ЛЕКЦІИ

МИНЕРАЛОГІИ.

Н. КОКШАРОВЪ.

ЛЕКЦІИ

МИНЕРАЛОГІИ,

читанныя

НИКОЛАЕМЪ КОКШАРОВЫМЪ,

Горнымъ Инженеромъ, Экстраординарнымъ Академикомъ Императорской С. Петербургской Академіи Наукъ, Членомъ Корреспондентомъ: Королевской Академіи Наукъ въ Туринѣ, Королевской Академіи Наукъ въ Мюнхенѣ, Королевскаго Общества Наукъ въ Геттингенѣ и Императорскаго Геологическаго Института въ Вѣнѣ, Дѣйствительнымъ Членомъ Императорскихъ Обществъ: Минералогическаго, Русскаго Географическаго и Вольно-Экономическаго, въ С. Петербургѣ, и Испытателей Природы въ Москвѣ, Почетнаго Члена Оберъ-Гессенскаго Общества Испытателей Природы и Врачей, и С. Петербургскаго Фармацевтическаго Общества.

САНКТПЕТЕРБУРГЪ.
Въ типографіи Императорской Академіи Наукъ.
1863.

Дозволено цензурою. С. Петербургъ, 30 Января 1863 года.

ЕГО ВЫСОКОПРЕВОСХОДИТЕЛЬСТВУ

КОНСТАНТИНУ ВЛАДИМІРОВИЧУ

ЧЕВКИНУ,

Г. ГЕНЕРАЛЪ-АДЪЮТАНТУ, ЧЛЕНУ ГОСУДАРСТВЕННАГО СОВѢТА, ПОЧЕТНОМУ ЧЛЕНУ ИМПЕРАТОРСКОЙ АКАДЕМІИ НАУКЪ, И ПРОЧ.

СЪ ЧУВСТВОМЪ НАИГЛУБОЧАЙШАГО ПОЧТЕНІЯ И ИСКРЕННѢЙШЕЙ БЛАГОДАРНОСТИ,

ПОСВЯЩАЕТЪ

НИКОЛАЙ КОКШАРОВЪ.

ЛЕКЦІЯ ПЕРВАЯ.

Милостивые Государи!

Время и цѣль должны преимущественно обусловливать содержаніе, форму и вообще характеръ лекцій, подобнымъ мною предпринимаемымъ. Чтенія мои нельзя смѣшивать съ публичными чтеніями тѣхъ учёныхъ, которые не стѣснены ни временемъ, ни программою и которые имѣютъ въ виду: или развитіе какой нибудь одной отрасли науки, или изложеніе цѣлой науки въ болѣе или менѣе новомъ видѣ, выработанномъ ими въ теченіи многихъ лѣтъ. Бесѣды мои съ вами, милостивые государи, какъ вы увидите, получатъ направленіе чисто учебное; я буду служить для васъ только органомъ, передающимъ вамъ факты, внесённые въ науку совокупными трудами многихъ учёныхъ наблюдателей разныхъ странъ и различныхъ эпохъ. Посредствомъ нѣсколькихъ послѣдовательныхъ лекцій, изложенъ вамъ будетъ полный курсъ минералогіи, и я постараюсь, по мѣрѣ моихъ силъ, представитъ вамъ эту науку въ томъ состояніи, до котораго её довели знаменитые дѣятели нашего времени. Будьте ко мнѣ снисходительны. Если бы случилось, что мои лекціи минералогіи появились бы когда нибудь въ печати, и слѣдственно вышли бы изъ того тѣснаго круга, для котораго онѣ предназначались, то я льщу себя надеждою, что такая публикація будетъ объяснена: не намѣреніемъ автора представить на судъ публики нѣчто совершенно новое, но искреннимъ его желаніемъ, облегчить для его слушателей изученіе предмета, въ которомъ они должны отдавать ежегодный отчётъ на экзаменѣ. Въ настоящее время мнѣ невозможно и подумать объ оригинальномъ курсѣ минералогіи, потому-что всё мое свободное отъ служебныхъ и другихъ занятій время, уже посвящено оригинальному сочиненію другаго рода, которымъ я занимаюсь уже десять лѣтъ, и которое поглощаетъ всю мою учёную дѣятельность, и требуетъ ещё много времени и энергіи для совершеннаго его окончанія.

Теперь позвольте обратиться собственно къ нашему предмету.

Приступая къ изученію какой бы то ни было науки, необходимо, прежде всего, представить её себѣ въ ясномъ очаркѣ, указать ей мѣсто въ ряду другихъ наукъ, и опредѣлить съ точностію: какъ предметы, подлежащіе ея обсужденію, такъ и тѣ, которые до нея не касаются. Постараемся же удовлетворить этимъ условіямъ въ возможно краткомъ видѣ.

Минералогія составляетъ одну изъ самыхъ важнѣйшихъ частей естественной или натуральной исторіи, обширной науки о тѣлахъ природы. Названіе: «*Натуральная Исторія*» выбрано не совсѣмъ удачно, но оно уже такъ укоренилось, что измѣнить его нѣтъ возможности. Нельзя не согласиться съ Брейтгауптомъ, что въ названіи этомъ, слово «*исторія*» употреблено не въ томъ смыслѣ, въ какомъ мы привыкли его употреблять.

Всякій предметъ, постигаемый нашими чувствами или вообще всё то, что состоитъ изъ матеріи, называется: *произведеніемъ природы*, *натуральнымъ продуктомъ*, *продуктомъ природы*, *натуральнымъ тѣломъ*. Мы окружены натуральными тѣлами, хотя въ общежитіи многія изъ нихъ неправильно называются искусственными произведеніями. Чисто *искусственныя произведенія* или *искусственные продукты* не могутъ быть матеріальными; таковы: музыкальныя и поэтическія сочиненія, учёныя разсужденія, системы, геометрическія фигуры и проч. т. п. Для проявленія нѣкоторыхъ искусственныхъ произведеній необходимо натуральное тѣло, т. е. матерія; напримѣръ, какъ говоритъ Мосъ, видъ статуи, созданный воображеніемъ художника, требуетъ куска мрамора или другаго какого нибудь натуральнаго тѣла для своего проявленія. Каждая мраморная статуя есть по этому только *измѣнённый* продуктъ природы, т. е. натуральное тѣло, утратившее свою первоначальную, натуральную форму. Ещё не приличнѣе называть искусственными произведеніями различныя вещества, получаемыя въ лабораторіяхъ, фабрикахъ и заводахъ, каковы разныя соли (часто окристаллизованныя), сплавы и проч.; ибо всѣ подобнаго рода вещества произведены тѣми же самыми силами природы, какъ и прочіе натуральные продукты; участіе человѣка тутъ ограничивалось только совокупленіемъ необходимыхъ условій для надлежащаго дѣйствія натуральныхъ силъ.

Первое различіе между натуральными тѣлами, допускаемое натуральною исторіею, состоитъ въ раздѣленіи ихъ на тѣла *органическія* и тѣла *неорганическія*. Первыя образуютъ царство животное и царство растительное, а вторыя царство неорганическое. По мнѣнію Моса, всѣ неорганическія натуральныя тѣла въ совокупности, должно разсматривать какъ одно неразрывное цѣлое, подъ именемъ *царства минеральнаго*. По этому образу взгляда, отдѣльные члены означеннаго царства суть *минералы*, и наука ихъ разсматривающая, то есть *минералогія*, есть одна изъ трехъ обширнѣйшихъ отраслей натуральной исторіи. Едва-ли такой взглядъ не самый правильный и, хотя въ наше время понятія о минералѣ, а слѣдственно и о значеніи минералогіи, нѣсколько измѣнились, едва-ли не придется къ нему возвратиться снова.

Распознаніе неорганической природы тѣлъ неорганическихъ большею частію весьма легко; но иногда, въ этомъ отношеніи, представляются нѣкоторыя затрудненія, и наблюдатель, при бѣгломъ взглядѣ, можетъ быть поставленъ въ недоразумѣніе; такъ напримѣръ: куда должны быть отнесены древесныя смолы, мочевые камни и проч., т. е. тѣла, образующіяся внутри или снаружи организмовъ? — При внимательномъ обсужденіи вопроса, всегда можно, впрочемъ, убѣдиться, что эти послѣднія, и вообще всѣ подобнаго рода вещества, суть настоящія неорганическія тѣла, какъ бы онѣ, по мѣсту своего происхожденія, не были сродны съ органическими. Въ самомъ дѣлѣ, тѣла эти образовались по законамъ неорганическимъ, по законамъ совершенно различнымъ отъ тѣхъ органическихъ законовъ, которымъ подчинено было происхожденіе костей, раковинъ, роговъ, копытъ, крови и прочихъ частей животныхъ, или стволовъ, листьевъ, древесной ткани и прочихъ частей растеній. Организмъ не производитъ подобныхъ тѣлъ, но напротивъ устраняетъ или изгоняетъ ихъ изъ себя. По замѣчанію Моса, признакомъ для тѣлъ, о которыхъ идётъ здѣсь рѣчь, можетъ служить то, что чрезъ отнятіе ихъ отъ органическаго тѣла, это послѣднее не теряетъ своей цѣлости, не получаетъ никакой уродливости и органы его продолжаютъ дѣйствовать съ обычною имъ правильностію, а иногда ещё и лучше (правило это, конечно, не распространяется на кровь, волосы, перья, копыта, сокъ растеній и проч., органическое происхожденіе которыхъ очевидно). Точно также нѣкоторыя вещества, происшедшія отъ разрушенія и измѣненія органическихъ тѣлъ, каковы каменный уголь и другіе ископаемые горючіе матеріалы, не смотря на то, что онѣ заимствовали свою матерію отъ тѣлъ органическихъ, должны быть отнесены къ числу неорганическихъ тѣлъ, ибо онѣ образовались по законамъ неорганическимъ.

Выше было замѣчено объ измѣнившимся въ послѣднее время понятіи о минералѣ. Въ самомъ дѣлѣ, въ новѣйшихъ минералогіяхъ не описываются и вообще минералами не называются слѣдующія неорганическія тѣла: всѣ газообразныя и парообразныя вещества принадлежащія атмосферѣ, всѣ вещества происходящія при содѣйствіи воли человѣка (соли и другіе продукты лабораторій, фабрикъ и заводовъ), и всѣ неорганическія тѣла, образующіяся въ организмахъ (мочевые камни и другіе осадки). При такихъ условіяхъ, объёмъ минералогіи значительно уменьшается, и она дѣлается частію *анорганографіи* или *анорганологіи*, т. е. отраслію науки о всѣхъ вообще неорганическихъ тѣлахъ. Въ нашемъ курсѣ, по нѣкоторымъ обстоятельствамъ, я нахожу удобнымъ значеніе минералогіи принимать въ этомъ послѣднемъ, болѣе ограниченномъ смыслѣ, и называть минераломъ, вмѣстѣ съ Науманомъ: «всякое однородное, твердое или капельно-жидкое неорганическое тѣло, которое въ томъ видѣ, въ какомъ оно намъ представляется, есть непосредственный продуктъ природы, происшедшій безъ участія органическихъ процессовъ и независимо отъ воли человѣка».

Твердая часть нашей планеты или *земная кора* состоитъ существенно изъ минераловъ. Наибольшая часть этихъ послѣднихъ извлекается изъ нѣдръ земли, и потому минералы часто называются *ископаемыми*. Не всякое впрочемъ ископаемое можно называть минераломъ. Въ пластахъ различныхъ геологическихъ формацій, происшедшихъ чрезъ осажденіе минеральныхъ частицъ изъ водъ древнихъ морей, погребено, какъ извѣстно, множество животныхъ и растеній, которыя сохранили отчасти свою животную и растительную форму, но перешли въ окаменѣлое состояніе, отчего имѣютъ наружность органическую, а составъ минеральный. Тѣла эти, хотя и ископаемыя, но всё таки не настоящіе минералы; ихъ называютъ *окаменѣлостями.* Не трудно теперь видѣть, что названіе *ориктогнозія* (отъ ορυκτος, ископаемое, и γνωσίς, познаніе), такъ часто употребляемое въ Германіи, да и у насъ въ Россіи, вмѣсто названія минералогія, несоотвѣтственно назначенію. Науманъ справедливо замѣчаетъ, что, при нынѣшнемъ состояніи наукъ, названіе *ориктогнозія* оказывается излишнимъ, и потому должно стараться вывесть его изъ употребленія.

Изъ всего вышесказаннаго прямо слѣдуетъ, что минералогія есть натуральная исторія минераловъ, и что слѣдственно минералы должны быть въ ней разсматриваемы точно такимъ же образомъ, какимъ разсматриваются животныя въ зоологіи и растенія въ ботаникѣ.

Натуральная исторія разсматриваетъ тѣла природы въ первоначальномъ, естественномъ, неизмѣненномъ ихъ состояніи, т. е. въ томъ состояніи, въ которомъ создала ихъ сама природа. Метода натуральной исторіи развивается преимущественно въ пяти главнѣйшихъ отдѣлахъ, которые можно назвать: *терминологіею, систематикою, номенклатурою, характеристикою* и *физіографіею.* Отдѣлы эти должно разсматривать какъ неразрывныя части натурально-исторической методы. Мосъ говоритъ: «изъ этихъ пяти главныхъ частей, одна не можетъ существовать безъ другой, да и самая натуральная исторія не можетъ существовать, коль скоро которой нибудь изъ этихъ частей будетъ недоставать; ибо всѣ онѣ одинаково важны и могутъ быть названы интегральными частями натуральной исторіи».

Терминологія изслѣдуетъ вообще свойства, представляемыя натуральными тѣлами въ первоначальномъ, т. е. неизмѣненномъ ихъ состояніи. По выраженію Моса, терминологія различаетъ, приводитъ въ порядокъ, объясняетъ и называетъ свойства натуральныхъ тѣлъ.

Систематика, чтобы сдѣлать общій и ясный обзоръ натуральныхъ тѣлъ, примѣняетъ къ нимъ начала единственности, одинаковости и подобія. Систематика даетъ средство, всѣ натуральныя тѣла располагать въ извѣстномъ порядкѣ или *системѣ,* почему и представляетъ преимущественно совокупленіе правилъ для подобной классификаціи.

Номенклатура выражаетъ приличными названіями установленныя систематикою единицы, виды, роды, семейства и классы.

Характеристика совокупляетъ въ научномъ порядкѣ признаки, называемые *характерами,* единицъ, видовъ, семействъ и классовъ, установленныхъ систематикою и названныхъ номенклатурою.

Физіографія (натурально-историческое описаніе тѣлъ природы) даетъ всѣ натурально-историческія свойства описываемаго тѣла въ научномъ порядкѣ, посредствомъ выраженій, установленныхъ терминологіею, стараясь притомъ обрисовать предметъ такимъ образомъ, чтобы можно было узнать этотъ предметъ, даже и въ его отсутствіи.

Метода натуральной исторіи свободна отъ вліяній результатовъ изслѣдованій всякаго другаго рода. Каждое натуральное тѣло должно быть опредѣлено прежде всего натуральною исторіею, и потомъ уже подвергнуться изслѣдованіямъ другихъ наукъ, которыя могутъ разсматривать это тѣло во многихъ другихъ отношеніяхъ и пополнять о нёмъ наши свѣдѣнія. Въ минералогіи, послѣднія изслѣдованія находятъ довольно существенное примѣненіе; ибо въ самостоятельности многихъ неорганическихъ тѣлъ можно удостовѣриться также и химическимъ изслѣдованіемъ ихъ матеріи. Составъ матеріи въ неорганическихъ тѣлахъ играетъ весьма важную роль. Изъ многоразличности отношеній, представляемыхъ натуральными тѣлами, отношеній, изслѣдуемыхъ съ одной стороны натуральною исторіею, а съ другой прочими науками, не слѣдуетъ ещё, чтобы цѣлію натуральной исторіи были также и опредѣленія, выходящія изъ предѣловъ ея методы. Натуральная исторія принимаетъ результаты прочихъ наукъ только, какъ весьма полезныя прибавленія къ результатамъ, получённымъ посредствомъ ея собственной методы.

Минералогію раздѣляютъ обыкновенно на двѣ части: предуготовительную и прикладную. Первая часть заключаетъ въ себѣ терминологію, систематику и номенклатуру а послѣдняя — характеристику и физіографію.

ПРЕДУГОТОВИТЕЛЬНАЯ ЧАСТЬ МИНЕРАЛОГІИ.

I. ТЕРМИНОЛОГІЯ.

Всѣ свойства минераловъ, о которыхъ терминологія даетъ опредѣленное понятіе, можно раздѣлить: на морфологическія (касающіяся наружной формы), физическія и химическія.

1) Морфологическія свойства минераловъ.

Всѣ минералы, равно какъ всѣ вообще неорганическія тѣла, въ отношеніи ихъ наружнаго вида или наружной фигуры, можно раздѣлить на тѣла, отличающіяся правильною геометрическою формою, и на тѣла не представляющія этой правильной формы. Первыя называются *кристаллическими*, а вторыя *некристаллическими* или *аморфическими*. Къ послѣднимъ принадлежатъ не только всѣ жидкія, но и многія твердыя тѣла. *Кристалломъ* называютъ твердое неорганическое тѣло, получившее при его образованіи, не случайно, но слѣдуя извѣстнымъ законамъ, геометрически правильную форму, ограниченную плоскостями наклоненными подъ опредѣленными углами. Процессъ образованія кристалловъ извѣстенъ подъ именемъ *кристаллизаціи*, а сила производящая кристаллы, подъ именемъ *кристаллообразовательной силы*. Марксъ доказываетъ, что слово *кристаллъ* (κρυστάλλος) въ сочиненіяхъ Гомера означало «лёдъ», и что только во времена Платона, оно было употреблено также и для обозначенія нашего горнаго хрусталя, вѣроятно по причинѣ высокой прозрачности этого минерала. *Аморфизмъ* есть состояніе неорганическаго тѣла, лишеннаго кристаллизаціи. Кристаллы образуются различными путями: изъ жидкостей холодныхъ, расплавленныхъ веществъ, парообразныхъ веществъ, аморфическихъ веществъ и т. п. Что касается до аморфическихъ твердыхъ массъ, то однѣ изъ нихъ происходятъ чрезъ отвердѣніе студенеобразныхъ холодныхъ веществъ, а другія чрезъ довольно быстрое охлажденіе веществъ расплавленныхъ.

Намъ извѣстно, что царства животное и растительное состоятъ изъ *недѣлимыхъ* (individuum); ибо каждое отдѣльное животное и каждое отдѣльное растеніе, натуральная исторія разсматриваетъ какъ особенное, самостоятельное существо или предметъ, котораго нельзя раздѣлить, не нарушивъ общей гармоніи въ его частяхъ, т. е. не нарушивъ его цѣлости. Главнѣйшій признакъ органическаго недѣлимаго заключается преимущественно въ томъ, что оно имѣетъ опредѣленную, законамъ подчиненную наружную форму, которая находится въ извѣстномъ соотношеніи со всѣми его прочими частями и свойствами. Имѣя это обстоятельство въ виду, невольно представляется вопросъ: не состоитъ ли и царство минеральное, или вообще неорганическій міръ, изъ подобныхъ же недѣлимыхъ? При внимательномъ наблюденіи, мы открываемъ дѣйствительно недѣлимыхъ, въ ряду кристаллическихъ тѣлъ. Должно однако же сознаться, что неорганическія недѣлимыя открываются не такъ легко, какъ органическія, въ слѣдствіе взаимнаго ихъ сростанія и проростанія, а часто по причинѣ чрезвычайно малой ихъ величины; и вотъ почему долгое время ихъ совершенно упускали изъ виду. Какъ бы то ни было, но въ наше время уже никто болѣе не сомнѣвается, что кристаллы суть настоящія недѣлимыя неорганическаго міра. Въ самомъ дѣлѣ, какъ кристаллъ не назвать недѣлимымъ, когда мы видимъ, что наружная его форма не есть произвольная, но математически-правильная, что форма эта находится въ строгой законной связи со всѣми другими его внутренними свойствами, и что самый кристаллъ есть по этому отдѣльный, самостоятельный, въ самомъ себѣ сосредоточенный предметъ? Не трудно убѣдиться, что въ неорганическомъ царствѣ каждый отдѣльный кристаллъ имѣетъ тоже самое значеніе, играетъ ту же самую роль, какъ каждое отдѣльное животное въ царствѣ животномъ, и каждое отдѣльное растеніе въ царствѣ растительномъ. Науманъ опредѣляетъ кристаллъ слѣдующимъ образомъ: «*кристаллъ есть всякое твердое неорганическое тѣло*, имѣющее *существенную* и *первоначальную*, болѣе или менѣе правильную *поліэдрическую* форму». Первоначальностію своей формы, кристаллы отличаются отъ осколковъ спайности, а ея существенностію — отъ псевдоморфозъ или такъ называемыхъ ложныхъ кристалловъ. Науманъ, между прочимъ, справедливо замѣчаетъ, что если каждый кристаллъ есть недѣлимое, то всё таки не каждое недѣлимое можетъ быть кристалломъ. Тотъ же учёный обратилъ вниманіе на два нижеслѣдующія отношенія, которымъ недѣлимыя органическія не подвержены. *)

1) «*Абсолютная величина*, въ совершенствѣ образованныхъ неорганическихъ недѣлимыхъ одного и того же вида, не представляетъ *никакой опредѣленной средней нормальной мѣры*, но колеблется между двумя весьма удаленными предѣлами, постепенно *уменьшаясь* до микроскопически-малыхъ размѣровъ».

(*) *C. F. Naumann*. Elemente der Mineralogie, Leipzig, 1859, S. 3.

2) «*Свободное и полное образованіе формы* принадлежитъ къ болѣе *рѣдкимъ* случаямъ; ибо недѣлимыя неорганической природы подчинены преобладающему закону *агрегаціи*, въ слѣдствіе котораго онѣ являются образовавшимися *во множествѣ однѣ подлѣ другихъ, однѣ надъ другими*, и *однѣ сквозь другихъ*».

По причинѣ агрегаціи, минеральныя недѣлимыя были часто образованы въ стеснённомъ пространствѣ, и потому, или окристаллизовались только *отчасти*, или даже иногда и *вовсе* неокристаллизовались. Послѣднія, какъ выше замѣчено, нельзя называть кристаллами, не смотря на то, что онѣ обладаютъ всѣми внутренними свойствами неорганическихъ недѣлимыхъ. Про эти послѣднія недѣлимыя можно сказать только, что онѣ стремились принять правильную кристаллическую форму, но не могли достигнуть своей цѣли, въ слѣдствіе представившихся неизбѣжныхъ препятствій. Отъ микроскопической величины недѣлимыхъ, многіе агрегаты дѣлаются весьма похожими на аморфическіе минералы; напримѣръ: куски роговика, плотнаго известняка и друг.

Такъ какъ минералы находятся, или въ видѣ свободно образованныхъ кристалловъ, или въ видѣ кристаллическихъ агрегатовъ, или въ видѣ аморфическихъ массъ, то мы разсмотримъ сперва морфологическія свойства кристалловъ, потомъ морфологическія свойства агрегатовъ, и наконецъ морфологическія свойства аморфическихъ минераловъ.

ЛЕКЦІЯ ВТОРАЯ.

Сегодня предстоитъ мнѣ начать одну изъ самыхъ интереснѣйшихъ частей нашего курса — кристаллографію. Благодаря глубокомысленнымъ и блестящимъ трудамъ нѣкоторыхъ учёныхъ, преимущественно: **Гаюи** (въ Парижѣ), **Вейса** (въ Берлинѣ), **Моса** (въ Вѣнѣ), **Наумана** (въ Лейпцигѣ), **Купфера** (въ С. Петербургѣ), **Миллера** (въ Кембриджѣ) и **Неймана** (въ Кёнигсбергѣ), кристаллографія достигла такой степени совершенства, и получила столь обширное развитіе, что уже сама по себѣ можетъ быть разсматриваема, какъ особенная отрасль человѣческихъ знаній, какъ особенная самостоятельная наука. Впрочемъ, въ кристаллографіи, кристаллы не разсматриваются во всѣхъ ихъ отношеніяхъ; подобное многостороннее изученіе кристалловъ принадлежитъ болѣе обширной наукѣ, называемой *кристаллологіею*. Такъ какъ, натурально-историческія свойства кристалловъ, касаются или формы, или качествъ, или матеріи этихъ послѣднихъ, то кристаллологія подраздѣляется на: *кристаллографію* (*)—науку о морфологическихъ свойствахъ кристалловъ,

---

(*) *Науманъ* полагаетъ, что кристаллографію можно также называть *кристаллометріею*.

кристаллофизику — науку о физическихъ свойствахъ кристалловъ, и *кристаллохимію* — науку о химическихъ свойствахъ кристалловъ. Итакъ усматривается, что кристаллографія есть только часть кристаллологіи. Существуетъ довольно значительное число кристаллографическихъ методъ, которыя, не смотря на ихъ различіе, приводятъ, конечно, съ большею или меньшею послѣдовательностію, съ большимъ или меньшимъ остроуміемъ, къ одному и тому же результату. Когда я былъ слушателемъ Вейса въ Берлинскомъ университетѣ, мнѣ приходилось не только пользоваться одними лекціями геніальнаго кристаллографа, но и внимательно изучать сочиненія другихъ учёныхъ. Въ это-то время я узналъ всю цѣну учебнымъ руководствамъ Наумана, который вскорѣ сдѣлался любимымъ моимъ авторомъ. Съ тѣхъ поръ прошло уже болѣе двадцати лѣтъ, и я всё ещё остаюсь при томъ убѣжденіи, что кристаллографическая метода Наумана есть одна изъ тѣхъ, которыя приводятъ къ цѣли самымъ кратчайшимъ и легчайшимъ путёмъ. Учебныя и учёныя руководства, публикованныя этимъ знаменитымъ учёнымъ, неоцѣненны для желающаго изучать кристаллографію, и нельзя не радоваться, что въ послѣднее время, нѣкоторыя изъ нихъ появились въ переводѣ на русскомъ языкѣ. Систематичность, ясность, простота, изящность и краткость, — суть отличительныя черты сочиненій Наумана. Кристаллографическую часть нашего курса, я намѣренъ изложить въ духѣ методы этого кристаллографа. Конечно, я постараюсь не упустить также изъ вида и взгляды нѣкоторыхъ другихъ кристаллографовъ, но всё-таки общая канва будетъ принадлежать Науману.

Кристаллографія.

Кристаллографіею можно назвать часть терминологіи, разсматривающую *кристаллическія формы*, т. е. тѣ правильныя поліэдрическія формы, въ которыхъ являются совершеннѣйшія недѣлимыя неорганической природы, или кристаллы.

Элементы ограничивающіе кристаллическія формы суть: *плоскости* (грани), *края* (ребра) и *углы*.

Между числами элементовъ ограниченія кристаллическихъ формъ существуетъ слѣдующая замѣчательная зависимость. (*)

Если означить:

число угловъ $= E$
число плоскостей $= F$
число краевъ $= K$,
то $E + F = K + 2$

Такъ напримѣръ въ кубѣ мы имѣемъ 6-ть плоскостей и 8 угловъ, слѣдственно въ нёмъ число краевъ должно быть:

$$K = E + F - 2 = 8 + 6 - 2 = 12 \text{ и т. д.}$$

(*) *C. F. Naumann*. Lehrbuch der reinen und angewandten Krystallographie. Erster Band, S. 54, Leipzig, 1830.

Такъ какъ въ данной простой формѣ, каждая изъ плоскостей играетъ туже самую роль, какъ и всѣ прочія, то понятно, что знакъ, выбранный для какой нибудь одной изъ этихъ плоскостей, можетъ служить вмѣстѣ съ тѣмъ и знакомъ для цѣлой формы. Конечно, подобное обозначеніе есть только общее или краткое, но при подробномъ обозначеніи, какъ мы увидимъ далѣе, каждая отдѣльная плоскость можетъ получить свой собственный знакъ, а потому и каждая кристаллическая простая форма можетъ получить столько кристаллографическихъ знаковъ, сколько въ составъ ея входитъ плоскостей.

