться как массовые и случайные и анализироваться с помощью математико-статистических методов.

Однако геологоразведочные параметры рассматриваются обычно в связи с некоторым упорядоченным множеством точек пространства, причем значения случайных величин в рядах таких упорядоченных наблюдений могут быть как независимыми, так и автокоррелированными.

Использование случайной величины в качестве статистической модели геологоразведочного параметра предполагает обязательное отсутствие автокорреляции между значениями случайных величин, т. е. такие условия, когда последовательная совокупность наблюдаемых случайных величин представляет собой стохастический ряд. Поэтому применение статистических моделей для изучения особенностей распространения и количественной характеристики важнейших геологоразведочных параметров полезных ископаемых оправдано только при условии, когда в их наблюдаемой изменчивости практически отсутствует неслучайная составляющая. Это условие выполняется, если в значениях смежных замеров или испытаний отсутствуют статистически значимые корреляционные связи. В практике геологоразведочных работ такая обстановка возникает в трех типичных случаях:

1) при разведке объектов с прерывистым размещением полезной минерализации, когда характеристики по смежным разведочным пересечениям принадлежат различным пространственно обособленным рудным скоплениям (например, месторождения ртути), запасы которых оцениваются в контурах продуктивных объемов статистически, с помощью коэффициентов рудоносности;

2) при разведке пространственно непрерывных, морфологически неоднородных объектов с чередованием раздувов и пережимов мощностей или обогащенных и обедненных участков, если такие месторождения разведаны редкой сетью;

3) при разведке пространственно выдержанных объектов со столь незначительными колебаниями значений геологоразведочных параметров, что они оказываются независимыми даже при весьма малых расстояниях между смежными наблюдениями. (Например месторождения лопаритоносных малинитов и луавритов).

Кроме того, использование статистических моделей правомерно во всех случаях, когда изучаемая совокупность представляет собой объект с нарушенными природными связями (например, результаты опробования отвалов и рыхлых масс извлеченной руды в бункерах или вагонах, совокупности проб, прошедших основной и контрольный анализы, и др.).

Использование статистической модели для описания изменчивости автокоррелированных случайных величин неизбежно приводит к появлению систематических погрешностей в оценках вероятностных событий, так как статистические методы обеспечивают оценку только верхних их пределов.

При использовании статистической модели для изучения закономерностей распределения важнейших геологоразведочных параметров месторождения тело или блок полезного ископаемого удобооблаются генеральной статистической совокупности, состоящей из бесконечно большого количества элементарных участков. Каждый из таких элементарных участков соответствует по размеру отдельной пробе или единичному замеру геологоразведочного параметра.

Изучаемый параметр рассматривается как случайная величина, а его среднее значение в объеме всего месторождения, тела или блока — как математическое ожидание этой случайной величины.

Процесс опробования или замера геологоразведочного параметра уподобляется серии массовых испытаний, каждое из которых выявляет его частное значение. Результаты испытаний образуют выборочную статистическую совокупность, состоящую из обособленных, количественно однородных элементов. Каждый единичный замер или испытание принимается за вариант выборочной совокупности. По самому смыслу статистической модели предполагается, что все варианты представляют собой отдельные независимые флуктуации величины параметра относительно ее среднего значения.

Все статистические приемы обработки исходной информации сводятся в конечном итоге к решению задач двух типов: к вычислению выборочных оценок неизвестных параметров и к статистическим методам проверки гипотез.

В последующих параграфах рассматриваются условия применения статистических моделей и методы статистического решения некоторых основных задач, возникающих при разведке месторождений. Для детального ознакомления с основами теории вероятностей и математической статистики рекомендуются специальные математические руководства (Вентцель, 1964; Смирнов и Дунин-Барковский, 1965 и др.), а также многочисленные опубликованные в последнее время работы по применению статистических методов в геологии (Шарапов, 1965; Рыжов и Гудков, 1966; Дементьев, 1966; Миллер и Кан, 1965 и др.).

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ, ИСПОЛЪЗУЕМЫЕ В КАЧЕСТВЕ МОДЕЛЕЙ ПРИ РЕШЕНИИ ГЕОЛОГОРАЗВЕДОЧНЫХ ЗАДАЧ

В основе статистического моделирования лежит понятие о вероятности случайного события, которое представляет собой численную меру степени объективной возможности его проявления. Вероятность достоверного события равна единице, а вероятность невозможного события равна нулю. Таким образом, вероятность случайного события имеет значение от 0 до +1.

Соотношение, устанавливающее связь между возможными значениями случайной величины и соответствующими им вероятностями, называется законом, или функцией, распределения. Знание функции распределения получаемой случайной величины позволяет решить любую статистическую задачу. Однако в геологоразведочной практике вид истинной функции распределения изучаемых величин, как правило, неизвестен. Поэтому решение статистических задач сводится прежде всего к подбору такой теоретической функции распределения, которая наилучшим образом аппроксимировала бы совокупность наблюдаемых значений и вероятностей изучаемой величины. Эта функция и используется в качестве теоретической модели для решения поставленной статистической задачи.

Для аппроксимации одного и того же ряда эмпирических данных на практике нередко могут быть предложены различные теоретические распределения. Однако при решении конкретных геологоразведочных задач выбор аппроксимирующей функции не является самоцелью. Поэтому из числа возможных аппроксимирующих функций необходимо выбирать ту, которая обеспечивает наиболее простое и достаточно надежное решение поставленной задачи.

В работах по применению статистических методов в геологии часто встречаются утверждения о том, что распределение содержаний (или других пара-

метров) на том или ином конкретном месторождении «подчиняется» тому или иному теоретическому закону. Такие утверждения не верны по существу, так как авторами проверяется всего лишь непротиворечие эмпирических данных выбранной модели, что далеко не адекватно понятию их «подчиненности» данному закону распределения. К тому же если при этом не ставится и не формулируется конкретная статистическая задача, то такое утверждение является беспредметным, так как для каждой эмпирической совокупности, в принципе, может быть предложено несколько непротиворечащих моделей.

Статистические задачи, возникающие в процессе разведки месторождений полезных ископаемых, в основном сводятся к оценке средних значений и характеристик рассеяния разведочных параметров, анализу статистических связей между ними и проверке различных гипотез о средних значениях и дисперсиях различных выборок.

Такие задачи наиболее легко решаются в условиях нормального закона распределения (нормальной теоретической модели).

Нормальным законом распределения называется закон, для которого функция распределения имеет следующий вид:

$$F(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{(x-\alpha)^2}{2\sigma^2}} dx. \quad (9)$$

Величины α и σ носят название параметров распределения и представляют собой соответственно математическое ожидание и стандарт случайной величины

$$f(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\alpha)^2}{2\sigma^2}}. \quad (10)$$

Кривая плотности нормального распределения симметрична относительно математического ожидания (рис. 20). Мода, медиана и математическое ожидание для нормального распределения совпадают, а вероятности значений величин, равных по модулю, равны независимо от знака их отклонения от математического ожидания.

Нормальное распределение случайных величин возникает в условиях, когда случайная величина может рассматриваться как сумма очень большого числа независимых случайных величин, влияние каждой из которых на эту сумму является равномерным и малым.

Если центр нормального распределения перенести в начало координат, а случайную величину выразить в долях ее стандарта, то такое распределение с математическим ожиданием, равным нулю, и дисперсией, равной единице, называют нормированным. Для нормированной функции нормального распределения существуют таблицы, где приведены значения функции для любых значений аргумента.

Случайные величины, с которыми приходится иметь дело геологу-разведчику, очень часто не согласуются с нормальным законом распределения, а функции плотностей их распределения оказываются асимметричными относительно математических ожиданий. Для решения статистических задач в условиях асимметричных распределений подбирается простая переходная функция, нормализующая распределение изучаемой величины.

В принципе может быть предложен довольно широкий круг нормализующих функций. Однако при решении конкретных практических задач не всякое нормализующее преобразование является приемлемым. Если поставленная

задача связана с оценкой математического ожидания или с оценкой дисперсии случайной величины ξ , нормализующее преобразование должно обеспечивать возможность простого перехода от параметров нормализованного распределения к соответствующим параметрам исходного, что соблюдается не при всяком преобразовании.

Наиболее удобной в этом отношении является преобразующая функция вида

$$\tau = \ln \xi.$$

Распределение, в котором нормальному закону подчинены логарифмы значений случайной величины, называется логарифмически-нормальным (логнормальным). Логарифмически-нормальное распределение положительно асимметрично и имеет положительный эксцесс (рис. 21).

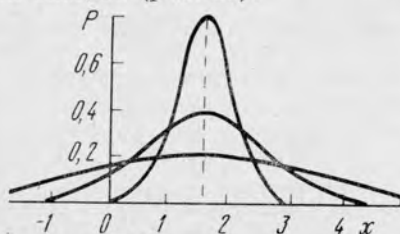


Рис. 20. Графики функции плотности нормального распределения при различных значениях дисперсии

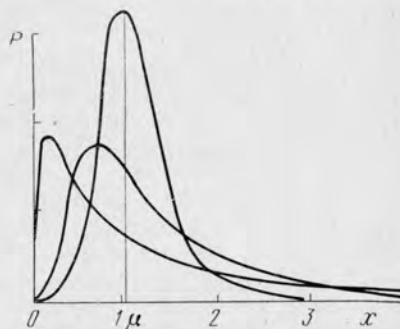


Рис. 21. Графики функции плотности логнормального распределения при различных значениях дисперсии

Математическое ожидание случайной величины, мода и медиана не совпадают, причем $Mo_x < Me_x < M_x$, однако для логарифмов величины равенство этих характеристик сохраняется:

$$Mo_{\ln x} = Me_{\ln x} = M_{\ln x}.$$

Функция распределения для логарифмов случайной величины имеет вид

$$F(\ln \xi \leq \ln x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\ln x} e^{-\frac{(\ln x - \mu)^2}{2\sigma^2}} \cdot d \ln x,$$

т. е. полностью соответствует функции нормального распределения, где μ — математическое ожидание $\ln x$, а σ — стандарт логарифмов x .

Так как $\ln x$ — монотонно возрастающая функция x , то

$$P(\ln \xi \leq \ln x) = P(\xi \leq x),$$

и логарифмически-нормальная функция распределения выражается формулой

$$P(\xi \leq x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \int_0^x \frac{1}{x} e^{-\frac{(\ln x - \mu)^2}{2\sigma^2}} dx, \quad (11)$$

а функция плотности логарифмически-нормального распределения

$$f(x) = \frac{1}{x \cdot \sigma \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(\ln x - \mu)^2}{2\sigma^2}}. \quad (12)$$

Величина $x = e^\mu$ для логнормального распределения будет соответствовать медиане.

Любые числовые характеристики логнормального распределения могут быть выражены через медиану и логарифмическую дисперсию. Так, математическим ожиданием логнормально распределенной величины будет

$$M_\xi = e^{\mu + 1/2\sigma^2}, \quad (13)$$

а дисперсией

$$D_\xi = e^{2\mu + 2\sigma^2} \cdot (e^{\sigma^2} - 1). \quad (14)$$

Выражение $(e^{\sigma^2} - 1)^{1/2}$ является коэффициентом вариации логнормально распределенной величины.

Поскольку логнормальное распределение нормально для логарифмов величины, то, прологорифмировав его в этом виде, для решения статистических задач можно использовать таблицы нормального распределения.

Условия возникновения логнормального распределения, как и в случае нормального, определяются условием равномерной малости независимых слагаемых в сумме. Однако в качестве таких слагаемых здесь должны рассматриваться логарифмы случайной величины. Как указывает Ж. Матерон (1968), возникновение логнормального закона связано с эффектом пропорциональности, при котором дифференциальным элементом, представляющим изменение величины x , является не dx , а скорее $\frac{dx}{x}$. В условиях же равномерной малости

суммирование приращений $\frac{dx}{x}$ обусловит логнормальность распределения величины x , так как $\ln x = \int \frac{dx}{x}$. Поэтому совокупность автокоррелированных значений случайных величин обычно хорошо согласуются с логнормальным распределением.

Логнормальное распределение является удобной теоретической моделью для описания изменчивости разведочных параметров в многих случаях, однако его нельзя считать универсальным. Например, если изучаемая величина практически регистрируется только при значениях, превышающих некоторый порог, определяемый чувствительностью метода измерения или кондиционными лимитами, то распределение эмпирических данных окажется «усеченным» по сравнению с исходным распределением. Как указывал Д. Родионов (1964), полученная в испытаниях случайная величина может при этом рассматриваться как сумма

$$\eta = a + \xi,$$

где a — константа, определяемая величиной «порога»;

ξ — случайная величина, распределенная логнормально, с параметрами a , μ и σ^2 .

Тогда функцию распределения величины можно рассматривать как функцию с параметрами a , μ и σ^2 . Плотность распределения такой функции будет

$$f_\eta(z) = \frac{1}{\sigma(z-a)\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{[\ln(z-a)-\mu]^2}{2\sigma^2}} \quad (15)$$

при $z > a$.

Кривая плотности распределения будет достигать максимума в точке $z = a + e^{\mu - \sigma^2}$ и обращаться в нуль в точке $z = a$.

Математическое ожидание величины, распределенной подобным образом, будет определяться выражением

$$M_\eta = e^{\mu + \frac{1}{2}\sigma^2} - a, \quad (16)$$

а дисперсия

$$D_{\eta} = e^{2\mu + \sigma^2} (e^{\sigma^2} - 1), \quad (17)$$

т. е. так же, как и в случае логнормального распределения. Выражение для коэффициента вариации исходной величины в этом распределении отличается от логнормального распределения:

$$V_{\eta} = \frac{e^{2\mu + \sigma^2} (e^{\sigma^2} - 1)}{e^{\mu + \frac{1}{2}\sigma^2} - a} \quad (18)$$

Подобное распределение Д. Криге (1968) называл «трехпараметрическим логнормальным».

Согласно данным Д. Криге, трехпараметрическое распределение оказывается наиболее удачной моделью, нормализующей сильно асимметричные распределения содержаний золота на месторождениях ЮАР, и позволяет успешно решать различные статистические задачи при их разведке и подсчете запасов.

Д. А. Родионов (1964) также указывал, что распределения с отрицательной асимметрией могут рассматриваться как распределения случайной величины:

$$\eta' = c - \xi,$$

где c — некоторая константа;

ξ — логнормально распределенная случайная величина.

Плотность функции такого распределения при $y < c$ будет задаваться выражением

$$f_{\eta'}(y) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi} (c - y)} \cdot e^{-\frac{[\ln(c-y) - \mu]^2}{2\sigma^2}}, \quad (19)$$

а основные числовые характеристики определяются из формул:

$$M_{\eta'} = c - e^{\mu - \frac{1}{2}\sigma^2} = c - M_{\xi}, \quad (20)$$

$$D_{\eta'} = e^{2\mu + \sigma^2} (e^{\sigma^2} - 1) = D_{\xi}. \quad (21)$$

Если при осуществлении испытания может наблюдаться только одно из двух альтернативных событий, то их вероятности в серии из n испытаний подчиняются биномиальному закону распределения. Функция биномиального распределения задается выражением

$$P(x) = \frac{n!}{x!(n-x)!} P(1-p)^{n-x}, \quad (22)$$

где p и $(1-p)$ — вероятности альтернативных событий;
 x — число серий испытаний.

Математическое ожидание дисперсии, коэффициент асимметрии и эксцесс в биномиальном распределении соответственно равны:

$$m = n \cdot p, \quad (23)$$

$$D = n \cdot p(1-p), \quad (24)$$

$$A = \frac{1-2p}{\sqrt{n \cdot p(1-p)}}, \quad (25)$$

$$E = \frac{1-6p+6p^2}{n \cdot p(1-p)} \quad (26)$$

С ростом n коэффициенты асимметрии и эксцесса биномиального распределения стремятся к нулю, а само распределение — к нормальному. В. А. Викентьев и М. В. Шумилин (1971) предложили использовать биномиальное распределение для описания изменчивости коэффициента рудоносности в тех случаях, когда он определяется по отношению разведочных пересечений, вскрывших оруденение, к их общему числу в контурах подсчета. Ими показано также, что при оценке возможной погрешности коэффициента рудоносности практически допустимо использование нормального приближения биномиального закона при $n \geq 10$.

МЕТОДЫ ПРОВЕРКИ СОГЛАСИЯ ЭМПИРИЧЕСКИХ ДАННЫХ С ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МОДЕЛЬЮ

Аппроксимация закона распределения случайной величины, для которой известен ряд ее значений по выборочным испытаниям, заключается в подборе теоретического распределения, наилучшим образом описывающего закономерности, наблюдаемые в эмпирическом ряду. При этом, выбрав некоторую теоретическую модель, решают вопрос о согласованности теоретического распределения этой модели с эмпирическим распределением выборочных значений случайной величины. Распределения считаются согласующимися, если расхождение между ними можно отнести за счет случайного различия, обусловленного случайностью самой выборки.

Если выборка достаточно велика, приближенное представление о близости распределения данной случайной величины некоторому теоретическому закону можно составить по виду гистограммы эмпирических данных.

При построении гистограмм наблюдаемые значения случайной величины группируют в классы. Число классов и их размер (ширину интервала группирования) рекомендуется определять в соответствии со следующими соотношениями:

$$n = 1 + 3,322 \lg N \quad (27)$$

и

$$d = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{1 + 3,322 \lg N}, \quad (28)$$

где n — число классов;
 d — ширина интервала группирования;
 N — число членов выборки;

$x_{\max} - x_{\min}$ — размах колебаний признака в выборке.

Существуют также номограммы для выбора числа классов и их ширина, построенные в соответствии с этими соотношениями (Шарапов, 1965).

Вид гистограммы в значительной степени зависит от случайности выборки, особенно при не очень большом ее размере. Поэтому достаточно уверенно судить о распределении случайной величины по виду гистограммы нельзя.

На рис. 22 приведены гистограммы мощности рудной залежи, содержания меди и содержания платиноидов по ликвационному медно-никелевому месторождению (размер выборки — 43 штуки). Вид всех трех гистограмм в общем указывает на асимметрию распределения признаков, хотя степень этой асимметрии наиболее резко выражена для содержаний платиноидов и наименее резко — для мощностей. Не исключено, что скошенность рядов для мощностей, а возможно, и для содержания меди обусловлена случайностью выборки. В то же время для содержаний платиноидов асимметрия распределения,

по-видимому, может считаться реальной. Однако вид этих гистограмм не дает возможности объективно определить области применения нормальной или логнормальной модели для описания распределений изучаемых величин.

Более надежным является графический метод проверки согласованности эмпирического и теоретического распределений, который сводится к построениям спрямленных графиков накопленных частот на специальных трафаретах (вероятностной бумаге). При этом используется следующее свойство нормального распределения.

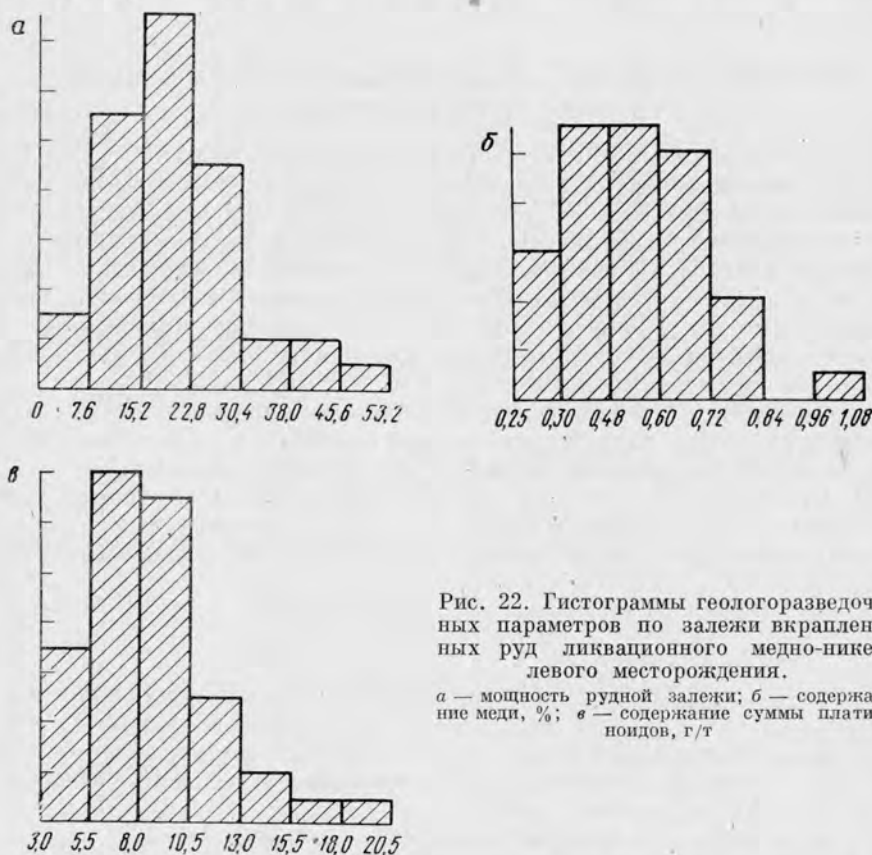


Рис. 22. Гистограммы геологоразведочных параметров по залежи вкрапленных руд ликвационного медно-никелевого месторождения.

a — мощность рудной залежи; б — содержание меди, %; в — содержание суммы платиноидов, г/т

Пусть $x_1, x_2, \dots, x_n$ — выборочные значения случайной величины, а $F(x_i)$ — функция ее распределения. Эту функцию можно построить, если расположить значения в возрастающем порядке, т. е. $x_1 < x_2 \dots < x_n$, тогда $F(x_i) = \frac{i-1}{n}$.

Если гипотеза о нормальном распределении не противоречит эмпирическим данным, то значения некоторой функции t_i , обратной функции $F(x_i)$, линейно зависят от x_i .

На рис. 23—25 приведены графики накопленных частот на нормальной и логнормальной вероятностной бумаге для тех же величин, гистограммы которых были представлены выше. Характер этих графиков указывает на согласие распределения содержаний меди с нормальной и логнормальной, а мощностей и содержаний платиноидов — с логнормальной теоретической моделью.

Еще более строгими являются аналитические методы. Для проверки согласованности с нормальной и логнормальной моделями наиболее широко используется метод моментов, введенный в геологическую практику Д. А. Ро-

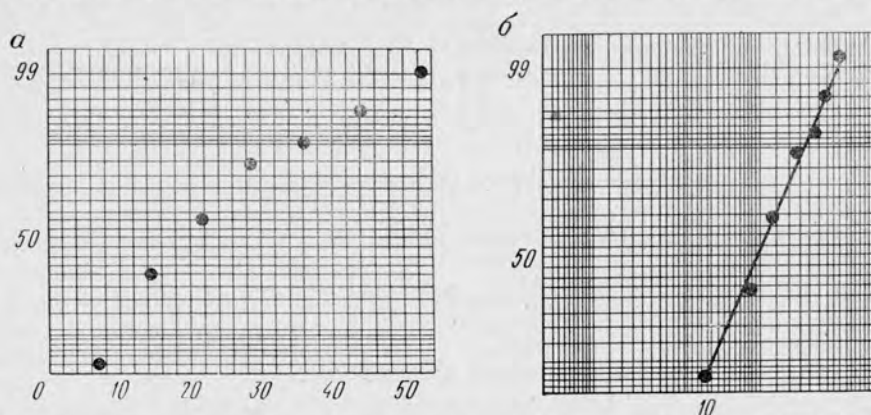


Рис. 23. Графики накопленных частот значений мощности рудной залежи: а — на нормальной вероятностной бумаге (согласия с выбранной моделью нет); б — на логнормальной вероятностной бумаге (согласие с выбранной моделью имеется)

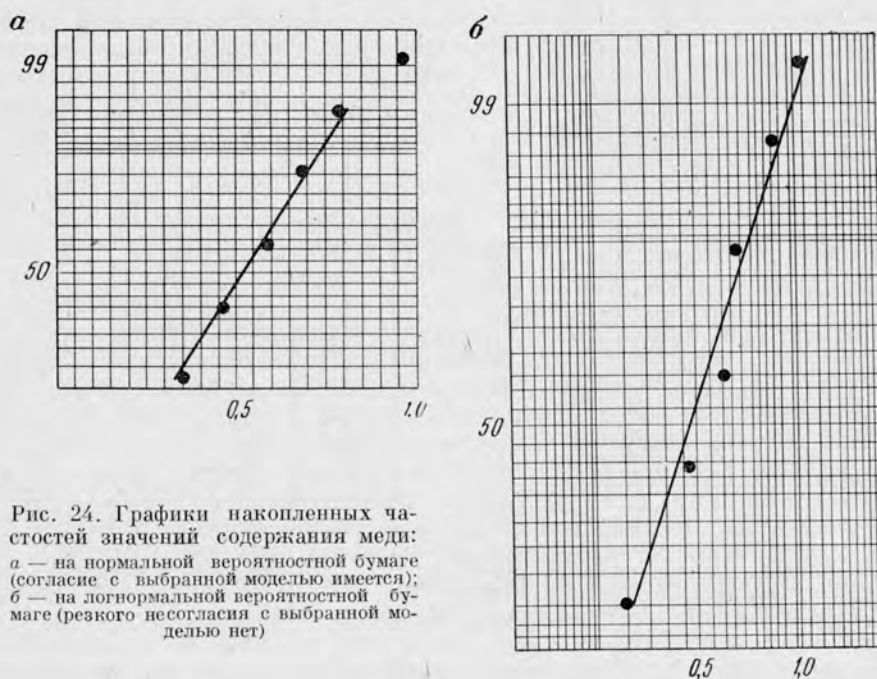


Рис. 24. Графики накопленных частот значений содержания меди: а — на нормальной вероятностной бумаге (согласие с выбранной моделью имеется); б — на логнормальной вероятностной бумаге (резкого несогласия с выбранной моделью нет)

дионовым (1964). При этом используется свойство нормального распределения, заключающегося в том, что математические ожидания коэффициентов асимметрии и эксцесса этого распределения равны нулю. Считая выборочное распределение этих характеристик приближенно нормальными, в качестве критерия

проверки гипотезы о согласии изучаемого распределения с моделью берут величину отношений:

$$\frac{A}{\sigma_A} < 3 \text{ и } \frac{E}{\sigma_E} < 3, \quad (29)$$

что соответствует уровню значимости 0,01 (правило трех сигм).

Оценки асимметрии (A) и эксцесса (E) вычисляют по следующим формулам:

$$A = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^3}{n \cdot s^3} \text{ и } E = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^4}{n \cdot s^4} - 3, \quad (30)$$

а σ_A и σ_E приближенно оценивают как

$$\sigma_A \cong \sqrt{\frac{6}{n}} \text{ и } \sigma_E \cong \sqrt{\frac{24}{n}}, \quad (31)$$

где n — число членов выборки;

s^3 и s^4 — куб и четвертая степень стандарта.

Если проверяется согласие с нормальной моделью, в качестве x_i выступают значения признаков. Для проверки согласия с логнормальной моделью в качестве x_i берут логарифмы значений признаков.

В табл. 4 приведены расчетные значения отношений A/σ_A и E/σ_E для тех же примеров, которые рассматривались выше.

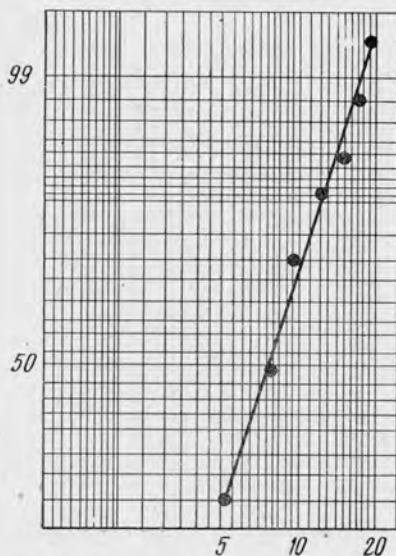


Рис. 25. График накопленных частостей значений содержания платиноидов на лог-нормальной вероятностной бумаге (согласие с выбранной моделью имеется)

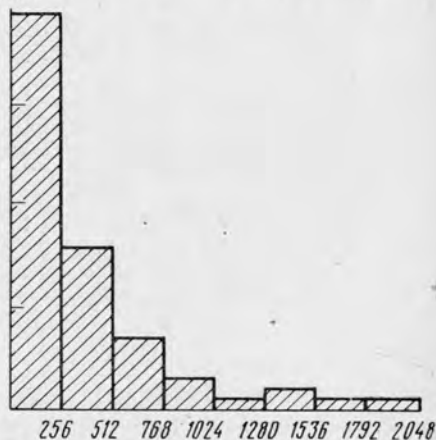


Рис. 26. Гистограмма содержаний золота в россыпи (в мг/м³)

Как видно из таблицы, величины отношений для мощностей залежи меньше трех, а для их логарифмов — заметно превышают критическое. Это означает, что распределение мощностей лучше аппроксимируется нормальной моделью, хотя графическая проверка приводила к противоположному выводу. Для содержаний меди величины отношений, вычисленные и по самим значениям и по их логарифмам, меньше трех, но логарифмирование приводит к отрицательным

Таблица 4

Признак	Нормальная модель		Логнормальная модель	
	Асимметрия	Экссесс	Асимметрия	Экссесс
Мощность залежи	2,30	1,49	-3,56	4,17
Содержание меди	2,01	1,04	-0,15	-0,48
Содержание платиноидов	3,32	2,67	0,5	-0,6

величинам. В данном случае результаты графической проверки подтверждаются. Для содержаний платиноидов аналитическая проверка также подтверждает результаты графической и указывает на необходимость принятия логнормальной модели.

В качестве примера использования более сложных моделей рассмотрим выборку по участку россыпного месторождения, в которой содержания золота колеблются от 1 до 2000 мг/м³. Гистограмма распределения золота показана на рис. 26. Значения коэффициентов асимметрии и эксцесса, вычисленные для самих значений содержания и для различных нормализующих преобразований, сведены в табл. 5.

Таблица 5

Содержание		Логарифмы содержаний		Логарифмы содержаний +100	
Асимметрия	Экссесс	Асимметрия	Экссесс	Асимметрия	Экссесс
8,01	10,20	-4,67	5,16	1,44	-0,63

Как видно из таблицы, распределение содержаний в данном случае не согласуется ни с нормальной, ни с логнормальной моделью, однако преобразование вида $x_i = \ln(\xi + a)$ при $a = 100$ мг/м³ приводит к удовлетворительной нормализации.

Проверка по асимметрии и эксцессу наиболее удобна при вычислении на ЭВМ, так как не требует группировки данных. Выборочные распределения этих оценок, строго говоря, не нормальны и выбираемое критическое значение, равное трем, соответствует доверительной вероятности, несколько меньшей 0,99. Кроме того, круг проверяемых моделей здесь ограничивается нормальными или нормализованными моделями.

Аналитическая проверка согласия эмпирического распределения с любой теоретической моделью может быть выполнена также с помощью критерия Пирсона, путем вычисления частот теоретического распределения и сравнения их с наблюдаемыми частотами. Наблюдаемые значения должны быть сгруппированы в классы, причем необходимым условием использования критерия Пирсона является количество классов не менее четырех при числе наблюдений в классе не менее пяти. Если число наблюдений в крайних классах менее 5, их объединяют с соседними, так чтобы это число превышало 5 (Бондаренко, 1967). Вообще говоря, применение критерия Пирсона требует довольно больших выборок. Использование критерия Пирсона рассмотрим на примере выборки содержаний меди (табл. 6).

Таблица 6

Класс содержаний	Число наблюдений в классе	Класс содержаний	Число наблюдений в классе
0,25—0,36	6	0,64—0,72	10
0,37—0,48	11	0,73—0,84	4
0,49—0,60	11	0,85—0,96	0
		0,97—1,08	1

Поскольку число наблюдений в последних трех классах меньше 5, объединяем их в один 0,73—1,08 с числом наблюдений 5.

Теоретические частоты для классов, предполагая истинное распределение содержаний нормальным, вычисляем следующим образом.

1. Для каждого класса находим значения координат его границ относительно среднего, выраженные в долях стандарта:

$$U_1 = \frac{x_1 - \bar{x}}{\sigma}, \quad U_2 = \frac{x_2 - \bar{x}}{\sigma} \text{ и т. д.}$$

Среднее и стандарт рассматриваемой совокупности соответственно равны 0,54 и 0,15. Следовательно, значения границ первого класса $(0,25 - 0,54) : 0,15 = -1,9$ и $(0,36 - 0,54) : 0,15 = -1,2$ и т. д.

2. Для каждого класса с помощью таблиц функции нормального распределения находим оценки вероятностей попадания наблюдений в класс, как

$$P = \Phi(U_2) - \Phi(U_1),$$

т. е. для первого класса $P = -0,464 - (-0,471) = 0,007$ и т. д.

3. Для каждого класса находим теоретические частоты как произведения вероятностей попадания на общее число наблюдений.

Критерий Пирсона выражается как сумма взвешенных квадратов разностей теоретических и наблюдаемых частот по всем классам

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^m \frac{[(n \cdot p)_{\text{набл}} - (n \cdot p)_{\text{теор}}]^2}{(n \cdot p)_{\text{теор}}}.$$

Значения критерия, полученное в расчетах, сравнивается с табличным для выбранного уровня значимости и числа степеней свободы, равного $k = m - 3$, где m — число классов.

Расчеты критерия Пирсона для рассматриваемого примера сведены в табл. 7.

Критическое значение χ^2 для 0,1%-ого уровня значимости равно 4,60 (Шарапов, 1965, табл. 14). Поэтому согласие эмпирического распределения с нормальной моделью можно считать доказанным.

Для проверки предположения о логнормальном распределении прологарифмируем значения содержаний меди и с использованием натуральных логарифмов содержаний меди составим табл. 8 (средний логарифм 0,66, логарифмический стандарт 0,29).

Расчетное значение χ^2 для логарифмов содержаний превышает критическое (4,60), что позволяет отвергнуть гипотезу о логнормальности распределения этого признака.

Таблица 7

№ класса	Координаты границ классов	Оценка вероятности попадания в класс	Теоретические частоты	Взвешенный квадрат разности теоретической и наблюдаемой частот
1	$-1,9 \div -1,2$	0,086	4	1
2	$-1,2 \div -0,4$	0,230	10	0,1
3	$-0,4 \div -0,4$	0,310	13	0,3
4	$0,4 \div 1,2$	0,230	10	0,1
5	$1,2 \div 9,6$	0,109	5	—

$$\Sigma = 1,5$$

Таблица 8

Интервалы классов в логарифмах содержаний	Число наблюдений в классе	Координаты границ классов	Оценка вероятности попадания в класс	Теоретические частоты	Взвешенный квадрат разности теоретических и наблюдаемых частот
$-1,31 \div -1,00$	6	2,2—1,17	0,107	4,6	0,43
$-1,00 \div -0,70$	12	1,17—0,13	0,327	14,1	0,31
$-0,70 \div -0,40$	18	0,13—0,90	0,264	11,4	4,20
$-0,40 \div -0,10$	6	0,90—1,86	0,161	6,8	—
$-0,10 \div +0,20$	1				

Критерий Пирсона χ^2 может использоваться и для проверки согласия наблюдаемых значений с любым другим распределением, для которого можно вычислить теоретические частоты.

ОЦЕНКА ПАРАМЕТРОВ

Под оценкой параметров понимается круг статистических задач, связанных с оценкой различных числовых характеристик случайных величин по выборочным наблюдениям. Применительно к геологоразведочным задачам оценкой параметров является прежде всего определение средних значений мощностей, содержаний, удельных запасов, коэффициентов рудоносности и других геологоразведочных параметров, а также числовая оценка степени их изменчивости через соответствующие дисперсии, стандарты или коэффициенты вариации.

Оценки параметров могут быть точечными — неизвестный параметр оценивается некоторым числом, определенным по выборочным значениям случайной величины и поставленным в соответствие оцениваемому параметру, или интервальными — по выборочным данным указывается некоторый интервал значений, в пределах которого с заданной вероятностью должно находиться истинное, генеральное значение оцениваемого параметра.

Точечные оценки могут определяться по принципу максимального правдоподобия или по принципу минимальных потерь. При оценке параметра по принципу максимального правдоподобия получаемая оценка должна отвечать требованиям состоятельности, несмещенности и максимальной эффективности.

Под состоятельной оценкой понимается оценка, сходящаяся по вероятности к оцениваемому параметру, т. е. обладающая свойством неограниченно приближаться к его истинному значению с увеличением размера выборки.

Под несмещенной оценкой понимается оценка, математическое ожидание которой равно оцениваемому параметру при любом размере выборки. Иначе говоря, несмещенной оценкой является оценка, не имеющая систематической ошибки.

Под максимально эффективной оценкой понимается оценка, обладающая минимально возможной дисперсией (минимальной случайной ошибкой) при данном числе наблюдений.

В большинстве статистических задач оценки параметров выбирают в соответствии с принципом максимального правдоподобия.

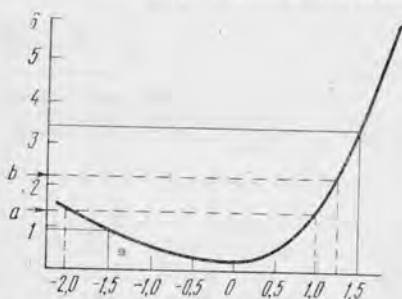


Рис. 27. Возможный вид несимметричной функции потерь.

Абсцисса — ошибка оценки параметра; ордината — условные потери от использования ошибочной оценки. a — средний уровень потерь при смещенной оценке; b — то же при несмещенной

Оценка, удовлетворяющая всем требованиям принципа максимального правдоподобия, свободна от систематической ошибки, имеет минимальную случайную погрешность и при данном числе наблюдений тем ближе к параметру, чем больше выборка.

При оценке параметра по принципу минимальных потерь руководствуются анализом тех последствий, к которым приводит использование оценки. При этом вводится понятие функции потерь, в качестве которой рассматривается функция, выражающая зависимость экономических (или других) потерь, возникающих за счет использования приближенной оценки, от знака и величины ее ошибки. Если функция потерь симметрична относительно нулевой ошибки оценки, принцип минимальных потерь приводит

к тем же оценкам, что и принцип максимального правдоподобия. Если же функция потерь несимметрична относительно нулевой ошибки оценки, то лучшей с точки зрения принципа минимальных потерь будет оценка, смещенная в сторону меньшего градиента потерь.

Допустим, что функция потерь имеет асимметричный вид, показанный на рис. 27, а имеющиеся данные позволяют оценить параметр со средней ошибкой $\pm 1,5$. Несмещенная оценка параметра ($\mu = 0$) обеспечит средний уровень вероятных потерь порядка 2,1 при максимуме ошибки 3,4. Оценка, смещенная на величину 0,5 в сторону (—) погрешности (т. е. на $1/6$ возможной случайной ошибки), снизит средний уровень потерь до 1,4 при одновременном снижении максимального значения до 1,5, т. е. явно будет предпочтительнее.

В настоящее время использовать принцип минимальных потерь для оценки средних значений геологоразведочных параметров еще нельзя, так как виды функций потерь для типичных разведочных ситуаций пока неизвестны, а интуитивные соображения не могут учесть возможных экономических последствий, связанных с допущением тех или иных погрешностей оценки запасов.

В условиях разных моделей распределения способы получения максимально правдоподобных оценок математических ожиданий и характеристик рассеяния различны. В условиях нормальной модели состоятельной, несмещенной и максимально эффективной оценкой математического ожидания является

среднеарифметическая из результатов выборочных наблюдений — $\bar{x}$. Оценками дисперсии и стандарта будут соответственно:

$$D = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1} \text{ и } s = \sqrt{D}, \quad (32)$$

а оценкой коэффициента вариации

$$V = \frac{s}{\bar{x}}. \quad (33)$$

В условиях асимметричных распределений среднеарифметическая оценка, оставаясь несмещенной, может оказаться недостаточно эффективной.

Независимо от закона распределения случайной величины, среднеарифметическая оценка всегда является несмещенной. Поэтому неоднократно высказывавшиеся предположения о возможности систематических ошибок при использовании среднеарифметической в условиях асимметричных распределений необоснованы. Асимметрия распределения только увеличивает разброс (дисперсию) выборочных среднеарифметических оценок, снижая их эффективность, но не может привести к систематическому их занижению или завышению.

Если положительно асимметричное распределение логнормально, то более эффективной оценкой математического ожидания (по сравнению со среднеарифметической) будет оценка вида

$$\bar{m} = e^{\psi} \cdot \psi_n(t), \quad (34)$$

где $\psi_n(t)$ — некоторая функция, зависящая от дисперсии логарифмов и числа наблюдений.

Полное выражение этой функции довольно сложно:

$$\psi_n(t) = e^t \left[1 - \frac{t(t+1)}{n} + \frac{t^2(3t^2+22t+21)}{6n^2} \right],$$

где

$$t = \frac{1}{2} S_{\ln x}^2.$$

Значения этой функции табулированы (Aitchison, Brown, 1957), однако в практических вычислениях вполне допустимо использование упрощенной оценки

$$\bar{m} = e^{\psi} e^{\frac{1}{2} \sigma^2}. \quad (35)$$

Оценки вида $\bar{m}$ в отличие от среднеарифметических являются прямыми функциями дисперсий логарифмов. Дисперсия логарифмов быстро растет с увеличением размаха выборки за счет малых по величине значений (логарифм нуля — $-\infty$), но относительно медленно увеличивается, если в выборку попадают высокие значения признака. В связи с этим логнормальная оценка обладает как бы пониженной «чувствительностью» к наличию в выборке высоких значений и повышенной — к наличию в выборке низких значений изучаемого признака, что и обуславливает ее повышенную эффективность. Однако для любого распределения отличного от логнормального оценка вида $\bar{m}$ будет смещенной, в то время как среднеарифметическая всегда остается несмещенной. Поэтому, если исходное распределение неизвестно, предпочтительнее пользоваться арифметической оценкой.

При небольших значениях дисперсии логарифмов признака (для натуральных логарифмов 1, а для десятичных 0,200) эффективность логнормальных и среднеарифметических оценок практически одинакова. При очень больших значениях дисперсии эффективность логнормальной оценки значительно выше

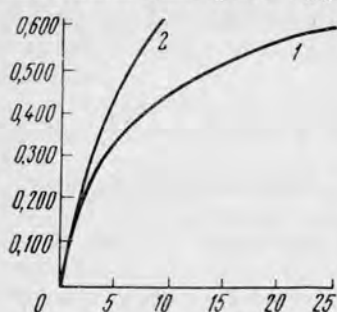


Рис. 28. Графики эффективности среднеарифметической (1) и логнормальной (2) оценок. (По Е. А. Сидорову).

Ордината — дисперсия логарифмов признака; абсцисса — дисперсия оценок в отн. %

(рис. 28). При высоких значениях S_n^2 эмпирические распределения обычно плохо согласуются с логнормальной моделью, и выбор логнормальной оценки вместо среднеарифметической оказывается условным.

Для иллюстрации сказанного рассмотрим результаты следующего эксперимента: из совокупности 180 значений содержания платиноидов в пробах, имеющей логнормальное распределение, с помощью таблицы случайных чисел составлены 79 выборок по 13 штук и для каждой рассчитаны среднеарифметическая и логнормальная оценки. Истинное значение среднего, за которое принимается среднеарифметическое по всей совокупности, равно в данном случае 8,07 г/т. Гистограммы распределения обеих выборочных оценок приведены на рис. 29. Гистограмма логнормальной оценки показывает несколько лучшую группировку значений относительно центра при меньшей частоте очень больших отклонений. Соответственно расчетные значения дисперсий оценок по

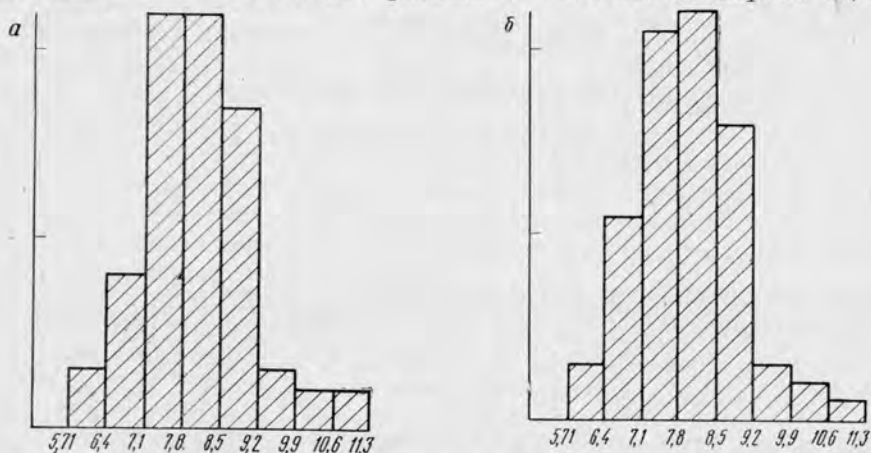


Рис. 29. Гистограммы выборочных оценок содержания платиноидов (в г/м): а — вычисленных как среднеарифметические; б — вычисленных в условиях логнормальной

модели по формуле $m = e^{\mu} e^{\frac{1}{2} \sigma^2}$

выборкам, вычисленные по отклонениям от 8,07, оказываются для среднеарифметической 0,34, а для логнормальной лишь 0,28. Таким образом, логнормальная оценка для данной модели оказывается несколько более эффективной.

Оценки дисперсии, вычисляемые по формуле (14), в логнормальном распределении также не являются максимально эффективными. Наиболее эффективной оценкой дисперсии будет

$$D = e^{2 \ln x} [\psi_n(t_1) - \psi_n(t_2)],$$

где значения аргументов функции $\psi_n(t)$ имеют вид

$$t_1 = 2S_{\ln}^2 \text{ и } t_2 = \frac{n-2}{n-1} \cdot S_{\ln}^2,$$

где $S_{\ln}^2$ — дисперсия логарифмов случайной величины.

В упрощенной форме

$$D = e^{2 \overline{\ln x} + S_{\ln}^2} \cdot (e^{S_{\ln}^2} - 1). \quad (36)$$

Соответственно коэффициент вариации будет оцениваться как

$$V = (e^{S_{\ln}^2} - 1)^{\frac{1}{2}}. \quad (37)$$

В условиях логнормального распределения эффективность оценок характеристик рассеяния вида (36), (37) значительно выше эффективности таких оценок,



Рис. 30. Гистограммы выборочных значений коэффициентов вариации содержания платиноидов:

а — вычисленных как $V = \frac{s}{x}$; б — вычисленных в условиях логнормальной модели по

$$\text{формуле } V = (e^{S_{\ln}^2} - 1)^{\frac{1}{2}}$$

исчисляемой обычным способом. Например, в приведенном выше эксперименте основное значение коэффициента вариации по всей совокупности равно 0,35. Гистограммы распределения выборочных оценок этого коэффициента, вычисленных по обычной формуле и формуле (37), приведены на рис. 30. Как видно по гистограмме, значения коэффициента, вычисленные по формуле (37), характеризуются меньшим размахом колебаний и большим эксцессом распределения. Расчетные значения дисперсий оценок, вычисленные по отклонениям от генерального значения коэффициента вариации, составили соответственно 0,045 для оценки вида (33) и лишь 0,018 для оценки вида (37). Необходимо иметь в виду, что в условиях асимметричных распределений, нормализация которых при логарифмировании исходных значений не достигается, формулами максимально эффективных оценок логнормального распределения пользоваться ни в коем случае нельзя.

Рассмотрим результаты еще одного эксперимента, выполненного по исходной модели, включающей 145 значений содержания по россыпному месторождению золота, предназначенного для дражной отработки всей массы песков. В промышленный контур залежи включены значения параметра от 1 до 2000 мг/м³, вследствие чего даже распределение логарифмов содержаний остается резко

асимметричным. Так же, как и в приведенном выше примере, из общей совокупности с помощью таблицы случайных чисел были составлены 80 выборок по 13 штук, для которых вычислены оценки среднего и коэффициента вариации по формулам нормальной и логнормальной модели. Гистограммы выборочных оценок этих характеристик приведены на рис. 31 и 32. По облику гистограмм видно, что исполь-

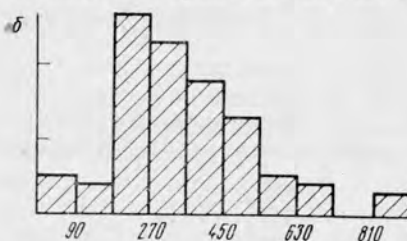
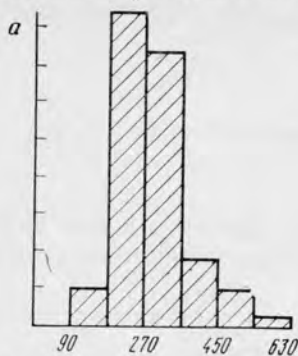


Рис. 31. Гистограммы выборочных оценок среднего содержания золота в россыпном месторождении:

а — вычисленных как среднеарифметические; б — вычисленных в условиях логнормальной модели по формуле $m = e^{\mu} e^{\frac{\delta^2}{2}}$

зование формул логнормальной модели приводит в данном случае к значительному увеличению разброса выборочных оценок параметров. Дисперсии выборочных оценок среднего и коэффициента вариации вычислялись относительно среднего и коэффициента вариации общей совокупности. Дисперсии выборочных оценок среднего составили 9441 для нормальной и 28 482 для логнормальной моделей.

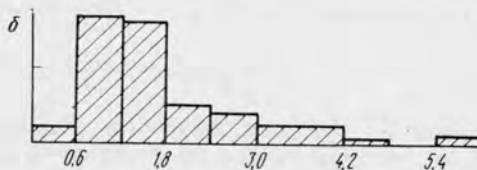
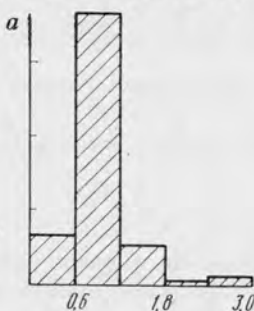


Рис. 32. Гистограммы выборочных значений коэффициентов вариации содержания золота в россыпном месторождении:

а — вычисленных как $V = \frac{s_1^2}{x}$; б — вычисленных в условиях логнормальной модели по формуле $V = (e^{S_{ln}^2} - 1)^{\frac{1}{2}}$.

Дисперсии выборочных оценок коэффициентов вариации составили соответственно 1,06 и 3,25.

Удовлетворительной нормализации функций распределения содержаний золота в данном примере удается достичь лишь при использовании трехпараметрической логнормальной модели с параметром $a = 100$.

В условиях трехпараметрической модели максимально эффективная оценка среднего может быть рассчитана по формуле

$$\overline{m}' = e^{\overline{\ln x}} f(S_{ln}^2 \cdot n) - a. \quad (38)$$

Таблица значений функции f приводится в работе Д. Криге (1968). При выборках $n > 10$ допустимо использование упрощенных формул:

$$\overline{m'} = e^{\overline{\ln x}} \cdot e^{\frac{1}{2} S_{\ln}^2} - a, \quad (39)$$

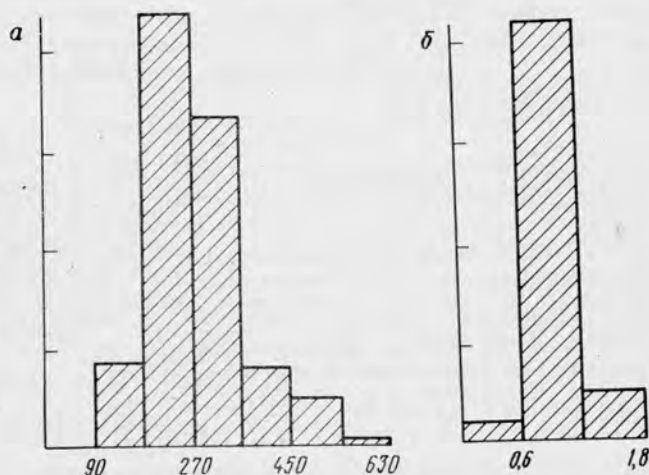
$$D = e^{2 \overline{\ln x}} \cdot e^{S_{\ln}^2} (e^{S_{\ln}^2} - 1), \quad (40)$$

$$V = \frac{V'D}{m}. \quad (41)$$

В приведенном примере распределение выборочных оценок среднего, вычисленных по формуле трехпараметрической модели, оказывается близким

Рис. 33. Гистограммы выборочных оценок, вычисленных в условиях трехпараметрической модели.

a — средние содержания золота в россыпном месторождении, оцененные по формуле (39);
 b — коэффициенты вариации содержания золота, оцененные по формуле (41)



к распределению среднеарифметической, а использование формул этой модели для расчета коэффициента вариации обеспечивает заметное повышение эффективности его оценки по сравнению с нормальной и тем более логнормальной моделью (рис. 33).

Таким образом, при оценке средних значений геологоразведочных параметров и числовых характеристик степени их изменчивости необходимо в каждом случае подбирать модель, аппроксимирующую эмпирические данные, и вести расчеты в условиях выбранной модели, что обеспечивает более полное использование исходной информации. Если по условиям задачи интерес представляют лишь точечные оценки средних, а дисперсии (коэффициенты вариации) величин сравнительно невелики (заведомо менее 100), задача может решаться в условиях нормальной модели, с оценкой арифметической средней, независимо от распределения исходных данных.

При большей изменчивости случайных величин ($V > 100$), а также при решении задач, связанных с оценками характеристик рассеяния (независимо от степени изменчивости ряда), правильный подбор модели обеспечивает получение несмещенных и максимально эффективных оценок.

ИНТЕРВАЛЬНЫЕ ОЦЕНКИ В УСЛОВИЯХ РАЗЛИЧНЫХ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ

Точечная оценка неизвестного параметра не содержит информации о точности получаемого результата. Если оценка состоятельна, то при достаточно большом размере выборки ее можно считать предельно близкой к оцениваемому параметру. Однако при сравнительно малых выборках значения точечной оценки могут быть далеки от истинной величины оцениваемого параметра.

При решении статистических задач в условиях малых выборок обычно используются интервальные оценки, указывающие некоторый интервал значений параметра, в пределах которого с заданной вероятностью находится

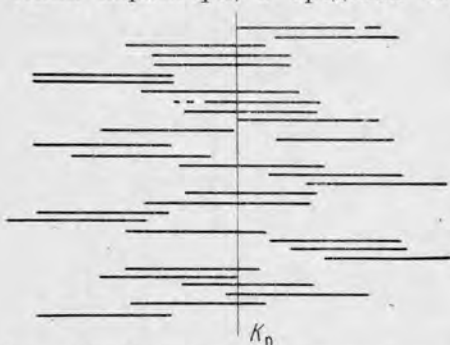


Рис. 34. Графическая интерпретация доверительных интервалов оценки коэффициента рудоносности, построенных при доверительной вероятности 0,5. Истинное значение параметра (K_D) «накрывают» 50% построенных интервалов. (По В. А. Викентьеву и М. В. Шумилину).

истинная, оцениваемая величина. Такой интервал с заданной вероятностью, «накрывающий» неизвестный параметр, носит название «доверительного интервала». Графическая интерпретация понятия «доверительный интервал» для доверительной вероятности 0,5 представлена на рис. 34. Как видно, при такой доверительной вероятности неизвестный параметр «накрывает» 50% построенных интервалов.

Чем выше требование к доверительной вероятности, тем шире должен быть доверительный интервал. Для построения доверительного интервала необходимо знать вид распределения выборочной оценки параметра и ее дисперсию.

В условиях нормального распределения оценка среднего $\bar{x}$ распределена нормально с математическим ожиданием,

равным математическому ожиданию случайной величины, и дисперсией случайной величины

$$\sigma_{\bar{x}}^2 = \frac{\sigma^2}{n}, \quad (42)$$

где n — число наблюдений в выборке.

Отсюда генеральное среднее с заданной вероятностью окажется в интервале

$$\bar{x} \pm t \cdot \sqrt{\sigma_{\bar{x}}^2}, \quad (43)$$

где t — аргумент функции нормального распределения для заданной доверительной вероятности.

Поскольку дисперсия σ^2 обычно неизвестна и оценивается по выборке, то величина t должна, строго говоря, заменяться другой величиной t , зависящей еще от объема выборки. Таблицы этого распределения (распределения Стьюдента) приводятся во всех статистических руководствах (Шарапов, 1965; Крамбейн и Грейбилл, 1969 и др.). При $n \rightarrow \infty$ распределения Стьюдента сходятся к нормальному, причем значения t практически равны значениям t уже при $n > 30$.

При логнормальном распределении случайной величины распределение оценки вида

$$\bar{m} = e^{\overline{\ln x}} \cdot e^{\frac{1}{2} S_{\ln}^2},$$

также будет логнормальным с медианой, равной генеральному среднему значению случайной величины, и дисперсией

$$S_m^2 = \bar{m}^2 \left[e^{\frac{\sigma^2}{n} + \frac{\sigma^4}{2(n-1)}} - 1 \right] \approx \frac{\bar{m}^2}{n} \left(\sigma^2 + \frac{\sigma^4}{2} \right), \quad (44)$$

где σ^2 — дисперсия логарифмов величины (натуральные).

Доверительный интервал при этом определится областью:

$$\bar{m} \pm z \cdot S_m, \quad (45)$$

где z — вероятностный критерий (строгое распределение аналогично распределению Стьюдента для логнормальной величины).

Таблицы такого распределения рассчитаны Х. Зихелем, а номограммы для отыскания точных границ доверительного интервала оценки среднего при логнормальном распределении в соответствии с таблицами Х. Зихеля приводятся в работе Д. Криге (1968). Эти границы находятся как

$$\lambda_1 = \ln \bar{x} \cdot \theta (S_{\ln}^2 \cdot n),$$

значения θ берутся по номограммам для верхнего и нижнего пределов. Набор этих номограмм ограничен 0,05 и 0,1 %-ным уровнем значимости. На практике при не слишком малых выборках в формуле (45) допустимо использование вместо z аргумента функции нормального распределения. Как отмечает Карлье (1966), при использовании этих формул можно также с достаточной для практических целей точностью принимать вместо $\bar{m}$ значения арифметической средней.

Построение доверительного интервала для среднего в условиях трехпараметрического логнормального распределения может осуществляться по тем же формулам с использованием в качестве величины $\bar{m}$ в формуле (44) значения оценки, рассчитанного без вычитания постоянной a . Полученная при этом величина стандарта подставляется затем в формулу (45), где в качестве $\bar{m}$ принимается уже оценка с вычтенным значением постоянной a .

Рассмотрим несколько примеров построения доверительных интервалов.

1. На участке медно-никелевого ликвационного месторождения пробурено 43 скважины. Результаты анализов сквозных проб на медь распределены нормально со средним 0,54% и дисперсией среднего 0,025%. Оценка стандартного отклонения среднего равна

$$S_x = \sqrt{\frac{D}{n}} = \sqrt{\frac{0,025}{43}} = 0,024\%.$$

Для уровня значимости 0,05 табличное значение величины критерия Стьюдента $t = 1,96$. Следовательно, истинное значение среднего содержания меди по участку с вероятностью 0,95 заключено в пределах: $0,54 \pm 1,96 \cdot 0,024 \div 0,54 - 1,86 \cdot 0,024$, т. е. в пределах 0,49—0,59%.

2. Содержания платиноидов в тех же пробах распределено логнормально при среднем 8,37 г/т и дисперсии логарифмов 0,147. Стандарт среднего оценивается в

$$S_m = \sqrt{\frac{S_{\ln}^2}{n} + \frac{1}{2} \frac{S_{\ln}^4}{n-1}} = \sqrt{\frac{0,147}{43} + \frac{0,0215}{84}} = 0,06.$$

Границы доверительного интервала определяются соответственно (при уровне значимости 0,05):

$$\lambda_1 = 8,37 + 2 \cdot 0,26 = 8,89 \text{ г/т};$$

$$\lambda_2 = 8,37 - 2 \cdot 0,26 = 7,85 \text{ г/т}.$$

Истинное значение среднего содержания платиноидов с вероятностью, близкой к 0,95, заключено в пределах 7,85—8,89 г/т.

3. Содержание золота в участке золотоносной россыпи по данным 69 скважин аппроксимируется трехпараметрической логнормальной моделью при постоянной $a = 100$. Оценка среднего по формуле

$$\overline{m}' = e^{\overline{\ln x}} \cdot e^{\frac{1}{2} S_{\ln}^2} - a = 336 \text{ м}^2/\text{м}^3.$$

Дисперсия логарифмов значений (содержаний) равна 0,469. Стандарт среднего оценивается как

$$S_{\overline{m}} = \left[\frac{446^2}{69} \left(0,469 + \frac{0,469^2}{2} \right) \right]^{\frac{1}{2}} = 41 \text{ мг/м}^3.$$

Соответственно для уровня значимости 0,05 границы доверительного интервала будут:

$$\lambda_1 = 336 + 2 \cdot 41 = 418 \text{ мг/м}^3,$$

$$\lambda_2 = 336 - 2 \cdot 41 = 254 \text{ мг/м}^3,$$

т. е. истинное значение среднего содержания золота с вероятностью, близкой к 0,95, заключено в интервале 254—418 мг/м³.

Построение доверительных интервалов для средних в условиях распределений, отличных от нормального, является несколько более сложной операцией. Кроме того, из-за приближенности аппроксимации распределения вероятностного критерия нормальной моделью здесь неизбежна и некоторая приближенность в оценке доверительной вероятности, которая в действительности всегда несколько ниже закладываемой в расчет.

На практике в некоторых случаях удобнее оперировать не доверительным интервалом (интервальной оценкой) параметра, а относительной величиной погрешности оценки среднего, устанавливаемой с некоторой заданной вероятностью.

При нормальном распределении оценка такой погрешности задается выражением

$$\Delta_{\text{отн}} = t \frac{V}{\sqrt{n}}, \quad (46)$$

где V — выборочное значение коэффициента вариации.

Для логнормальной модели

$$\Delta_{\text{отн}} = \tau \frac{S_{\overline{m}}}{\overline{m}}, \quad (47)$$

приближенно

$$\Delta_{\text{отн}} = \tau \frac{(e^{S_{\ln}^2} - 1)^{1/2}}{\sqrt{n}}, \quad (48)$$

а трехпараметрической модели

$$\Delta_{\text{отн}} = \tau \frac{S_{\overline{m}}}{\overline{m} - a}. \quad (49)$$

При решении геологоразведочных задач нередко приходится иметь дело с так называемыми сложными средними, т. е. параметрами, являющимися функциями нескольких величин. Сложными средними являются среднее взвешенное по мощности содержание компонента и коэффициент рудоносности, при вычислении его через отношение сумм рудных и продуктивных мощностей по всем разведочным пересечениям.

Стандартные ошибки сложных средних зависят от дисперсий входящих в них величин, а также от знака и силы корреляционной связи между ними.

Стандартная ошибка среднего взвешенного содержания может быть определена по следующему выражению (Шумилин, 1970):

$$S_{C_{вз}} = \sqrt{\frac{S_{mc}^2 + C_{вз}^2 \cdot S_m^2 - 2C_{вз} \cdot r \cdot S_{mc} \cdot S_c}{m^2 \cdot n}}, \quad (50)$$

где $C_{вз}$ — выборочная оценка взвешенного содержания;
 S_{mc} , S_m , S_c — соответственно выборочные стандарты метропроцента, мощности и содержания;
 m — выборочная оценка средней мощности;
 n — число наблюдений;
 r — коэффициент корреляции мощности и метропроцента.

Доверительный интервал соответственно определится как

$$C_{вз} \pm \tau \cdot S_{C_{вз}}.$$

Аналогичное выражение для стандартной ошибки коэффициента рудоносности, вычисляемого как

$$K_p = \frac{\sum M_p}{\sum M_o},$$

приводится в работе Викентьева и Шумилина (1971):

$$S_{K_p} = \sqrt{\frac{S_{M_p}^2 + K_p^2 S_{M_o}^2 - 2K_p r \cdot S_{M_p} S_{M_o}}{n \cdot \bar{M}_o^2}}, \quad (51)$$

где K_p — выборочная оценка коэффициента рудоносности;
 S_{M_p} , S_{M_o} — стандарты прессованной рудной и продуктивной мощностей;
 r — коэффициент корреляции этих мощностей;
 $\bar{M}_o$ — средняя продуктивная мощность;
 n — число наблюдений.

Доверительные границы для K_p оцениваются точно так же:

$$\lambda_{K_p} \pm \tau \cdot S_{K_p}.$$

Строго говоря, точное распределение вероятностного критерия τ при оценке доверительных границ сложных средних неизвестно, однако для не слишком малых выборок его можно условно считать нормальным.

В заключение рассмотрим методику построения доверительного интервала для долевого оценки альтернативного события в биномиальном распределении. Такой оценкой в разведке является, например, коэффициент рудоносности, вычисляемый по отношению числа рудных пересечений к общему их числу в оцениваемом контуре. При не слишком малых выборках и не слишком близких к 0 и 1 значения коэффициента рудоносности для оценки его доверительного интервала может использоваться нормальное приближение

биномиального распределения. При этом границы доверительного интервала определяются как

$$K_p \pm \tau \cdot \sqrt{\frac{K_p(1-K_p)}{N}}, \quad (52)$$

где N — число членов выборки;

K_p — выборочное значение коэффициента рудоносности;

τ — аргумент функций нормального распределения.

Наиболее распространенной статистической задачей при разведке месторождений является интервальная оценка средних, в то время как задача интервальных оценок характеристик рассеяния возникает значительно реже.

Выборочное распределение оценки дисперсии в условиях нормального распределения случайной величины соответствует χ^2 -распределению (распределению Пирсона). Задача нахождения доверительного интервала сводится к отысканию значений χ^2_1 и χ^2_2 для уровня значимости p и вероятности $(1-p)$ при данном числе степеней свободы $(n-1)$ по специальным таблицам (Шарапов, 1965, прил. 14; Крамбейн и Грейбилл, 1969, табл. 3), после чего нижняя и верхняя границы доверительного интервала находятся как

$$q_1 = \frac{n \cdot S^2}{\chi^2_1},$$

$$q_2 = \frac{n \cdot S^2}{\chi^2_2}.$$

Аналогично находятся доверительные интервалы для дисперсии логарифмов в логнормальном распределении. Оценить доверительный интервал дисперсии самой величины в логнормальном распределении довольно сложно. Формула дисперсии оценки вида (40) приводится в работе Д. Родионова (1969). В большинстве практических задач можно ограничиться нахождением доверительного интервала дисперсии логарифмов.

Для оценки дисперсии коэффициента вариации Р. Миллер и Дж. Кан (1965) приводят следующее выражение:

$$S_V = \frac{V^2(1+2V^2)}{2(n-1)} \quad (53)$$

при очень больших n и малых V . Доверительный интервал при этом определяется как

$$V \pm \tau \cdot S_V,$$

где τ — аргумент функции нормального распределения для заданной доверительной вероятности.

В условиях выборок $n \cong 10$ Р. Миллер и Дж. Кан (1965) рекомендуют способ Мак-Кея, при котором границы доверительного интервала для V находятся с помощью χ^2 -распределения, как

$$q_1 = \frac{nV^2}{\chi^2_1(1-V^2) - nV^2} \text{ и } q_2 = \frac{n \cdot V^2}{\chi^2_2(1+V^2) - nV^2}, \quad (54)$$

где значения χ^2_1 и χ^2_2 выбираются по таблицам χ^2 -распределения так же, как и для дисперсий при $(n-1)$ степенях свободы. В этом случае исходное распределение должно быть не слишком асимметрично, а величина V менее 0,3.

ПРОВЕРКА ГИПОТЕЗ

Под проверкой гипотез понимается круг статистических задач, смысл которых заключается в проверке статистическими методами справедливости некоторого априорного утверждения. Гипотеза считается статистически подтвердившейся, если вероятность соответствующего ей случайного события может быть оценена по выборочным наблюдениям как практически достоверная.

В геологической практике задачи, решение которых может быть сведено к статистической проверке каких-либо гипотез, встречаются достаточно часто. Это — задачи сравнения результатов основного и контрольного методов анализа или опробования, в которых проверяемая гипотеза обычно заключается в утверждении равенства средних характеристик, оцененных обоими методами, задачи определения степени ана-

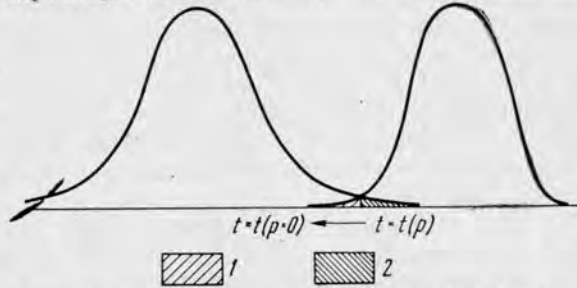


Рис. 35. Соотношение вероятностей ошибок первого (1) и второго (2) рода при заданном уровне значимости p . Справа — распределение величины критерия t при справедливости гипотезы $t = \varphi(x)$, слева — при справедливости альтернативы $t = \varphi'(x)$

анализа объектов по изменчивости их параметров и др. Особый круг задач, сводящихся к проверке гипотез, возникает при анализе зависимостей различных характеристик (двумерных и многомерных случайных величин). Наконец, проверка гипотез осуществляется и рассмотренными выше задачами нахождения интервальных оценок (гипотеза — попадание истинного значения в заданный интервал), а также задачами аппроксимации эмпирических моделей — теоретическими. Статистическая проверка гипотез заключается в том, что выбирается некоторый критерий согласия, представляющий собой функцию изучаемой случайной величины, значения которой при условии справедливости проверяемой гипотезы распределены по известному закону. Проверяемая гипотеза принимается, если значение функции, вычисленное через выборочные значения изучаемой величины, оказывается меньше теоретического ее значения, определяемого по известному распределению для заданной вероятности p . Вероятность p при этом соответствует тому уровню вероятности, при котором ошибка, заключающаяся в отклонении правильной в действительности гипотезы (ошибка первого рода), может быть принята за событие практически невозможное. Эта вероятность называется уровнем значимости.

Любой проверяемой гипотезе может быть противопоставлена соответствующая альтернатива. Принятие гипотезы в том случае, когда в действительности верной является ее альтернатива, называется ошибкой второго рода, а вероятность отсутствия такой ошибки — мощностью критерия относительно альтернативы.

Пусть выбран критерий проверки некоторой гипотезы t , имеющей при ее справедливости распределение $\varphi(x)$ (рис. 35). Если верна конкурирующая гипотеза, критерий имеет распределение $\varphi'(x)$. Пусть выбран некоторый уровень значимости p проверки гипотезы. Как видно из рис. 35, уменьшение уровня значимости до нуля неизбежно ведет к росту вероятности ошибки второго рода и снижению мощности критерия и, наоборот, увеличение мощности критерия — к росту вероятности ошибки первого рода. Если распределение

критерия в условиях справедливости проверяемой гипотезы известно, распределение его в условиях справедливости альтернативы может быть неизвестным. Поэтому, задавшись уровнем значимости p , соответствующую ему вероятность ошибки второго рода ($1-\beta$) не всегда можно определить.

Выбор уровня значимости при проверке гипотезы имеет очень большое практическое значение, так как в зависимости от его величины проверка гипотезы может привести к любому из противоположных выводов. Этот выбор зависит от практической целесообразности результатов и должен учитывать возможные последствия, к которым могут привести ошибки первого и второго рода.

Рассмотрим следующий пример. В литературе по разведке месторождений длительно дискутировался вопрос о применении среднеарифметических или взвешенных (по мощности) оценок содержания в блоках. В ходе дискуссии было показано, что взвешенная оценка всегда является несмещенной, в то время как арифметическая не смещена лишь при отсутствии корреляционной связи между содержанием и весовым параметром (мощностью), однако в этом случае она эффективнее взвешенной (Кузьмин, 1966; Петров, 1965 и др.). Таким образом, отсутствие или наличие связи величин может служить критерием выбора лучшей оценки, а этот выбор может осуществляться путем проверки соответствующей гипотезы.

Предположим, что с целью выбора оценки проверяется гипотеза $r = 0$ при альтернативе $r \neq 0$ и принимается уровень значимости 0,01, практически исключающий ошибку первого рода, но определяющий значимость вероятности ошибки второго рода. Принимая гипотезу $r = 0$ верной, при ее ошибочности по существу решаемой задачи необходимо выбирать среднеарифметическую оценку, которая будет смещенной. Ошибочное же отбрасывание гипотезы $r = 0$ приведет лишь к использованию менее эффективной, но не смещенной взвешенной оценки. Смещение (систематическая ошибка) оценки из практических соображений, безусловно, менее желательно, чем некоторое снижение ее эффективности. Поэтому вероятность ошибки второго рода при проверке гипотезы целесообразно сделать как можно меньшей, а следовательно, уровень значимости взять достаточно большим. Практически это адекватно применению взвешенной оценки во всех случаях без всякой предварительной проверки гипотезы о связи параметров.

Рассмотрим другой пример. Пусть проверяется соответствие выборочных наблюдений содержания компонента в месторождении нормальному закону при альтернативе, что этот закон асимметричный (логнормальный). Допуская ошибку второго рода (закон в действительности логнормальный считается нормальным) и используя обычные приемы оценки среднего (среднеарифметическим) и построения ее доверительного интервала, в принципе можно лишь несколько расширить этот интервал за счет применения менее эффективной оценки. Напротив, допуская ошибку первого рода и считая в действительности нормальное распределение иным, соответственно выбирая иные оценки среднего и способы построения их доверительных интервалов, мы можем принять смещенную точечную оценку и неоправданно сузить доверительный интервал. Последняя ошибка явно менее желательна, а следовательно, уровень значимости при проверке гипотезы следует принимать возможно меньшим. Обычно этот уровень при проверке подобных гипотез порядка 0,003 (по трехсигмовому пределу).

Ниже рассмотрим приемы проверки некоторых гипотез в условиях одномерных распределений применительно к конкретным практическим задачам.

Сравнение центров распределений двух выборок. Проверка гипотезы о равенстве центров распределений двух совокупностей при альтернативе их различия, в условиях нормального распределения величин, выполняется по критерию Стьюдента

$$t = \frac{(\bar{X} - \bar{Y})}{\sqrt{\frac{S_x^2}{N_x} + \frac{S_y^2}{N_y}}}, \quad (55)$$

где $\bar{X}$ и $\bar{Y}$ — выборочные оценки центров (среднеарифметические);

S_x^2 и S_y^2 — выборочные оценки дисперсий;

N_x и N_y — количество наблюдений в выборках.

Гипотеза считается подтвердившейся, если значение не превышает табличное для выбранного уровня значимости и при $(N_1 + N_2 - 2)$ степенях свободы.

В условиях логнормального распределения для проверки гипотезы равенства центров распределения используется критерий, предложенный Д. Родионовым (1964):

$$t = \frac{\left[\ln \bar{X} - \ln \bar{Y} + \frac{1}{2} (S_{\ln X}^2 - S_{\ln Y}^2) \right]}{\sqrt{\frac{S_{\ln X}^2}{n_X} + \frac{S_{\ln Y}^2}{n_Y} + \frac{1}{2} \left(\frac{S_{\ln X}^4}{n_X - 1} + \frac{S_{\ln Y}^4}{n_Y - 1} \right)}}, \quad (56)$$

где $S_{\ln X}^2$ и $S_{\ln Y}^2$ — дисперсия натуральных логарифмов признаков.

При справедливости проверяемой гипотезы этот критерий имеет асимптотически-нормальное распределение.

Необходимость проверки гипотез такого рода в практике чаще всего связывается с проверкой равенства средних значений параметров, полученных с помощью различных разведочных средств, например горных выработок и скважин.

Например, на ртутном месторождении в контурах одного геологически однородного блока было пройдено 11 скважин и 18 ортов. Среднее содержание по ортам составило 0,44%, а по скважинам — 0,37%, т. е. ниже примерно на 20%, что предположительно связывалось с избирательным истиранием зерна. Результаты статистической обработки обоих рядов содержаний сведены в табл. 9.

Таблица 9

Признак	Дисперсия	Коэффициент вариации	Коэффициент асимметрии	Коэффициент эксцесса	Согласие с теоретическим распределением
Содержание по скважинам . .	0,092	0,81	1,685	—0,196	Нормальное
Содержание по ортам	0,143	0,84	1,991	—0,082	»

Расчетное $t = 1,75 < t_{\text{табл}} = 2,05$ для уровня значимости 0,05 при 27 степенях свободы. Из таблицы следует, что вследствие сравнительно высокой изменчивости параметра расхождение между средними содержаниями по скважинам и ортам при данном числе наблюдений следует считать случайным. Поскольку руды месторождения представлены очень тонкой вкрапленностью

киновари, относительно равномерно пропитывающей плотные джеспилиты, проявление избирательного истирания зерна действительно не обязательно. Однако количество данных в этом сопоставлении относительно мало, а расчетная величина критерия t хотя и незначима, но довольно велика. Поэтому для более уверенного суждения об отсутствии расхождения между данными скважин и горных выработок необходимо было бы увеличить объемы сопоставляемых выборок.

Для более полного сопоставления может быть использован материал по другому, геологически аналогичному участку того же месторождения. В контурах одного блока здесь пройдены 31 скважина и 27 ортов, причем средние содержания составили соответственно 0,31 и 0,26%, т. е. знак расхождения содержаний по скважинам и выработкам здесь уже обратный. Статистическая обработка результатов опробования сведена в табл. 10.

Т а б л и ц а 10

Разведочные выработки	Признак	Среднее	Дисперсия	Коэффициенты	
				асимметрии	экссесса
Скважины	Содержание Логарифм содержания	0,312	0,081	2,531	0,206
		-1,562	0,894	-0,238	-0,706
Орты	Содержание Логарифм содержания	0,262	0,052	4,158	3,569
		-1,588	0,444	1,865	-0,042

Как видно из приведенной таблицы, для совокупности данных по скважинам формально может быть принята нормальная модель, в то время как для совокупности по ортам нормальная модель явно не подходит. Обе совокупности, однако, удовлетворительно согласуются с логнормальной моделью, что и позволяет выбрать ее для дальнейшего анализа. Подставляя соответствующие значения в формулу критерия Родионова (56), получаем:

$$t = \frac{\left[1,562 + 1,588 + \frac{1}{2} (0,894 - 0,444) \right]}{\sqrt{\frac{0,894}{31} + \frac{0,444}{27} + \frac{1}{2} \left(\frac{0,800}{30} + \frac{0,198}{26} \right)}} = 1,06,$$

что значительно меньше $t_{\text{табл}}$ для 5%-ного уровня значимости при 56 степенях свободы ($t_{0,05} = 1,93$).

Приведенные выше приемы решения задачи сравнения средних применимы только в случае независимости значений сравниваемых выборок. В разведочной практике существуют аналогичные задачи, в которых сравниваемые выборки заведомо нельзя считать независимыми (например, задача обработки результатов внешнего контроля анализов). Сравнимые величины здесь связаны между собой попарно, так как каждая пара анализов выполняется для одной и той же пробы.

Для обработки результатов внешнего контроля в геологической литературе обычно рекомендуется «способ Н. В. Барышева», представляющий собой критерий Стьюдента, приспособленный для анализа сопряженных пар. Этот критерий громоздок и может быть использован только при условии нормаль-

ного распределения наблюдаемых величин, что далеко не всегда соблюдается. Более удобен и независим от вида исходного распределения величин способ, предложенный Д. А. Родионовым (1968). При этом используется подчиненность распределения разностей значений по сопряженным парам измерений нормальному закону с математическим ожиданием, равным нулю. По сравниваемым рядам рассчитываются разности, их среднее значение и стандарт:

$$\begin{aligned}\Delta_i &= \bar{x}_i - \bar{y}_i, \\ \bar{\Delta} &= \frac{\sum \Delta_i}{n} \\ S_{\Delta} &= \sqrt{\left(\frac{\sum \Delta_i^2}{n} - \bar{\Delta}^2 \right) \frac{1}{n-1}},\end{aligned}\quad (57)$$

где n — число пар измерений (анализов).

Гипотеза о равенстве средних обоих рядов (т. е. об отсутствии систематической ошибки) принимается, если

$$t = \frac{|\bar{\Delta}|}{S_{\Delta}} < t_{\text{табл}},$$

где $t_{\text{табл}}$ — табличное значение критерия Стьюдента для 0,р%-ого уровня значимости при $(n-1)$ степенях свободы.

Уровень значимости обычно берут равным 0,05%. Следует иметь в виду, что чем меньше уровень значимости, тем выше вероятность ошибки второго рода, заключающаяся здесь в том, что расхождение $\bar{x}$ и $\bar{y}$ в действительности систематическое будет отнесено к случайным. Так как весь смысл процедуры по условиям задачи состоит здесь в выявлении систематических расхождений, следовало бы выбирать критерий проверки по этой альтернативе. Таких критериев неизвестно. Поэтому, используя t -критерий, по-видимому, не следует выбирать уровень значимости более 0,20—0,10.

Рассмотрим следующий пример. Для 30 проб с содержанием олова от 0,25 до 1% выполнены основной и внешний контрольный анализы. Результаты анализов сведены в табл. 11.

$$\begin{aligned}\bar{\Delta} &= \frac{1,09 + (-0,65)}{30} = 0,014, \\ S_{\Delta} &= \sqrt{\frac{0,128}{30} - 0,0022 \cdot \frac{1}{29}} = 0,008.\end{aligned}$$

Следовательно,

$$t = \frac{0,014}{0,008} = 1,75.$$

Табличное t для 5%-ого уровня значимости при 29 степенях свободы равно 1,93. Таким образом, расчетное значение критерия меньше табличного и систематическая ошибка в основных анализах не обнаруживается.

Решение вопроса о наличии или отсутствии систематической ошибки в рядах анализов в принципе подразумевает существование каких-то допусков, т. е. пределов, при которых систематические расхождения, из чисто практических соображений, могут считаться отсутствующими, даже если статистическая обработка указывает на вероятность их наличия. На эту особенность решения данной задачи обращали внимание многие исследователи (Рощин, 1968; Налимов, 1961).

Таблица 11

№ п/п	Основной анализ	Контрольный анализ	Разность	Квадраты разностей	№ п/п	Основной анализ	Контрольный анализ	Разность	Квадраты разностей
1	0,41	0,48	+0,07	0,005	16	0,66	0,60	-0,06	0,004
2	0,46	0,45	-0,01	0,000	17	0,54	0,60	+0,06	0,004
3	0,52	0,56	+0,04	0,002	18	0,30	0,37	+0,07	0,005
4	0,65	0,72	+0,07	0,005	19	0,74	0,68	-0,06	0,004
5	0,90	0,81	-0,09	0,008	20	0,37	0,32	-0,05	0,002
6	0,78	0,87	+0,09	0,008	21	0,38	0,45	+0,07	0,005
7	0,40	0,44	+0,04	0,002	22	0,26	0,31	+0,05	0,002
8	0,34	0,30	-0,04	0,002	23	0,40	0,33	-0,07	0,005
9	0,63	0,60	-0,03	0,001	24	0,65	0,73	+0,08	0,006
10	0,69	0,69	0	0	25	0,27	0,30	+0,03	0,001
11	0,27	0,35	+0,08	0,006	26	0,54	0,63	+0,09	0,008
12	0,28	0,25	-0,03	0,001	27	0,39	0,30	-0,09	0,008
13	0,33	0,39	+0,06	0,004	28	0,44	0,38	-0,06	0,004
14	0,58	0,52	-0,06	0,004	29	0,48	0,58	+0,10	0,010
15	0,89	0,98	+0,09	0,008	30	0,50	0,56	+0,06	0,004

$$\sum_{+} = 1,09 \quad \sum = 0,128$$

$$\sum_{-} = 0,65$$

Сравнение характеристик рассеяния двух выборок. Проверка гипотез о равенстве дисперсий двух совокупностей при альтернативе их различия в условиях нормального распределения величин выполняется с помощью критерия Фишера, представляющего собой отношение выборочных дисперсий:

$$F = \frac{S_1^2}{S_2^2} \text{ при } S_1^2 > S_2^2. \quad (58)$$

Критические значения критерия F для числа степеней свободы $f_1 = n_1 - 1$ и $f_2 = n_2 - 1$ и соответствующих уровней значимости приводятся в специальных таблицах (Шарапов, 1965; Крамбейн и Грейбилл, 1969 и др.).

В условиях логнормального или любого другого нормализованного распределения практические задачи, требующие сравнения характеристик рассеяния, могут быть сведены к проверке гипотез о равенстве дисперсий значений нормализующей функции (логарифмов и др.).

Практические задачи, требующие сравнения характеристик рассеяния, обычно связаны с сопоставлением объектов по случайной изменчивости их разведочных параметров. Кроме того, проверка гипотез о равенстве дисперсий, как указывает Р. Миллер и Дж. Кан (1965), должна предшествовать проверке гипотез о равенстве средних, если только выборки не отобраны из одной и той же совокупности одинаковым методом.

Для примера проверим гипотезы о равенстве дисперсий содержаний ртути по горным выработкам и скважинам в выборках, по которым выше проверялось равенство средних. По первому участку имеем:

$$F_1 = \frac{0,143}{0,092} = 1,54,$$

критическое значение для уровня значимости 0,05 и 17 и 10 степеней свободы — 2,49 (Шарапов, 1965).

По второму участку:

$$F_2 = \frac{0,081}{0,052} = 1,56,$$

критическое значение для уровня значимости 0,05 и 30 и 26 степеней свободы — 1,96. Таким образом, по обоим участкам дисперсии содержаний ртути при обоих способах опробования (по керну скважин и горным выработкам) можно считать одинаковыми.

Дисперсия параметра может служить удобной характеристикой для анализа его случайной изменчивости только при сопоставлении одних и тех же разведочных параметров и в пределах близких средних их значений. При значительной разнице в величине средних более удобны безразмерные характеристики рассеяния — коэффициенты вариации. Проверка гипотез о равенстве коэффициента вариации очень сложна. Эффективность известных критериев для проверки таких гипотез ограничивается условиями малых значений сравниваемых коэффициентов вариации (менее 0,3) и незначительной асимметрией распределений.

Если объем выборок очень большой, гипотеза $V_1 = V_2$ может проверяться по критерию

$$Z = \frac{V_1 - V_2}{\sqrt{V_1 + V_2}}, \quad (59)$$

имеющему нормальное распределение. Для малых выборок ($n < 10$) Р. Миллер и Дж. Кан (1965) рекомендуют критерий Фишера:

$$F = \frac{\frac{V_1^2}{1 + V_1^2} \left(\frac{n_1}{n_1 + 1} \right)}{\frac{V_2^2}{1 + V_2^2} \left(\frac{n_2}{n_2 + 1} \right)}, \quad (60)$$

но оговаривают, что этот способ не имеет экспериментальной проверки.

Поскольку коэффициенты вариации геологоразведочных параметров часто существенно превышают 0,30, задача проверки гипотез о их равенстве в таких условиях строгого решения не имеет.

Сравнение двух выборок по среднему и дисперсии одновременно. Процедура такой проверки разработана Д. Родионовым и В. Бондаренко (Сидорков, 1968).

Критерий сравнения имеет χ^2 -распределение и вычисляется:

$$\chi^2 = \frac{(\bar{x} - \bar{y})^2}{\frac{S_x^2}{n_x} + \frac{S_y^2}{n_y}} + \frac{(S_x^2 - S_y^2)^2}{\frac{2S_x^4}{n_x - 1} + \frac{2S_y^4}{n_y - 1}}, \quad (61)$$

где $\bar{x}$ и $\bar{y}$ — оценки средних по сравниваемым выборкам;

S_x^2 и S_y^2 — оценки дисперсий;

n_x и n_y — размеры выборок.

Число степеней свободы при этом равно двум.

Сравним по этому критерию содержания ртути по двум смежным блокам. По первому блоку среднее содержание 0,31, а дисперсия 0,081 (41 наблюдение).

По второму блоку среднее содержание 0,29 и дисперсия 0,046 (31 наблюдение). В соответствии с критерием получим:

$$\chi^2 = \frac{(0,31 - 0,29)^2}{\frac{0,081}{41} + \frac{0,046}{31}} + \frac{(0,081 - 0,046)^2}{\frac{0,006}{20} + \frac{0,002}{15}} = 10,0.$$

Критическое значение χ^2 для степеней свободы и уровня значимости 0,05 составляет 5,99. Так как $10,0 > 5,99$ различие смежных блоков по содержанию и дисперсии содержания ртути оказывается значимым, что свидетельствует о статистической неоднородности сравниваемых блоков.

ДВУМЕРНЫЕ МОДЕЛИ

Понятие о статистической связи величин и характеристики двумерных распределений. Решение многих практических задач требует совместного рассмотрения двух или нескольких случайных величин. Статистическими моделями при этом являются дву- или многомерные функции распределения.

В двумерных распределениях каждому значению одной величины x соответствует некоторое распределение другой величины y со средним $\bar{y}$ и дисперсией σ_y^2 . Распределения величины y называют условными распределениями, а σ_y^2 — условными дисперсиями. Геометрическое место точек, соответствующих центрам условных распределений, называется линией регрессии, а уравнение этой линии, заданное в прямоугольной системе координат, — уравнением регрессии. Системе из двух случайных величин всегда будут соответствовать две линии (и два уравнения) регрессии: регрессия x по y и регрессия y по x .

Основными числовыми характеристиками двумерного распределения являются показатели связи образующих распределение величин. Такими характеристиками будут: ковариация, или корреляционный момент (момент связи), коэффициент корреляции и корреляционное отношение.

Ковариация, или корреляционный момент, представляет собой математическое ожидание произведения отклонений двух случайных величин от их математических ожиданий:

$$\tau = M[(x - \bar{x})(y - \bar{y})]. \quad (62)$$

Коэффициент корреляции представляет собой нормированную по стандартам ковариацию:

$$r = \frac{\tau}{\sigma_x \cdot \sigma_y}. \quad (63)$$

Он изменяется от -1 до $+1$. Предельные значения соответствуют функциональной связи величин, а нулевые — полному отсутствию связи. Знак коэффициента (+) или (—) указывает на характер связи (прямая или обратная).

Когда уравнения регрессии

$$Y = a_1 + b_1 x$$

и

$$X = a_2 + b_2 y$$

представляют собой уравнения прямых (рис. 36), коэффициент корреляции равен:

$$r = \sqrt{b_1 \cdot b_2}. \quad (64)$$

Корреляционным отношением называется отношение дисперсий (стандартов) центров условных распределений к общей дисперсии (стандарту) величины. Таких отношений в двумерном распределении, так же как и уравнений регрессии, очевидно, может быть два:

$$\eta_{y/x} = \frac{\bar{S}_y}{S_y} \text{ и } \eta_{x/y} = \frac{\bar{S}_x}{S_x}. \quad (65)$$

В случае линейности обоих уравнений регрессии значения $\eta_{x/y}$ и $\eta_{y/x}$ совпадают.

Величины корреляционных отношений изменяются от 0 до 1, причем значение нуля соответствует независимости величин, образующих двумерное распределение.

Круг задач, решаемых в условиях двумерных моделей, весьма широк. Наиболее часто в практике геологоразведочных работ встречаются задачи проверки гипотез о наличии связи и о линейности связи между случайными величинами, а также задача использования двумерных моделей для оценки вероятных значений одной величины по значениям другой.

1. Проверка гипотез о наличии связи. При рассмотрении любых величин, представляемых в виде двумерной модели, прежде всего возникает вопрос о наличии между ними статистической связи. Эта гипотеза проверяется различными процедурами, так как степень связи величин может быть выражена коэффициентом корреляции, угловыми коэффициентами линейной регрессии или корреляционными отношениями.

Наиболее удобной характеристикой является коэффициент корреляции:

$$r = \frac{\sum [(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})]}{(n-1) S_x S_y}, \quad (66)$$

где $\bar{x}$ и $\bar{y}$ — средние арифметические по рядам эмпирических значений величин;

S_x и S_y — оценки стандартов величин;

n — число наблюдений;

или

$$r = \frac{\sum x_i y_i - \frac{1}{n} (\sum x_i) (\sum y_i)}{\sqrt{\sum x_i^2 - \frac{1}{n} (\sum x_i)^2} \left[\sum y_i^2 - \frac{1}{n} (\sum y_i)^2 \right]}. \quad (67)$$

Последняя формула более удобна для расчетов, выполняемых с помощью малой вычислительной техники. При достаточно большом количестве наблюдений коэффициент корреляции может быть оценен упрощенным способом (Карлье, 1968) по графику, в котором каждая точка соответствует паре

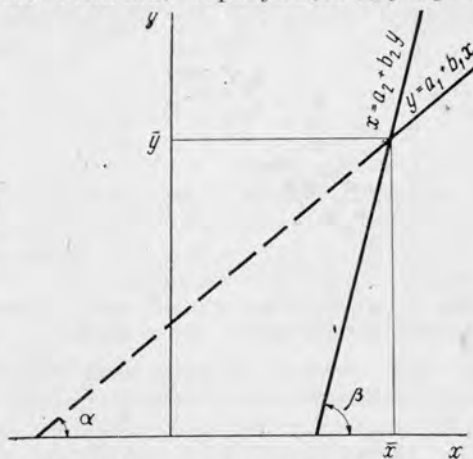


Рис. 36. Прямые регрессии и графическая интерпретация коэффициентов регрессии. b_1 и b_2 — коэффициенты регрессии, равные тангенсам углов α и β

значений признаков x_i и y_i (рис. 37). Прямыми, проведенными через точки с координатами, соответствующими средним значениям $\bar{x}$ и $\bar{y}$ и параллельными координатным осям, график делится на 4 квадранта. В каждом квадранте подсчитывается количество точек графика, а приближенное значение коэффициента корреляции определяется по формуле

$$r = \sin \left(\frac{\pi}{2} \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \right), \quad (68)$$

где n_1 — сумма точек в I и III квадрантах;

n_2 — сумма точек во II и IV квадрантах.

Этим способом коэффициент корреляции может оцениваться при условии нормального распределения величин. При иных распределениях на график должны наноситься значения нормализующей функции (логарифмы x и y).



Рис. 37. Графический способ определения коэффициента корреляции

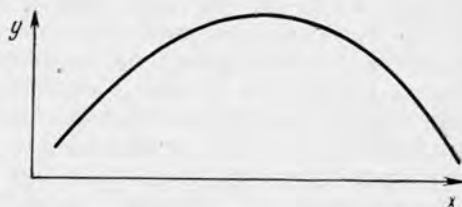


Рис. 38. Параболическая зависимость величины x от y

Выборочное распределение оценки коэффициента корреляции при условии, что математическое ожидание этой величины равно нулю, обычно близко к нормальному. В таких условиях для проверки гипотезы об отсутствии связи при альтернативе ее наличия может быть использован критерий Стьюдента

$$t = \frac{r \sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}} < t_{\text{табл}}, \quad (69)$$

где $t_{\text{табл}}$ — табличное значение критерия Стьюдента для заданного уравнения значимости и $(n-2)$ степеней свободы.

Однако, как всякая моментная характеристика порядка выше первого, коэффициент корреляции весьма чувствителен к виду исходных распределений величин, входящих в двумерную систему. Поэтому, когда эти распределения отличны от нормальных, проверка гипотез о связи по коэффициенту корреляции требует предварительной нормализации обеих исходных распределений с помощью каких-либо преобразований. Например, на штокверковом редкометальном месторождении проверялась гипотеза о связи величин мощности залежи и содержания компонента. Результаты обработки статистических данных сведены в табл. 12.

Таблица 12

Признак	Среднее значение	Дисперсия		Коэффициент асимметрии		Коэффициент эксцесса	
		признака	логарифма признака	признака	логарифма признака	признака	логарифма признака
Мощность	30,6 м	851,0	2,05	3,18	-2,33	1,59	0,25
Содержание	0,270%	0,049	0,66	4,54	-0,27	5,67	-0,86

Как видно из таблицы, ряды значений обоих признаков лучше согласуются с логнормальной, чем с нормальной моделью.

Расчет коэффициента корреляции по самим значениям признака приводит к величине $+0,22$, которая при 37 парах значений в выборке оценивается как незначимо отличная от нуля:

$$t = \frac{0,22 \sqrt{37-2}}{\sqrt{1-0,22^2}} = 1,28,$$

при $t_{\text{табл}}$ для уровня значимости 0,05, равного 2,01 (Шарапов, 1965, табл. 15), т. е. $t = 1,28 < t_{\text{табл}}$. Если же рассчитать коэффициент корреляции для логарифмов значений признака (т. е. с учетом нормализующего преобразования), то получается значение $+0,85$, которое при том же числе наблюдений оценивается как безусловно значимое:

$$t_{\ln} = \frac{0,85 \sqrt{37-2}}{\sqrt{1-0,85^2}} \cong 10,0 \gg 2,01.$$

Таким образом, игнорирование вида распределения исходных величин при проверке гипотез о связи по коэффициенту корреляции может приводить к неверным выводам. Коэффициент корреляции характеризует связь величин только «в среднем». Поэтому он может служить надежной характеристикой связи лишь в условиях линейности обоих уравнений регрессии при неравенстве обоих коэффициентов b_1 и b_2 нулю. Например, для параболической зависимости на рис. 38 коэффициент корреляции будет близок к нулю, даже если эта зависимость имеет почти функциональный характер. Коэффициент корреляции будет приближаться к нулю и для зависимости, где одна из линий регрессии субпараллельна координатной оси (один из коэффициентов b_1 или b_2 равен 0).

Гипотезу об отсутствии линейной связи можно проверить с помощью угловых коэффициентов регрессии b_1 и b_2 , при этом $b_1 = 0$ и $b_2 = 0$ при соответствующих альтернативах.

Оценка коэффициентов линейной регрессии может производиться по следующим формулам:

$$\begin{aligned} b_1 &= \frac{\sum_1^n (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sum_1^n (y - \bar{y})^2}, \\ b_2 &= \frac{\sum_1^n (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sum_1^n (x - \bar{x})^2} \end{aligned} \quad (70)$$

и соответственно:

$$\begin{aligned} a_1 &= \bar{y} - b_1 \bar{x}, \\ a_2 &= \bar{x} - b_2 \bar{y}. \end{aligned} \quad (71)$$

Выборочные распределения коэффициентов регрессии b_1 и b_2 можно полагать нормальными, независимо от вида распределений самих величин.

Следовательно, критерием проверки гипотез может быть критерий Стюдента при числе степеней свободы $(n - 2)$:

$$t_1 = \frac{b_1}{\sigma_{b_1}} \text{ и } t = \frac{b_2}{\sigma_{b_2}}, \quad (72)$$

где стандарты коэффициентов линейной регрессии могут оцениваться по формулам:

$$S_{b_2} = \frac{\bar{S}_y}{\sqrt{\sum (x_i - \bar{x})^2}} \text{ и } S_{b_1} = \frac{\bar{S}_x}{\sqrt{\sum (y_i - \bar{y})^2}}. \quad (73)$$

В свою очередь, величины $\bar{S}_y$ и $\bar{S}_x$ определяются из выражений:

$$\begin{aligned} \bar{S}_y &= \sqrt{\frac{1}{n-2} \left\{ \sum (y_i - \bar{y})^2 - \frac{[\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})]^2}{\sum (x_i - \bar{x})^2} \right\}}, \\ \bar{S}_x &= \sqrt{\frac{1}{n-2} \left\{ \sum (x_i - \bar{x})^2 - \frac{[\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})]^2}{\sum (y_i - \bar{y})^2} \right\}}. \end{aligned} \quad (74)$$

Проверка гипотез об отсутствии связи по указанной процедуре обладает преимуществами, когда распределения самих величин значительно отличаются от нормального и друг от друга, характеризуясь в частности, резко различными дисперсиями (более порядка).

Так, в рассмотренном выше примере дисперсия мощности значительно превышает дисперсию содержаний, а распределения самих значений резко асимметричны.

Коэффициенты линейной регрессии b_1 (мощности на содержание) и b_2 (содержания на мощность) оцениваются в 0,0018 и 29,2, т. е. один из них близок к нулю. Независимо отличается от нуля и коэффициент корреляции $r = +0,22$.

Проверяя гипотезу об отсутствии связи по большему из регрессионных коэффициентов, находим:

$$\sigma_b = 6,0 \text{ и } t_b = \frac{29,2}{6,0} = 4,85,$$

что значительно больше $t_{\text{табл}}$ даже для 0,01% уровня значимости, и гипотеза об отсутствии связи уверенно отвергается.

Таким образом, проверка гипотезы по коэффициенту регрессии в данном случае приводит к тому же результату, что и проверка по коэффициенту корреляции для условий нормализованных распределений исходных величин.

Аналогичный пример использования регрессионного анализа приводится в работе В. А. Викентьева и др. (1968).

В условиях заведомо нелинейного характера проверка гипотез связи может быть осуществлена с помощью корреляционных отношений. Гипотеза при этом формулируется как $\eta_{y/x} = 0$ и $\eta_{x/y} = 0$ при соответствующих альтернативах.

Выборочными оценками корреляционных отношений будут:

$$\eta_{y/x} = \frac{\bar{S}_y}{S_y} \frac{n-1}{n-k_x}, \quad \eta_{x/y} = \frac{\bar{S}_x}{S_x} \frac{n-1}{n-k_y}, \quad (75)$$

где $\overline{S_y}$ — выборочная оценка стандарта условных средних $\overline{y_x}$ в каждом классе группирования вокруг общей средней $\overline{y}$ (классы выделяются по величине x);

$\overline{S_x}$ — выборочная оценка стандарта условных средних $\overline{x_y}$ в каждом классе вокруг общей средней $\overline{x}$ (классы выделяются по величине y);

S_x, S_y — выборочные оценки общих стандартов величин x и y ;

n — размер выборки (число пар);

k — число интервалов группирования (классов).

Как видно из приведенных выражений, вычисление корреляционных отношений может производиться только по сгруппированным данным, что, в общем, требует достаточно больших выборок.

Согласно И. Шарапову (1965), критериями проверки гипотезы равенства корреляционных отношений нулю будут:

$$\theta_x = \frac{(\eta_{x/y}^2 - r^2)(n_x \cdot k_x - 2)}{(1 - \eta_{x/y}^2)(k_x - 2)} \sqrt{\frac{(k_x - 2)(n_x - k_x - 4)}{2(n_x - 4)}} \quad (76)$$

и

$$\theta_y = \frac{(\eta_{y/x}^2 - r^2)(n_y - k_y - 2)}{(1 - \eta_{y/x}^2)(k_y - 2)} \cdot \sqrt{\frac{(k_y - 2)(n_y - k_y - 4)}{2(n_y - 4)}},$$

где r — коэффициент корреляции.

Величины критериев распределены нормально с параметрами 0 и 1, и, соответственно, гипотеза о наличии связи может считаться подтвердившейся при $\theta > t_{\text{табл}}$ для заданного уровня значимости и $(n - k - 2)$ степеней свободы.

Примеры нелинейных зависимостей содержаний теллура от содержаний мышьяка в колчеданных рудах, содержаний рубидия от содержаний хлористого магния в калийных солях, содержаний фосфора от содержаний железа в скarioном железорудном месторождении и подробное изложение методики расчета корреляционных отношений приводятся в работе И. Шарапова (1965).

2. Проверка гипотезы о линейности связи. Использование наиболее удобного линейного приближения регрессии требует статистической проверки гипотезы о возможности такой аппроксимации.

При линейной связи величины корреляционных отношений $\eta_{x/y}$ и $\eta_{y/x}$ равны между собой и равны коэффициенту корреляции r . При проверке такой гипотезы их математические ожидания уже нельзя положить равными нулю, а распределение выборочных значений нельзя считать нормальным. Эти распределения будут тем больше отличаться от нормального, чем ближе математические ожидания рассматриваемых характеристик к единице.

Критерием для проверки поставленной гипотезы является в данном случае критерий Фишера:

$$F = \frac{\eta_{y/x}^2 - r^2}{1 - \eta_{y/x}^2} \cdot \frac{n - k}{k - 2}, \quad (77)$$

где $\eta_{y/x}^2$ — корреляционное отношение признака y по классам группирования x ;

k — число классов группирования;

n — число членов выборки.

Полученное значение F сравнивается с табличным значением $F_{\text{табл}}$ для заданного уровня значимости и числа степеней свободы $(k - 2)$ и $(n - k)$. Корреляция должна считаться нелинейной, если $F > F_{\text{табл}}$ для большего из корреляционных отношений.

Проверим возможность линейной аппроксимации связи между содержаниями теллура и мышьяка в колчеданных рудах для случая, приведенного в книге И. П. Шарапова (1965). Большее из корреляционных отношений имеет здесь величину 0,765, а коэффициент корреляции равен 0,525. Размер выборки — 35, число классов группирования — 7. Соответственно, получим:

$$F = \frac{0,765^2 - 0,525^2}{1 - 0,765^2} \cdot \frac{35 - 7}{7 - 2} = 4,3.$$

Величина $F_{\text{табл}}$ (Крамбейн и Грейбилл, 1969, табл. 6) для 0,05% уровня значимости $\cong 2,59$. Она меньше, чем 4,3, следовательно, гипотеза о линейности связи отклоняется.

3. Использование двумерных моделей для оценки вероятных значений одной величины по значениям другой или сравнения их значений. Если для двух величин по представительной выборке доказано наличие корреляционной связи, определен ее вид и подобран описывающее его уравнение, то возможна оценка значений одной из величин по значениям другой. Подобные задачи нередко возникают при оценке запасов сопутствующих компонентов или при составлении основных и контрольных анализов. Они решаются в зависимости от конкретных условий различными методами. Наиболее вероятны два из них:

1) из двух изучаемых величин одна является случайной переменной, а другая — неслучайной. Точные сведения для неслучайной величины, которая принимается за аргумент, задаются в эксперименте. Например, при изучении изменчивости мощности залежи или содержания компонента как функции координат пространства значения этих координат выбираются произвольно в зависимости от постановки задачи, а не являются случайными величинами;

2) обе изучаемые величины рассматриваются как случайные переменные. Например, при изучении совокупностей анализов проб на оба компонента. Обе величины необходимо полагать случайными хотя бы из-за наличия случайных ошибок в обоих рядах анализов.

Если одна из изучаемых величин может рассматриваться как неслучайный переменный аргумент, решение задач может осуществляться методами регрессионного анализа, изложение которых приводится в большинстве статистических руководств (Шарапов, 1965; Смирнов и Дунин-Барковский, 1965; Рыжов и Гудков, 1966 и др.). Если обе изучаемые величины необходимо рассматривать как случайные, то строгое решение задач требует применения специальных методов, например, конъюнктного анализа.

На практике для решения задач оценки содержания одних компонентов по содержаниям других или при сопоставлении различных методов анализа часто используются регрессионные методы. Такое упрощение допустимо, если среднеблочные содержания попутных компонентов оцениваются через среднеблочные содержания основных по уравнениям регрессии, построенным на основании анализов частных проб. При определении содержаний в частных пробах регрессионный метод некорректен.

Подбор уравнений регрессии (определение функциональных соотношений в конъюнктном анализе) представляет собой специальную задачу. При линейном регрессионном анализе ее решение сводится к отысканию коэффициентов линейной регрессии b_1 и b_2 по приведенным выше формулам. В случае нелинейной регрессии подбор уравнения (параболы, гиперболы) осуществляется методом наименьших квадратов. Техника таких вычислений подробно изложена в руководствах И. П. Шарапова (1965) и П. А. Рыжова и В. М. Гудкова (1966).

Для ознакомления с методикой конъюнктного анализа при линейной зависимости может быть рекомендована работа Ю. В. Рощина (1968).

МНОГОМЕРНЫЕ МОДЕЛИ

Разнообразный объем количественной информации, характеризующий геологические, геофизические и геохимические свойства полезных ископаемых и вмещающих их пород в отдельных элементарных объемах недр, требуют применения многомерных статистических моделей при обработке эмпирических наблюдений. Многомерные наблюдения, состоящие из p -компонент, могут быть представлены как совокупности точек в p -мерном евклидовом пространстве. Каждое многомерное наблюдение представляет собой вектор наблюдений. Значение каждого компонента вектора наблюдения есть координата точки на соответствующей оси евклидова пространства. Совокупность векторов наблюдений, записанных в последовательности по строкам, составляет матрицу наблюдений. В евклидовом пространстве матрице наблюдений соответствует облако точек. Если компоненты вектора наблюдений взаимно коррелированы, то облако имеет вытянутую форму и может быть описано гиперэллипсоидом в многомерном пространстве.

Изучение многомерных наблюдений возможно только с привлечением современных методов многомерной статистики. Практическая же реализация статистических многомерных решений осуществима лишь с помощью электронных счетно-решающих устройств (Андерсон, 1963; Езекиел, Фокс, 1966; Рао, 1968).

Общим для всех многомерных методов статистики является ряд вычислительных процедур. Так, проводимые наблюдения p -мерным вектором-строкой (вектором наблюдений) независимых переменных $X = x_1, x_2, \dots, x_p$ представляются в виде исходной матрицы:

$$X = \begin{vmatrix} x_{11}x_{21} & \dots & x_{p1} \\ x_{12}x_{22} & \dots & x_{p2} \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot \\ x_{1N}x_{2N} & \dots & x_{pN} \end{vmatrix} \quad (78)$$

Статистические свойства исходной матрицы задаются ковариационной матрицей (предполагается, что x -переменные центрированы), т. е.

$$L = \frac{x^*X}{N-1} = \frac{1}{N-1} \begin{vmatrix} \sum x_1^2 & \sum x_1x_2 & \dots & \sum x_1x_p \\ \sum x_2x_1 & \sum x_2^2 & \dots & \sum x_2x_p \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \sum x_px_1 & \sum x_px_2 & \dots & \sum x_p^2 \end{vmatrix} \quad (79)$$

Ее диагональные элементы являются дисперсиями, внедиагональные — ковариациями. Если вычислить ковариационную матрицу для стандартизированных переменных, то получим корреляционную матрицу:

$$R = \begin{vmatrix} 1 & r\{x_1x_2\} & \dots & r\{x_1x_p\} \\ r\{x_2x_1\} & 1 & \dots & r\{x_2x_p\} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ r\{x_px_1\} & r\{x_px_2\} & \dots & 1 \end{vmatrix}. \quad (80)$$

Здесь по диагонали стоят единицы: недиагональные элементы — обычные парные корреляционные коэффициенты.

Для изучения внутренней структуры и статистических свойств ковариационной (или корреляционной) матрицы в зависимости от поставленных задач применяются различные методы многомерной статистики — регрессионный, дискриминантный, дисперсионный, факторный и др.

Метод множественной регрессии позволяет решать классификационные и прогнозные задачи. Задача классификации является типичной задачей распознавания образов. Основные положения в теории распознавания исходят из представления, что входные величины (факторы) образуют p -мерное пространство, в котором каждому образу соответствует множество точек. Задача распознавания сводится к построению гиперплоскости, разделяющей эти множества. Функция, описывающая разделяющую гиперплоскость, строится по разным законам и в пределе задача сводится к нахождению математического описания многофакторного объекта.

Формальную линейризацию функции классификации можно записать:

$$\bar{y}^e = a_0 + \sum_{i=1}^m a_i x_i, \quad (81)$$

где x_i — значения i -го признака.

Найденное уравнение наилучшим образом (в смысле метода наименьших квадратов) соответствует имеющимся точкам и позволяет определить совместное влияние многих параметров на зависимые переменные. Кроме того можно определить относительное влияние каждого параметра и измерить полный эффект с помощью коэффициентов уравнения регрессии a_i .

Не останавливаясь на математических основах метода множественной регрессии, изложенных в ряде монографий и руководств (Андерсон, 1963; Езекиел, Фокс, 1966; Крамбейн, Грейбилл, 1969; Миллер, Кан, 1965; Косыгин и др., 1966; Рао, 1968 и др.), приведем пример решения классификационной задачи с использованием этого метода.

На одном из коренных месторождений алмазов было произведено 33 полных химических анализа кимберлитовых пород. В каждой пробе определялось 16 признаков. Основной задачей статистического исследования являлась оценка влияния валового химического состава кимберлитовых пород на их алмазоносность и выделение типов кимберлитов с помощью полученного классификационного уравнения.

С использованием алгоритма множественной регрессии по имеющимся 33 реализациям (анализам) химического состава кимберлитовых пород было получено уравнение множественной регрессии вида

$$\begin{aligned}\bar{y}' = & 0,1577\text{SiO}_2 - 7,2298\text{TiO} - 0,5690\text{Al}_2\text{O}_3 - 27,5045\text{Cr}_2\text{O}_3 + 0,4869\text{Fe}_2\text{O}_3 - \\ & - 3,2270\text{FeO} + 14,3746\text{MnO} + 0,6176\text{MgO} + 0,2468\text{CaO} + 19,9441\text{Na}_2\text{O} + \\ & + 7,0747\text{K}_2\text{O} + 11,2021\text{P}_2\text{O}_5 - 75,0180\text{S}_{\text{сульф.}} - 0,3667\text{CO}_2 + \\ & + 13,6903\text{S}_{\text{общ}} - 0,2217\text{H}_2\text{O} - 26,9237\end{aligned}$$

где $\bar{y}'$ — алмазонасность кимберлитов в условных единицах.

Стандартная ошибка оценки $\bar{y}'$ для полученного уравнения составляет 1,76, а коэффициент множественной корреляции $R = 0,808$. Это означает, что 65% ($R^2 = 0,6528$) изменения $\bar{y}'$ вызваны изменением состава кимберлитов. На основании полученных данных был сделан вывод о том, что изменение химического состава кимберлитов изученного месторождения влечет за собой изменение их алмазонасности.

Для получения апостериорных ($\bar{y}'$) значений функции был проведен экзамен на новом массиве. В табл. 13 приведены значения априорных ($\bar{y}$) и апостериорных ($\bar{y}'$) величин алмазонасности (в условных единицах).

Таблица 13

Тип кимберлита	Алмазонасность		Стандарт среднего	Доверительные интервалы средних с вероятностью 0,95
	$\bar{y}$	$\bar{y}'$		
Афировые туфы типа 1	15,29	15,08	0,44	14,22—15,94
Афировые туфы типа 2	17,10	16,16	0,47	15,24—17,08
Кластопорфировые брекчии	17,99	18,41	0,66	17,11—19,71

Данные таблицы свидетельствуют о близких фактических и расчетных оценках степени алмазонасности. Поэтому правомерен вопрос — могут ли апостериорные оценки алмазонасности служить надежной мерой для различения типов кимберлитовых пород?

Так как результирующая величина $\bar{y}'$ в конечном итоге является одномерной, то сравнение между типами кимберлитов можно провести с использованием t -критерия Стьюдента (табл. 14).

Таблица 14

Афировые туфы типа 2	Кластопорфировые брекчии	Типы кимберлитов
4,88/2,20	4,90/2,06 2,76/2,06	Афировые туфы типа 1 Афировые туфы типа 2

Примечание. В числителе — рассчитанное значение t , в знаменателе — табличное при 5%-ном уровне значимости.

Как видно из таблицы, изменения в валовом составе кимберлитовых пород, выраженные в виде функции $\bar{y}'$ — показателя алмазности, регистрируются довольно четко. Следовательно, распознающую функцию $\bar{y}'$ можно использовать для диагностики типов кимберлитовых пород и прогнозирования их алмазности.

Метод линейной дискриминантной функции решает задачу классификации, когда выборку, заданную многомерным вектором наблюдений, надо отнести к одной из p -мерных нормально распределенных генеральных совокупностей. С помощью ковариационных матриц множество наблюдений разбиваются на группы, чтобы была достигнута максимальная однородность внутри групп и минимальная — между группами. Метод заключается в комплексном использовании нескольких признаков, объединенных в линейную комбинацию, которая обеспечивает наилучшее разделение сравниваемых групп. Физический смысл линейной дискриминантной функции состоит в том, что она представляет собой уравнение гиперплоскости в p -мерном пространстве признаков. Гиперплоскость должна быть проведена так, чтобы по одну сторону от нее оказалось максимальное количество объектов, относящихся к первой группе, а по другую — максимальное количество объектов, принадлежащих ко второй группе. Если количество групп больше двух, они распознаются путем последовательного дихотомического деления.

Для классификации наблюдаемые значения признаков (например, содержания химических элементов в пробе) подставляются в полученную дискриминантную функцию и по вычисленной величине $D(x)$ определяется их принадлежность к той или иной области. Мерой надежности принимаемых решений служит так называемое «обобщенное расстояние» между статистическими совокупностями — величина, тесно связанная с дискриминантной функцией. Эту величину можно использовать в дискриминантном анализе при последовательном наборе признаков и минимизации их числа в классификации.

В качестве примера использования линейной дискриминантной функции рассмотрим классификацию кимберлитовых пород того же алмазного месторождения по петрохимическим данным.

На месторождении выделены три типа кимберлитовых пород: афировые туфы типов 1 и 2 и кластопорфировые брекчии. По внешнему облику и петрографическим особенностям туфы очень близки между собой, а брекчии заметно отличаются от них. В результате статистической обработки для каждой пары кимберлитовых пород были получены линейные дискриминантные функции. В частности, при сравнении двух типов афировых туфов была получена линейная дискриминантная функция следующего вида:

$$45,157\text{MnO} - 1,236\text{FeO} + 1,642\text{CaO} - 33,489\text{N}_2\text{O} + 21,809\text{K}_2\text{O} + \\ + 43,213\text{P}_2\text{O}_5 - 1,486\text{S}_{\text{сульф}} - 1,040\text{CO}_2 - 61,386 = D(x).$$

Если $D(x) > 0$, кимберлитовая порода относится к афировым туфам типа 1, при $D(x) < 0$ — к афировым туфам типа 2.

Из 16 признаков, определенных в каждой пробе, только десять оказались информативными. Ошибка классификации не превышала 0,1%.

Для оценки теоретической и эмпирической ошибок классификации был проведен экзамен на других выборках исходных данных (табл. 15).

Анализ данных, приведенных в табл. 15, показывает, что полученные дискриминантные функции позволяют уверенно классифицировать кимберлитовые породы по их химическому составу.

С помощью дискриминантного анализа можно не только надежно решать классификационные задачи, но и определять информативность используемых для классификации признаков, а также выбирать из первоначального набора признаков их оптимальные комбинации.

Факторный анализ (метод главных компонент). При изучении многопараметрических объектов часто возникает задача замены многочисленных наблюдаемых параметров меньшим числом легкоинтерпретируемых переменных без существенных потерь основной части информации. Это облегчает осмысливание эмпирических данных, понижая размерность того пространства переменных, в котором представляются результаты наблюдения.

Для перехода к новым переменным используются особенности внутренней структуры ковариационной (или корреляционной) матрицы. Переход к новым переменным выполняется, ориентируясь на поведение дисперсий или корреляций. Новые переменные, характеризующие поведение дисперсий и корреляционные свойства, носят название соответственно главных компонент и факторов. Это различие в терминологии не всегда строго выдерживается.

В методе главных компонент ищут некоррелированные нормированные линейные комбинации:

$$z_j = \sum_{i=1}^k a_{ji} x_i, \quad (82)$$

где $j, i = 1, 2, \dots, k$, дисперсии которых обладают особым свойством, а именно расположены в убывающем порядке, т. е. $s^2 \{z_1\} \geq s^2 \{z_2\} \geq \dots \geq s^2 \{z_k\}$. Ковариационная (или корреляционная) матрица оказывается расщепленной на k ортогональных компонент (Налимов, 1974; Рао, 1968; Харман, 1972).