Метода обозначенія Вейса весьма проста, и до такой степени ясна, что не порождаетъ ни малѣйшаго недоразумѣнія. Каждый кристаллографическій знакъ Вейса есть именно ничто иное, какъ: *отношеніе параметровъ плоскости, заключенное въ рамки, или въ скобки.* Если означить, напримѣръ, вертикальную кристаллическую ось чрезъ a, а боковыя оси чрезъ b и c, то знакъ основной формы даннаго кристаллическаго ряда будетъ:

$$\boxed{a : b : c} \text{ или } (a : b : c),$$

а знаки прочихъ формъ этого ряда, формъ называемыхъ *производными:*

$$\boxed{ma : nb : c} \text{ или } (ma : nb : c),$$

и т. д. Очевидно, что знакамъ Вейса можно давать различную форму, ибо отношеніе не измѣнится, если всѣ члены его будутъ помножены или раздѣлены на одну и ту же величину; такъ напримѣръ:

$$(ma : nb : c) = \left(a : \frac{n}{m}\, b : \frac{1}{m}\, c\right) = \left(\frac{m}{n}\, a : b : \frac{1}{n}\, c\right) = \left(\frac{1}{n}\, a : \frac{1}{m}\, b : \frac{1}{mn}\, c\right).$$

Говоря о кристаллическихъ рядахъ, мы привели въ примѣръ нѣкоторыя формы, образующія кристаллическій рядъ свинцоваго купороса. Эти формы, по методѣ Вейса, обозначатся слѣдующими кристаллографическими знаками:

$$\begin{aligned}
&(a : b : c) \\
(\tfrac{1}{2} a : \tfrac{1}{2} b : c) &= (a : b : 2c) \\
(a : \tfrac{1}{2} b : c) &= (2a : b : 2c) \\
(a : 2b : c) &= (\tfrac{1}{2} a : b : \tfrac{1}{2} c) \\
(\tfrac{3}{4} a : \tfrac{3}{4} b : c) &= (a : b : \tfrac{4}{3} c) \\
(\infty a : \tfrac{1}{2} b : c) &= (\infty a : b : 2c) \\
(\infty a : \tfrac{1}{4} b : c) &= (\infty a : b : 4c) \text{ и т. д.}
\end{aligned}$$

Для того, чтобы перейти отъ этого краткаго обозначенія къ подробному, стоитъ только различить полуоси знаками: $+$ (плюсъ) и $-$ (минусъ). Намъ будетъ возможно тогда написать для каждой формы столько знаковъ, сколько въ составъ ея входитъ плоскостей; такъ напримѣръ, для основной формы свинцоваго купороса (ромбической пирамиды), мы получимъ:

$$\begin{array}{r}
(+a : +b : +c) = \quad (a : \;\; b : \;\; c) \\
(+a : -b : +c) = \quad (a : -b : \;\; c) \\
(-a : +b : +c) = (-a : \;\; b : \;\; c) \\
(-a : -b : +c) = (-a : -b : \;\; c) \\
(+a : +b : -c) = \quad (a : \;\; b : -c) \\
(+a : -b : -c) = \quad (a : -b : -c) \\
(-a : +b : -c) = (-a : \;\; b : -c) \\
(-a : -b : -c) = (-a : -b : -c)
\end{array}$$

Метода обозначенія кристаллическихъ формъ, предложенная Науманомъ, основана на томъ же самомъ принципѣ, какъ и метода Вейса, хотя знаки Наумана по наружности кажутся весьма различными отъ знаковъ Вейса. Знаки Наумана представляютъ въ сущности, также отношеніе параметровъ данной плоскости, но написанное нѣсколько иначе.

Основную форму даннаго кристаллическаго ряда, Науманъ обозначаетъ начальною буквою названія этой формы, напримѣръ: пирамиду буквою P, октаэдръ буквою O.

При неравенствѣ всѣхъ трехъ кристаллографическихъ осей основной формы, въ знакахъ другихъ формъ: мѣсто впереди буквы назначается для коэфиціента $= m \gtrless 1$, соотвѣтствующаго параметру вертикальной оси, мѣсто надъ буквою — для коефиціента $= 1$, соотвѣтствующаго параметру одной боковой оси, а мѣсто по другую сторону буквы — для коефиціента $= n > 1$, соотвѣтствующаго параметру другой боковой оси. Такъ какъ параметры основной формы принимаются, каждый за единицу (единицы эти, конечно, различны, т. е. каждая ось имѣетъ свою собственную единицу мѣры, различную отъ единицъ мѣры другихъ осей) и съ ними сравниваются параметры всѣхъ прочихъ производныхъ формъ, то знакъ основной формы будетъ $= {}_1\overset{1}{\mathrm{P}}{}_1$ или (если, по методѣ принятой въ математикѣ, коефиціенты $= 1$ не писать) будетъ $=$ P. Что касается до знаковъ прочихъ формъ кристаллическихъ рядовъ, то они будутъ:

$m\mathrm{P}n$, $m\bar{\mathrm{P}}n$, $m\breve{\mathrm{P}}n$, $(m\mathrm{P}n)$ и т. д.

Въ этихъ знакахъ коефиціентъ m, какъ выше замѣчено, всегда относится къ вертикальной оси, а n — къ одной изъ боковыхъ осей; но къ которой именно, указываютъ знаки: — и ⌣, или скобки. О всѣхъ этихъ частностяхъ, будетъ подробнѣе говорено въ послѣдствіи.

Въ тѣхъ случаяхъ, когда всѣ три оси основной формы равны между собою (случай правильной кристаллической системы), Науманъ принимаетъ $m \geqq n \geqq 1$, и впереди буквы O ставитъ m, по другую ея сторону n, а на верху этой буквы предполагаетъ единицу, которая не пишется. Такимъ образомъ получаются знаки:

O, ∞O, ∞O∞, mOm, mO, mOn и т. д.

Метода Миллера нѣсколько отлична отъ двухъ предъидущихъ, хотя также выводится изъ отношенія параметровъ плоскости данной кристаллической формы. Если для всѣхъ трехъ параметровъ плоскости какой нибудь производной формы, принять дробныя величины, то плоскость эту можно выразить слѣдующимъ образомъ:

$$\frac{1}{l}\,a : \frac{1}{h}\,b : \frac{1}{k}\,c$$

Миллеръ, для обозначенія кристаллической плоскости, а слѣдственно и формы, ставитъ знаменатели этихъ дробныхъ коефиціентовъ рядомъ, и заключаетъ ихъ въ скобки. Такимъ образомъ общій знакъ кристаллической формы, по методѣ **Миллера**, будетъ имѣть видъ:

$$(hkl)$$

Въ тѣхъ случаяхъ, гдѣ бы потребовалось означить, что плоскость пересѣкаетъ отрицательную половину оси, ставиться надъ тою или другою буквою знакъ — (минусъ).

Чтобы сравнить теперь между собою знаки **Вейса**, **Наумана** и **Миллера**, возмемъ для примѣра нѣсколько формъ, входящихъ въ составъ кристаллическаго ряда минерала *александрита* (разность хризоберилла, названная такъ въ честь нашего **Августѣйшаго Монарха**). Формы эти выразятся слѣдующими кристаллографическими знаками:

По Вейсу.	По Науману.	По Миллеру.
$(a : b : c)$	P	(111)
$(a : \frac{1}{2}b : c)$	$2\breve{\mathrm{P}}2$	(211)
$(\infty a : b : c)$	$\infty\mathrm{P}$	(110)
$(\infty a : \frac{1}{2}b : c)$	$\infty\breve{\mathrm{P}}2$	(210)
$(a : b : \infty c)$	$\breve{\mathrm{P}}\infty$	(101)
$(\infty a : b : \infty c)$	$\infty\breve{\mathrm{P}}\infty$	(100)
$(\infty a : \infty b : c)$	$\infty\bar{\mathrm{P}}\infty$	(010)

Въ нашемъ курсѣ мы будемъ преимущественно употреблять знаки **Наумана** и **Вейса**.

До сихъ поръ мы говорили объ означеніи простыхъ кристаллическихъ формъ. Что же касается до сложныхъ формъ или комбинацій, то обозначать эти послѣднія можно совокупностію знаковъ, принадлежащихъ простымъ формамъ, изъ которыхъ составлена данная комбинація. Такимъ образомъ, если бы всѣ вышеприведённыя формы александрита находились совокуплёнными въ одномъ и томъ же кристаллѣ, то такую комбинацію можно бы было обозначить слѣдующимъ образомъ:

$$\mathrm{P}\ .\ 2\breve{\mathrm{P}}2\ .\ \infty\mathrm{P}\ .\ \infty\breve{\mathrm{P}}2\ .\ \breve{\mathrm{P}}\infty\ .\ \infty\breve{\mathrm{P}}\infty\ .\ \infty\bar{\mathrm{P}}\infty.$$

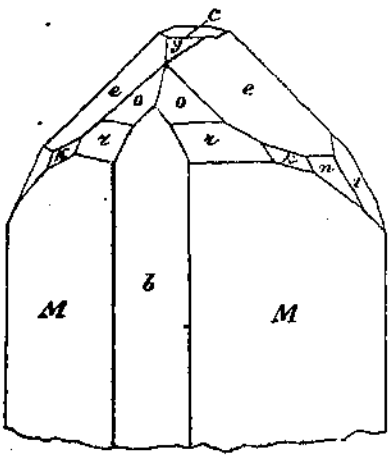
Уравненіе поясовъ.

Данная комбинація вполнѣ опредѣлена, когда извѣстны названія и кристаллографическіе знаки формъ ея образующихъ. Часто, пользуясь поясами, можно бываетъ опредѣлить кристаллографическіе знаки формъ посредствомъ весьма простаго вычисленія, не прибѣгая къ измѣреніямъ. Не трудно видѣть, что плоскость лежащая въ двухъ различныхъ, но *извѣстныхъ* поясахъ (т. е. такихъ, которыхъ оси извѣстны), вполнѣ опредѣлена, ибо въ такой плоскости лежатъ двѣ пересѣкающіяся между собою прямыя линіи (оси двухъ поясовъ). Для опредѣленія плоскостей посредствомъ поясовъ, весьма полезно употреблять уравненіе, выведенное Науманомъ, и названное имъ *уравненіемъ поясовъ* (Zonengleichung). Уравненіе это выражаетъ: зависимость между параметрами какихъ нибудь трехъ плоскостей, лежащихъ въ *одномъ* поясѣ, т. е. пересѣкающихся между собою въ параллельныхъ краяхъ; или другими словами: зависимость между плоскостями, изъ которыхъ одна, напримѣръ F, притупляетъ край, образуемый двумя прочими плоскостями F' и F''. Уравненіе поясовъ Наумана есть слѣдующее:

$$\frac{1}{ab'c''} + \frac{1}{bc'a''} + \frac{1}{ca'b''} = \frac{1}{ab''c'} + \frac{1}{bc''a'} + \frac{1}{ca''b'}$$

a, b, c суть параметры F,
a', b', c' « « F',
a'', b'', c'' « « F'',

Фиг. 29.



Уравненіе это имѣетъ то преимущество предъ формулами подобнаго же рода, выведенными другими кристаллографами, что его можно употреблять во всѣхъ случаяхъ, какъ при прямоугольныхъ, такъ и при косоугольныхъ осяхъ. Но при употребленіи означеннаго уравненія, необходимо принимать въ соображеніе *знаки* вводимыхъ въ него параметровъ; т. е. параметры, лежащіе на положительной половинѣ кристаллическихъ осей, слѣдуетъ вводить въ уравненіе съ знакомъ + (плюсъ), а параметры, лежащіе на отрицательной половинѣ осей, съ знакомъ — (минусъ).

Возмемъ *для* примѣра комбинацію, встрѣчающуюся въ кристаллахъ уральскаго минерала, называемаго *брукитомъ*. Прилагаемая фигура 29 изображаетъ помянутую комбинацію въ наклонной проэкціи. Допустимъ, что плоскости r, n, e и M намъ извѣстны, и что требуется опредѣлить: кристаллографическій знакъ неизвѣстной плоскости k. Означимъ въ основной формѣ o: чрезъ a вертикальную ось, чрезъ b длинную горизонтальную ось, и чрезъ c короткую горизонтальную ось (на фигурѣ эта ось упирается въ плоскость b, т. е. обращена къ наблюдателю). Примемъ вмѣстѣ съ тѣмъ, что верхняя половина вертикальной оси, правая половина длинной горизонтальной оси, и передняя половина короткой горизонтальной оси, суть *положительныя* половины, а противуположныя имъ — *отрицательныя*. Мы видимъ, что плоскость k, съ одной стороны, притупляетъ край $\frac{r}{n}$, а съ другой край $\frac{e}{M}$; по этому она лежитъ въ двухъ различныхъ поясахъ, охарактеризованныхъ вышеупомянутыми краями. Примемъ сперва въ соображеніе первый изъ поясовъ, и положимъ, что $r = (2a : b : c) = F'$, а $n = (2a : b : 2c) = F''$. При такомъ предположеніи, мы будемъ имѣть:

$$a' = +2,\ b' = +1,\ c' = +1$$
$$a'' = +2,\ b'' = +1,\ c'' = +2$$

Такъ какъ плоскость k, на одной изъ осей можетъ имѣть параметръ $= 1$, то пусть такой параметръ она имѣетъ, напримѣръ, на оси b. Въ этомъ случаѣ, къ вышеприведеннымъ величинамъ, присоединится еще $b = +1$, и самое уравненіе обратится въ слѣдующее:

$$\frac{1}{2a} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2c} = \frac{1}{a} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2c}$$

Не трудно вывесть, что

$$a = 2.$$

Принимая теперь въ соображеніе другой поясъ, и полагая, что

$$e = (a : b : 2c) = F',\ \text{а}\ M = (\infty a : b : c) = F''$$

мы получимъ:

$$a' = +1,\ b' = +1,\ c' = +2$$
$$a'' = \infty,\ b'' = +1,\ c'' = +1$$
$$b = +1.$$

Уравненіе поясовъ обратится тогда въ слѣдующее:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{c} = \frac{1}{2a} + 1,$$

откуда:

$c = \frac{2a}{2a—1}$, или, подставляя вмѣсто a выведенную выше величину 2, получимъ:

$$c = \frac{4}{4-1} = \frac{4}{3}$$

Итакъ, для формы k, мы нашли параметры: на оси $a = 2$, на оси $b = 1$, и на оси $c = \frac{4}{3}$; слѣдственно кристаллографическій знакъ этой формы будетъ:

$$k = (2a : b : \tfrac{4}{3}c) = 2\breve{P}\tfrac{4}{3}.$$

Раздѣленіе кристаллическихъ формъ.

Въ одной изъ предъидущихъ лекцій, мы видѣли, что всего приличнѣе разсматривать кристаллическія формы съ помощію координатовыхъ поверхностей, и происходящихъ отъ пересѣченія этихъ поверхностей — линій, называемыхъ кристаллическими или кристаллографическими осями.

По числу координатовыхъ поверхностей, или, что всё равно, по числу кристаллографическихъ осей, употребляемыхъ для надлежащаго представленія и развитія кристаллическихъ формъ, эти послѣднія Науманъ раздѣляетъ, на:

Триметрическія формы, т. е. такія формы, которыя требуютъ трехчисленную систему осей.

Тетраметрическія формы, т. е. такія формы, которыя требуютъ четырехчисленную систему осей.

Взаимное наклоненіе помянутыхъ поверхностей координатъ, очевидно, можетъ быть различно, и потому, въ этомъ отношеніи, триметрическія формы подраздѣляются на:

Ортоэдрическія формы, въ которыхъ всѣ три угла *A*, *B* и *C* координатовыхъ поверхностей $= 90^0$, т. е. суть прямые углы.

Моноклиноэдрическія формы, въ которыхъ только два угла *A* и *B* координатовыхъ поверхностей $= 90^0$, т. е. прямые, а третій уголъ *C* косой.

Диклиноэдрическія формы, въ которыхъ одинъ уголъ *A* координатовыхъ поверхностей $= 90^0$, т. е. прямой, а прочіе два угла *B* и *C* суть косвенные углы.

Триклиноэдрическія формы, въ которыхъ всѣ три угла *A*, *B*, *C* координатовыхъ поверхностей суть не прямые или косые углы.

Что касается до *тетраметрическихъ формъ*, то онѣ, по наклоненію ихъ координатовыхъ поверхностей, образуютъ только одно отдѣленіе. Въ тетраметрическихъ формахъ, координатовыя поверхности представляютъ именно слѣдующія взаимныя отношенія: три изъ этихъ поверхностей пересѣкаются между собою въ одной линіи, подъ углами $= 60^0$, а съ четвертою поверхностію онѣ пересѣкаются подъ прямымъ угломъ, т. е. четвертая поверхность къ первымъ трёмъ перпендикулярна.

Такъ какъ форма каждаго совершеннаго кристалла состоитъ изъ плоскостей, замыкающихъ пространство со всѣхъ сторонъ, то чрезъ *совокупное общее пересѣченіе* этихъ плоскостей съ линіями взаимнаго пересѣченія координатовыхъ поверхностей (линіи о которыхъ идётъ здѣсь рѣчь, сами по себѣ суть безконечнаго протяженія), должны опредѣлиться на этихъ линіяхъ извѣстныя длины. Означенныя длины, хотя онѣ и зависятъ отъ параметровъ плоскостей, нельзя однакоже смѣшивать ни въ какомъ случаѣ съ параметрами. Длины эти называются *осями формы*. Оси формъ весьма важны; онѣ заслуживаютъ тѣмъ большаго вниманія, что отъ ихъ относительной величины, заимствованъ принципъ для дальнѣйшаго раздѣленія кристаллическихъ формъ.

Всѣ вообще кристаллическія формы раздѣляются именно на семь большихъ группъ, называемыхъ *кристаллическими системами*. «Кристаллическая система», по опредѣленію Наумана, «есть совокупность всѣхъ тѣхъ формъ, которыя, при одинаковомъ числѣ и одинаковомъ общемъ отношеніи наклоненій координатовыхъ поверхностей, имѣютъ одно и тоже общее отношеніе величинъ осей».

Въ настоящее время принимаютъ семь кристаллическихъ системъ, которыя называются:

1) Правильная.
2) Тетрагональная.
3) Гексагональная.
4) Ромбическая.
5) Моноклиноэдрическая.
6) Диклиноэдрическая.
7) Триклиноэдрическая.

Основаніемъ или *базисомъ* данной кристаллической системы называютъ координатовую поверхность, проходящую чрезъ боковыя оси. Отъ фигуры этого основанія произведены названія системъ: *тетрагональной*, *гексагональной*, и *ромбической*.

Формы *правильной* кристаллической системы разсматриваются съ помощію трехъ прямоугольныхъ между собою координатовыхъ поверхностей, или, что всё равно, съ помощію трехъ, происходящихъ отъ взаимнаго пересѣченія этихъ поверхностей, кристаллографическихъ осей. Формы эти отличаются преимущественно тѣмъ, что каждая изъ нихъ, по тремъ прямоугольнымъ между собою направленіямъ, имѣетъ одинаковое протяженіе. По этому свойству формъ системы, три прямоугольныя кристаллографическія оси раздѣляются, внутри каждой формы, на равныя части, а потому говорятъ: формы правильной системы характеризуются тремя равными и прямоугольными между собою осями, пересѣкающимися по поламъ въ центрѣ, и соединяющими однородные элементы ограниченія формы. По причинѣ совершенной одинаковости осей, *половины* ихъ обозначаются одною и тою же буквою, напримѣръ буквою a, и различаются между собою знаками $+$ (плюсъ) и — (минусъ). Теперь понятно, что вышеупомянутыя равныя протяженія, по тремъ перпендикулярнымъ между собою направленіямъ, протяженія, измѣряемыя длиною полуосей a, будутъ относится между собою въ каждой формѣ правильной системы, какъ:

$$+a : +a : +a = 1 : 1 : 1$$
$$-a : -a : -a = 1 : 1 : 1,$$

или вообще:

$$a : a : a = 1 : 1 : 1.$$

Такимъ образомъ мы получили отношеніе осей формъ правильной системы, которое можно назвать также: *отношеніемъ осей правильной системы*.

Формы *тетрагональной* кристаллической системы разсматриваются съ помощію трехъ прямоугольныхъ между собою координатовыхъ поверхностей. Формы эти характеризуются именно: тремя перпендикулярными осями, но изъ которыхъ только двѣ горизонтальныя равны между собою. По этому, оси тетрагональной системы относятся между собою какъ:

$$a : b : b = \frac{a}{b} : 1 : 1$$
$$= 1 : \frac{b}{a} : \frac{b}{a}$$

гдѣ a означаетъ вертикальную ось, а b горизонтальныя оси.

Формы *гексагональной* кристаллической системы разсматриваются съ помощію четырехъ координатовыхъ поверхностей, изъ которыхъ три пересѣкаются между собою въ одной линіи, подъ угломъ въ 60°, а четвертая идетъ къ нимъ прямоугольно. Формы эти характеризуются именно: четырмя осями, изъ которыхъ три (b, b и b) между собою равны, лежатъ въ одной горизонтальной поверхности, и взаимно пересѣкаются подъ угломъ $= 60°$, а четвертая ось (a) имѣетъ особенную длину (большую или меньшую длины b), проходитъ чрезъ взаимную точку пересѣченія равныхъ трехъ осей, и перпендикулярна къ поверхности ихъ содержащей, т. е. перпендикулярна къ этимъ тремъ равнымъ осямъ. Итакъ оси гексагональной системы относятся между собою какъ:

$$a : b : b : b = \frac{a}{b} : 1 : 1 : 1$$
$$= 1 : \frac{b}{a} : \frac{b}{a} : \frac{b}{a}$$

Формы *ромбичеекой* системы разсматриваются съ помощію трехъ, прямоугольныхъ между собою координатовыхъ поверхностей. Формы эти характеризуются именно: тремя взаимно перпендикулярными, но неравными осями. Одна изъ осей (всё равно какая) выбирается за *вертикальную*, и означается буквою a; длинная горизонтальная ось называется *макродіагональною*, и означается буквою b; наконецъ остальная, короткая горизонтальная ось, называется *брахидіагональною*, и означается буквою c. По этому оси ромбической системы между собою относятся какъ:

$$a : b : c = \frac{a}{c} : \frac{b}{c} : 1$$
$$= \frac{a}{b} : 1 : \frac{c}{b}$$
$$= 1 : \frac{b}{a} : \frac{c}{a}$$

Формы *моноклиноэдрической* системы разсматриваются съ помощію трехъ координатовыхъ поверхностей, изъ которыхъ двѣ (вертикальныя) пересѣкаются между собою подъ прямымъ угломъ, а третія, одну изъ этихъ послѣднихъ пересѣкаетъ подъ косвеннымъ угломъ $C = \gamma$, а другую подъ прямымъ угломъ. Формы эти характеризуются именно: тремя осями неравными, изъ которыхъ двѣ наклонены между собою подъ косвеннымъ угломъ, а третія проходитъ чрезъ точку взаимнаго пересѣченія этихъ непрямоугольныхъ осей и при томъ перпендикулярно къ поверхности ихъ содержащей; т. е. третія ось перпендикулярна къ обѣимъ непрямоугольнымъ осямъ. Одна изъ непрямоугольныхъ осей всегда выбирается за *вертикальную*, и означается буквою a; другая непрямоугольная ось называется *клинодіагональною*, и означается буквою b; а остальная, третія ось, называется *ортодіагональною*, и означается буквою c. Острый уголъ, происходящій отъ пересѣченія вертикальной оси a съ клинодіагональною, означается чрезъ γ. По этому, оси моноклиноэдрической системы между собою относятся, какъ:

$$\begin{aligned} a : b : c &= \frac{a}{c} : \frac{b}{c} : 1 \\ &= \frac{a}{b} : 1 : \frac{c}{b} \\ &= 1 : \frac{b}{a} : \frac{c}{a}, \end{aligned}$$

при *одномъ* косомъ углѣ осей γ, и при *одномъ* косомъ углѣ C координатовыхъ поверхностей.

Формы *диклиноэдрической* системы разсматриваются съ помощію трехъ координатовыхъ поверхностей, изъ которыхъ двѣ (вертикальныя) между собою прямоугольны, а третія съ каждою изъ нихъ образуетъ косые углы B и C. Формы эти характеризуются именно: тремя неравными осями, пересѣкающимися между собою подъ тремя косыми углами α, β и γ. Ось, происходящую отъ пересѣченія тѣхъ координатовыхъ поверхностей, которыя наклонены между собою подъ прямымъ угломъ, выбираютъ за вертикальную, и означаютъ буквою a, а прочія за боковыя оси (макродіагональную b и брахидіагональную c). По этому, оси диклиноэдрической системы между собою относятся, какъ:

$$\begin{aligned} a : b : c &= \frac{a}{c} : \frac{b}{c} : 1 \\ &= \frac{a}{b} : 1 : \frac{c}{b} \\ &= 1 : \frac{b}{a} : \frac{c}{a}, \end{aligned}$$

при *трехъ* косыхъ углахъ осей α, β и γ, и только при *двухъ* косыхъ углахъ B и C координатовыхъ поверхностей.

Формы *триклиноэдрической* системы разсматриваются съ помощію трехъ координатовыхъ поверхностей, пересѣкающихся между собою подъ тремя косыми углами A, B и C. Формы эти характеризуются именно: тремя неравными осями, пересѣкающимися между собою подъ тремя косыми углами α, β и γ. Одна изъ осей (всё равно какая) выбирается за вертикальную, и означается буквою a, а прочія двѣ: за макродіагональную, означаемую буквою b, и брахидіагональную, означаемую буквою c. По этому, оси триклиноэдрической системы между собою относятся, какъ:

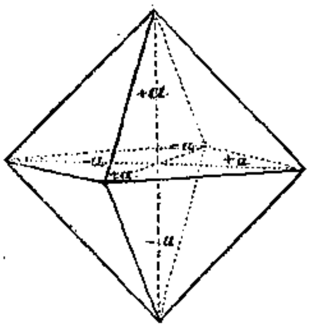
$$\begin{aligned} a : b : c &= \frac{a}{c} : \frac{b}{c} : 1 \\ &= \frac{a}{b} : 1 : \frac{c}{b} \\ &= 1 : \frac{b}{a} : \frac{c}{a}, \end{aligned}$$

при *трехъ* косыхъ углахъ осей α, β и γ, и при *трехъ* косыхъ углахъ А, В и С координатовыхъ поверхностей.

Намъ уже извѣстно, что въ данномъ кристаллическомъ ряду, одну изъ формъ выбираютъ за основную, и съ параметрами плоскостей этой основной формы сравниваютъ параметры всѣхъ прочихъ формъ ряда. Здѣсь теперь мѣсто замѣтить, что за основную форму въ кристаллическомъ ряду минерала, принадлежащаго къ той или другой системѣ, выбираютъ именно: одну изъ тѣхъ формъ, *параметры плоскостей которой относятся между собою такъ, какъ оси системы*. По этому, чтобы видѣть какую фигуру имѣетъ основная форма кристаллическаго ряда въ той или другой системѣ, стоитъ только взять оси той или другой системы, и концы этихъ осей соединить прямыми линіями. Очевидно, что параметры плоскостей такимъ образомъ построенной формы, будутъ относиться между собою точно также, какъ оси системы.

Для полученія основной формы кристаллическаго ряда *правильной* системы, возмемъ три взаимно пересѣкающіяся, между собою перпендикулярныя и равныя линіи; т. е. оси правильной системы, относящіяся между собою какъ $a : a : a = 1 : 1 : 1$. Если мы концы этихъ осей соединимъ прямыми линіями, то получимъ форму, ограниченную 8-ю равносторонними треугольниками, называемую *октаэдромъ* (фиг. 30). Не трудно видѣть, что параметры плоскостей правильнаго октаэдра относятся между собою точно также, какъ оси правильной системы, и что возможна только *одна* такая форма. Послѣднее обстоятельство усматривается также изъ отношенія $1 : 1 : 1$, въ которое перемѣнныхъ величинъ не входитъ. Итакъ октаэдръ есть основная форма каждаго кристаллическаго ряда правильной системы.

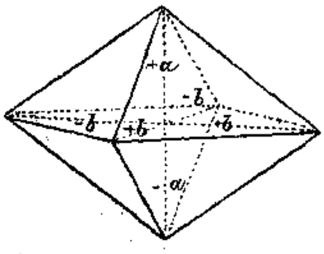
Фиг. 30.