Геометрически нахождение главных компонент выражается переходом к новой ортогональной системе координат: первая координатная ось ищется так, чтобы соответствующая ей линейная форма извлекла возможно большую дисперсию, далее ищется ортогональная ось, которая делает то же самое с оставшейся дисперсией и т. д. От новых координат можно вернуться к старым, записав (учитывая ортогональность преобразования):

$$x_i = \sum_{j=1}^k a_{ji} z_j, \quad (83)$$

где $i, j = 1, 2, \dots, k$;

z_j — j -я главная компонента;

a_{ji} — вес j -й компоненты в i -й переменной.

Формула (83) выражает основное соотношение метода главных компонент, в котором k главных компонент исчерпывают всю дисперсию исходных переменных. В методе главных компонент нет необходимости делать какие-либо предположения о переменных, не обязательно даже их считать случайными величинами.

Таблица 15

Афировые туфы типа 2	Кластопор- фировые брекчии	Типы кимберлитов
0,1%/0,00% (18)	0,3%/0,00% (42)	Афировые туфы типа 1
	2,0%/10,0% (42)	Афировые туфы типа 2
	5,0%/8,0% (52)	Все туфы

Примечание. В числителе — теоретическая, в знаменателе — эмпирическая ошибки классификации. В скобках количество проэкзаменованных проб.

Рассмотрим пример использования метода главных компонент для решения вопроса о выборе рациональной геометрии проб на пегматитовом редкометалльном месторождении. В процессе экспериментальных работ в горных выработках были отобраны сопряженные бороздовые пробы различных сечений (40×5 ; 20×5 ; 10×5 ; 5×3 ; 3×2 см) и точечные пробы (2 кг материала с 2 пог. м). Масса проб 2–100 кг. Обычное статистическое сравнение результатов опробования показало, что точность опробовательских работ повышается с увеличением массы проб. Оптимальное сечение борозды 10×3 см.

Компонентный анализ этих же результатов опытно-методических работ привел к иным результатам (табл. 16).

Таблица 16

Способы пробоотбора	Коэффициенты корреляции				Точечный способ	Доли дисперсий в абсолютных значениях	
	Бороздовый способ					Компонента 1	Компонента 2
	20 × 5	10 × 5	5 × 3	3 × 2			
Бороздовый	0,83	0,81	0,79	0,80	0,83	0,47	0,17
	0,64	0,46	0,35	0,25	0,13	0,006	0,008
	1	0,76	0,91	0,85	0,92	0,55	0,06
	1	0,44	0,46	0,17	0,17	0,008	0,014
	10 × 5	1	0,81	0,77	0,81	0,47	0,22
		1	0,55	0,54	0,17	0,013	0,012
5 × 3			1	0,93	0,95	0,61	0,09
			1	0,78	0,60	0,020	0,003
3 × 2				1	0,88	0,56	0,07
				1	0,60	0,022	0,002
Точечный					1	0,66	0,06
					1	0,022	0,015
Доля диспер- сии, %						88	5
						56	22

Примечание. Коэффициенты корреляции отличаются от нуля с надежностью 0,95 при их абсолютных значениях 0,38. В числителе приведены данные по окиси лития, в знаменателе — по окиси бериллия.

Анализ матрицы парных корреляционных коэффициентов, оценивающих силу связи между данными различных способов пробоотбора, показывает, что для окиси лития все связи положительные и статистически значимые. Для окиси бериллия связи также положительные, но менее тесные и иногда статистически незначимые.

Первая главная компонента по окиси лития вобрала в себя 88% суммарной дисперсии. Вклады всех способов опробования, независимо от сечения борозды и способа отбора, практически одинаковы. По окиси бериллия дисперсия главной компоненты составила 56%, а вклады каждого способа опробования в дисперсию различны. С уменьшением сечения борозд вклады дисперсий увеличиваются.

Результаты факторного анализа методом главных компонент хорошо объясняются с геологических позиций. Размещение окиси лития в пегматитовых телах месторождения сравнительно равномерно, а размещение окиси бериллия отличается сложным гнездовым характером, особенно в участках интенсивного метасоматоза. Поэтому при опробовании на бериллий было рекомендовано принимать размеры поперечных сечений борозд не менее 10×5 или даже 20×5 см, а от точечного способа опробования отказаться.

Частным случаем многомерного регрессионного анализа является т р е н д а н а л и з, который получает все более широкое распространение при решении многих геологоразведочных задач.

Возможность многомерных статистических методов и сфера их практического приложения в настоящее время еще далеко не определились, а применение этих методов для решения самых различных геологоразведочных задач только начинается.

Глава VII

МОДЕЛИРОВАНИЕ СВОЙСТВ ПОЛЕЗНЫХ ИСКОПАЕМЫХ МЕТОДАМИ ГЕОСТАТИСТИКИ (ГЕОСТАТИСТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ)

КРАТКИЕ ИСТОРИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Геостатистика представляет собой оригинальную математическую теорию оценки месторождений полезных ископаемых, созданную в начале шестидесятых годов Ж. Матероном (1962, 1963) *.

Толчком к использованию возможностей геостатистических методов в связи с особенностями пространственного размещения изучаемых статистических совокупностей явилось открытие Н. К. Разумовским (1940 г.) логарифмически-нормального закона распределения содержаний полезных компонентов в рудах многих месторождений.

В начале пятидесятых годов появились работы Х. де Вийса, Д. Криге, Х. Зихеля и др., в которых свойства логнормального закона распределения содержаний использовались для решения некоторых вопросов опробования рудных месторождений.

Приспосабливая методы математического анализа к специфическим особенностям изучаемых объектов, упомянутые авторы отошли от классических методов вариационной статистики, объединив традиционные геологические и статистические методы. Именно в этих работах были заложены основные положения геостатистической теории, систематизирующие и обобщающие многовековой опыт горного дела. В 1953 г. Х. де Вийсом была высказана гипотеза о характере изменчивости содержаний полезных компонентов в недрах, выражающая зависимость логарифмической дисперсии содержаний от размеров проб и разведываемых блоков. Гипотеза Х. де Вийса в дальнейшем была развита Ж. Матероном и положена в основу разработки прикладных сторон геостатистики, а параметр d , характеризующий закономерность пространственного изменения содержания в изучаемом объеме полезного ископаемого, явился прообразом важнейшей геостатистической константы — коэффициента абсолютного рассеивания.

Примерно в эти же годы работами Д. Криге (1951, 1952 гг.) и Х. Зихеля (1951, 1952 гг.) был подтвержден логнормальный характер распределения золота в месторождениях Витватерсранда и доказана устойчивость этого распре-

* В русском переводе «Основы прикладной геостатистики» Ж. Матерона изданы в 1968 г.

деления в пробах различных размеров и при изменении размеров изучаемых участков месторождений. Д. Криге в 1952 г. была получена линейная зависимость логарифмической дисперсии содержаний золота по керновым пробам от логарифма разведанной бурением площади пласта золотоносных конгломератов, что явилось практически подтверждением гипотезы Х. де Вийса.

Так же, как и исследования Х. де Вийса, работы Д. Криге представляли собой пример перехода от классической вариационной статистики к статистике недр, в которой в той или иной мере учитывались уже особенности пространственного положения пунктов опробования, а также геометрия изучаемых проб и опробуемых участков. В частности, Д. Криге было высказано и обосновано положение о том, что в условиях логарифмического распределения дисперсия содержаний в блоках всегда ниже, чем дисперсия содержаний в пробах, отобранных внутри данных блоков. Им было установлено соотношение аддитивности дисперсий, согласно которому логарифмические дисперсии содержаний по пробам в пределах всего месторождения могут быть выражены как суммы дисперсий содержаний по пробам внутри блоков и дисперсий содержаний по блокам в объеме месторождения. Развивая это положение, Ж. Матерон показал, что свойство аддитивности дисперсий связано не с видом функции распределения содержаний, а с определенным законом изменчивости содержаний, который он назвал законом абсолютного рассеивания.

Работами Д. Криге было выявлено, что в условиях логнормального распределения оценка среднего содержания по пробам, отобранным только внутри подсчетного блока, неизбежно ведет к переоценке богатых и к недооценке бедных блоков. Для исключения переоценок им была предложена процедура, позволяющая оптимизировать оценку богатых блоков путем учета влияния содержаний в более бедных пробах, расположенных в ореоле подсчетного блока. Дальнейшее развитие эта процедура получила в работах Ж. Матерона. Под названием «крайгинга» она превратилась в одно из важнейших практических приложений геостатистики. Процедура крайгинга совпадает по смыслу с операцией сглаживания исходных геологоразведочных данных с помощью статистического окна. Основное отличие крайгинга от операции сглаживания в том, что он представляет собой вычислительную процедуру, обеспечивающую оценку среднего значения признака в пределах выбранного блока (статистического окна) с наименьшей случайной погрешностью. Принципиальный подход к определению весов крайгинга отвечает сущности теории линейной фильтрации стационарных случайных последовательностей, основы которой заложены в работах А. И. Колмогорова и Н. Винера.

В качестве математической основы геостатистики Ж. Матерон использует корреляционный аппарат теории стационарных случайных функций и, в частности, их структурные и корреляционные функции (смотри главу VIII), которые получили в его работах названия вариограмм и ковариограмм.

От вариационной статистики геостатистика унаследовала такие термины и определения, как «дисперсия», «ковариация» и др. Однако, поскольку ее методы принципиально отличаются от методов классической вариационной статистики, в эти термины вносятся иное, новое содержание.

СУЩНОСТЬ И УСЛОВИЯ ПРИМЕНЕНИЯ ГЕОСТАТИСТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

Геостатистическая модель рассматривает изучаемый объект как геометрическое поле с определенным законом пространственной изменчивости и с вполне определенным значением изучаемого признака в каждой его точке. Изучаемый

геологоразведочный параметр рассматривается как точечная пространственная переменная, обладающая рядом специфических характеристик: областью определения, непрерывностью, явлениями перехода и анизотропией.

В отличие от вероятностных моделей пространственная переменная лишена какой-либо случайности и имеет вполне определенное положение в пространстве.

В практических приложениях пространственная переменная рассматривается как функция ее геометрической основы. В этом случае значения функции относятся не к точке, а к ограниченной области пространства, например к объемам отбираемой пробы и оцениваемого блока. Геометрическая основа пространственной переменной определяется ее объемом, формой и ориентировкой в пространстве. Если изменяется геометрическая основа, то изменяется и среднее значение изучаемого признака, а следовательно, возникает новая пространственная переменная, сходная с прежней, но не совпадающая с ней.

Первая задача геостатистического моделирования сводится к замене сложных, часто кусочно-непрерывных или прерывистых геологических пространственных переменных (например, содержаний полезных компонентов или линейных запасов) более простыми функциями, отражающими в синтетическом виде основные черты их пространственной изменчивости. В качестве таких функций используются корреляционная или структурная функции, по виду и по поведению которых вблизи нуля можно судить о степени плавности и непрерывности пространственных геологических переменных.

Оперируя идеализированными понятиями точечных синтезирующих функций, можно получить объективные характеристики изменчивости изучаемого свойства, свободные от влияния геометрии проб. Для получения характеристик пространственной изменчивости, соответствующих выбранной геометрии проб, над точечными характеристиками могут быть выполнены операции «восхождения», которые сводятся к интегрированию точечных функций по геометрическим элементам пробы.

Цель геостатистического моделирования — оценка средних значений изучаемых свойств полезных ископаемых в пределах разведанных участков и блоков как функций их пространственной изменчивости в зависимости от геометрических особенностей оцениваемых блоков, пространственного положения, размеров, форм и ориентировки разведочных скважин, выработок и проб. Для этого с помощью корреляционной или структурной функции, характеризующей пространственную изменчивость изучаемого свойства, рассчитываются дисперсии и ковариации распространения значений свойства по пробам на весь оцениваемый объем. Совокупность дисперсий и ковариаций определяет суммарную дисперсию признака в оцениваемом объеме с учетом геометрии этого объема, а также геометрии разведочной сети и проб. Эта дисперсия носит название дисперсии оценки.

Геостатистическая модель хорошо отвечает сущности процесса разведки, так как учитывает ее принципиальные особенности — дискретность опробования и сходство геологоразведочных параметров с пространственными переменными. Для практического использования геостатистической модели необходимо вычислить зависимость дисперсии средних значений изучаемых свойств и весовых коэффициентов от параметров природной изменчивости полезного ископаемого, параметров сети опробования, геометрии проб и геометрии блоков. Для этого нужно заранее знать общий тип характеристик изменчивости изучаемых свойств, т. е. обладать некоторой априорной информацией о пространственных свойствах изучаемых переменных, почерпнутой из опыта изучения данного месторождения или по аналогии с месторождениями данного природного типа.

Поэтому широкому использованию геостатистических методов в практике геологоразведочных работ должна предшествовать типизация характеристик изменчивости важнейших геологоразведочных параметров с помощью математического аппарата теории случайных функций, основанная на экспериментальных разведочно-эксплуатационных данных.

При использовании геостатистической модели нельзя допускать, чтобы дисперсии распространения и оценки рассчитывались для зон влияния, фактически не входящих в геометрическое поле изучаемой переменной. Эти дисперсии имеют реальный смысл лишь в тех случаях, когда существование и непрерывность геометрического поля доказаны в пределах всей оцениваемой зоны влияния.

Геостатистические методы не дают возможности экстраполяции геологоразведочных данных на глубину или на фланги месторождения. Они обеспечивают надежные количественные оценки запасов полезного ископаемого только в разведанных блоках в условиях оконтуренного геологически однородного и геометрически непрерывного поля рудной минерализации. Поэтому применение геостатистической модели эффективно только в условиях детальных и особенно эксплуатационных разведок, когда однородность рудной минерализации и наличие оруденения в пределах каждого оцениваемого блока доказаны геологическими методами. Кроме того, практические возможности геостатистики ограничиваются кругом месторождений, в которых изменчивость геологоразведочных параметров подчиняется «изотропной схеме де Вийса» и может быть оценена вариограммой логарифмически линейного вида. Такой вид вариограмм типичен для многих эндогенных месторождений урана, цветных и редких металлов. Для этих случаев Ж. Матероном разработаны приемы прикладной геостатистики, в основе которых лежит определение величины коэффициента абсолютного рассеивания α — единственного параметра пространственной характеристики изменчивости. Вследствие логарифмически линейной зависимости оценка α может быть получена непосредственно по имеющимся геологоразведочным данным, а на ее основе по формулам, таблицам и номограммам могут быть рассчитаны погрешности оценок средних величин по пробам любой геометрии, любого объема и расположения.

ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ ГЕОСТАТИСТИКИ

Ограниченная область V , в которой пространственная переменная $f(x)$ (например, содержание полезного компонента или его линейный запас) принимает значения, отличные от нуля, называется геометрическим полем пространственной переменной. Вне этого поля пространственная переменная равна нулю. С выходом за границу геометрического поля связан «граничный эффект», который проявляется тем сильнее, чем резче переход функции $f(x)$ к нулевому значению.

Важной характеристикой пространственной переменной является степень непрерывности ее изменения в пространстве. Непрерывность бывает полной в строгом математическом смысле, но часто условия непрерывности выполняются только «в среднем» (в среднем квадратичном) или же вообще не выполняются. В последнем случае на границах разрывов сплошности наблюдаются резкие скачкообразные изменения значений переменной, носящие название явлений перехода. Анизотропия пространственной переменной выражается различной скоростью изменения ее значения по различным направлениям.

Геометрическое поле характеризуется геометрической переменной $k(x)$, которая также является пространственной переменной и определяется условием

$$k(x) = \begin{cases} 1 & \text{при } x \in V \\ 0 & \text{при } x \notin V. \end{cases} \quad (84)$$

Пространственная переменная $f(x)$ неразрывно связана со своим геометрическим полем, и в общем случае нельзя отделить свойства самой переменной $f(x)$ от свойства поля V . Это положение определяет основу транзитивной теории пространственных переменных, в которой используются только геометрические представления без привлечения каких-либо вероятностных гипотез.

В частных случаях пространственную переменную $f(x)$ можно рассматривать как реализацию некоторой стационарной случайной функции, считая, что в любой точке геометрического поля она будет обладать одинаковыми средними характеристиками. Случайные функции со стационарными приращениями называются схемами с законом собственного рассеивания или сокращенно собственными схемами. Изучая собственную схему через ее приращения, в отличие от транзитивной схемы удается отделить и охарактеризовать свойства самой переменной $f(x)$ в пределах ее геометрического поля. Методы теории собственных схем обеспечивают возможность оценки запасов руд и полезных компонентов в рудах путем изучения таких пространственных переменных, как мощности, содержания и линейные запасы.

Методы теории транзитивных представлений являются более общими, но они позволяют решать в основном геометрические проблемы, т. е. определять размеры и объемы залежей полезных ископаемых в недрах.

В качестве функции, отражающей в синтетическом виде основные черты пространственной изменчивости переменной $f(x)$, в теории транзитивных представлений используется ее ковариограмма, которая определяется для векторного аргумента $h = \{h_1, \dots, h_n\}$ выражением

$$g(h) = \frac{1}{V} \int_V \int_V [f(x - m_x)] [f(x + h) - m_x] dV, \quad (85)$$

где m_x — математическое ожидание функции.

Ковариограмма является симметричной и положительно определенной функцией. С помощью преобразования Фурье она может быть разложена в гармонический ряд, однако Ж. Матерон считает, что практически удобнее пользоваться функцией $g(h)$, так как наиболее интересные свойства пространственной переменной (в частности, степень ее регулярности) характеризуются поведением $g(h)$ в окрестности нуля.

Аналогично, геометрическая переменная $k(x)$ характеризуется геометрической ковариограммой $K(h)$, которая в упрощенном виде может быть представлена соотношением

$$K(h) = \int k(x) k(x + h) dx. \quad (86)$$

В этой формуле знак интеграла означает трехкратное интегрирование, а dx — элемент объема dx_1, dx_2 и dx_3 трехмерного пространства. Для упрощения формулы функция $k(x)$ заменена центрированной функцией $k(x) - m$, т. е. предполагается, что $m = 0$.

Произведение $k(x) k(x + h)$ равно единице на пересечении поля V и поля V , получаемого в результате смещения поля на вектор $-h$, и равно нулю за пределами пересечения. Поэтому ковариограмма $K(h)$ представляет собой

меру (объем для $n = 3$, поверхность для $n = 2$, длину для $n = 1$) пересечения полей V и $\tau_h V$.

Когда модуль вектора h становится больше максимального диаметра поля V , ковариограмма $g(h)$ становится равной нулю, так как $k(x)$ и $k(x+h)$ не могут быть одновременно отличными от нуля. Для каждого направления α существует такая величина b , что $g(h)$ становится равной нулю, как только вектор h в этом направлении становится по модулю больше b . Величина b называется носителем функции $g(h)$ в направлении b . Характер изменения b в зависимости от направления дает обобщенное представление о геометрии поля V .

Транзитивная ковариограмма $g(h)$ непосредственно связана с геометрией данного поля. Тесная связь между ковариограммой $g(h)$ и ее геометрическим полем часто выражает реально существующую зональность пространственной переменной (например, закономерное уменьшение ее значений по мере перехода от центра к границам поля), однако в подобных случаях невозможно выделить в ней элементы, связанные с самой пространственной переменной, и элементы, обусловленные геометрическими характеристиками ее поля. Например, содержание полезного компонента в руде $f(x)$ является в теории транзитивных представлений одновременно пространственной переменной, равной $y_1, y_2, \dots, \dots, y_n$, и геометрической переменной, равной единице или нулю.

В теории собственных схем и в практических приложениях геостатистики основной характеристикой, заменяющей ковариационную функцию, является так называемая собственная функция или полувариограмма, определяемая как математическое ожидание квадратов приращений.

Для векторного аргумента h полувариограмма пространственной переменной $f(x)$ в поле V равна половине дисперсии приращения $f(x+h) - f(x)$ и определяется выражением

$$\gamma(h) = \frac{1}{2V} \int \int_V [f(x+h) - f(x)]^2 dV. \quad (87)$$

Вариограммой называется функция $D[f(x+h) - f(x)]$ аргумента h , рассчитанная по экспериментальным значениям для дискретных значений h .

Вариограмма является возрастающей функцией от расстояния h . Чем больше расстояние между пробами, тем сильнее различаются соответствующие содержания. Вариограмма уточняет понятие «зоны влияния пробы», так как ее поведение при увеличении h выражает количественную характеристику уменьшения влияния данной пробы на окружающие ее участки месторождения.

При решении прикладных вопросов всегда стараются обеспечить возможность оперировать с вариограммой изотропной собственной схемы, имеющей вид

$$\gamma(h) = \gamma(r),$$

где $r = |h| = \sqrt{h_1^2 + \dots + h_n^2}$.

Следует иметь в виду, что выявляемая анизотропия изучаемых свойств сама по себе представляет большой интерес. Она обеспечивает информацию о структурных особенностях объекта изучения и способствует выявлению предпочтительных направлений орудуения — рудных потоков и столбов.

На практике используют несколько простых моделей анизотропии. Простейшей из них является геометрическая анизотропия, при которой $\gamma(h)$ может рассматриваться как функция $\gamma(Q)$ квадратичной формы относительно координат вектора h . При этом достаточно провести линейное преобразование координат, чтобы геометрически анизотропную схему свести к изотропной, для которой $Q = r^2$. Если основные направления анизотропии заведомо

известны, линейное преобразование сводится к замене $h_1, \dots, h_n$ на $\lambda_1, \dots, \lambda_n$ с соответственно подобранными постоянными λ , которые являются модулями аффинного преобразования.

Если функция $\gamma(h)$ зависит не от всех n компонент вектора, а только от одного или двух из них, то анизотропия называется зональной. Например, в трехмерном пространстве собственная функция может иметь нулевую дисперсию для всех горизонтальных векторов (т. е. оставаться постоянной в горизонтальной плоскости) и зависеть только от вертикальной составляющей h_3 или оставаться постоянной вдоль одной оси координат и зависеть от двух других. Практически, когда переменная $f(x)$ проявляет значительно меньшую изменчивость по одному или двум направлениям по сравнению с остальными, ее собственная функция

может быть представлена суммой изотропной и зональной (или вообще изотропной) составляющих изменчивости:

$$\gamma(h) = \gamma_1(r) + \gamma_2(h_3) \quad (88)$$

или

$$\gamma(h) = \gamma_1(r) + \gamma_2(h_2, h_3).$$

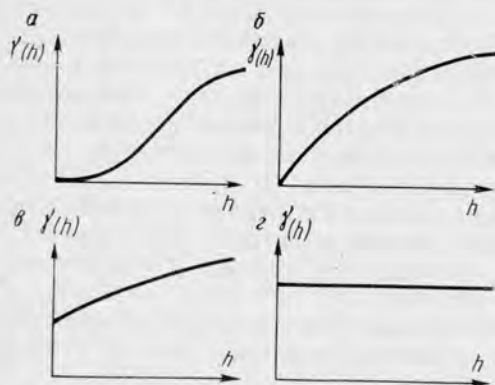


Рис. 39. Типы теоретических вариограмм по Ж. Матерону.

a — непрерывная пространственная переменная; $б$ — переменная, непрерывная «в среднем»; $в$ — прерывистая пространственная переменная; $г$ — независимая случайная величина

обладают плавными и непрерывными ковариограммами и вариограммами с угловыми точками в нуле. Появление разрывов (точнее резких изменений в пределах очень узкой зоны) этих функций вблизи нуля указывает на отчетливо прерывистый характер пространственных переменных.

Ж. Матерон выделяет четыре типа теоретических вариограмм, отражающих различную степень непрерывности и регулярности пространственных переменных (рис. 39).

Вариограммы первого типа с параболическим характером изменения вблизи нуля (дважды дифференцируемые в нуле) отражают весьма плавную и непрерывную пространственную переменную, например изменения мощности пластовых залежей полезных ископаемых.

Вариограммы второго, тангенциального типа непрерывны в нуле, но не дифференцируемы там дважды характеризуют изменчивость пространственных переменных, «непрерывных в среднем». К таким пространственным переменным относятся содержания и линейные запасы многих полезных компонентов в рудах.

Вариограммы третьего типа, не проходящие через начало координат, отражают резкую локальную изменчивость признака и соответствуют пространственным переменным, не обладающим непрерывностью даже в среднем.

По терминологии Ж. Матерона, вариограммы, имеющие разрыв в нуле, характеризуют «эффект самородков». Строго говоря, в данном случае наблюдается не истинный разрыв вариограммы в нуле, а лишь ее резкое изменение в пределах очень узкой зоны, называемой носителем эффекта самородков. Размер этой зоны близок к среднему диаметру скоплений полезных минералов.

Вариограммы четвертого типа отражают пространственную изменчивость независимой случайной величины.

Теоретические ковариограммы и вариограммы являются идеализированными характеристиками, так как описывают свойства пространственных переменных на точечной геометрической основе. В реальности геологоразведочная практика располагает только средними значениями точечных переменных $f(x)$ в некоторых объемах v с центрами тяжести в точках x_i .

Эти средние значения определяют новую пространственную переменную $t(x)$, которая не совпадает с $f(x)$ и зависит от формы и объемов проб v . Такая функция называется функцией $f(x)$, регуляризованной по объему v , или функцией на геометрической основе v . Она отличается большей регулярностью, чем исходная переменная на точечной основе, и получается из предыдущей путем интегрирования по объему v с центром в точке x :

$$t(x) = \frac{1}{v} \int f(x+h) dh. \quad (89)$$

Функция $t(x)$ представляет собой среднее значение $f(x)$ в объеме v (например, среднее содержание полезного компонента в пробе v). В более общем виде можно записать

$$t(x) = \frac{1}{P_0} \int f(x+h) p(h) dh, \quad (90)$$

где $p(h)$ — некоторая весовая функция, определяемая отношением

$$P_0 = \int p(h) dh.$$

Весовая функция может быть определена как на конечном, так и на бесконечном носителе. Например, если $f(x)$ — содержание радиоактивного элемента в точке x , то интенсивность гамма-излучения в точке x' пропорциональна выражению

$$\int \frac{e^{-\mu r}}{r^2} f(x) dx,$$

где $r = r(x)$ — расстояние между точками x и x' .

Очевидно, в данном случае весовая функция

$$p(x) = \frac{1}{r^2} e^{-\mu r}$$

не имеет конечного носителя.

Если в качестве весовой функции используется геометрическая переменная $k(x)$ объема v , то

$$t(x) = \frac{1}{v} \int f(x+h) k(h) dh \quad \text{при} \quad v = \int k(h) dh.$$

В этом случае $k(f)$ называется функцией опробования. Следовательно, регуляризация по объему v представляет собой частный случай регуляризации посредством взвешивания на весовую функцию. Ковариограмма точечной переменной $g(h)$ может рассматриваться как регуляризованная функция $f(x)$, когда в качестве весовой используется сама функция $f(x)$. Ковариограмма регуляризованной переменной $g(h)$ получается путем взвешивания ковариограммы точечной функции $g(h)$ на ковариограмму весовой функции $p(h)$.

Фундаментальными в геостатистике являются понятия дисперсий среднего значения переменной в объемах пробы и блока и ковариации ее средних значений в обоих объемах. Дисперсии и ковариации могут быть выражены через ковариограмму или через вариограмму пространственной переменной с учетом влияния геометрии проб и оцениваемого объема.

Совокупность двух дисперсий и ковариации определяет величину дисперсии распространения среднего значения переменной в объеме пробы v на объем оцениваемого блока V . В общем виде значение дисперсии распространения выражается формулой

$$D(Y-Z) = \sigma_Y^2 + \sigma_Z^2 - 2\sigma_{YZ}, \quad (91)$$

где Y и Z — средние значения пространственной переменной в объемах v и V ;

σ_Y^2 — дисперсия среднего значения переменной в объеме v ;

σ_Z^2 — дисперсия среднего значения переменной в объеме V ;

σ_{YZ} — ковариация средних значений переменной в объемах v и V .

Дисперсия распространения $D(Y-Z)$ может рассматриваться так же как величина, характеризующая погрешность оценки среднего значения пространственной переменной в объеме V по ее среднему значению в объемах v . В этом случае она получает название дисперсии оценки.

Численное значение дисперсии оценки зависит также от выбора весовой функции $p(x)$, удовлетворяющей условию $\int p(x) dx = 1$. Процедура выбора такой весовой функции V , которая, удовлетворяя этому условию, остается равной нулю вне оцениваемого поля и обеспечивает минимальное значение дисперсии оценки, получила название «крайгинга».

ЭФФЕКТ САМОРОДКОВ И ЯВЛЕНИЯ ПЕРЕХОДА

Если пространственная переменная характеризуется резкой локальной изменчивостью и не обладает непрерывностью даже в среднем, то ее точечная вариограмма не проходит через начало координат, а образует более или менее заметный разрыв в окрестности нуля (см. рис. 39, *в*). Вариограммы такого типа отражают «эффект самородков», который проявляется тем ярче, чем выше прерывистость оруденения и меньше размеры проб. Эффект самородков получил название в связи с тем, что изучался на золоторудных месторождениях, где содержания золота по двум сближенным, даже соприкасающимся пробам часто резко различаются, если в одну из них случайно попадает крупный самородок.

Попадание самородков в данную пробу можно рассматривать как случайное событие только в пределах узкой локальной области, т. е. в непосредственной близости от места отбора проб. С увеличением размеров оцениваемой области содержание постепенно приобретает характер пространственной переменной и его уже нельзя рассматривать как чисто случайную величину. Поэтому даже на месторождениях самородного золота встречаются бедные и богатые блоки, в размещении которых проявляются отчетливые пространственные закономерности. В пределах же узколокальной области эффект самородков может быть выражен настолько резко, что все закономерности, присущие пространственной изменчивости содержаний, полностью затухиваются.

С эффектом самородков связано появление аномально высоких содержаний в пробах, получивших в литературе название «ураганных». С геостатистической точки зрения ураганные пробы в отличие от рядовых проб практически не имеют зон влияния. С позиций геостатистики нельзя противопоставлять ме-

сторождения с эффектом самородков месторождениям без него, так как, с одной стороны, изменчивость содержаний большинства месторождений непрерывна только в среднем, а с другой стороны — как бы ярко ни был выражен эффект самородков, он лишь вуалирует закономерности пространственного размещения содержаний, которые становятся явными только при выходе за пределы узко-локальной области.

В рамках схемы де Вийса с собственной функцией $\ln r$ эффект самородков не поддается количественному учету, так как значение точечной вариограммы $\gamma(0)$ не имеет физического смысла. Для того чтобы подойти к решению этого вопроса, вводится особая функция $E(r)$, которая определяется равенством

$$E(r) = \begin{cases} 1 & \text{при } r > 0 \\ 0 & \text{при } r = 0. \end{cases} \quad (92)$$

Тогда вариограмма $\gamma(r)$ с разрывом точечной переменной в начале координат, равным C , может быть представлена в виде суммы двух составляющих:

$$\gamma(r) = CE(r) + \gamma_1(r), \quad (93)$$

где C — константа самородков, выражающая интенсивность эффекта самородков;

$CE(r)$ — эффект самородков в чистом виде;

$\gamma_1(r)$ — функция, характеризующая пространственную изменчивость содержаний, свободная от эффекта самородков и не имеющая разрыва в нуле.

Используя формулу (93) при расчете всех необходимых дисперсий и ковариаций, точечная переменная X может рассматриваться как сумма некоторой теоретической пространственной переменной X_θ с собственной функцией $\gamma_1(r)$ и случайной величины ε с нулевым средним содержанием и дисперсией, равной C :

$$X = X_\theta + \varepsilon. \quad (94)$$

Величины X_θ и ε статистически независимы, и значения ε даже в двух близких точках также независимы между собой.

В области малых значений r изменение функции $\gamma_1(r)$ будет настолько мало, что ее можно считать равной константе самородков C , а локальные изменения содержаний будут определяться только значением случайной компоненты ε . Поэтому можно считать, что в локальной области пространственная переменная ведет себя как случайная величина, но при больших значениях r становится уже ощутимым и проявление изменчивости переменной X_θ .

Практически и функция $E(r)$ не слишком хорошо отражает степень случайности в поведении точечного содержания. При определении дисперсии по формуле (93) влияние члена $CE(r)$ автоматически исключается, вследствие чего дисперсия среднего значения бесконечного числа независимых средних величин ε в пределах неточечной геометрической основы получается равной нулю. Таким образом, понятие случайной величины на точечной геометрической основе лишается физического смысла. В реальности вариограмма физического явления имеет в окрестности нуля не разрыв, а узкую зону перехода, которая может быть охарактеризована функцией $C(r)$, удовлетворяющей следующим условиям:

$$C(r) = \begin{cases} C & \text{при } r = 0 \\ C(r) & \text{при } 0 \leq r < a \\ 0 & \text{при } r > a, \end{cases} \quad (95)$$

где a — постоянная, характеризующая ширину зоны перехода, т. е. средние размеры самородков.

иметь псевдопериодический характер показаний на рис. 42, а, а при увеличении числа этих отрезков в пределе получится вариограмма типа рис. 42, б. При изменении длины отрезков от нуля до a вариограмма будет более плавной, как на рис. 42, в, однако практически она может быть заменена вариограммой типа рис. 42, б.

Именно такая вариограмма вида

$$\gamma(r) = \begin{cases} C \left(\frac{3}{2} \frac{r}{a} - \frac{1}{2} \frac{r^3}{a^3} \right) & \text{при } r \leq a \\ C & \text{при } r > a \end{cases} \quad (99)$$

используется в транзитивной схеме для выражения функции $C(r)$. Она представляет собой собственную функцию, пропорциональную транзитивной ковариограмме круга или сферы радиуса r . Для сферической схемы, так же как и для схемы де Вийса, Ж. Матероном вычислены формулы и составлены номограммы, позволяющие определить дисперсии распространения для случаев различной геометрии проб и разведочной сети (Матерон, 1968).

ПРАКТИЧЕСКОЕ ПРИЛОЖЕНИЕ МОДЕЛИ ДЛЯ ОПИСАНИЯ ИЗМЕНЧИВОСТИ СВОЙСТВ ПОЛЕЗНЫХ ИСКОПАЕМЫХ В НЕДРАХ

Для многих месторождений полезных ископаемых обладающих логарифмически-нормальным распределением геологоразведочных параметров, их пространственная изменчивость может быть описана с помощью схемы де Вийса, т. е. собственной схемы, характеризующейся полувариограммой $\gamma(h)$, удовлетворяющей соотношению

$$\gamma(\lambda h) = \gamma(h) + 3\alpha \ln(\lambda).$$

Константа 3α называется коэффициентом абсолютного рассеивания схемы де Вийса.

В практических приложениях обычно используется изотропная схема де Вийса, определяемая изотропной функцией собственного рассеивания:

$$\gamma(r) = 3\alpha \ln r. \quad (100)$$

При наличии анизотропии ее исключают одним из описанных выше способов. Геометрическую анизотропию исключают с помощью аффинного преобразования, т. е. путем изменения масштабов по двум из трех осей координат, а зональную анизотропию — путем разложения на ее составляющие.

При $r = 0$ точечная полувариограмма $\gamma(r)$ не обращается в нуль, а принимает бесконечное отрицательное значение. Однако это не препятствует описанию изменчивости реальных геологоразведочных параметров, так как схема де Вийса используется только для описания пространственных переменных на неточечной геометрической основе, регуляризованных с помощью весовых функций.

Для собственной схемы де Вийса дисперсия пробы v в объеме V запишется как:

$$\sigma^2(v/V) = \frac{3\alpha}{V^2} \iint_{VV} \ln(x - x') dx dx' - \frac{3\alpha}{v^2} \iint_{vv} \ln(x - x') dx dx'. \quad (101)$$

В частном случае, когда объемы v и V подобны и имеют одинаковую пространственную ориентировку, дисперсия определяется формулой де Вийса

$$\sigma^2(v/V) = \alpha \ln \frac{V}{v}. \quad (102)$$

Эта простая формула неприменима, если объемы v и V имеют произвольные формы и ориентировку, однако ее можно обобщить, введя понятие эквивалентности двух объемов.

Ж. Матерон показал, что в случае схемы де Вийса две пробы можно считать эквивалентными, если они имеют в произвольном поле одну и ту же дисперсию содержаний.

Функция

$$F(v) = \frac{1}{v^2} \int \int_{vv} \ln(x - x') dx dx',$$

представляющая среднее значение $\ln r$ в объеме v , зависит не только от размера, но и от формы объема v , а из условия аддитивности дисперсии

$$\sigma^2(v/v') = 3\alpha [F(v') - F(v)]$$

следует, что для эквивалентности проб v и v' необходимо и достаточно, чтобы $F(v) = F(v')$. Эта эквивалентность не зависит от 3α и имеет, следовательно, чисто геометрический смысл. Среди совокупности всех проб, эквивалентных пробе v , имеется отрезок l такой, что

$$F(l) = F(v) = \ln l - \frac{3}{2}.$$

Этот отрезок l называется линейным эквивалентом. Таким образом, совокупность эквивалентных проб целесообразно характеризовать их общим линейным эквивалентом:

$$\ln l = F(v) + \frac{3}{2}.$$

Обозначив линейные эквиваленты объемов v и V через l и L , получим обобщенную формулу

$$\sigma^2(v/V) = \gamma(r) = 3\alpha \ln \frac{L}{l}. \quad (103)$$

Для изотропной схемы де Вийса эта формула позволяет рассчитать дисперсию пробы v в объеме V в случаях, когда оба этих объема имеют произвольные формы.

В практических приложениях формула (103) позволяет: а) оценить значения коэффициента 3α по экспериментальным значениям дисперсии содержаний или линейных запасов в пробах и б) рассчитать дисперсии этих параметров в блоках заданных размеров по известной величине коэффициента 3α .

Следует иметь в виду, что эквивалентность проб v и V в одном и том же геометрическом поле обозначает только равенство их дисперсий, но не равенство дисперсий распространения, так как равенство дисперсий не влечет за собой равенства ковариаций. Тем не менее понятие эквивалентности все же позволяет в общих чертах сопоставлять различные виды опробования. Оно используется при экспериментальной оценке коэффициента 3α , а также позволяет прогнозировать поведение экспериментальных вариограмм при изменении расстояний между пробами. Так, если l — линейный эквивалент используемых проб, то

дисперсия σ_d^2 разности $f(x+d) - f(x)$ содержаний в точках, отстоящих друг от друга на расстоянии d , равна:

$$\sigma_d^2 = 6\alpha \left[\ln \frac{d}{l} + \frac{3}{2} \right] \quad (104)$$

при условии, что d не менее чем в два-три раза больше l .

Значения коэффициента абсолютного рассеивания могут быть определены в практике геологоразведочных работ способом линейных эквивалентов или по наклону экспериментальной вариограммы.

Способ линейных эквивалентов сводится к расчету коэффициента 3α по формуле Матерона — де Вийса (104).

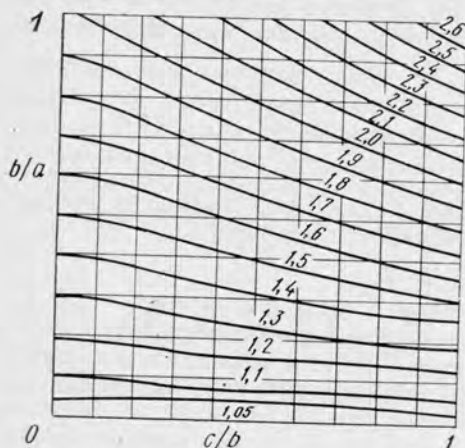


Рис. 43. График эквивалентности для определения коэффициента α по экспериментальным данным.

Параллелепипед со сторонами a , b и c ($a \geq b \geq c$) эквивалентен линейной пробе размером al . Значения λ указаны на графике

малые параллелепипеды. Для этих геометрических фигур по графику рис. 43 определяются линейные эквиваленты L и l . Затем, вычислив дисперсию логарифмов содержаний, по результатам анализов проб рассчитывают величину коэффициента абсолютного рассеивания по формуле

$$\alpha = \frac{\sigma^2}{3 \ln \frac{L}{l}}.$$

Способ линейных эквивалентов предельно прост, однако применим только при отсутствии геометрической анизотропии изучаемых свойств. В случае зональной анизотропии его применение возможно при использовании результатов опробования «сквозных» проб, отобранных на полную мощность тела полезного ископаемого.

Способ наклона экспериментальной вариограммы является более трудоемким, но одновременно и более достоверным способом определения коэффициента абсолютного рассеивания. К тому же он обеспечивает возможность выявления и характеристики анизотропии изучаемых свойств.

Экспериментальная вариограмма может быть построена по данным опробования залежи в направлении любого разведочного профиля. Если она опро-

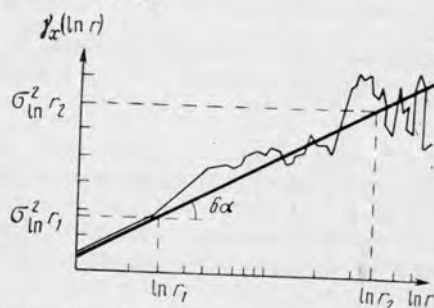


Рис. 44. Построение экспериментальной вариограммы в логарифмическом масштабе

Разведанный объем залежи V рассматривается как большой параллелепипед, а объемы проб v — как

бована по квадратной сети со сторонами ячейки a_1 и a_2 , вариограмма в направлении стороны a_1 рассчитывается по формуле

$$\gamma(d, a_1) = \frac{1}{N} \sum_i (x_{i+d} - x_i)^2,$$

где x_{i+d} и x_i — содержания в пробах, отстоящих друг от друга на интервал d , т. е. на расстоянии $a_1 \cdot d$;

N — число пар точек, по которым рассчитывается значение вариограммы.

Аналогично рассчитывается и полувариограмма по второму направлению, параллельному a_2 .

Начиная со значений d , в два-три раза превышающих длину пробы, вариограмма возрастает логарифмически и может быть выражена уравнением

$$\sigma_{\ln d}^2 = B + 6a \ln d,$$

а в системе десятичных логарифмов

$$\sigma_{\lg d}^2 = B + 13,8a \lg d,$$

где B — постоянная величина, зависящая от значения линейного эквивалента проб.

Если месторождение изотропно и размещение содержаний подчиняется схеме де Вийса, обе полувариограммы должны совпадать, а общее для них уравнение с учетом значения линейного эквивалента примет следующий вид:

$$\gamma(r) = 3a \left[\ln(r/l) + \frac{3}{2} \right],$$

где l — линейный эквивалент пробы.

При логарифмическом масштабе по оси абсцисс график этого уравнения будет представлять прямую линию, наклон которой непосредственно определяет коэффициент абсолютного рассеивания α . Значение этого коэффициента рассчитывается по формуле

$$3\alpha = \frac{\sigma_{\ln r_2}^2 - \sigma_{\ln r_1}^2}{2(\ln r_2 - \ln r_1)},$$

обозначения которой очевидны из рис. 44. При использовании десятичных логарифмов коэффициент абсолютного рассеивания рассчитывается по формуле

$$3\alpha = \frac{\sigma_{\lg d_2}^2 - \sigma_{\lg d_1}^2}{4,605(\lg d_2 - \lg d_1)}.$$

После построения графика следует проверить, подчиняется ли полученная вариограмма схеме де Вийса. Для этого нужно, чтобы дисперсия, рассчитанная по найденному коэффициенту α и линейным эквивалентам L и l , была бы близкой к статистической дисперсии логарифмов содержаний, рассчитанной непосредственно по данным опробования, а значение $\gamma(r)$ при $r = l$ было бы равным $4,5a$. Если эти проверки дают отрицательный результат, изменчивость содержаний не подчиняется схеме де Вийса (даже если вариограммы изотропны, т. е. одинаковы по обоим направлениям).

Если будет установлена геометрическая анизотропия (графики полувариограммы по разным направлениям будут выражаться параллельными прямыми, смещенными одна относительно другой на некоторую величину), достаточно

умножить масштаб расстояний, параллельных направлению стороны a_2 , на соответствующий коэффициент λ (модуль аффинного преобразования), чтобы обе прямые совпали. При этом реальное анизотропное поле содержаний заме-

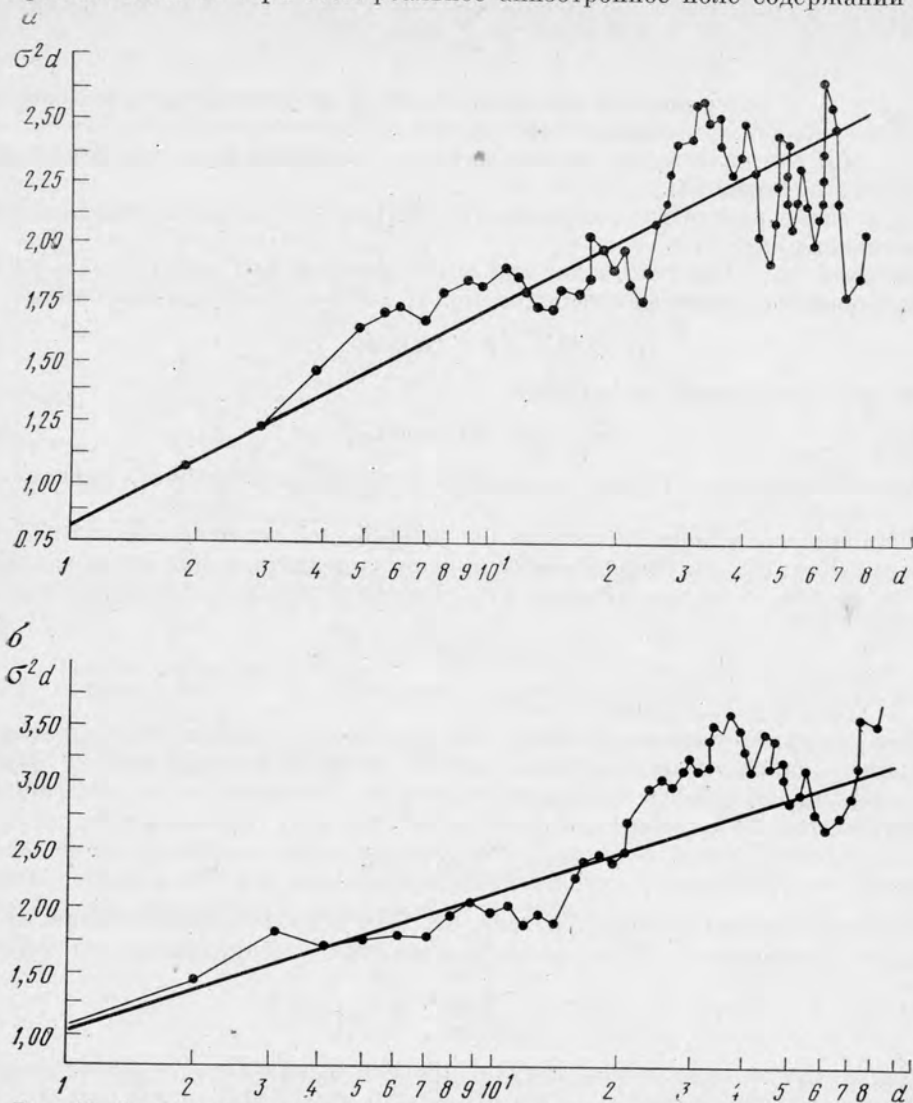


Рис. 45. Вариограммы логарифмов содержаний урана по скважинам 9 (а) и 10 (б) месторождения Мунана. (По Ж. Матерону)

няется идеальным — изотропным. Затем, с учетом коэффициента λ рассчитываются новые линейные эквиваленты фиктивного изотропного поля и пробы, с учетом которых проверяется применимость схемы де Вийса.

В качестве примеров эмпирических вариограмм на рис. 45 приводятся две вариограммы логарифмов содержаний, рассчитанных Ж. Матероном по вертикальным скважинам щитообразного уранового месторождения Мунана (Габон). Рудный керн анализировался по интервалам d длиной 0,5 м. Как правило,

вариограммы рассчитывались до тех пор, пока расстояние между пробами не превышало половины общей длины рудного интервала. Вариограмма по скв. 9 лучше описывается линейным графиком, чем вариограмма по скв. 10, которая проявляет отчетливые отклонения от линейности, сохраняя только общую тенденцию логарифмического возрастания. Поскольку наклон вариограмм меняется от скважины к скважине, коэффициент абсолютного рассеивания может рассматриваться как пространственная переменная. В практических приложениях Ж. Матерон рекомендует пользоваться средним значением α при условии, что оно вычислено по пробам, отобранным в пределах оцениваемого участка месторождения.

На рис. 46 показана суммарная вертикальная вариограмма, построенная по данным всех вертикальных скважин (2), и суммарная горизонтальная вариограмма, полученная по данным бороздового опробования горизонтальных выработок при длине бороздовых проб около 1 м (1). Обе вариограммы параллельны друг другу и характеризуются величиной $3\alpha = 0,24$. Однако смещение горизонтальной вариограммы на 0,25 книзу связано не с проявлением

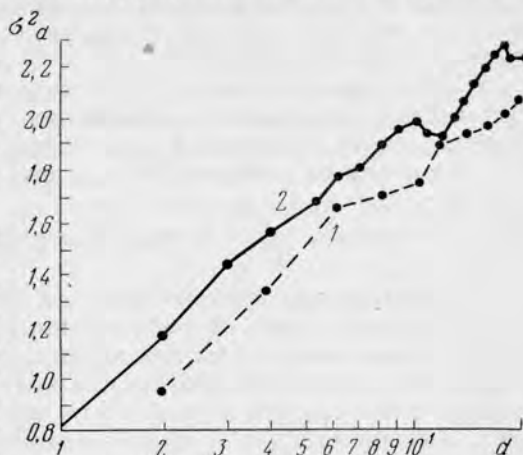


Рис. 46. Суммарные вариограммы логарифмов содержаний урана по месторождению Мунана в горизонтальном (1) и вертикальном (2) направлениях. (По Ж. Матерону)

геометрической анизотропии, а с уменьшением дисперсии по бороздовым пробам в связи с увеличением их длины примерно вдвое по сравнению с длинами керновых проб. Для изотропной схемы смещение горизонтальной вариограммы должно быть $6\alpha \ln \frac{100}{50} \cong 0,33$, что практически и наблюдается по экспериментальным данным. На всех эмпирических вариограммах обращает на себя внимание наличие периодических прогибов и поднятий относительно результирующей прямой, которые появляются вследствие влияния периодических составляющих изменчивости содержаний более высоких порядков. Эти аномалии отражают реальные особенности внутреннего строения залежи и заслуживают поэтому самого пристального геологического изучения. Однако при использовании вариограмм обычно стремятся осреднить их результирующей прямой, если только амплитуды периодических колебаний не настолько велики, что исключают возможность практического применения схемы де Вийса.

Для расчета дисперсий распространения в зависимости от геометрии проб и оцениваемых участков полезных ископаемых в практических приложениях дополнительно к полувариограмме $\gamma(h)$ используются две вспомогательные собственные функции $\chi(h)$ и $F(h)$, которые определяются равенствами:

$$\chi(h) = \frac{1}{h} \int_0^h \gamma(x) dx, \quad (105)$$

$$F(h) = \frac{2}{h^2} \int_0^h x \chi(x) dx = \frac{2}{h^2} \int_0^h (h-x) \gamma(x) dx. \quad (106)$$

При расчетах дисперсии распространения на линейный отрезок функция $\chi(h)$ выражает среднее значение функции $\gamma(x)$, когда x представляет собой расстояние между подвижной точкой отрезка длины h и одним из его фиксированных концов, а функция $F(h)$ — среднее значение функции $\gamma(x)$, когда x представляет собой расстояние между двумя точками, независимо одна от другой занимающими все возможные положения на отрезке h .

Для расчета дисперсии распространения содержания в пробе на прямоугольную площадь над полувариограммой $\gamma(r)$ производится «прямое восхождение» первого порядка.

Полученная функция $\gamma(r)$ представляет собой среднее значение величины $|h|^\lambda$, когда концы вектора h независимо один от другого «пробегают» стороны прямоугольника lh длиной l с основанием r . От искомой вариограммы $\gamma_{n-1}(r)$ она отличается на постоянную величину $\gamma_\lambda(0)$, т. е.

$$\gamma_{n-1}(r) = \gamma_\lambda(r) - \gamma_\lambda(0).$$

В практических приложениях для расчета дисперсий распространения на площадь используются «формулы прямоугольника» со стороной l и высотой h , которые выражаются через вспомогательные функции $\chi(h)$ и $F(h)$, когда в качестве собственной функции берется $\gamma_\lambda(r)$. В этом случае функция $\chi(h)$ представляет собой среднее значение $\gamma(r)$ между прямоугольником lh и его стороной l , а функция $F(h)$ — среднее значение $\gamma(r)$ в прямоугольнике lh .

Для расчета дисперсии распространения на прямоугольный объем над собственной функцией $\gamma(r)$ производится операция «восхождения второго порядка». Эта операция приводит в практических приложениях к «формулам параллелепипеда» с основанием lp и высотой h . В случае параллелепипеда функция $\chi(h)$ и представляет собой среднее значение $\gamma(r)$ между параллелепипедом и одной из его граней, функция $F(h)$ — среднее значение $\gamma(r)$ в этом параллелепипеде, а функция $\gamma_\lambda(h)$ — среднее значение $\gamma(r)$ между двумя гранями параллелепипеда.

В соответствии с формулой (98) функция $F(h)$ позволяет рассчитать дисперсию среднего значения, определенного по отрезку l , в пределах отрезка длиной L :

$$\sigma^2(l/L) = F(L) - F(l),$$

дисперсию среднего значения по отрезку L , в пределах прямоугольного сечения S :

$$\sigma^2(L/S) = F(S) - F(L)$$

или дисперсию среднего значения по прямоугольному сечению S , в пределах параллелепипеда V :

$$\sigma^2(S/V) = F(V) - F(S).$$

Аналогично функция $\chi(h)$ позволяет вычислить ковариации перечисленных трех величин соответственно в пределах L , S или V .

Дисперсия распространения среднего содержания по пробе l на отрезок L , среднего содержания по линейной пробе L на площадь прямоугольника S

* Точнее, среднее значение $\gamma(r)$ для всех векторов r , соединяющих произвольную точку, расположенную в прямоугольнике lh , с произвольной точкой на одной из его сторон l .

или среднего содержания в прямоугольнике S на объем параллелепипеда V при условии медианного положения одного в другом выразится общей формулой

$$\sigma_E^2 = \sigma_Y^2 + \sigma_Z^2 - 2\sigma_{YZ} = 2\chi\left(\frac{h}{2}\right) - F(h) - \gamma(h), \quad (107)$$

где значения функции $\chi(h)$; $F(h)$ и $\gamma(h)$ принимаются в зависимости от геометрии оцениваемого пространства для линии, прямоугольника или параллелепипеда.

Расчет точных значений функции или даже их разложений с учетом относительных размеров l , h и p представляет собой сложную вычислительную операцию. Поэтому Ж. Матероном (1968) вычислены приближенные формулы и составлены соответствующие номограммы для различных случаев одномерной, двумерной и трехмерной схем де Вийса.

Многочисленные примеры использования геостатистики для описания изменчивости урановых месторождений приведены в книге Э. Карлье (1966).

Глава VIII

МОДЕЛИРОВАНИЕ СВОЙСТВ ПОЛЕЗНЫХ ИСКОПАЕМЫХ С ПОМОЩЬЮ АППАРАТА ТЕОРИИ СТАЦИОНАРНЫХ СЛУЧАЙНЫХ ФУНКЦИЙ (МОДЕЛЬ ТИПА СТАЦИОНАРНОЙ СЛУЧАЙНОЙ ФУНКЦИИ)

КРАТКИЕ ИСТОРИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Прикладные методы теории случайных функций уже в течение нескольких десятков лет широко используются в гидродинамике и в метеорологии. Еще в двадцатых годах для характеристики турбулентных потоков использовалась автокорреляционная функция, описывающая изменение тесноты связи между значениями двух точек потока в зависимости от расстояния между ними. В дальнейшем выяснилось, что в условиях неоднородных полей статистически более устойчивой часто оказывается предложенная А. И. Колмогоровым структурная функция, представляющая собой средние квадраты разностей значений наблюдаемых параметров в двух точках природного поля. Предложение использовать для описания пространственной изменчивости свойств полезных ископаемых структурную функцию логарифмического вида $h(x) = k \ln(1 + ak)$ было сделано М. М. Протодяконовым еще в 1925 г.

Возможности использования модели типа случайного поля для математического описания геологоразведочных параметров залежей полезных ископаемых подтверждаются работами П. К. Соболевского. Если рассматривать группу значений изучаемого параметра в рамках «скользящего окна» как выборочную совокупность одной случайной величины, то в качестве ее средней будет выступать среднее значение параметра для той части залежи, которая входит в рамки «скользящего окна». Последовательный ряд таких средних значений рассматривается в геометрической модели П. К. Соболевского как функция координат пространства. Если же рассматривать группу значений изучаемого параметра как систему случайных величин, математическое ожидание и дисперсия которых являются функцией координат пространства, то такая модель называется в теории вероятностей «случайным полем». На соответствие способа «скользящей средней» и модели типа случайного поля в отечественной литературе обратил внимание Л. И. Четвериков (1962). Однако еще в 1956 г. была опубликована работа П. Л. Каллистова, в которой предлагался аналогичный подход к математическому моделированию изменчивости оруденения путем разделения общей изменчивости признака на ее случайную и закономерную составляющие.

Реальные возможности и пути использования аппарата теории случайных функций для решения геологоразведочных задач наметились только в последние годы работами В. А. Букринского (1966), А. М. Марголина (1965), З. Д. Низгурецкого (1961), П. А. Рыжова и В. М. Гудкова (1966) и др.

Использование математического аппарата теории случайных функций для описания изменчивости оруденения представляется прогрессивным прежде всего потому, что позволяет выразить значение изучаемого параметра как функцию расстояния между точками наблюдений. С применением этого параметра у геологов появляются реальные перспективы оптимизации разведочной сети на основе прямых статистических показателей, характеризующих наблюдаемую пространственную изменчивость оруденения.

СУЩНОСТЬ И УСЛОВИЯ ПРИМЕНЕНИЯ МОДЕЛИ

При использовании случайных функций для количественного описания изменчивости различных геологоразведочных параметров тела или блоки полезных ископаемых в недрах уподобляются случайному полю, состоящему из большого количества элементарных участков.

Этим модель типа случайного поля отличается от геостатистической модели, которая также использует математический аппарат корреляционной теории случайных функций, но рассматривает объекты исследования не как случайные, а как геометрические поля.

В модели типа случайного поля каждый элементарный участок недр рассматривается не как единичная реализация случайной величины, а представляется состоящим из совокупности еще более мелких единиц, в сумме образующих генеральную совокупность одной случайной величины. Математические ожидания и дисперсии случайных величин элементарных участков зависят от координат пространства и могут рассматриваться как неслучайные функции.

Процесс опробования или замера геологоразведочного параметра уподобляется серии массовых испытаний, каждое из которых выявляет его частное значение в заданной точке случайного поля. Точечное значение геологоразведочного параметра, полученное по экспериментальным данным, представляет собой одну реализацию случайной величины данного случайного поля. Упорядоченный ряд точечных значений параметра, полученных путем опробования или замеров по разведочной линии, внутри данного поля, представляет собой одну из возможных реализаций случайной функции, аргументом которой является расстояние между точками наблюдений. Группа точечных значений параметра, наблюдаемых в плоскости разведочного разреза, представляет собой одну из реализаций плоскостного сечения случайного поля, а вся совокупность точечных замеров — одну из возможных его объемных реализаций.

Принципиальная особенность данной модели заключается в том, что она отражает не только специфику природной изменчивости залежей полезных ископаемых, но и методику их изучения. Поэтому модели одного и того же случайного поля могут существенно различаться в зависимости от методики и детальности проведенных геологоразведочных работ.

При редкой сети наблюдений модель случайного поля будет состоять из элементарных участков столь крупных размеров, что пространственные связи между средними значениями и дисперсиями изучаемых геологоразведочных параметров в смежных элементарных участках практически будут отсутствовать. В пределе, при очень редкой сети наблюдений, все поле проявится как один элементарный участок, и тогда его модель будет представлять собой частный случай статистической модели.

При более густой сети наблюдений размеры элементарных участков могут быть выбраны такими, что между средними значениями и дисперсиями изучаемого признака в смежных элементарных участках будут наблюдаться отчетливые корреляционные связи. В этих случаях структура случайного поля может быть геометрически представлена закономерной составляющей его изменчивости в виде системы изоповерхностей или в виде изолиний в плоскостном сечении поля, а степень «случайности» поля может быть выражена случайной величиной, рассчитанной по отклонениям значений признака в точках наблюдений от соответствующих средних.

При очень густой сети наблюдений возможен выбор элементарных участков таких размеров, что между средними значениями и дисперсиями признака в смежных элементарных участках установится практически функциональная связь. В этом случае случайное поле превратится в неслучайное, структура которого также может быть представлена системой изолиний или изоповерхностей. Нормали к этим поверхностям будут представлять собой «силовые линии», по направлению которых может быть измерен градиент данного поля, характеризующий максимальную скорость изменения признака в заданной точке. Л. И. Четвериков (1968) предлагает использовать первую производную поля по данному направлению в качестве показателя координированной изменчивости признака j , выражающего скорость его изменения в заданной точке полезного ископаемого, и вторую производную поля — в качестве показателя степени координированной изменчивости j_c , которая характеризует ускорение в изменении признака по данному направлению.

Для описания изменчивости важнейших параметров практически достаточно знать характеристики случайных функций по трем взаимно ортогональным направлениям. Поэтому применяемая модель может быть также названа моделью типа случайной функции.

Модель типа случайной функции, как и статистическая модель, основана на положениях теории вероятностей. Поэтому в конечном итоге процесс моделирования сводится к получению выборочных средних и к их оценке путем проверки статистических гипотез с помощью критериев согласия.

Использование аппарата теории стационарных случайных функций для решения геологоразведочных задач сопряжено с рядом сложностей и ограничений. Главное из них заключается в том, что случайная функция, подобно случайной величине, является ансамблем реализаций, в то время как результаты геологоразведочных работ представляют собой только одну из возможных реализаций случайной функции или случайного поля.

Оценка случайной функции по одной реализации возможна лишь в том случае, если она обладает свойствами стационарности и эргодичности. Функции, характеризующие наблюдаемую изменчивость реальных геологоразведочных параметров, часто не обладают этими свойствами. При использовании моделей типа случайных функций приходится применять ряд специальных приемов, обеспечивающих адекватность объектов моделирования и моделей или вводить в практику моделирования некоторые допущения.

Для расчета эмпирических случайных функций и их важнейших характеристик необходимо обеспечить массовость исходных эмпирических данных. Поэтому широкое применение этой модели рационально только в условиях более или менее детальных геологоразведочных работ, когда количество единичных наблюдений достаточно велико, а их плотность обеспечивает отчетливое проявление автокорреляции наблюдаемых значений.

ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ ТЕОРИИ СЛУЧАЙНЫХ ФУНКЦИЙ

Понятие случайной функции настолько шире и богаче понятия случайной величины, насколько математическое понятие переменной величины и функции шире и богаче понятия постоянной величины. Теория случайных функций — новейший раздел теории вероятностей, развившийся за три последних десятилетия.

Случайной функцией называется функция, которая в результате опыта может принять тот или иной конкретный вид, неизвестно заранее, какой именно.

Конкретный вид, принимаемый случайной функцией в результате опыта, называется ее реализацией.

В теории вероятностей рассматриваются случайные функции, аргументом которых является время.

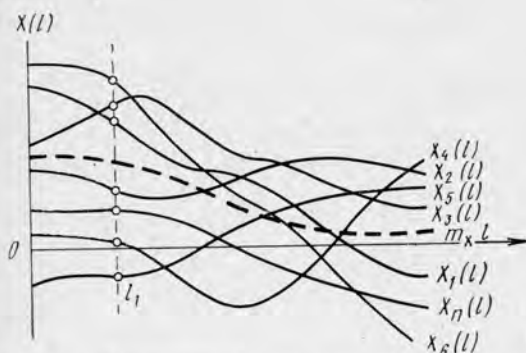


Рис. 47. Реализации и математическое ожидание случайной функции

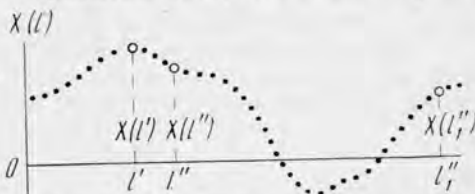


Рис. 48. Условное графическое изображение случайной функции

В практике геологоразведочных работ в качестве аргументов случайных функций изменчивости различных свойств залежей полезных ископаемых принимается не время, а расстояние между точками наблюдений. Случайная функция, аргументами которой являются пространственные координаты (x ; y ; z), называется случайным полем.

Рассмотрим случайную функцию $X(l)$, над которой проведено n независимых опытов, в результате чего получено n реализаций: $x_1(l)$; $x_2(l)$, ..., $x_n(l)$. Каждая реализация представляет собой обычную неслучайную функцию (рис. 47). Если зафиксировать некоторое значение аргумента l (например, l_1), то случайная функция $X(l)$ превратится в случайную величину. Случайная величина, соответствующая данному значению l , называется сечением случайной функции.

Характеристики случайных функций представляют собой в общем случае не числа, а функции. Основными характеристиками случайных функций являются ее математическое ожидание, дисперсия и корреляционная функция.

Математическим ожиданием случайной функции $X(l)$ называется неслучайная функция $m_X(l)$, которая при каждом значении аргумента l равна математическому ожиданию соответствующего сечения случайной функции. Математическое ожидание случайной функции есть некоторая средняя функция, около которой различным образом варьируют отдельные ее реализации.

Обычно для упрощения вычислительных операций пользуются центрированной случайной функцией, математическое ожидание которой тождественно равно нулю, т. е.:

$$\tilde{X}(l) = X(l) - m_X(l).$$

Дисперсией случайной функции $X(l)$ называется неслучайная функция $D_X(l)$, значение которой для каждого l равно дисперсии соответствующего

сечения случайной функции. Дисперсия характеризует ширину полосы разброса возможных реализаций случайной функции относительно ее среднего значения.

Математическое ожидание и дисперсия случайной функции представляют собой важнейшие ее характеристики, но они не отражают особенностей внутренних связей между отдельными сечениями случайной функции. Для этого используется корреляционная функция $K_x(l, l')$, характеризующая степень зависимости между различными сечениями случайной функции.

Корреляционная функция случайной функции. Условимся для наглядности символически изображать случайную функцию в виде точечной кривой (рис. 48).

Очевидно, что две случайные величины $X(l')$ и $X(l'')$, при близких l' и l'' связаны тесной зависимостью. Если величина $X(l')$ приняла какое-то значение, то и величина $X(l'')$ с большой вероятностью примет значение, близкое к нему. При увеличении же интервала между сечениями l' и l'' зависимость между величинами $X(l')$ и $X(l'')$ должна убывать.

Степень зависимости величины $X(l')$ и $X(l'')$ может быть охарактеризована их корреляционным моментом, который является функцией двух аргументов — l' и l'' .

$$K_x(l', l'') = M[\hat{X}(l') \hat{X}(l'')], \quad (108)$$

где

$$\hat{X}(l') = X(l') \pm m_x(l');$$

$$\hat{X}(l'') = X(l'') \pm m_x(l'').$$

Неслучайная функция двух аргументов $K(l', l'')$, которая при каждой паре значений аргументов равна корреляционному моменту соответствующих сечений случайной функции, называется ее корреляционной функцией.

В частном случае, когда оба аргумента случайной функции совпадают, т. е. $l' = l''$, корреляционная функция $K_x(l', l'')$ обращается в дисперсию случайной функции:

$$K_x(l', l'') = M\{\hat{X}(l')^2\} = D_x(l'). \quad (109)$$

Поэтому необходимость в дисперсии как в отдельной характеристике случайной функции отпадает. В качестве отдельных ее характеристик достаточно рассматривать математическое ожидание и корреляционную характеристику.

Стационарные и нестационарные функции. Многие случайные функции обнаруживают тенденцию к возрастанию или убыванию по мере изменения своих аргументов. Такие случайные функции называются нестационарными. Вероятностные характеристики нестационарных функций изменяются при сдвиге аргументов по оси l , т. е. зависят от начала отсчета (см. рис. 47). Случайные функции, реализации которых имеют вид непрерывных случайных колебаний вокруг некоторого среднего значения, называются стационарными. Характер этих колебаний не обнаруживает существенных изменений при продвижении аргументов по оси l .

Функции пространственного размещения важнейших геологоразведочных параметров в объемах отдельных залежей полезных ископаемых представляют собой нестационарные случайные функции. Это связано с тем, что важнейшие геологоразведочные параметры, как правило, обнаруживают отчетливую тенденцию к уменьшению при перемещении от центральных частей залежей к их

периферии. Если же исследовать функции пространственного распределения геологоразведочных параметров не в пределах всей залежи полезных ископаемых, а только в ограниченных объемах технологически однородных блоков, то в первом приближении они могут считаться стационарными.

По своей природе стационарные функции значительно проще, чем нестационарные, и описываются более простыми характеристиками. Поэтому для исследования и описания изменчивости геологоразведочных признаков используются основные положения и математический аппарат теории стационарных случайных функций.

Случайная функция $X(l)$ называется стационарной, если все ее вероятностные характеристики не меняются при любом сдвиге ее аргументов по оси l .

Стационарная случайная функция отличается постоянством математического ожидания:

$$m_x(l) = m_x = \text{const},$$

постоянством дисперсии:

$$D_x(l) = D_x = \text{const},$$

зависимостью ее корреляционной функции не от двух аргументов, а только от промежутка r между первым и вторым аргументами:

$$K_x(l', l' + r) = K_x(r).$$

Следовательно, корреляционная функция стационарной случайной функции представляет собой функцию не двух, а одного аргумента, что сильно упрощает математические операции над ними.

Для использования математического аппарата теории стационарных случайных функций достаточно, чтобы функция удовлетворяла только третьему из перечисленных условий. Действительно, первое условие не является существенным, так как от случайной функции $X(r)$ всегда можно перейти к центрированной случайной функции $X(r)$, а второе условие является частным случаем третьего, так как, если положить $l + r = l'$ (т. е. $r = 0$), то

$$D_x(l) = K_x(l', l') = K_x(0) = \text{const}.$$

Корреляционная функция стационарной случайной функции есть четная функция своего аргумента. Поэтому ее обычно определяют только для положительных значений аргумента.

Корреляционная функция выражается через корреляционный момент соответствующих сечений случайной функции и характеризует степень связи между ними в зависимости от значений аргумента. В общем виде она может быть выражена формулой

$$K_x(r) = \frac{1}{L-r} \int_0^{L-r} [f(x) - m_x][f(x+r) - m_x] dx, \quad (110)$$

где L — длина исследуемого профиля (участка);

r — расстояние между точками наблюдения, выраженное числом интервалов между ними;

$f(x)$ — переменная величина (например, значения содержаний металла в пробах в ряду, который начинается значением x и заканчивается значением $x_n - r$);

$f(x+r)$ — переменная величина (например, значение содержаний металла в пробах в ряду, который начинается значением $x+r$ и заканчивается значением x_n);

m_x — среднее значение переменной величины $f(x)$ в интервале от 0 до L .

С помощью корреляционной функции определяется степень плавности или скачкообразности изменений признака, устанавливаются расстояния, на которых сохраняются зависимости его значений, а также сила их связи на любых расстояниях между точками наблюдений. Сила связи оценивается величиной самой функции (вертикальная ось диаграммы), а расстояние, на котором сохраняется взаимозависимость значений признака, называется пределом корреляции K .

Из формулы (110) очевидно, что максимального значения корреляционная функция достигает при $r=0$, когда она обращается в дисперсию случайной

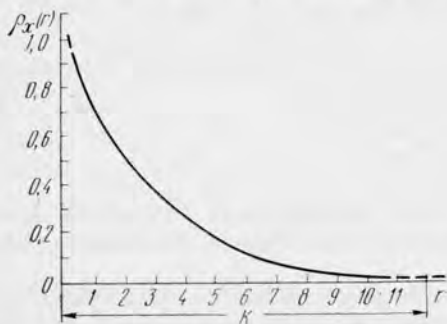


Рис. 49. Графическое изображение нормированной корреляционной функции, стационарной случайной функции

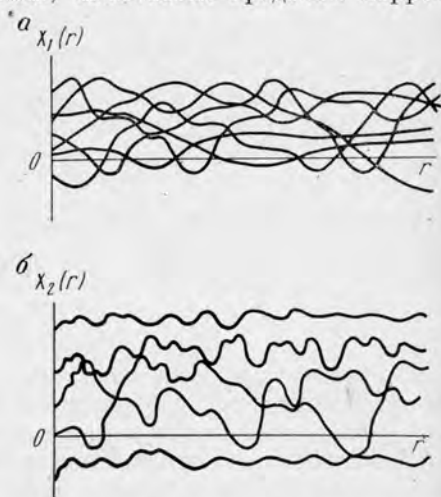


Рис. 50. Стационарные функции: а — обладающие эргодическим свойством; б — не обладающие эргодическим свойством

функции. По мере увеличения r корреляционная функция обнаруживает тенденцию к убыванию. В пределе, при $r \rightarrow \infty$ значение $K_x(r)$ стремится к нулю или к некоторой положительной величине, которая может рассматриваться как случайная составляющая изменчивости изучаемого признака.

Если нормировать корреляционную функцию до дисперсии, то функция

$$\rho_x(r) = \frac{K_x(r)}{D} \quad (111)$$

будет представлять собой коэффициент корреляции между сечениями случайной функции, разделенными интервалами r (рис. 49). Очевидно, что $\rho_x(0)$ равно единице.

Эргодические и неэргодические функции. Если одна реализация стационарной случайной функции на достаточно большом интервале оказывается эквивалентной большому числу ее реализаций на ограниченных интервалах, считается, что функция обладает эргодическим свойством. В этом случае ее среднее значение на достаточно большом участке приближенно равно среднему по множеству наблюдений.

Рассмотрим для примера две стационарные случайные функции $X_1(r)$ и $X_2(r)$, представленные совокупностью своих реализаций (рис. 50).

Каждая реализация случайной функции $X(r)$ обладает примерно одинаковыми характерными признаками: средним значением и средней амплитудой колебаний. Если выбрать любую из реализаций и мысленно продлить ее на достаточно большое расстояние по оси r , то осредненные значения этой единственной реализации позволяют рассчитать основные характеристики случайной функции. Если же произвольно выбрать одну из реализаций стационарной случайной функции $X_2(r)$, продлить ее мысленно на любое расстояние по оси и вычислить по ней средние характеристики, то они будут существенно отличаться от средних характеристик, полученных по совокупности всех реализаций функции.

Очевидно, что функция $X_1(r)$ относится к классу эргодических, а функция $X_2(r)$ — к классу неэргодических стационарных случайных функций. Причиной неэргодичности случайных функций является внутренняя неоднородность, позволяющая разложить ее на более элементарные случайные функции, каждая из которых может быть описана с помощью своих индивидуальных характеристик.

Для описания пространственного размещения геологоразведочных параметров важное значение имеет частный случай, — когда неэргодичность стационарных случайных функций обусловлена наличием в ее составе слагаемого в виде обычной случайной величины. Такая случайная функция имеет вид

$$Z(r) = X(r) + Y, \quad (112)$$

где $X(r)$ — эргодическая стационарная случайная функция с характеристиками m_x и $K_x(r)$;

Y — случайная величина с характеристикой m_y и D_y .

Согласно правилам сложения случайных функций, характеристики функций $Z(r)$ будут:

$$m_z = m_x + m_y,$$

$$K_z(r) = K_x(r) + D_y.$$

Функция $Z(r)$ не будет обладать эргодическим свойством, так как каждая ее реализация отличается от других на величину, определяемую значением случайной величины Y (рис. 51).

Об эргодичности или неэргодичности случайной функции можно судить по виду ее корреляционной функции. В то время как корреляционная функция эргодической случайной функции $K_x(r)$ стремится к нулю при $r \rightarrow \infty$, корреляционная функция неэргодической случайной функции $K_z(r)$ при $r \rightarrow \infty$ приближается к постоянному значению D_y (рис. 52). Это свойство корреляционной функции может быть использовано для определения величины случайной составляющей изменчивости признака.

Структурная функция стационарной случайной функции. Еще одной характеристикой стационарной случайной функции, весьма удобной для практических расчетов, является ее структурная функция, основанная на вычислении средних квадратов разностей значений

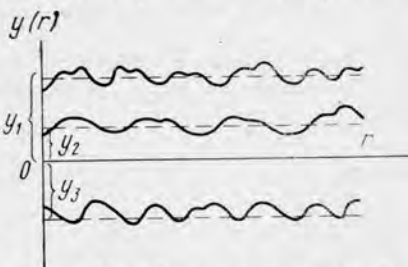


Рис. 51. Определение случайной величины y для функции, не обладающей эргодическим свойством

признака в точках, отстающих друг от друга на расстоянии r . Она определяется выражением

$$\gamma_x(r) = \frac{1}{L-r} \int_0^{L-r} L [f(x+r) - f(x)]^2 dx. \quad (413)$$

Графическое выражение структурной функции показано на рис. 53. Между структурной и корреляционной функциями существует почти строгая зависимость при r , заведомо меньшем, чем L :

$$\gamma_x(r) = 2[K_x(0) - K_x(r)]. \quad (414)$$

Структурная функция в отличие от корреляционной имеет тенденцию к возрастанию по мере увеличения r . Функция возрастает до предела, которым

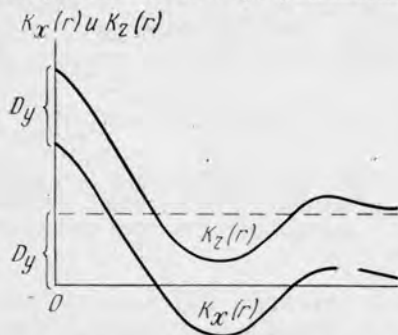


Рис. 52. Корреляционная функция неэргодической случайной функции

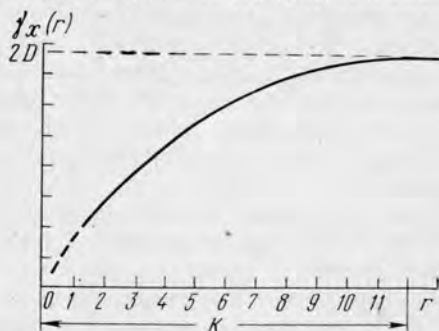


Рис. 53. Графическое изображение структурной функции стационарной случайной функции

определяется максимальный уровень изменчивости признака. Этот уровень достигается при исчезновении корреляции между двумя сечениями структурной функции и равен двойному значению дисперсии случайной функции ($2D$).

При расчетах эмпирических, корреляционных и структурных функций знаки интегралов заменяются знаками суммы, поскольку в вычислениях участвуют дискретные, а не непрерывные величины.

ВОЗМОЖНОСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АППАРАТА СТАЦИОНАРНЫХ СЛУЧАЙНЫХ ФУНКЦИЙ ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ ГЕОЛОГОРАЗВЕДОЧНЫХ ПАРАМЕТРОВ

Для описания изменчивости геологоразведочных параметров могут быть использованы обе характеристики стационарных случайных функций — их корреляционные и структурные функции.

В отличие от всех предлагавшихся ранее показателей изменчивости ору- денения эти характеристики обладают значительно большей информативностью. С их помощью могут быть выражены основные особенности пространственной изменчивости изучаемого признака и общий уровень колебаний его значений, установлены предельные расстояния между соседними точками наблюдений, начиная с которых значения изучаемых признаков можно считать практически независимыми, а также определены соотношения и уровни случайной и неслучайной составляющих изменчивости в зависимости от густоты разведочной сети и геометрии проб.

Поля изменчивости природных скоплений полезных ископаемых не обладают свойством стационарности и проявляют, как правило, отчетливую анизотропию внутреннего строения, что вынуждает проводить описание изменчивости раздельно по каждому из типичных направлений. В свою очередь, по любому из этих направлений стационарность характеристик изменчивости нарушается случайными периодическими колебаниями высоких порядков и общей тенденцией к уменьшению значений признака в краевых частях объектов.

При малом числе локальных колебаний (особенно если они обладают сходными длинами и амплитудами) в ряду наблюдаемых значений геологоразведочного параметра возникает более или менее отчетливая периодичность. Она осложняет вид корреляционной и структурной функций, так как в их обликах также проявляются периодические составляющие.

Проявление периодических составляющих в эмпирических корреляционных и структурных функциях геологоразведочных параметров указывает на нестационарность случайных функций по отдельным линиям наблюдений. Эмпирические характеристики такого рода отличаются тем, что с увеличением r они не проявляют асимптотического приближения к горизонтальной оси, а совершают колебания, близкие к периодическим. На рис. 54 приведены корреляционная и структурная функции изменчивости линейного запаса редкометального месторождения, локализованного в крутопадающей зоне катаклаза и гидротермального изменения древних кристаллических пород. Обе функции составлены по данным опробования штрека с расстояниями между соседними пробами 5 м при мощности рудной зоны 1,5–4,5 м. Отдельные рудные столбы, разделенные участками некондиционных руд, прослеживаются по простиранию зоны в среднем на 150–200 м при средней длине участков некондиционного оруденения около 100–150 м. Пространственное размещение частных значений метропроцентов, вычисленных по данным рядового опробования на одном из участков штрека, показано на рис. 55. Эмпирические корреляционная и структурная функции метропроцентов вычислены с использованием результатов опробования по всей длине штрека. В их облике отчетливо отражается влияние периодических составляющих изменчивости. Обращает на себя внимание, что длина периода колебаний корреляционной функции примерно соответствует средней длине периода колебаний значений метропроцента, а длина периода колебаний структурной функции — их удвоенной средней длине. В соответствии с этим ордината, соответствующая двойному значению дисперсии $2D$, вычисленному обычным статистическим способом, располагается не в верхней части графика структурной функции, а ниже — на том значении $\gamma_x(r)$, которым определяется интервал положительной корреляции признака.

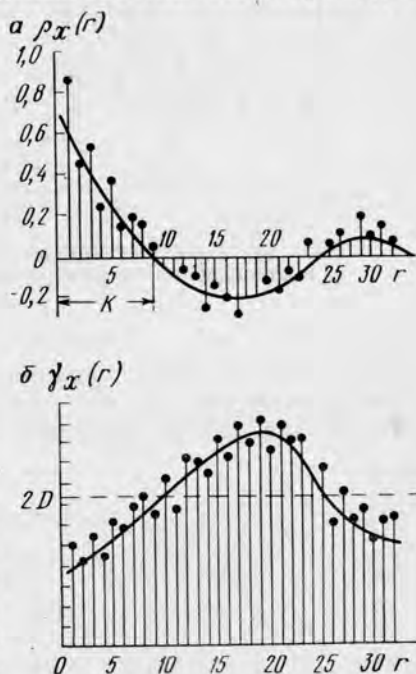


Рис. 54. Корреляционная (а) и структурная (б) функции линейного запаса редкометального месторождения, вычисленные по результатам опробования штрека

При отсутствии генеральной пространственной изменчивости признака в пределах длинных профилей наблюдений, когда число локальных колебаний признака велико, а различия в их амплитудах и фазах достаточно отчетливы, случайные периодические колебания взаимно сглаживаются. Корреля-

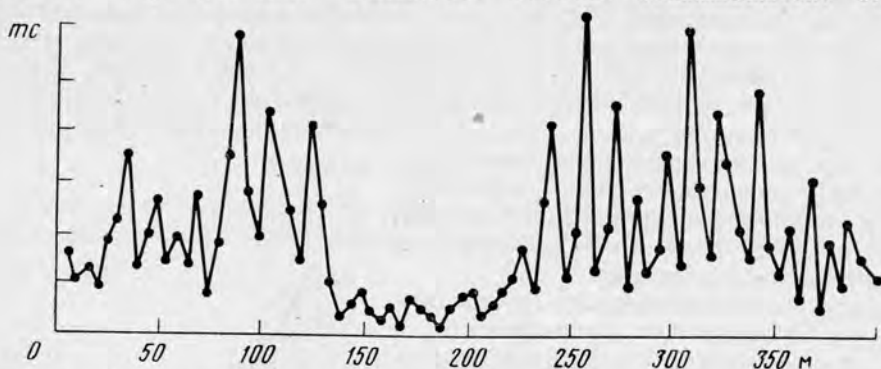


Рис. 55. Пространственная изменчивость значений линейных запасов в жилородной залежи редкометального месторождения по данным опробования штрека

ционные и структурные функции таких условно стационарных полей выходят на асимптоту. В этих случаях группы локальных колебаний могут рассматриваться как флуктуации, осложняющие некоторый средний уровень изменений изучаемого параметра, а функции изменчивости признака — как условно стационарные.

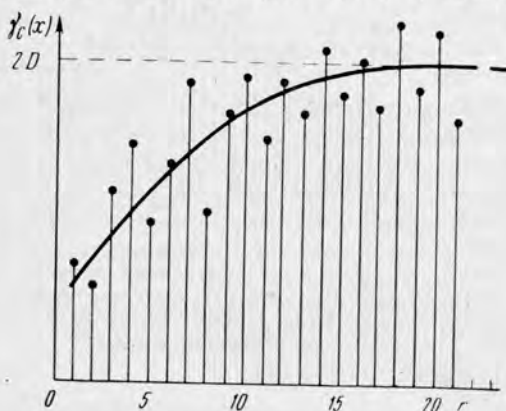


Рис. 56. График эмпирической структурной функции содержания металла по участку штокверково-вкрапленного оруденения

Примером эмпирической характеристики, полученной по одной реализации условно стационарной случайной функции, может служить структурная функция, вычисленная для содержания металла по кварцшлагу, вскрывающему прожилково-вкрапленное оруденение штокверкового типа (рис. 56). Кварцшлаг длиной более 200 м опробован сплошной бороздой по интервалам длиной 5 м. По данным бороздового опробования в пределах всего отрезка наблюдения выделяется несколько локальных колебаний, характеризующих изменения содержания металла в участ-

тках развития мелких самостоятельных морфологических образований в виде групп прожилков или рудных скоплений на фоне более убогого вкрапленного оруденения. На всем протяжении отрезка среднее содержание металла не испытывает отчетливых тенденций к изменению и может считаться условно постоянным. Структурная функция содержания металла по интервальным бороздовым пробам длиной 5 м имеет облик, близкий к теоретическому. При значениях r от 16 и более она асимптотически приближается

к горизонтали, а при $r \rightarrow 0$ значение функции не стремится к нулю, что обусловлено влиянием прерывистости оруденения.

Если количество случайных периодических колебаний в пределах наблюдаемого профиля невелико, выходящая на асимптоту характеристика случайной функции может быть получена путем осреднения нескольких реализаций по смежным профилям. При этом, чем резче будет выражена независимость длин и амплитуд соседних локальных колебаний и чем большее количество реализаций будет участвовать в осреднении, тем полнее будет выполнение требования условной однородности. На рис. 57 приведена осредненная структурная функция содержаний металла, вычисленная по данным опробования 12 ортов, пройденных на одном горизонте и опробованных сплошной бороздой с длиной секции 0,5 м. Крутопадающая залежь, представленная рудами прожилково-вкрапленного типа, достигает по простиранию нескольких сотен метров,

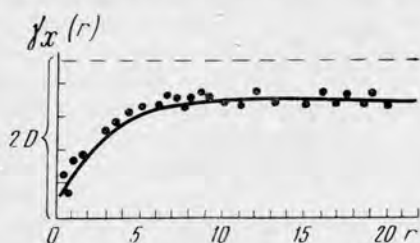


Рис. 57. График осредненной структурной функции содержаний металла по данным опробования 12 ортов (прожилково-вкрапленный тип оруденения)

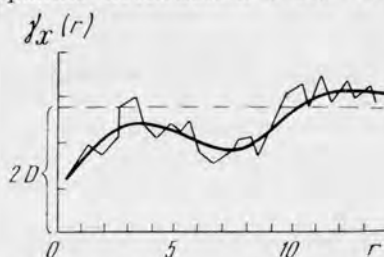


Рис. 58. График эмпирической структурной функции содержаний металла по одному из ортов

а мощность ее изменяется от 15—20 м на флангах до 50—60 м в ее центральной части. Точки осредненной эмпирической вариограммы определены как центры распределения соответствующих значений частных вариограмм по каждому из 12 ортов, участвующих в осреднении. На рис. 58 приведена частная вариограмма по одному из ортов.

Выходящие на асимптоту эмпирические структурные функции, составленные по одному профилю наблюдений путем статистического осреднения нескольких реализаций, различаются между собой по максимальному уровню изменчивости изучаемого признака. В эмпирической структурной функции, полученной по одной реализации, этот уровень достигается при исчезновении корреляции между двумя ее сечениями и равен двойному значению дисперсии изучаемого признака ($2D$).

Максимальный уровень изменчивости структурных функций, осредненных описанным выше способом по нескольким реализациям, всегда меньше двойного значения дисперсии изучаемого признака, вычисленного по всей совокупности использованных статистических данных. Отсюда следует, что структурная функция, осредненная по нескольким реализациям, характеризует изменчивость признака по данному направлению «в среднем», а значением $2D$ определяется максимальный уровень его изменчивости.

Вид структурных и корреляционных функций, а также характеристики изменчивости изучаемых признаков различны для одного и того же рудного образования и зависят от того, какой уровень в его строении они отражают. В зависимости от выбранного уровня изучения изменчивости оруденения одни и те же периодические колебания характеристик могут рассматриваться как

отражение пространственных закономерностей в размещении признака или как флюктуации, осложняющие их средние значения. На рис. 59 приведены две нормированные корреляционные функции значений линейных запасов крупной жилородной рудной залежи. Первая из них вычислена по данным опробования редкой сети ортов (через 50 м), вторая — по более густой сети разведочных выработок — через 12,5 м друг от друга. Редкая сеть ортов обеспечивает получение исходных данных для характеристики изменчивости линейных запасов на уровне строения рудной залежи в целом. На этом уровне взаимосвязь между значениями линейных запасов проявляется в ортах, отстоящих друг от друга на расстоянии до 300 м (6—7 r). Заметные отклонения отдельных значений корреляционной функции от результирующей кривой рис. 59, а должны рассматриваться в данном случае как флюктуации, обусловлен-

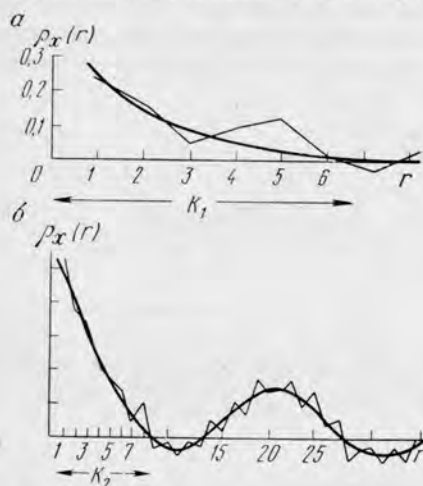


Рис. 59. Изменение характеристик эмпирических корреляционных функций от наблюдаемого уровня изменчивости рудной залежи а — при $r = 50$; б — при $r = 12,5$ м

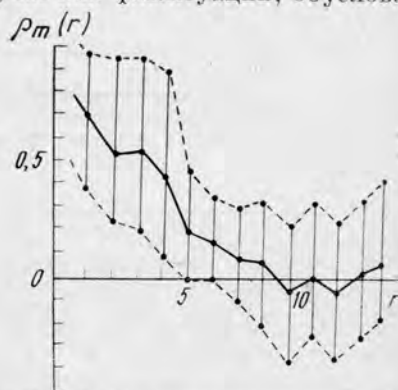


Рис. 60. График корреляционной функции мощности скарновой залежи при $r = 10$ м. Доверительные границы построены для уровня значимости 0,05

ные проявлениями изменчивости изучаемого параметра на более высоких уровнях строения рудной залежи. Результирующая кривая рис. 59, б свидетельствует о более тесной корреляционной связи между значениями линейных запасов на расстояниях, измеряемых десятками метров; предельное расстояние корреляции линейных запасов на уровне строения морфологически обособленных участков залежи ограничивается первой сотней метров (8—9 r), а флюктуации значений корреляционной функции от результирующей кривой значительно меньше, чем в первом случае.

При рассмотрении структурных функций, изображенных на рис. 56—58, обращает на себя внимание, что даже при весьма малых расстояниях между точками наблюдений (при $r \rightarrow 0$) их значения стремятся не к нулю, а к какой-то определенной положительной величине. Если пренебречь случайными погрешностями опробования и анализов проб (величины которых не должны превышать установленных малых пределов), то можно использовать значения структурных функций в окрестности нуля как характеристики степени прерывистости оруденения на изучаемом уровне строения рудного образования.

Таким образом, корреляционные и структурные функции геологоразведочных параметров могут служить объективными количественными характеристи-

ками изменчивости природных рудных образований на различных уровнях их строения. Для этого может быть использована как та, так и другая характеристика, поскольку с теоретических позиций обе они содержат одинаковую информацию об изменчивости признака и о соотношениях обеих ее составляющих. В каждом конкретном случае выбирается та характеристика, которая наиболее отчетливо выражает исследуемое свойство геологоразведочного параметра.

Структурные функции наиболее отчетливо характеризуют общий размах вариаций изучаемого признака, скорость и интенсивность его изменений, а также степень прерывистости оруденения в зависимости от геометрии проб и расстояний между точками наблюдений.

Корреляционные функции отчетливее выражают силу связи между смежными значениями признака при различной густоте разведочной сети и позволяют установить предельное расстояние, на которое эти связи распространяются.

При использовании характеристик стационарных случайных функций для описания изменчивости геологоразведочных параметров необходимо учитывать функции их статистических распределений. В частности, расчеты эмпирических корреляционных и структурных функций изменчивости содержаний, линейных запасов и других геологоразведочных параметров, не противоречащих логнормальному закону распределения, лучше проводить для логарифмов их значений, что обеспечивает более строгую вероятностную оценку получаемых результатов.

Для оценки статистической значимости эмпирических кривых могут быть проведены доверительные границы их значений по каждому сечению функции. Уровни значимости при этом выбираются по соображениям практической необходимости. Доверительные границы способствуют проведению оптимальных результирующих кривых, а доверительные коридоры позволяют определять пределы практически значимых интервалов корреляции, дисперсий и других характеристик. Для примера на рис. 60 приводится график корреляционной функции мощности скарновой залежи с доверительными границами, рассчитанными для уровня значимости 0,05.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК СЛУЧАЙНЫХ ФУНКЦИЙ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ГЕОЛОГОРАЗВЕДОЧНЫХ ЗАДАЧ

С помощью аппарата стационарных случайных функций возможно исследование неоднородности внутреннего строения природных скоплений полезных ископаемых и количественное описание наблюдаемой изменчивости их важнейших свойств с выделением элементов неоднородности различных порядков в зависимости от геометрии проб и разведочной сети.

Основная сложность практического применения этой модели заключается в том, что наблюдаемые ансамбли экспериментальных значений геологоразведочных параметров представляют собой реализации нестационарных случайных функций. При исследовании неоднородности внутреннего строения природных скоплений полезных ископаемых это обстоятельство не существенно. Более того, представления о внутреннем строении полезных ископаемых и о количестве выявляемых структурных уровней основываются на изучении и анализе признаков нестационарности эмпирических характеристик и, в частности, на изучении характера периодических составляющих различных длин и амплитуд. Для количественного описания наблюдаемой изменчивости геологоразведочных параметров должны использоваться обобщенные, условно стационарные характеристики случайных функций, полученные по отдельным реализациям

нестационарных случайных функций путем осреднения частных эмпирических характеристик.

Первая задача количественной характеристики наблюдаемой изменчивости оруденения сводится к выявлению связей между смежными значениями геологоразведочных параметров и к установлению предельных расстояний, на которые эти связи распространяются по различным направлениям при заданной густоте разведочной сети. Выявление предельных расстояний корреляции изучаемых параметров необходимо для обоснования способов количественной обработки результатов геологоразведочных работ, так как только в пределах интервала корреляции правомерна интерполяция и экстраполяция разведочных данных. Некоррелированные значения геологоразведочных параметров должны рассматриваться как совокупность случайных, независимых величин и подлежат обработке обычными статистическими методами.

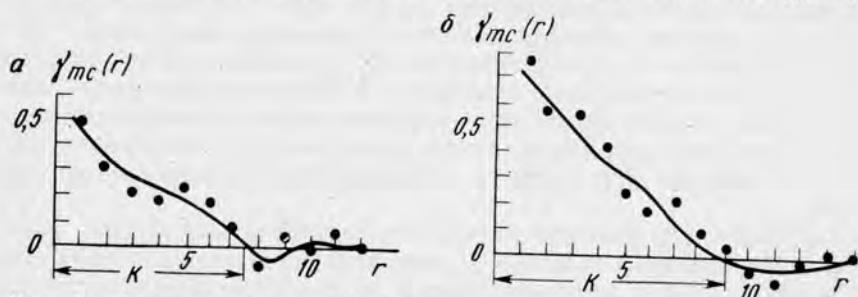


Рис. 61. Графики осредненных корреляционных функций метропроцентов металла залежи штокверкового строения (по сквозным пробам): а — по простиранию ($r = 10$ м); б — по падению ($r = 15$ м). Показатели изменчивости:

$$I_{\text{пр}} = \frac{1}{k} = \frac{1}{75}; \quad I_{\text{пад}} = \frac{1}{k} = \frac{1}{135}. \quad \text{Коэффициент анизотропии } A = \frac{I_{\text{пр}}}{I_{\text{пад}}} = 1,8$$

По виду характеристики случайной функции можно судить о степени разведанности полезного ископаемого на данном уровне его внутреннего строения. Особенно отчетливо это устанавливается по корреляционным функциям, поскольку величина первого корреляционного коэффициента приближается к единице по мере увеличения степени разведанности залежи.

Корреляционные функции, вычисленные по взаимно ортогональным разведочным линиям могут служить основой для расчета показателей анизотропии изучаемого свойства полезного ископаемого. Для этого используются отношения линейных значений пределов корреляции, установленные для корреляционных функций изучаемого свойства по направлениям осей анизотропии. В зависимости от детальности наблюдений и геометрии проб полученные показатели анизотропии будут характеризовать изменчивость свойств на различных уровнях строения полезного ископаемого в недрах. Поэтому для обеспечения достоверных данных необходимо, чтобы расстояния между точками наблюдений по каждому из направлений были бы заведомо меньше соответствующих размеров тех элементов неоднородности, совокупность которых определяет изучаемый уровень строения.

В практике геологоразведочных работ моделирование анизотропии свойств полезных ископаемых сводится к решению двумерной задачи, в плоскости, перпендикулярной к направлению мощности рудной залежи. На рис. 61 приведены графики осредненных корреляционных функций линейных запасов метропроцентов металла для разведочных пересечений, ориентированных по па-

дению и простиранию участка залежи штокверкового строения, разведанного по сети 10—15 м. Принимая величину $\frac{1}{k}$ за показатель, характеризующий скорость изменения изучаемого свойства по данному направлению, можно рассчитать показатель его анизотропии как отношение показателей изменчивости свойства по направлениям падения и простирания залежи. В приведенном примере показатели изменчивости равны по простиранию $I_{пр} = \frac{1}{7,5} r$; по

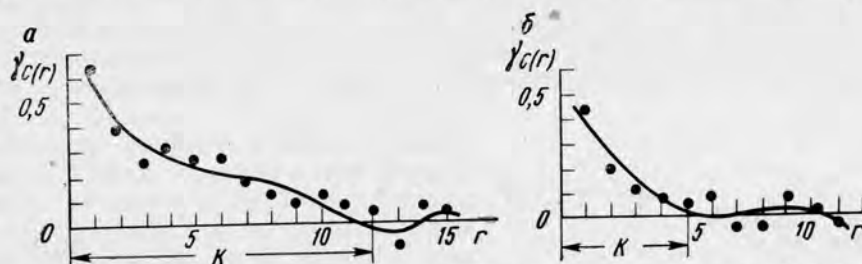


Рис. 62. Графики осредненных корреляционных функций содержаний трехокси вольфрама мощной скарновой залежи по пробам длиной 3 м: а — по падению ($r = 12$ м); б — по мощности ($r = 3$ м). Показатели изменчивости

$$I_{\text{мощн}} = \frac{1}{15}; \quad I_{\text{пад}} = \frac{1}{144}. \quad \text{Коэффициент анизотропии } A = \frac{I_{\text{мощн}}}{I_{\text{пад}}} = 9,6$$

падению $I_{\text{пад}} = \frac{1}{9} r$. С учетом того, что величина r составляет по простиранию 10 м, а по падению 15 м, коэффициент анизотропии линейного запаса металла в плоскости залежи составит:

$$A = \frac{I_{\text{пр}}}{I_{\text{пад}}} = \frac{1}{75} : \frac{1}{135} = 1,8.$$

Величина коэффициента анизотропии линейного запаса в плоскости разведочной сети может быть использована в качестве критерия оптимальности выбранной геометрии ее ячейки. Так, при разведке данного месторождения длинная сторона ячейки разведочной сети должна располагаться по направлению падения залежи и быть длиннее другой стороны в 1,8 раза. С помощью осредненных корреляционных функций могут быть рассчитаны коэффициенты анизотропии свойств полезных ископаемых и на более высоких уровнях их строения, необходимые для расчетов наблюдаемой изменчивости геологоразведочных параметров в зависимости от принимаемой геометрии проб. Для этого используются данные опробования по всем трем осям анизотропии, по пробам ограниченных размеров и при обязательном условии, что геометрия проб по всем осям анизотропии будет одинаковой.

В качестве примера такого расчета на рис. 62 приводятся графики осредненных корреляционных функций содержаний трехокси вольфрама по падению и по мощности скарновой залежи. Для построения корреляционных функций по мощности залежи использовались результаты сплошного опробования секциями длиной 3 м. По двум другим направлениям в каждом разведочном пересечении выбиралась только одна трехметровая проба с таким расчетом, чтобы все пробы располагались в одной продольной плоскости залежи. Как видно из приведенного примера, коэффициент анизотропии по направлению

мощности и по падению залежи достигает почти 10. График корреляционной функции содержаний по простираанию залежи не приводится, поскольку он мало отличается от графика по ее падению.

По структурной или корреляционной функции могут быть также установлены значения дисперсий случайной и неслучайной составляющих наблюдаемой изменчивости на изучаемом уровне строения разведваемого объекта, знание которых необходимо для оценки погрешностей средних значений геологоразведочных параметров. Рассмотрим структурную функцию изменчивости содержаний металла, составленную по данным сплошного бороздового опробования горизонтальной горной выработки, вскрывающей рудное месторождение штокервкового типа (рис. 63). Из рисунка очевидно, что площадь между резу-

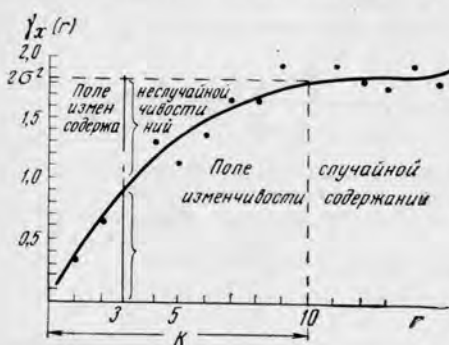


Рис. 63. График структурной функции с выделением полей случайной и неслучайной составляющих изменчивости изучаемого признака

тирующей кривой и осью абсцисс характеризует поле случайной изменчивости содержаний, а площадь между результирующей кривой, осью координат и линией максимального уровня изменчивости ($2\sigma^2$) характеризует поле неслучайной изменчивости. Таким образом, можно для любого значения r установить величины и соотношения обеих составляющих изменчивости. Например, при r от 10 и более проявляется только случайная составляющая изменчивости, значение которой достигает максимальной величины и определяется двойным значением общей дисперсии содержаний, равным $2D = 1,75$.

С уменьшением r доля случайной составляющей постепенно уменьшается за счет соответствующего увеличения доли неслучайной составляющей. При $r = 3$ она составляет примерно 50% общей изменчивости, а при меньших значениях r доминирующее влияние приобретает неслучайная ее составляющая. Характеристика неслучайной составляющей изменчивости может быть использована как основа для расчета и обоснования густоты разведочной сети, а также для определения наиболее вероятных погрешностей аналогий, возникающих при распределении данных опробованных сечений на прилегающие к ним объемы недр. Значение характеристики случайной изменчивости необходимо для вычисления достоверности и вероятности оценок средних подсчетных параметров в зависимости от количества разведочных пересечений при заданной густоте разведочной сети. Кроме того, значения дисперсий случайной составляющей изменчивости могут быть использованы для расчета сечений изолиний при геометризации изучаемого признака по результатам геологоразведочных работ.

Сравнение нескольких характеристик случайных функций, составленных для одного и того же профиля по результатам испытаний проб различных объемов, размеров или ориентировки, обеспечивает получение количественных показателей, характеризующих изменчивость изучаемого признака в зависимости от геометрии проб. Необходимость в таких показателях возникает при сравнении результатов нескольких способов опробования, что особенно важно при проведении операций по контролю одного способа опробования другим.

Типизированные графики характеристик случайных функций важнейших геологоразведочных параметров, составленные по обобщенным экспериментальным данным, могут служить эталонами и основой для классификации промышленных типов месторождений важнейших видов минерального сырья. В частности, значения структурных функций содержаний полезных компонентов при $r \rightarrow 0$ могут характеризовать степень прерывистости оруденения на уровне строения, сопоставимом с масштабом наблюдений и размерами проб.

Характеристики стационарных случайных функций, кроме того, могут использоваться для оптимального интерполирования значений параметров в промежуточных интервалах между точками наблюдений, для выбора оптимальной геометрии проб и для решения ряда других геологоразведочных задач.

Глава IX

МОДЕЛИРОВАНИЕ СВОЙСТВ ПОЛЕЗНЫХ ИСКОПАЕМЫХ С ПОМОЩЬЮ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АППАРАТА ГАРМОНИЧЕСКОГО АНАЛИЗА (МОДЕЛЬ ТИПА СЛУЧАЙНОЙ ПОЛИГАРМОНИЧЕСКОЙ ФУНКЦИИ)

КРАТКИЕ ИСТОРИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Второничники использования различных математических моделей обращали внимание на сложность внутреннего строения природных скоплений полезных ископаемых и на существование геологических неоднородностей различного порядка, обуславливающих периодический характер изменчивости их свойств. Еще в 1940 г. В. Соловьев обращал внимание на необходимость учета трех типов пространственной изменчивости рудных залежей: закономерно направленной изменчивости, определяющей зональность месторождения, изменчивости, обусловленной влиянием местных структур типа столбообразного распределения залежей, и мелких закономерных колебаний с размахом не более одного-двух метров. Четыре типа изменчивости рудных тел были выделены в свое время А. Зенковым (1955). На наличие основных и вторичных форм залежей обращено внимание в работах Е. И. Попова, З. Д. Низгурецкого и других исследователей. Периодические колебания различных порядков часто наблюдаются на графиках корреляционных и структурных функций геологоразведочных параметров, что подтверждает справедливость представлений о внутреннем строении полезных ископаемых как об иерархии ряда последовательных структурных уровней, но осложняет использование модели стационарных случайных функций для описания эмпирических рядов наблюдений, не обладающих свойствами стационарности.

На принципиальную возможность описания неслучайной изменчивости геологоразведочных параметров с помощью периодической функции впервые обратил внимание П. Л. Качистов (1956). В качестве математической модели неслучайной изменчивости признака им была предложена сумма синусоид с фиксированными амплитудами и периодами колебаний, которая выводилась графическим путем с помощью сглаживания ряда исходных наблюдений по способу «скользящего окна». Эта модель использовалась для описания изменчивости генетически однородных геологических неоднородностей достаточно крупного масштаба (например, систем локальных раздувов и пережимов рудо-

носных жил или зон), когда размеры элементов неоднородности не отличаются от размеров исследуемого объекта более чем на один порядок, а амплитуды и периоды их колебаний характеризуются относительным постоянством. Методика П. Л. Каллистова вызвала ряд критических возражений, но все они касались не существа модели, а ставили под сомнение правомерность использования способа сглаживания исходных данных для расчета числовых характеристик: амплитуд, периодов колебаний и дисперсий случайной составляющей изменчивости. Кроме рассмотренных ранее недостатков способа сглаживания (см. главу V) указывалось также, что в процессе сглаживания любого ряда по способу скользящего среднего в него всегда вносится некоторая ложная зависимость между смежными значениями, позволяющая получить определенную закономерную составляющую даже для ряда табличных значений случайных чисел (Гуськов, Шумилин, 1968), а характер изменения коэффициента вариации, вычисляемого от сглаженной кривой, зависит не только от свойств исследуемого ряда, но и от самого метода сглаживания и, следовательно, не может быть использован для определения числа необходимых сглаживаний. Таким образом, основным недостатком модели П. Каллистова явилась не порочность самой идеи, а некорректность отдельных математических операций разработанной им методики.

Попытка учета периодичности наблюдаемой изменчивости была предпринята Ж. Матероном (1968), который предложил использовать методы геостатистики — «сферическую схему» или теорию транзитивных представлений. Однако возможности геостатистики оказались весьма ограниченными, поскольку сферическая схема не может быть использована для описания изменчивости крупных элементов неоднородности, а также элементов неоднородности, обладающих более или менее постоянными размерами. Кроме того, сферическая схема не позволяет получить числовые характеристики изменчивости одновременно для нескольких «явлений перехода», которые могут быть установлены по имеющейся сети наблюдений, а предусматривает предварительное разделение вариограммы на элементы, связанные с явлениями перехода различного порядка.

С помощью же теории транзитивных представлений не может быть решена задача, связанная с оценкой поля переменной по ограниченному разведанному участку (см. главу VII).

Таким образом, если модель П. Л. Каллистова, отражая основные свойства реальных геологических объектов, грешит математической нестрогостью метода получения числовых характеристик, то схемы Ж. Матерона, являясь безупречными в математическом отношении, часто оказываются не адекватными рассматриваемому типу изменчивости.

Модель П. Л. Каллистова по существу сводится к тому, что наблюдаемая изменчивость признака рассматривается как реализация случайной функции вида

$$F(x) = S(x) + n(x),$$

где первый член — неслучайная полигармоническая функция с конечным количеством гармоник, а второй — случайная величина. При этом $S(x)$ соответствует неслучайной, а $n(x)$ случайной составляющей изменчивости изучаемого признака. Количественное описание изменчивости заключается в разделении ее на две составляющие и в определении амплитуд и гармоник неслучайной составляющей, что представляет собой широко распространенную в технике задачу выявления скрытых периодичностей на фоне случайных колебаний.

К настоящему времени разработано большое количество математических методов выявления скрытых периодичностей, основанных на использовании различного вида преобразований исходных эмпирических данных. Первые работы в этой области относятся к концу 18-го столетия и принадлежат Ж. Лагранжу. Позже были разработаны разнообразные методы линейных селективных преобразований исходных рядов наблюдений: метод усреднения ординат через пробный период, селективные преобразования Брукса, схема Бюй-Балло и ряд методов, основанных на демодуляции наблюдаемых колебаний. Методы линейных преобразований весьма просты и обеспечивают достаточно точное определение периодов гармонических колебаний. Однако они требуют довольно длительных вычислений, не позволяют надежно оценить величины амплитуд и поэтому неудобны для моделирования геологоразведочных объектов.

Для геолого-математического моделирования более пригодными оказались методы нелинейных селективных преобразований эмпирических данных. Среди них в технических приложениях (в частности, в радиотехнике) наиболее широко используется корреляционное преобразование, основанное на селективных свойствах корреляционной функции. Корреляционное преобразование реализации полигармонической случайной функции, за которую принимается исходный ряд наблюдений, представляет собой ее корреляционную функцию, по которой может быть рассчитан спектр амплитуд. Спектральное разложение корреляционной функции достигается с помощью преобразования Фурье и является дополнительной характеристикой полигармонической случайной функции, описывающей ее частотный состав. Предложения об использовании спектрального разложения при описании изменчивости свойств геологических объектов впервые рассматриваются в работах А. Б. Вистелиуса и А. М. Марголина.

На примере разведки нефтяного месторождения А. М. Марголиным показано, что оценки спектральной плотности дисперсий пространственно коррелированных вариаций запасов и содержаний нефти по скважинам могут быть использованы в качестве характеристик изменчивости этих параметров по разведочному разрезу. По его мнению, использование спектральной плотности дисперсии обеспечивает максимальную наглядность количественных характеристик изменчивости, так как она непосредственно указывает на связь между частотой вариации параметра и амплитудами (дисперсиями) этих вариаций.

Таким образом, разработка модели типа случайной полигармонической функции явилась логическим развитием и совершенствованием модели типа случайной функции применительно к описанию нестационарных эмпирических рядов наблюдений геологоразведочных параметров.

СУЩНОСТЬ И УСЛОВИЯ ПРИМЕНЕНИЯ МОДЕЛИ

Модель типа случайной полигармонической функции является усовершенствованной разновидностью модели типа стационарной случайной функции, которая предназначена для количественного описания изменчивости нестационарных рядов исходных эмпирических наблюдений. Как и модель типа стационарной случайной функции, она позволяет учитывать влияние густоты разведочной сети и геометрии проб на характеристики изменчивости изучаемого свойства, а также дифференцировать его наблюдаемую изменчивость на случайную и неслучайную составляющие. С помощью модели в составе неслучайной изменчивости признака, в свою очередь, могут быть выделены две составляющие: координированная и коррелированная. Координированная составляющая из-

менчивости описывается неслучайной полигармонической функцией координат и характеризует закономерности пространственного размещения изучаемого свойства. Коррелированная составляющая выражается с помощью стационарной случайной функции, характеризующей средний уровень непериодических локальных закономерностей изменчивости изучаемого свойства, которые при данной густоте наблюдений не поддаются геометризации.

Для количественного описания изменчивости изучаемых геологоразведочных параметров используются математический аппарат теории случайных функций и гармонический анализ периодических функций. По сравнению с моделью стационарной случайной функции описываемая модель более сложная, хотя она также основана на представлении об элементарных участках недр как о совокупностях еще более мелких единиц, образующих системы случайных величин.

Как и при использовании модели типа стационарной случайной функции, процесс опробования или замера геологоразведочного параметра уподобляется серии массовых испытаний, каждое из которых выявляет его частное значение в заданной точке поля.

Точечное значение геологоразведочного параметра, полученное по экспериментальным данным, представляет собой реализацию случайной величины, а упорядоченный ряд точечных значений параметра, обнаруживающий периодическую изменчивость его значений, рассматривается как одна из возможных реализаций случайной полигармонической функции, аргументами которой являются координаты пространства и расстояние между смежными точками наблюдений. По этой реализации в зависимости от густоты наблюдений и свойств изучаемого объекта могут быть выявлены общие черты пространственной изменчивости изучаемого геологоразведочного параметра, периоды колебаний которых сопоставимы с длиной разведочной линии. Они рассматриваются как координированная составляющая изменчивости изучаемого геологоразведочного параметра. Они могут быть геометризованы и описаны с помощью тригонометрического полинома, представляющего собой неслучайную полигармоническую функцию. С уменьшением шага наблюдений выявляются все более высокочастотные периодические компоненты координированной составляющей изменчивости, а доля ее случайной составляющей соответственно уменьшается. При сгущении сети до размеров меньших предельного расстояния корреляции в наблюдаемой изменчивости параметра проявляется ее коррелированная составляющая. Она возникает в результате наложения непериодических высокочастотных колебаний различных фаз и амплитуд, которые при данной густоте наблюдений не поддаются геометризации, но обеспечивают проявление корреляционных связей между значениями признака в смежных точках наблюдений. Теснота этих связей в среднем закономерно возрастает с уменьшением расстояний между смежными точками.

Таким образом, основное достоинство модели заключается в том, что ее использование позволяет описывать изменчивость нестационарных рядов наблюдений без предварительных допущений и без осредняющих приемов, обеспечивающих подобие модели и объекта моделирования. С применением модели типа полигармонической случайной функции появляется возможность количественного описания сложной внутренней структуры природных скоплений полезных ископаемых, обусловленной закономерными чередованиями геологических неоднородностей различных порядков. Характеристика внутренней структуры полезных ископаемых находит свое выражение в параметрах гармонической компоненты изменчивости, в количестве гармоник спектра, а также в величинах их периодов и амплитуд.

Из всех рассмотренных типов геолого-математических моделей оцениваемая модель наиболее универсальна. При отсутствии в наблюдаемом ряду гармонических составляющих она превращается в модель типа стационарной случайной функции, а при отсутствии автокорреляции между значениями признака в смежных пунктах наблюдений — в обычную статистическую модель. Кроме того, с помощью тригонометрического полинома можно описать не только собственно периодические колебания, но и так называемый «направленный тренд», т. е. тенденцию к увеличению или уменьшению признака в одном направлении. Направленный тренд рассматривается как периодическое колебание с периодом, заведомо большим, чем длина экспериментального ряда наблюдений, но меньшим, чем бесконечность (нулевая гармоника).

Как и две вышеупомянутые модели, модель типа полигармонической случайной функции основана на положениях теории вероятностей. Поэтому для расчета полигармонических случайных функций и дифференциации наблюдаемой изменчивости изучаемого признака на три ее составляющие необходимо обеспечить не только массовость исходных эмпирических данных, но и высокую плотность разведочной сети при достаточно больших длинах разведочных линий. Высокая плотность разведочной сети необходима для выявления и расчета высокочастотных гармонических составляющих и коррелированной составляющей изменчивости, а большая длина разведочных линий — для выявления и описания периодических изменений изучаемого признака.

ПОНЯТИЕ СПЕКТРАЛЬНОГО СОСТАВА СЛУЧАЙНОЙ ФУНКЦИИ

Если стационарную случайную функцию $\hat{X}(l)$ рассматривать как выражение условного колебательного процесса, то для характеристики ее внутренней структуры может быть использовано понятие спектрального состава случайной функции.

Любой колебательный процесс можно с большим или меньшим приближением представить как сумму гармонических колебаний различных частот. Геометрическая сущность замены некоторой периодической функции ее гармоническим рядом состоит в том, что сложная кривая, изображающая функцию, заменяется суммой более простых кривых — синусоид с различными амплитудами, сдвинутых друг относительно друга по фазе. Эти синусоиды образуют гармоническую последовательность и носят название гармоник, так как их периоды кратны основному периоду $T = 2\pi$.

Суждение о спектральном составе колебательного процесса может быть получено по сумме гармоник, представляющих собой результат его разложения. Спектром колебательного процесса называется функция, описывающая распределение амплитуд по различным частотам. Спектр показывает, какого рода колебания преобладают в данном процессе и какова его внутренняя структура.

Аналогично может быть описан и стационарный случайный процесс. Но в этом случае амплитуды колебаний будут случайными величинами, а спектр, рассчитанный по корреляционной функции, будет описывать распределение дисперсий по различным частотам.