Точно такимъ же образомъ, мы можемъ построить и основныя формы для кристаллическихъ рядовъ прочихъ системъ, а именно:

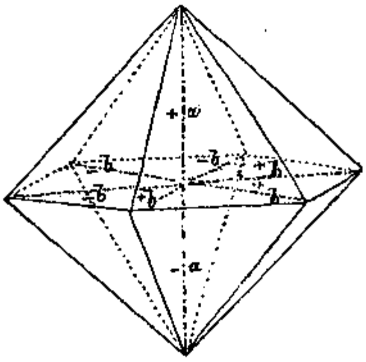
Для полученія основной формы кристаллическаго ряда системы *тетрагональной*, мы берёмъ: три взаимно пересѣкающіяся, между собою перпендикулярныя линіи, но изъ которыхъ только двѣ равны между собою, а третія можетъ быть болѣе или менѣе этихъ послѣднихъ; т. е. мы беремъ оси тетрагональной системы, относящіяся между собою, какъ $a : b : b = \frac{a}{b} : 1 : 1$. Отъ соединенія концовъ этихъ осей прямыми линіями, получается форма, ограниченная 8-ю равнобедренными треугольниками, называемая *тетрагональною пирамидою* (фиг. 31). Не трудно видѣть, что параметры плоскостей тетрагональной пирамиды относятся между собою точно также, какъ оси тетрагональной системы, и что притомъ возможны *многія* пирамиды такого рода; въ самомъ дѣлѣ, можетъ существовать столько тетрагональныхъ пирамидъ, сколько можетъ существовать конечныхъ величинъ $\frac{a}{b} \lesseqgtr 1$. Изъ этого ясно слѣдуетъ, что въ данномъ кристаллическомъ

Фиг. 31.



ряду тетрагональной системы, изъ множества возможныхъ тетрагональныхъ пирамидъ, одна (всё равно какая) можетъ быть выбрана за основную форму.

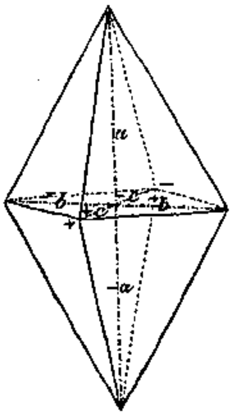
Фиг. 32.



Для полученія основной формы *гексагональной* системы, возьмемъ, по примѣру предъидущихъ случаевъ, оси этой системы, относящіяся между собою, какъ $a : b : b : b = \frac{a}{b} : 1 : 1 : 1$, и соединимъ концы ихъ прямыми линіями. Такое построеніе даетъ намъ форму, ограниченную 12-ю равнобедренными треугольниками, называемую *гексагональною пирамидою* (фиг. 32).

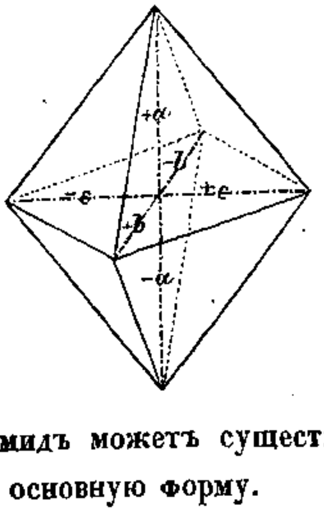
По отношенію параметровъ плоскостей, не трудно заключить, что гексагональная пирамида есть основная форма кристаллическаго ряда гексагональной системы, что гексагональныхъ пирамидъ можетъ быть столько, сколько можетъ быть получено конечныхъ величинъ для $\frac{a}{b} \lesseqgtr 1$, и что всё равно которую изъ этихъ пирамидъ не принять за основную.

Фиг. 33.



Основная форма кристаллическаго ряда *ромбической* системы получится, если мы соединимъ прямыми линіями концы осей этой системы, — осей, относящихся между собою какъ $a : b : c = 1 : \frac{b}{a} : \frac{c}{a} = \frac{a}{b} : 1 : \frac{c}{b} = \frac{a}{c} : \frac{b}{c} : 1$. Чрезъ такое построеніе происходитъ форма, ограниченная 8-ю неравносторонними треугольниками, называемая *ромбическою пирамидою* (фиг. 33). Легко понять, что такихъ пирамидъ можетъ быть очень много, и что всё равно которую изъ нихъ не принять за основную.

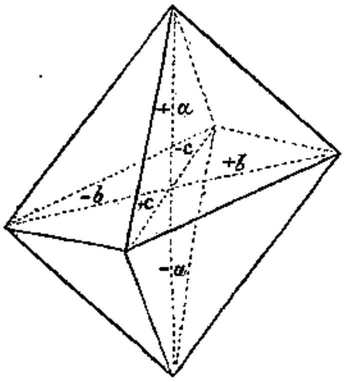
Фиг. 34.



Основная форма кристаллическаго ряда *моноклиноэдрической* системы получится, чрезъ соединеніе прямыми линіями концовъ осей этой системы,—осей, относящихся между собою какъ $a : b : c = 1 : \frac{b}{a} : \frac{c}{a} = \frac{a}{b} : 1 : \frac{c}{b} = \frac{a}{c} : \frac{b}{c} : 1$, при косомъ углѣ C $= \gamma$. Форма эта, называемая *моноклиноэдрическою пирамидою* (фиг. 34), ограничена 8-ю неравносторонними треугольниками, которые суть двухъ родовъ, а именно: двѣ пары треугольниковъ однаго рода, лежатъ противъ остраго угла γ, и двѣ пары треугольниковъ другаго рода, лежатъ противъ тупаго угла γ. Не трудно видѣть, что моноклиноэдрическихъ пирамидъ можетъ существовать множество, и что всё равно которую изъ нихъ не принять за основную форму.

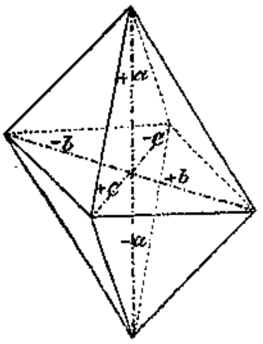
Основная форма кристаллическаго ряда *диклиноэдрической* системы получится, чрезъ соединеніе прямыми линіями концовъ осей этой системы, — осей, относящихся между собою, какъ $a : b : c = \frac{a}{c} : \frac{b}{c} : 1 = \frac{a}{b} : 1 : \frac{c}{b} = 1 : \frac{b}{a} : \frac{c}{a}$, при двухъ косыхъ углахъ координатовыхъ поверхностей B и C, и трехъ косыхъ углахъ осей α, β и γ. Форма эта,

Фиг. 35.



называемая *диклиноэдрическою пирамидою*, (фиг. 35), ограничена 8-ю неравносторонними треугольниками, которые суть четырехъ родовъ. Такихъ пирамидъ, очевидно, можетъ существовать множество, и всё равно которую изъ нихъ не принять за основную форму.

Фиг. 36.



Основная форма кристаллическаго ряда *триклиноэдрической* системы получится, чрезъ соединеніе прямыми линіями концовъ осей этой системы, — осей, относящихся между собою, какъ $a : b : c = \frac{a}{c} : \frac{b}{c} : 1 = \frac{a}{b} : 1 : \frac{c}{b} = 1 : \frac{b}{a} : \frac{c}{a}$, при трехъ косыхъ углахъ координатовыхъ поверхностей A, B и C, и трехъ косыхъ углахъ осей α, β и γ. Форма эта, называемая *триклиноэдрическою пирамидою* (фиг. 36), ограничена 8-ю неравносторонними треугольниками, которые суть четырехъ родовъ. Очевидно, что такихъ пирамидъ можетъ существовать множество, и что всё равно которую изъ нихъ не принять за основную форму.

ЛЕКЦІЯ ЧЕТВЕРТАЯ.

ПРАВИЛЬНАЯ СИСТЕМА.

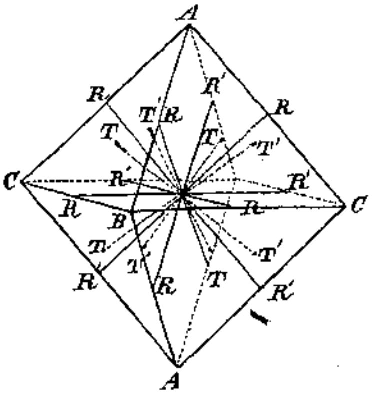
(Тессулярная, тесселярная, Вернеръ, Мосъ; тессеральная, Науманъ; правильная, сфероэдрическая, шаровая, сферономическая, равноосная, равночленная, Вейсъ; изометрическая, Гаусманъ; кубическая, Дюфренуа; тетраэдрическая, Бёданъ; и проч.)

Названіе «правильная система» нельзя считать удачнымъ, ибо, если формы системы имъ обозначаемой и отличаются особенно правильностію и симметріею, то всё-таки изъ этого не слѣдуетъ, чтобы формы прочихъ системъ были неправильны. Не смотря однако же на это обстоятельство, мы принимаемъ вышеупомянутое названіе, по той простой причинѣ, что оно вошло въ большое употребленіе.

Главный геометрическій характеръ всѣхъ формъ правильной системы, какъ мы видѣли выше, выражается въ прямоугольности и равенствѣ трехъ ихъ осей. По этому основному характеру, углы октаэдра, куба, трапецоэдра и проч. лежатъ въ одной и тойже шаровой поверхности, отчего главнѣйшія формы системы, очевиднымъ образомъ, приближаются къ шару. Самая шаровая поверхность есть предѣлъ для всѣхъ формъ правильной системы. Кристаллическія образованія этой системы (не смотря на то, что происходятъ по закону, допускающему только прямыя линіи и прямолинейныя плоскости) могутъ: или приближаться до безконечности къ этому предѣлу, или удаляться отъ него весьма значительно.

При разсмотрѣніи формъ правильной кристаллической системы, кромѣ трехъ прямоугольныхъ и равныхъ осей, которыя можно назвать *главными осями*, принимаются въ соображеніе ещё два рода линій, называемыхъ *промежуточными осями*, а именно: линіи TT′, соединяющія центры каждыхъ двухъ параллельныхъ плоскостей октаэдра, и линіи RR′, соединяющія каждые два параллельные края этой формы (фиг. 37). Оси TT′ называются *тригональными;* ихъ числомъ четыре. Оси RR′ называются *ромбическими;* ихъ числомъ шесть. Оси TT′ перпендикулярны къ плоскостямъ октаэдра, а оси RR′ перпендикулярны къ краямъ октаэдра. При дальнѣйшемъ изслѣдованіи формъ правильной системы, мы будемъ обозначать именно: *половину* главной оси чрезъ *a*, *половину* тригональной оси чрезъ T, и *половину* ромбической оси чрезъ R.

Фиг. 37.



Всѣ формы правильной системы подраздѣляются: на гомоэдрическія, геміэдрическія и тетартоэдрическія.

Общее выраженіе плоскости для какой бы то ни было формы правильной системы, по методѣ Наумана $= mOn$, гдѣ $m \geqq n \geqq 1$.

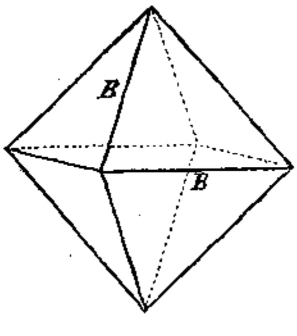
ГОМОЭДРИЧЕСКІЯ ФОРМЫ.

Въ правильной системѣ существуетъ семь родовъ гомоэдрическихъ формъ: октаэдръ, кубъ, ромбическій додекаэдръ, пирамидальные октаэдры, пирамидальные кубы, трапецоэдры и сорокавосьмигранники.

Октаэдръ (правильный октаэдръ).

Форма эта ограничена 8-ю плоскостями, имѣетъ 12 краевъ и 8 угловъ (фиг. 38). Плоскости суть равносторонніе треугольники; углы плоскостей $= 60° 0' 0''$. Края (B) однаго рода, правильные, и $= 109° 28' 16''$.

Фиг. 38.



Углы однаго рода, тетрагональные.

Главныя оси *a* соединяютъ вершины каждыхъ двухъ противоположныхъ угловъ, тригональныя оси T соединяютъ центры каждыхъ двухъ параллельныхъ плоскостей, ромбическія оси R соединяютъ средины каждыхъ двухъ параллельныхъ краевъ. Если въ октаэдрѣ принять $a = 1$, то будетъ: $T = \sqrt{\frac{1}{3}}$, $R = \sqrt{\frac{1}{2}}$.

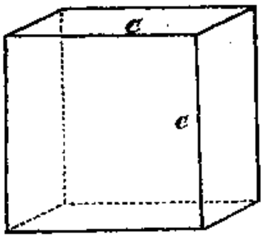
Для октаэдра общій знакъ системы mOn превратится въ знакъ O; ибо параметры каждой плоскости октаэдра на всѣхъ трехъ осяхъ a одинаковы, почему $m = n = 1$.

Можетъ существовать всего только одинъ октаэдръ; другими словами, октаэдръ есть форма единственная въ своемъ родѣ. Это легко усматривается и изъ кристаллографическаго знака O, въ которомъ перемѣнныхъ величинъ не заключается.

Кубъ (гексаэдръ).

Форма эта ограничена 6-ю плоскостями, имѣетъ 12 краевъ и 8 угловъ (фиг. 39).

Фиг. 39.



Плоскости суть квадраты; углы плоскостей $= 90° 0' 0''$.

Края (C) однаго рода, правильные, и $= 90° 0' 0''$.

Углы однаго рода, тригональные.

Главныя оси a соединяютъ центры каждыхъ двухъ параллельныхъ плоскостей, тригональныя оси T соединяютъ вершины каждыхъ двухъ противоположныхъ угловъ, а ромбическія оси R соединяютъ средины каждыхъ двухъ противуположныхъ параллельныхъ краевъ.

Если $a = 1$, то: $T = \sqrt{3}$, $R = \sqrt{2}$.

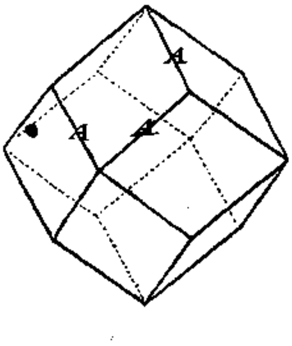
Такъ какъ каждая плоскость куба пересѣкаетъ только одну ось a, а прочимъ двумъ параллельна, то въ общемъ знакѣ системы $= mOn$, для плоскости куба будетъ $m = \infty$ и $n = \infty$, а слѣдственно знакъ этотъ для куба превратится въ слѣдующій: $\infty O \infty$.

Изъ кристаллографическаго знака $\infty O \infty$, въ которомъ перемѣнныхъ величинъ не заключается, усматривается, что кубъ есть форма единственная въ своемъ родѣ.

Ромбическій додекаэдръ (гранатоэдръ).

Форма эта ограничена 12-ю плоскостями, имѣетъ 24 края и 14 угловъ (фиг. 40).

Фиг. 40.



Плоскости суть ромбы; діагонали плоскостей относятся между собою какъ: $1 : \sqrt{2}$; углы плоскостей $= 109° 28' 16''$ и $70° 31' 14''$.

Края (A) однаго рода, симметрическіе, и $= 120° 0' 0''$.

Углы двухъ родовъ: 6 тетрагональныхъ, и 8 тригональныхъ.

Главныя оси a соединяютъ вершины каждыхъ двухъ противуположныхъ тетрагональныхъ угловъ, тригональныя оси T соединяютъ вершины каждыхъ двухъ противуположныхъ тригональныхъ угловъ, а ромбическія оси R соединяютъ центры каждыхъ двухъ параллельныхъ плоскостей.

Въ ромбическомъ додекаэдрѣ, если $a = 1$, то: $T = \sqrt{\tfrac{3}{4}}$, $R = \sqrt{\tfrac{1}{2}}$.

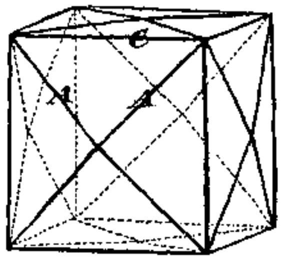
Такъ какъ каждая плоскость ромбическаго додекаэдра пересѣкаетъ двѣ оси a на одинаковомъ разстояніи отъ центра формы, а третьей оси a параллельна, то въ общемъ знакѣ системы $= mOn$, будетъ $m = \infty$ и $n = 1$, и слѣдственно знакъ этотъ для ромбическаго додекаэдра получается $= \infty O$.

Изъ кристаллографическаго знака ∞O, въ которомъ перемѣнныхъ величинъ не заключается, усматривается, что ромбическій додекаэдръ есть форма единственная въ своемъ родѣ.

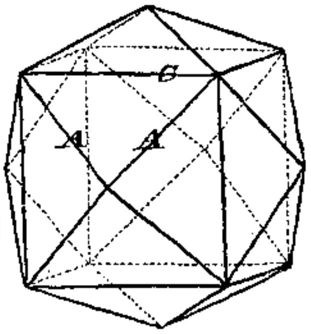
Пирамидальные кубы (тетракисгексаэдры).

Формы эти ограничены 24-ю плоскостями, имѣютъ 36 краевъ и 14 угловъ (фиг. 41, 42 и 43).

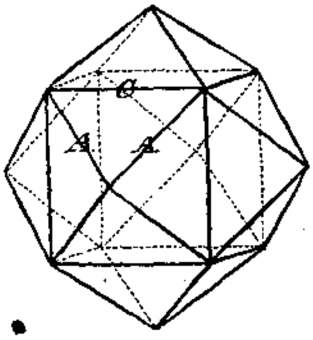
Фиг. 41.



Фиг. 42.



Фиг. 43.



Плоскости суть равнобедренные треугольники.

Края двухъ родовъ: 12 длинныхъ, правильныхъ (C), соотвѣтствующихъ краямъ куба, и 24 короткихъ, симметрическихъ (A), возвышающихся по четыре надъ плоскостями вписаннаго куба.

Углы двухъ родовъ: 8 дитригональныхъ (иногда гексагональныхъ) и 6 тетрагональныхъ. Первые своими вершинами совпадаютъ съ вершинами угловъ вписаннаго куба, а вторые возвышаются надъ плоскостями вписаннаго куба.

По наружности, пирамидальные кубы походятъ на кубы, надъ плоскостями которыхъ возвышаются тетрагональныя пирамиды, отчего они и получили свое названіе.

Главныя оси a соединяютъ вершины каждыхъ двухъ противуположныхъ тетрагональныхъ угловъ, тригональныя оси T соединяютъ вершины каждыхъ двухъ дитригональныхъ (иногда гексагональныхъ) угловъ, а ромбическія оси R соединяютъ средины каждыхъ двухъ противуположныхъ параллельныхъ длинныхъ краевъ C.

Такъ какъ плоскость каждаго даннаго пирамидальнаго куба пересѣкаетъ двѣ оси a на разстояніи не одинаковомъ, а третьей оси a параллельна, то въ общемъ знакѣ системы $= mOn$, будетъ $m = \infty$, и знакъ этотъ для пирамидальныхъ кубовъ превратится въ слѣдующій: ∞On. Когда $n = 2$, тогда въ пирамидальномъ кубѣ шестигранные углы будутъ *гексагональными;* слѣдственно пирамидальный кубъ съ гексагональными углами $= \infty O2$.

Изъ кристаллографическаго знака ∞On, въ которомъ заключается перемѣнная величина n, легко усматривается, что можетъ существовать множество пирамидальныхъ кубовъ, и именно столько, сколько для величины n можно получить раціональныхъ величинъ.

Вообще наружная форма пирамидальныхъ кубовъ колеблется между кубомъ и ромбическимъ додекаэдромъ. Чѣмъ тетрагональные углы пирамидальныхъ кубовъ тупѣе, и чѣмъ болѣе выдаются дитригональные (иногда гексагональные) углы, тѣмъ болѣе эти формы приближаются къ кубу, и на оборотъ: чѣмъ тетрагональные углы острѣе, тѣмъ болѣе пирамидальные кубы приближаются къ ромбическому додекаэдру.

То же самое выводится и изъ кристаллографическаго знака пирамидальныхъ кубовъ $= \infty O n$. Въ самомъ дѣлѣ, чѣмъ n будетъ болѣе и болѣе приближаться къ ∞, тѣмъ знакъ пирамидальнаго куба будетъ болѣе приближаться къ знаку куба $= \infty O \infty$, и на оборотъ: чѣмъ n будетъ болѣе приближаться къ 1, тѣмъ $\infty O n$ будетъ болѣе приближаться къ знаку ромбическаго додекаэдра $= \infty O$.

Итакъ предѣлами для всѣхъ возможныхъ пирамидальныхъ кубовъ служатъ: кубъ и ромбическій додекаэдръ.

$$\infty O \infty \ldots\ldots\ldots \infty O n \ldots\ldots\ldots \infty O.$$

Для краевыхъ угловъ пирамидальнаго куба $= \infty O n$, **Науманъ** вычисляетъ:

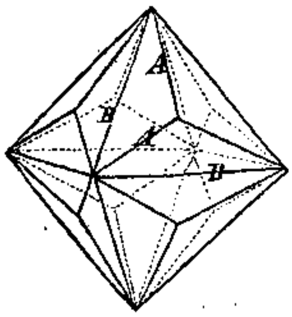
$$\cos A = -\frac{n^2}{n^2+1}$$

$$\cos C = -\frac{2n}{n^2+1}$$

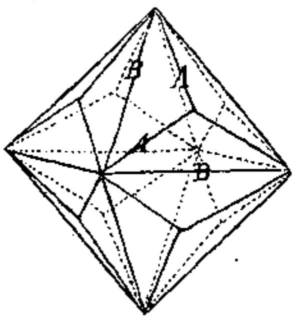
Пирамидальные октаэдры (тріакисоктаэдры).

Формы эти ограничены 24-ю плоскостями, имѣютъ 36 краевъ и 14 угловъ (фиг. 44, 45 и 46).

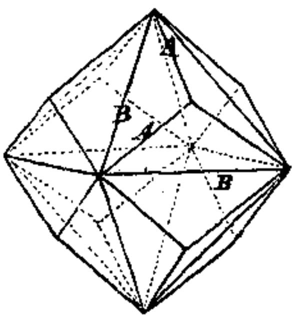
Фиг. 44.



Фиг. 45.



Фиг. 46.



Плоскости суть равнобедренные треугольники.

Края двухъ родовъ: 12 длинныхъ, правильныхъ (B), соотвѣтствующихъ краямъ октаэдра, и 24 короткихъ, симметрическихъ (A), возвышающихся по три надъ плоскостями вписаннаго октаэдра.

Углы двухъ родовъ: 6 дитетрагональныхъ и 8 тригональныхъ. Первые вершинами своими совпадаютъ съ вершинами угловъ вписаннаго октаэдра, а вторые возвышаются надъ плоскостями вписаннаго октаэдра.

По наружности, пирамидальные октаэдры походятъ на октаэдры, надъ плоскостями которыхъ возвышаются тригональныя пирамиды, отчего они и получили свое названіе.

Главныя оси *a* соединяютъ вершины каждыхъ двухъ противоположныхъ дитетрагональныхъ угловъ, тригональныя оси T соединяютъ вершины каждыхъ двухъ противоположныхъ тригональныхъ угловъ, а ромбическія оси R соединяютъ средины каждыхъ двухъ длинныхъ параллельныхъ краевъ B.

Такъ какъ плоскость каждаго даннаго пирамидальнаго октаэдра пересѣкаетъ двѣ оси *a* на одинаковомъ разстояніи отъ центра, а третью ось *a* на разстояніи дальнѣйшемъ, т. е. большемъ противу предъидущихъ, то въ общемъ знакѣ системы $= mOn$, будетъ $n = 1$, и знакъ этотъ для пирамидальныхъ октаэдровъ получитъ видъ: mO.

Изъ кристаллографическаго знака mO, въ которомъ заключается перемѣнная величина m, легко усматривается, что возможны многіе пирамидальные октаэдры; именно, можетъ существовать столько пирамидальныхъ октаэдровъ, сколько для m можно дать раціональныхъ величинъ.

Наружная форма пирамидальныхъ октаэдровъ колеблется между октаэдромъ и ромбическимъ додекаэдромъ. Чѣмъ тригональные углы пирамидальныхъ октаэдровъ тупѣе, тѣмъ эти формы болѣе приближаются къ октаэдру, и на оборотъ, чѣмъ тригональные углы острѣе, тѣмъ болѣе пирамидальные октаэдры приближаются къ ромбическому додекаэдру. Тоже самое выводится и изъ кристаллографическаго знака пирамидальныхъ октаэдровъ $= mO$; ибо чѣмъ m будетъ болѣе приближаться къ 1, тѣмъ знакъ mO будетъ болѣе приближаться къ знаку октаэдра $= O$, и на оборотъ, чѣмъ m будетъ болѣе приближаться къ ∞, тѣмъ знакъ mO будетъ болѣе приближаться къ знаку ромбическаго додекаэдра $= \infty O$. И такъ, предѣлами для всѣхъ возможныхъ пирамидальныхъ октаэдровъ служатъ: октаэдръ и ромбическій додекаэдръ.

$$O \; \ldots\ldots\ldots \; mO \; \ldots\ldots\ldots \; \infty O.$$

Для краевыхъ угловъ пирамидальнаго октаэдра $= mO$, **Науманъ** вычисляетъ:

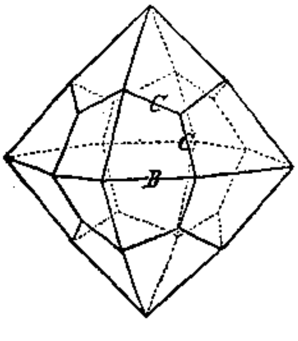
$$\cos A = -\frac{m(m+2)}{2m^2+1}$$

$$\cos B = -\frac{2m^2-1}{2m^2+1}$$

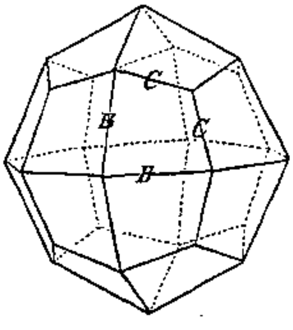
Трапецоэдры (икоситетраэдры).

Формы эти ограничены 24-ю плоскостями, имѣютъ 48 краевъ и 26 угловъ (фиг. 47, 48 и 49).

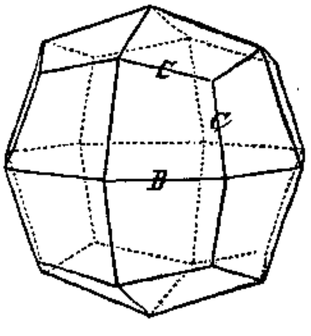
Фиг. 47.



Фиг. 48.



Фиг. 49.



Плоскости суть симметрическіе трапецоиды (дельтоиды).

Края симметрическіе и двухъ родовъ: 24 длинныхъ (B), и 24 короткихъ (C). Первые расположены попарно, надъ краями вписаннаго октаэдра, а вторые по три, надъ плоскостями вписаннаго октаэдра.

Углы трехъ родовъ: 6 тетрагональныхъ, вершинами своими совпадающихъ съ вершинами угловъ вписаннаго октаэдра, 8 тригональныхъ, возвыщающихся надъ плоскостями вписаннаго октаэдра, и 12 ромбическихъ, возвышающихся надъ краями вписаннаго октаэдра.

Главныя оси a соединяютъ вершины каждыхъ двухъ противоположныхъ тетрагональныхъ угловъ, тригональныя оси T соединяютъ вершины каждыхъ двухъ противоположныхъ тригональныхъ угловъ, а ромбическія оси R соединяютъ вершины каждыхъ двухъ противоположныхъ ромбическихъ угловъ.

Такъ какъ плоскость каждаго даннаго трапецоэдра пересѣкаетъ двѣ оси a на одинаковомъ разстояніи, а третію ось a пересѣкаетъ на разстояніи противу нихъ меньшемъ, то въ общемъ знакѣ системы $= mOn$, будетъ $m = n$, и знакъ этотъ для трапецоэдровъ превратится въ слѣдующій: mOm.

Изъ кристаллографическаго знака mOm, въ которомъ заключается перемѣнная величина m, легко усматривается, что можетъ сущесгвовать столько трапецоэдровъ, сколько для m можно дать раціональныхъ величинъ.

Наружная форма трапецоэдровъ колеблется между октаэдромъ и кубомъ. Чѣмъ тригональные углы трапецоэдровъ тупѣе, и чѣмъ тетрагональные острѣе, тѣмъ формы эти приближаются болѣе къ октаэдру, и на оборотъ, чѣмъ тригональные углы острѣе, а тетрагональные тупѣе, тѣмъ болѣе трапецоэдры приближаются къ кубу. Тоже самое усматривается и изъ кристаллографическаго знака трапецоэдровъ $= mOm$; ибо чѣмъ m будетъ болѣе приближаться къ 1, тѣмъ знакъ mOm будетъ болѣе приближаться къ знаку октаэдра $=$ O, и на оборотъ: чѣмъ m будетъ болѣе приближаться къ ∞, тѣмъ знакъ mOm будетъ болѣе приближаться къ знаку куба $= \infty O \infty$. И такъ, предѣлами для всѣхъ возможныхъ трапецоэдровъ служатъ: октаэдръ и кубъ.

$$O \ldots\ldots\ldots mOm \ldots\ldots\ldots \infty O \infty.$$

Для краевыхъ угловъ трапецоэдра $= mOm$, Науманъ вычисляетъ:

$$\cos B = -\frac{m^2}{m^2 + 2}$$

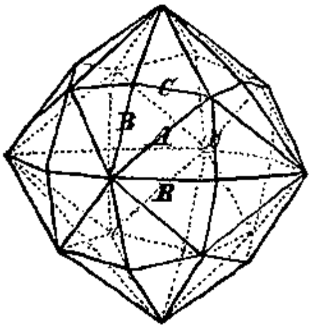
$$\cos C = -\frac{2m + 1}{m^2 + 2}$$

Сорокавосьмигранники (гексакисоктаэдры).