Для характеристики спектра стационарной случайной функции $\hat{X}(l)$ рассмотрим ее корреляционную функцию

$$K_x(l, l+r) = K_x(r).$$

Поскольку эта функция четная, ее можно разложить на интервале от $-L$ до L в ряд Фурье, пользуясь только четными (косинусными) гармониками:

$$K_x(r) = \sum_{k=0}^{\infty} D_k \cos \omega_k r, \quad (115)$$

где

$$\omega_k = k\omega; \quad \omega_1 = \frac{2\pi}{2L} = \frac{\pi}{L},$$

а коэффициенты D_0 и D_k , представляющие собой коэффициенты Фурье, определяются формулами:

$$D_0 = \frac{1}{2L} \int_{-L}^L K_x(r) dr; \quad D_k = \frac{1}{L} \int_{-L}^L K_x(r) \cos \omega_k r dr \quad \text{при } k \neq 0.$$

Имея в виду, что функции $K_x(r)$ и $\cos \omega_k r$ четные, можно эти формулы привести к виду:

$$\left. \begin{aligned} D_0 &= \frac{1}{L} \int_0^L K_x(r) dr, \\ D_k &= \frac{2}{L} \int_0^L K_x(r) \cos \omega_k r dr \quad \text{при } k \neq 0. \end{aligned} \right\} \quad (116)$$

Если в разложении $K_x(r)$ перейти к аргументам l'' и l' , считая, что $r = l'' - l'$, то получим:

$$\cos \omega_k r = \cos \omega_k (l'' - l') = \cos \omega_k l'' \cos \omega_k l' + \sin \omega_k l'' \sin \omega_k l'$$

и тогда

$$K_x(l'', l') = \sum_{k=0}^{\infty} (D_k \cos \omega_k l'' \cos \omega_k l' + D_k \sin \omega_k l'' \sin \omega_k l').$$

Это выражение можно рассматривать как каноническое разложение корреляционной функции по косинусам и синусам частот, кратных ω при $K = 0, 1, 2, \dots, n$.

Зная каноническое разложение корреляционной функции, можно найти разложение и самой функции $\hat{X}(l)$:

$$\hat{X}(l) = \sum_{k=0}^{\infty} (u_k \cos \omega_k l + v_k \sin \omega_k l),$$

где u_k и v_k — некоррелированные случайные величины с математическими ожиданиями, равными нулю, и дисперсиями, одинаковыми для каждой пары случайных величин с одним и тем же индексом K :

$$D[u_k] = D[v_k] = D_k.$$

Дисперсии D_k при различных k определяются по формулам (116). Каноническое разложение случайной функции $\hat{X}(l)$, координатными функциями которого являются функции $\cos \omega_k l$ и $\sin \omega_k l$, при различных ω_k называется спектральным разложением стационарной случайной функции.

Спектральное разложение изображает стационарную случайную функцию, разложенную на гармонические колебания различных частот — $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_k$, причем амплитуды этих колебаний случайные величины.

Поскольку по теореме о дисперсии колебаний функции некоррелированных случайных величин

$$D_x = D[\dot{X}(t)] = \sum_{k=0}^{\infty} (\cos^2 \omega_k t + \sin^2 \omega_k t) D_k = \sum_{k=0}^{\infty} D_k, \quad (117)$$

то дисперсия стационарной случайной функции равна сумме дисперсий всех гармоник ее спектрального разложения.

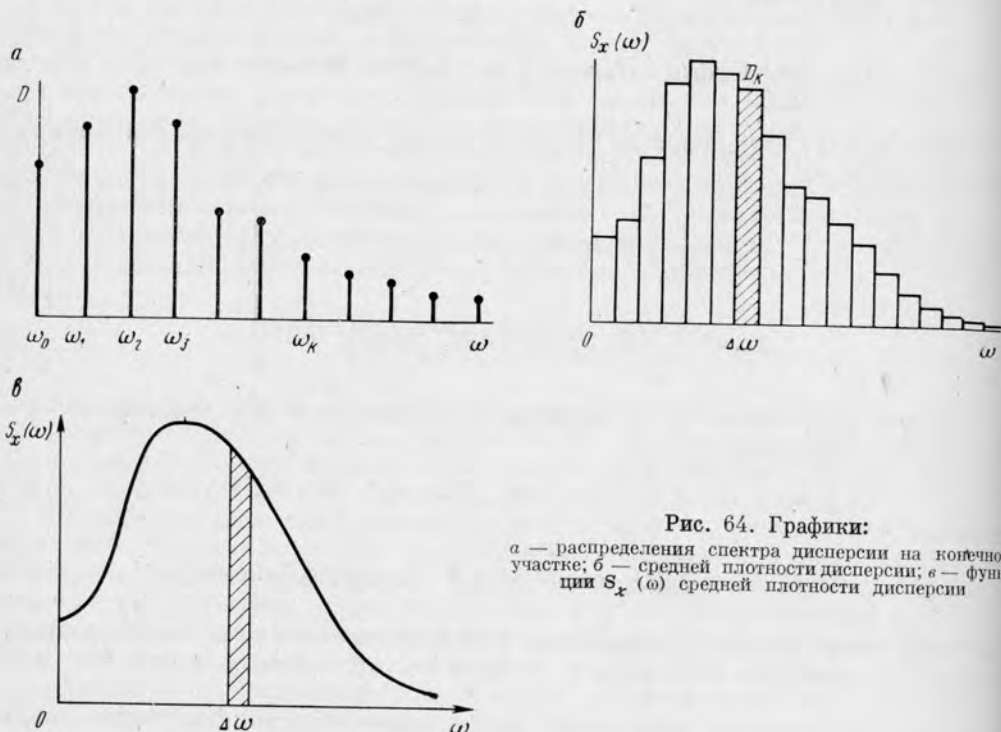


Рис. 64. Графики:

а — распределения спектра дисперсии на конечном участке; б — средней плотности дисперсии; а — функции $S_x(\omega)$ средней плотности дисперсии

Формула (117) показывает, что дисперсия стационарной случайной функции известным образом распределяется по частотам спектра, а по графику распределения спектра дисперсий (рис. 64, а) видно, что сумма всех ординат равна дисперсии случайной функции.

Чем больше расстояние L , на котором проводятся наблюдения тем полнее будут сведения о случайной функции. Если перейти к пределу при $L \rightarrow \infty$, то $\omega_1 = \frac{2\pi}{2L} \rightarrow 0$, а дискретный спектр, показанный на рис. 64, а, будет стремиться к непрерывному, в котором каждому интервалу частот $\Delta\omega$ будет соответствовать элементарная дисперсия $\Delta D(\omega)$. Для того чтобы изобразить такой спектр графически, по оси ординат откладывается уже не сама дисперсия D_k (которая безгранично уменьшается при $L \rightarrow 0$), а средняя плотность дисперсии $\frac{D_k}{\Delta\omega} = S_x(\omega_k)$, которая равна высоте диаграммы (рис. 64, б) на участке $\Delta\omega$,

прилежащем к точке ω_x . Если неограниченно увеличивать интервал L , то $\Delta\omega \rightarrow 0$, а ступенчатая кривая — к плавной кривой $S_k(\omega)$ (рис. 64, е).

Функция $S_k(\omega)$ называется спектральной плотностью дисперсии стационарной случайной функции $\dot{X}(l)$, а кривая этой функции показывает распределение дисперсий по частотам непрерывного спектра. Площадь, ограниченная кривой $S_x(\omega)$, равна дисперсии случайной функции $\dot{X}(l)$, т. е.

$$D_x = \int_0^{\infty} S_x(\omega) d\omega. \quad (118)$$

Приведенная формула разложения дисперсии (118) состоит из элементарных слагаемых, каждое из которых представляет собой дисперсию, приходящуюся на элементарный участок частот $d\omega$.

Таким образом, спектральная плотность дисперсии (или просто спектральная плотность) является дополнительной характеристикой стационарной случайной функции, описывающей ее частотный состав. С помощью преобразований Фурье функции $S_x(\omega)$ и $K_x(r)$ могут быть выражены взаимно одна через другую:

$$S_x(\omega) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} K_x(r) \cos \omega r dr, \quad (119)$$

$$K_x(r) = \int_0^{\infty} S_x(\omega) \cos \omega r d\omega.$$

На практике вместо спектральной плотности $S_x(\omega)$ часто пользуются нормированной спектральной плотностью

$$s_x(\omega) = \frac{S_x(\omega)}{D_x},$$

где D_x — дисперсия случайной функции.

Нормированная корреляционная функция и нормированная спектральная плотность связаны теми же преобразованиями Фурье:

$$\rho_x(r) = \int_0^{\infty} s_x(\omega) \cos \omega r d\omega, \quad (120)$$

$$s_x(\omega) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \rho_x(r) \cos \omega r dr.$$

При $r = 0$, с учетом того, что $\rho_x(0) = 1$, получим: $\int_0^{\infty} s_x(\omega) d\omega = 1$, т. е. полная площадь, ограниченная графиком нормированной спектральной плотности, равна единице.

Так же как и корреляционная функция, спектральная плотность дисперсии позволяет отдельно учитывать пространственно коррелированную и случайную изменчивость признака. Для этого плотность дисперсии может быть представлена суммой двух слагаемых:

$$S_x(\omega) = S'_x(\omega) + S''_x(\omega), \quad (121)$$

где $S'_x(\omega)$ — пространственно коррелированная составляющая плотности дисперсии, обусловленная неслучайной изменчивостью признака;
 $S^p_x(\omega)$ — составляющая плотности дисперсии, обусловленная случайной изменчивостью признака.

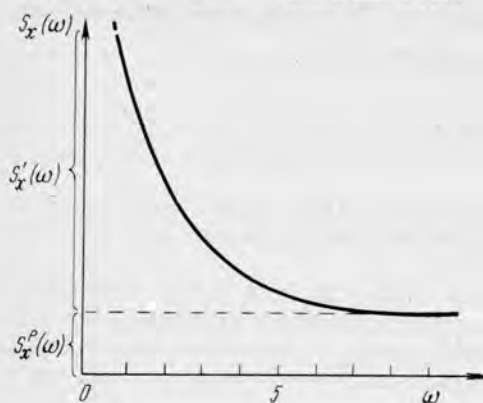


Рис. 65. Пример разделения спектральной плотности дисперсии признака на две составляющие

Символ p характеризует порядок гармоник k , начиная с которого коэффициенты Фурье пространственно коррелированных вариаций приобретают пренебрежимо малое значение и кривая плотностей дисперсий выполаживается, располагаясь параллельно оси ω . На рис. 65 пунктирной линией отмечено значение $S^p_x(\omega)$, необходимое для расчета дисперсии случайной составляющей параметра.

Для более детального ознакомления с вопросами теории гармонического анализа и спектрального разложения случайных функций рекомендуются работы М. Г. Серебряникова и А. А. Первозванского (1956), Е. С. Вентцель (1964) и А. А. Харкевича (1962).

ВОЗМОЖНОСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ КОРРЕЛЯЦИОННОГО ПРЕОБРАЗОВАНИЯ И СПЕКТРАЛЬНОГО РАЗЛОЖЕНИЯ ДЛЯ ОПИСАНИЯ ИЗМЕНЧИВОСТИ ГЕОЛОГОРАЗВЕДОЧНЫХ ПАРАМЕТРОВ

Корреляционный метод нелинейных селективных преобразований исходных рядов наблюдений основан на селективных свойствах корреляционной функции. Известно, что корреляционная функция синусоиды представляет собой косинусоиду с той же частотой и с амплитудой, равной половине квадрата амплитуды исходной периодической функции. Вследствие этого периодические колебания проявляются на корреляционной функции гораздо резче, чем в исходном ряду, по которому она рассчитывается, а случайные, непериодические колебания, присущие анализируемому ряду, при его корреляционном преобразовании взаимно гасятся (рис. 66, а, б). Корреляционное преобразование (т. е. построение корреляционной функции по реализации случайной полигармонической функции, за которую принимается исходный ряд наблюдений) позволяет осуществлять селекцию не только по различию частот, но и по различию амплитуд колебаний изучаемого признака и является поэтому особенно эффективным по отношению к случайным помехам. Оно обеспечивает тот же эффект, что и сглаживание ряда способом скользящего среднего, не внося при этом ложной зависимости в исходный ряд наблюдений. При достаточно большом интервале обработки исходных данных случайная компонента практически исчезает, а роль гармоник с малыми амплитудами уменьшается. Последовательное применение корреляционного преобразования позволяет выделить ту гармонику, амплитуда которой в исходной функции была наибольшей (рис. 66, в). Кроме того, при корреляционном преобразовании происходит осреднение близких по частоте колебаний, поэтому полученные с его помощью

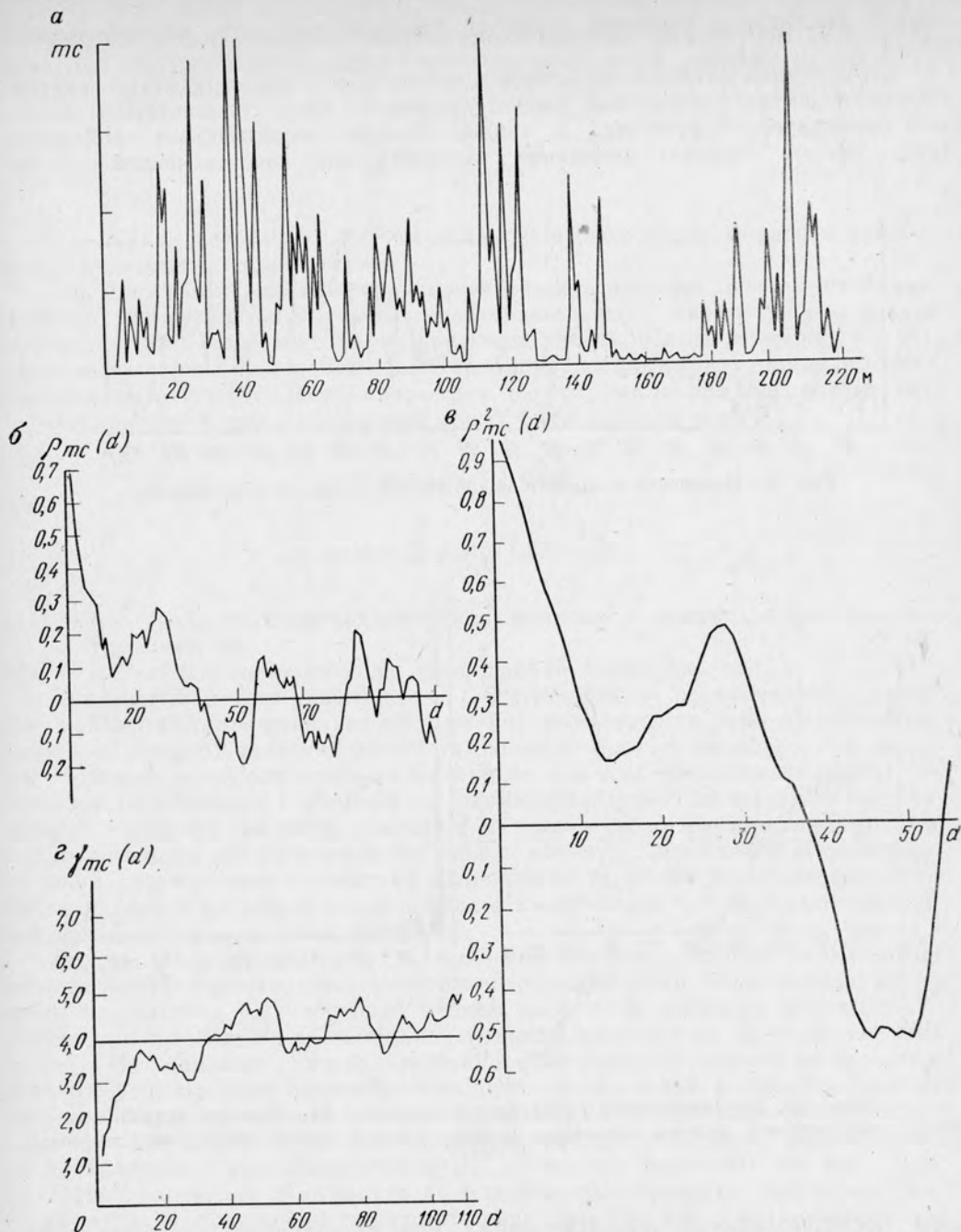


Рис. 66. Выявление периодической составляющей в изменчивости значений линейного запаса по простиранию рудной жилы.

a — изменение линейных запасов по простиранию жилы; *б* — корреляционная функция логарифмов линейных запасов; *в* — двойное корреляционное преобразование (корреляционная функция, рассчитанная по «б»); *г* — структурная функция логарифмов линейных запасов. (аргумент корреляционной функции *г* обозначается как *d*)

оценки амплитуд и периодов являются средними для всего анализируемого ряда.

Структурная функция синусоиды представляет собой синусоиду с удвоенным периодом и с амплитудой, равной удвоенному квадрату амплитуды исходной периодической функции, и также обладает селективными свойствами (рис. 66, г). Однако выделение гармонической составляющей путем

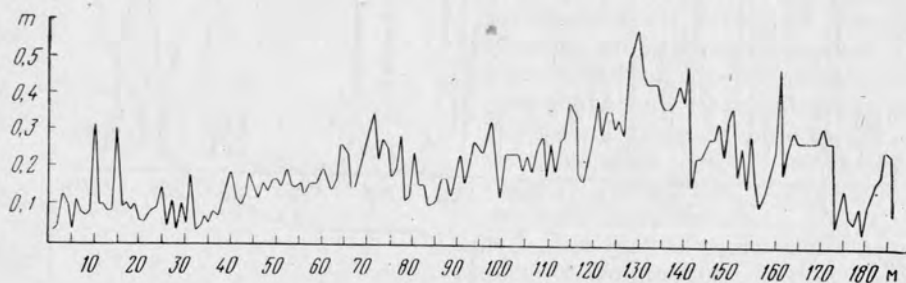


Рис. 67. Изменение мощности молибденовой жилы по простиранию

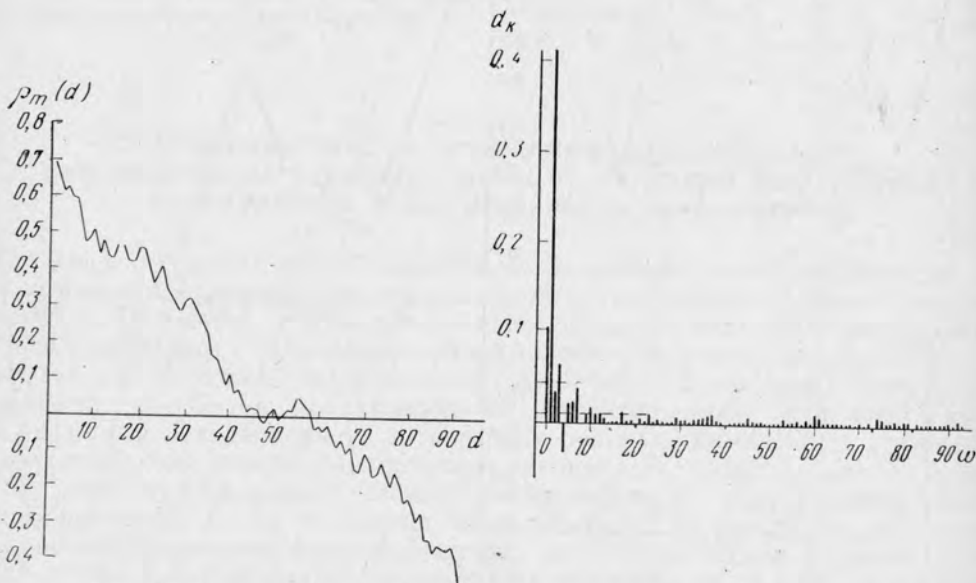


Рис. 68. Характеристики изменчивости мощности молибденовой жилы. слева — корреляционная функция логарифмов мощности, справа — узкополосный линейчатый спектр амплитуд

ряда последовательных корреляционных или структурных преобразований возможно только для достаточно больших исходных рядов наблюдений, так как при каждом последовательном преобразовании длина ряда уменьшается наполовину. Поэтому выявление скрытых периодичностей, основанное на оценке спектральной плотности дисперсии изучаемого признака, особенно наглядно.

При изучении изменчивости геологоразведочных параметров дискретной сетью наблюдений спектральная плотность заменяется линейчатым спектром амплитуд гармоник вида

$$\sum_{k=0}^{h=N} d_k = \sum_{k=0}^{h=N} \frac{1}{2} A_k^2,$$

который показывает, каким образом общая дисперсия признака распределяется между отдельными гармониками.

При ярко выраженной периодичности или при наличии тренда в пространственном размещении изучаемого геологоразведочного параметра его спектр получается узкополосным и характеризуется четким максимумом (рис. 67, 68), а при осложнении пространственных закономерностей флуктуациями высоких порядков он получается широкополосным, растянутым по оси абсцисс (рис. 69).

Эмпирический ряд наблюдений может быть записан в виде

$$F(x) = \rho(x) + n(x), \quad (122)$$

где

$$\rho(x) = \sum_k A_k \cos(\omega_k x + \varphi);$$

$\rho(x)$ — неслучайная полигармоническая функция с конечным количеством гармоник k ;

$n(x)$ — случайная составляющая наблюдаемой изменчивости.

Линейчатый спектр такого ряда, рассчитанный по ограниченному интервалу наблюдений, представляет собой результат наложения резко выдающихся, аномально высоких значений амплитуд, соответствующих определенным частотам гармоник на относительно выдержанные для всех частот значения d_k , обусловленные влиянием случайной составляющей. Появление выдающихся аномальных значений амплитуд связано с наличием геологических неоднородностей низких порядков в строении изучаемого объекта. Число таких выдающихся значений соответствует количеству выявленных гармоник полигармонической составляющей, а их высота равна половине квадрата амплитуды гармоники данной частоты.

На рис. 70, а показан спектр дисперсий линейных запасов, отражающий периодический характер пространственного размещения этого параметра на одном из участков жиллоподобной рудной залежи. В пределах спектра выделяются три амплитуды с аномально высокими значениями d_k — на частотах 1,5 и 11. Их появление связано с особенностями строения залежи, которое проявляется чередованием линзообразных рудных скоплений и разделяющих их пережимов трех различных порядков (рис. 70, б). Корреляционная функция логарифмов линейных запасов и аппроксимирующая ее кривая, рассчитанная по трехчленному тригонометрическому полиному, показаны на рис. 70, в.

Оценки периодов и амплитуд выявленных закономерных колебаний значений изучаемого параметра по разрезу ориентировочно могут быть установлены непосредственно по графику спектра, а координированная составляющая дисперсии может быть оценена суммированием аномальных значений d_k . Однако причиной флуктуаций значений d_k может быть и случайная составляющая изменчивости. Поэтому при более корректном подходе к оценке обеих составляющих возникает проблема разделения выдающихся значений d_k , обусло-

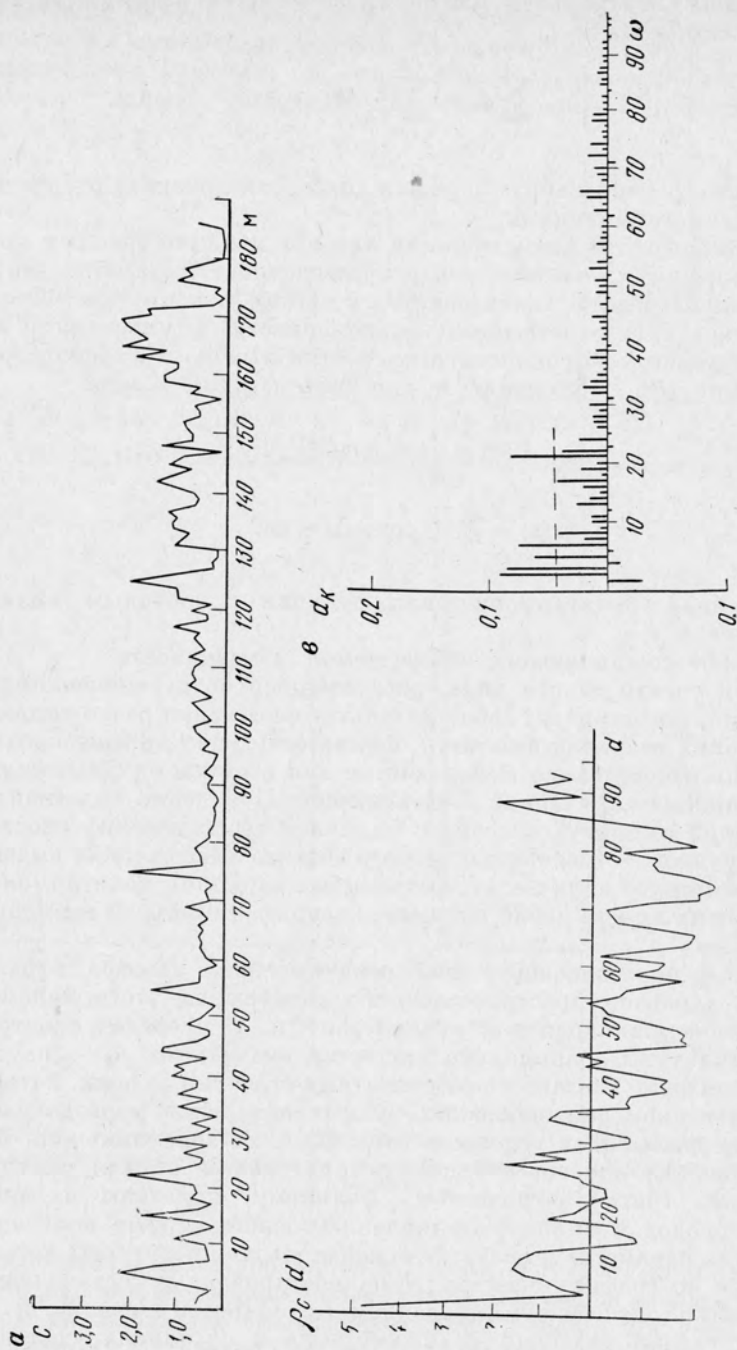


Рис. 69. Характеристики изменчивости содержания молибдена по рудной жиле.
 а — изменение содержания молибдена по простиранию жилы; б — корреляционная функция логарифмов содержания молибдена;
 в — линейчатый спектр амплитуд

вленных случайной составляющей наблюдаемой изменчивости, от аномально высоких значений амплитуд, соответствующих гармоникам неслучайной составляющей изменчивости.

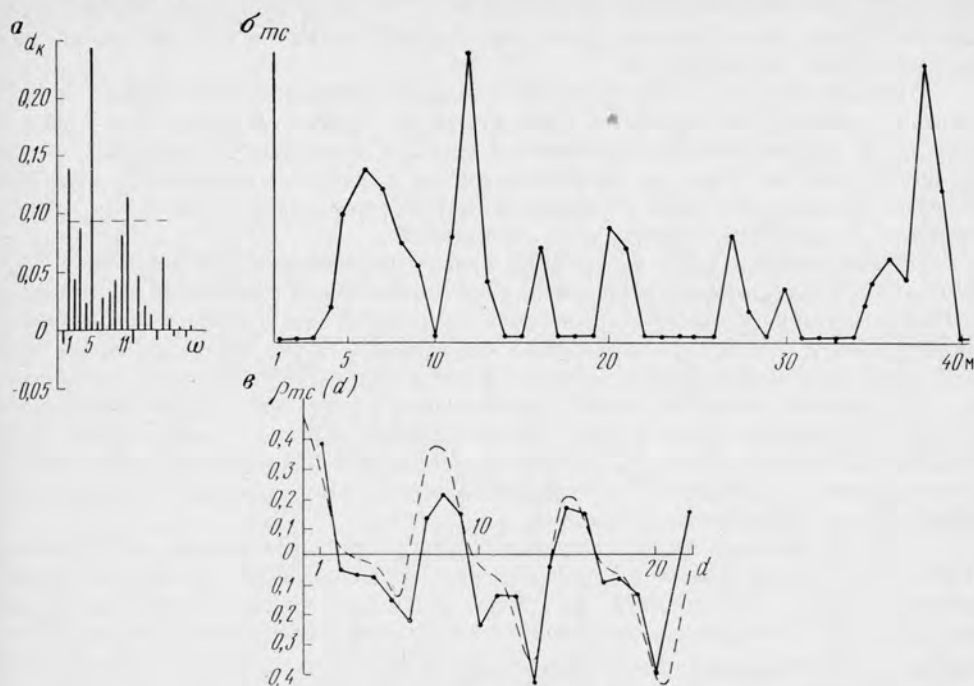


Рис. 70. Характеристики изменчивости линейных запасов по простиранию жилоподобной залежи редкометалльного месторождения (по данным опробования канав). а — спектр дисперсий линейных запасов; б — изменение линейных запасов по простиранию залежи; в — корреляционная функция логарифмов линейных запасов (сплошная линия) и аппроксимирующая ее кривая (пунктирная)

В первом приближении для решения этой задачи могут быть использованы статистические критерии, основанные на знании вида распределения амплитуд случайной составляющей полигармонической функции. Если при расчете спектра используется корреляционная функция, нормированная по дисперсии, а исследуемый ряд представляет собой последовательность независимых нормальных случайных величин, то значения d_k подчиняются бета-распределению Фишера, плотность которого задается формулой

$$P(x) = (N-1)(1-x)^{N-2} \quad (0 < x < 1), \quad (123)$$

где N — общее число значений спектра (Фишер, 1949 г.).

Математическое ожидание и дисперсия этого распределения соответственно равны:

$$\bar{d}_k = \frac{1}{N}; \quad \sigma_{d_k}^2 = \frac{N-1}{N^2(N+1)}, \quad (124)$$

что позволяет с заданной доверительной вероятностью проверить гипотезу о принадлежности тех или иных аномальных значений спектра к случайным флуктуациям. Практически все d_k , превышающие их предельное значение, вычисленное для доверительной вероятности 99%, $(\bar{d}_k + 3\sigma_{d_k})$ являются аномальными и обусловлены проявлением неслучайных колебаний полигармонической составляющей изменчивости.

При еще более строгом подходе к задаче селекции составляющих изменчивости выявляется несовершенство описанного приема. Оно связано с тем, что наряду с периодическим изменением свойств полезных ископаемых для них типичны закономерные, но непериодические локальные изменения, обуславливающие автокорреляцию значений наблюдаемых свойств на более высоких уровнях строения их природных скоплений.

Поэтому член $n(x)$ в выражении (122) представляет собой в общем случае не случайную величину, а реализацию стационарной случайной функции. Это обстоятельство осложняет достоверное выявление неслучайной гармонической составляющей и оценку параметров ее гармоник, так как возникает задача дополнительного разделения неслучайной изменчивости на ее периодическую и непериодическую компоненты, с выделением неслучайной полигармонической функции и стационарной случайной функции с плавно изменяющейся спектральной плотностью. Первая из них представляет упомянутую выше «координированную», а вторая — «коррелированную» составляющую наблюдаемой изменчивости изучаемого признака.

Строгих статистических критериев для разделения обоих видов изменчивости в настоящее время не разработано. Использование предельного закона распределения вероятностей d_k , установленного С. Н. Бернштейном (1927) для функций с плавно меняющейся спектральной плотностью, затруднительно, так как требует знания оценки математического ожидания $\bar{d}_k$, которое в данном случае является функцией частоты ω_k .

Практически коррелированная составляющая изменчивости может быть выявлена и оценена с помощью графика отклонений значений эмпирической корреляционной функции от аппроксимирующей ее кривой, т. е. путем последовательного вычитания гармонических составляющих из эмпирической корреляционной функции.

Для этого с графика спектра, на котором с помощью критерия Фишера предварительно выделены аномальные гармоники координированной составляющей изменчивости, снимаются соответствующие им значения $1/2 A_k^2$. Затем для каждой из выделенных гармоник по формуле

$$T_k = \frac{(N-1)r}{\omega_k}, \quad (125)$$

где N — общее количество замеров по профилю;

r — расстояние между соседними пунктами наблюдений, определяют величины их периодов. Подставляя полученные значения A_k и T_k в формулу (122), получают полином неслучайной полигармонической функции, аппроксимирующей наблюдаемую координированную составляющую изменчивости. Кривую, построенную с помощью этого полинома, выносят на график нормированной корреляционной функции изучаемого признака и по расхождению обеих кривых оценивают долю составляющей $n(x)$. Поскольку с увеличением количества членов тригонометрического полинома аппроксимирующая кривая все более приближается к графику эмпирической корреляционной функции (рис. 71, а — г), оценка величины коррелированной составляющей измен-

чивости при этом соответственно уменьшается. В общем случае для выделения коррелированной составляющей необходимо, чтобы в природной изменчивости параметра существенную роль играли высокочастотные колебания с переменными периодами (рис. 72).

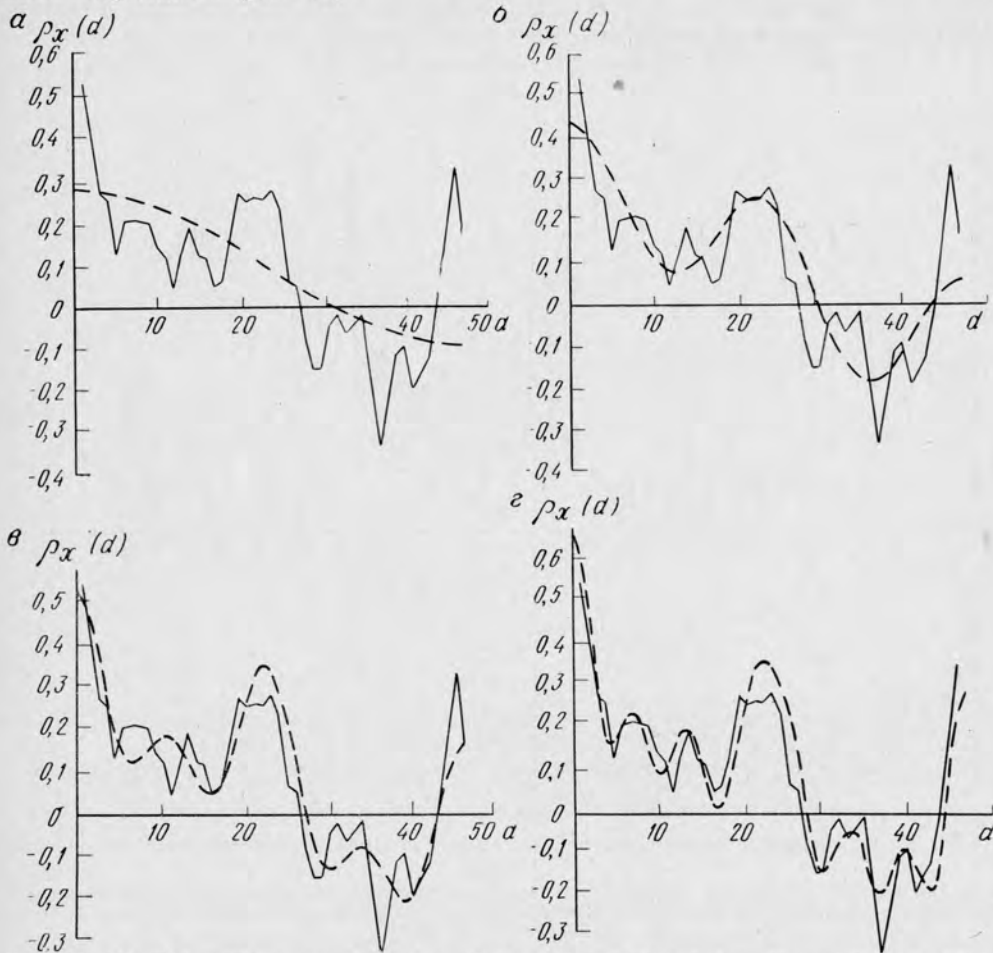


Рис. 71. Приближение аппроксимирующей кривой к графику эмпирической корреляционной функции по мере увеличения количества членов тригонометрического полинома.

$$\begin{aligned}
 а - \rho(d) &= 0,085 + 0,177 \cos \frac{2\pi d}{94}; \quad б - \rho(d) = 0,085 + 0,177 \cos \frac{2\pi d}{94} + 0,138 \cos \frac{2\pi d}{24}; \\
 в - \rho(d) &= 0,085 + 0,177 \cos \frac{2\pi d}{94} + 0,138 \cos \frac{2\pi d}{24} + 0,098 \cos \frac{2\pi d}{12}; \quad г - \rho(d) = 0,085 + 0,177 \cos \frac{2\pi d}{94} + \\
 &+ 0,138 \cos \frac{2\pi d}{24} + 0,098 \cos \frac{2\pi d}{12} + 0,050 \cos \frac{2\pi d}{8} + 0,053 \cos \frac{2\pi d}{7}
 \end{aligned}$$

Оценка коррелированной составляющей наблюдаемой изменчивости изучаемого параметра путем последовательного вычитания гармонических составляющих из соответствующих значений эмпирической корреляционной функции представляет собой вполне правомерный прием, так как корреляционная функция члена $n(x)$ является убывающей функцией аргумента d , вследствие чего при достаточно больших значениях d гармоническая компонента проявляется в чистом виде.

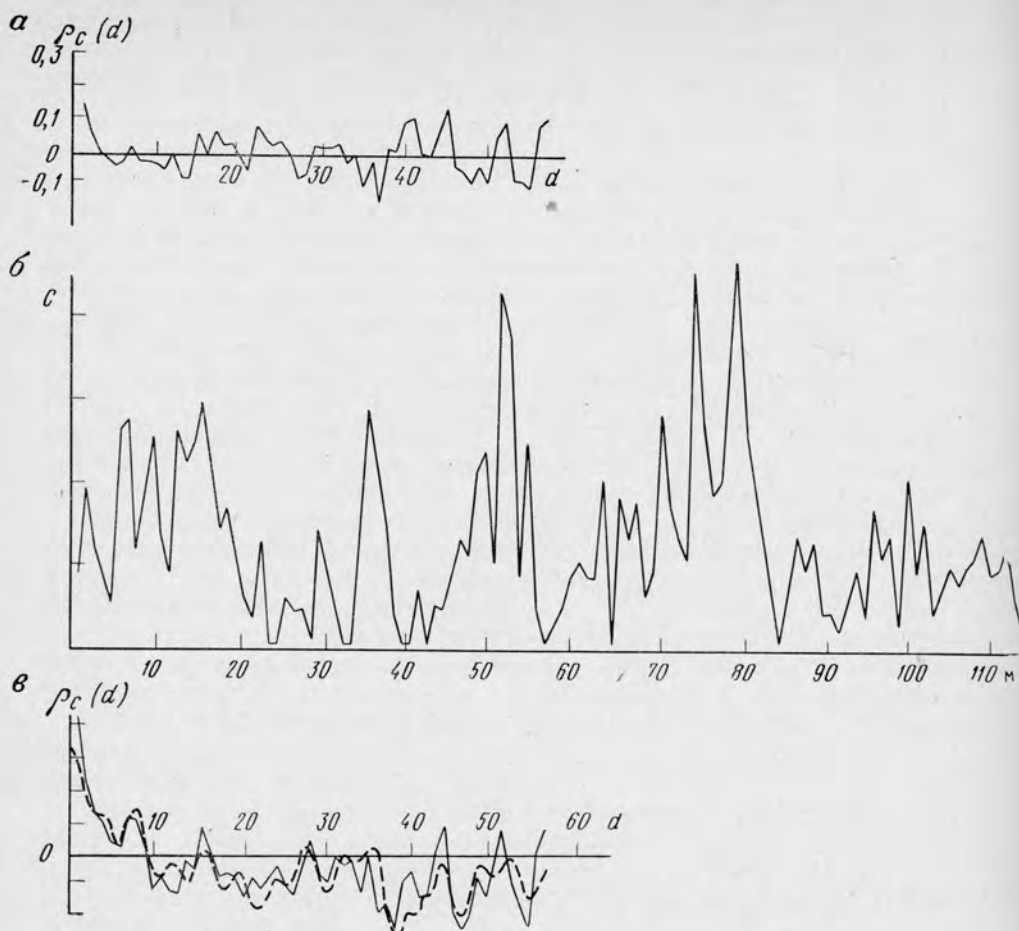


Рис. 72. Характеристики изменчивости содержаний металла по простиранию рудоносной зоны.

а — график отклонений значений эмпирической корреляционной функции от аппроксимирующей кривой; б — изменение содержания металла по простиранию зоны; в — эмпирическая корреляционная функция логарифмов содержаний

ВОЗМОЖНОСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ МОДЕЛИ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ГЕОЛОГОРАЗВЕДОЧНЫХ ЗАДАЧ

В отличие от модели типа стационарной случайной функции, требующей допущения условной стационарности и эргодичности исходного ряда наблюдений или осреднения ряда реализаций, данная модель не требует никаких априорных допущений и обеспечивает возможность практического использования количественных характеристик, полученных по любой реализации случайной функции. Это преимущество модели обеспечивается тем, что она практически соответствует представлению о геологической модели строения природных скоплений полезных ископаемых как об иерархии реальных геологических неоднородностей различного порядка. Использование модели не требует допущений о количестве, масштабе и значимости реальных геологических неоднородностей.

В зависимости от геометрии проб, геометрии сети и длины разведочных линий все эти характеристики определяются самим методом.

Практические возможности модели рассмотрим на примере редкометального месторождения, приуроченного к крутопадающим, протяженным, но сравнительно маломощным тектоническим зонам в интенсивно катаклазированных и метасоматически измененных гнейсах и кристаллических сланцах. Отдельные жиллоподобные рудные залежи со сложным прерывистым внутренним строением

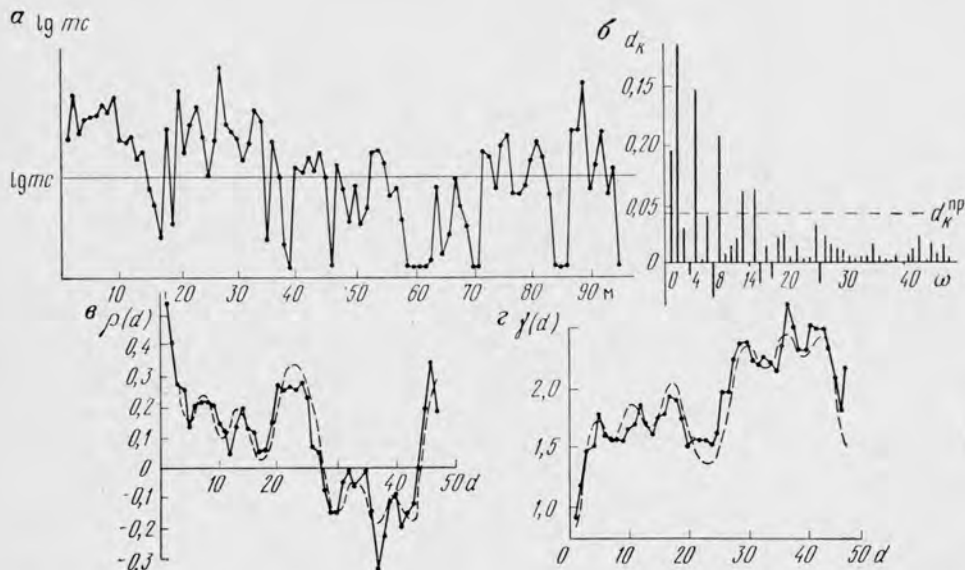


Рис. 73. Характеристики изменчивости логарифмов линейных запасов по первой рудоносной зоне редкометального месторождения.

a — изменение $\lg mc$ по простиранию зоны; *б* — спектр амплитуд дисперсии (пунктиром показано предельное значение d_K^{np} , превышающее величину $d_K \pm 3\sigma_{d_K}$); *в* — корреляционная функция $\lg mc$ и аппроксимирующий ее полином; *г* — структурная функция $\lg mc$

состоят из рудных скоплений прожилково-брекчиевого и вкрапленного типов, которые слагают систему линзообразных тел, вытянутых по падению и по простиранию залежей, но не выходящих за пределы зон катаклаза. Размеры отдельных практически сплошных рудных скоплений варьируют в очень широких пределах. В плоскостях залежей они группируются в локальные участки различной продуктивности, а закономерности их пространственного размещения контролируются совокупным влиянием рудоносных геологических структур.

По данным опробования штольневых горизонтов, пройденных по первой и второй рудоносным зонам, были вычислены эмпирические корреляционные функции и линейчатые спектры амплитуд дисперсий логарифмов линейных запасов.

Характеристики изменчивости по первой рудоносной зоне приведены на рис. 73. С помощью описанной процедуры в спектре амплитуд выделяется шесть пиковых значений на частотах 0, 1, 4, 8, 12 и 14.

Для значений $\frac{A_k^2}{2}$, снятых с графика линейчатого спектра по формулам (122) и (125), были определены величины периодов закономерных колебаний и рассчитан полином:

$$\rho(d) = 0,095 + 0,186 \cos \frac{2\pi d}{96} + 0,148 \cos \frac{2\pi d}{24} + \\ + 0,108 \cos \frac{2\pi d}{12} + 0,060 \cos \frac{2\pi d}{8} + 0,063 \cos \frac{2\pi d}{7},$$

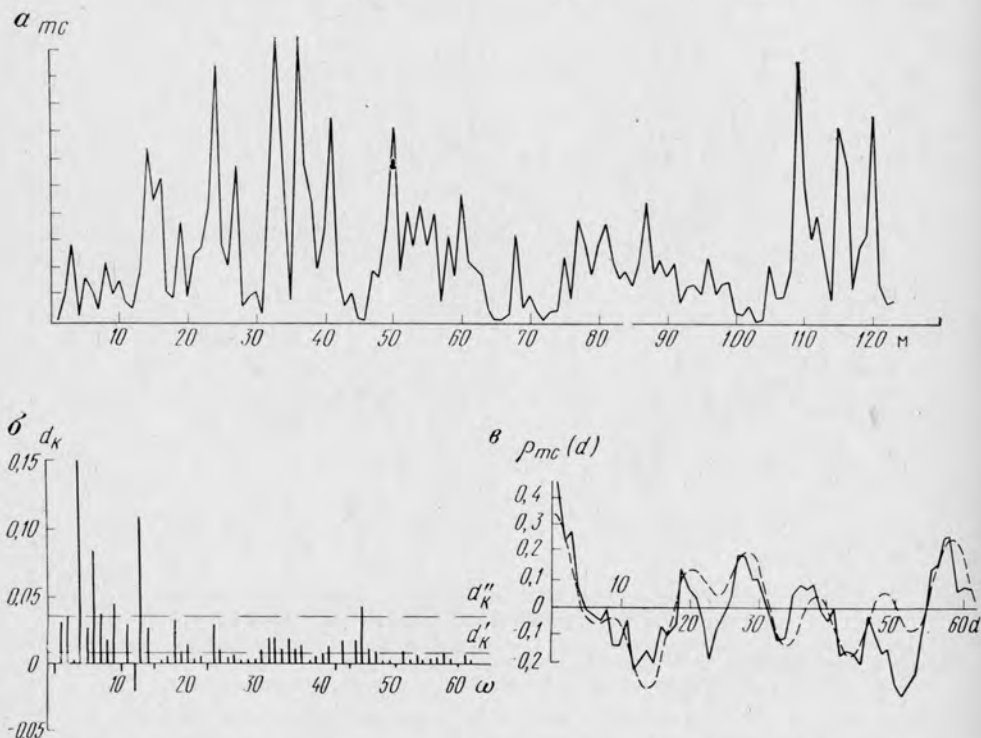


Рис. 74. Характеристики изменчивости линейных запасов металла по второй рудоносной зоне редкометального месторождения (штольневый горизонт).

а — изменение mc по простиранию рудоносной зоны; б — спектр амплитуд дисперсий; в — эмпирическая корреляционная функция логарифмов mc и аппроксимирующий ее полином

которым хорошо аппроксимируется эмпирическая нормированная корреляционная функция логарифмов линейных запасов. Широкополосность спектра и малая роль высокочастотных колебаний с переменными периодами не способствовала проявлению корреляционной составляющей изменчивости и ее величина оказалась пренебрежимо малой.

Характеристики изменчивости линейных запасов по второй зоне приведены на рис. 74. Последовательное увеличение количества членов тригонометрического полинома, описывающего координированную составляющую (рис. 75), позволяет убедиться в том, что закономерная изменчивость и в данном случае может быть полностью отнесена за счет этой составляющей. Остаточный график

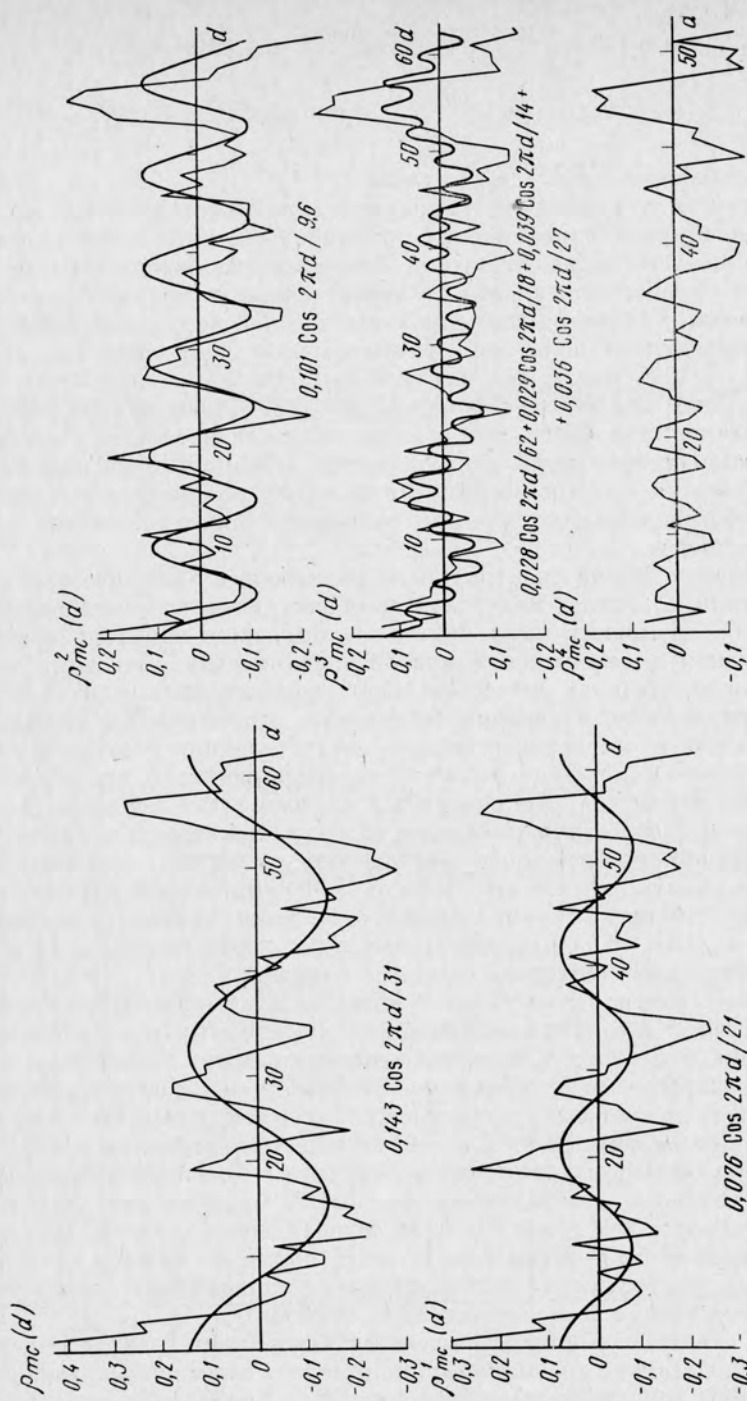


Рис. 75. Последовательное вычитание из эмпирической корреляционной функции (см. рис. 74, е) отдельных гармоник спектра

отклонения эмпирической корреляционной функции от аппроксимирующего полинома

$$\rho'(d) = 0,143 \cos \frac{2\pi d}{31} + 0,076 \cos \frac{2\pi d}{21} + 0,101 \cos \frac{2\pi d}{9,6} + \\ + 0,028 \cos \frac{2\pi d}{62} + 0,029 \cos \frac{2\pi d}{18} + 0,039 \cos \frac{2\pi d}{14} + 0,036 \cos \frac{2\pi d}{27}$$

имеет вид случайного ряда (см. рис. 75, ∂).

Необходимость в выделении коррелированной составляющей чаще всего возникает при анализе изменчивости по наиболее густой сети наблюдений. На рис. 76 приведены характеристики изменчивости содержания по данным интервального опробования сквозного пересечения штокеркообразной редкометальной залежи. График отклонения эмпирической корреляционной функции от аппроксимирующего полинома, учитывающего периодические колебания с частотами 1, 2 и 6, имеет вид, характерный для корреляционных функций квазистационарных последовательностей. Это указывает на наличие существенной корреляционной связи между содержаниями в соседних пробах даже после учета координированной составляющей. С помощью последовательного вычитания гармоник спектра можно также наглядно убедиться в том, что в строении залежей принимают участие разномасштабные элементы геологической неоднородности.

Таким образом, метод спектрального разложения эмпирической корреляционной функции позволяет использовать объективные количественные критерии для оценки значимости выявляемых геологических неоднородностей и является эффективным селективным преобразованием для выделения элементов неоднородности различного масштаба. При этом спектр амплитуд позволяет разделить неслучайные изменения изучаемого признака на периодические и непериодические и обеспечивает возможность селекции геологических неоднородностей общего и локального характера. Он показывает, что общая дисперсия изучаемого параметра распределяется по элементам неоднородности различного порядка, способствуя тем самым объективной оценке влияния каждого из них. Например, спектральное разложение дисперсии линейных запасов позволило установить, что на штольневом горизонте второй рудоносной зоны наибольшие по амплитуде закономерные колебания линейного запаса имеют периоды $31d$ и $9,6d$, а на их долю приходится, соответственно, 14 и 10% от общей статистической дисперсии данного параметра.

Достоинство спектральных характеристик — их относительное постоянство, которое проявляется в том, что параметры низкочастотных колебаний, выявленные редкой сетью наблюдений, остаются неизменными при дальнейшем сгущении сети. При детализации наблюдений увеличение доли закономерной составляющей происходит за счет выявления новых, более высокочастотных колебаний, что позволяет пользоваться одной и той же моделью, добавляя к полученному ранее тригонометрическому полиному новые члены. Сравнивая спектры амплитуд линейных запасов, составленные по данным опробования второй рудной зоны на поверхности (см. рис. 70) и на штольневом горизонте (см. рис. 74), где сеть наблюдений была в три раза плотнее, обращает на себя внимание, что выявленные на поверхности низкочастотные закономерные колебания полностью подтверждаются и на штольневом горизонте.

Изучение спектров амплитуд дисперсий важнейших свойств полезных ископаемых способствует правильному пониманию выявленных геологических закономерностей локализации оруденения, а в ряде случаев способствует

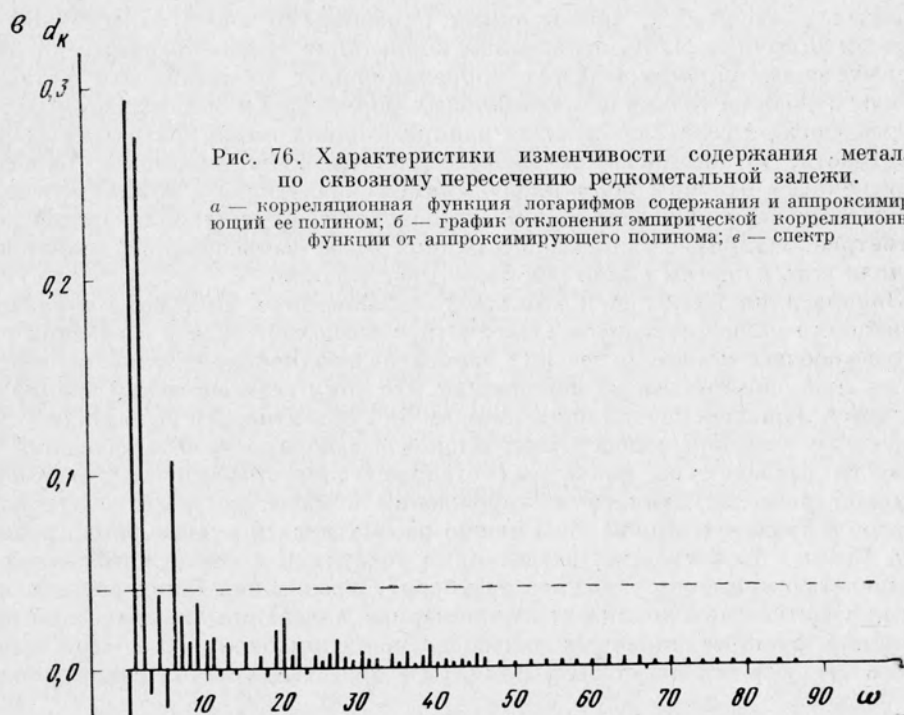
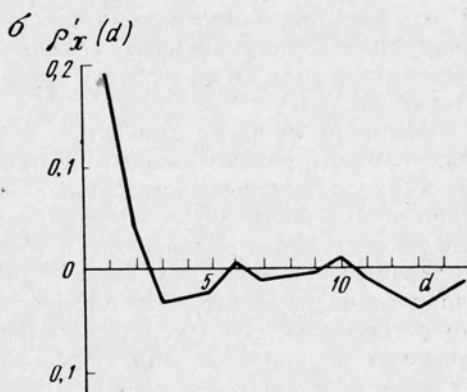
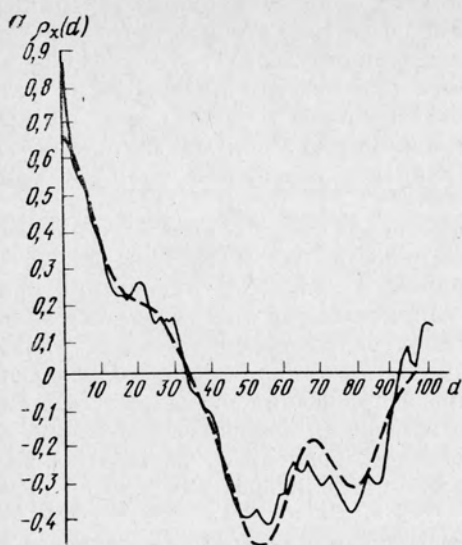


Рис. 76. Характеристики изменчивости содержания металла по сквозному пересечению редкометальной залежи.
 a — корреляционная функция логарифмов содержания и аппроксимирующая ее полином; b — график отклонения эмпирической корреляционной функции от аппроксимирующего полинома; c — спектр

выявлению новых закономерностей, которые визуальнo не устанавливаются или выделяются с большим трудом вследствие взаимного наложения колебаний различных параметров и различных амплитуд. Знание периодов и амплитуд неслучайных колебаний ведущих геологоразведочных параметров позволяет объективно оценить роль отдельных рудоконтролирующих геологических элементов, к которым пространственно тяготеют оцениваемые колебания их значений. Это обстоятельство приобретает особую важность в связи с тем, что визуальная оценка закономерных изменений параметров, как правило, приводит к завышению роли низкочастотных колебаний и к недооценке роли колебаний высокой частоты.

Например, на рассматриваемом месторождении уже в первые годы изучения были отмечены резкие колебания продуктивности, как следствие весьма неравномерного распределения рудных скоплений в плоскости рудоносной зоны. Закономерный волнообразный характер этих колебаний стал очевидным только после расчета корреляционных функций и спектров дисперсий линейных запасов по сквозным пересечениям зоны. Сравнительным анализом рудовмещающих геологических структур и пространственного положения отдельных гармоник было установлено, что именно локальные изменения элементов залегания тектонических рудоносных зон, вызванные неоднородностью физико-механических свойств вмещающих пород, оказывают определяющее влияние на размещение продуктивных участков.

Как и все предыдущие модели, рассматриваемая модель обеспечивает получение исходных количественных характеристик для обоснования и анализа разведочной сети. Расчеты коэффициентов анизотропии свойств полезных ископаемых в масштабах, сопоставимых с размерами ячеек разведочной сети, могут быть вычислены по интервалам корреляции, расположенным до первых нулевых значений эмпирических корреляционных функций. Эти данные позволяют судить не только об оптимальных формах, но и об оптимальных размерах разведочной сети, особенно на ранних стадиях геологоразведочных работ. В частности, по эмпирическим корреляционным функциям можно определить «запрещенные» размеры шага наблюдений, совпадающие с длинами отчетливо выраженных периодов, закономерных колебаний ведущих геологоразведочных параметров. Например, для второй рудной зоны «запрещенной» является разведочная сеть с шагом около $30d$ по ее простиранию.