Формы эти ограничены 48-ю плоскостями, имѣютъ 72 края и 26 угловъ (фиг. 50). Плоскости суть неравносторонніе треугольники.

Края симметрическіе, и трехъ родовъ: 24 короткихъ (C), расположенныхъ попарно надъ краями вписаннаго куба, 24 среднихъ (B), расположенныхъ попарно надъ краями вписаннаго октаэдра, и 24 длинныхъ (A), соединяющихъ вершины угловъ вписаннаго октаэдра съ вершинами угловъ вписаннаго куба.

Фиг. 50.



Углы трехъ родовъ: 6 дитетрагональныхъ, вершины которыхъ совпадаютъ съ вершинами угловъ вписаннаго октаэдра, 8 дитригональныхъ (иногда гексагональныхъ), расположенныхъ надъ плоскостями вписаннаго октаэдра, и 12 ромбическихъ, расположенныхъ надъ краями вписаннаго октаэдра.

Главныя оси *a* соединяютъ вершины каждыхъ двухъ противоположныхъ дитетрагональныхъ угловъ, тригональныя оси T соединяютъ вершины каждыхъ двухъ противоположныхъ дитригональныхъ угловъ, а ромбическія оси R соединяютъ вершины каждыхъ двухъ противоположныхъ ромбическихъ угловъ.

Такъ какъ плоскость каждаго даннаго сорокавосьмигранника пересѣкаетъ всѣ три оси *a* на разстояніяхъ не одинаковыхъ отъ центра, то понятно, что такая плоскость будетъ имѣть одинъ параметръ наибольшій $= m$, другой средній $= n$, и третій наименьшій $= 1$. По этому, общій знакъ системы будетъ соотвѣтствовать сорокавосьмигранникамъ безъ всякаго измѣненія, а именно будетъ $= mOn$, гдѣ $m > n > 1$.

Наружная форма сорокавосьмигранниковъ колеблется между всѣми вышеописанными гомоэдрическими формами правильной системы. Чѣмъ дитригональные углы сорокавосьмигранниковъ тупѣе, тѣмъ формы эти, по своему наружному виду, приближаются болѣе къ октаэдру. Въ этомъ случаѣ, сорокавосьмигранники походятъ на пирамидальные октаэдры съ переломленными плоскостями, почему ихъ можно называть *преломленными пирамидальными октаэдрами*. Чѣмъ дитригональные углы сорокавосьмигранниковъ острѣе, и чѣмъ дитетрагональные углы ихъ тупѣе, тѣмъ формы эти, по своему наружному виду, приближаются болѣе къ кубу, и обыкновенно походятъ тогда на пирамидальные кубы съ переломленными плоскостями, почему ихъ можно называть въ этомъ случаѣ *преломленными пирамидальными кубами*. Сорокавосьмигранники, занимающіе средину между двумя предъидущими видоизмѣненіями, походятъ обыкновенно на трапецоэдры съ переломленными плоскостями, почему такіе сорокавосьмигранники можно называть *преломленными трапецоэдрами*. Иногда длинные края (A) нѣкоторыхъ сорокавосьмигранниковъ такъ выдаются, что совпадаютъ съ краями ромбическаго додекаэдра. Подобнаго рода сорокавосьмигранники (имѣющіе видъ ромбическаго додекаэдра, надъ плоскостями котораго возвышаются четырехгранныя пирамиды), можно называть *пирамидальными ромбическими додекаэдрами*.

Изъ всѣхъ этихъ видоизмѣненій въ особенности замѣчательны: 1) группа сорокавосьмигранниковъ, которыхъ длинные края (A) совпадаютъ съ краями ромбическаго додекаэдра (пирамидальные ромбическіе додекаэдры или тетракисдодекаэдры), и 2) группа сорокавосьмигранниковъ, которыхъ шестигранные углы суть не дитригональные, но *гексагональные*, т. е. у которыхъ длинные и короткіе края (A и C) имѣютъ одну и ту же угловую мѣру.

Кристаллографическій знакъ для первой группы, т. е. для *пирамидальныхъ ромбическихъ додекаэдровъ*, по вычисленію **Наумана** $= mO \frac{m}{m-1}$, слѣдственно: $n = \frac{m}{m-1}$.

Кристаллографическій знакъ для второй группы, т. е. *для сорокавосьмигранниковъ съ гексагональными углами* $= mO \frac{2m}{m+1}$, слѣдственно: $n = \frac{2m}{m+1}$.

Изъ всего вышеписаннаго прямо слѣдуетъ, что предѣлами для каждаго возможнаго сорокавосьмигранника $= mOn$ служатъ: октаэдръ $= O$, кубъ $= \infty O \infty$, ромбическій додекаэдръ $= \infty O$, пирамидальный октаэдръ $= mO$, пирамидальный кубъ $= \infty On$, и трапецоэдръ $= mOm$. Всѣ эти формы заключаются въ сорокавосьмигранникѣ, или, лучше сказать: формы эти суть частные случаи одного общаго случая, который данъ въ сорокавосьмигранникѣ. Въ самомъ дѣлѣ, каждый сорокавосьмигранникъ необходимо превратится:

Въ трапецоэдръ $= mOm$, когда его каждыя двѣ плоскости, пересѣкающіяся въ длинныхъ краяхъ, сольются въ одну. И такъ трапецоэдръ, въ математическомъ смыслѣ, есть такой сорокавосьмигранникъ, у котораго края $A = 180°$.

Въ пирамидальный кубъ $= \infty On$, когда его каждыя двѣ плоскости, пересѣкающіяся въ среднихъ краяхъ, сольются въ одну. И такъ пирамидальный кубъ, въ математическомъ смыслѣ, есть такой сорокавосьмигранникъ, у котораго края $B = 180°$.

Въ пирамидальный октаэдръ $= mO$, когда его каждыя двѣ плоскости, пересѣкающіяся въ короткихъ краяхъ, сольются въ одну. И такъ пирамидальный октаэдръ, въ математическомъ смыслѣ, есть такой сорокавосьмигранникъ, у котораго края $C = 180°$.

Въ ромбическій додекаэдръ $= \infty O$, когда его каждыя четыре плоскости, пересѣкающіяся въ среднихъ и короткихъ краяхъ, сольются въ одну. И такъ ромбическій додекаэдръ, въ математическомъ смыслѣ, есть такой сорокавосьмигранникъ, у котораго края $B = 180°$ и $C = 180°$.

Въ кубъ $= \infty O \infty$, когда его каждыя восемь плоскостей, пересѣкающихся въ длинныхъ и среднихъ краяхъ, сольются въ одну. И такъ кубъ, въ математическомъ смыслѣ, есть такой сорокавосьмигранникъ, у котораго $A = 180°$ и $B = 180°$.

Въ октаэдръ $= O$, когда его каждыя шесть плоскостей, пересѣкающихся въ длинныхъ и короткихъ краяхъ, сольются въ одну. И такъ октаэдръ, въ математическомъ смыслѣ, есть такой сорокавосьмигранникъ, у котораго $A = 180°$ и $C = 180°$.

Тоже самое усматривается и изъ знака сорокавосьмигранника $= mOn$, который заключаетъ въ себѣ кристаллографическіе знаки всѣхъ прочихъ гомоэдрическихъ формъ правильной системы. Въ самомъ дѣлѣ, знакъ сорокавосьмигранника $= mOn$ необходимо превратится:

Когда $n = 1$, въ знакъ пирамидальнаго октаэдра $= mO$.

Когда $m = \infty$, въ знакъ пирамидальнаго куба $= \infty On$.

Когда $m = n$, въ знакъ трапецоэдра $= mOm$.

Когда $m = 1$, $n = 1$, въ знакъ октаэдра $= O$.

Когда $m = \infty$, $n = \infty$, въ знакъ куба $= \infty O \infty$.

Когда $m = \infty$, $n = 1$, въ знакъ ромбическаго додекаэдра $= \infty O$.

По всѣмъ вышеизложеннымь отношеніямъ, сорокавосьмигранникъ можно назвать *представителемъ* всѣхъ гомоэдрическихъ формъ правильной системы.

Для краевыхъ угловъ сорокавосьмигранника $= mOn$, Науманъ вычисляетъ:

$$\cos A = -\frac{mn\,(mn+2)}{M},$$

$$\cos B = -\frac{m^2n^2+m^2-n^2}{M},$$

$$\cos C = -\frac{n\,(2m^2+n)}{M},$$

$$\text{гдѣ } M = m^2n^2+m^2+n^2.$$

Длина тригональныхъ и ромбическихъ промежуточныхъ полуосей, если $a = 1$, выразится:

$$T = \frac{mn\sqrt{3}}{mn+m+n}$$

$$R = \frac{n\sqrt{2}}{n+1}$$

Очевидно, что формулы сорокавосьмигранника могутъ служить и для вычисленія всѣхъ прочихъ гомоэдрическихъ формъ правильной системы. Чтобы приложить ихъ къ прочимъ формамъ, стоитъ только вставить въ эти формулы: для октаэдра $m = n = 1$, для куба $m = n = \infty$, для ромбическаго додекаэдра $m = \infty$ и $n = 1$, для трапецоэдра $m = n$, для пирамидальнаго куба $m = \infty$, для пирамидальнаго октаэдра $n = 1$.

Выводъ и общій обзоръ гомоэдрическихъ формъ правильной системы.

Принявъ въ соображеніе всё то, что было до сихъ поръ сказано, не трудно вывести, посредствомъ простаго умозрѣнія: сколько формъ можетъ существовать въ гомоэдрическомъ отдѣленіи правильной системы, какія это формы, изъ сколькихъ плоскостей онѣ составлены, и проч. т. п. Результата этого можно именно достигнуть, имѣя въ виду слѣдующія главнѣйшія условія: всѣ гомоэдрическія простыя формы правильной системы, какъ и вообще всѣ кристаллическія формы, суть формы, ограниченныя *прямолинейными* поверхностями, т. е. плоскостями; каждая изъ этихъ формъ имѣетъ по тремъ прямоугольнымъ между собою направленіямъ одинаковое протяженіе; каждая изъ этихъ гомоэдрическихъ формъ представляетъ полную совокупность всѣхъ плоскостей (изъ которыхъ каждая, во всякомъ случаѣ, имѣетъ себѣ параллельную), которыя возможно помѣстить вокругъ вполнѣ опредѣленной системы осей, для даннаго отношенія параметровъ.

Такъ какъ отношеніе $m : n : 1$ есть самое общее параметрическое отношеніе, изъ котораго происходятъ всѣ прочія возможныя отношенія параметровъ (чрезъ подставленіе вмѣсто m и n извѣстныхъ опредѣленныхъ величинъ), то понятно, что форма, опредѣлённая посредствомъ этого отношенія, должна быть *самою общею гомоэдрическою формою*, заключающею въ себѣ условія для существованія всѣхъ прочихъ формъ правильной системы. Такимъ образомъ опредѣленная форма будетъ, такъ сказать, общимъ случаемъ для всѣхъ прочихъ возможныхъ гомоэдрическихъ формъ, которыя выведутся потомъ, какъ частные случаи. Не трудно построить эту общую форму. Такъ какъ равенство протяженій, по тремъ прямоугольнымъ между собою направленіямъ требуетъ, чтобы шесть оконечностей или полюсовъ каждой гомоэдрической формы правильной системы лежали въ поверхности шара, центръ котораго совпадалъ бы съ центромъ формы, и слѣдственно съ центромъ системы осей, то конечные пункты трехъ между собою перпендикулярныхъ и равныхъ прямыхъ линій, очевидно, могутъ совпадать съ помянутыми шестью полюсами формы, которую мы желаемъ построить. И такъ, если мы проведемъ эти три прямоугольныя и равныя между собою линіи, то онѣ представятъ намъ систему осей правильной системы. Проведенныя три оси, чрезъ взаимное ихъ пересѣченіе, раздѣлятся на шесть равныхъ полуосей, которыя мы можемъ означить на время слѣдующимъ образомъ: верхнюю половину вертикальной оси чрезъ $+ a$, а ея нижнюю половину чрезъ $- a$; правую половину горизонтальной оси, идущей отъ лѣва къ права, чрезъ $+ a'$, а ея противуположную половину чрезъ $- a'$; переднюю половину горизонтальной оси, обращенной къ наблюдателю, чрезъ $+ a''$, а ея противоположную половину чрезъ $- a''$. Во всякомъ случаѣ здѣсь $a = a' = a'' = 1$. Проведенныя чрезъ эти оси поверхности, раздѣлять пространство на восемь равныхъ октантовъ. Такъ какъ, по закону симметріи, количество, наружность, расположеніе плоскостей, и прочія отношенія формы должны быть однѣ и тѣ же, во всѣхъ восьми октантахъ (т. е. каковы въ одномъ, таковы и во всѣхъ прочихъ), то задача построенія приводится къ опредѣленію вида формы только при одномъ октантѣ. Приступимъ же теперь къ самому построенію формы, составленной изъ однородныхъ плоскостей, имѣющихъ самое общее отношеніе параметровъ: $m : n : 1$, гдѣ $m > n > 1$. Выберемъ для нашей цѣли положительный октантъ, т. е. тотъ, въ которомъ лежатъ: $+ a$, $+ a'$ и $+ a''$. Начнёмъ съ верхняго полюса, т. е. съ конечнаго пункта полуоси $+ a$, удаленнаго отъ центра но разстотніе $= 1$. Въ этотъ пунктъ, мы должны слѣдственно помѣстить параметръ плоскости $= 1$, остальныя же параметры m и n, мы можемъ отложить на продолженіи той и другой изъ остальныхъ полуосей; отложимъ напримѣръ: m на продолженіи полуоси $+ a'$, а n на продолженіи полуоси $+ a''$. Такимъ образомъ мы получимъ для искомой формы плоскость, которой знакъ будетъ $= (+ a : + ma' : + na'')$ или $(a : ma' : na'')$. Очевидно, что при томъ же полюсѣ можно помѣстить ещё одну плоскость, у которой параметръ $= 1$ будетъ лежать на $+ a$, параметръ $= m$

на $+ a''$, а параметръ $= n$ на $+ a'$, т. е. плоскость $= (a : na' : ma'')$. Но болѣе означенныхъ двухъ плоскостей, при взятомъ нами пунктѣ выбраннаго октанта, помѣстить нельзя; ибо *для* величинъ m и n, нельзя сдѣлать болѣе показанныхъ двухъ перемѣщеній. Точно также, при второмъ полюсѣ, т. е. при конечномъ пунктѣ полуоси $+ a'$, мы не въ состояніи будемъ помѣстить болѣе двухъ плоскостей, которыхъ кристаллографическія знаки будутъ $= (ma : a' : na'')$ и $(na : a' : ma'')$. Наконецъ и при третьемъ полюсѣ помѣстятся не болѣе двухъ слѣдующихъ плоскостей: $(ma : na' : a'')$ и $(na : ma' : a'')$. Итакъ въ выбранномъ нами октантѣ возможны только шесть плоскостей:

$$(a : ma' : na'')$$
$$(a : na' : ma'')$$
$$(ma : a' : na'')$$
$$(na : a' : ma'')$$
$$(ma : na' : a'')$$
$$(na : ma' : a'')$$

Эти шесть плоскостей пересѣкутся между собою въ одномъ пунктѣ, который будетъ образовать вершину шестиграннаго угла. Но такъ какъ, и при остальныхъ семи октантахъ окажется то же самое, то изъ этого прямо слѣдуетъ, что самая общая гомоэдрическая форма правильной системы (представитель всѣхъ гомоэдрическихъ формъ системы, или самый общій случай) будетъ образована изъ $6 \times 8 = 48$ однородныхъ плоскостей, и что *въ этой системѣ, никакой другой простой формы, которая бы состояла изъ числа однородныхъ плоскостей большаго* 48, *и существовать не можетъ*. Не трудно убѣдиться, что построенная нами форма есть нашъ сорокавосьмигранникъ $= mOn = (ma : na : a)$, съ которымъ мы уже очень хорошо знакомы. И такъ, чтобы, найти теперь, какія другія гомоэдрическія формы возможны въ правильной системѣ, стоитъ только посмотрѣть: какіе частные случаи будутъ возможны, когда мы будемъ полагать m и n, или равными 1, или между собою равными, или наконецъ тотъ или другой, или оба вмѣстѣ $= \infty$.

Когда $m = n$, тогда длинные края A сорокавосьмигранника уничтожаются, т. е. дѣлаются $= 180°$; ибо каждыя двѣ плоскости ихъ образующія сливаются тогда въ одну, и мы получаемъ трапецоэдръ $= mOm$.

Когда $m = \infty$, тогда средніе края B $= 180°$, и получается пирамидальный кубъ $= \infty On$.

Когда $n = 1$, тогда короткіе края C $= 180°$, и получается пирамидальный октаэдръ $= mO$.

Когда $m = \infty$ и $n = 1$, тогда края B $= 180°$ и C $= 180°$, и получается ромбическій додекаэдръ $= \infty O$.

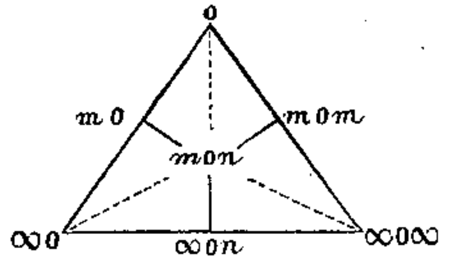
Когда $m = \infty$ и $n = \infty$, тогда края A $= 180°$ и B $= 180°$, и получается кубъ $= \infty O \infty$.

Когда $m = 1$ и $n = 1$, тогда края A $=$ 180° и C $=$ 180°, и получается октаэдръ $=$ O.

Такъ какъ другихъ частныхъ случаевъ быть не можетъ, то изъ этаго прямо слѣдуетъ, что и другихъ простыхъ гомоэдрическихъ формъ, кромѣ вышеупомянутыхъ, въ правильной системѣ существовать не можетъ.

Для общаго обзора и показанія взаимныхъ отношеній гомоэдрическихъ формъ правильной системы, **Науманъ** предлагаетъ нижеслѣдующую треугольную хему (фиг. 51).

Фиг. 51.



Посреди этой хемы стоитъ сорокавосьмигранникъ, который, какъ мы видѣли выше, долженъ быть разсматриваемъ собственно, какъ представитель всѣхъ гомоэдрическихъ формъ правильной системы, и въ знакѣ котораго заключаются всѣ прочіе знаки. Такъ какъ вершину каждаго угла треугольника образуетъ одинъ только пунктъ или точка, то у вершинъ треугольника поставлены формы единственныя въ своемъ родѣ, а именно: октаэдръ, кубъ и ромбическій додекаэдръ. Такъ какъ каждая сторона треугольника есть прямая линія, состоящая изъ непрерывнаго ряда безчисленнаго множества точекъ, то надъ сторонами треугольника поставлены прочія гомоэдрическія формы системы, которыхъ можетъ быть безчисленное множество; формы эти поставлены притомъ между ихъ предѣлами, а именно: трапецоэдръ — между октаэдромъ и кубомъ, пирамидальный октаэдръ — между октаэдромъ и ромбическимъ додекаэдромъ, пирамидальный кубъ — между кубомъ и ромбическимъ додекаэдромъ. Съ перваго взгляда на хему, уже видны всѣ отношенія и взаимная связь гомоэдрическихъ формъ правильной системы, а именно: что существуетъ только всего семь родовъ гомоэдрическихъ формъ; что изъ этихъ формъ, три единственны въ своемъ родѣ; что прочихъ формъ существуетъ безчисленное множество; что трапецоэдры тѣмъ болѣе приближаются къ октаэдру, чѣмъ m приближается болѣе къ 1, и напротивъ тѣмь болѣе къ кубу, чѣмъ m болѣе приближается къ ∞; что точно въ такихъ же отношеніяхъ находятся пирамидальные октаэдры къ октаэдру и ромбическому додекаэдру, а пирамидальные кубы къ кубу и ромбическому додекаэдру; что наконецъ, сорокавосьмигранники могутъ приближаться ко всѣмъ вышепоименованнымъ формамъ, смотря по величинѣ ихъ коэфиціентовъ m и n, и т. д.

Кромѣ изчисленныхъ удобствъ, хема **Наумана** можетъ служить, какъ мы увидимъ въ послѣдствіи, съ большою пользою при разборѣ комбинацій гомоэдрическихъ формъ правильной системы.

ЛЕКЦІЯ ПЯТАЯ.

ГЕМІЭДРИЧЕСКІЯ ФОРМЫ.

Для вывода гомоэдрическихъ формъ, мы обращались къ представителю системы — сорокавосьмиграннику. Точно также, для того, чтобы отыскать удобнымъ и притомъ самымъ общимъ способомъ, различные законы геміэдріи, наружный видъ геміэдрическихъ формъ, возможное число этихъ формъ, и проч., мы должны обратиться къ сорокавосьмиграннику. Мы должны именно сперва посмотрѣть: какія измѣненія въ этомъ отношеніи можетъ претерпѣть представитель системы; ибо всё то, что будетъ свойственно, въ разсужденіи геміэдріи сорокавосьмиграннику, — будетъ свойственно и всѣмъ остальнымъ гомоэдрическимъ формамъ правильной системы, какъ частнымъ случаямъ сорокавосьмигранника.

По общему закону геміэдріи, въ данной формѣ могутъ растягиваться, до взаимнаго пересѣченія, *поперемѣнно* лежащія (расположенныя, такъ сказать, въ порядкѣ квадратовъ шахматной доски): *одиночныя* плоскости, *пары* плоскостей, и *группы* плоскостей, а прочіе, точно такіе же междулежащіе члены, исчезать. И такъ, по этому закону, сорокавосьмигранникъ можетъ быть подвергнутъ только тремъ слѣдующимъ родамъ геміэдріи:

1) *Гироэдрической,* — когда въ сорокавосьмигранникѣ исчезаютъ поперемѣнныя *одиночныя* плоскости, и растягиваются между ними лежащія.

2) *Додекаэдрической*, — когда въ сорокавосьмигранникѣ исчезаютъ поперемѣнныя *пары* плоскостей, пересѣкающихся въ среднихъ краяхъ (B), и растягиваются между ними лежащія.

3) *Тетраэдрической*, — когда въ сорокавосьмигранникѣ исчезаютъ поперемѣнныя *шестигранныя группы* плоскостей, возвышающіяся надъ плоскостями вписаннаго октаэдра, и растягиваются между ними лежащія.

Другихъ родовъ геміэдріи въ правильной системѣ существовать не можетъ, ибо никакаго другаго симметрическаго поперемѣннаго распредѣленія плоскостей, въ сорокавосьмигранникѣ произвести невозможно.

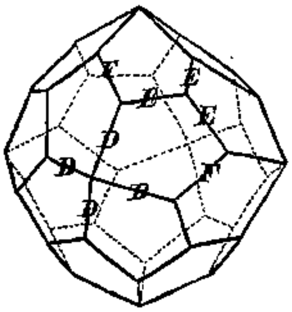
ГИРОЭДРИЧЕСКАЯ ГЕМІЭДРІЯ.

Сорокавосьмигранникъ $= mOn$, будучи подвергнутъ гироэдрической геміэдріи, даетъ два *гироэдра.*

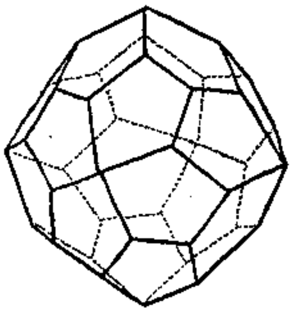
Гироэдры (пентагональные икоситетраэдры).

Формы эти не представляютъ параллельныхъ плоскостей; онѣ ограничены 24-ю плоскостями, имѣютъ 60 краевъ и 38 угловъ (фиг. 52 и 53).

Фиг. 52.



Фиг. 53.



Плоскости суть неправильные пентагоны, имѣющіе двѣ пары равныхъ краевъ и всѣ пять различныхъ угловъ.

Края трехъ родовъ: 24 края (E), возвышающихся по три, надъ плоскостями вписаннаго октаэдра; 24 края (D), сходящихся по четыре, у вершинъ угловъ вписаннаго октаэдра; и 12 прочихъ краевъ (F), промежуточныхъ между предъидущими.

Углы трехъ родовъ: 6 тетрагональныхъ, вершины которыхъ совпадаютъ съ вершинами угловъ вписаннаго октаэдра; 8 тригональныхъ, возвышающихся надъ плоскостями вписаннаго октаэдра; и 24 неправильныхъ трехгранныхъ (въ которыхъ сходятся три неравные края E, F, D), занимающихъ промежуточное положеніе. Главныя оси *a* соединяютъ вершины четырехгранныхъ угловъ, а тригональныя промежуточныя оси T — вершины трехгранныхъ равнокрайныхъ угловъ. Ромбическія оси R не входятъ.

Одинъ изъ происходящихъ гироэдровъ поворочень на право, а другой на лѣво. Гироэдры отличаются ещё тѣмъ, что ихъ нельзя привести въ такое положеніе, въ которомъ бы они могли одинъ съ другимъ совмѣститься, или совершенно совпасть (какъ это имѣетъ мѣсто при тетраэдрическихъ и додекаэдрическихъ геміэдрическихъ формахъ); ибо они представляютъ два несовмѣстимые между собою предмета, какъ напримѣръ: правая и лѣвая перчатка одной и той же пары перчатокъ, или какъ какая нибудь вещь и ея изображеніе въ зеркалѣ.

Согласуясь съ методою Наумана, правый гироэдръ можно обозначить кристаллографическимъ знакомъ $= r\,\frac{mOn}{2}$, а лѣвый $= l\,\frac{mOn}{2}$. Здѣсь, знаменатель 2 показываетъ, что гироэдръ состоитъ изъ половины числа плоскостей сорокавосьмигранника mOn, а буквы r и l — суть начальныя буквы словъ: rechts (правый) и links (лѣвый).

Гироэдрическая геміэдрія хотя и возможна, однако же до сихъ поръ ещё не была встрѣчена въ природѣ, и потому мы не будемъ болѣе о ней распространяться. Мы замѣтимъ только, что, если законъ этой геміэдріи примѣнить ко всѣмъ прочимъ гомоэдрическимъ формамъ правильной системы (разсматривая эти формы какъ будто бы онѣ были настоящіе сорокавосьмигранники), то на каждую ихъ плоскость придётся: часть долженствующая исчезнуть, и часть долженствующая растянуться; а слѣдственно: ни одна изъ этихъ формъ, будучи подвержена означенной геміэдріи, не измѣнитъ своего наружнаго вида.

ДОДЕКАЭДРИЧЕСКАЯ ГЕМІЭДРІЯ.

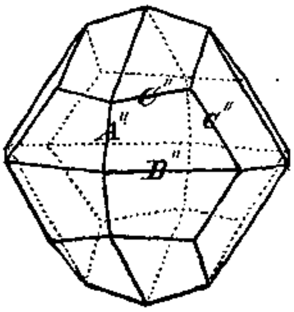
Сорокавосьмигранникъ $= mOn$, будучи подвергнутъ додекаэдрической геміэдріи, даетъ два *преломленныхъ пентагональныхъ додекаэдра*, которые совершенно равны и подобны, и только различаются своимъ положеніемъ. Одну изъ этихъ формъ можно означить чрезъ $+\left[\frac{mOn}{2}\right]$, а другую чрезъ $-\left[\frac{mOn}{2}\right]$.

Познакомимся же съ этими формами подробнѣе.

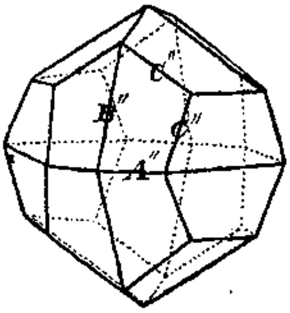
Преломленные пентагональные додекаэдры (діакисдодекаэдры).

Формы эти ограничены 24-ю плоскостями, имѣютъ 48 краевъ и 26 угловъ, (Фиг. 54 и 55).

Фиг. 54.



Фиг. 55.



Плоскости суть равнобедренные трапецоиды, а также иногда трапецы.

Края трехъ родовъ: 12 симметрическихъ (A''), возвышающихся попарно надъ правильными краями вписаннаго пентагональнаго додекаэдра, 12 симметрическихъ (B''), возвышающихся надъ плоскостями вписаннаго пентагональнаго додекаэдра, и 24 неправильныхъ края (C'').

Углы трехъ родовъ: 6 ромбическихъ, вершины которыхъ совпадаютъ съ вершинами угловъ, 8 тригональныхъ, возвышающихся надъ плоскостями, и 12 неправильныхъ четырехгранныхъ, возвышающихся надъ краями вписаннаго октаэдра.

Главныя оси a соединяютъ вершины каждыхъ двухъ ромбическихъ противоположныхъ угловъ, а тригональныя оси T соединяютъ вершины каждыхъ двухъ противоположныхъ тригональныхъ угловъ. Ромбическія оси R не входятъ.

Изъ числа весьма многихъ, возможныхъ, преломленныхъ пентагональныхъ додекаэдровъ, въ особенности замѣчательны тѣ, которые ограничены *трапецами*. Въ этихъ послѣднихъ, каждая пара плоскостей имѣетъ *три параллельные* края, почему такія формы можно называть: *параллельнокрайными преломленными пентагональными додекаэдрами.*

Параллельнокрайные преломленные пентагональные додекаэдры легко узнаются потому, что въ кристаллографическихъ ихъ знакахъ $m = n^2$; напримѣръ форма $= \left[\frac{4O2}{2}\right]$ есть параллельнокрайный пентагональный додекаэдръ.

Для краевыхъ угловъ преломленнаго пентагональнаго додекаэдра $= \left[\frac{mOn}{2}\right]$, Науманъ вычисляетъ:

$$\cos A'' = -\frac{m^2n^2 - m^2 + n^2}{M}$$

$$\cos B'' = -\frac{m^2n^2+m^2-n^2}{M}$$

$$\cos C'' = -\frac{mn(m+n+1)}{M}$$

$$\text{гдѣ } M = m^2n^2+m^2+n^2$$

Если законъ додекаэдрической геміэдріи примѣнить ко всѣмъ прочимъ гомоэдрическимъ формамъ правильной системы (разсматривая эти формы, какъ будто бы онѣ были настоящіе сорокавосьмигранники), то получатся слѣдующіе результаты:

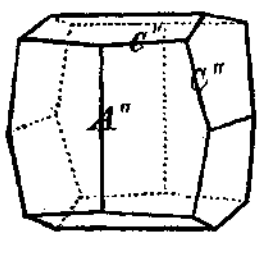
Такъ, какъ каждая *отдѣльная* плоскость пирамидальнаго куба $= \infty O n$ соотвѣтствуетъ *парѣ* плоскостей сорокавосьмигранника, или каждымъ его двумъ плоскостямъ, пересѣкающимся въ среднихъ его краяхъ (B), то очевидно, что въ каждомъ пирамидальномъ кубѣ, подвергшемся закону додекаэдрической геміэдріи, изчезнутъ поперемѣнно-лежащія плоскости, и растянутся промежуточныя. И такъ: изъ каждаго пирамидальнаго куба произойдутъ двѣ геміэдрическія формы, называемыя *пентагональными додекаэдрами*, совершенно равныя и подобныя, но различающіяся своимъ положеніемъ.

Одну изъ этихъ формъ можно означить чрезъ $+\left[\frac{\infty O n}{2}\right]$, а другую чрезъ $-\left[\frac{\infty O n}{2}\right]$. Разсмотримъ ихъ подробнѣе.

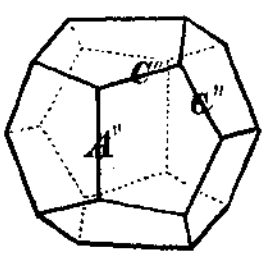
Пентагональные додекаэдры.

Формы эти ограничены 12-ю плоскостями, имѣютъ 30 краевъ и 20 угловъ (фиг. 56, 57 и 58).

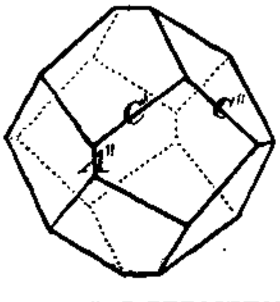
Фиг. 56.



Фиг. 57.



Фиг. 58.



Плоскости суть симметричекіе пентагоны (фигуры, имѣющія 4 равныя стороны C'', и 2 пары равныхъ угловъ).

Края двухъ родовъ: 6 правильныхъ (A''), возвышающихся надъ плоскостями, и 24 неправильныхъ (C''), возвышающихся надъ краями вписаннаго куба.

Углы двухъ родовъ: 8 тригональныхъ, и 12 неправильныхъ трехгранныхъ.

Главныя оси *a* соединяютъ средины каждыхъ двухъ правильныхъ краевъ, а тригональныя оси T — каждые два тригональные угла. Ромбическія оси R не входятъ.

Наружный видъ пентагональныхъ додекаэдровъ колеблется между кубомъ и ромбическимъ додекаэдромъ.

Для краевыхъ угловъ пентагональнаго додекаэдра $= \left[\frac{\infty O n}{2}\right]$, Науманъ вычисляетъ:

$$\cos A'' = -\frac{n^2-1}{n^2+1}$$

$$\cos C'' = -\frac{n}{n^2+1}$$

Не смотря на то, что возможны многіе пентагональные додекаэдры, въ натуральныхъ кристаллахъ *правильнаго пентагональнаго додекаэдра геометріи встрѣтиться однако же не можетъ.* Въ самомъ дѣлѣ, въ этомъ послѣднемъ $A'' = C''$, откуда получится $n = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$, т. е. *ирраціональная величина*, что противно основному закону кристаллообразованія.

Что касается до остальныхъ гомоэдрическихъ формъ, то трапецоэдръ $= mOm$, пирамидальный октаэдръ $= mO$, ромбическій додекаэдръ $= \infty O$, октаэдръ $= O$, и кубъ $= \infty O \infty$, будучи подвергнуты додекаэдрической геміэдріи, своего наружнаго вида не измѣнятъ. Въ справедливости этого не трудно увѣриться. Въ самомъ дѣлѣ, разсматривая эти формы, какъ будто бы онѣ были настоящіе сорокавосьмигранники, мы тотчасъ увидимъ, что на каждую ихъ плоскость придутся: элементы, которые должны исчезнуть, и элементы, которые должны остаться, какъ это усматривается изъ приложенныхъ фигуръ (фиг. 59, 60, 61, 62 и 63).

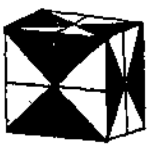
Фиг. 59.

Фиг. 60.

Фиг. 61.

Фиг. 62.

Фиг. 63.

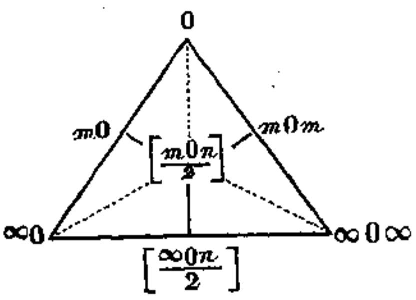


На данныхъ фигурахъ, бѣлыя мѣста плоскостей соотвѣтствуютъ остающимся парамъ, а черныя исчезающимъ.

Не смотря на то, что трапецоэдръ, пирамидальный октаэдръ, ромбическій додекаэдръ, октаэдръ и кубъ, подвергнувшись закону додекаэдрической геміэдріи, своего наружнаго вида не измѣняютъ, однако же, строго говоря, *значеніе* ихъ плоскостей содѣлывается въ этомъ случаѣ существенно *другимъ*. По этой то причинѣ, означенныя формы, въ минералахъ, представляющихъ пентагональный и преломленный пентагональный додекаэдры, должны быть принимаемы за настоящія геміэдрическія формы.

Для общаго обзора формъ и другихъ отношеній додекаэдрической геміэдріи, можетъ служить нижеслѣдующая хема (фиг. 64).

Фиг. 64.



Изъ этой хемы усматривается также съ перваго взгляда: какія формы измѣнили свою фигуру, и какія остались безъ перемѣны, при переходѣ ихъ въ геміэдрическое состояніе.

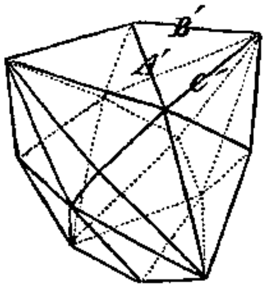
ТЕТРАЭДРИЧЕСКАЯ ГЕМІЭДРІЯ.

Сорокавосьмигранникъ $= mOn$, будучи подвергнутъ тетраэдрической геміэдріи, даетъ два *преломлённыхъ пирамидальныхъ тетраэдра*, которые совершенно равны и подобны, и только различаются своимъ положеніемъ. Одну изъ этихъ формъ можно означить чрезъ $+\frac{mOn}{2}$, а другую чрезъ $-\frac{mOn}{2}$. Опишемъ ихъ подробнѣе.

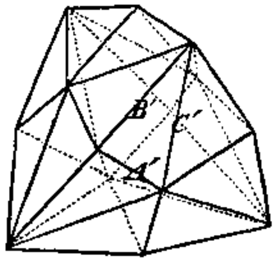
Преломленные пирамидальные тетраэдры (тетракистетраэдры).

Формы эти ограничены 24-ю плоскостями, имѣютъ 36 краевъ и 14 угловъ (фиг. 65 и 66).

Фиг. 65.



Фиг. 66.



Плоскости суть неравносторонніе треугольники.

Края симметрическіе и трехъ родовъ: 12 среднихъ (B'), возвышающихся попарно надъ краями вписаннаго тетраэдра; 12 длинныхъ (C') и 12 короткихъ (A'), возвышающихся надъ плоскостями вписаннаго тетраэдра.

Углы трехъ родовъ: 4 дитригональныхъ (иногда гексагональныхъ) острѣйшихъ, вершины которыхъ совпадаютъ съ вершинами угловъ вписаннаго тетраэдра; 4 такихъ же тупѣйшихъ, возвышающихся надъ плоскостями вписаннаго тетраэдра; и 6 ромбическихъ, возвышающихся надъ краями вписаннаго тетраэдра.

Главныя оси a соединяютъ каждые два противоположные ромбическіе угла, тригональныя оси T соединяютъ шестигранные острѣйшіе углы съ шестигранными тупѣйшими углами. Ромбическія оси R не входятъ.

Для краевыхъ угловъ преломленнаго пирамидальнаго тетраэдра $= \frac{mOn}{2}$, Науманъ вычисляетъ:

$$\cos A' = -\frac{mn\,(mn+2)}{M}$$

$$\cos B' = -\frac{mn\,(mn-2)}{M}$$

$$\cos C' = -\frac{n(2m^2+n)}{M}$$

$$\text{гдѣ } M = m^2n^2 + m^2 + n^2$$

Когда $B' = C'$ (т. е. когда шестигранные острѣйшіе углы суть углы гексагональные), тогда $n = \frac{2m}{m-1}$; напримѣръ: въ преломленномъ пирамидальномъ тетраэдрѣ $= 5O\frac{5}{2} = mO\frac{2m}{m-1}$, вышеозначенные углы — гексагональные.

Очевидно, что можетъ существовать множество преломленныхъ пирамидальныхъ тетраэдровъ.

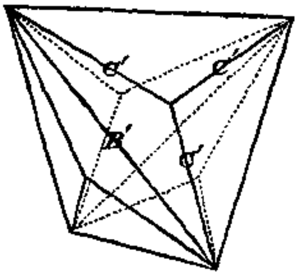
Если законъ тетраэдрической геміэдріи, подобнымъ же образомъ, какъ и прежде, мы примѣнимъ ко всѣмъ прочимъ гомоэдрическимъ формамъ правильной системы (разсматривая ихъ какъ будто бы онѣ были настоящіе сорокавосьмигранники), то получимъ слѣдующіе результаты:

Изъ каждаго трапецоэдра $= mOm$, произойдутъ два *пирамидальныхъ тетраэдра*, равныхъ и подобныхъ, но различающихся своимъ положеніемъ; одинъ изъ нихъ можно означить чрезъ $+\frac{mOm}{2}$, а другой чрезъ $-\frac{mOm}{2}$. Опишемъ ихъ подробнѣе.

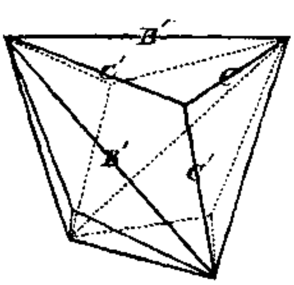
Пирамидальные тетраэдры (тригонъ-додекаэдры).

Формы эти ограничены 12-ю плоскостями, имѣютъ 18 краевъ и 8 угловъ (фиг. 67, 68 и 69).

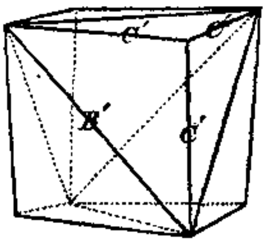
Фиг. 67.



Фиг. 68.



Фиг. 69.



Плоскости суть равнобедренные треугольники.

Края двухъ родовъ: 6 правильныхъ, длинныхъ (B′), совпадающихъ съ краями вписаннаго тетраэдра, и 12 симметрическихъ, короткихъ (C′), возвышающихся по три надъ плоскостями вписаннаго тетраэдра.

Углы двухъ родовъ: 4 шестигранныхъ, вершины которыхъ совпадаютъ съ вершинами угловъ вписаннаго тетраэдра, и 4 тригональныхъ, возвышающихся надъ плоскостями вписаннаго тетраэдра.

Главныя оси *a* соединяютъ средины каждыхъ двухъ противоположныхъ правильныхъ краевъ, а тригональныя оси T соединяютъ тригональные углы съ шестигранными. Ромбическія оси R не входятъ.

Для краевыхъ угловъ пирамидальнаго тетраэдра $= \frac{mOm}{2}$, Науманъ вычисляетъ:

$$\cos B' = -\frac{m^2-2}{m^2+2}$$

$$\cos C' = -\frac{2m+1}{m^2+2}$$

Слѣдственно: когда $m = 3$, тогда $B' = C'$; т. е. тогда шестигранные углы пирамидальнаго тетраэдра будутъ гексагональными; по этому $\frac{3O3}{2}$ имѣетъ гексагональные углы.

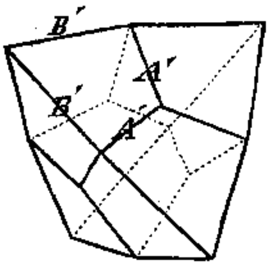
Очевидно, что можетъ существовать весьма много пирамидальныхъ тетраэдровъ. Наружный ихъ видъ колеблется между тетраэдромъ и кубомъ.

Изъ каждаго пирамидальнаго октаэдра $= mO$, произойдутъ два *делтоэдра*, равныхъ и подобныхъ, но различающихся своимъ положеніемъ; одинъ изъ нихъ можно означить чрезъ $+\frac{mO}{2}$, а другой чрезъ $-\frac{mO}{2}$. Опишемъ ихъ подробнѣе.

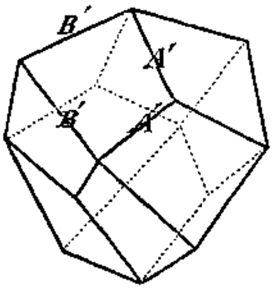
Дельтоэдры (дельтоидъ-додекаэдры).

Формы эти ограничены 12-ю плоскостями, имѣютъ 24 края и 14 угловъ (фиг. 70, 71 и 72).

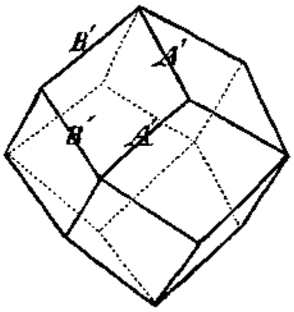
Фиг. 70.



Фиг. 71.



Фиг. 72.



Плоскости суть дельтоиды.

Края двухъ родовъ: 12 длинныхъ, острѣйшихъ (B′), возвышающихся попарно надъ краями вписаннаго тетраэдра, и 12 короткихъ, тупѣйшихъ (A′), возвышающихся надъ плоскостями вписаннаго татраэдра.

Углы трехъ родовъ: 4 тригональныхъ, острѣйшихъ, вершины которыхъ совпадаютъ съ вершинами угловъ вписаннаго тетраэдра, 4 такихъ же тупѣйшихъ, возвышающихся надъ плоскостями вписаннаго тетраэдра, и 6 ромбическихъ, возвышающихся надъ краями вписаннаго тетраэдра.

Главныя оси *a* соединяютъ каждые два противоположные ромбическіе угла, а тригональныя оси T соединяютъ тупѣйшіе тригональные углы съ острѣйшими. Ромбическія оси R не входятъ.

Для краевыхъ угловъ дельтоэдра $= \frac{mO}{2}$, Науманъ вычисляетъ:

$$\cos A' = -\frac{m(m+2)}{2m^2+1}$$

$$\cos B' = -\frac{m(m-2)}{2m^2+1}$$

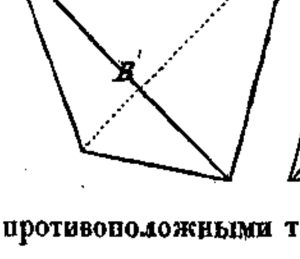
Очевидно, что можетъ существовать множество дельтоэдровъ; наружный ихъ видъ колеблется между тетраэдромъ и ромбическимъ додекаэдромъ.

Изъ октаэдра $= O$ происходятъ два *тетраэдра*. Такъ, какъ октаэдръ есть форма единственная въ своемъ родѣ, то понятно, что можетъ получиться всего только два тетраэдра, совершенно равныхъ и подобныхъ, но различающихся между собою положеніемъ. Одинъ изъ этихъ двухъ тетраэдровъ, можно означить чрезъ $+\frac{O}{2}$, а другой чрезъ $-\frac{O}{2}$. Опишемъ эту форму подробнѣе.

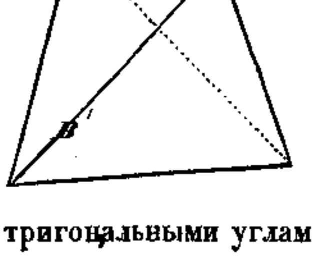
Тетраэдръ.

Форма эта ограничена 4 плоскостями, имѣетъ 6 краевъ и 4 угла (фиг. 73 и 74).

Фиг. 73.



Фиг. 74.



Плоскости суть равносторонніе треугольники.

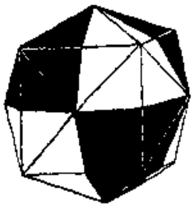
Края одного рода, правильные (B′). Краевой уголъ $B' = 70^\circ 31' 44''$, ибо $\cos B' = \frac{1}{3}$.

Углы одного рода, тригональные.

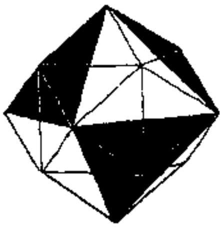
Главныя оси *a* соединяютъ средины каждыхъ двухъ противоположныхъ краевъ, а тригональныя оси T соединяютъ средины плоскостей съ противоположными тригональными углами. Ромбическія оси R не входятъ.

Что касается до остальныхъ гомоэдрическихъ формъ: пирамидальнаго куба, ромбическаго додекаэдра и куба, то эти послѣднія, будучи подвергнуты тетраэдрической геміэдріи, вида своего не перемѣнятъ, какъ это лучше объясняется нижеслѣдующими фигурами (75, 76 и 77).

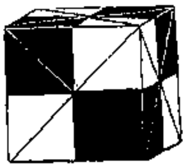
Фиг. 75.



Фиг. 76.

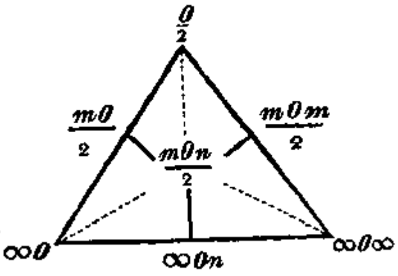


Фиг. 77.



Не смотря однако же на то, что означенныя формы своего наружнаго вида не перемѣняютъ, *значеніе* ихъ плоскостей становится *другимъ*. Въ тѣхъ минералахъ, которые кристаллизуются въ формахъ тетраэдрической геміэдріи, пирамидальный кубъ, ромбическій додекаэдръ и кубъ, должны быть разсматриваемы, какъ настоящія *геміэдрическія* формы.

Фиг. 78.



Для общаго обзора формъ и другихъ отношеній тетраэдрической геміэдріи, можетъ служить слѣдующая хема (фиг. 78).

Общее заключеніе касательно геміэдрическихъ формъ правильной системы.

Путь нами избранный для вывода геміэдрическихъ формъ правильной системы, несомнѣннымъ образомъ убѣждаетъ насъ, что въ системѣ этой, кромѣ вышеозначенныхъ геміэдрическихъ формъ, другихъ и существовать не можетъ. Если мы обратимъ вниманіе на нѣкоторыя отношенія тѣхъ изъ геміэдрическихъ формъ, которыя являются съ измѣненною наружностію, то мы тотчасъ замѣтимъ, что онѣ распадаются на двѣ группы; а именно: 1) на геміэдрическія формы *съ параллельными плоскостями*, и 2) на геміэдрическія формы *безъ параллельныхъ плоскостей*, или, другими словами, на формы *съ непараллельными плоскостями*.

Геміэдрическія формы съ параллельными плоскостями.

Сюда принадлежатъ:

Преломленные пентагональные додекаэдры $= \pm \left[\frac{mOn}{2}\right]$.

Пентагональные додекаэдры $= \pm \left[\frac{\infty On}{2}\right]$.

Геміэдрическія формы съ непараллельными плоскостями.

Сюда принадлежатъ:

Гироэдры $= r\,\frac{mOn}{2}$ и $l\,\frac{mOn}{2}$.

Преломленные пирамидальные тетраэдры $= \pm \frac{mOn}{2}$.

Пирамидальные тетраэдры $= \pm \frac{mOm}{2}$.

Дельтоэдры $= \pm \frac{mO}{2}$.

Тетраэдры $= \pm \frac{O}{2}$.

ТЕТАРТОЭДРИЧЕСКІЯ ФОРМЫ.

Возможность *тетартоэдріи* для формъ правильной системы, **Мосъ** доказалъ теоретическимъ путёмъ, уже лѣтъ сорокъ тому назадъ *). Несмотря однако же на это обстоятельство, тетартоэдрическія формы правильной системы были открыты въ природѣ не ранѣе, какъ въ 1853 г. **Раммельсбергомъ**, замѣтившимъ на одномъ и томъ же кубическомъ кристаллѣ *хлорноватокислаго натра* ($\dot{Na}\,\overset{\cdot\cdot\cdot}{\ddot{Cl}}$), и плоскости тетраэдра, и плоскости пентагональнаго додекаэдра **). **Раммельсбергъ** хотя и заявилъ тогда этотъ фактъ, но кажется, затруднялся объяснить его; ибо, по принципамъ тетраэдрической и додекаэдрической геміэдріи, тетраэдръ и пентагональный додекаэдръ, въ минералахъ *геміэдрическихъ*, не могутъ встрѣчаться вмѣстѣ. Первое объясненіе этого замѣчательнаго явленія было сдѣлано **Науманомъ** ***), который положительнымъ образомъ доказалъ, что кристаллы хлорноватокислаго натра суть *тетартоэдрическіе*, а не геміэдрическіе.

Самымъ простѣйшимъ и удобнѣйшимъ путемъ, мы можемъ вывести тетартоэдрическія формы правильной системы изъ формъ геміэдрическихъ, точно такимъ же образомъ, какъ были получены прежде геміэдрическія формы изъ гомоэдрическихъ. **Науманъ** разсматриваетъ тетартоэдрію правильной системы, какъ наклонно-плоскостную геміэдрію параллельно-плоскостныхъ геміэдрическихъ формъ; а именно, онъ предполагаетъ, что въ *преломленномъ пентагональномъ додекаэдрѣ*, каждыя три плоскости, лежащія въ *попеременныхъ октантахъ*, растягиваются, а между ними лежащія трехгранныя группы — исчезаютъ. При этомъ предположеніи, изъ каждаго преломленнаго пентагональнаго додекаэдра происходятъ двѣ совершенно особенныя формы, ограниченныя 12-ю неправильными пентагонами; мы будемъ ихъ называть, слѣдуя **Гайдингеру**, *тетартоэдрами*. Такъ, какъ преломленные пентагональные додекаэдры суть геміэдрическія формы, т. е. формы, состоящія изъ половины числа плоскостей той гомоэдрической формы (сорокавосьмигранника), изъ которой онѣ произошли, то понятно, что наши тетартоэдры должны состоять только изъ *четверти* числа плоскостей той же самой гомоэдрической формы (сорокавосьмигранника); слѣдственно общій знакъ ихъ будетъ $= \frac{mOn}{4}$.

---

*) *F. Mohs.* Grundriss der Mineralogie, Dresden, 1822, S. 60 und 168 (Fig. 22, 23, 24 und 25).

**) *Poggendorff*'s Annalen, 1853, Bd. XC, S. 15.

***) *Poggendorff*'s Annalen, 1855, Bd. XCV, S. 465.

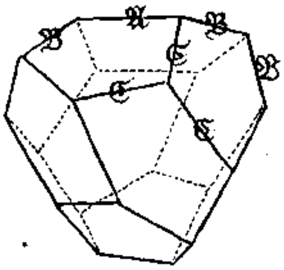
Для того, чтобы произвести тетартоэдры прямо изъ *сорокавосьмигранника*, слѣдуетъ вообразить себѣ, что въ каждой *попеременной* шестигранной группѣ плоскостей, исчезаютъ *три попеременныя* плоскости, а между ними лежащія растягиваются; другими словами: изъ каждыхъ шести плоскостей, лежащихъ въ *попеременныхъ октантахъ*, три остаются и три исчезаютъ. Тѣ же тетартоэдры могутъ быть, конечно, выведены также изъ *преломленнаго пирамидальнаго тетраэдра* (чрезъ растяженіе *попеременныхъ* его плоскостей и исчезновеніе между ними лежащихъ), и изъ *гироэдра* (чрезъ растяженіе трехгранныхъ группъ его плоскостей, лежащихъ въ поперемѣнныхъ октантахъ, какъ это допустилъ первоначально Мосъ).

Разсмотримъ теперь нѣсколько подробнѣе наши тетартоэдры.

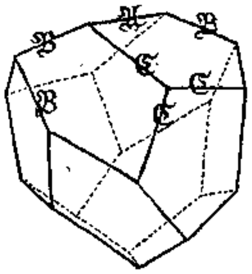
Тетартоэдры (тетраэдрическіе пентагональные додекаэдры).

Формы эти ограничены 12-ю плоскостями, имѣютъ 30 краевъ и 20 угловъ (фиг. 79, 80, 81 и 82).

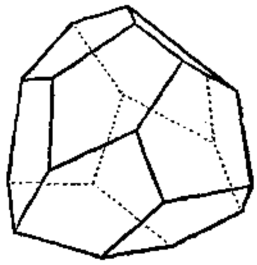
Фиг. 79.



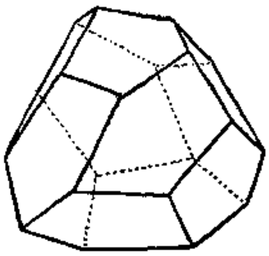
Фиг. 80.



Фиг. 81.



Фиг. 82.



Плоскости суть неправильные пентагоны, имѣющіе двѣ пары равныхъ краевъ, но у которыхъ всѣ пять угловъ различны.

Края неправильные, и трехъ родовъ: 6 краевъ (𝔄) проходятъ чрезъ концы главныхъ осей *a*, а прочіе, 12 острѣйшихъ (𝔅) и 12 тупѣйшихъ (ℭ), исходятъ по три, изъ концовъ тригональныхъ осей T.

Углы трехъ родовъ: 4 тригональныхъ острѣйшихъ, вершины которыхъ совпадаютъ съ вершинами угловъ вписаннаго тетраэдра; 4 тригональныхъ, тупѣйшихъ, возвышающихся надъ плоскостями вписаннаго тетраэдра; и 12 неправильныхъ трехгранныхъ угловъ, возвышающихся надъ краями вписаннаго тетраэдра.