Знание длин периодов и амплитуд закономерных колебаний в значениях важнейших геологоразведочных параметров позволяет судить о средних размерах отвечающих им геологических элементов неоднородности в строении природных скоплений полезных ископаемых. Поэтому гармонический анализ представляется наиболее подходящим методом для объективного выделения условно однородных участков и подсчетных блоков в зависимости от требований к детальности разведки на различных стадиях геологоразведочных работ. При детальной разведке данного месторождения в качестве условно однородных участков в пределах второй зоны можно рассматривать рудные блоки размером около $15d$ по простиранию, разделенные участками с резко пониженной продуктивностью примерно таких же размеров. Чередование таких рудных и безрудных участков обуславливает закономерные колебания эмпирической корреляционной функции линейных запасов с периодом около $30d$. При подсчете запасов эти участки могут быть приняты в качестве самостоятельных подсчетных блоков.

Возможность разделения общей изменчивости изучаемого геологоразведочного параметра не на две, а на три составляющие обеспечивает модели типа

случайной полигармонической функции наибольшее совершенство и универсальность.

Координированная составляющая, описывающая общие закономерности пространственного размещения полезной минерализации, объективно отражает основные особенности морфологии и строения природных скоплений полезных ископаемых. Ее выделение способствует:

1) объективной количественной оценке роли ведущих геологических факторов рудоконтроля;

2) выяснению количества уровней в строении полезных ископаемых, доступных изучению при заданной густоте разведочной сети, оценке масштаба элементов неоднородности на каждом из выделенных уровней и степени их влияния на общую изменчивость изучаемого признака;

3) предсказанию наиболее вероятных интервалов значений геологоразведочных параметров в любой точке исследуемого пространства недр, а в некоторых случаях и за его пределами, что создает количественную основу для интерполяции и экстраполяции полученных разведочных данных;

4) количественной оценке степени разведанности объекта по значению ее доли в общей дисперсии изучаемого геологоразведочного параметра.

Коррелированная составляющая изменчивости, описывающая негеометризуемые закономерности пространственного размещения полезной минерализации, вызванные влиянием местных осложняющих факторов, отражает локальные особенности морфологии и внутреннего строения природных скоплений полезных ископаемых. Ее выделение способствует:

1) количественной оценке роли рудоконтролирующих факторов, которые проявляют себя как локальные при заданной густоте разведочной сети;

2) оценке степени статистической связи между значениями параметра в двух смежных пунктах наблюдений в зависимости от геометрии проб и расстояния между ними;

3) оценке степени прерывистости внутреннего строения полезных ископаемых в ограниченных объемах.

Коррелированная составляющая определяет условия экстраполяции и интерполяции геологоразведочных данных в области, ограниченной пределом автокорреляции наблюдаемых параметров, оказывает решающее влияние на выбор геометрии проб, а также может быть использована при решении других задач, когда размеры оцениваемых объемов недр заведомо меньше расстояний предельной корреляции ведущих геологоразведочных параметров.

Случайная составляющая изменчивости, описывающая только общий уровень колебаний изучаемого геологоразведочного параметра, отражает неполноту знаний о степени полезного ископаемого на том или ином уровне. Ее выделение необходимо для вычисления средних значений параметров и вероятных погрешностей их подсчетов в зависимости от принятой геометрии проб.

Глава X

ФАКТОРЫ, ОПРЕДЕЛЯЮЩИЕ ЭФФЕКТИВНОСТЬ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ РАЗЛИЧНЫХ МОДЕЛЕЙ В ПРАКТИКЕ ГЕОЛОГОРАЗВЕДОЧНЫХ РАБОТ

ВВОДНЫЕ ЗАМЕЧАНИЯ

Возможности эффективного использования различных видов моделирования и типов моделей для решения практических геологоразведочных задач зависят от природных особенностей месторождений полезных ископаемых, целей и конкретных условий проводимых геологоразведочных работ. Методы графического моделирования в этом отношении являются наиболее универсальными. Они широко используются при разведке любых природных объектов, в любых условиях геологоразведочных работ. Возможности использования методов горно-геометрического моделирования также практически не ограничены природными условиями, однако для их эффективного использования необходимы густая разведочная сеть и достаточно большое количество единичных наблюдений. Выбор математических моделей, помимо природных особенностей месторождений, определяется целью и конкретными условиями геологоразведочных работ. В каждом конкретном случае сочетания всех этих факторов могут быть самыми различными, но выбранная математическая модель должна быть обязательно адекватной геологической модели, т. е. соответствовать тому представлению, которое создано о разведываемом объекте к началу моделирования по совокупности всех известных геологических данных.

Изменчивость свойств полезных ископаемых зависит от морфологических особенностей их природных скоплений, а также от количества, размеров и соотношений геологических элементов неоднородности, определяющих основные черты и сложность их строения. Сочетанием перечисленных особенностей полезных ископаемых определяется тип их природной изменчивости, а также характер изменчивости важнейших геологоразведочных параметров — мощностей, содержаний, линейных запасов и коэффициентов продуктивности, оказывающих влияние на выбор наиболее эффективной математической модели. Не меньшее влияние на выбор модели оказывают и условия геологоразведочных работ, конкретное содержание которых зависит не только от геологических особенностей изучаемых месторождений, но от целей и задач проводимых исследований.

Целями и задачами геологоразведочных работ определяются детальность исследований, размеры подсчетных блоков, потребная точность вычисления средних значений геологоразведочных параметров и цифр запасов, доверитель-

ная вероятность получаемых оценок. Применительно к вопросу о выборе эффективной математической модели понятие конкретных условий геологоразведочных работ включают в себя представления о геометрии отбираемых проб и о геометрии разведочной сети. Задачами геологоразведочных работ в зависимости от вида разведываемого минерального сырья определяются требования к вычислению количественных характеристик конкретных геологоразведочных параметров, к детальности их изучения и к точности расчета, что также может повлиять на выбор типа математической модели.

Как следует из изложенного, первостепенное влияние на эффективность использования той или иной математической модели оказывают соотношения размеров элементов геологической неоднородности на всех уровнях строения природных скоплений минерального сырья в недрах к шагу наблюдений, к размерам единичных замеров свойств полезного ископаемого и к величинам тех объемов недр, в которых оценивают средние значения геологоразведочных параметров и цифр запасов.

В практике геологоразведочных работ шаги наблюдений ограничиваются экономически целесообразными размерами ячеек разведочной сети — от единиц до сотен (реже первых тысяч) метров. Размеры отбираемых проб изменяются от долей метра до нескольких метров, а объемы недр, в которых определяются запасы полезных ископаемых и к которым относятся оценки средних значений геологоразведочных параметров, — от объема черпания или отпалки до объемов эксплуатационных блоков и шахтных полей. Несмотря на довольно широкий диапазон размеров проб, ячеек разведочных сетей и оцениваемых объемов недр, ими все же очерчивается сравнительно узкая область возможных масштабов исследований, пределами которой ограничивается анализ факторов, определяющих выбор математических моделей в практике геологоразведочных работ.

ВЛИЯНИЕ МОРФОЛОГИЧЕСКИХ ОСОБЕННОСТЕЙ ПРИРОДНЫХ СКОПЛЕНИЙ ПОЛЕЗНЫХ ИСКОПАЕМЫХ

Из морфологических особенностей природных скоплений полезных ископаемых первостепенное влияние на выбор типа математической модели оказывают: их размеры, форма и степень выдержанности формы.

Влияние размеров природных скоплений полезных ископаемых наиболее отчетливо проявляется при сопоставлении их с размерами ячеек разведочной сети и с размерами оцениваемых объемов недр. Можно выделить три типа природных скоплений полезных ископаемых, размеры которых:

- а) заведомо больше возможных размеров шахтных полей;
- б) заведомо больше возможных размеров ячеек разведочной сети;
- в) сопоставимы или меньше возможных размеров ячеек разведочной сети.

Скопления полезных ископаемых, размеры которых заведомо больше размеров возможных шахтных полей, обычно отличаются простыми, часто пластовыми формами и равномерным, практически сплошным строением. К ним относятся крупные пластовые месторождения минеральных солей, углей, фосфоритов, массивы строительных камней и другие месторождения, крупные по размерам и выдержанные по форме. Для таких месторождений наблюдаемые эмпирические ряды значений важнейших геологоразведочных параметров, полученные по отдельным разведочным линиям, как правило, обладают свойствами стационарности, а периодические колебания их значений практически отсутствуют либо отличаются пренебрежимо малыми амплитудами. Вследствие крупных масштабов и слабой природной изменчивости свойств использование

сложных математических моделей при разведке полезных ископаемых этого типа часто не вызывается требованиями практики. При необходимости получения детальных количественных характеристик наиболее эффективно могут быть использованы геостатистическая модель и модели типа случайной функции.

Скопления полезных ископаемых, размеры которых заведомо больше возможных размеров ячеек разведочной сети, но меньше или сопоставимы с размерами шахтных полей, отличаются большим разнообразием форм и внутреннего строения. Это — пластовые, жильные, штокерковые и другие месторождения рудных и нерудных полезных ископаемых самого различного происхождения. В наблюдаемых эмпирических рядах значений важнейших геологических параметров, получаемых при разведке этих месторождений по отдельным разведочным линиям, отчетливо проявляются низкочастотные (генеральные) гармонические колебания, а нередко и гармонические колебания с более высокими частотами и значительными амплитудами.

Поэтому для моделирования свойств по всему разведочному объекту в целом или по его участкам, в пределах которых наблюдаются периодические изменения наблюдаемых свойств, могут быть эффективно использованы методы геометризации недр и методы гармонического анализа, а геостатистические модели и модели типа стационарной случайной функции должны применяться только для моделирования геологоразведочных параметров в пределах ограниченных технологически однородных участков или блоков.

Скопления полезных ископаемых, размеры которых сопоставимы или меньше возможных размеров разведочной сети, обычно отличаются сложностью форм и внутреннего строения, а при весьма малых размерах не имеют самостоятельного промышленного значения. В этих случаях объектами оценки являются совокупности сближенных скоплений подобного рода, которые рассматриваются как продуктивные залежи или зоны со сложным прерывистым внутренним строением. К ним относятся месторождения золота, ртути, силикатного никеля, платины, оптического сырья, драгоценных камней и некоторых других видов минерального сырья.

В рядах эмпирических данных, получаемых при разведке подобных месторождений, наблюдаемые значения параметров часто относятся к различным скоплениям полезного ископаемого и представляют собой совокупности случайных некоррелированных величин. Эмпирические данные такого рода должны подвергаться математической обработке лишь с помощью статистической модели. Более совершенные модели могут использоваться только для обработки обобщенных эмпирических рядов, составленных по сквозным пересечениям продуктивных залежей или зон, объединяющих совокупности отдельных мелких скоплений.

Влияние форм природных скоплений полезных ископаемых сказывается главным образом на характере анизотропии их строения, что определяет подход к выбору направлений, по которому осуществляется моделирование свойств. Несмотря на разнообразие форм, большинство природных скоплений полезных ископаемых отличается резко сокращенными размерами по направлению мощности. При незначительных мощностях тел полезных ископаемых, соизмеримых с шириной горнодобывающих выработок, математическое моделирование геологоразведочных параметров производится по двум взаимно ортогональным направлениям разведочных линий, лежащих в плоскости разведочной сети, а моделирование в направлении мощности представляется нецелесообразным.

При мощностях, превышающих ширину выемочного пространства в несколько раз, для количественного описания внутреннего строения тел полезных

ископаемых может эффективно использоваться математический аппарат теории стационарных случайных функций.

При больших мощностях скоплений полезных ископаемых, соизмеримых с двумя другими направлениями, появляется необходимость моделирования свойств полезного ископаемого и в направлении мощности с применением тех же моделей, что и по двум другим направлениям. Особый случай представляет собой моделирование свойств маломощных трубообразных залежей полезных ископаемых, когда сплошное опробование без последующего математического моделирования наблюдаемых параметров проводится по радиальным или по двум взаимнопересекающимся направлениям, лежащим в плоскостях поперечных сечений залежи, а моделирование выполняется только по одному направлению, совпадающему с продольной осью залежи.

Для природных скоплений полезных ископаемых, размеры которых заведомо больше размеров разведочной сети, существенное значение на выбор типа математической модели оказывает также пространственная выдержанность их форм. Выдержанные и весьма выдержанные залежи могут моделироваться с помощью геостатистических моделей или моделей типа стационарной случайной функции. Для невыдержанных залежей, а также для залежей, морфологические изменения которых обусловлены главным образом периодическими составляющими, наибольший эффект обеспечивает применение моделей типа случайной полигармонической функции.

ВЛИЯНИЕ ОСОБЕННОСТЕЙ СТРОЕНИЯ ПРИРОДНЫХ СКОПЛЕНИЙ ПОЛЕЗНЫХ ИСКОПАЕМЫХ

Из особенностей строения природных скоплений полезных ископаемых на выбор типа математической модели влияют: сложность строения, степень прерывистости, структуры, количество последовательных структурных уровней и размеры элементов неоднородности. Сложность строения природных скоплений полезных ископаемых определяется количеством последовательных структурных уровней, каждый из которых состоит из совокупности геологических элементов неоднородности определенного порядка. Если элементы неоднородности, формирующие низкие уровни строения природных скоплений, различаются только концентрацией и составом полезных минералов, то каждый из них может рассматриваться как элементарный участок минерального сырья в недрах. В этих случаях принято говорить о неоднородном, но практически сплошном строении природного скопления полезного ископаемого. Если же часть элементов неоднородности низших порядков не содержит полезных минералов или содержит их в непромышленных концентрациях, то строение полезного ископаемого на данном уровне считается прерывистым, причем степень его прерывистости определяется объемной долей пустопородных элементов неоднородности в изучаемом объеме полезного ископаемого.

При сплошном строении полезного ископаемого степень его неоднородности определяется контрастностью распределения концентраций полезных минералов по смежным элементам неоднородности. Чем выше степень неоднородности, тем резче выявляется пространственная изменчивость изучаемых признаков и слабее проявлены корреляционные связи между его значениями в смежных пересечениях. Степень неоднородности строения полезного ископаемого резко увеличивается с нарушением его сплошности.

Прерывистость строения затрудняет выявление пространственных закономерностей изменчивости, причем эти трудности быстро возрастают по мере

Таблица 17

Группа	Характеристика геологического строения	Примеры	Морфология тел полезных ископаемых			Строение тел полезных ископаемых	Число дискретных природных уровней строения	Наиболее приемлемые геолого-математические модели
			Размеры	Форма	Соотношения размеров тел полезных ископаемых, размеров шахтных полей и ячеек разведочной сети			
I	Месторождения (бассейны) предельно простого геологического строения	Месторождения минеральных солей, бассейны неметаморфических углей, осадочные месторождения железа, марганца, геосинклинальные месторождения фосфоритов, месторождения строительных камней	Очень крупные — десятки км ²	Пласты, массивы	Заведомо больше размеров шахтных полей	Сплошное, равномерное	1—2	Для моделирования локальных объемов применимы геостатистические модели и модели типа стационарных случайных функций
II	Месторождения весьма простого геологического строения	Крупные метаморфические и скारновые месторождения железных руд, крупные песчано-гравийные месторождения, пластовые месторождения гипса и ангидрида, крупные морские россыпи	Крупные — от одного до нескольких км ²	Пласты и пластово-добные залежи	Сопоставимы с размерами шахтных полей	Сплошное, близкое к равномерному	1—3	Модели типа стационарных случайных функций; на высоких уровнях строения возможно использование геостатистических моделей
III	Месторождения простого геологического строения	Месторождения медистых песчанков, крупные медные и молибденовые штоковые, крупные медноколчеданные месторождения, крупные жильные залежи флюорита, крупные залежи сульфидных медноникелевых руд	Умеренно крупные — десятки км ² — 1 км ²	Пласто-линзовые и штокообразные залежи	Меньше шахтных полей, но заведомо больше ячеек разведочной сети	Сплошное, неравномерное	2—4	Модели типа стационарной или полигармонической случайной функции. Для локальных объемов — геостатистические модели

IV	Месторождения умеренно сложного геологического строения	Месторождения сидеритовых и полиметаллических колчеданных руд, золото- и оловорудные штокверки, крупные жилы меди, барита, флюорита, крупные залежи асбеста, крупные долинные россыпи	Средние — порядка нескольких	Пласто-, линзо-, штокообразные и более сложные формы	Больше размеров ячеек разведочной сети	Сплошное или слабое, прерывистое, неравномерное	3—4	Модели типа полигармонической функции. Для локальных объемов — геостатистические или типа стационарной случайной функции
V	Месторождения сложного строения, в легкоконтинентальных рудовмещающих структурах	Скарновые полиметаллические месторождения, жилые месторождения золота, олова, висмута и мышьяка, пласто-, дольные залежи сурьмяных руд, крупные русловые и террасовые россыпи	Небольшие — сотни и первые тысячи м ²	Гнездо-, жилы-, линзо-, дольные и более сложные формы	Сопоставимы с размерами ячеек разведочной сети	Слабое, прерывистое, весьма неравномерное	3—5	Модели типа полигармонической случайной функции. Для локальных объемов — типа стационарной случайной функции, геостатистические и статистические
VI	Месторождения весьма сложного строения в труднокартируемых геологических структурах	Редкоземельные и оловоносные пегматиты, мелкие жилые и скарновые месторождения вольфрама, олова и полиметаллов, многие месторождения ртути	Мелкие — от десятков до первых сотен м ²	Гнездообразные и сложные неправильной формы	Меньше размеров ячеек разведочной сети	Прерывистое, весьма неравномерное	4—5	Преимущественно статистические модели. Более сложные модели могут быть использованы только для моделирования свойств на низких уровнях строения
VII	Месторождения исключительно сложного геологического строения	Платиноносные трубки и гнезда хромитов, месторождения пьезоконического сырья, драгоценных камней, слюды, мелкие аллювиальные россыпи с большим количеством самородков	Очень мелкие — порядка десятков и менее м ²	Шлиры, гнезда или скопления неправильной формы	Заведомо меньшие размеры ячеек разведочной сети	Прерывистое, весьма неравномерное	5—6	Статистические модели по характеристикам продуктивности

увеличения степени прерывистости природных скоплений полезных ископаемых. Поэтому для моделирования внутренних свойств сильно прерывистых залежей с коэффициентами продуктивности порядка 0,3—0,5 и менее приемлемы, как правило, только статистические модели.

Прерывистость природных скоплений минерального сырья в недрах, проявленная только на высоких уровнях их строения, обычно не учитывается в практике геологоразведочных работ. При моделировании важнейших геологоразведочных параметров такие природные скопления считаются практически непрерывными.

Таким образом, количество последовательных уровней строения, их размеры и соотношения оказывают непосредственное влияние на возможности выявления различных составляющих наблюдаемой изменчивости, а следовательно, и на эффективность использования тех или иных математических моделей. Наиболее легкими объектами в этом отношении являются месторождения с условно однородным строением; к ним относятся многие пластовые месторождения осадочного генезиса, а также эндогенные месторождения алмазов, хромитов и некоторых других видов минерального сырья, поскольку их неоднородность проявляется только на уровнях строения минеральных агрегатов или локальных обособлений полезного ископаемого. Моделирование их геологоразведочных параметров производится обычно с помощью математических моделей, обеспечивающих разделение наблюдаемой изменчивости на две или даже на три составляющие. Эти же типы моделей используются при моделировании свойств выдержанных и детально разведанных штокверковых месторождений при условии, что неоднородность проявляется только на уровнях строения морфологически обособленных участков штокверков и на более высоких уровнях.

Значительно более сложным оказывается изучение минерализованных зон дробления, невыдержанных штокверковых, жильных и россыпных месторождений, в строении которых нередко выделяется ряд последовательных уровней — от уровня строения минерального агрегата до уровня строения рудного тела и рудоносной зоны.

Сложность подобных месторождений, обусловленная присутствием в них геологических элементов неоднородности пяти и более порядков, препятствует выявлению закономерностей пространственной изменчивости важнейших свойств полезных ископаемых. Поэтому применение совершенных математических моделей при их оценке ограничивается, как правило, детально разведанными участками, а менее изученные блоки подвергаются моделированию только с помощью статистических моделей.

В месторождениях с крайне сложным и весьма прерывистым строением, к которым относятся некоторые месторождения ртути, золота, оптического сырья, драгоценных камней и некоторых других видов полезных ископаемых, нередко выделяется до шести и более структурных уровней. Сильная прерывистость оруденений и пространственная обособленность элементов неоднородности самых различных порядков ограничивает возможности моделирования большинства геологоразведочных параметров даже с помощью статистических моделей.

Единственным параметром, поддающимся статистическому моделированию, часто оказывается только продуктивность фиксированных объемов горнорудной массы, средняя оценка которой используется в качестве основы для подсчета ожидаемых запасов в пределах потенциально рудоносных объемов недр.

Природными особенностями месторождений обуславливается и относительная изменчивость их важнейших геологоразведочных параметров. Для место-

рождений многих видов минерального сырья и особенно для рудных месторождений характерно, что наиболее выдержанным геологоразведочным параметром является мощность залежей, а наименее выдержанным — содержание в них полезного компонента. Однако наблюдаются и обратные соотношения. Например, на месторождениях силикатного никеля, на многих скарноворудных месторождениях и на других месторождениях с условно однородным строением, но сложной морфологией рудных залежей, наиболее изменчивым параметром оказывается их мощность. В таких случаях для моделирования наиболее изменчивых геологоразведочных параметров используются статистические модели, а для моделирования более выдержанных параметров — модели типа стационарных случайных функций или геостатистические.

Группировка месторождений по их природным свойствам применительно к выбору наиболее приемлемой геолого-математической модели приводится в табл. 17.

ВЛИЯНИЕ ГЕОМЕТРИИ ПРОБ

Влияние геометрии проб наиболее отчетливо проявляется при моделировании рядов исходных данных, полученных путем сплошного опробования разведочных пересечений.

Математическое моделирование результатов опробования маломощных разведочных пересечений (порядка нескольких метров) обычно не имеет практического смысла. Такие тела полезных ископаемых отрабатываются, как правило, сплошным забоем, а количество интервальных (или секционных) проб в каждом сечении измеряется единицами. Поэтому, за редкими исключениями, обработка результатов опробования маломощных разведочных пересечений ограничивается оценкой средних содержаний с применением обычных статистических приемов. Если количество проб в каждом разведочном пересечении достигает нескольких десятков, для количественного описания внутреннего строения залежей могут быть эффективно использованы эмпирические структурные или корреляционные функции содержаний и их спектральные характеристики. Математическую обработку результатов сплошного опробования мощных разведочных пересечений, длины которых соизмеримы с размерами ячеек разведочной сети, целесообразно проводить с применением тех же моделей, которые используются для моделирования геологоразведочных параметров по разведочным линиям. При этом эффективность использования той или иной модели будет зависеть от размеров геологических элементов неоднородности, характера их сочетаний в теле полезного ископаемого, а также от соотношений размеров этих элементов и длин интервальных проб.

Поскольку при сплошном опробовании разведочных пересечений шаг опробования равен нулю, характеристики изменчивости содержаний по конкретному ряду проб будут зависеть только от их длин. В частности, корреляционные связи между значениями содержаний в смежных пробах усиливаются с увеличением длин опробованных интервалов и ослабляются по мере их сокращения. На рис. 77, а, б показаны корреляционные функции содержаний трехокси вольфрама, построенные по падению скарновой залежи по данным анализов бороздовых проб длиной 3 м и по «сквозным» пробам, отобранным на всю мощность залежи от висячего до лежащего бока длиной 50—70 м при r порядка 10 м. Из приводимых графиков видно, что с увеличением длин проб наблюдается усиление связи между соседними сечениями, увеличивается общая длина интервала положительной корреляции содержаний, а пространственные изменения корреляционной функции приобретают более плавный характер.

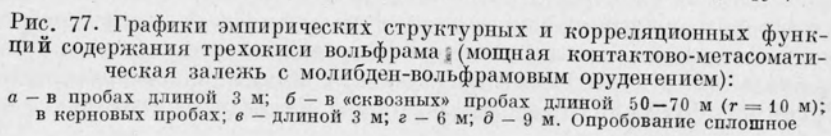


Рис. 77. Графики эмпирических структурных и корреляционных функций содержания триоксида вольфрама (мощная контактово-метасоматическая залежь с молибден-вольфрамовым орудуением):
 а — в пробах длиной 3 м; б — в «сквозных» пробах длиной 50–70 м ($r = 10$ м);
 в — в кернах; г — в пробах длиной 3 м; д — 6 м; е — 9 м. Опробование сплошное

При описании изменчивости признака с помощью структурной функции размер проб регулирует величину дисперсии исследуемого свойства и определяет положение структурной функции по отношению к оси ординат. В качестве примера влияния геометрии проб на рис. 77 приводится структурная функция содержаний трехоксида вольфрама в скарновой залежи по керновым пробам длиной 3, 6 и 9 м. Горизонтальные линии на графике соответствуют удвоенной величине статистической дисперсии ($2D$).

Характер изменений корреляционных связей зависит также от соотношения длин проб и размеров элементов неоднородности различных порядков. При фиксированной длине интервальной пробы наиболее отчетливая корреляция между значениями содержаний в смежных пробах будет проявляться в пределах одного геологического элемента неоднородности. Если увеличить шаг опробования, используя данные по каждой второй, третьей, n -й интервальной пробе, сила корреляционной связи будет ослабевать до полного ее исчезновения, при суммарной длине интервала пропущенных проб, равной интервалу предельной корреляции. Такая картина будет наблюдаться только в том случае, если весь ряд наблюдений укладывается в пределы одного геологического элемента неоднородности низшего порядка.

При одном и том же характере строения полезного ископаемого в объемах некоторых геологических элементов расстояние предельной корреляции наблюдаемых содержаний по ряду разобщенных проб одинаковой длины будут меньше для тех рядов проб, которые пересекают элементы неоднородности меньших размеров. В пределе, когда размеры геологических элементов неоднородности низшего порядка уменьшатся до размеров, сопоставимых с длинами интервальных проб, корреляция между наблюдаемыми значениями содержаний даже в смежных пробах практически исчезает. Если размеры элементов неоднородности меньше, чем длина интервальных проб, то закономерности их пространственного размещения останутся невыявленными, а их особенности окажут непосредственное влияние на величину случайной составляющей наблюдаемой изменчивости содержаний.

Таким образом, увеличение размеров интервальных проб хотя и способствует усилению корреляционных связей между наблюдаемыми значениями содержаний, но одновременно снижает детальность изучения строения полезного ископаемого и приводит к уменьшению количества проб по каждому разведочному пересечению. Поэтому при сплошном опробовании мощных разведочных пересечений длины интервальных проб следует уменьшать с таким расчетом, чтобы обеспечить получение необходимой информации о строении полезного ископаемого на максимально доступном структурном уровне.

ВЛИЯНИЕ ГЕОМЕТРИИ РАЗВЕДОЧНОЙ СЕТИ

Размерами разведочной сети определяется порядок выявленных геологических элементов неоднородности. Если исследуемый геологический элемент обладает условно однородным внутренним строением, а размеры его заведомо больше размера ячейки разведочной сети, то между значениями геологоразведочных параметров в смежных пересечениях проявятся отчетливые корреляционные связи (см. рис. 61, 62). Если каждый из крупных геологических элементов неоднородности, в свою очередь, состоит из элементов неоднородности более высоких порядков, размеры которых сопоставимы или заведомо меньше ячеек разведочной сети, то структурные особенности полезных ископаемых на этих уровнях строения останутся невыявленными, а корреляционные связи между

значениями изучаемых параметров в смежных разведочных пересечениях не проявятся.

При умеренной неоднородности внутреннего строения достаточно крупного геологического элемента последовательное сгущение разведочной сети будет выявлять периодические колебания в значениях геологоразведочных параметров, отражающие особенности пространственного размещения геологических элементов неоднородности все более высоких порядков. Однако для каждого природного скопления полезного ископаемого существует некоторая локальная область, в которой дальнейшее сгущение разведочной сети не обеспечит выявления новых высокочастотных периодических колебаний, но приведет к последовательному усилению корреляционной связи между наблюдаемыми значениями геологоразведочных параметров в смежных разведочных пересечениях при условии, что корреляционные моменты будут рассчитываться в среднем для достаточно большого количества смежных разведочных пересечений.

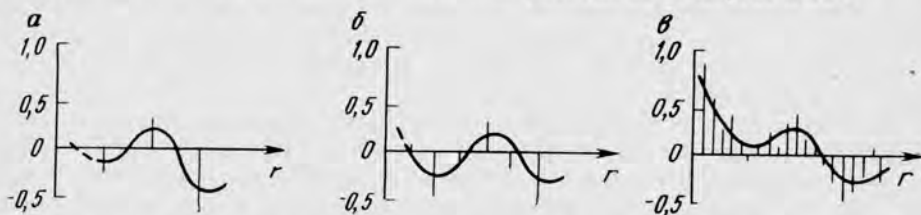


Рис. 78. Графики эмпирических корреляционных функций содержаний трехокси вольфрама в «сквозных» пробах при густоте сети 25 м (а); 12,5 м (б) и 4 м (в)

Размеры локальной области определяются пределами корреляции наблюдаемых признаков, а совокупность наблюдений в пределах такой локальной области может рассматриваться как реализация стационарной случайной функции. Таким образом, сгущение сети в пределах зоны корреляции геологоразведочных параметров способствует выявлению коррелированной составляющей их наблюдаемой изменчивости.

На рис. 78 приведены корреляционные функции содержаний трехокси вольфрама в сквозных разведочных пересечениях, по данным опробования мощной скарновой залежи. Как видно из рисунка, характер корреляционной функции, несмотря на частные различия, в целом остается сходным при изменении густоты сети наблюдений от 25 до 4 м. В зависимости от густоты разведочной сети наибольшие изменения претерпевает величина первого корреляционного коэффициента — от высокой положительной связи при $r = 4$ м до отрицательной связи при $r = 25$ м.

Как и при сплошном опробовании, даже предельное сближение разведочных пересечений не обеспечивает абсолютно полного совпадения наблюдаемых значений геологоразведочных параметров. Расхождения между ними неизбежны и при шаге наблюдений, равном нулю, что связано с осложняющим влиянием элементов неоднородности высоких порядков, размеры которых заведомо меньше длин разведочных пересечений и интервальных проб.

Сказанным определяется влияние геометрии разведочной сети на выбор типа математической модели. Когда размеры ячеек разведочной сети соизмеримы или больше размеров самых крупных геологических элементов неоднородности, наблюдаемые исходные данные не поддаются селективной математической обработке и приемлемой является только статистическая модель. При

этом, чем выше общий уровень наблюдаемой изменчивости геологоразведочных параметров, тем больше должно быть количество единичных наблюдений.

Густая разведочная сеть с большим количеством наблюдений в пределах локальных объемов недр, ограниченных пределами корреляции изучаемых геологоразведочных параметров, позволяет использовать геостатистические модели или модели типа стационарной случайной функции, а разведочная сеть, охватывающая достаточно обширные объемы недр и обеспечивающая выявление пространственных особенностей геологических элементов неоднородности нескольких порядков, предопределяет возможность использования математической модели типа случайной полигармонической функции.

ВЛИЯНИЕ ЦЕЛЕЙ И ЗАДАЧ РАЗВЕДОЧНЫХ РАБОТ

Целями геологоразведочных работ определяются необходимая детальность исследований, требуемая точность и вероятность средних оценок, а также требования к количественным характеристикам отдельных свойств полезных ископаемых.

Детальность исследований определяется, в конечном счете, размерами подсчетных блоков, по отношению к которым устанавливается необходимая детальность выявления особенностей пространственного размещения важнейших геологоразведочных параметров и к объемам которых относятся оценки их средних значений. В зависимости от требований к детальности разведки с учетом природных особенностей полезного ископаемого устанавливается необходимая густота разведочной сети.

Целями геологоразведочных работ определяется и предельно допустимая погрешность оценки запасов и средних значений геологоразведочных параметров в подсчетных блоках, а также доверительная вероятность их расчета. От этих требований с учетом природных свойств полезных ископаемых зависят минимально необходимые количества разведочных пересечений в каждом подсчетном блоке.

Задачами разведочных работ определяется перечень подлежащих изучению важнейших свойств полезных ископаемых, устанавливается, какие из них необходимо изучить наиболее детально и оценить наиболее достоверно. Для каждого свойства полезного ископаемого обосновывается необходимость изучения особенностей его пространственного размещения или устанавливается, что на данной стадии разведки целесообразнее ограничиться только оценками его средних значений в некоторых фиксированных объемах недр.

Требования к детальности и точности изучения того или иного свойства полезного ископаемого оказывают непосредственное влияние на выбор и на эффективность использования математических моделей. Если на данной стадии разведки нет необходимости выяснять особенности пространственного размещения изучаемого свойства, а можно ограничиться только оценками его средних значений по отдельным подсчетным блокам и вероятными погрешностями их определения, то с максимальным эффектом могут быть использованы статистические модели. Если изучение проводится для выяснения закономерностей пространственного размещения того или иного свойства полезного ископаемого, то математическое моделирование должно осуществляться с применением моделей типа стационарной случайной функции или типа случайной полигармонической функции. При выборе моделей следует реально оценивать возможности каждого вида моделирования и требования к результатам геологоразведочных работ. Когда количество экспериментальных данных ограничено, в них

содержится информация, отражающая только самые общие черты изменчивости изучаемых признаков. Поэтому, чрезмерное усложнение процесса моделирования, особенно на ранних стадиях геологоразведочных работ, не диктуется необходимостью и не оправдывается получаемыми результатами.

На ранних стадиях геологоразведочных работ, целевое назначение которых сводится к выявлению общих масштабов промышленной минерализации и среднего качества минерального сырья в недрах разведываемого месторождения, решение важнейших геологоразведочных задач достигается с применением общих методов графического моделирования и с использованием простейших статистических моделей. Этому способствуют редкая разведочная сеть выработок и ограниченное количество разведочных пересечений. Необходимость в применении более сложных и совершенных моделей типа стационарной случайной функции или полигармонической случайной функции возникает только при моделировании геологоразведочных параметров по детализационным разведочным линиям и по отдельным блокам, в которых повышенная густота наблюдений необходима для получения исходной информации о структуре полезных ископаемых на более высоких уровнях их строения.

При обработке исходных эмпирических данных, получаемых в процессе детальных геологоразведочных работ, целевое назначение которых сводится к оценке качества и запасов минерального сырья по отдельным участкам и блокам месторождения, наряду с обычным графическим моделированием широкое применение находят горно-геометрические методы, а также методы математического моделирования с широким использованием моделей типа стационарной случайной функции и типа случайной полигармонической функции. Методы статистического моделирования сохраняют важное значение и на этой стадии разведочных работ, особенно при сложном прерывистом строении залежей полезных ископаемых.

Наиболее широкие возможности для практического использования всех видов моделирования появляются при проведении геологоразведочных работ на действующих горнорудных предприятиях. В процессе эксплуатационной разведки, совпадающей во времени с проведением горноподготовительных, нарезных и очистных работ, накапливается колоссальная исходная информация о свойствах полезных ископаемых, наблюдаемая по предельно густой разведочной сети, равномерно размещенной по объемам всех эксплуатационных блоков и с большим количеством единичных разведочных пересечений в каждом из них. При этом появляются исключительно благоприятные условия для создания различных графических и объемно-макетных моделей, для широкого применения методов геометризации недр, а также для практического использования методов геостатистики, применение которых на более ранних стадиях геологоразведочных работ сдерживается недостаточной плотностью разведочной сети и ограниченным количеством разведочных пересечений, приходящихся на один технологически однородный подсчетный блок.

По мере накопления геологической и цифровой информации по большому количеству обработанных блоков, горизонтов и участков появляются возможности для обобщения эмпирических данных и для моделирования важнейших свойств месторождений полезных ископаемых сперва по отдельным продуктивным залежам, а затем по всей продуктивной зоне в целом. В процессе этих исследований создаются исключительно благоприятные условия для эффективного использования математических моделей типа случайных полигармонических функций, применение которых позволяет выделить все составляющие наблюдаемой изменчивости геологоразведочных параметров и обеспечивает

Стадии разведочных работ			Эксплуатационные
Задачи геологоразведочных работ	Ранние	Детальные	
Изучение геологических условий залегания, форм и строения месторождений полезных ископаемых как основы для прогнозирования и направления геологоразведочных работ	Графическое моделирование	Графическое и объемно-макетное моделирование при вспомогательном значении горно-геологических методов	Графическое, объемно-макетное и горно-геометрическое моделирование
Количественное описание форм, условий залегания и строения полезных ископаемых для геологической промышленной классификации месторождений полезных ископаемых и создания эталонов объектов разведки	То же	Моделирование с помощью аппарата стационарных случайных функций и гармонического анализа при вспомогательном значении статистических и горно-геометрических методов	Все типы математического моделирования и горно-геометрические методы
Оценка изменчивости геологоразведочных параметров как основы для анализа разведочной сети	Моделирование с помощью статистических методов при вспомогательном значении более совершенных математических методов	Моделирование с помощью аппарата стационарных случайных функций и гармонического анализа при вспомогательных значениях других методов	Геостатистические и все другие виды математического моделирования
Выделение условно однородных объемов для оконтуривания и блоkirовки	Графическое моделирование	Графическое, горно-геометрическое и математическое моделирование (модели типа стационарной случайной функции и гармонического анализа)	Горно-геометрические модели и все виды математического моделирования
Оценка вероятных средних значений геологоразведочных параметров и других свойств полезных ископаемых	Моделирование с помощью статистических моделей	Моделирование с помощью статистических моделей, аппарата теории случайных функций и гармонического анализа	Геостатистическое моделирование и все другие типы математических моделей
Посчет запасов и оценка вероятных погрешностей их подсчета	Статистическое моделирование на основе графических моделей	Статистические и более совершенные математические модели на основе графического моделирования, в ряде случаев — горно-геометрического моделирования	Геостатистические и все другие виды математического моделирования на графической и горно-геометрической основе
Оценка степени разведанности месторождений полезных ископаемых или их участков	Графическое моделирование, а на участках детализации — моделирование с помощью аппарата стационарных случайных функций	Моделирование с помощью аппарата стационарных случайных функций и гармонического анализа	Моделирование с помощью аппарата стационарных случайных функций и гармонического анализа

получение исходных данных для создания количественных моделей — эталонов важнейших свойств месторождений данного геолого-промышленного типа.

Не менее широкое применение в практике эксплуатационной разведки и горнодобычных работ находят различные виды статистического моделирования, с помощью которых решаются задачи опробования и сортировки рыхлых и перемешанных горнорудных масс, рассчитываются парные и множественные корреляционные связи между наблюдаемыми значениями различных свойств полезных ископаемых, которые используются для решения различных геолого-разведочных задач.

Возможности эффективного использования различных видов моделирования при решении важнейших геологоразведочных задач на разных стадиях разведочных работ отражены в табл. 18.

Глава XI

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ОПРОБОВАНИЯ

ВВОДНЫЕ ЗАМЕЧАНИЯ

Опробование полезных ископаемых проводится для выявления качества минерального сырья, минерального и химического состава, технологических свойств, зональности, петрографических особенностей, физических свойств и горнотехнических характеристик внутреннего строения отдельных залежей. При отсутствии естественных контактов промышленного оруденения с вмещающими породами результаты опробования служат основой для оконтуривания тел полезных ископаемых, выделения и оконтуривания участков, сложенных рудами различных природных типов и промышленных сортов, выявления их морфологических особенностей и строения.

Опробование минерального сырья производится выборочно. Пробы могут отбираться из массивов руд в их естественном залегании, из отвалов или других скоплений раздробленных минеральных масс. Пробой часто называется порция материала, отобранная механическим способом из искусственного скопления минерального сырья или из рудного массива в его естественном залегании, предназначенная для проведения тех или иных испытаний. Характер испытаний зависит от назначения проб. Иногда они включают в себя изучение многих и разнообразных свойств минерального сырья, например технологические испытания проб, но чаще ограничиваются определением одного или нескольких специфических свойств (например, анализы проб на содержание полезных компонентов). В последнее время в связи с расширением возможностей геофизических методов механический отбор проб все чаще заменяется определением свойств полезного ископаемого непосредственно в естественном залегании. Переход от механических способов пробоотбора к геофизическим (в частности, к ядерно-геофизическим) методам количественного изучения важнейших свойств полезных ископаемых в их естественном залегании представляется весьма прогрессивным.

При механических способах опробования каждая проба может быть взята из массива только один раз. Это весьма нежелательное свойство неповторимости пробы осложняет методику контроля качества пробоотбора и определения технических погрешностей проб. Заведомо очевидно, что результаты анализов двух, даже пространственно совмещенных проб должны расходиться между собой, так как они характеризуют свойства полезного ископаемого в различных объемах недр. Величина этих расхождений зависит не только от качества и условий

пробоотбора, но и от степени природной неоднородности изучаемого объекта. Геофизические пробы в отличие от проб, отобранных механическим способом, позволяют повторить замер изучаемого свойства любое количество раз в одном и том же выбранном объеме недр. Поэтому погрешности определений изучаемых параметров по результатам контрольного и контролируемого замеров не зависят от степени природной неоднородности изучаемого объекта и могут полностью относиться на счет несовершенства методики геофизического анализа.

Другим существенным преимуществом геофизических методов по сравнению с механическими является экономически оправданная возможность проведения сплошного дифференциального опробования по участкам элементарно малых размеров. Эта возможность вытекает из существа геофизических методов, в то время как заметное повышение детальности механического пробоотбора неизбежно влечет за собой значительное увеличение общего количества единичных проб, каждая из которых требует самостоятельных механической обработки и анализов.

При количественном определении свойств полезных ископаемых геофизическими методами непосредственно в их коренном залегании понятие пробы совпадает с понятием замера.

Применительно к решению задач количественной характеристики изменчивости полезных ископаемых в недрах пробу следует рассматривать как единичное локальное наблюдение, предназначенное для определения какого-либо их свойства в изучаемом объеме.

Специфической особенностью опробования является несоизмеримость отдельных проб с объемами опробуемых масс. Поэтому значение изучаемого свойства по единичной пробе практически никогда не соответствует среднему его значению в объеме опробуемой массы. Достоверная оценка этого среднего значения может быть получена только по совокупности достаточно большого количества единичных проб, равномерно размещенных по всему опробуемому массиву. Практикой установлено, что если опробованию подвергаются скопления полезных ископаемых в коренном залегании, то для получения достоверных средних характеристик количество единичных проб должно быть тем больше, чем сильнее природная изменчивость изучаемого свойства в массиве, меньше объемы (размеры) единичных проб и больше размеры ячеек разведочной сети.

Поскольку основная задача опробования сводится, в конечном итоге, к оценке точности подсчета средних характеристик и цифр запасов по результатам геологоразведочных работ, то для ее решения необходимо знать, как влияют объемы, размеры, формы и ориентировка единичных проб, а также расстояния между смежными пунктами пробоотбора и геометрии сети наблюдений на характеристики наблюдаемой изменчивости изучаемых признаков. Необходимо также располагать приемами раздельного учета перечисленных выше факторов и приемами разделения общей дисперсии изучаемых признаков на ее составляющие в зависимости от отношений размеров элементов неоднородности к размерам проб и к шагу опробования.

В такой постановке проблема опробования охватывает не только вопросы обоснования и расчета оптимальной геометрии проб, но также вопросы плотности, густоты и ориентировки сети наблюдений, т. е. практически всю проблему оптимизации разведочной сети.

Ниже рассматривается влияние неоднородности строения полезных ископаемых, геометрии проб и геометрии разведочной сети на характеристику изменчивости содержаний. Все сказанное в отношении этого наиболее существ-

венного свойства большинства полезных ископаемых в равной степени относится и ко всем другим геологоразведочным параметрам, характеризующим особенности внутреннего строения залежей.

ВЛИЯНИЕ НЕОДНОРОДНОСТИ СТРОЕНИЯ ПОЛЕЗНЫХ ИСКОПАЕМЫХ НА КОЛИЧЕСТВЕННЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ РЕЗУЛЬТАТОВ ОПРОБОВАНИЯ

В настоящее время накоплен большой статистический материал, характеризующий влияние геологической неоднородности строения полезных ископаемых на количественные характеристики изменчивости важнейших геологоразведочных параметров. Однако использование и сравнение этих данных возможно только при условии, что они получены по пробам с одинаковой геометрией и в пределах некоторых элементарных, статистически однородных блоков.

Условие элементарности и статистической однородности блока выполняется в пределах некоторой области полезного ископаемого, в которой содержания по пробам вследствие локальной прерывистости оруденения ведут себя как случайные независимые величины.

Для одинаковых условий пробоотбора размеры элементарных блоков определяются природными свойствами полезного ископаемого в недрах. Размеры блоков должны быть настолько малыми, чтобы величины дисперсий содержаний по пробам полностью определялись бы значениями дисперсий эффективной неоднородности, а дисперсии, связанные с проявлениями неоднородностей низших порядков, оставались бы еще статистически незначимыми. При фиксированной геометрии проб размеры элементарных блоков увеличиваются с возрастанием степени прерывистости оруденения, с уменьшением концентрации полезных минералов в рудах и с увеличением размеров их отдельных включений или агрегатов. Таким образом, условие элементарности и статистической однородности блока обеспечивается при отборе серии проб на столь близких расстояниях друг от друга, что корреляционные связи между значениями содержаний в смежных пробах еще не проявляются. Однако это же условие может реализоваться и при отборе проб по достаточно редкой сети, когда автокорреляция между значениями содержаний по смежным пробам практически исчезнет из-за того, что слишком редкая сеть не выявляет заметных неоднородностей низших порядков. Во всех остальных случаях, когда значения содержаний по смежным пробам оказываются в большей или меньшей степени коррелированными, опробованные блоки не удовлетворяют условиям элементарности и статистической однородности, так как статистические дисперсии, обусловленные эффективной неоднородностью, искажаются под влиянием дисперсий содержаний, связанных с проявлением неоднородностей низших порядков.

Условие элементарности и статистической однородности блока допускает рассмотрение исходных геологоразведочных данных как случайной (стохастической) совокупности. При выполнении этого условия наиболее полной количественной характеристикой наблюдаемой изменчивости содержаний полезных компонентов могут служить функции плотности распределений частот содержаний, а частными характеристиками — оценки средних содержаний и оценки центральных моментов различных порядков.

Эмпирические функции плотности распределений частот содержаний полезных компонентов в месторождениях различной геологической природы и различных видов минерального сырья исключительно разнообразны. Например, гиперболическое резко левоасимметричное распределение содержаний

известно для многих бонанцевых и россыпных месторождений золота с самородками, месторождений алмазов, ртути и гнездовых месторождений редких металлов. Левоасимметричным логарифмически-нормальным распределением характеризуются месторождения меди, полиметаллов, вольфрама, олова и молибдена. Симметричные, близкие к нормальному распределению встречаются в месторождениях калийных солей, в некоторых бокситовых и железорудных месторождениях, а правоасимметричные распределения типичны для многих

железорудных, хромитовых, бокситовых, марганцевых и фосфоритовых месторождений.

Если кривая частот распределения одновершинна, то обычно допу-

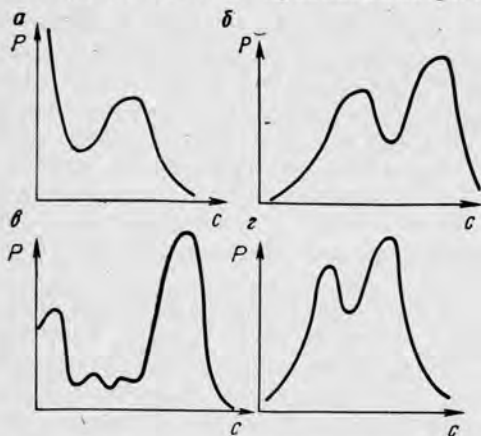


Рис. 79. Примеры сложных многовершинных распределений процентных содержаний компонентов. (По В. Ф. Мягкову).

а — Иртышское полиметаллическое месторождение; б — Шахтаминское молибденовое месторождение; в — Кутимское железорудное месторождение; г — Николаевское железорудное месторождение

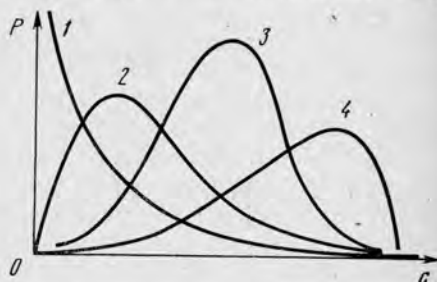


Рис. 80. Типы кривых распределений содержаний компонентов в месторождениях. (По В. Ф. Мягкову и В. В. Богацкому). 1 — гиперболическое; 2 — логнормальное; 3 — нормальное; 4 — зеркальный аналог логнормального

скается, что она отражает изменчивость содержаний в однородном геологическом поле. Если экспериментальная кривая (при правильном выборе количества и интервалов классов) имеет двухвершинную (и более) форму, считается, что такое распределение отражает положение двух (и более) различных явлений. Подобная форма кривых, обусловленная неоднородностью исходных статистических данных, может быть связана с наличием минеральных образований нескольких генераций, этапов или стадий с различиями текстурного характера и другими особенностями природных образований.

На рис. 79 приведены примеры сложных многовершинных распределений содержаний полезных компонентов по В. Ф. Мягкову (1967). Кривая на рис. 79, а дает представление о распределении цинка в рудах Иртышского полиметаллического месторождения, в котором сфалерит встречается среди массивных и прожилковых руд. Кривая на рис. 79, б построена по данным опробования Шахтаминского молибденового месторождения. Две вершины кривой характеризуют особенности распределения первичных и окисленных разновидностей руд. Кривая на рис. 79, в описывает распределение закиси железа в рудах Кутимского месторождения где основная масса закисного железа входит в состав либо пирита гематитовых руд, либо магнетита магнетит-гематитовых руд. Кривая на рис. 79, г характеризует распределение железа в рудах Николаевского месторождения. Две ее вершины соответствуют распределению железа в двух типах руд — в песчаниково-конгломератовых и в гидротермально-сидеритовых.

Многовершинность кривых распределения содержаний означает, что изучаемая совокупность проб неоднородна. В таких случаях требуется разделение всей совокупности на две (или более) подсовкупности, что может быть осуществлено методами статистического анализа или, например, с помощью построения корреляционных полей двух полезных компонентов, содержание которых известно по каждой из отобранных проб.

Обобщенные эмпирические данные по статистической обработке результатов опробования различных месторождений полезных ископаемых с использованием материалов В. В. Богацкого приведены в работе В. Ф. Мягкова (1967). Им выделено четыре типа кривых распределения содержаний (рис. 80). Рассматривая статистические распределения компонентов как отражение закономерностей пространственных изменений их концентраций, В. Ф. Мягков предлагает использовать эмпирические функции плотностей распределения частот содержаний полезных компонентов для решения ряда генетических вопросов. Эти рекомендации нельзя признать полностью состоятельными, так как в них игнорируются различия количественных характеристик, связанные с различиями геометрии проб и геометрии разведочной сети, хотя между закономерностями размещения полезных компонентов в залежах и формами кривых распределения их содержаний существуют весьма тесные и вполне определенные связи.

Проявлению левой асимметрии способствуют: прерывистость оруденения, различия в размерах отдельных скоплений полезных минералов и неравномерность их пространственного размещения при низкой степени концентрации полезного компонента в опробуемом объеме, т. е. те же факторы, влияние которых способствует увеличению степени неравномерности оруденения. Симметричные и правоасимметричные кривые распределения содержаний проявляются в залежах со сплошным и выдержанным оруденением и часто с высокой концентрацией полезного ископаемого в опробуемом объеме. При этом правая асимметрия кривых становится более отчетливой с увеличением концентрации (среднего содержания) полезного компонента, степени устойчивости содержаний по различным направлениям.

Нормальное распределение содержаний проявляется тогда, когда содержания, полученные по частым пробам, представляют собой независимые случайные величины, каждая из которых оказывает на величину среднего содержания равномерное и малое влияние. Проявлению нормального закона способствует и такое размещение полезного минерала, когда его доля составляет примерно половину от всего объема тела полезного ископаемого, а отдельные агрегаты или скопления полезного минерала мало отличаются по размерам. Необходимо также, чтобы в их пространственном размещении отсутствовали тенденции к локальным концентрациям.

Логарифмически-нормальное распределение проявляется на многих рудных месторождениях, для которых типичны низкие содержания металлов в рудах. На месторождениях с высокими содержаниями полезных компонентов (месторождения железа, марганца, бокситов и особенно строительных материалов), когда среднее содержание по залежи приближается к среднему содержанию компонента в полезном минерале, экспериментальное распределение становится симметричным или приобретает правую асимметрию с максимумом частот в области больших содержаний. На месторождениях с очень низкими содержаниями и с весьма прерывистым распределением полезного минерала появляется большое количество проб с нулевыми содержаниями, и распределение становится гиперболовидным.

Уменьшение поперечных сечений рудных частиц до размеров тонкой вкрапленности также способствует снижению асимметрии частотных распределений и приводит, в пределе, к появлению симметричных распределений, независимо от среднего содержания полезного компонента в опробуемом объеме.

ВЛИЯНИЕ ОБЪЕМА ПРОБ НА КОЛИЧЕСТВЕННЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ИЗМЕНЧИВОСТИ СОДЕРЖАНИЙ

Содержание полезного минерала представляет собой величину, тесно связанную с геометрией опробованного пространства. Говорить о содержании бессмысленно, если не указывать, к какому объему оно относится. Действительно, если отобрать из рудной залежи пробы весьма малых объемов, соизмеримые с объемами минеральных скоплений рудных минералов, то каждая проба будет состоять либо только из рудного минерала, либо только из пустой (жильной) породы. Очевидно, что единичные значения содержаний в таких рудных пробах будут наивысшими из возможных, а общая изменчивость ряда проб — максимальной. Если последовательно увеличивать объемы проб, то в каждую из них будет включаться все большее и большее количество элементарно малых объемов, состоящих из рудных минералов и из пустых пород. Это будет приводить к уменьшению средних содержаний полезного минерала в пробах и, как следствие этого, — к общему снижению изменчивости содержаний по всему ряду проб. По мере увеличения объемов проб отстроенные по их данным эмпирические гистограммы содержаний становятся менее асимметричными, а дисперсии оценок средних содержаний закономерно уменьшаются, хотя оценки средних содержаний, вычисленные по всей совокупности проб, практически не отличаются друг от друга. Следовательно, в общем случае изменение объемов проб не нарушает условия несмещенности оценок средних содержаний, но резко сказывается на их эффективности.

На количественные характеристики изменчивости содержаний оказывают влияние все элементы геометрии проб: их объемы (веса), формы, размеры и ориентировка. В зависимости от природных особенностей объектов опробования и условий пробоотбора степень влияния каждого из перечисленных факторов может быть различной. Выявление доли влияния каждого элемента геометрии проб на характеристику изменчивости содержаний осложняется тем, что, действуя одновременно, они взаимно вуалируют друг друга. В настоящее время достоверно установлено, что на характеристики содержаний полезных минералов в коренном залегании в основном влияет не объем (вес) проб, а их форма и размеры. Только в особых случаях, а именно: при опробовании рыхлых перемешанных масс или особо ценных видов минерального сырья с предельно низкой концентрацией полезных минералов в массивах коренных пород доминирующее влияние объемов (весов) проб проявляется в чистом виде.

Выяснение степени влияния важнейших геометрических элементов проб на количественные характеристики изменчивости содержаний в зависимости от природных свойств минерального сырья в недрах имеет принципиально важное значение для разработки теоретических основ методики опробования.

Влияние объемов (весов) проб на количественные характеристики изменчивости содержаний принципиально сходны. Но в данном вопросе удобнее рассматривать влияние объемов проб, так как переход от объемов к весам требует введения ряда дополнительных коэффициентов, учитывающих различия удельных весов ценных и породообразующих минералов. К тому же выражение степени концентрации через объемные доли ценных минералов предупреждает

возможное вуалирование статистических закономерностей в случаях, когда полезный компонент распределен по нескольким минеральным составляющим.

Теоретические исследования вопроса о зависимости количественных характеристик изменчивости содержаний от объемов (весов) проб предпринимались Л. И. Четвериковым (1968) и Х. де Вийсом (1951, 1953).

В работах Л. И. Четверикова влияние объема пробы на статистические характеристики изменчивости содержаний исследуется в пределах элементарного, статистически однородного блока с помощью биномиального закона распределения. Л. И. Четвериковым теоретически выведена формула, связывающая значения коэффициентов вариации содержаний V с объемами проб Q :

$$V = \frac{K_d}{\sqrt{Q}}, \quad (126)$$

где

$$K_d = V_{\max} \sqrt{d}.$$

В этой формуле d — объем элементарного участка, по которому обеспечивается максимальный вариационный размах ($V_{\max}$) содержаний внутри исследуемого объекта.

Для случаев логарифмически-нормального распределения частот содержаний Х. де Вийсом была предложена формула, определяющая зависимость дисперсии логарифмов содержаний от объемов проб и разведываемых блоков:

$$\sigma_{\ln}^2 = \alpha \ln \frac{Q_6}{Q}, \quad (127)$$

где Q_6 — объем блока, в котором определяется среднее содержание;

Q — объем единичной пробы;

$\sigma_{\ln}^2$ — дисперсия логарифмов содержаний по ряду проб;

α — коэффициент, зависящий от степени изменчивости содержаний (коэффициент абсолютной контрастности).

Формула Х. де Вийса справедлива только для условий одинаковой пространственной ориентировки и полного геометрического подобия начального и элементарного блоков, что в практике геологоразведочных работ невероятно. Кроме того, существуют пределы применимости этой формулы, зависящие от размеров элементарных блоков и значений средних содержаний полезных компонентов.

Для экспериментального определения среднего значения α по опробованному профилю может быть использована формула

$$\alpha = \frac{\sum_{i=1}^{n-1} \Delta_i}{2n\bar{x} - (x_1 + x_n)}, \quad (128)$$

где Δ_i — разность содержаний металла по двум смежным пробам;

n — количество смежных проб;

x_1 и x_n — содержания металла в первой и в последней пробах соответственно.

Но при этом необходимо, чтобы все пробы были отобраны из статистически однородной совокупности, были бы смежными и обладали бы одинаковым объемом.

В геологической практике влияние объемов (весов) проб на характеристики изменчивости содержаний издавна учитывается при разведке алмазов, золота,

платины и других особо ценных полезных ископаемых, концентрация которых в недрах не превышает миллионных и десятиллионных долей процента. При опробовании подобных объектов, когда один положительный элементарный участок приходится на миллион отрицательных, влияние объема (веса) пробы доминирует над остальными факторами, определяющими ее геометрию.

Чтобы обеспечить в среднем попадание хотя бы одного положительного элементарного участка в пробу, необходимо принять начальный объем пробы не менее

$$Q = dn,$$

где n — количество элементарных участков в пробе, порядка $10^6 - 10^7$;
 d — объем одного элементарного участка.

Из этой формулы следует, что при сохранении достаточно малого среднего содержания полезного минерала в опробуемом массиве на величину критического веса пробы влияют веса элементарных участков, зависящие от размеров вкрапленников полезных минералов или их агрегатов.

Для расчета критических весов или объемов проб, гарантирующих попадание в пробу хотя бы одного положительного элементарного участка (золотинки или кристалла алмаза), обычно используется формула типа

$$Q = k \frac{d}{C_{\text{ср}}}, \quad (129)$$

где Q — масса (объем) пробы, т (м^3);

d — средняя масса одного кристалла, мг;

$C_{\text{ср}}$ — среднее содержание одного минерала в руде или в песках, мг на 1 т или мг на 1 м^3 ;

k — поправочный коэффициент, учитывающий возможное влияние различных, недостаточно изученных факторов.