Замѣчательное свойство каждыхъ двухъ тетартоэдровъ, происшедшихъ изъ одной и той же геміэдрической формы состоитъ въ томъ, что они, одинъ къ другому относятся, какъ *правый* и *лѣвый* предметъ; какъ напримѣръ: правая и лѣвая перчатка одной и той же пары перчатокъ. Науманъ это свойство формъ, при которомъ двѣ формы, имѣющія столь тѣсную между собою связь (каковы правый и лѣвый тетартоэдры), невозможно никакимъ образомъ совмѣстить одну съ другой, называетъ: *энантіоморфіею* (Enantiomorphie).

Такъ, какъ изъ каждаго сорокавосьмигранника происходятъ два преломленныхъ пентагональныхъ додекаэдра, а изъ каждаго изъ этихъ послѣднихъ два тетартоэдра, то, очевидно, что изъ каждаго сорокавосьмигранника можетъ произойти *двѣ пары*, т. е. *четыре* тетартоэдра. Въ каждой парѣ будетъ одинъ правый и одинъ лѣвый тетартоэдръ (т. е. получится всего: два правыхъ и два лѣвыхъ), изъ которыхъ каждые два одноимённые (два правые, или два лѣвые) будутъ отличаться только своимъ положеніемъ, и ихъ возможно совмѣстить одинъ съ другимъ (т. е. покрыть одинъ другимъ до полнаго совпаденія); напротивъ, два разноимённые тетартоэдра (т. е. правый и лѣвый), нельзя совмѣстить между собою никакимъ образомъ.

Если мы, точно такимъ же путёмъ какъ и прежде, примѣнимъ законъ описанной тетартоэдріи ко всѣмъ вообще гомоэдрическимъ формамъ правильной системы, разсматривая эти формы, какъ будто бы онѣ были настоящіе сорокавосьмигранники, то получимъ слѣдующіе результаты:

Сорокавосьмигранники превращаются въ *тетартоэдры.*

Трапецоэдры — въ *пирамидальные тетраэдры.*

Пирамидальные октаэдры — въ *дельтоэдры.*

Пирамидальные кубы — въ *пентагональные додекаэдры.*

Октаэдръ — въ *тетраэдръ.*

Что же касается до *ромбическаго додекаэдра* и *куба*, то наружный видъ этихъ формъ, въ тетартоэдрическомъ ихъ состояніи, не измѣняется.

Изъ всего вышесказаннаго прямо слѣдуетъ, что въ комбинаціяхъ кристалловъ, подверженныхъ тетартоэдріи, точно также возможно соединеніе тетраэдра съ пентагональнымъ додекаэдромъ, какъ этого ни подъ какимъ видомъ быть не можетъ въ комбинаціяхъ кристалловъ, подверженныхъ тетраэдрической и додекаэдрической геміэдріи.

Не лишено интереса оптическое открытіе, сдѣланное Марбахомъ въ тетартоэдрическихъ кристаллахъ хлорноватокислаго натра *). Марбахъ нашёлъ именно, что кристаллы означеннаго вещества обнаруживаютъ *круговую* поляризацію на право и на лѣво. И такъ, оптическія свойства хлорноватокислаго натра, вполнѣ согласуются съ кристаллографическими.

Для краевыхъ угловъ тетартоэдра $= \frac{mOn}{4}$, Науманъ вычисляетъ:

$$\cos \mathfrak{A} = -\frac{m^2n^2 - m^2 - n^2}{M}$$

$$\cos \mathfrak{B} = -\frac{mn(m - n - 1)}{M}$$

$$\cos \mathfrak{C} = -\frac{mn(m + n + 1)}{M} = \cos C''$$ (т. е. = косинусу краеваго угла C'' преломленнаго пентагональнаго додекаэдра).

гдѣ $M = m^2(n^2 + 1) + n^2$.

---

*) *Poggendorff*'s Annalen, Bd. XCI, 1854, S. 482.

ЛЕКЦІЯ ШЕСТАЯ.

КОМБИНАЦІИ ПРАВИЛЬНОЙ СИСТЕМЫ.

Въ одной изъ предъидущихъ лекцій, мы уже имѣли случай объяснить общее значеніе комбинацій, и потому теперь намъ предстоитъ только разсмотрѣть эти комбинаціи нѣсколько подробнѣе. Въ натуральныхъ кристаллахъ правильной системы, (равно какъ и въ кристаллахъ всѣхъ прочихъ системъ), совокупленіе простыхъ формъ между собою, т. е. образованіе комбинацій, подвержено опредѣленному закону (котораго выше, мы уже мимоходомъ также слегка коснулись), а именно: въ означенныхъ комбинаціяхъ бываютъ соединены гомоэдрическія формы съ гомоэдрическими, геміэдрическія съ геміэдрическими, тетартоэдрическія съ тетартоэдрическими. Не только никогда не случается, чтобы въ природѣ формы гомоэдрическія соединялись съ геміэдрическими или тетартоэдрическими, но и комбинаціи геміэдрическихъ формъ непроизвольны; ибо, формы тетраэдрической геміэдріи, соединяются только съ формами той же геміэдріи, а не съ какими нибудь другими геміэдрическими формами, формы додекаэдрической геміэдріи — только съ формами той же геміедріи и т. д. Конечно, говоря такимъ образомъ, мы не отдѣляемъ отъ геміэдрическихъ или тетартоэдрическихъ формъ, тѣ формы которыя, подвергаясь той или другой геміэдріи, или тетартоэдріи, не измѣняютъ своей фигуры; какъ напримѣръ: кубъ, ромбическій додекаэдръ и проч. Изъ всего, что было сказано въ предшествовавшихъ лекціяхъ должно быть понятно, что напримѣръ кубъ въ комбинаціяхъ гомоэдрическихъ, есть форма гомоэдрическая, въ комбинаціяхъ тетраэдрической геміэдріи — тетраэдрически-геміэдрическая, въ комбинаціяхъ додекаэдрической геміэдріи — додекаэдрически-геміэдрическая, въ комбинаціяхъ гироэдрической геміэдріи — гироэдрически-геміэдрическая, а въ комбинаціяхъ тетартоэдрическихъ — тетартоэдрическая. И такъ, всѣ комбинаціи правильной системы раздѣляются: на гомоэдрическія, геміэдрическія (тетраэдрически-геміэдрическія, додекаэдрическо-геміэдрическія и гироэдрическо-геміэдрическія) и тетартоэдрическія.

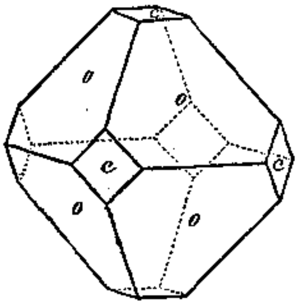
КОМБИНАЦІИ ГОМОЭДРИЧЕСКІЯ.

Можетъ существовать множество комбинацій этого рода, и нерѣдко нѣкоторыя изъ нихъ представляются весьма сложными. Обыкновенно, плоскости одной изъ формъ входящихъ въ данную комбинацію преобладаютъ, или, какъ говорятъ, господствуютъ надъ другими, отчего комбинація эта имѣетъ общій видъ господствующей формы, углы и края которой притуплены, пріострены и т. д. плоскостями прочихъ формъ. Господствующими формами, чаще другихъ, бываютъ: октаэдръ, кубъ и ромбическій додекаедръ.

Комбинаціи обозначаются знаками формъ ихъ составляющихъ. Знаки эти помѣщаются въ одинъ горизонтальный рядъ, и раздѣляются между собою точками; такъ напримѣръ: $O \,.\, \infty O \infty \,.\, mOm \,.\, \infty On$, означаетъ комбинацію, составленную изъ октаэдра, куба, трапецоэдра и пирамидальнаго куба. Знакъ господствующей формы можно ставить на первомъ мѣстѣ.

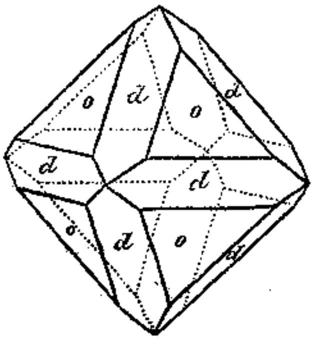
Иногда въ данной комбинаціи бываетъ совокуплено столько плоскостей, что разборъ ея (т. е. опредѣленіе тѣхъ формъ, къ которымъ относятся плоскости соединенныя въ комбинаціи) можетъ показаться, съ перваго взгляда, довольно затруднительнымъ. Однако же, при нѣкоторой послѣдовательности, нѣкоторой опытности, и при помощи треугольной хемы Наумана, можно достигнуть желаемой цѣли довольно простымъ способомъ. Прежде всего необходимо знать взаимное положеніе плоскостей трехъ единственныхъ въ своемъ родѣ формъ, а именно: если господствуетъ октаэдръ, то на какихъ его частяхъ помѣщаются подчиненныя плоскости куба и ромбическаго додекаэдра? Если господствуетъ кубъ, то гдѣ на нёмъ лежатъ подчиненныя плоскости октаэдра и ромбическаго додекаэдра? Если господствуетъ ромбическій додекаэдръ, то гдѣ на нёмъ лежатъ плоскости октаэдра и куба? По этому, разсмотримъ сперва относящіяся къ нашимъ вопросамъ комбинаціи. Принимая въ соображеніе расположеніе главныхъ осей a въ октаэдрѣ, кубѣ и ромбическомъ додекаэдрѣ, и отношеніе къ нимъ плоскостей этихъ формъ, не трудно убѣдиться, что:

Фиг. 83.



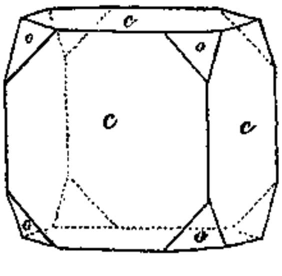
Въ октаэдрѣ $o = O$, плоскости куба $c = \infty O \infty$ притупляютъ углы (фиг. 83). Комбинацію эту можно означить слѣдующимъ образомъ: $O \,.\, \infty O \infty$.

Фиг. 84.



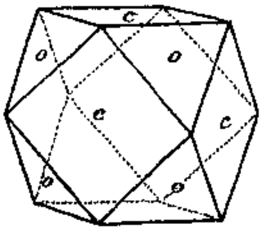
Въ октаэдрѣ $o = O$, плоскости ромбическаго додекаэдра $d = \infty O$ притупляютъ края (фиг. 84). И такъ имѣемъ: $O \,.\, \infty O$.

Фиг. 85.

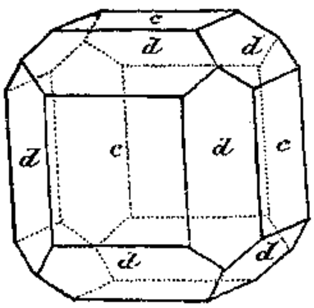


Въ кубѣ $c = \infty O \infty$, плоскости октаэдра $o = O$ притупляютъ углы (фиг. 85). Если въ комбинаціи этой притупляющія плоскости октаэдра распространены такъ, что кубическіе края совершенно исчезаютъ, то происходитъ такъ называемый средній кристалъ (фиг. 86). И такъ имѣемъ: $\infty O \infty \,.\, O$.

Фиг. 86.

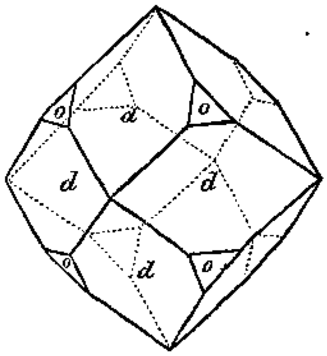


Фиг. 87.



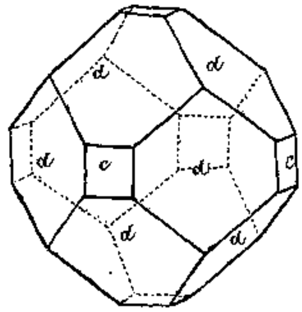
Въ кубѣ $c = \infty O \infty$, плоскости ромбическаго додекаэдра $d = \infty O$ притупляютъ края (фиг. 87). И такъ имѣемъ: $\infty O \infty . \infty O$.

Фиг. 88.



Въ ромбическомъ додекаэдрѣ $d = \infty O$, плоскости октаэдра $o = O$ притупляютъ тригональные углы (фиг. 88). И такъ имѣемъ: $\infty O . O$.

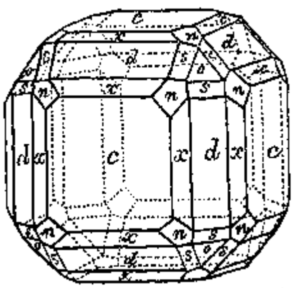
Фиг. 89.



Въ ромбическомъ додекаэдрѣ $d = \infty O$, плоскости куба $c = \infty O \infty$ притупляютъ тетрагональные углы (фиг. 89). И такъ имѣемъ: $\infty O . \infty O \infty$.

Зная хорошо взаимное положеніе плоскостей октаэдра, куба и ромбическаго додекаэдра, и отчасти пользуясь треугольною хемою Наумана, (стр. 40), можно разобрать весьма сложную комбинацію гораздо легче, нежели многіе учащіеся думаютъ. Для примѣра возмемъ комбинацію, представленную на фигурѣ 90. Комбинація эта составлена изъ 98 плоскостей, принадлежащихъ 6-ти различнымъ формамъ: *c*, *o*, *d*, *x*, *n* и *s*, и слѣдственно относится уже къ числу довольно сложныхъ комбинацій. Во первыхъ мы видимъ, что въ данной комбинаціи господствуетъ кубъ, края и углы котораго симметрически притуплены; слѣдственно: плоскости *c* принадлежатъ *кубу*, плоскости *o* — *октаэдру*, и плоскости *d* — *ромбическому додекаэдру*.

Фиг. 90.



Чтобы при дальнѣйшемъ опредѣленіи входящихъ въ комбинацію формъ, воспользоваться хемою Наумана, не должно упустить изъ вида слѣдующаго обстоятельства: всѣ плоскости, которыя лежатъ между двумя плоскостями двухъ единственныхъ въ своемъ родѣ формъ (т. е. куба, октаэдра и ромбическаго додекаэдра), и которыя пересѣкаются какъ между собою, такъ и съ двумя изъ помянутыхъ предѣльныхъ плоскостей, въ *параллельныхъ* краяхъ, — принадлежатъ перемѣннымъ формамъ одного и того же рода, и притомъ такимъ, для которыхъ предѣлами служатъ формы двухъ означенныхъ предѣльныхъ плоскостей. Такимъ образомъ плоскости, помѣщающіяся при сказанномъ выше условіи: между плоскостію куба и плоскостію октаэдра, принадлежатъ трапецоэдрамъ; между плоскостію октаэдра и плоскостію ромбическаго додекаэдра — пирамидальнымъ октаэдрамъ; между плоскостію куба и плоскостію ромбическаго додекаэдра — пирамидальнымъ кубамъ. Что касается до плоскостей сорокавосьмигранника, то вообще ихъ число и расположеніе такъ отличительны, что убѣдиться въ томъ, что онѣ принадлежатъ дѣйствительно сорокавосьмиграннику, бываетъ, обыкновенно, не трудно. Треугольная хема, въ этомъ случаѣ, также можетъ дать многія полезныя разъясненія, которыми каждый, внимательно изучившій эту хему, можетъ легко воспользоваться. Но обратимся къ нашему предмету.

Плоскость *s* лежитъ между плоскостями $o = O$ и $d = \infty O$, образуя съ ними параллельные края, слѣдственно плоскость *s* принадлежитъ *пирамидальному октаэдру* $= mO$; въ этомъ удостовѣряетъ насъ хема, въ которой знакъ mO стоитъ между знаками O и ∞O. Точно также, плоскость *x* лежитъ между плоскостями $c = \infty O \infty$ и $d = \infty O$, образуя съ ними параллельные края; слѣдственно *x* принадлежитъ *пирамидальному кубу* $= \infty On$. Наконецъ, плоскость *n* лежитъ между плоскостями $o = O$ и $c = \infty O \infty$. Такъ, какъ плоскость *n* не пересѣкается непосредственно съ плоскостію *o*, то конечно, для разрѣшенія вопроса, нельзя примѣнить буквально выше приведенной методы; въ этомъ случаѣ слѣдуетъ прибѣгнуть къ другимъ средствамъ. Если будетъ доказано (напримѣръ съ помощію гоніометра), что плоскость *n* съ плоскостями куба $c = \infty O \infty$ и октаэдра $o = O$ лежитъ въ одномъ поясѣ, т. е. образуетъ съ ними параллельные края, то обращаясь за тѣмъ къ хемѣ, мы увидимъ, что между знаками O и $\infty O \infty$, стоитъ знакъ mOm, и такимъ образомъ увѣримся, что плоскость *n* принадлежитъ трапецоэдру $= mOm$. И такъ, наша комбинація означится чрезъ:

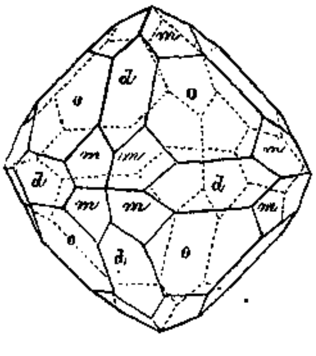
$$\infty O \infty \,.\, O \,.\, \infty O \,.\, mO \,.\, mOm \,.\, \infty On.$$

Если изложеннымъ способомъ цѣль достигается не всегда, то всё таки способъ этотъ оказываетъ значительную услугу въ наибольшей части случаевъ.

Коеффиціэнты *m* и *n* опредѣляются, если возможно посредствомъ пояснаго уравненія; въ противномъ же случаѣ вычисляются по даннымъ, полученнымъ чрезъ измѣреніе.

Для болѣе подробнѣйшаго ознакомленія съ различными гомоэдрическими комбинаціями правильной системы, опишемъ теперь нѣкоторыя изъ нихъ.

Фиг. 91.

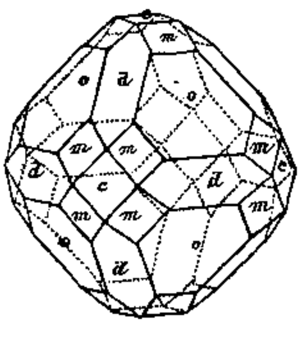


Фигура 91 представляетъ комбинацію, въ которой каждый край октаэдра $o = O$ притупленъ плоскостію ромбическаго додекаэдра $d = \infty O$, и каждый его уголъ заострёнъ четырьмя плоскостями трапецоэдра $m = 2O2$. И такъ имѣемъ:

$$O \,.\, \infty O \,.\, 2O2.$$

Комбинація эта встрѣчается въ кристаллахъ красной мѣдной руды, пирохлорѣ, и кристаллахъ другихъ минераловъ.

Фиг. 92.

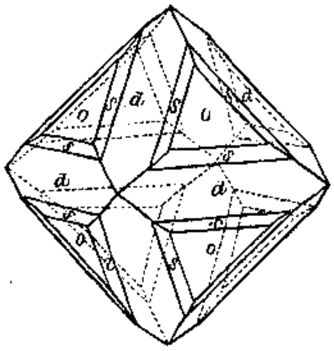


Фигура 92 представляетъ комбинацію, въ которой каждый край октаэдра $o = O$, притупленъ плоскостію ромбическаго додекаэдра $d = \infty O$, а каждый его уголъ заострёнъ четырьмя плоскостями трапецоэдра $m = 2O2$ и притупленъ притомъ плоскостію куба $c = \infty O \infty$. И такъ имѣемъ:

$$O \,.\, \infty O \infty \,.\, \infty O \,.\, 2O2.$$

Комбинація эта встрѣчается въ кристаллахъ уральской красной мѣдной руды.

Фиг. 93.

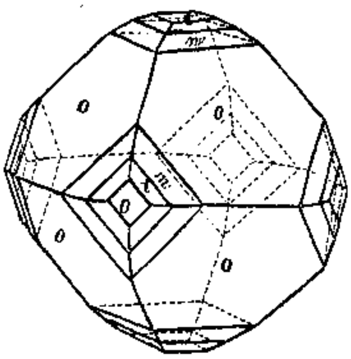


Фигура 93 представляетъ комбинацію, въ которой каждый край октаэдра $o = O$ притупленъ плоскостію ромбическаго додекаэдра $d = \infty O$, и каждый комбинаціонный край $\frac{o}{d}$ не симметрически (косвенно), притупленъ плоскостію пирамидальнаго октаэдра $s = 2O$. И такъ имѣемъ:

$$O \,.\, \infty O \,.\, 2O.$$

Комбинація эта встрѣчается въ кристаллахъ уральской красной мѣдной руды.

Фиг. 94.

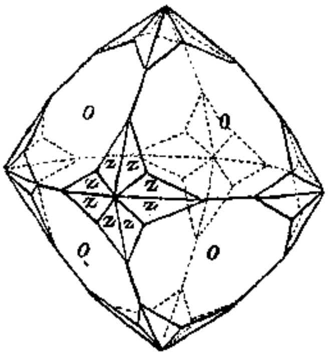


Фигура 94 представляетъ комбинацію, въ которой каждый уголъ октаэдра $o = O$ притупленъ плоскостію куба $c = \infty O \infty$, и заострёнъ плоскостями трапецоэдра $t = 3O3$, и каждый комбинаціонный край $\frac{t}{o}$ косвенно притупленъ плоскостію обыкновеннаго трапецоэдра $m = 2O2$. И такъ имѣемъ:

$$O \,.\, \infty O \infty \,.\, 2O2 \,.\, 3O3.$$

Комбинація эта опредѣлена мною въ кристаллахъ уральскаго пирохлора.

Фиг. 95.

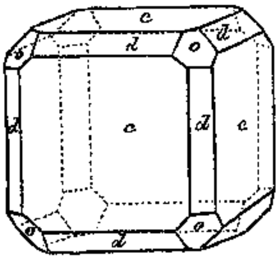


Фигура 95 представляетъ комбинацію, въ которой каждый уголъ октаэдра $o = O$ заострёнъ восемью плоскостями сорокавосьмигранника $z = mOn$. И такъ имѣемъ:

$$O \,.\, mOn.$$

Комбинація эта замѣчается, хотя и рѣдко, въ кристаллахъ красной мѣдной руды.

Фиг. 96.



Фигура 96 представляетъ комбинацію, въ которой каждый край куба $c = \infty O \infty$ притупленъ плоскостію ромбическаго додекаэдра $d = \infty O$, и каждый уголъ куба притупленъ плоскостію октаэдра $o = O$. И такъ имѣемъ:

$$\infty O \infty \,.\, O \,.\, \infty O.$$

Комбинація эта довольно часто встрѣчается въ кристаллахъ свинцоваго блеска и другихъ минераловъ.

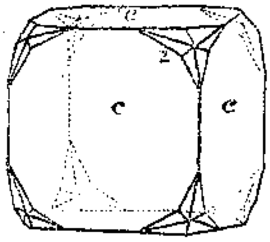
Фиг. 97.

Фигура 97 представляетъ комбинацію, въ которой каждый уголъ куба $c = \infty O \infty$ заострёнъ тремя плоскостями трапецоэдра $m = mOm$, насаженными на плоскостяхъ куба. И такъ имѣемъ:

$$\infty O \infty \,.\, mOm.$$

Комбинація эта не рѣдко замѣчается въ кристаллахъ анальцима.

Фиг. 98.

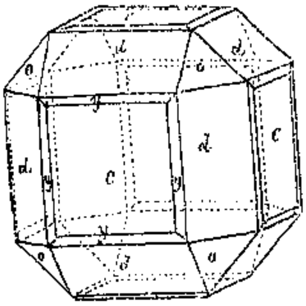


Фигура 98 представляетъ комбинацію, въ которой каждый уголъ куба $c = \infty O \infty$ заострёнъ шестью плоскостями сорокавосьмигранника $z = mOn$. И такъ имѣемъ:

$$\infty O \infty \,.\, mOn.$$

Комбинація эта замѣчается иногда въ кристаллахъ плавиковаго шпата.

Фиг. 99.

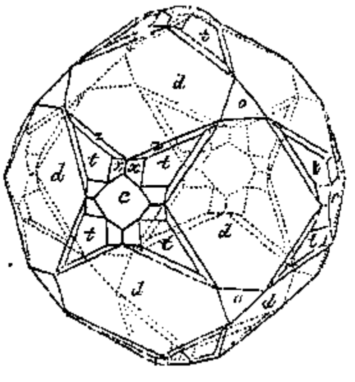


Фигура 99 представляетъ комбинацію, въ которой каждый край куба $c = \infty O \infty$ притупленъ плоскостію ромбическаго додекаэдра $d = \infty O$, каждый уголъ притупленъ плоскостію октаэдра $o = O$, и каждый комбинаціонный край $\frac{c}{d}$ косвенно притупленъ плоскостію пирамидальнаго куба $y = \infty O5$. И такъ имѣемъ:

$$\infty O \infty \,.\, \infty O \,.\, O \,.\, \infty O5.$$

Комбинація эта опредѣлена мною въ кристаллахъ уральской красной мѣдной руды.

Фиг. 100.

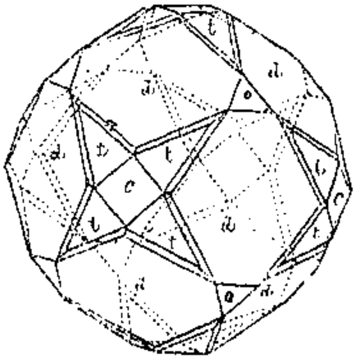


Фигура 100 представляетъ замѣчательную комбинацію, опредѣленную мною въ кристаллахъ магнитнаго желѣзняка изъ Ахматовской копи, на Уралѣ *). Въ комбинаціи этой, господствуетъ ромбическій додекаэдръ $d = \infty O$, котораго: 1) каждый тригональный уголъ притупленъ плоскостію октаэдра $o = O$; 2) каждый тетрагональный уголъ заострёнъ четырьмя плоскостями трапецоэдра $t = 3O3$ и шестью плоскостями сорокавосьмигранника $x = {}^{2}_{5}{}^{1}O3$, и вмѣстѣ съ тѣмъ, притупленъ плоскостію куба $c = \infty O \infty$; 3) каждый комбинаціонный край $\frac{d}{t}$ косвенно притупленъ плоскостію сорокавосьмигранника $z = 5O\frac{5}{3}$. И такъ мы имѣемъ:

$$\infty O \,.\, O \,.\, \infty O \infty \,.\, 3O3 \,.\, 5O\tfrac{5}{3} \,.\, {}^{2}_{5}{}^{1}O3.$$

Неизлишне замѣтить, что описанная комбинація составлена изъ 146 плоскостей.

Фиг. 101.



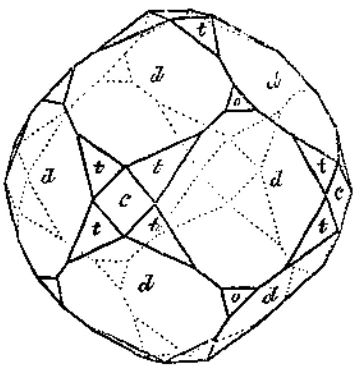
Фигура 101 представляетъ комбинацію, въ которой каждый тригональный уголъ ромбическаго додекаэдра $d = \infty O$, притупленъ плоскостію октаэдра $o = O$, каждый тетрагональный уголъ заостренъ четырьмя плоскостями трапецоэдра $t = 3O3$, и вмѣстѣ съ тѣмъ притупленъ плоскостію куба $c = \infty O \infty$, и каждый комбинаціонный край $\frac{d}{t}$ притупленъ косвенно плоскостію сорокавосьмигранника $z = 5O\frac{5}{3}$. И такъ имѣемъ:

$$\infty O \,.\, O \,.\, \infty O \infty \,.\, 3O3 \,.\, 5O\tfrac{5}{3}.$$

Комбинація эта опредѣлена мною также въ кристаллахъ магнитнаго желѣзняка изъ Ахматовской минеральной копи.

---

*) *«Матеріалы для минералогіи Россіи»*, Часть III, стр. 59 и 67.

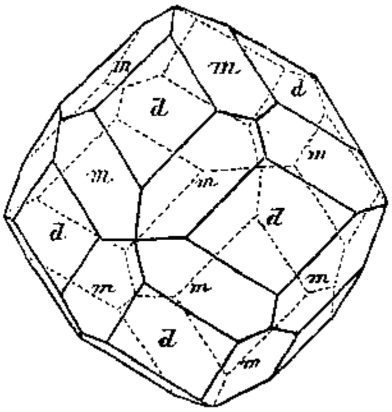


Фиг. 102.

Фигура 102 представляетъ комбинацію, въ которой каждый тригональный уголъ ромбическаго додекаэдра $d = \infty O$ притупленъ плоскостію октаэдра $o = O$, а каждый тетрагональный уголъ притупленъ плоскостію куба $c = \infty O \infty$, и вмѣстѣ съ тѣмъ заострёнъ четырьмя плоскостями трапецоэдра $t = 3O3$. И такъ имѣемъ:

$$\infty O \,.\, O \,.\, \infty O \infty \,.\, 3O3.$$

Комбинація эта замѣчается въ крист. магнитнаго желѣзняка.



Фиг. 103.

Фигура 103 представляетъ комбинацію, въ которой каждый край ромбическаго додекаэдра $d = \infty O$, притупленъ плоскостію обыкновеннаго трапецоэдра $m = 2O2$. И такъ имѣемъ:

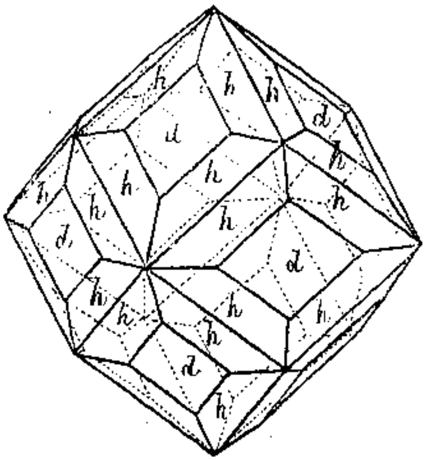
$$\infty O \,.\, 2O2.$$

Комбинація эта довольно часто встрѣчается въ кристаллахъ граната.

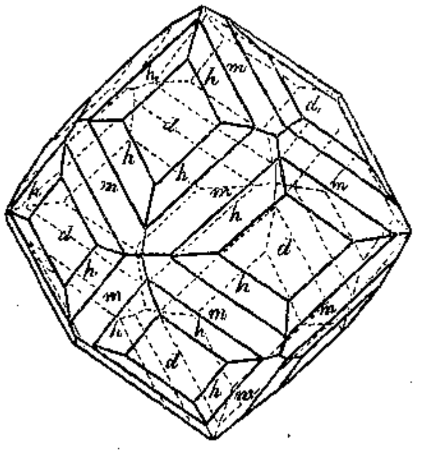
Фигура 104 представляетъ комбинацію, въ которой каждый край ромбическаго додекаэдра $d = \infty O$, пріострёнъ плоскостями сорокавосьмигранника $h = 4O\frac{4}{3}$. И такъ имѣемъ:

$$\infty O \,.\, 4O\tfrac{4}{3}.$$

Комбинація эта опредѣлена мною въ кристаллахъ забайкальскаго гроссуляра (разность граната).



Фиг. 104.



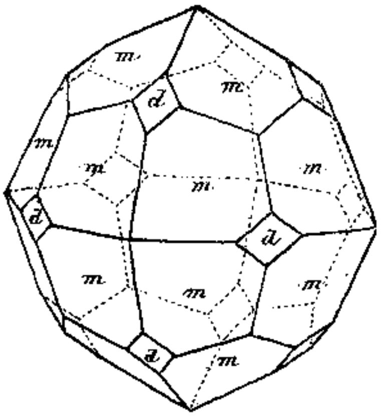
Фиг. 105.

Фигура 105 представляетъ комбинацію, въ которой каждый край ромбическаго додекаэдра $d = \infty O$ притупленъ плоскостію обыкновеннаго трапецоэдра $m = 2O2$, и каждый комбинаціонный край $\frac{d}{m}$ косвенно притупленъ плоскостію сорокавосьмигранника $h = 4O\frac{4}{3}$. И такъ имѣемъ:

$$\infty O \, . \, 2O2 \, . \, 4O\tfrac{4}{3}.$$

Комбинація эта опредѣлена мною въ кристаллахъ забайкальскаго гроссуляра.

Фиг. 106.

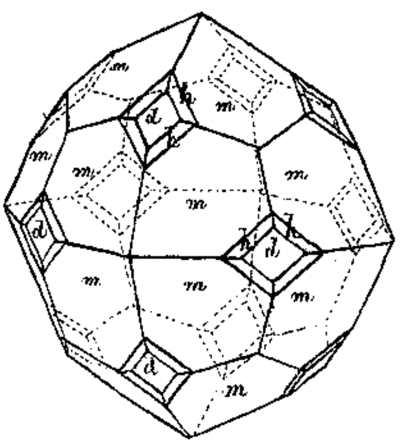


Фигура 106 представляетъ комбинацію, въ которой каждый четырехгранный ромбическій уголъ трапецоэдра $m = 2O2$, притупленъ плоскостію ромбическаго додекаэдра $d = \infty O$. И такъ имѣемъ:

$$2O2 \, . \, \infty O.$$

Комбинація эта часто замѣчается въ кристаллахъ граната.

Фиг. 107.



Фигура 107 представляетъ комбинацію, въ которой каждый четырехгранный ромбическій уголъ трапецоэдра $m = 2O2$, притупленъ плоскостію ромбическаго додекаэдра $d = \infty O$, и каждый комбинаціонный край $\frac{d}{m}$ притупленъ плоскостію сорокавосьмигранника $h = 4O\frac{4}{3}$.

Комбинація эта замѣчается иногда въ кристаллахъ граната.

Вычисленіе коэфиціентовъ m и n кристаллографическихъ знаковъ, производится: или при помощи величинъ, получённыхъ измѣреніемъ, или посредствомъ уравненія поясовъ (стр. 20), не прибѣгая къ измѣреніямъ. Для этой цѣли, часто могутъ служить съ большою пользою многія формулы, данныя **Науманомъ** въ его превосходной книгѣ «*Anfangsgründe der Krystallographie*».

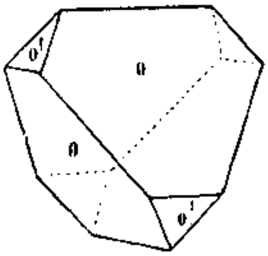
КОМБИНАЦІИ ГЕМІЭДРИЧЕСКІЯ.

КОМБИНАЦІИ ТЕТРАЭДРИЧЕСКИ-ГЕМІЭДРИЧЕСКІЯ.

Какъ при разборѣ гомоэдрическихъ комбинацій, должно было знать взаимное положеніе плоскостей октаэдра, куба и ромбическаго додекаэдра, точно такъ, при разборѣ тетраэдрически-геміэдрическихъ комбинацій, должно хорошо знать взаимное положеніе плоскостей тетраэдра, куба и ромбическаго додекаэдра. Равномѣрно, при разборѣ этихъ комбинацій, треугольная хема **Наумана** можетъ быть употреблена съ такою же пользою какъ и прежде.

Опишемъ нѣсколько главнѣйшихъ тетраэдрически-геміэдрическихъ комбинацій.

Фиг. 108.

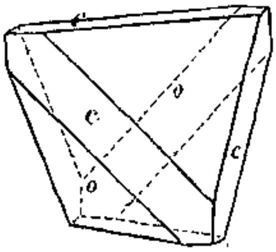


Фигура 108 представляетъ комбинацію, въ которой каждый уголъ тетраэдра $o = +\frac{O}{2}$ притупленъ плоскостію противоположнаго тетраэдра $o' = -\frac{O}{2}$. И такъ имѣемъ:

$$+\frac{O}{2} \cdot -\frac{O}{2}.$$

Комбинація эта замѣчается въ кристаллахъ гельвина, борацита, блёклой мѣдной руды, и проч.

Фиг. 109.

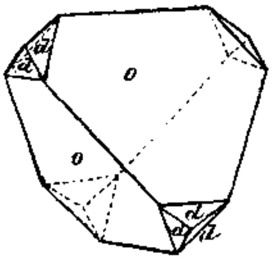


Фигура 109 представляетъ комбинацію, въ которой каждый край тетраэдра $o = +\frac{O}{2}$, притупленъ плоскостію куба $c = \infty O \infty$, И такъ имѣемъ:

$$+\frac{O}{2} \cdot \infty O \infty.$$

Комбинація эта замѣчается въ кристаллахъ борацита.

Фиг. 110.

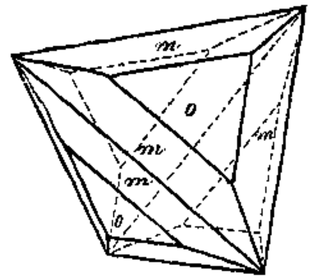


Фигура 110 представляетъ комбинацію, въ которой каждый уголъ тетраэдра $o = +\frac{O}{2}$, заострёнъ тремя плоскостями ромбическаго додекаэдра $d = \infty O$, насаженными на плоскостяхъ означеннаго тетраэдра. И такъ имѣемъ:

$$+\frac{O}{2} \cdot \infty O.$$

Комбинація эта встрѣчается въ кристаллахъ борацита.

Фиг. 111.

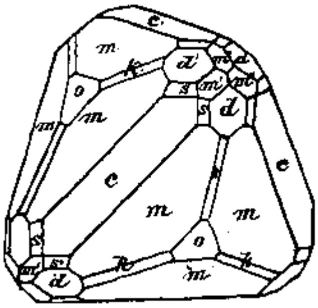


Фигура 111 представляетъ комбинацію, въ которой каждый край тетраэдра $o = +\frac{O}{2}$, пріострёнъ плоскостями пирамидальнаго тетраэдра $m = +\frac{2O2}{2}$. И такъ имѣемъ:

$$+\frac{O}{2} \cdot +\frac{2O2}{2}.$$

Комбинація эта встрѣчается въ кристаллахъ блёклой мѣдной руды.

Фиг. 112.



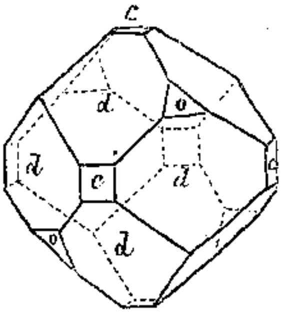
Фигура 112 представляетъ довольно сложную комбинацію блёклой мѣдной руды. По тѣмъ правиламъ, которыя были изложены при гомоэдрическихъ комбинаціяхъ, найдется, что комбинація эта состоитъ изъ слѣдующихъ формъ: пирамидальнаго тетраэдра $m = +\frac{2O2}{2}$,*) пирамидальнаго тетраэдра $m' = -\frac{2O2}{2}$, тетраэдра $o = +\frac{O}{2}$, ромбическаго додекаэдра $d = \infty O$, куба $c = \infty O \infty$, пирамидальнаго куба $s = \infty O3$, и дельтоэдра $k = +\frac{\frac{3}{2}O}{2}$. И такъ имѣемъ:

---

*) Мы принимаемъ здѣсь за $+\frac{2O2}{2}$ наиболѣе развитыя плоскости m, а за $-\frac{2O2}{2}$, менѣе развитыя плоскости m'; поэтому, также и обозначеніе прочихъ формъ знаками + и —, будетъ на оборотъ, въ сравненіи съ обозначеніемъ формъ предъидущихъ и послѣдующихъ фигуръ.

$$+\frac{2O2}{2}\,.\,-\frac{2O2}{2}\,.\,\infty O\infty\,.\,\infty O\,.\,+\frac{O}{2}\,.\,+\frac{\frac{3}{2}O}{2}\,.\,\infty O3.$$

Фиг. 113.

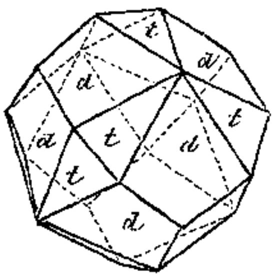


Фигура 113 представляетъ комбинацію, въ которой каждый тетрагональный уголъ ромбическаго додекаэдра $d = \infty O$, притупленъ плоскостію куба $c = \infty O\infty$, и каждый *попеременный* (черезъ одинъ) тригональный уголъ притупленъ плоскостію тетраэдра $o = +\frac{O}{2}$. И такъ имѣемъ:

$$\infty O\,.\,+\frac{O}{2}\,.\,\infty O\infty.$$

Комбинація эта замѣчается въ кристаллахъ борацита.

Фиг. 114.

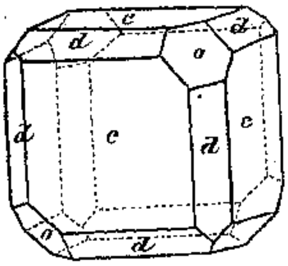


Фигура 114 представляетъ комбинацію, въ которой каждый тетрагональный уголъ ромбическаго додекаэдра $d = \infty O$, пріострёнъ двумя плоскостями пирамидальнаго тетраэдра $t = +\frac{3O3}{2}$; пріостряющія плоскости насажены на каждыхъ двухъ противоположныхъ краяхъ ромбическаго додекаэдра. И такъ имѣемъ:

$$\infty O\,.\,+\frac{3O3}{2}.$$

Комбинація эта замѣчается въ кристаллахъ цинковой обманки.

Фиг. 115.



Фигура 115 представляетъ комбинацію, въ которой каждый край куба $c = \infty O\infty$, притупленъ плоскостію ромбическаго додекаэдра $d = \infty O$, и каждый *попеременный* уголъ—плоскостію тетраэдра $o = +\frac{O}{2}$. И такъ имѣемъ:

$$\infty O\infty\,.\,+\frac{O}{2}\,.\,\infty O.$$

Комбинація эта встрѣчается въ кристаллахъ борацита.

Въ тетраэдрически-геміэдрическихъ формахъ, обыкновенно господствуетъ тетраэдръ, или ромбическій додекаэдръ, или также кубъ; пирамидальный тетраэдръ является рѣдко господствующимъ.

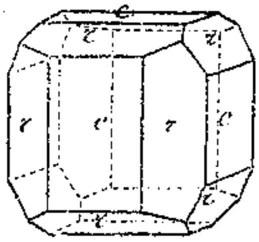
Такъ, какъ въ комбинаціяхъ тетраэдрической геміэдріи, кубъ, ромбическій додекаэдръ и пирамидальный кубъ, являются безъ измѣненія своей наружной формы, то до тѣхъ поръ, пока въ кристаллахъ даннаго минерала, кромѣ означенныхъ трёхъ формъ, другихъ неизвѣстно, или пока не представится нѣкоторыхъ физическихъ отношеній (какъ напр. бороздъ на плоскостяхъ и т. п.), вопросъ: къ какому кристаллическому ряду принадлежитъ данный минералъ, т. е. къ гомоэдрическому или къ геміэдрическому? будетъ оставаться не разрѣшённымъ. Штрихи или борозды, на плоскостяхъ натуральныхъ кристалловъ, служатъ часто хорошимъ признакомъ для распознанія геміэдріи; такъ напримѣръ: кубъ, плоскости котораго покрыты штрихами, идущими параллельно поперемѣннымъ діагоналямъ этихъ плоскостей, принадлежитъ несомнѣнно къ тетраэдрическому кристаллическому ряду.

КОМБИНАЦІИ ДОДЕКАЭДРИЧЕСКИ-ГЕМІЭДРИЧЕСКІЯ.

Въ слѣдствіе того, что въ кристаллическомъ ряду этой геміэдріи, только *двѣ* формы являются въ измѣнённомъ видѣ (сорокавосьмигранникъ и пирамидальный кубъ), а всѣ прочія остаются безъ всякой перемѣны, то до тѣхъ поръ, пока означенныя двѣ формы не извѣстны, или пока не представится нѣкоторыхъ физическихъ отношеній (каковы штрихи и т. п.), вопросъ: принадлежитъ ли данный кристаллическій рядъ къ гомоэдрическому или къ додекаэдрически геміэдрическому? будетъ не разрѣшёнъ.

Опишемъ нѣсколько главнѣйшихъ комбинацій додекаэдрической геміэдріи.

Фиг. 116.

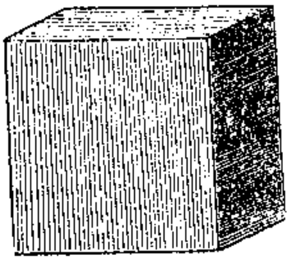


Фигура 116 представляетъ комбинацію, въ которой каждый край куба $c = \infty O \infty$, несимметрически (косвенно) притупленъ плоскостію пентагональнаго додекаэдра $r = + \left[\frac{\infty O2}{2}\right]$. И такъ имѣемъ:

$$\infty O \infty \,.\, + \left[\frac{\infty O2}{2}\right].$$

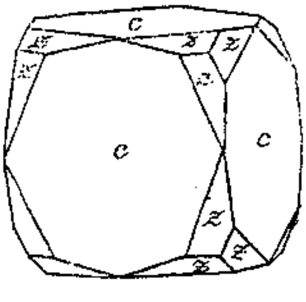
Весьма часто въ натуральныхъ кристаллахъ, комбинація эта образована бываетъ колебательнымъ путёмъ, отчего происходитъ множество полосъ плоскостей пентагональнаго додекаэдра, перемежающихся съ полосами плоскостей куба. Это явленіе представляется иногда въ столь маломъ масштабѣ, что самый кристаллъ получаетъ видъ куба, съ плоскостями покрытыми штрихами, какъ показано на фигурѣ 117.

Фиг. 117.



Комбинація эта встрѣчается весьма часто въ кристаллахъ желѣзнаго колчедана.

Фиг. 118.

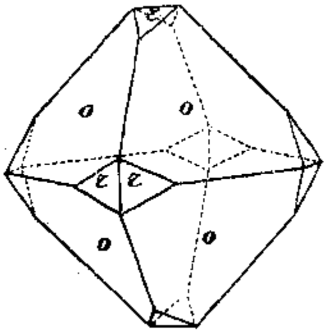


Фигура 118 представляетъ комбинацію, въ которой каждый уголъ куба $c = \infty O \infty$ заострёнъ тремя плоскостями параллельнокрайнаго преломленнаго пентагональнаго додекаэдра $z = + \left[\frac{4O2}{2}\right]$. Заостряющія плоскости насажены косвенно на краяхъ куба. И такъ имѣемъ:

$$\infty O \infty \,.\, + \left[\frac{4O2}{2}\right].$$

Комбинація эта замѣчается въ кристал. желѣзн. колчедана.

Фиг. 119.



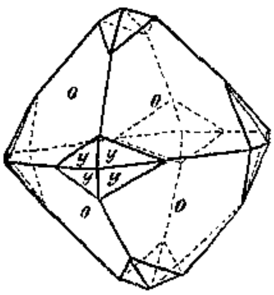
Фигура 119 представляетъ комбинацію, въ которой каждый уголъ октаэдра $o = O$, пріострёнъ двумя плоскостями пентагональнаго додекаэдра $r = + \left[\frac{\infty O2}{2}\right]$. Пріостряющія плоскости прямо насажены на каждыхъ двухъ противоположныхъ краяхъ октаэдра. Въ подобныхъ комбинаціяхъ, пентагональный додекаэдръ $+ \left[\frac{\infty O2}{2}\right]$, а именно въ знакѣ котораго $n = 2$, обнаруживается тѣмъ, что въ комбинаціяхъ этихъ комбинаціон-

ные края $\frac{o}{x}$ перпендикулярны къ одному изъ прилежащихъ краевъ октаэдра, т. е. идутъ параллельно діагоналямъ плоскости октаэдра. И такъ имѣемъ:

$$O\ .\ +\left[\frac{\infty O2}{2}\right].$$

Комбинація эта встрѣчается часто въ глянцевомъ кобальтѣ (кобальтовый блескъ) и въ желѣзномъ колчеданѣ.

Фиг. 120.

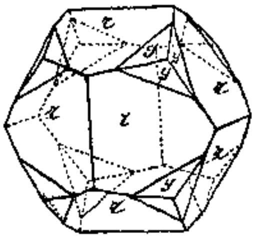


Фигура 120 представляетъ комбинацію, въ которой каждый уголъ октаедра $o = O$ заострёнъ четырьмя плоскостями преломленнаго пентагональнаго додекаэдра $y = +\left[\frac{mOn}{2}\right]$. Заостряющія плоскости насажены попарно на каждыхъ двухъ противоположныхъ краяхъ октаэдра. Если комбинаціонные края $\frac{o}{y}$, какъ показываетъ фигура 120, идутъ параллельно діагоналямъ плоскостей октаэдра, то въ знакѣ такого преломленнаго пентагональнаго додекаэдра, $n = \frac{2m}{m+1}$. Къ подобнымъ формамъ относятся напримѣръ: $\left[\frac{3O\frac{3}{2}}{2}\right]$ и $\left[\frac{5O\frac{5}{3}}{2}\right]$. И такъ имѣемъ:

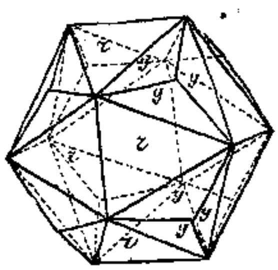
$$O\ .\ +\left[\frac{mOn}{2}\right].$$

Комбинація эта замѣчается иногда въ кристаллахъ желѣзнаго колчедана.

Фиг. 121.

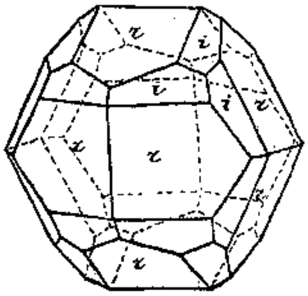


Фиг. 122.



Фигуры 121 и 122 представляютъ комбинацію, въ которой каждый тригональный уголъ, весьма часто встрѣчающагося пентагональнаго додекаэдра $r = +\left[\frac{\infty O2}{2}\right]$, заострёнъ тремя плоскостями. Если заостряющія плоскости суть *равнобедренные треугольники*, и если комбинаціонные края $\frac{y}{r}$ идутъ параллельно линіямъ, соединяющимъ вершины каждыхъ двухъ неправильныхъ угловъ (какъ это показано на фигурѣ 121 и 122), то эти пріостряющія плоскости принадлежатъ: преломленному пентагональному додекаэдру, въ знакѣ котораго, $n = \frac{2m}{m+1}$.

Фиг. 123.

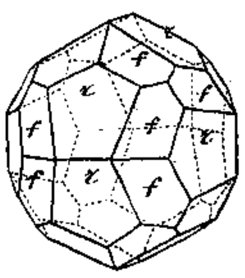


Фигура 123 представляетъ обыкновенный пентагональный додекаэдръ $+\left[\frac{\infty O2}{2}\right]$, тригональные углы котораго также заострены тремя плоскостями. Въ подобнаго рода комбинаціяхъ, заостряющія плоскости бываютъ иногда *трапецы*, иногда *трапецоиды*, и въ нихъ длиннѣйшій комбинаціонный край идётъ иногда параллельно съ линіею высоты пентагона, какъ это показано на фигурѣ

123. Заостряющія плоскости принадлежатъ преломленному пентагональному додекаэдру, или иногда и трапецоэдру.

Комбинаціи описаннаго свойства замѣчаются въ кристаллахъ желѣзнаго колчедана.

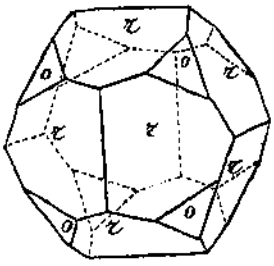
Фиг. 124.



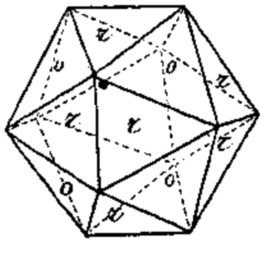
Фигура 124 представляетъ комбинацію, въ которой каждый неправильный край пентагональнаго додекаэдра $r = -\left[\frac{\infty O2}{2}\right]$, притупленъ плоскостію f. Притупляющія плоскости f могутъ принадлежать различнымъ формамъ, какъ напримѣръ: пирамидальному октаэдру$=$ $4O$, трапецоэдру $= \frac{5}{2}O\frac{5}{2}$, и другимъ. Въ натуральныхъ кристаллахъ, онѣ принадлежатъ большею частію преломленному пентагональному додекаэдру $= -\left[\frac{3O\frac{3}{2}}{2}\right]$.

Подобныя комбинаціи замѣчаются иногда въ кристаллахъ желѣзнаго колчедана.

Фиг. 125.



Фиг. 126.



Фигура 125 представляетъ комбинацію, въ которой каждый тригональный уголъ обыкновеннаго пентагональнаго додекаэдра $r= + \left[\frac{\infty O2}{2}\right]$, притупленъ плостностію октаэдра $o = O$. Когда плоскости октаэдра развиты до взаимнаго ихъ соприкосновенія, чрезъ что неправильные края пентагональнаго додекаэдра совершенно вытѣсняются, тогда происходитъ кристаллъ, средній между октаэдромъ и пентагональнымъ додекаэдромъ (фиг. 126), т. е. получается форма, похожая на икосаэдръ геометріи. Впрочемъ, эта форма отличается существеннымъ образомъ отъ геометрическаго икосаэдра тѣмъ, что ея треугольныя плоскости *двухъ родовъ*, а именно: 8 изъ нихъ суть равносторонніе треугольники (o), и 12 суть равнобедренные треугольники (r).

Комбинація эта замѣчается въ кристаллахъ глянцеваго кобальта (кобальтоваго блеска) и желѣзнаго колчедана.

ВЫЧИСЛЕНІЕ КОМБИНАЦІОННЫХЪ КРАЕВЪ.

Для вычисленія угла, который образуютъ плоскости какого нибудь даннаго комбинаціоннаго края (краеваго угла), можно пользоваться формулою Наумана:

$$\cos W = -\frac{\frac{1}{aa'} + \frac{1}{bb'} + \frac{1}{cc'}}{\sqrt{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}}\ \sqrt{\frac{1}{a'^2} + \frac{1}{b'^2} + \frac{1}{c'^2}}}$$

Формула эта весьма практична потому, что можетъ быть употреблена вообще для *всѣхъ* случаевъ, безъ исключенія. Въ этой формулѣ: чрезъ a, b, c означены параметры одной плоскости, напримѣръ F; а чрезъ a', b', c' — параметры другой плоскости, напримѣръ F'. Здѣсь предполагается, что отъ пересѣченія плоскостей F и F' происходитъ комбинаціонный край, уголъ W котораго желаютъ вычислить.

Положимъ, что требуется вычислить: краевой уголъ комбинаціоннаго края $\frac{t}{d}$ комбинаціи, представленной на фигурѣ 102 (стр. 59). Мы видимъ, что плоскость t принадлежитъ трапецоэдру $= 3O3$, а плоскость d принадлежитъ ромбическому додекаэдру $= \infty O$. Если мы сравнимъ первую плоскость съ F, а вторую съ F', то получимъ:

$$a = 3,\ b = 3,\ c = 1$$
$$a' = 1,\ b' = \infty,\ c' = 1$$

Подставляя эти величины въ формулу, мы найдёмъ, что она получитъ слѣдующій видъ:

$$\cos W = -\frac{4}{\sqrt{22}},\ \text{откуда вычисляется:}$$
$$W = \frac{t}{d} = 148^\circ\ 31'\ 4''.$$

Часто краевой уголъ даннаго комбинаціоннаго края, можетъ быть вычисленъ съ помощію формулъ Гаусса:

$$\cos \tfrac{1}{2} A = \sin\tfrac{1}{2}\ a \,.\, \frac{\sin \frac{1}{2}(B - C)}{\sin \frac{1}{2}\ (b - c)}$$

$$\operatorname{tg} \tfrac{1}{2}(b - c) = \operatorname{tg}\tfrac{1}{2}\ a \,.\, \frac{\sin \frac{1}{2}(B - C)}{\sin \frac{1}{2}\ (B + C)}$$

$$\operatorname{tg} \tfrac{1}{2}(b + c) = \operatorname{tg}\tfrac{1}{2}\ a \,.\, \frac{\cos \frac{1}{2}(B - C)}{\cos \frac{1}{2}(B + C)}$$

Формулы эти также весьма удобны потому, что могутъ быть употребляемы для всѣхъ кристаллическихъ системъ, безъ исключенія.

Чтобы показать, какимъ образомъ можно воспользоваться этими послѣдними формулами, вычислимъ по нимъ полученный нами выше краевой уголъ комбинаціоннаго края $\frac{t}{d}$ (фиг. 102, стр. 59).