Для расчета величины среднего содержания полезного минерала (или компонента) в опробуемом массиве с желаемой точностью и заданной вероятностью необходимо отобрать не одну, а n проб объемом Q . Число единичных проб n может быть вычислено по формуле

$$n = \left(\frac{tV}{p} \right)^2, \quad (130)$$

где p — предельная погрешность;

t — доверительная вероятность;

V — коэффициент вариации содержаний полезного минерала (компонента).

Правомерность использования нормальной статистической модели для определения n обеспечивается независимостью значений содержаний по пробам в пределах элементарного блока вследствие малого количества положительных элементарных участков в объеме каждой пробы и дискретным характером их размещения.

Формулы подобного типа, учитывающие изменчивость содержаний полезных минералов по пробам критического веса, значения объемных весов полезных и породообразующих минералов, средние или максимальные размеры положительных элементарных участков, средние или бортовые содержания ценных компонентов в опробуемых массивах, а также влияние некоторых других осложняющих факторов, предлагались Л. И. Шаманским, А. А. Малаевым, К. П. Божинским и др. Все эти формулы предназначены для расчета объемов (весов) проб в условиях крайне низких концентраций полезных минералов, когда сум-

марное количество положительных элементарных участков в объеме отдельной пробы исчисляется единицами или десятками. При увеличении количества положительных элементарных участков в объеме пробы до сотен влияние объемов проб на характеристики изменчивости содержаний резко снижается, когда же их количество достигает нескольких тысяч, влияние объемов проб становится практически незначимым. Экспериментально это положение проверено исследованиями Д. А. Краснова (1956).

Таким образом, при резко прерывистом типе оруденения в пределах некоторой локальной области дисперсии содержаний по пробам достаточно малых объемов обратно пропорциональны объемам этих проб. По мере увеличения объемов проб (по масштабам выходят за пределы локальной статистически однородной области) значения дисперсий содержаний уменьшаются, причем скорость этого уменьшения все более и более убывает.

ВЛИЯНИЕ ФОРМ И РАЗМЕРОВ ПРОБ НА ХАРАКТЕРИСТИКИ ИЗМЕНЧИВОСТИ СОДЕРЖАНИЙ

Ограниченность формул, учитывающих влияние только объема проб, заключается в том, что при равных объемах проб дисперсия содержаний по ним может сильно варьировать в зависимости от их формы. Это наглядно иллюстрируется в работе Э. Карлье (1966) на примере проб элементарно малых объемов, соизмеримых с объемами скоплений полезных минералов в рудах. Так, элементарно малая проба сферической формы может состоять либо из чистого рудного минерала, либо из пустой породы. Линейная проба того же объема (длина около метра, толщина доли миллиметра) включит в себя многочисленные рудные и безрудные частицы. Можно утверждать заранее, что дисперсии содержаний, вычисленные по ряду проб кубической формы, будут резко отличаться от дисперсий, вычисленных по ряду вытянутых спицеподобных проб. Следовательно, при учете влияния геометрических особенностей проб на характеристики изменчивости геологоразведочных параметров необходимо принимать во внимание не только их объемы, но и форму.

Методика одновременного учета объема и формы проб разработана Ж. Матероном (1968) на основе предложенного им понятия «линейных эквивалентов». Линейным эквивалентом пробы объемом Q называется линейная проба длиной l , обладающая бесконечно малым поперечным сечением и имеющая ту же дисперсию содержаний, как и проба объемом Q .

Для случая изотропной схемы размещения содержаний линейные эквиваленты простейших геометрических фигур вычислены и табулированы Ж. Матероном. Например, для прямоугольника со сторонами a и b линейный эквивалент равен: $l = a + b$. Куб со стороной a эквивалентен линейной пробе длиной $2,7 a$.

Для параллелепипеда со сторонами a , b и c при условии, что $a \geq b \geq c$, линейный эквивалент равен:

$$l = a + b + \frac{c}{2}. \quad (131)$$

Применяя эту формулу для расчета линейных эквивалентов бороздовых проб или любых других проб отчетливо вытянутой формы, легко убедиться, что на величину линейного эквивалента данного объема пробы в основном

влияет наибольший ее размер, определяющий протяженность пробы в пространстве. Например, линейные эквиваленты двух бороздовых проб длиной по 2 м и поперечными сечениями 20×10 или 1×1 см составят соответственно 225 и 201 см. Несмотря на то что объемы этих проб различаются в 100 раз, их линейные эквиваленты разнятся только на 10%.

В анизотропных залежах полезных ископаемых, где бороздовые пробы располагаются по направлению максимальной изменчивости параметров, фактические различия линейных эквивалентов будут еще меньшими. Этот вывод подкрепляется экспериментальными данными Е. П. Зайцева (1958), согласно которым изменение поперечных сечений бороздовых проб от многих десятков до нескольких квадратных сантиметров практически не влияет на величину коэффициента вариации содержания. Переход от объемов проб к их линейным эквивалентам позволяет учитывать влияние размера проб на статистические характеристики содержаний полезных компонентов. Если длины бороздовых проб несоизмеримо больше двух других их размеров, можно считать, что при одинаковой их ориентировке линейные эквиваленты объемов этих проб равны их длинам.

При изотропном размещении содержаний рудных минералов в залежи, для расчета линейных эквивалентов бороздовых и валовых проб можно использовать предложенную Ж. Матероном формулу (131). Например, линейный эквивалент валовой пробы, отобранной с 1 м орта сечением $2,0 \times 1,7$ м, составит $l_v = 2,0 + 1,7 + 0,5 = 4,2$ м.

Линейный эквивалент сопряженной с ней бороздовой пробы длиной 1 м и сечением 10×2 см будет: $l_g = 1 + 0,1 + 0,01 = 1,11$ м.

Практически это означает, что для получения сравнимых характеристик изменчивости по обоим видам опробования необходимо увеличить длины бороздовых проб примерно в 4 раза.

Для случаев анизотропного размещения содержаний и при расположении длинной оси пробы по направлению максимальной изменчивости формула линейного эквивалента может быть исправлена:

$$l = a + \frac{b}{K} + \frac{c}{2m}, \quad (132)$$

где a — размер пробы по направлению максимальной изменчивости параметра;
 b , c — размеры пробы соответственно по направлениям средней и минимальной изменчивости параметра;
 k , m — коэффициенты, указывающие, во сколько раз изменчивость по данному направлению меньше, чем по направлению максимальной изменчивости.

Для исследования влияния размера пробы на характеристику изменчивости содержаний М. В. Рац (1968) использует значение эффективной неоднородности, так как именно ею обуславливается статистическое распределение содержаний. Обращает на себя внимание, что предложенное М. В. Рацем понятие элемента эффективной неоднородности полностью совпадает с понятием об элементарном участке в трактовке Л. И. Четверикова.

М. В. Рац показал, что с изменением размера пробы (размера области воздействия эксперимента) могут изменяться не только дисперсии изучаемых признаков, но и другие моменты их статистических распределений — среднее значение и коэффициент асимметрии. По его мнению, схемой действия элементов эффективной неоднородности определяется не только функция статистического распределения изучаемого свойства, но и так называемые «масштабные

эффекты», определяющие характер и степень влияния размеров проб на параметры статистического распределения.

В зависимости от того, какие моменты распределения изменяются с изменением размеров проб, М. В. Рац предлагает различать масштабные эффекты первого, второго и третьего рода. Масштабным эффектом первого рода он называет изменение среднего значения исследуемого признака, масштабным эффектом второго рода — изменение его дисперсии (коэффициента вариации), а масштабным эффектом третьего рода — изменение степени асимметрии и эксцесса.

Масштабный эффект первого рода — уменьшение среднего значения признака с увеличением размера испытуемого образца — проявляется только при изучении некоторых специфических свойств горных пород и руд, как, например, их хрупкая прочность.

Масштабные эффекты второго и третьего рода типичны для большинства важнейших геологоразведочных параметров, в том числе для содержаний полезных компонентов в рудах, для значений их пористости, трещиноватости, объемных весов и др.

Если значения изучаемого свойства в смежных элементах эффективной неоднородности взаимонезависимы, то дисперсия свойства в пробе пропорциональна числу элементов эффективной неоднородности n и может быть вычислена как сумма дисперсий случайных величин ξ :

$$D \simeq nD_{\xi_i}, \quad (133)$$

откуда вытекает, что среднеквадратичное отклонение значения свойства σ_{ξ} пропорционально корню квадратному из числа элементов неоднородности, а коэффициент вариации V_{ξ} равен:

$$V_{\xi} = \frac{1}{\sqrt{n}}. \quad (134)$$

По мнению М. В. Раца, «независимая» схема типична для таких свойств горных пород и руд, изменчивость которых описывается нормальным законом распределения вероятностей. К ним относятся объемные веса, пористость, плотность и значительно реже содержания полезных компонентов в рудах. Эта схема проявляется и при опробовании рыхлых, хорошо перемешанных минеральных масс.

Если значения изучаемого свойства в смежных элементах эффективной неоднородности взаимозависимы, то дисперсия изучаемого свойства D в пробе подсчитывается как сумма дисперсий всех случайных величин плюс удвоенная сумма корреляционных моментов K по всем возможным парам i и j , а дисперсия среднего значения выразится формулой

$$D(\xi) \simeq \frac{D_{\xi_i}}{n} + \frac{2}{n^2} \sum K_{ij}. \quad (135)$$

Как следует из формулы (135), в условиях взаимозависимости масштабный эффект второго рода проявляется слабее, чем по независимой схеме, и не подчиняется правилу $\sqrt{n}$. При этом влияние размеров проб на изменчивость коэффициента вариации содержаний тем меньше, чем сильнее корреляционные связи между значениями изучаемого свойства по смежным элементам эффективной неоднородности в пробе.

В условиях взаимозависимости статистическое распределение вероятностей свойств обладает отчетливой асимметрией и хорошо согласуется с логнормальной моделью, что характерно для изменчивости содержаний многих металлов и полезных минералов в рудах. При этом форма распределения содержаний зависит от количества элементов эффективной неоднородности в пробе: чем оно больше, тем меньше дисперсия и симметрия распределения содержания.

Экспериментально это положение доказано Д. А. Зенковым и З. Д. Низгурецким на примерах опробования рудных месторождений. На рис. 81 приведены экспериментальные гистограммы распределения содержаний золота в точечных (1), линейных (2) и плоскостных (3) пробах по Д. А. Зенкову (1962). Содержания в пробах второго и третьего видов получены осреднением частных значений по точечным пробам в пределах сквозной (линейной) пробы и по ряду

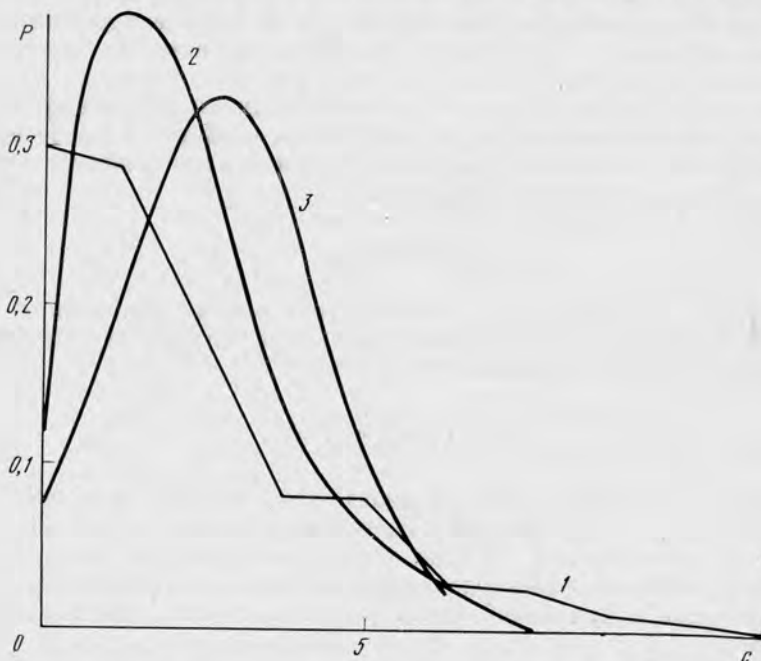


Рис. 81. Экспериментальные гистограммы распределения содержаний золота в точечных (1), линейных (2) и плоскостных (3) пробах. (По Д. А. Зенкову)

«сквозных» проб — в пределах разведочного сечения. Сопоставление кривых распределения свидетельствует об отчетливом уменьшении асимметрии и дисперсии содержаний по мере перехода от точечных к линейным, а от линейных — к плоскостным пробам. Таким образом, в условиях взаимозависимости свойств в смежных элементах эффективной неоднородности одновременно с масштабным эффектом второго рода проявляется и масштабный эффект третьего рода. С увеличением размеров проб, а следовательно, и с увеличением количества элементов эффективной неоднородности в каждой пробе асимметрия кривых распределения уменьшается, стремясь в пределе к нормальному закону, а проявление масштабного эффекта второго рода приближается к правилу $\sqrt{n}$.

В условиях взаимозависимости (что типично для случаев опробования полезных ископаемых в коренном залегании) безразлично, происходит ли увеличение объемов опробования за счет увеличения размеров пробы или за счет увеличения числа небольших проб, рассеянных по всему опробуемому объему.

При увеличении размеров проб, отбираемых в рудном массиве, их компактность не нарушается и тем самым сохраняется взаимозависимость значений признака в смежных элементах эффективной неоднородности.

При увеличении количества частных пространственно разобщенных проб взаимодействие элементов неоднородности, прилегающих к их поверхностям, искусственно нарушается, вследствие чего при осреднении результатов по рассеянными пробам асимметрия статистического распределения и коэффициент вариации содержаний уменьшаются быстрее, чем при аналогичном увеличении объема компактной пробы.

Поэтому имеются принципиальные различия в подходах к расчету геометрии проб и геометрии сети наблюдений при опробовании рыхлых перемешанных минеральных масс и при опробовании оруденения в коренном залегании.

В первом случае форма и ориентировка проб, а также геометрия сети наблюдений не оказывают существенного влияния на статистические характеристики показателей изменчивости признака. Изменение коэффициента вариации содержаний по пробам определяется правилом $\sqrt{n}$ и зависит только от объема проб, а гистограмма содержаний отличается симметричностью.

Во втором случае изменение статистических характеристик содержаний зависит не только от объемов, но и от размеров, форм и ориентировки проб. Именно к случаю опробования руд в коренном залегании относится хорошо известное в геологоразведочной практике положение о том, что большое количество мелких проб обеспечивает более высокую точность оценки среднего содержания, чем малое количество больших.

ВЛИЯНИЕ ШАГА ОПРОБОВАНИЯ НА ХАРАКТЕРИСТИКИ ИЗМЕНЧИВОСТИ СОДЕРЖАНИЙ

Воздействие элементов эффективной неоднородности на характер изменчивости содержаний проявляется в чистом виде лишь в смежных пробах в пределах элементарного статистически однородного участка. Только при соблюдении всех перечисленных условий масштабные эффекты и эмпирические функции распределения не испытывают влияния неоднородности низшего порядка. В практических задачах, особенно когда точки опробования отстоят друг от друга на некоторых расстояниях, обычно приходится иметь дело с суммарным эффектом действия эффективной неоднородности и неоднородности низшего порядка, влияние которой проявляется в связи с систематическим изменением средних содержаний по профилю опробования.

В этих случаях возникает задача исследования влияния неоднородности низшего порядка на проявления масштабных эффектов и на асимметрию эмпирических функций распределения содержаний. Эта задача сводится к расчленению общей дисперсии содержания по пробам на составляющие, обусловленные проявлением эффективной неоднородности и неоднородности низшего порядка.

Расчленение общей дисперсии содержаний для статистически однородных совокупностей может быть произведено по формуле Д. Висмана (1962),

выведенной им на основании экспериментов по опробованию дроби, рассыпанной на специальной сетке. Согласно этой формуле, на величину общей дисперсии пробы D оказывают влияние ее размер W и значения двух констант опробования A и B .

$$D \approx \frac{A}{W} + B. \quad (136)$$

Первое слагаемое в формуле (136) полностью определяется эффективной неоднородностью, а его величина обратно пропорциональна квадратному корню из числа элементов эффективной неоднородности, т. е. практически зависит от размера пробы. Величина второго слагаемого определяется влиянием неоднородности низшего порядка («вариация сегрегации», по Д. Висману) и от размера пробы не зависит.

Значительно сложнее оценить влияние неоднородности низшего порядка на форму эмпирической кривой распределения содержаний, так как вносимые ей искажения зависят от геологических особенностей строения изучаемых

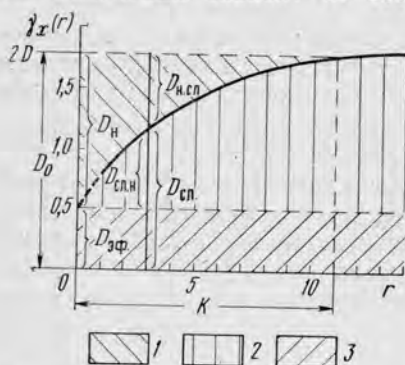


Рис. 82. Разделение общей дисперсии содержаний на составляющие с помощью структурной функции. D_0 — общая дисперсия ($2D = 2\sigma^2$); D_n — дисперсия низшего порядка по отношению к размеру проб; $D_{эф}$ — дисперсия, обусловленная эффективной неоднородностью; $D_{сл.н}$ — случайная составляющая дисперсии низшего порядка при $r = 3$; $D_{сл.}$ — общая величина случайной дисперсии при $r = 3$. 1 — поле неслучайной изменчивости низшего порядка; 2 — поле случайной изменчивости низшего порядка; 3 — поле случайной изменчивости, обусловленной эффективной неоднородностью

объектов и могут быть, вообще говоря, любыми. Примерное разделение дисперсии, возникающей под влиянием неоднородности низшего порядка, на составляющие пространственно коррелированной и некоррелированной наблюдаемой изменчивости содержаний может быть выполнено с использованием математического аппарата теории стационарных случайных функций для условно стационарных математических моделей изучаемых свойств. В качестве примера на рис. 82 приведено графическое изображение структурной функции $\gamma_x(r)$, вычисленной по пробам заданной геометрии. При $r \rightarrow \infty$ значение общей дисперсии стремится к пределу, равному удвоенному значению статистической дисперсии содержаний. Для $r = 11$ и более оно практически достигает этого предела.

При $r \rightarrow 0$ значение дисперсии стремится не к нулю, а к некоторой величине, которая определяет ее значение, обусловленное эффективной неоднородностью для принятой геометрии проб. Таким образом, вся площадь диаграммы разделяется на три поля: поле случайной изменчивости содержаний, обусловленной проявлением эффективной неод-

нородности строения полезного ископаемого в объеме отобранных проб, поле случайной изменчивости низшего порядка и поле неслучайной изменчивости низшего порядка по отношению к размерам проб.

Величина дисперсии, обусловленной влиянием эффективной неоднородности ($D_{эф}$), не зависит от шага опробования. Она проявляется в чистом виде только в пределах весьма ограниченных участков полезного ископаемого при шаге опробования, стремящемся к нулю. Поскольку значение дисперсии низшего порядка (D_n) приближается при этом к значению ее неслучайной составляющей и, следовательно, может быть полностью геометризовано, случайная

изменчивость содержаний полностью выражается величиной $D_{\text{эф}}$. При увеличении шага опробования значение неслучайной составляющей дисперсии низшего порядка постепенно уменьшается за счет возрастания роли случайной составляющей, которая приобретает доминирующее значение при r , близких к пределу корреляции. Значение составляющей случайной изменчивости содержаний складывается в этих условиях из значения $D_{\text{эф}}$ и значения случайной составляющей изменчивости низшего порядка $D_{\text{сл.н}}$, величина которой для данного объекта зависит от геометрии разведочной сети.

Следовательно, для любого значения r величина общей дисперсии содержаний может быть представлена как сумма трех ее составляющих:

$$D_0 = D_{\text{эф}} + D_{\text{сл.н}} + D_{\text{н}}. \quad (137)$$

Первое слагаемое не зависит от шага опробования. Его значение определяется природой полезного ископаемого и выбранной геометрией проб. Два других слагаемых зависят от геометрии проб, но при фиксированных их размерах определяются природой полезного ископаемого и расстояниями между смежными пробами. Таким образом, уменьшение величины общей дисперсии возможно за счет увеличения размеров частных проб и за счет уменьшения шага опробования с одновременным увеличением общего их количества. Первый путь обеспечивает решение задачи с максимальным экономическим эффектом, однако препятствует детализации геологоразведочных данных. Второй путь обеспечивает возможность детализации представлений о внутреннем строении изучаемых природных скоплений полезных ископаемых, но приводит к увеличению затрат на проведение геологоразведочных работ.

ДОСТОВЕРНОСТЬ И ПРЕДСТАВИТЕЛЬНОСТЬ ПРОБ

Понятия достоверности и представительности проб являются важнейшими понятиями теории опробования. Однако в методической литературе до сих пор нет единого мнения по поводу их определения. Одни считают, что проба должна представлять именно то место, в пределах которого она отобрана; другие относят представительность проб к некоторой части тела полезного ископаемого, непосредственно примыкающей к месту пробоотбора. Например, М. Н. Альбов (1965) понимает под представительностью пробы степень соответствия содержания компонентов в пробе содержанию их в забое, от которого отобрана проба, а В. М. Крейтер (1961) понимает под степенью представительности пробы «...степень соответствия содержания компонентов в пробе содержанию их в том целом, от которого она отобрана». Условившись понимать термин «представительность» в указанном смысле, В. М. Крейтер сразу же отмечает его неопределенность применительно к пробам, отбираемым не от добытых рудных масс, а от полезных ископаемых в их коренном залегании, так как в этих случаях становится полностью неясным, что надо принимать за целое, которое в той или иной мере представляет отдельная проба.

По определению Л. И. Четверикова (1968), проба считается полностью достоверной, если содержание компонента в ней полностью соответствует его содержанию в том объеме, из которого отобрана проба.

Если обозначить истинное содержание компонента в опробуемом объеме C , а содержание, полученное по пробе, C_j , то полностью достоверная проба должна обеспечивать равенство $C = C_j$.

Величина $\Delta = C - C_j$ представляет собой техническую погрешность реальной пробы, которая в общем случае складывается из технических погрешностей пробоотбора, обработки и анализа пробы.

Техническая погрешность пробы может быть случайной и систематической. Случайная техническая погрешность опробования определяется равенством:

$$\sum_1^m \Delta j = 0 \quad \text{при } m \rightarrow \infty,$$

где m — количество отобранных проб.

Систематическая погрешность опробования имеет постоянный знак и возникает в результате направленного однозначного действия каких-либо факторов в процессе отбора, обработки или анализов проб.

Реальные пробы всегда обладают большими или меньшими техническими погрешностями, поэтому понятие полностью достоверной пробы является понятием теоретическим. Реальные, практически достоверные пробы должны быть лишены систематических погрешностей, но могут обладать случайными техническими погрешностями в пределах допустимых для практических целей.

Значительно более сложным является понятие представительности пробы. Если при опробовании рыхлых (дробленых) и перемешанных рудных масс представительной пробой можно считать такую пробу, в которой содержание компонентов полностью соответствует таковому в опробуемом объеме, то при опробовании полезных ископаемых в коренном залегании это определение практически неприемлемо.

Из приведенного выше очевидно, что при опробовании массива полезного ископаемого в коренном залегании каждая отдельная проба не может быть представительной. В общем случае представительными могут быть только оценки средних содержаний, вычисленные по достаточно большому количеству частных проб. Следовательно, по отношению к отдельной пробе можно говорить только о степени ее представительности относительно некоторого опробованного объема. Им может считаться объем полезного ископаемого в недрах, непосредственно примыкающий к месту пробоотбора в интервалах, равных половине расстояния до соседних проб, или некоторая часть тела полезного ископаемого, размер которой целиком определяется геолого-математическими факторами.

Последней точки зрения придерживается Л. И. Четвериков (1968). Он предлагает считать достоверность проб относительно так называемого «элементарного блока», т. е. некоторого условно однородного геологического элемента, внутреннюю структуру которого невозможно дешифрировать на приведенном этапе изучения. По мнению Л. И. Четверикова, размеры такого элементарного блока будут зависеть от природных особенностей строения объекта и от детальности осуществленного этапа изучения, а колебания содержаний по отдельным пробам в его пределах могут расцениваться как отдельные флуктуации от величины среднего содержания C , присущего данному элементарному блоку. При такой постановке вопроса оценка представительности Δ_i конкретной достоверной пробы с содержанием C_i , взятой в пределах элементарного блока, будет равна $\Delta_i = C - C_i$.

Оценка представительности пробы не имеет практического смысла, так как для ее расчета необходимо заранее знать величину среднего содержания компонента C для элементарного блока и она характеризует только данную пробу. Поэтому Л. И. Четвериковым предложено определение представительности пробы как возможной погрешности в ее вероятностном выражении, с которой достоверная проба представляет элементарный блок.

Оценка этой погрешности ($\Delta_{\text{пр}}$), характеризующая степень представительности пробы по отношению к элементарному блоку, будет иметь вид

$$\Delta_{\text{пр}} = t S_i,$$

где S_i — среднее квадратическое отклонение содержания в пробе в пределах данного элементарного блока;

t — величина, определяющая степень принятой вероятности оценки $\Delta_{\text{пр}}$.

Если же выразить ее в процентах от величины оценки среднего содержания в элементарном блоке ($\bar{C}$), то

$$\Delta_{\text{пр}} = t \frac{S_i}{\bar{C}} 100 = tV. \quad (138)$$

Таким образом, в качестве показателя степени представительности пробы Л. И. Четвериков предлагает использовать вероятностное значение коэффициента вариации содержания по элементарному блоку.

Основной предпосылкой для выделения «элементарного блока», в понимании Л. И. Четверикова, является условие его однородности, допускающее рассмотрение исходных геологоразведочных данных опробования как случайной стохастической совокупности. Это условие выполняется в чистом виде в двух случаях: а) при отборе проб на весьма близких расстояниях друг от друга и б) при отборе проб по достаточно редкой сети, когда автокорреляция между значениями содержаний по смежным пробам практически отсутствует. В остальных случаях, когда значения содержаний по смежным пробам оказываются в большей или меньшей степени взаимосвязанными, процедура выделения «элементарных блоков» осложняется, а для реальных геологически однородных блоков погрешность представительности пробы $\Delta_{\text{пр}}$ будет систематически искажаться под влиянием статистической дисперсии содержаний, обусловленной проявлением неоднородности низшего порядка. Поэтому возникает сомнение о целесообразности определения представительности пробы относительно элементарного блока. Более утилитарным представляется определение представительности пробы относительно ее «ближайшего района», т. е. тяготеющего к ней объема недр в пределах геологически однородного блока. При этом для расчета среднего квадратического отклонения содержания в пробе S должна использоваться не величина общей статистической дисперсии содержания по пробам D_o , а только ее случайная составляющая $D_{\text{сл}}$. Значение погрешности представительности пробы в этом случае выражается:

$$\Delta_{\text{пр}} = t S_{\text{сл}},$$

где $S_{\text{сл}} = \sqrt{D_{\text{сл}}}$ — оценка среднего квадратического отклонения содержания в пробе, вычисленная по величине случайной составляющей дисперсии содержания в пределах геологически однородного блока;

или

$$\Delta_{\text{пр}} = t \frac{S_{\text{сл}}}{\bar{C}} = tV_{\text{сл}}. \quad (139)$$

В таком виде степень представительности пробы по отношению к ее «ближайшему району» может быть выражена вероятностной оценкой случайной составляющей дисперсии, стандарта или коэффициента вариации содержаний по пробам в пределах геологически однородного (подсчетного) блока.

Таким образом, понятие представительности пробы, отобранной на месте залегания полезного ископаемого, является понятием сложным, а оценка

степени ее представительности складывается из оценок случайных составляющих дисперсий, значения которых зависят от природных особенностей руд, геометрии проб и геометрии разведочной сети.

Чем больше прерывистость и сложнее внутреннее строение природных скоплений полезных ископаемых, выше неравномерность пространственного размещения, больше различия в размерах отдельных скоплений полезных минералов и меньше их общая концентрация в опробуемом объеме, тем ниже при прочих равных условиях степень представительности пробы. Очевидно также, что представительность пробы будет возрастать с увеличением объемов, весов и размеров проб, а также с уменьшением расстояний между соседними пунктами пробоотбора.

Глава XII

ОЦЕНКА РАЗВЕДАННЫХ ЗАПАСОВ И СРЕДНИХ ЗНАЧЕНИЙ ГЕОЛОГОРАЗВЕДОЧНЫХ ПАРАМЕТРОВ

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ГЕОЛОГОРАЗВЕДОЧНЫХ ДАННЫХ ПО РАЗВЕДОЧНЫМ ПЕРЕСЕЧЕНИЯМ НА ПРИЛЕГАЮЩИЕ К НИМ ОБЪЕМЫ НЕДР

В результате разведки устанавливаются исходные эмпирические данные — в первую очередь мощности залежей и содержания компонентов по разобобщенным разведочным пересечениям. В дальнейшем по этим данным вычисляются объемы залежей полезных ископаемых и средние значения важнейших геологоразведочных параметров в оцениваемых объемах. Вычисленные статистические средние могут весьма значительно отличаться от истинных средних, так как при распространении исходных данных по разведочным пересечениям на прилегающие к ним объемы недр неизбежно возникают погрешности аналогий.

Величины погрешностей аналогий зависят от характера изменчивости и анизотропии строения полезного ископаемого, а также от геометрии сети разведочных выработок. Чем резче анизотропия, сложнее строение полезного ископаемого и реже сеть разведочных выработок, тем больше погрешности распространения исходных геологоразведочных данных на весь оцениваемый объем.

Среди погрешностей аналогий следует различать погрешности интерполяции и экстраполяции геологоразведочных данных.

Погрешности интерполяции возникают в связи с тем, что распространение эмпирических данных на площади и объемы, расположенные между линиями наблюдений, производится по линейному закону. Фактически это допущение часто далеко от истины. Кроме того, на погрешности линейной интерполяции объемных геологоразведочных параметров (например, содержаний) накладываются погрешности, возникающие в результате несоответствия средних содержаний полезного компонента в объемах проб их средним содержаниям в объеме оцениваемого блока. В общем случае пробы с низкими содержаниями приводят к недооценке, а пробы с высокими содержаниями — к переоценке средних содержаний в прилегающих объемах недр, причем это несоответствие закономерно уменьшается с увеличением размеров (объемов) проб. На величину погрешности интерполяции оказывают совокупное влияние и другие, упомянутые выше факторы. Поэтому расчет погрешностей интерполяции

представляет собой сложную вычислительную задачу, но все же они могут быть представлены в цифровом выражении.

Погрешности экстраполяции разведочных данных выразить количественно практически невозможно. В отличие от погрешностей интерполяции, которые всегда имеют конечное значение, погрешности экстраполяции могут достигать бесконечно больших значений, так как при распространении разведочных данных за пределы разведанного объема никогда не исключен случай их практически полного неподтверждения.

Проблема распространения экспериментальных наблюдений по разведочным пересечениям на тяготеющие к ним объемы недр включает в себя разработку методики расчета средних значений геологоразведочных параметров в зависимости от природных свойств полезных ископаемых в недрах, от геометрии разведочной сети и геометрии оцениваемого блока, а также обоснование методики учета и оценки возникающих при этом погрешностей аналогий. Правильное решение этой проблемы возможно только на основе геологического анализа результатов разведки с использованием методов графического моделирования. Для этого необходимо создать и увязать серию параллельных геологических разрезов. Создание таких разрезов начинается с выявления закономерностей размещения и взаимосвязей рудоконтролирующих элементов геологического строения, поскольку они обладают значительно большей пространственной выдержанностью, чем контролируемые ими продуктивные зоны или залежи. Затем увязываются геологоразведочные данные, характеризующие морфологические особенности скопления полезных ископаемых и особенности их внутреннего строения на выявленном структурном уровне, после чего выделяются геологически и технологически однородные блоки.

Результаты графического моделирования и выводы геологического анализа обеспечивают уверенность в правомерности выполненной интерполяции и экстраполяции исходных геологоразведочных данных, позволяют в первом приближении оценить масштабы полезной минерализации и составить представление о качественных характеристиках минерального сырья. Способы и возможности количественного решения этой задачи зависят от степени изученности объекта разведки и от типа применяемых геолого-математических моделей.

При использовании статистических и геостатистических моделей возможна только интерполяция исходных данных в пределах разведанных объемов. Для экстраполяции эти модели непригодны, так как исследования должны производиться в пределах однородных полей, которые предварительно выделяются на основании геологических данных.

Использование детерминированных геометрических моделей, а также моделей типа случайных функций обеспечивает возможность как интерполяции, так и экстраполяции исходных геологоразведочных данных. При геометризации недр для интерполяции применяются приемы сглаживания исходных данных, а при использовании моделей типа случайных функций интерполяция производится по характеристикам случайной изменчивости геологоразведочных параметров. Для экстраполяции разведочных данных используются характеристики неслучайной изменчивости изучаемых признаков. По ним устанавливаются основные закономерности и области вероятного пространственного размещения этих признаков за пределами разведанных участков.

Использование общей характеристики изменчивости изучаемого признака для интерполяции исходных данных правомерно только для совокупностей взаимно независимых случайных наблюдений. При наличии автокорреляции

между смежными значениями геологоразведочных параметров оценка средних по общим характеристикам изменчивости без разделения их на случайную и неслучайную составляющие неправомерна, так как точность вычислений средних существенно зависит от тесноты автокорреляционных связей. Чем сильнее взаимозависимость этих значений, тем выше точность вычисленных средних, причем сгущением сети наблюдений можно добиться сколь угодно высокой точности их интерполяции.

При экстраполяции совокупностей исходных данных наблюдается обратная картина: наименьшую погрешность определения среднего обеспечивают некоррелированные значения геологоразведочных параметров, а с появлением и усилением автокорреляции погрешность экстраполяции возрастает. Устранить погрешность экстраполяции никакими приемами нельзя, так как исходные данные не содержат информации о случайной изменчивости признака в более широкой области. Поэтому для экстраполяции геологоразведочных данных за пределы разведанных участков могут использоваться только характеристики и показатели неслучайных составляющих их изменчивости.

Анизотропия строения полезного ископаемого заставляет изучать изменчивость его свойств раздельно по трем взаимно ортогональным направлениям. По каждому из этих направлений в зависимости от природных особенностей минерализации и геометрии разведочной сети характеристики и соотношения случайной и неслучайной составляющих изменчивости, как правило, различаются. По направлению максимальной изменчивости свойств обычно проводится сплошное опробование, а по двум другим направлениям сеть наблюдений всегда дискретна. Поэтому распространение исходных данных по разведочным пересечениям на тяготеющие к ним участки недр осуществляется либо в одну, либо в две последовательные стадии.

Если изменчивость изучаемого признака подчиняется изотропной схеме, а полезное ископаемое опробуется однотипными пробами, размещенными равномерно по всему разведанному объему, то погрешность распространения будет одинаковой для всех проб. В этом случае распространение исходных данных по пробам на весь оцениваемый объем осуществляется в одну стадию. Например, при разбуривании пластовой залежи по квадратной сети погрешность распространения содержаний полезного компонента или его линейного запаса по скважине на ее «ближайший район» может быть выражена дисперсией распространения σ_E^2 . Дисперсия распространения определяет точность, с которой среднее содержание по скважине характеризует среднее содержание в примыкающем к ней объеме. Если ошибки, связанные с распространением содержаний по скважинам на тяготеющие к ним объемы недр, могут рассматриваться как независимые, то общая дисперсия распространения данных опробования n скважин на весь разведанный объем может быть рассчитана как ошибка среднего:

$$\sigma^2 = \frac{\sigma_E^2}{n}. \quad (140)$$

При неравномерном пространственном размещении проб по разведанному объему полезного ископаемого возникает необходимость многостадийной оценки дисперсии распространения. Например, если жильная или пластообразная залежь разведана системой штрехов, а каждый штрек опробован системой бороздовых проб, то оценка дисперсии распространения должна проводиться в две стадии. На первой стадии в качестве исходных данных рассматриваются содержания по бороздовым пробам и определяются дисперсии распро-

странения содержаний по пробам на объемы штреков. На второй стадии в качестве исходных линейных проб рассматриваются штреки и определяются дисперсии распространения содержаний по штрекам на тяготеющие к ним объемы недр (на половину горизонта выше и ниже каждого штрека). Общая дисперсия распространения содержаний в пробах на весь разведанный объем залежи выразится формулой

$$\sigma^2 = \frac{\sigma_{E_1}^2}{n_1 n_2} + \frac{\sigma_{E_2}^2}{n_2}, \quad (141)$$

где n_1 — среднее число проб в штреке;

n_2 — число опробованных штреков;

$\sigma_{E_1}^2$ — дисперсия распространения содержаний в бороздовой пробе на объем штрека;

$\sigma_{E_2}^2$ — дисперсия распространения содержаний по штреку на прилегающий объем залежи.

Из приведенной формулы следует, что при увеличении числа проб общая дисперсия содержаний по залежи стремится не к нулю, а к некоторому предельному значению, величина которого определяется вторым членом формулы. Следовательно, после достижения определенной густоты опробования существенное улучшение оценки среднего содержания может быть достигнуто только за счет проходки дополнительных штреков, а не за счет дальнейшего сгущения сети опробования.

При разведке мощных штокообразных залежей оценка дисперсий распространения также проводится постадийно. Например, если залежь разведана на нескольких горизонтах системой ортов или горизонтальных скважин, то на первой стадии определяются дисперсии распространения содержаний по ортам или по горизонтальным скважинам (которые условно рассматриваются как линейные пробы) на прилегающие к ним плоскости горизонтального сечения. На второй стадии в качестве исходных данных рассматриваются уже средние содержания по горизонтальным сечениям (которые принимаются за условные «плоскостные» пробы) и определяются дисперсии распространения содержаний по горизонтальным сечениям на тяготеющие к ним объемы недр (в пределах половины этажа выше и ниже каждого горизонта). Процедура разделения изучаемой совокупности на несколько частей (слоев) с проведением независимых выборок по каждому слою и с постадийным расчетом среднего получила в статистике название «теории слоевого и многостадийного опробования». Основы этой теории изложены в работе М. Хансена, В. Хурвица и В. Медоу (1953), а краткое ее изложение дано В. Кохраном в книге Д. Снедекора (1961).

Применение слоевого и многостадийного опробования обеспечивает повышение точности оценок в случаях, когда разнородная совокупность разделяется на несколько более или менее однородных частей (слоев).

ВЫБОР ВЕСОВОЙ ФУНКЦИИ

Дисперсия распространения среднего содержания в пробе на тяготеющий к ней объем недр позволяет определить погрешность, которая вносится в расчет, если содержание полезного компонента в пробе принять в качестве оценки неизвестного истинного содержания в определяемом объеме полезного ископаемого. Поэтому суммарная дисперсия распространения среднего содержания Y , установленного по совокупности проб на оцениваемый объем полезного ископаемого с известным истинным содержанием Z , может быть названа также дисперсией оценки $D(Y - Z)$. При распространении исходных данных,

в частности содержаний полезных компонентов в пробах на весь разведанный объем, численное значение дисперсии оценки в значительной степени зависит от весовой функции $\lambda(x)$, которая использовалась при вычислении средних содержаний.

Проблема взвешивания частных значений геологоразведочных параметров является центральной проблемой при оценке средних величин. Она возникает потому, что при вычислении средних величин (средних содержаний) их наблюдаемые значения оказываются неравноценными. Неравноценность содержаний по пробам связана в первую очередь с различиями размеров линейных проб и объемов, на которые распространяются содержания по пробам, а также с различным пространственным положением каждой пробы относительно оцениваемого объема.

Для компенсации неравноценности исходных геологоразведочных параметров каждому из его значений придается определенный «вес» с таким расчетом, чтобы значение взвешенного параметра по возможности соответствовало бы действительному влиянию каждой пробы в опробованной совокупности. Взвешивание производится путем умножения частных значений геологоразведочного параметра на значения «весов», которые определяются весовой функцией $\lambda(x)$, удовлетворяющей условию

$$\int \lambda(x) dx = 1. \quad (142)$$

В простейшем случае значения весовой функции определяются размерами геометрических элементов проб и тех объемов, на которые распространяются содержания по пробам.

Для оценки запасов минерального сырья в недрах используются три важнейших геологоразведочных параметра: длины линейных проб (ориентированных по мощности залежей), объемные веса полезных ископаемых и содержания полезных компонентов в пробах. Эмпирические значения объемных весов по частным пробам обладают, как правило, весьма слабой изменчивостью по сравнению с длинами проб и содержаниями в них полезных компонентов. Из двух последних параметров содержание полезного компонента представляет собой величину производную, выражающую количество полезного компонента в элементарном объеме недр, на который условно распространяется содержание по пробе.

После длительной дискуссии по поводу целесообразности использования взвешенных и среднеарифметических оценок в настоящее время признается необходимость взвешивания исходных значений содержаний по мощностям опробованных пересечений. Впервые в отечественной литературе это положение было четко сформулировано В. А. Петровым (1965). Он указал, что необходимость использования взвешенной оценки среднего содержания логически вытекает из самой формулы подсчета запасов и что только взвешенная оценка содержания является для этого параметра самостоятельной и несмещенной.

Разрабатывая теорию оценки средних параметров подсчета запасов, В. И. Кузьмин (1966) подтвердил вывод В. А. Петрова о самостоятельности и несмещенности взвешенных оценок и установил тождество, связывающее значения взвешенной и арифметической оценок:

$$C_{взв} = C_{ар} (1 \pm r_{m/c} V_m V_c), \quad (143)$$

где V_m ; V_c — коэффициенты вариации мощности и содержания;
 $r_{m/c}$ — коэффициент их корреляции.

Эта формула выражает зависимость значения взвешенной оценки от изменчивости мощностей и содержаний, а также от силы и знака корреляционной связи между ними. Очевидно, что при отсутствии корреляционной связи и постоянном значении мощности или содержания, обе средние равны по величине. Однако это не означает, что в зависимости от величины произведения ($r_{mrc} \cdot V_m \cdot V_c$) и числа наблюдений то одна, то другая оценка будет ближе к истинному значению среднего, так как при решении этого вопроса должен приниматься во внимание и вероятностный смысл оценок. Исследования подобного рода, подтвержденные экспериментами на цифровых моделях, были проведены П. А. Рыжовым и В. М. Гудковым (1966). Этими исследованиями установлено, что дисперсия взвешенной оценки зависит от знака корреляционной

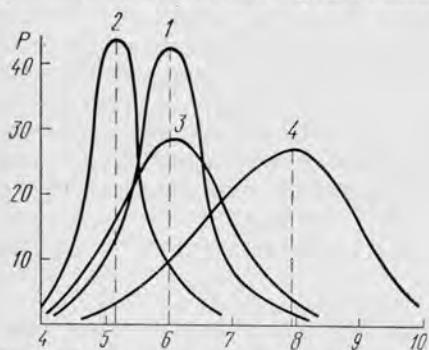


Рис. 83. Соотношения оценок среднего арифметического и среднего взвешенного содержания при различных значениях r_{mrc} .

1 — средняя арифметическая; 2 — средняя взвешенная при $r < 0$; 3 — средняя взвешенная при $r = 0$; 4 — средняя взвешенная при $r > 0$

ной связи между обоими признаками. Она возрастает при положительных значениях коэффициента корреляции между содержанием и мощностью и уменьшается при его отрицательных значениях. Вопрос о соотношениях взвешенной и арифметической оценок наиболее полно изучен М. В. Шумилиным (1970). Анализируя выборочные распределения средних арифметических и взвешенных оценок на цифровых моделях, М. В. Шумилин подтвердил состоятельность и несмещенность взвешенных оценок и в полном соответствии с теорией статистики доказал максимальную эффективность арифметической оценки при отсутствии корреляционной связи между содержаниями и опробованными мощностями. Его экспериментальными исследованиями было также подтверждено, что дисперсии взвешенных оценок возрастают при положительных значениях коэффициента корреляции между обоими признаками и уменьшаются при его отрицательных значениях. В то же время при положительной корреляции связи истинная (т. е. взвешенная) оценка среднего всегда больше средней арифметической, а при отрицательной корреляции — всегда меньше ее. При отсутствии корреляции значения обеих оценок совпадают, однако, как уже упоминалось, эффективность арифметической оценки оказывается в этом случае несколько более высокой (рис. 83).

На основании этих данных М. В. Шумилин приходит к выводу о том, что с теоретических позиций взвешивание содержания по опробованной мощности является всегда верным. В практике геологоразведочных работ допустимо обсуждать отдельные случаи, в которых отказ от взвешивания не приведет к систематическим искажениям результатов. Однако, применяя среднюю арифметическую оценку, нужно иметь полную уверенность в отсутствии связи между геологоразведочными параметрами. Если в оценке связи допущена ошибка и она в действительности существует, то тем самым в расчет среднего содержания будет внесена систематическая ошибка. Если же при отсутствии связи между параметрами будет использована взвешенная оценка, то от этого может несколько пострадать только точность вывода среднего, а систематическая ошибка допущена не будет.

При вычислении средних содержаний по разведочным сечениям содержания по линейным пробам взвешивают на опробованные мощности (а при неравномерной сети опробования и на длины или на площади влияния проб в данном сечении). При вычислении средних содержаний по блокам (слоям) содержания по сечениям обычно взвешивают на площади сечений. В зависимости от силы связей между взвешиваемым и весовым параметрами, а также по ряду геологических соображений иногда для усиления эффекта взвешивания применяют взвешивание по квадратам значений параметра, а для ослабления этого эффекта — по корням квадратным из его значений. Очевидно, что получаемые при этом оценки средних будут иметь различные дисперсии, причем наилучшей из них будет та оценка, которая имеет наименьшую дисперсию. Выбор весовой функции, обеспечивающей получение наименьшей дисперсии оценки среднего, представляет собой сложную математическую задачу, решение которой возможно на основе теории линейной фильтрации случайных последовательностей.

С проблемой выбора весовой функции тесно связана проблема так называемых «ураганных» проб — проб с выдающимся, ненормально высоким содержанием полезного компонента. Обсуждению этой проблемы в методической литературе уделено незаслуженно большое внимание, однако ее строгого решения так и не предложено. По-видимому, прав В. М. Крейтер (1961), считая, что никаких ураганных проб вообще не существует, а само понятие «ураганная проба» представляет исторический пережиток.

Как известно, ураганными называются пробы с аномально высокими (выдающимися) содержаниями, доля которых в случайной выборке существенно больше доли руды с подобным содержанием полезного компонента в оцениваемом блоке. Появление проб с исключительно высоким содержанием явление обычное. Ураганная проба отличается от остальных малыми размерами реальной зоны влияния или почти полным ее отсутствием, что связано с попаданием в пробу весьма ограниченных по размерам, но очень богатых скоплений полезных минералов.

Таким образом, первопричиной ураганных проб являются особые природные свойства рудных залежей: прерывистость их строения, высокая изменчивость содержаний полезных компонентов в рудных концентрациях и резкая неравномерность их пространственного размещения. Однако уровень наблюдаемой изменчивости содержаний в ряду отобранных проб зависит и от условий геологоразведочных работ: от общего числа проб, их геометрии и от плотности разведочной сети.

При плотной разведочной сети и большом количестве единичных проб ураганные значения не возникают, поскольку соотношения между пробами с исключительно высокими содержаниями и рядовыми пробами хорошо аппроксимируются статистическими функциями распределения. При этом доля проб с наиболее высокими содержаниями в случайной выборке примерно соответствует доле руды с подобными содержаниями в подсчетном блоке, а реальные зоны влияния проб охватывают примерно те объемы, на которые распространяются эмпирические данные по пробам. При редкой разведочной сети и малом количестве наблюдений зоны влияния проб с наиболее высоким содержанием несоизмеримо меньше тех объемов, на которые распространяются данные этих проб.

Размеры, форма и ориентировка проб также оказывают непосредственное влияние на наблюдаемую изменчивость содержаний. Увеличивая размеры проб, можно снизить степень изменчивости содержаний и увеличить зоны влияния

проб до такого предела, что ураганные пробы в случайной выборке практически исчезнут. При уменьшении размеров проб изменчивость содержаний может увеличиться, а зоны их влияния могут уменьшиться, так что в ряду ранее нормальных проб появятся ураганные.

Таким образом, не существует универсального подхода к решению проблемы ураганных проб без количественного учета зон их влияний в зависимости от геологических особенностей месторождений и методики их разведки. Подавляющее большинство предложенных к настоящему времени способов выявления и учета ураганных проб нельзя считать научно обоснованными. Используя различные приемы математической статистики случайных величин, все они предусматривают, по сути дела, преднамеренное занижение средних содержаний и запасов руд в блоках с ураганными пробами для уменьшения степени риска при эксплуатации месторождения. Для научного обоснования степени риска следует исходить не из формул математической статистики, а из соображений экономического ущерба от вероятного завышения или занижения запасов. Поэтому научным обоснованием страховки от завышения или занижения запасов может являться только расчет функций экономических потерь. До тех пор, пока функции экономических потерь не будут выведены применительно к типичным условиям разведки и эксплуатации месторождений, страховка остается волевым приемом, основанным на обобщении практики геолого-разведочных работ.

Способов выявления и учета ураганных проб, обеспечивающих минимизацию дисперсии оценки средних содержаний полезных компонентов в блоках с ураганными пробами, до сих пор не разработано. Для минимизации дисперсий оценок средних содержаний по блокам необходимо знать размеры фактических зон влияния каждой ураганной пробы, что возможно только на основе априорной информации, полученной по принципу аналогии.

Таким образом, задача выявления и учета ураганных проб с позиций минимизации дисперсии оценки содержаний не имеет самостоятельного значения. Она представляет собой один из вопросов более общей проблемы распространения исходных данных по пробам на зоны их влияния. Для ее решения требуется количественно учесть не только влияние геологических особенностей строения рудных залежей, но и влияние геометрии разведочной сети, геометрии оцениваемого объема недр, размеров, ориентировки и количества проб. Для этого прогрессивно использование математического аппарата теории случайных функций или методов геостатистики, в частности применение процедуры «крайгингах». Пока проблема распространения исходных геологоразведочных данных на зоны влияния проб не будет практически разрешена, учет ураганных проб можно производить любым из опубликованных в литературе способов. Поскольку все эти способы преследуют цель застраховать оценки среднеблочных содержаний от возможных неподтверждений, выбор способа учета зависит только от воли разведчика и от соображений конъюнктурного характера.

Независимо от выбранного способа учета, ураганные пробы правомерно определять только по отношению к сквозным пересечениям залежей полезных ископаемых. Выделение же секционных или интервальных ураганных проб теоретически не обосновано и практически недопустимо. Следует иметь в виду, что учет ураганных проб производится для страховки от завышения средних содержаний по отдельным блокам, но не для страховки от завышения запасов полезных компонентов по всему месторождению в целом. Поэтому дефицит запасов, возникающий вследствие преднамеренного занижения средних

содержаний в богатых блоках, следует восполнять, размещая неучтенные запасы по всем подсчитанным блокам месторождения, пропорционально запасу каждого из них.

ОСОБЕННОСТИ ОЦЕНКИ СРЕДНИХ ПРИ РАЗЛИЧНЫХ ВИДАХ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Для оценки вычисленных средних значений геологоразведочных параметров или запасов полезного ископаемого в пределах разведанных объемов необходимо знать две характеристики — величину погрешности определения средней (или ее доверительный интервал) и величину соответствующей ей доверительной вероятности.

При использовании статистической модели оценка геологоразведочных параметров производится обычными статистическими методами. Оценка разведанных запасов полезного компонента вычисляется по совокупности важнейших параметров как произведение объема разведанного пространства $V = Sm$ на объемный вес полезного ископаемого d и на содержание в нем полезного компонента c . Однако по формуле $Q = Vdc$ может быть получена только точечная оценка запасов, которая является приближенной характеристикой истинных запасов. Определить доверительный интервал для заданной доверительной вероятности оценки запасов при обычном способе подсчета запасов нельзя, так как одна единственная точечная оценка не обеспечивает информации для суждения о величине ее дисперсии. Для определения точности оцениваемых запасов при заданной надежности Р. И. Коганом (1972) предложен способ «повторной оценки», позволяющий построить доверительный интервал оценки запасов, в который с заданной вероятностью будут попадать реально подсчитанные запасы.

Если между значениями линейных запасов в смежных пересечениях проявляется автокорреляция, то для оценки их дисперсии и для построения доверительных интервалов следует использовать характеристики случайной составляющей изменчивости, рассчитанные с применением более сложных математических моделей.

Использование детерминированных, в частности геометрических, моделей, выражающих закономерности пространственного размещения изучаемых свойств полезных ископаемых в виде изолиний, позволяет интерполировать и экстраполировать исходные данные.

Оценки погрешностей подсчета запасов и вычисления средних значений геологоразведочных параметров при интерполяции исходных данных производятся при геометризации недр с применением обычных приемов статистики и теории ошибок. Изображение важнейших геологоразведочных параметров в виде топофункций обеспечивает возможность подсчета и оценки запасов руд и полезных компонентов (подсчет запасов методом изолиний с помощью палетки П. К. Соболевского), а также возможности экстраполяции геологоразведочных данных за пределы разведанной площади.

При использовании модели типа стационарной случайной функции также возможны интерполяция и экстраполяция исходных данных. Случайные составляющие наблюдаемой изменчивости геологоразведочных параметров служат основой для расчетов и оценок их средних значений, а их неслучайные составляющие — основой для экстраполяции выявленных закономерностей.

— Погрешность распространения по геологоразведочным пересечениям на примыкающие к ним объемы недр зависит, в конечном итоге, от уровня случайной погрешности в определении изучаемого признака. Действительно, если допустить полное отсутствие случайных погрешностей в определениях геологоразведочного параметра, то с учетом выявленной неслучайной изменчивости средние его значения в оцениваемом объеме были бы вычислены абсолютно точно, несмотря на различия между частными значениями параметра по отдельным пробам.

Основная трудность расчета дисперсии распространения при вычислении средних значений геологоразведочных параметров связана с определением фактических зон влияния разведочных пересечений. Сложность заключается в расчете ковариаций значений геологоразведочных параметров, т. е. степени взаимосвязей в смежных пробах, выработках, сечениях и блоках, которая зависит от природных особенностей полезного ископаемого в недрах, а также от геометрии проб, разведочной сети и оцениваемых блоков. Наличие ковариации всегда односторонне влияет на оценку средних значений геологоразведочных параметров, снижая величину погрешности распространения.

Для учета ковариации в значение общей дисперсии геологоразведочного параметра может быть внесена понижающая поправка «за связь», численно равная значению неслучайной составляющей дисперсии этого параметра. После внесения этой поправки дисперсия распространения будет определяться значением дисперсии случайной составляющей изменчивости геологоразведочного параметра. Внесением поправки погашается влияние взаимосвязей частных его значений в смежных пробах, сечениях и блоках на величину общей статистической дисперсии и соответствующие погрешности распространения становятся независимыми друг от друга.

Для расчета случайных составляющих дисперсий могут использоваться корреляционные и структурные функции изучаемых геологоразведочных параметров или спектральные плотности их дисперсий, составленные для соответствующих «линейных» или «площадных» проб.

Для оценки погрешностей распространения по различным направлениям используется свойство аддитивности дисперсий, согласно которому при условии их независимости общая дисперсия распространения σ^2 равна сумме дисперсий распространения геологоразведочного параметра в линейной пробе на ее сечение σ_c^2 и дисперсии распространения значения этого параметра в плоскости сечения на весь объем оцениваемого блока σ_b^2 :

$$\sigma^2 = \sigma_c^2 + \sigma_b^2. \quad (144)$$

В соответствии с требованиями статистической модели оценки каждого слагаемого в формуле (144) должны выражать значения дисперсий случайных составляющих изменчивости, которые вычисляются по общим дисперсиям путем внесения в них понижающих поправок за связь.

Выражение (144) позволяет построить интервальную оценку среднего значения изучаемого параметра (линейного запаса, содержания, мощности или другого признака), т. е. указать доверительные границы, накрывающие его истинную среднюю величину с заданной вероятностью.

Вычисление доверительных интервалов оценок средних содержаний полезных компонентов должно проводиться с обязательным учетом влияния весовой функции, в качестве которой обычно используется величина опробованной мощности. Взвешивание содержаний полезных компонентов на мощность необходимо для получения несмещенных средних оценок при наличии

корреляционных связей между значениями мощностей и содержаний. Для расчета общей дисперсии оценки средневзвешенного содержания при отсутствии автокорреляции между значениями геологоразведочных параметров в смежных сечениях В. А. Викентьевым и М. В. Шумилиным (1971) предложена формула

$$\sigma_{C_{взв}}^2 = \frac{S_{mc}^2 + \bar{C}_{взв}^2 S_m^2 + 2\bar{C}_{взв} r_{m/mc} S_m S_{mc}}{nm^2}, \quad (145)$$

где S_{mc}^2 и S_m^2 — выборочная оценка дисперсии линейного запаса и мощности;
 m — средняя мощность, вычисленная по совокупности линейных проб;

$r_{m/mc}$ — оценка коэффициента корреляции мощности и линейного запаса.

Для построения доверительного интервала среднего содержания необходимо оперировать дисперсиями только случайных составляющих изменчивости линейного запаса и мощности. Для этого в значения S_{mc}^2 и S_m^2 должны быть внесены соответствующие поправки за связь, определение которых возможно с помощью структурных, автокорреляционных функций или спектральных плотностей дисперсий. При оценке дисперсий распространения содержания в линейных пробах на сечения средние содержания взвешиваются на опробованные мощности, а при оценке дисперсий распространения в сечениях на блоки — они взвешиваются на площади сечений, причем расчеты дисперсий и корреляционных коэффициентов производятся для площадных запасов полезного компонента.

Использование геостатистической модели позволяет проводить только интерполяцию геологоразведочных данных. Расчет дисперсий распространения производится в геостатистике без разделения общей дисперсии на ее составляющие, но с учетом дисперсий и ковариаций содержаний по пробам в объемах оцениваемых блоков, значения которых зависят от величины коэффициента абсолютного рассеяния α , а также от геометрии проб, разведочной сети и оцениваемого пространства. Для этого используются вариограммы геологоразведочных параметров $\gamma(h)$ и дополнительные функции $\chi(h)$ и $F(h)$.

Расчет дисперсий распространения геостатистическими методами — сложная вычислительная операция, поэтому для наиболее типичных случаев геометрии сети (при соответствии изменчивости оруденения схеме де Вийса) Ж. Матероном вычислены приближенные формулы и составлены соответствующие номограммы (Матерон, 1968).

В практических приложениях геостатистики используются следующие термины и обозначения:

σ_{ln}^2 — дисперсия логарифмов содержания в пробах (если используется дисперсия десятичных логарифмов, то она обозначается как σ_{lg}^2);

σ_D^2 — дисперсия распространения содержания в дискретных пробах на полный объем горной выработки;

S_S^2 — дисперсия распространения содержания в «линейных» пробах (горных выработок или скважин) на сечение;

S_E^2 — дисперсия распространения содержания в сечении на слой, т. е. на объем, заключенный между двумя смежными сечениями;

σ_E^2 — дисперсия оценки содержания в единичном слое (этаже), представляющая собой сумму всех перечисленных выше дисперсий:

$$\sigma_E^2 = \sigma_E^2 + \sigma_S^2 + \sigma_D^2 + \sigma_{ln}^2. \quad (146)$$

При отсутствии систематических погрешностей пробоотбора, обработки и анализов проб величины дисперсий распространения убывают в приведенном ряду слева направо. Особенно значительной на практике чаще всего оказывается дисперсия распространения содержания на слой. Если нужно оценить дисперсию распространения содержаний для всего разведанного месторождения, то ее определяют как средневзвешенную по объемам всех слоев.

Дисперсия логарифмов содержаний в пробах $\sigma_{\ln}^2$ возникает в результате различия содержаний полезного компонента в пунктах опробования и включает в себя погрешность отбора, обработки и анализа проб; рассчитывается непосредственно по экспериментальным данным методами вариационной статистики.

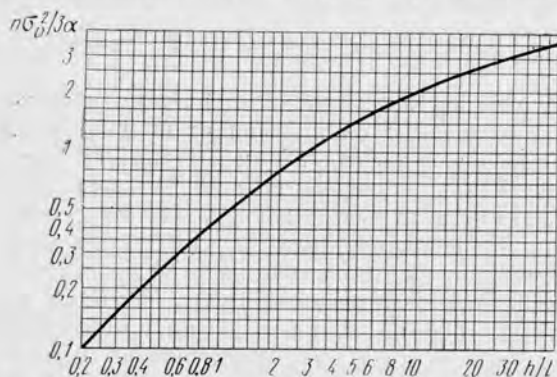


Рис. 84. Номограмма для определения дисперсии распространения содержаний в дискретных пробах (σ_D^2) на объем горной выработки и дисперсии распространения содержаний в горных выработках (σ_S^2) на разведочное сечение.

h и l — соответственно высота и длина площади распространения

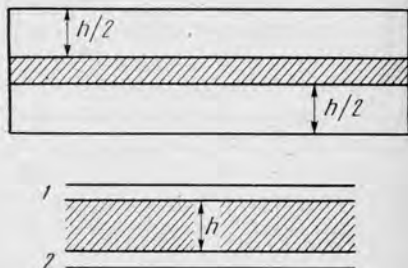


Рис. 85. Расчет ширины площади распространения:

а — по этажу, разведанному одним штреком; б — по этажам, разведанным двумя штреками

Дисперсия распространения содержаний в дискретных пробах σ_D^2 на объем горной выработки определяет точность, с которой содержания по дискретным пробам характеризуют среднее содержание по горной выработке. В случаях сплошного (например, валового) опробования горной выработки или опробования скважины с полным выходом керна такие пробы могут рассматриваться как «линейные». Рассчитывается дисперсия по номограмме (рис. 84). Для этого «ближайший район» пробы рассматривается как прямоугольник lh , в центре которого на расстоянии $\frac{h}{2}$ от сторон прямоугольника размещается проба с линейным эквивалентом l . Вычислив отношение $\frac{h}{l}$ по номограмме, устанавливают значение $\frac{\sigma^2}{3\alpha}$ и, определив заранее коэффициент абсолютного рассеивания 3α , вычисляют величину $\sigma^2 = \sigma_{D_i}^2$. Значение дисперсии распространения дискретных проб на весь объем горной выработки получают путем деления σ_D^2 на количество дискретных проб n :

$$\sigma_D^2 = \frac{\sigma_{D_i}^2}{n}. \quad (147)$$

При достаточно большом n и небольших значениях отношения $\frac{h}{l}$ дисперсия распространения содержания в дискретных пробах на весь объем горной выработки может быть без существенного ущерба точности заменена статисти-

ческой дисперсией логарифмов содержания, т. е. величиной $\frac{\sigma_{1n}^2}{n}$, которая представляет собой ее верхний предел.

Дисперсия распространения содержаний в горных выработках на разведочное сечение S_S^2 вычисляется путем взвешивания элементарных дисперсий распространения, расположенных в центрах «ближайших районов каждой линейной пробы на квадраты площадей этих районов, определяет точность, с которой среднее содержание по горным выработкам и скважинам характеризует среднее содержание по всей плоскости сечения, рассчитывается с помощью той же номограммы (см. рис. 84). В случаях небольших мощностей залежей, соизмеримых с шириной горной выработки, в качестве «ближайшего района» этой выработки принимается прямоугольник lh , расположенный в продольной плоскости залежи. Дисперсия распространения содержаний в выработках на их ближайшие районы в плоскости разведочного сечения S_{Si}^2 определяется по отношению $\frac{h}{l}$ с помощью номограммы. Дисперсия распространения содержаний по всем горным выработкам, расположенным в плоскости сечения на данном сечении, рассчитывается как взвешенное по квадратам площадей $S_1, S_2, \dots, S_n$, т. е.

$$\sigma_S^2 = \frac{1}{S^2} \sum_{i=1}^n S_i^2 \sigma_{Si}^2, \quad (148)$$

а если площади всех районов равны, то

$$\sigma_S^2 = \frac{\sigma_S^2}{n}. \quad (149)$$

При определении площади распространения возможны два принципиально различных случая: ширина площади (h) определяется в обе стороны от выработки как $\frac{h}{2} + \frac{h}{2}$ или как расстояние между двумя выработками (рис. 85). Очевидно, что во втором случае наличие полезной минерализации в пределах всей площади распространения практически можно считать доказанным, в то время как в первом случае возможность сплошной минерализации в пределах всей площади только предполагается. При неподтверждении разведочных данных вычисленная дисперсия распространения теряет смысл, хотя величины дисперсий распространения в обоих случаях будут одинаковыми.

Если длина выработки l велика по сравнению с шириной площади h , то приближенное (слегка завышенное) значение дисперсии распространения может быть вычислено по формуле

$$\sigma_{Si}^2 = \alpha \frac{\pi}{2} \frac{h}{L^2} \quad (150)$$

Дисперсия распространения содержаний на весь разведанный блок, когда длина каждого штрека l больше расстояний между ними h , а всем штрекам приписываются одинаковые площади распространения, равна:

$$\sigma_S^2 = \alpha \frac{\pi}{2} \frac{hL}{LL} = \alpha \frac{\pi}{2} \frac{S}{L^2}, \quad (151)$$

где S — площадь разведанного блока.

Если жила разведена штреками и восстающими, а расстояния между ними d велики по сравнению с их длиной l , т. е. $d_{\text{шт}} \gg l_{\text{в}}$ или $d_{\text{в}} \gg l_{\text{шт}}$, то дисперсия распространения определяется по формуле

$$\sigma_S^2 = \frac{\sigma_{D_{\text{шт}}}^2 \sigma_{D_{\text{в}}}^2}{\sigma_{D_{\text{шт}}}^2 + \sigma_{D_{\text{в}}}^2}. \quad (152)$$

Если же и для штреков и для восстающих расстояния между ними меньше, чем их длина, т. е. одновременно $d_{\text{шт}} < l_{\text{в}}$ и $d_{\text{в}} < l_{\text{шт}}$, то применяется формула

$$\sigma_S^2 = \alpha \frac{\pi}{2} \frac{S}{L_{\text{шт}}^2 + L_{\text{в}}^2}, \quad (153)$$

где S — площадь разведенного участка;
 $L_{\text{шт}}$ и $L_{\text{в}}$ — суммарные длины штреков и восстающих.

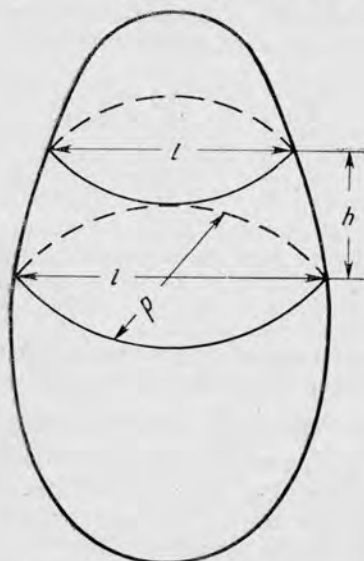
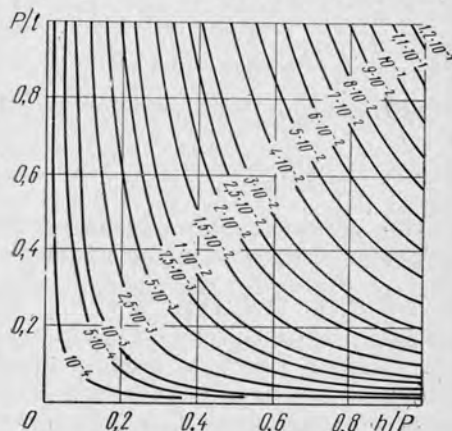


Рис. 86. Размеры, определяющие разведенность штока

При разведке мощных (например, штокообразных) залежей для расчета дисперсий распространения содержатся по горным выработкам на горизонт или разрез каждое сечение условно рас-



меров l , p и h сечение lp считается большим, если $l > p > h$; средним, если $l > h > p$, и малым, если $h > l > p$.

Дисперсия распространения на слой большого сечения $l > p > h$ определяется по номограмме (рис. 87), на которой по оси абсцисс отложены значения $\frac{h}{p}$, по оси ординат — значения $\frac{p}{l}$, а на поле построено семейство кривых $\frac{\sigma_E^2}{3\alpha} = \text{const}$. Таким образом, зная координаты $\frac{h}{p}$ и $\frac{p}{l}$, можно определить значения $\frac{\sigma_E^2}{3\alpha}$, а зная 3α — определить значение σ_E^2 .

Дисперсии распространения содержаний по средним и малым сечениям на слой определяются аналогично по номограммам рис. 88 и 89.

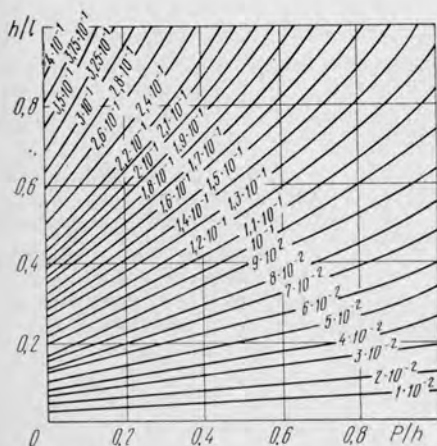


Рис. 88. Номограмма для определения дисперсии распространения (σ_E^2) содержаний по разведочному сечению на слой при $l > h > p$

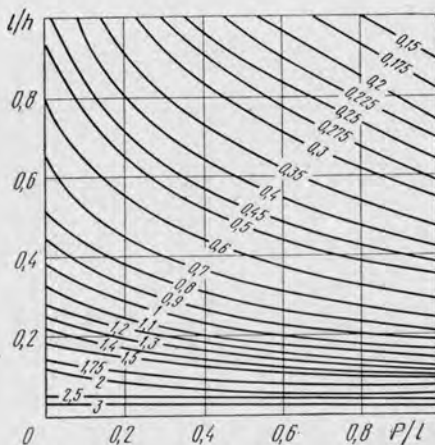


Рис. 89. Номограмма для определения дисперсии распространения (σ_E^2) содержаний по разведочному сечению на слой при $h > l > p$

Дисперсии распространения в скважинах на тяготеющие к ним объемы недр близки по смыслу к дисперсиям распространения на сечение или на слой σ_E^2 .

При разведке тонких пластов скважинами по квадратной сети (для случаев, когда отсутствует граничный эффект) каждой скважине приписывается квадратная площадь распространения со стороной a , которая заменяется кругом той же площади с радиусом $R = \frac{a}{\sqrt{\pi}}$. Дисперсия распространения содержания в скважине на тяготеющий к ней объем недр равна:

$$\sigma_{Si}^2 = 3\alpha \left(\ln \frac{R}{l} + \frac{3}{4} \right), \quad (154)$$

где l — линейный эквивалент пробы по скважине.

Дисперсия распространения содержаний во всех скважинах n на весь разведываемый объем составит:

$$\sigma_S^2 = \frac{1}{n} \sigma_{Si}^2. \quad (155)$$

При разведке сложных залежей скважинами по прямоугольной сети дисперсии распространения содержаний на сечения и на слой могут определяться аналогично тому, как это описано для горных выработок, с той только разницей, что здесь выделяются не горизонтальные, а вертикальные разведочные сечения и «слои».

Если мощная залежь разведывается вертикальными скважинами по квадратной сети со стороной a , то в зависимости от величины отношения $\frac{a}{h}$ (h — мощность рудного интервала по скважине) дисперсия распространения содержания по скважине $\sigma_{E_i}^2$ определяется по номограмме рис. 90, а дисперсия распространения содержаний по всем скважинам n на всю разведанную площадь — по формуле, аналогичной (155), или путем взвешивания элементарных дисперсий распространения по квадратам мощностей.

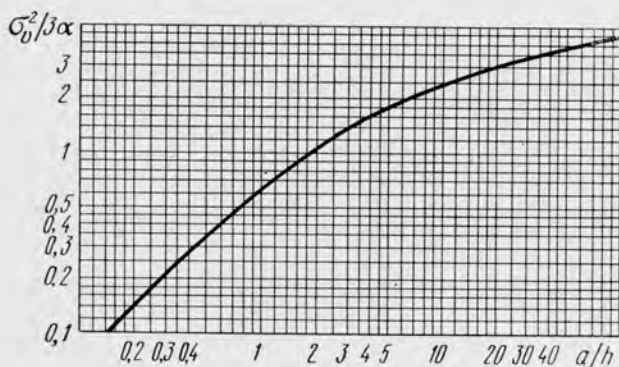


Рис. 90. Номограмма для определения дисперсии распространения ($\sigma_{E_i}^2$) содержания по скважине на ее «ближайший район» в зависимости от шага сети a и мощности рудного интервала h

Перечисленные формулы и номограммы выведены и рассчитаны Ж. Матероном для изотропной изменчивости содержаний.

В случае геометрической анизотропии модель может быть сведена к условно изотропной путем умножения реальных размеров подсчетных блоков и проб по одной или двум осям координат на соответствующие модули аффинного преобразования. При зональной анизотропии эти номограммы можно использовать для расчета дисперсий распространения по «сквозным» линейным пробам. Тогда задача сведется к изучению изменчивости только в продольной плоскости залежи, где она может быть изотропной или обладать геометрической анизотропией.

КРАЙГИНГ *

Процедура «крайгинга» заключается в отыскании наилучшей оценки содержания полезного компонента в подсчетном блоке с учетом его содержаний в пробах, расположенных как внутри, так и вне оцениваемого блока.

* Принятый в русских изданиях (Карлье, 1966; Матерон, 1968) термин «крайгинг» несколько искажает предложенное Ж. Матероном название «krigage». Термин имеет французское происхождение и его следовало бы переводить как «кригование» или «кригирование».

Смысл крайгинга состоит в том, что содержанию каждой пробы приписывается такой вес, при котором обеспечивается минимальная дисперсия оценки среднего содержания. Определение весов проб производится с учетом геометрических форм, размеров и взаимного расположения оцениваемого блока и проб. В общем случае, чем больше удалена проба от центра блока, тем меньше ее влияние и соответственно меньше приписываемый ей вес.

Идея минимизации дисперсии оценки среднего содержания принадлежит Д. Криге. При оценке золоторудных месторождений Южной Африки им было установлено, что при вычислении содержаний по пробам, отобранным только в объемах оцениваемых блоков, среднее содержание оказывается систематически завышенным в богатых блоках и систематически заниженным в смежных с ними бедных блоках. Причину этого явления Д. Криге усматривал в левасимметричном распределении содержаний золота, а также в том, что дисперсия содержаний по пробам всегда значительно больше, чем дисперсия содержаний по блокам. Из сопоставления приведенных на рис. 91 кривых видно,

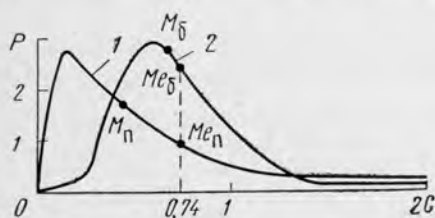


Рис. 91. Кривые распределения содержаний полезного компонента в пробах (1) и средних его содержаний в подсчетных блоках (2). $M_{ср}$ и M_n и M_6 и M_n — медианы и средние содержания

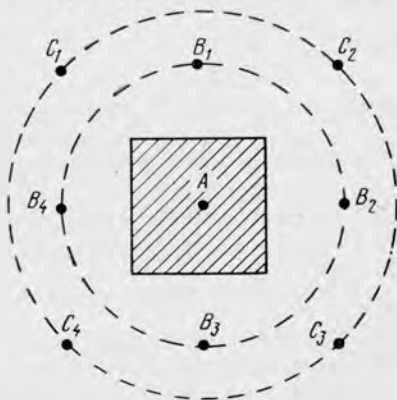


Рис. 92. Схема расположения скважин. A — центральная скважина; B_1, B_2, B_3, B_4 — скважины первого ореола; C_1, C_2, C_3, C_4 — скважины второго ореола

что доли бедных и богатых проб больше, чем доли соответствующих им бедных и богатых блоков, а доли проб со средними содержаниями меньше доли блоков с таким же содержанием. Поэтому объединенные в едином контуре пробы с высоким содержанием приводят в общем случае к переоценке среднего содержания в зонах влияния проб, а пробы с низким содержанием — к соответствующей его недооценке. По формуле Д. Криге статистическая связь между содержаниями логнормально распределенного полезного компонента в пробе и в объеме ее влияния выражается поправкой

$$z = m \left[\frac{u}{m} \right] \frac{\sigma_y^2}{\sigma^2} \frac{\sigma_i^2 \sigma_y^2}{2\sigma^2}, \quad (156)$$

где u — содержание компонента в пробе;

m — среднее содержание компонента в месторождении;

σ^2 — дисперсия логарифмов содержаний, вычисленная по всем пробам, отобранным в пределах месторождения;

σ_i^2 — дисперсия логарифмов содержания по пробам в пределах подсчитываемого блока;

σ_y^2 — дисперсия логарифмов средних содержаний по блокам в пределах месторождения.

Причем в соответствии с суперпозицией дисперсий $\sigma^2 = \sigma_i^2 + \sigma_y^2$.

Практическое значение поправки Д. Криге, имеющей чисто статистический смысл, при оценке месторождений весьма ограничено, так как в ней не учитываются особенности пространственного расположения проб и оцениваемых блоков. В способе крайгинга, который представляет собой дальнейшее развитие идеи Д. Криге, учитываются пространственные характеристики изучаемого объекта, а также особенности геометрии проб и оцениваемых объемов.

В общем виде задача крайгинга для геостатистики однородного поля сводится к нахождению наилучшей линейной оценки:

$$z^* = \sum_{i=1}^n a_i x_i \quad (157)$$

истинного среднего содержания z в блоке, по ряду проб с содержаниями $x_1, x_2, \dots, x_n$, расположенных внутри и вне оцениваемого блока. Эту задачу можно решить, определив весовые коэффициенты a_i , которые определяются двумя условиями:

1) истинное содержание z и его оценки z^* должны иметь одинаковое среднее значение во всем геометрическом поле, т. е. среднее значение ошибки $z - z^*$ должно быть равно нулю. Это условие записывается в виде: $\sum_{i=1}^n a_i = 1$;

2) коэффициенты крайгинга a_i должны иметь такие значения, чтобы дисперсия оценки истинного содержания $D(z - z^*)$ принимала бы минимальное значение. Это условие записывается в виде системы уравнений линейных относительно a_i . Коэффициенты этой системы уравнений выражаются с помощью дисперсий и ковариаций содержаний в пробах и блоках. Вычислив систему уравнений и зная значение собственной функции изменчивости содержаний, можно табулировать коэффициенты крайгинга и соответствующие дисперсии, выразив их через геометрические характеристики проб и блока. Для изотропной схемы де Вийса эта работа была выполнена Ж. Матероном применительно к условиям дискретного и непрерывного крайгинга.

Дискретный крайгинг. Рассмотрим способ оценки среднего содержания полезного компонента в квадратной зоне, тяготеющей к скважине А, по его содержаниям в центральной скважине и в скважинах первого и второго «ореолов» (рис. 92).

Практически достаточно ограничиться учетом только двух ближайших ореолов скважин, поскольку использование данных по более удаленным скважинам не оказывает на оценку среднего содержания заметного влияния. Среднее содержание z в оцениваемом объеме, тяготеющем к скважине А с содержанием u , рассчитывается по формуле

$$z^* = (1 - \lambda - \mu) u + \lambda v + \mu \omega, \quad (158)$$

где v — среднее содержание в скважинах первого ореола (B_1, B_2, B_3, B_4);
 ω — среднее содержание в скважинах второго ореола (C_1, C_2, C_3, C_4);
 λ и μ — веса коэффициентов крайгинга соответственно для скважин первого и второго ореолов.

Для расчета весовых коэффициентов λ и μ используются специальные номограммы. На рис. 93 показана одна из таких номограмм, составленная для

двух полных ореолов скважин. По оси абсцисс в логарифмическом масштабе отложены значения $x = \frac{h}{a}$, выражающие отношения средней мощности залежей h к величине ячейки разведочной сети a . По оси ординат слева указаны значения весовых коэффициентов для λ и μ , а справа — значения $\frac{\sigma_K^2}{3\alpha}$, которые, будучи умножены на величину коэффициента абсолютного рассеивания 3α , дают дисперсию крайгинга, т. е. минимизированное значение дисперсии оценки z .

Поправка к оценке среднего содержания, получаемая в результате использования крайгинга, зависит лишь от пространственных особенностей оруденения и геометрии разведки, в частности от величины отношения $\frac{h}{a}$, и справедлива

только для изотропной схемы изменчивости свойств полезного ископаемого. В случае их анизотропии с помощью крайгинга могут быть получены только ориентировочные величины, которые за неимением других могут представлять практический интерес. Влияние анизотропии по мощности залежей может быть исключено путем аффинного преобразования координат.

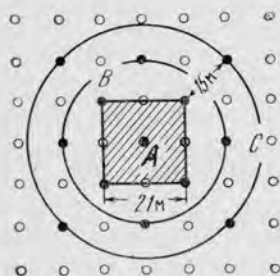


Рис. 94. Схема расположения скважин эксплуатационной разведки на одном из горизонтов молибденового штокерка. (Черные точки — скважины, участвующие в оценках.)

A — центральная скважина; B — первый ореол скважин; C — второй ореол скважин. Заштрихована площадь элементарного объема

ативной обработке. При этом могут быть случаи, когда в первом или во втором ореолах не достает одной или нескольких скважин или отсутствует центральная скважина A.

Для расчета коэффициентов и дисперсий крайгинга при всех практически возможных вариантах размещения скважин Ж. Матероном (1968) составлены соответствующие номограммы. Их использование правомерно только тогда,

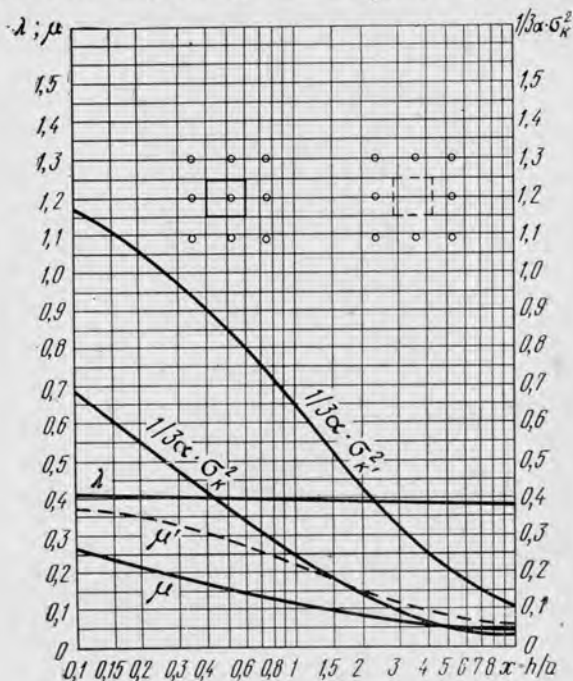


Рис. 93. Номограмма для определения дисперсии крайгинга (для случая двух полных ореолов скважин)

нат, т. е. путем соответствующего уменьшения или увеличения величины h . Целесообразность использования крайгинга возникает, как правило, в условиях эксплуатационных разведок, например, когда по данным опробования взрывных скважин решается вопрос о селек-

когда пробелы в сети скважин связаны с техническими причинами, а не с разрывами сплошности в поле полезной минерализации. Если неполная сеть рудных скважин обусловлена тем, что часть пробуренных скважин попадает за контуры промышленного оруденения, то дисперсия распространения и дисперсия оценки фактических зон влияния каждой рудной скважины, которая может быть решена только геологическими методами. Для получения сугубо ориентировочных данных Ж. Матерон рекомендует в таких случаях относить полученные коэффициенты крайгинга к истинным зонам влияния, полученным по геологическим соображениям, или приписывать всем безрудным скважинам нулевые веса.

Для подтверждения эффективности дискретного крайгинга по данным эксплуатационного опробования одного из горизонтов штокерского месторо-

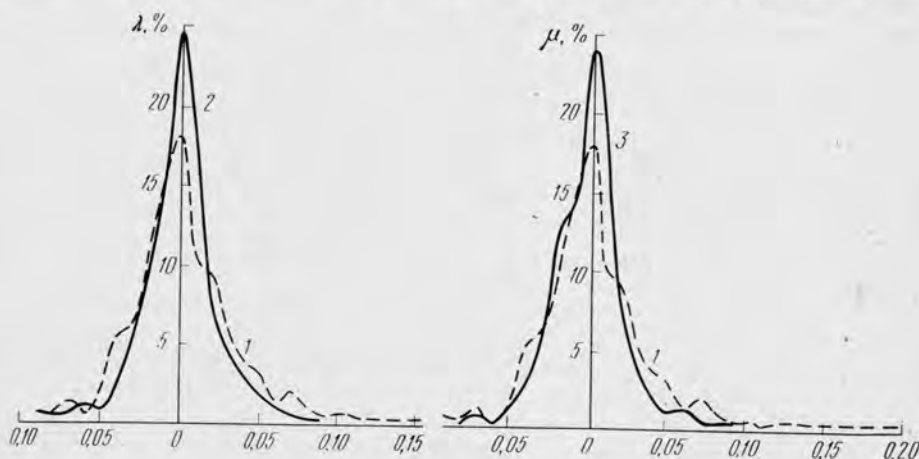


Рис. 95. Гистограммы погрешностей оценок среднего содержания молибдена в элементарных блоках.

1 — по содержаниям в центральных скважинах; 2 — с учетом данных по ореолу В; 3 — с учетом данных по ореолу С

ждения молибдена был проведен следующий эксперимент. В элементарных объемах размером $21 \times 21 \times 20$ м, ограниченных буровыми скважинами эксплуатационной разведки глубиной 20 м, оценивались средние содержания молибдена. В первом случае в качестве оценки принималось содержание по центральной скважине А, которое распространялось на весь объем элементарного блока (рис. 94). Во втором случае оценки рассчитывались способом дискретного крайгинга с учетом данных опробования скважин, расположенных за пределами оцениваемого объема на расстояниях 21 и 30 м (соответственно контуры В и С по Матерону) от центральной скважины. Эффективность обеих оценок определялась путем их сравнения с истинными средними содержаниями в элементарных объемах, за которые условно принимались средние арифметические содержания молибдена, вычисленные по пяти скважинам, пробуренным в пределах оцениваемых участков.

На рис. 95 приведены гистограммы вычисленных погрешностей оценок. Значительно большая эксцессивность гистограмм погрешностей оценок, рассчитанных способом дискретного крайгинга, по сравнению с гистограммой

оценок, вычисленной по центральным скважинам, подтверждает эффективность дискретного крайгинга. На рис. 96 показан график осредненной вариограммы логарифмов содержаний молибдена по всему горизонту месторождения. Облик вариограммы подтверждает правомерность применения крайгинга, поскольку изменчивость содержаний не противоречит изотропной схеме Х. де Вийса.

Непрерывный крайгинг. Простейшим примером непрерывного крайгинга является оценка среднего содержания полезного компонента в квадратном блоке, ограниченном двумя штреками и двумя восстающими, вскрывающими залежь полезного ископаемого, жильного или пластоподобного типа. При изотропном характере изменчивости оруденения в плоскости залежи все четыре вскрывающих выработки имеют равные веса. Для проведения непрерывного крайгинга вся площадь блока разделяется на ряд элементарных квадратов. Используя аналогию крайгинга с задачами теории потенциалов, с по-

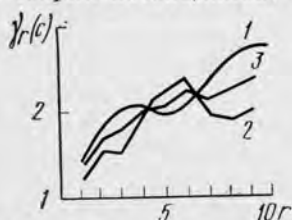


Рис. 96. Эмпирическая вариограмма логарифмов содержаний по горизонту молибденового штокверка:

1 — по меридиональным разрезам; 2 — по широтным разрезам; 3 — осредненная вариограмма

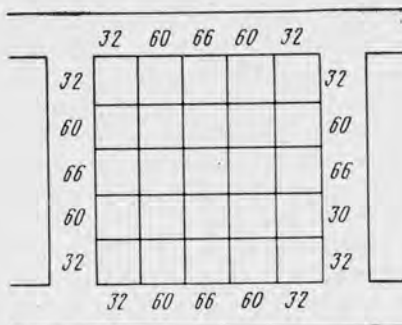


Рис. 97. Веса крайгинга для квадратного блока, разведенного двумя штреками и двумя восстающими

мощью математического аппарата теории функций комплексного переменного для элементарных квадратов вычисляются функции плотностей взвешивания $f(\alpha)$, которые рассматриваются как веса отрезков оконтуривающих горных выработок, равных стороне элементарного квадрата. При этом принимается, что замкнутый контур оцениваемого блока представляет собой идеальный экран по отношению ко всем внешним пробам. На основании общей теоремы суперпозиций сложением весов элементарных квадратов получают суммарные веса, которые должны быть приписаны каждому отрезку выработок при крайгинге блока данной конфигурации. Например, если разбить площадь блока на 25 квадратов с таким расчетом, чтобы вдоль каждой из оконтуривающих выработок уложилось бы по пять отрезков (рис. 97), то веса отрезков, рассчитанные упомянутым способом, составят для центральных отрезков любой стороны 66, а для угловых отрезков только 32 (сумма весов всех отрезков условно принимается равной 1000).

Метод непрерывного крайгинга рекомендуется Ж. Матероном для рудных блоков различной конфигурации. Им рассчитаны сетки весов непрерывного крайгинга по двум (параллельным), трем и четырем горным выработкам, позволяющие вычислить веса крайгинга для блоков практически любой конфигурации при условии, что мощность залежей вписывается в сечение выработок, а изменчивость оруденения в однородном поле подчиняется изотропной схеме де Вийса (Матерон, 1968).

Таким образом, минимизируя дисперсию оценки, процедура крайгинга способствует использованию дополнительной информации, заключенной в данных опробования, и позволяет получить несколько более точные оценки средних содержаний по разведанным блокам по сравнению с обычными методами взвешивания. Основное практическое значение крайгинга заключается не столько в уточнении средних оценок, сколько в возможности исключить систематические ошибки завышения оценок средних содержаний в богатых блоках. С этих позиций крайгинг может рассматриваться как один из наиболее объективных способов оценки и учета влияния проб с ненормально высокими содержаниями полезных компонентов. Нужно иметь в виду, что проявления обычного в таких случаях эффекта самородков может сильно исказить результаты, усиливая экранирующее влияние проб ближайшего ореола.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

За последнее десятилетие наметились существенные успехи в разработке методологических основ разведки месторождений полезных ископаемых.

Установлено, что изучение структур и закономерностей пространственного размещения следует проводить на основе принципа относительной неоднородности. Использование этого принципа позволяет характеризовать масштабы и анизотропию геологической неоднородности на различных уровнях строения полезных ископаемых, классифицировать проявления неоднородности по масштабам ее элементов и по отношениям их размеров к размерам проб и шагу опробования. Все это обеспечивает выявление и объективную количественную характеристику наблюдаемой изменчивости свойств полезных ископаемых в недрах, которая зависит как от природы, так и от масштаба (уровня) их изучения — геометрии сети наблюдений и геометрии проб; количественные характеристики наблюдаемой изменчивости зависят также и от способа математического моделирования изучаемого свойства.

Для математического моделирования свойств полезных ископаемых в недрах предложено несколько типов геолого-математических моделей и сформулировано принципиально важное условие соответствия (адекватности) математической и геологической моделей. Доказано, что выбор геолого-математической модели определяется природными свойствами полезного ископаемого, размерами отбираемых проб, их количеством, а также геометрией разведочной сети. В связи с этим возникла необходимость в разработке теоретических основ опробования, определяющих закономерности влияния перечисленных факторов на статистические характеристики наблюдаемых содержаний по пробам и на достоверность результатов опробования.

С учетом специфики изучения недр, современных требований горной промышленности к минерально-сырьевой базе и возможностей математического моделирования важнейших геологоразведочных параметров сформулированы основные принципы разведки и разработаны ее технико-экономические предпосылки, определяющие влияние условий горной технологии и экономики на виды и показатели оценочных кондиций, а через них — на представления о морфологии и строении продуктивных залежей. Акцентировано внимание на несоответствие представлений о геологической природе минеральных скоплений представлениям о месторождении как о сырьевой базе горной промышленности и обоснована необходимость трансформации этих представлений в процессе разведки и оценки месторождений.

Таким образом, определились основные методологические положения разведки полезных ископаемых и наметились пути их внедрения в практику геологоразведочных работ.

1. Выделение ряда геолого-промышленных уровней в строении природных скоплений полезных ископаемых позволяет более четко сформулировать условия проведения отдельных стадий геологоразведочных работ.

С позиций принципа относительной однородности в качестве условно однородного объема недр на стадии предварительной разведки рассматривается продуктивная зона (толща), на стадии детальной разведки — продуктивная залежь, а на стадии эксплуатационной разведки — эксплуатационный участок или блок.

Обоснование количества разведочных выработок, геометрии и последовательности развития разведочной сети должно проводиться на стадии предварительной разведки по характеристикам изменчивости геологоразведочных параметров продуктивной зоны в целом. При положительном решении вопроса о целесообразности промышленного освоения месторождения в пределах типичного (эталонного) участка продуктивной зоны следует проводить детализационные работы, обеспечивающие выявление горно-геологических условий будущей эксплуатации месторождения. Детализация на эталонном участке осуществляется до уровня строения продуктивной залежи, а на завершающем периоде разведки целесообразно создание нескольких детальных разведочных разрезов с расстояниями между смежными пересечениями, соизмерными с мощностью продуктивной залежи. Создание хотя бы двух пересекающихся, предельно детальных разведочных разрезов, ориентированных в направлениях максимальной и минимальной изменчивости важнейших свойств полезных ископаемых, обеспечивает получение исходной информации об их структурах на более высоких уровнях строения, что необходимо для обоснования геометрии разведочной сети при проектировании детальных разведочных работ.

Обоснование количества разведочных выработок, геометрии и последовательности развития разведочной сети на стадии детальной разведки должно проводиться по характеристикам изменчивости геологоразведочных параметров продуктивных залежей. Детализационные работы, обеспечивающие сбор исходной информации для проектирования горнодобычных работ, должны проводиться в завершающий период детальной разведки на типичных участках продуктивных залежей с детальностью, отражающей строение полезных ископаемых на уровне отдельных эксплуатационных участков и блоков.

Выбор геометрии разведочной сети, количество и последовательность проходки отдельных разведочных выработок на стадии эксплуатационной разведки определяются принятой системой вскрытия и разработки месторождения, а оценка характеристик изменчивости запасов проводится на уровне строения эксплуатационных объемов недр. Объектами эксплуатационной разведки являются различные эксплуатационные участки — этажи, панели или блоки, а выбор оптимальных условий геологоразведочных работ производится по характеристикам изменчивости их важнейших параметров, с последовательной детализацией сведений по каждому участку до уровня строения эксплуатационного блока.

2. Для выбора формы и ориентировки разведочной сети необходимо знать характеристику анизотропии важнейших геологоразведочных параметров на данном уровне строения полезного ископаемого. Ведущим геологоразведочным параметром, определяющим геометрию разведочной сети, чаще всего является линейный запас полезного ископаемого.

Длинная сторона ячейки разведочной сети должна совпадать с направлением минимальной изменчивости линейных запасов, а соотношения ее сторон должны быть численно равными показателю анизотропии в продольной пло-

«скости объекта разведки. Чем полнее выполняется это требование, тем больше оснований считать, что сеть наблюдений приближается к равномерной. Равномерность разведочной сети упрощает интерпретацию эмпирических данных, полученных по разведочным пересечениям, и повышает достоверность оценки погрешностей их распространения на прилегающие объемы недр.

Максимально допустимые размеры ячеек разведочной сети, при которых еще допустима интерполяция экспериментальных данных по смежным разведочным пересечениям, зависят от силы автокорреляционных связей между ними. Они определяются расстояниями предельной корреляции линейных запасов по соответствующим направлениям разведочной сети. Площадями таких ячеек ограничиваются фактические зоны влияния отдельных разведочных пересечений. Чем меньше размеры ячеек по сравнению с расстояниями предельной корреляции по соответствующим направлениям разведочной сети, тем выше степень разведанности запасов полезного ископаемого и меньше погрешности аналогии при их оценке. Если же размеры ячеек превышают расстояния предельной корреляции, то интерполяция становится неправомочной, так как экспериментальные данные не содержат информации о закономерностях пространственного размещения изучаемых признаков, а статистические методы обеспечивают только оценку средних значений параметров и не могут использоваться для количественной оценки возможных объемов полезной минерализации. В таких случаях геометризация запасов возможна только на основе выявленных геологических закономерностей.

3. Для суждения о степени разведанности запасов следует прежде всего четко разграничить понятие точности их подсчета и детальности их изучения.

Точность средних оценок запасов определяется уровнем случайной составляющей наблюдаемой изменчивости изучаемого геологоразведочного параметра и существенно зависит от количества разведочных пересечений. Детальность же изучения запасов полезных ископаемых определяется степенью выявления неслучайной составляющей изменчивости орудуения и зависит в первую очередь от густоты разведочной сети. Часто при одном и том же количестве разведочных пересечений точность подсчета запасов оказывается примерно одинаковой для подсчетных блоков больших и малых размеров, в то время как степень их разведанности резко различается. Поэтому для оценки степени разведанности запасов необходимо предварительно разделить наблюдаемую изменчивость ведущих геологоразведочных параметров, в частности линейных запасов, на их случайную и неслучайную составляющие. Тогда о детальности разведки можно будет судить по степени выявления и геометризации неслучайных составляющих наблюдаемой изменчивости линейных запасов, а для оценки точности подсчета запасов — использовать величину дисперсии их случайной составляющей.

Выделение случайной и неслучайной составляющих наблюдаемой изменчивости для заданной густоты разведочной сети возможно с применением вероятностных методов математической статистики случайных величин, стационарных случайных функций или методов гармонического анализа, а для ориентировочных расчетов — с применением геометрических методов сглаживания исходных данных.

Количественная оценка степени разведанности запасов с помощью дисперсии случайной составляющей линейных запасов имеет реальный смысл только при условии предварительной регламентации размеров подсчетных блоков. С учетом требований промышленности к детальности разведки месторождений полезных ископаемых, регламентацию размеров подсчетных блоков

лучше проводить не в метрических мерах, а по показателям, характеризующим производительность проектируемого (или существующего) горного предприятия. Для оценки запасов, когда определяется только масштаб полезной минерализации и среднее качество минерального сырья, в регламентации размеров подсчетных блоков нет практической необходимости.

Оценку разведанных запасов по результатам детальной разведки месторождения рационально проводить по подсчетным блокам, размеры которых сопоставимы с годовой производительностью проектируемого горного предприятия, а оценку подготавливаемых к добыче запасов на стадии эксплуатационной разведки — по эксплуатационным участкам — этажам, панелям, уступам и блокам, размеры которых определяются принятой системой вскрытия и отработки месторождения.

Требования к точности подсчета запасов на различных стадиях работ и доверительные интервалы числовых значений важнейших геологоразведочных параметров должны определяться требованиями производства, а в обязанности геологов-разведчиков должна входить вероятностная оценка точности и степени детальности разведанных запасов по результатам проведенных геологоразведочных работ.

4. Современное состояние методологии разведки позволяет оценить степень детальности и достоверности разведанных запасов, но не обеспечивает решения проблемы оптимизации условий проектируемых геологоразведочных работ. Эта проблема включает в себя задачи оптимизации разведочной сети, количества наблюдений и геометрии проб, вопросы рационального планирования и проектирования разведки. Ее решение возможно только на основе глубокого геолого-экономического анализа результатов разведочных работ. Для этого нужно знать функциональные связи между степенью достоверности разведанных запасов в недрах, их стоимостной оценкой, затратами на производство разведочных работ и стоимостными оценками возможных отрицательных экономических последствий, который могут возникнуть в результате погрешностей определения тех или иных свойств полезных ископаемых в недрах.

Для получения количественных характеристик экономической ценности разведанных запасов в их стоимостном выражении в зависимости от значений дисперсий оценок важнейших геологоразведочных параметров необходимо проведение укрупненных математико-экономических исследований по обоснованию и расчету функций экономических потерь применительно к типичным условиям разведки и эксплуатации месторождений. Эти функции должны выражать зависимости возможного экономического ущерба при разработке месторождений и при переработке минерального сырья от величин и запасов погрешностей подсчета запасов и определения средних содержаний полезных компонентов в оцениваемых объемах недр.

Разработка методов сопоставления количественных геологоразведочных характеристик со стоимостными оценками разведанных запасов и совершенствование методов геолого-экономической оценки месторождений представляют собой важнейшие задачи методологии разведки и сопряженных с ней горно-экономических дисциплин, так как только на этой основе возможно решение проблемы оптимизации условий геологоразведочных работ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Агошков М. И., Малахов Г. М. Подземная разработка рудных месторождений. М., «Недра», 1966, 664 с.
- Альбов М. Н. Опробование месторождений полезных ископаемых. М., «Недра», 1965, 239 с.
- Андерсон Т. Введение в многомерный статистический анализ. М., Физматгиз, 1963, 500 с.
- Букринский В. А. Вопросы геометризации физико-технических и горно-геологических показателей месторождений для моделирования на ЦВМ. М., изд. МИРГЭМ, 1966, 128 с.
- Вентцель Е. С. Теория вероятностей. М., «Наука», 1964, 576 с.
- Викентьев В. А., Шумилин М. В. Оценка точности коэффициента рудоносности при подсчете запасов. — «Изв. вузов. Серия Геол. и разв.», 1971, № 3, с. 83—91.
- Володомонов Н. В. Бортовое содержание металла. — В кн.: Мат-лы по геологии золота и платины. М., ОБТИ, Главспецмета, 1948, вып. 7, с. 80—90.
- Гатов Т. А. Обоснование минимального промышленного содержания цветных металлов в руде. М., «Недра», 1967, 155 с.
- Горжевский Д. И., Козеренко В. И. Связь эндогенного рудообразования с магматизмом и метаморфизмом. М., «Недра», 1965, 300 с.
- Гуськов О. И., Шумилин М. В. О применении статистических методов для анализа плотности разведочной сети. — «Изв. вузов. Серия Геол. и разв.», 1968, № 6, с. 69—77.
- Дементьев Л. Ф. Статистические методы обработки и анализа промыслово-геологических данных. М., «Недра», 1966, 206 с.
- Езекиел М. И., Фокс К. А. Методы анализа корреляции и регрессий линейных и криволинейных. М., «Статистика», 1966, 558 с.
- Зайцев Е. П. Опробование коренных месторождений и добытых рудных масс пробами малого веса. М., ЦНИИ Цветмет, 1958, 102 с.
- Зарайский В. Н., Кузьмин В. И. К определению изменчивости показателей месторождений с помощью вторых разностей. — «Изв. вузов. Серия Геол. и разв.», 1965, № 1, с. 94—96.
- Зенков Д. А. Четыре типа изменчивости рудных тел. — «Разведка и охрана недр», 1955, № 6, с. 9—16.
- Зенков Д. А. Эволюция статистических показателей содержаний компонентов рудных месторождений в связи с методами исследования при разведке. — В кн.: Вопросы методики опробования рудных м-ний при разведке и эксплуатации. М., Госгеолтехиздат, 1962, с. 35—44.

- Иванкин П. Ф. Морфология глубоко вскрытых магматогенных рудных полей. М., «Недра», 1970, 288 с.
- Каганович С. Я. О цене разведанных запасов минерального сырья в недрах. — «Сов. геология», 1968, № 10, с. 98—103.
- Каллистов П. Л. Изменчивость оруденения и плотность наблюдений при разведке и опробовании. — «Сов. геология», 1956, сб. 53, с. 118—151.
- Карлье Э. Методика количественной оценки месторождений урана. М., Атомиздат, 1966, 352 с.
- Кобахидзе Л. П. О цене разведанных запасов полезных ископаемых в недрах. — «Сов. геология», 1970, № 2, с. 91—97.
- Кобахидзе Л. П. Экономика геологоразведочных работ. М., «Недра», 1973, 298 с.
- Коган Р. И. Интервальные оценки запасов полезных ископаемых. М., «Недра», 1972, 142 с.
- Колмогоров А. Н. О логарифмически-нормальном законе распределения размеров частиц при дроблении. — «Докл. АН СССР», 1941, т. 31, № 2, с. 99—101.
- Косыгин М. К., Росляков Г. В., Загоскин В. А. Опыт применения множественной корреляции для решения некоторых задач поисков и разведки. — Изв. вузов. Серия Геол. и разв., 1966, № 9, с. 3—10.
- Котляр В. Н. Основы теории рудообразования. М., «Недра», 1970, 463 с.
- Крайбейн У., Грейбилл Ф. Статистические модели в геологии. М., «Мир», 1969, 398 с.
- Краснов Д. А. Закономерность распределения минеральных зерен при сокращении и определении веса проб полезных ископаемых. — «Зап. ЛГИ», 1956, т. 32, вып. 3, с. 201—228.
- Крейтер В. М. Поиски и разведка месторождений полезных ископаемых. М., Госгеолтехиздат, ч. I, 1960, 332 с.; ч. 2, 1961, 310 с.
- Криге Д. Г. Роль математической статистики в методах уточнения оценки промышленного оруденения на рудниках Южной Африки. — В кн.: Вопросы математической геологии. Л., «Наука», 1968, с. 252—272.
- Кузьмин В. И. Условия применения формул среднего взвешенного при подсчете запасов. — «Разведка и охрана недр», 1966, № 2, с. 9—11.
- Марголин А. М. Характеристика изменчивости залежей нефти, газа и оценка погрешностей результатов их разведки. — В кн.: Оценка точности определения параметров залежей нефти и газа. М., «Недра», 1965, с. 178—190.
- Марголин А. М. Послесловие к книге Ж. Матерона «Основы прикладной геостатистики». М., «Мир», 1968, с. 387—407.
- Марголин А. М. Оценка случайной изменчивости оруденения. — В кн.: Вопросы маркшейдерско-геологической службы. М., «Недра», 1968, с. 42—52.
- Марголин А. М., Шумилин М. В. О проблеме ураганных проб и возможных путях ее решения. «Разведка и охрана недр», 1970, № 10, с. 17—20.
- Марголин А. М., Бурдо Л. П. Определение кондиций с учетом технологической освоенности запасов рудных месторождений. — «Сов. геология», 1971, № 1, с. 81—93.
- Матерон Ж. Основы прикладной геостатистики. М., «Мир», 1968, 408 с.
- Миллер Р. Л., Кан Дж. С. Статистический анализ в геологических науках. М., «Мир», 1965, 482 с.
- Мягков В. Ф. О значении исследования кривых распределений содержаний для познания процессов рудообразования. — «Докл. АН СССР», 1967, т. 173, № 4, с. 906—909.
- Нахимов В. В. Применение математической статистики при анализе вещества. М., Физматгиз, 1961, 431 с.
- Нахимов В. В. Теория эксперимента. М., «Наука», 1971, 207 с.

- Низгурецкий З. Д. О количественной оценке изменчивости (сложности) формы залежи в связи с ее геометризацией. — «Труды ВНИМИ», 41, Л., 1961, с. 72—82.
- Павленко Д. М. Методика определения бортового содержания в рудных и россыпных месторождениях золота. — «Золотая промышленность», 1940, № 4, с. 30—37.
- Петров В. А. О применении способов среднего арифметического и среднего взвешенного для расчета средних содержаний при подсчете запасов. — «Сов. геология», 1965, № 2, с. 112—125.
- Пожаричкий К. Л. Критерии экономической эффективности геологоразведочных работ и их роль в хозрасчете. — «Сов. геология», 1968, № 12, с. 3—13.
- Пугачев В. С. Теория случайных функций и ее применение к задачам автоматического управления. Изд. 3-е, М., Физматгиз, 1962, 884 с.
- Разумовский Н. К. Логарифмически-нормальный закон распределения вещества и его свойства. — «Зап. ЛГИ», 1948, т. 20, с. 105—121.
- Рао С. Р. Линейные статистические методы и их применение. М., «Наука», 1968, 548 с.
- Рац М. В. Неоднородность горных пород и их физических свойств. М., «Наука», 1968, 108 с.
- Родионов Д. А. Функции распределения элементов и минералов в изверженных горных породах. М., «Наука», 1964, 102 с.
- Родионов Д. А. Статистические методы разграничения геологических объектов по комплексу признаков. М., «Недра», 1968, 157 с.
- Рощин Ю. В. Способы конфлюэнтного анализа и выявление систематических ошибок по сопоставлению рядов измерений. — В сб.: «Вопросы рудной радиометрии», М., Атомиздат, 1968, вып. 2, с. 120—132.
- Рыжов П. А., Гудков В. М. Применение математической статистики при разведке недр. М., «Недра», 1966, 235 с.
- Серебрянников М. Г., Первозванский А. А. Выявление скрытых периодичностей. М., «Наука», 1965, 244 с.
- Сидорков Е. А. Геолого-статистические приемы выделения неоднородных объемов при исследовании проблемы выдающихся значений разведочных параметров на одном из редкометальных месторождений. — В кн.: Применение математических методов в геологии. Алма-Ата, Изд-во АН КазССР, 1968, с. 273—277.
- Смирнов В. И. Геологические основы поисков и разведки рудных месторождений. М., изд. МГУ, 1954, 546 с.
- Смирнов В. И. Геология полезных ископаемых. М., «Недра», 1969, 688 с.
- Смирнов Н. В., Дунин-Барковский И. В. Курс теории вероятностей и математической статистики для технических приложений. М., «Наука», 1965, 512 с.
- Снедекор Д. У. Статистические методы в применении к исследованиям в сельском хозяйстве и биологии. М., Сельхозиздат, 1961, 503 с.
- Харкевич А. А. Спектры и анализ. Изд. 4-е, М., Физматгиз, 1962, 236 с.
- Харман Г. Современный факторный анализ. М., «Статистика», 1972, 486 с.
- Хрущов Н. А. Актуальные проблемы экономики минерального сырья и геологоразведочных работ. — «Разведка и охрана недр», 1969, № 5, с. 38—43.
- Четвериков Л. И. Теоретические основы моделирования тел полезных ископаемых. Воронеж, Изд. Воронежского ун-та, 1968, 152 с.
- Четвериков Л. И. О принципах применения теории вероятностей для анализа разведочных данных. — «Изв. вузов. Серия Геол. и разв.», 1962, № 9, с. 73—83.
- Четвериков Л. И. Оценка анизотропии наблюдаемой изменчивости параметров тел полезных ископаемых. — «Изв. вузов. Серия Горный журнал», 1972, № 4, с. 36—40.
- Шарапов И. П. Применение математической статистики в геологии. М., «Недра», 1965, 260 с.

- Шехтман П. А. О разведочных сетках. — «Разведка недр», 1951, № 2, с. 57—58.
- Шехтман П. А. Применение в методике разведки принципа относительной точности. — «Тр. САИГИМС», вып. 3, Ташкент, 1963, с. 3—92.
- Шехтман П. А., Поляков В. Э. О соотношении статистического и аналитического принципов в методике разведки. — В кн.: Научно-техническое совещание по методике разведки, М., ВИМС, 1960.
- Шумилин М. В. Использование взвешенной и арифметической оценок среднего содержания при подсчете запасов. — В кн.: Вопросы рудничной геологии (мат-лы отраслевого совещания рудничных геологов МЧМ СССР), ч. II. Белгород, ВИОГЕМ, 1970, с. 38—44.
- Ahrens L. M. The lognormal distribution of the elements. — «Geochim. et. Cosmochim. Acta», 1954, 6, p. 2—3.
- Aitchison I., Brown I. A. C. The lognormal distribution. With special reference to its uses in economics. Cambridge Univers. Press, 1957, 176 p.
- Bernstein S. N. Sur l'extension du theoreme limite du calcul des probabilites aux somme de quantites dependantes. Math. Ann., 1927, 97, 24, 55.
- Fisher R. A. Statistical methods for research workers. 12-th ed. Edinburg — London, 1954, 356 p.
- Hansen M. H., Hurwitz W. N., Madow W. G. Sample survey methods and theory. Vol. I. — Methods and applications, 638 p. Vol. II. — Theory. 332 p. New York—London, 1953.
- Krige D. G. A statistical analysis of some of the borehole values in the Orange Free State goldfields. Journ. — «Chem. Met. Min. Soc. S. — Afr.», 1953, vol. 53, No 3, p. 47—64.
- Krige D. G. A statistical approach to some mine valuation and allied problems on the Witwatersrand. M. Sc. Thesis Univ. of the Witwatersrand, 1951.
- Krige D. G. Effective pay limits for selective mining. Journ. S. — Afr. Inst. Min. Metall., 1961—1962. 62, p. 345—363.
- Matheron G. Traite de Geostatistique Appliquee. I. «Mem. Bur. rech. geol. minieres», 1963, 2, No 2, 171 p. II. Le krigeage. «Mem. Bur. rech. geol. minieres», 1962, No 14, 334 p.
- Wijs H. I. de. Statistics of ore distribution. — «Journ. Roy. Netherlands Geol. and Min. Soc.». I — November, 1951, II — January, 1953.
- Wisman I. Towards a common basis for the sampling materials. Res. Report R-93 Dept. Mines and Techn. Surv., Ottawa, 1962.

О Г Л А В Л Е Н И Е

	Стр.
Предисловие	3
Введение	5
<i>Глава I</i>	
Геологические основы разведки	9
Общие положения	9
Связи полезных ископаемых с элементами геологического строения и закономерности их пространственного размещения	10
Особенности минерального и химического состава полезных ископаемых	14
Промышленные типы месторождений полезных ископаемых и структуры их рудных полей	16
<i>Глава II</i>	
Принципы изучения неоднородности полезных ископаемых	20
Вводные замечания	20
Геологическая природа неоднородности горных пород и скоплений полезных ископаемых в недрах	22
Масштабы проявления неоднородности и принципы ее классификации	24
Уровни строения природных образований полезных ископаемых	26
Классификация неоднородности по соотношению линейных размеров элементов неоднородности и размеров проб	32
Классификация неоднородности по соотношению линейных размеров элементов неоднородности и расстояний между пунктами наблюдения	34
Анизотропия строения природных образований полезных ископаемых	37
Особенности изучения свойств полезных ископаемых в недрах и представление об их наблюдаемой изменчивости	40
<i>Глава III</i>	
Технико-экономические предпосылки разведки	43
— Основные понятия и термины	43
Влияние требований производства на геолого-промышленную оценку природных минеральных образований и на представления об изменчивости их свойств	46
Трансформация представлений о предмете исследования в процессе геологоразведочных работ и геолого-экономической оценки объекта	50
Современное состояние теории и практики определения минимальных содержаний полезных компонентов	53
Максимальные размеры участков пустых пород и предельное значение коэффициента рудоносности как показатели кондиций	60
Геолого-промышленная модель строения полезного ископаемого	62
<i>Глава IV</i>	
Методические приемы и принципы разведки	69
Вводные замечания	69
Системы разведочных выработок	70

	Стр.
Наблюдения и опробование в разведочных выработках	75
Оценка разведанных объемов	77
Основные принципы разведки	78
<i>Глава V</i>	
Моделирование как основной метод познания в процессе геологоразведочных работ	82
Задачи, объекты и виды моделирования	82
Графическое и объемно-макетное моделирование месторождений и тел полезных ископаемых	84
Горно-геометрическое моделирование свойств полезных ископаемых (геометризация недр)	85
Принципы геолого-математического моделирования	87
Моделирование свойств полезных ископаемых в недрах	90
Моделирование анизотропии наблюдаемых свойств полезных ископаемых в недрах	92
Моделирование процесса геологоразведочных работ	95
<i>Глава VI</i>	
Моделирование свойств полезных ископаемых с помощью математического аппарата статистики случайных величин (статистическая модель)	97
Краткие исторические сведения	97
Сущность и условия применения статистической модели	98
Теоретические распределения, используемые в качестве моделей при решении геологоразведочных задач	100
Методы проверки согласия эмпирических данных с теоретической моделью	105
Оценка параметров	111
Интервальные оценки в условиях различных распределений	118
Проверка гипотез	123
Двумерные модели	130
Многомерные модели	137
<i>Глава VII</i>	
Моделирование свойств полезных ископаемых методами геостатистики (геостатистическая модель)	144
Краткие исторические сведения	144
Сущность и условия применения геостатистической модели	145
Основные понятия геостатистики	147
Эффект самородков и явления перехода	152
Практическое приложение модели для описания изменчивости свойств полезных ископаемых в недрах	156
<i>Глава VIII</i>	
Моделирование свойств полезных ископаемых с помощью аппарата теории стационарных случайных функций (модель типа стационарной случайной функции)	164
Краткие исторические сведения	164
Сущность и условия применения модели	165
Основные понятия теории случайных функций	167
Возможности использования математического аппарата стационарных случайных функций для моделирования геологоразведочных параметров	172
Использование характеристик случайных функций для решения геологоразведочных задач	177
<i>Глава IX</i>	
Моделирование свойств полезных ископаемых с помощью математического аппарата гармонического анализа (модель типа случайной полигармонической функции)	182
Краткие исторические сведения	182
Сущность и условия применения модели	184
Понятие спектрального состава случайной функции	186

Возможности использования корреляционного преобразования и спектрального разложения для описания изменчивости геологоразведочных параметров . . .	190
Возможности использования модели для решения геологоразведочных задач . . .	198

Глава X

Факторы, определяющие эффективность использования различных моделей в практике геологоразведочных работ	206
Вводные замечания	206
Влияние морфологических особенностей природных скоплений полезных ископаемых	207
Влияние особенностей строения природных скоплений полезных ископаемых	209
Влияние геометрии проб	213
Влияние геометрии разведочной сети	215
Влияние целей и задач разведочных работ	217

Глава XI

Теоретические основы опробования	221
Вводные замечания	221
Влияние неоднородности строения полезных ископаемых на количественные характеристики результатов опробования	223
Влияние объема проб на количественные характеристики изменчивости содержания	226
Влияние форм и размеров проб на характеристики изменчивости содержаний	229
Влияние шага опробования на характеристики изменчивости содержаний	233
Достоверность и представительность проб	235

Глава XII

Оценка разведанных запасов и средних значений геологоразведочных параметров	239
Распространение геологоразведочных данных по разведочным пересечениям на прилегающие к ним объемы недр	239
Выбор весовой функции	242
Особенности оценки средних при различных видах моделирования	247
Крайгинг	254
Заключение	261
Список литературы	265

Алексей Борисович Каждан

**Методологические основы разведки
полезных ископаемых**

Редактор издательства *Л. Н. Федорова*

Переплет художника *С. А. Смирновой*

Технический редактор *Н. В. Жидкова*

Корректор *М. В. Дроздова*

Сдано в набор 25/X 1973 г. Подп. в печать
20/II 1974 г. Т-04802. Формат 70×100^{1/16}.
Бумага № 2. Печ. л. 17,0. Усл. п. л. 22,1.
Уч.-изд. л. 21,61. Тираж 4200 экз.
Заказ № 619/4302-2. Цена 2 р. 49 к.

Издательство «Недра», 103633, Москва, К-12,
Третьяковский проезд, 1/19.

Ленинградская типография № 6

«Союзполиграфпрома»

при Государственном комитете

Совета Министров СССР по делам издательств,
полиграфии и книжной торговли.

196006, г. Ленинград, Московский пр., 91.