Если мы вообразимъ себѣ поверхность (означимъ её напримѣръ чрезъ Θ), проходящую чрезъ ту главную кристаллографическую ось, къ которой прилегаетъ плоскость $t = 3O3$, и чрезъ край ромбическаго додекаэдра $d = \infty O$, на который прямо насажена плоскость t, то мы получимъ два угла наклоненія плоскостей: $d : \Theta = 60^\circ\ 0'\ 0''$ и $t : \Theta = 90^\circ 0' 0''$. Наибольшее изъ наклоненій означено въ формулахъ чрезъ B, а наименьшее чрезъ C; слѣдственно въ нашемъ случаѣ: $B = 90^\circ\ 0'\ 0''$, $C = 60^\circ\ 0' 0''$. Далѣе, въ этихъ формулахъ означено: чрезъ a плоскій уголъ, который образуютъ между собою линіи, происходящія отъ пересѣченія плоскостей t и d съ воображаемою поверхностію Θ, т. е. линіи $\frac{t}{\Theta}$ и $\frac{d}{\Theta}$; а чрезъ b и c, два прочіе плоскіе угла сферическаго треугольника. Такъ какъ край ромбическаго додекаэдра $d = \infty O$, наклоненъ къ главной кристаллографической оси подъ угломъ $= 54° 44' 9''$, а плоскость трапецоэдра $t = 3O3$ (а слѣдственно и линія $\frac{t}{\Theta}$) наклонена къ той же кристаллографической оси подъ угломъ $= 64° 45' 38''$, то очевидно, что плоскій уголъ a будетъ равенъ дополненію до 180° разности означенныхъ двухъ угловъ, т. е. $a = 169° 58' 29''$. По этому для подставленія въ формулы Гаусса, мы имѣемъ слѣдующія величины:

$$\begin{aligned} \tfrac{1}{2}\, a &= 84° 59' 15'' \\ \tfrac{1}{2}\, (B + C) &= 15° 0' 0'' \\ \tfrac{1}{2}\, (B - C) &= 75° 0' 0''. \end{aligned}$$

Производя самое вычисленіе, мы получаемъ:

$$\tfrac{1}{2}\, A = 74° 15' 32'', \text{ и слѣдственно:}$$

$$A = \frac{t}{d} = 148° 31' 4''.$$

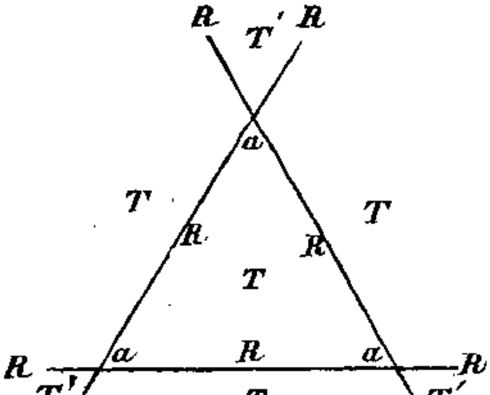
ЛЕКЦІЯ СЕДЬМАЯ.

ПОДРОБНОЕ ОБОЗНАЧЕНІЕ ПЛОСКОСТЕЙ ФОРМЪ ПРАВИЛЬНОЙ СИСТЕМЫ, ПРЕДЛОЖЕННОЕ ВЕЙСОМЪ.

Для краткаго обозначенія плоскостей формъ правильной системы, достаточно принимать въ соображеніе только три главныя кристаллографическія оси a, ибо всякая плоскость вполнѣ опредѣляется тремя параметрами, отложенными на этихъ трехъ осяхъ; но для болѣе подробнаго изслѣдованія свойствъ формъ означенной системы, равно какъ для вычисленій и другихъ соображеній, полезно также знать: на какихъ разстояніяхъ отъ центра, данная плоскость пересѣкаетъ не только три главныя оси a, но и промежуточныя оси: ромбическія R, и тригональныя T. Чтобы удовлетворить такому требованію, Вейсъ предложилъ особенный подробный знакъ. Въ знакъ этотъ введены не только просто 13 осей (3 главныхъ a, 6 ромбическихъ R и 4 тригональныхъ T), но и *обѣ ихъ противоположныя половины*, на которыхъ (а именно: на одной *или* на другой) означаемая плоскость получаетъ опредѣленный параметръ, и которыя относятся между собою какъ положительная и отрицательная величины.

Объяснимъ теперь этотъ способъ обозначенія обстоятельнѣе.

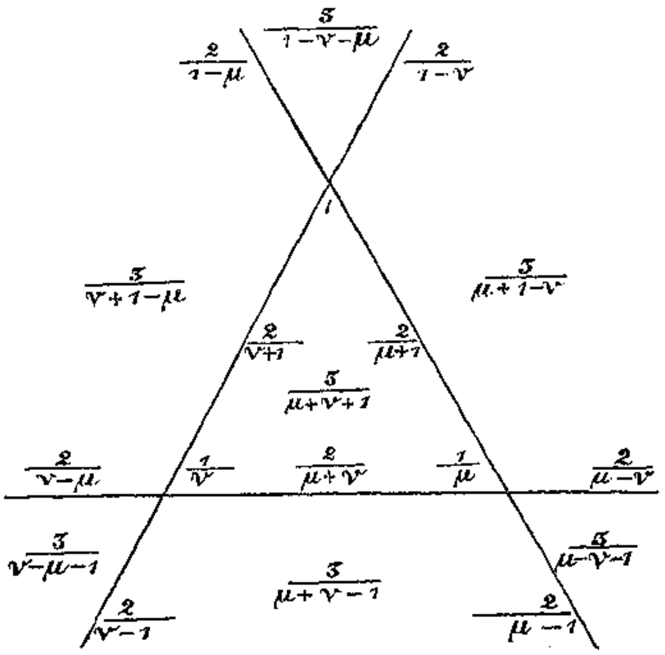
Берутъ сначала треугольникъ съ продолженными сторонами, и назначаютъ на полученной такимъ образомъ фигурѣ: мѣста для *обоихъ* конечныхъ пунктовъ, поименованныхъ выше осей. Величины параметровъ данной плоскости, приходящіяся на трехъ половинахъ главныхъ осей *a*, ставятъ при углахъ треугольника, на мѣстахъ *a*, *a*, *a*. Такъ, какъ параметры эти уже даны посредствомъ короткаго знака, то противоположныя ихъ половины обозначать излишне. Далѣе помѣщаютъ: на срединахъ сторонъ треугольника (R, R, R) — величины параметровъ плоскости на тѣхъ 3-хъ половинахъ ромбическихъ промежуточныхъ осей, которыя заключаются между тремя вышеозначенными, главными полуосями; а по срединѣ треугольникъ T — величину параметра, на тригональной промежуточной полуоси T, заключающейся между всѣми выше поименованными. По этому также не понадобится мѣста для противоположныхъ половинъ этихъ трехъ R и одного T. Что же касается до 3-хъ прочихъ ромбическихъ промежуточныхъ осей R, и 3-хъ тригональныхъ осей T, то обозначаемая плоскость можетъ получить извѣстный параметръ на той *или* на другой изъ ихъ половинъ. Такимъ образомъ въ подробный знакъ войдутъ ещё 12 величинъ, соотвѣтствующихъ параметрамъ послѣднихъ осей. Эти величины займутъ въ знакѣ слѣдующія мѣста: величины ромбическихъ полуосей, — на продолженныхъ сторонахъ треугольника (R, R; R, R; R, R); а величины тригональныхъ полуосей — на пространствахъ продолженной площади треугольника (T, T'; T, T'; T, T'). Здѣсь каждыя R и R, T и T' означаютъ очевидно каждые два противоположные конца ромбическихъ и тригональныхъ осей.



Изъ подробнаго знака **Вейса**, легко усмотрѣть всю послѣдовательность симметріи, какъ главныхъ осей *a*, такъ и промежуточныхъ R и T; для этого стоитъ только вообразить, что тригональная промежуточная ось T, конечный пунктъ которой занимаетъ центръ фигуры, обращена къ глазу.

Въ самомъ дѣлѣ, при этомъ предположеніи, тотчасъ усматриваются всѣ оси на принадлежащихъ имъ мѣстахъ, и касательно положенія той или другой изъ нихъ, не можетъ возродиться никакаго недоразумѣнія.

Вейсъ, для параметровъ данной плоскости, на каждой изъ означенныхъ въ знакѣ полуосей, получилъ весьма симметрическія формулы. Если допустить, что данная плоскость, которую хотятъ выразить подробнымъ знакомъ **Вейса**, обозначена короткимъ знакомъ такъ: $(a : \frac{1}{\mu} a : \frac{1}{\nu} a)$, гдѣ вообще $\mu \geqq \nu \geqq 1$, то подробный знакъ этой плоскости получитъ слѣдующій видъ:



Касательно этого знака, должно сдѣлать слѣдующія весьма важныя замѣчанія, которыхъ нельзя упускать изъ вида:

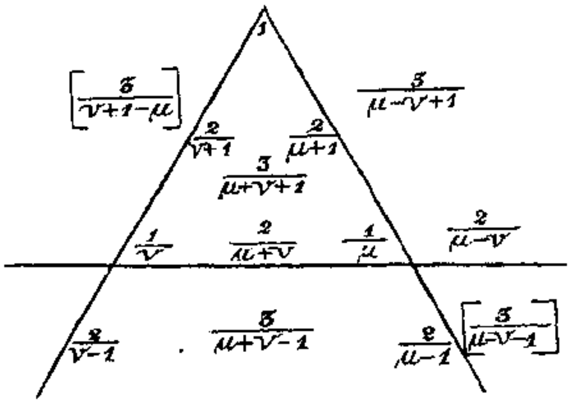
1) Къ написаннымъ коэфиціентамъ: 1, $\frac{1}{\nu}$, $\frac{1}{\mu}$, не присоединены ихъ множители a; къ коэфиціентамъ $\frac{2}{\mu+\nu}$, $\frac{2}{\mu+1}$ и т. д. не присоединены ихъ множители R; къ коэфиціентамъ $\frac{3}{\mu+\nu+1}$, $\frac{3}{\mu+\nu-1}$, и т. д. не присоединены ихъ множители T. Такъ поступлено, какъ потому, что уже самые числители коэфиціентовъ показываютъ къ какимъ осямъ эти послѣдніе относятся, такъ и для того, чтобы не сдѣлать знака слишкомъ пёстрымъ. Не трудно, въ самомъ дѣлѣ замѣтить, что: всѣ коэфиціенты, которыхъ числители $=$ 1, (каковы: $\frac{1}{1}$, $\frac{1}{\nu}$, $\frac{1}{\mu}$), принадлежатъ къ a; всѣ коэфиціенты, которыхъ числители $=$ 2 (каковы: $\frac{2}{\mu+\nu}$, $\frac{2}{\mu+1}$ и т. д.), принадлежатъ къ R; всѣ коэфиціенты, которыхъ числители $=$ 3 (каковы: $\frac{3}{\mu+\nu+1}$, $\frac{3}{\mu+\nu-1}$, и т. д.) принадлежатъ къ T.

2) Въ подробномъ знакѣ, за единицу для главныхъ осей принята длина отъ центра до вершины угла октаэдра, т. е. a; за единицу для ромбическихъ промежуточныхъ осей R, принята длина отъ центра октаэдра до средины его края; за единицу для тригональныхъ промежуточныхъ осей T, принята длина отъ центра октаэдра до центра его плоскости. Но намъ извѣстно, что $R = a\sqrt{\frac{1}{2}}$, и $T = a\sqrt{\frac{1}{3}}$; слѣдственно, если будетъ принято $a = 1$, то $R = \sqrt{\frac{1}{2}}$, $T = \sqrt{\frac{1}{3}}$. И такъ, если-бъ мы захотѣли написать подробный знакъ **Вейса**, принимая для измѣренія всѣхъ трехъ осей (a, R и T) одну и ту же единицу, напримѣръ $a = 1$, то формулы для ромбическихъ и тригональныхъ промежуточныхъ осей, поставленныя въ знакѣ, получили бы слѣдующій видъ: $\frac{2\sqrt{\frac{1}{2}}}{\mu+\nu} = \frac{\sqrt{2}}{\mu+\nu}$, $\frac{2\sqrt{\frac{1}{2}}}{\mu+1} = \frac{\sqrt{2}}{\mu+1}$, и т. д. $\frac{3\sqrt{\frac{1}{3}}}{\mu+\nu+1} = \frac{\sqrt{3}}{\mu+\nu+1}$, $\frac{3\sqrt{\frac{1}{3}}}{\mu+\nu-1} = \frac{\sqrt{3}}{\mu+\nu-1}$ и т. д.; т. е. въ предполагаемомъ случаѣ, стоило бы замѣнить въ этихъ формулахъ, каждый числитель $= 2$, величиною $\sqrt{2}$, и каждый числитель $= 3$, величиною $\sqrt{3}$.

Изъ этого прямо слѣдуетъ, что если бы мы также захотѣли воспользоваться подробнымъ знакомъ **Вейса** для вычисленій, мы должны бы были сперва произвести въ нёмъ вышеозначенныя замѣненія.

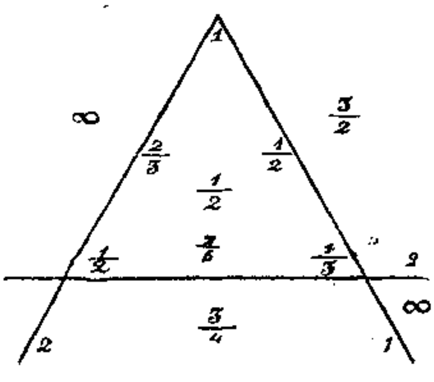
Формулы, входящія въ составъ подробнаго знака **Вейса**, такъ симметричны, что знакъ этотъ, не смотря на кажущуюся съ перваго взгляда его сложность, можетъ быть легко написанъ, безъ всякаго особеннаго подготовленія. Въ самомъ дѣлѣ: не трудно замѣтить, что каждый сложный знаменатель равенъ суммѣ тѣхъ простѣйшихъ знаменателей, которые принадлежатъ коэфиціентамъ двухъ *прямоугольныхъ* между собою членовъ, между которыми онъ помѣщается; такъ напримѣръ: коэфиціентъ $\frac{2}{\mu+\nu}$ лежитъ между $\frac{1}{\nu}$ и $\frac{1}{\mu}$ (т. е. между коэфиціентами двухъ прямоугольныхъ между собою членовъ), и его знаменатель равенъ суммѣ знаменателей этихъ послѣднихъ, и т. д.; коэфиціентъ $\frac{3}{\mu+\nu+1}$ помѣщается между 1 и $\frac{2}{\mu+\nu}$, между $\frac{1}{\nu}$ и $\frac{2}{\mu+1}$, и между $\frac{1}{\mu}$ и $\frac{2}{\nu+1}$, и знаменатель его равенъ суммѣ знаменателей тѣхъ или другихъ изъ этихъ трехъ родовъ парныхъ членовъ; коэфиціентъ $\frac{3}{\mu+1-\nu}$ помѣщается между $-\frac{1}{\nu}$ и $\frac{2}{\mu+1}$, между 1 и $\frac{2}{\mu-\nu}$, и между $\frac{1}{\mu}$ и $\frac{2}{1-\nu}$, и знаменатель его равенъ суммѣ тѣхъ или другихъ изъ этихъ трехъ родовъ парныхъ членовъ; и т. д.

Для спеціальныхъ знаковъ извѣстныхъ плоскостей, **Вейсъ** свой подробный знакъ упрощаетъ, ибо данная плоскость на самомъ дѣлѣ пересѣкаетъ только одинъ конецъ каждой изъ осей. По этой причинѣ, формулы соотвѣтствующія противоположнымъ половинамъ осей, **Вейсъ** выпускаетъ, исключая впрочемъ формулъ, принадлежащихъ одной изъ тригональныхъ осей (ибо данная плоскость можетъ пересѣкать тотъ или другой конецъ этой оси); эти послѣднія двѣ формулы **Вейсъ** заключаетъ въ скобки. Отъ подобнаго сокращенія, въ знакѣ останется изъ 19, только 13 коэфиціентовъ. Упрощенный знакъ получитъ слѣдующій видъ:



Что касается до коэфиціентовъ, поставленныхъ въ скобкахъ, то *нижній* изъ нихъ будетъ служить тогда, когда $(\mu-\nu)>1$, а *верхній* — когда $(\mu-\nu)<1$; когда же $\mu-\nu=1$, тогда оба коэфиціента, будутъ $=\infty$.

Возьмемъ для примѣра плоскость сорокавосьмигранника $=(a:\frac{1}{2}\,a:\frac{1}{3}\,a)$; плоскость эта выразится подробнымъ знакомъ, полагая $\mu=3$ и $\nu=2$, нижепоказаннымъ образомъ:



Изъ подробнаго знака **Вейса**, усматриваются часто съ перваго взгляда различныя отношенія, для вывода которыхъ, въ противномъ случаѣ, потребовались бы многія построенія и вычисленія. Мы видимъ напримѣръ тотчасъ, что взятая нами плоскость $(a:\frac{1}{2}\,a:\frac{1}{3}\,a)$ лежитъ въ *діагональномъ поясѣ октаэдра*; это намъ показываетъ послѣдовательный рядъ членовъ знака: $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{2}$; ибо чрезъ соединеніе пунктовъ ими обозначенныхъ, получится прямая линія, *параллельная діагонали плоскости октаэдра*. Что касается до того, къ какой именно діагонали (изъ 12 діагоналей плоскостей октаэдра) относится данная плоскость, то объ этомъ мы можемъ судить по *мѣсту*, на которомъ стоятъ члены $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{2}$.

Имѣя подробный знакъ, легко построить данную форму; такъ напримѣръ: для построенія выбраннаго нами сорокавосьмигранника ($a : \frac{1}{2} a : \frac{1}{3} a$), стоитъ только отложить на каждой главной полуоси a, длину $= \frac{1}{3}$ ея нормальной длины (т. е. $\frac{1}{3}$ длины ея въ октаэдрѣ) на каждой ромбической промежуточной полуоси R — длину $= \frac{2}{5}$ ея нормальной длины; на каждой тригональной оси T — длину $= \frac{1}{2}$ ея нормальной длины, и потомъ, полученные такимъ образомъ пункты соединить, прямыми линіями. Въ самомъ дѣлѣ легко усмотрѣть, что каждая плоскость ($a : \frac{1}{\nu} a : \frac{1}{\mu} a$) *непосредственно* пересѣкаетъ главную полуось a на разстояніи отъ центра $= \frac{1}{\mu} a$ (въ данномъ примѣрѣ $\frac{1}{\mu} a = \frac{1}{3} a$), ромбическую промежуточную полуось R — на разстояніи отъ центра $= \frac{2}{\mu+\nu}$ R (въ данномъ примѣрѣ $\frac{2}{\mu+\nu}$R $= \frac{2}{5}$ R), и тригональную полуось T — на разстояніи отъ центра $= \frac{3}{\mu+\nu+1}$ T (въ данномъ примѣрѣ $\frac{3}{\mu+\nu+1}$ T $= \frac{1}{2}$ T). Для болѣе удобнаго построенія вышеупомянутой плоскости ($a : \frac{1}{2} a : \frac{1}{3} a$), мы бы могли также написать ея *построительный* знакъ слѣдующимъ образомъ: ($\frac{1}{3} a : \frac{2}{5}$ R $: \frac{1}{2}$ T) $=$ ($a : \frac{6}{5}$ R $: \frac{3}{2}$ T) $=$ ($a : 1\frac{1}{5}$ R $: 1\frac{1}{2}$ T), и потомъ: въ начерченномъ октаэдрѣ, оставивъ главныя полуоси a безъ измѣненія, и прибавивъ къ R длину $= \frac{1}{5}$ нормальной длины R, а къ T длину $= \frac{1}{2}$ нормальной длины T, — соединить полученные пункты прямыми линіями.

Далѣе, подробный знакъ **Вейса** можетъ служить часто большою помогою при вычисленіяхъ. Выведемъ для примѣра, формулы для вычисленія нѣкоторыхъ угловъ сорокавосьмигранника.

Наклоненіе средняго края B сорокавосьмигранника къ прилегающей къ нему главной оси a.

Наклоненіе это читается въ знакѣ почти непосредственно. Въ самомъ дѣлѣ, мы видимъ, что для означеннаго угла: $\sin = \frac{1}{\nu} a$, а $\cos = \frac{1}{\mu} a$, слѣдственно $\tang = \frac{\mu}{\nu}$.

Наклоненіе длиннаго края A сорокавосьмигранника къ прилегающей къ нему главной оси a.

Точно также, какъ и прежде, мы тотчасъ видимъ, что для этого наклоненія $\sin = \frac{2}{\nu+1}$ R, а $\cos = \frac{1}{\mu} a$, или, подставляя $a = 1$ и $R = \sqrt{\frac{1}{2}}$, получимъ $\sin = \frac{\sqrt{2}}{\nu+1}$, $\cos = \frac{1}{\mu}$, и слѣдственно:

$$\tang = \frac{\mu\sqrt{2}}{\nu+1}$$

Наклоненіе короткаго края C сорокавосьмигранника къ главной оси a.

Для наклоненія этого, очевидно: $\sin = \frac{2}{\mu+\nu}$ R, а $\cos = a$. Подставляя $a = 1$, и $R = \sqrt{\frac{1}{2}}$, получимъ: $\sin = \frac{\sqrt{2}}{\mu+\nu}$, $\cos = 1$; слѣдственно:

$$\tang = \frac{\sqrt{2}}{\mu+\nu}$$

Половина наклоненія плоскостей сорокавосьмигранника въ среднемъ краѣ B.

Если мы вообразимъ себѣ поверхность, проходящую чрезъ край B и главную ось a, то наклоненіе плоскости сорокавосьмигранника къ этой поверхности, и будетъ искомое наклоненіе. Очевидно, что для этого послѣдняго: $\sin = a = 1$, а cosinus будетъ перпендикуляръ, опущенный изъ центра формы на край B. Такъ, какъ перпендикуляръ этотъ опущенъ изъ прямаго угла треугольника (котораго катеты суть $\frac{1}{\mu}$ и $\frac{1}{\nu}$, если $a = 1$) на гипотенузу, то онъ будетъ $= \frac{\frac{1}{\mu} \cdot \frac{1}{\nu}}{\sqrt{\frac{1}{\mu^2} + \frac{1}{\nu^2}}} = \frac{1}{\mu\nu\sqrt{\frac{1}{\mu^2} + \frac{1}{\nu^2}}} = \frac{1}{\sqrt{\mu^2 + \nu^2}}$, и слѣдственно:

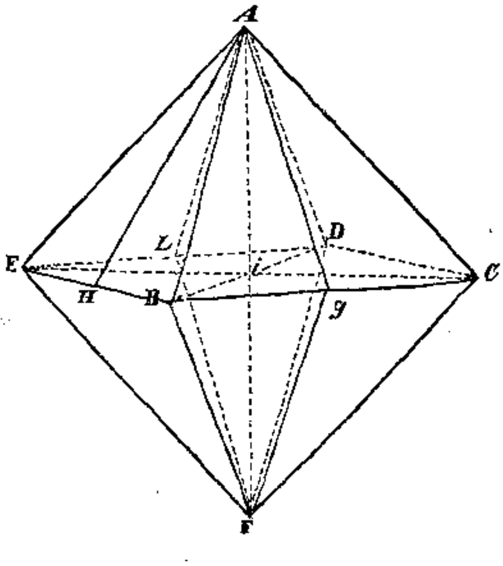
$$\text{tang}\ \tfrac{1}{2}\,B = \sqrt{\mu^2 + \nu^2}$$

Приведенныя примѣры достаточно доказываютъ тѣ выгоды, которыя можно извлечь изъ подробнаго знака Вейса, а потому мы считаемъ излишнимъ болѣе распространяться объ этомъ предметѣ. Дальнѣйшія подробности вывели бы насъ изъ границъ нашего курса.

О ДІАГОНАЛЬНЫХЪ ПОЯСАХЪ ОКТАЭДРА.

Вопросъ о діагональныхъ поясахъ октаэдра былъ поднятъ въ первый разъ Вейсомъ, который считалъ его, кажется, самымъ интереснѣйшимъ въ кристаллографіи. Не смотря на свои преклонныя лѣта, геніальный кристаллографъ не переставалъ говорить о діагональныхъ поясахъ октаэдра съ особеннымъ увлеченіемъ, какъ о любимомъ имъ предметѣ. Намѣреваясь представить здѣсь главнѣйшія начала, на которыхъ основано развитіе означенныхъ поясовъ, я намѣренъ также сохранить по возможности ту форму, въ которой представлялъ предметъ самъ Вейсъ въ 1845 году, когда я былъ въ числѣ слушателей его лекцій, въ Берлинскомъ университетѣ.

Фиг. 127.



Подъ именемъ *діагональнаго пояса октаэдра*, Вейсъ разумѣетъ: совокупность всѣхъ тѣхъ плоскостей, которыя пересѣкаются въ краяхъ, параллельныхъ прямой линіи, соединяющей вершину угла плоскости октаэдра со срединою противоположнаго края. Линія эта называется *діагональю* плоскости октаэдра. Надъ діагональю Ag, (фиг. 127), очевидно, можно помѣстить симметрическимъ образомъ пару плоскостей, изъ которыхъ одна будетъ наклонена на право, а другая на лѣво. Такъ какъ въ каждой плоскости, октаэдра заключается 3 такихъ діагонали, то надъ каждою плоскостію октаэдра можно помѣстить 6 плоскостей подобнаго рода, изъ чего уже усматривается возможность существованія сорокавосьмигранниковъ. Чтобы вывести главнѣйшія свойства плоскостей сорокавосьмигранниковъ, лежащихъ въ діагональномъ поясѣ октаэдра, условимся разсматривать одну изъ діагоналей, напримѣръ Ag, постоянною; далѣе, вообразимъ себѣ, что плоскость, прилегающая къ этой діагонали, выходитъ постепенно изъ положенія ABg, вращаясь около діагонали Ag, какъ вокругъ оси, и образуя такимъ образомъ съ поверхностію Agi (проведённую чрезъ діагональ Ag и ось AF) всё болѣе и болѣе острые углы (отъ 90° до 0°). Натурально, что тоже самое будетъ происходить и со всѣми прочими подобными плоскостями сорокавосьмигранника. Положимъ теперь, что наша плоскость удалилась отъ своего первоначальнаго положенія на такое разстояніе, что уже совпала съ діагональю AH сосѣдственной плоскости (діагональю, соединяющею точку A со срединою края BE); тогда очевидно, каждая плоскость, построенной такимъ образомъ формы, будетъ проходить чрезъ двѣ діагонали октаэдра, и въ нашемъ сорокавосьмигранникѣ, въ этомъ случаѣ, каждыя двѣ плоскости, пересѣкающіяся въ среднемъ краѣ, сольются въ одну; сорокавосьмигранникъ превратится въ двадцатичетырехгранникъ. Происшедшій двадцатичетырехгранникъ будетъ именно *пирамидальный кубъ* $= (a : \frac{1}{2} a : \infty a) = \infty O2$.

Всѣ тѣ сорокавосьмигранники, для которыхъ предѣлами служатъ: съ одной стороны — октаэдръ, а съ другой — пирамидальный кубъ $= (a : \frac{1}{2} a : \infty a) = \infty O2$, **Вейсъ** называетъ: *сорокавосьмигранниками перваго отдѣленія діагональнаго пояса октаэдра.*

Продолжая далѣе поворачивать нашу плоскость, мы можемъ довести её до того, что она совпадетъ съ краемъ октаэдра AE. Въ этомъ случаѣ, плоскость пересѣчётъ горизонтальную ось iB на разстояніи $\frac{1}{3}$ ея длины (какъ это легко доказать геометрически), а оси Ai и iE—на разстояніи единицы ихъ длины. Мы получимъ этимъ путёмъ: плоскость *лейцитоэдра* $= (a : a : \frac{1}{3} a) = 3O3$. И такъ мы видимъ, что сорокавосьмигранникъ превратится теперь въ означенный лейцитоэдръ, т. е. каждыя двѣ плоскости сорокавосьмигранника, пересѣкающіяся въ длинно́мъ краѣ, сольются въ одну.

Всѣ тѣ сорокавосьмигранника, для которыхъ предѣлами служатъ: съ одной стороны — пирамидальный кубъ $= (a : \frac{1}{2} a : \infty a) = \infty O2$, а съ другой — лейцитоэдръ $= (a : a : \frac{1}{3} a) = 3O3$, **Вейсъ** называетъ: *сорокавосьмигранниками втораго отдѣленія діагональнаго пояса октаэдра.*

Продолжая ещё далѣе поворачивать нашу плоскость до тѣхъ поръ, пока она не совпадётъ съ діагональю AL слѣдующей плоскости ADE, мы увидимъ что плоскость наша, при совпаденіи съ этою послѣднею діагональю, пройдетъ вдругъ чрезъ 4 діагонали: Ag, gF, AL и FL; т. е. наша плоскость совпадаетъ съ предѣльною поверхностію Agi, которая очевидно есть ничто иное, какъ плоскость *ромбическаго додекаэдра* $= (a : a : \infty a) = \infty O$. Въ этомъ случаѣ въ сорокавосьмигранникѣ, каждыя четыре плоскости, пересѣкающіяся въ среднихъ и короткихъ краяхъ, сольются въ одну.

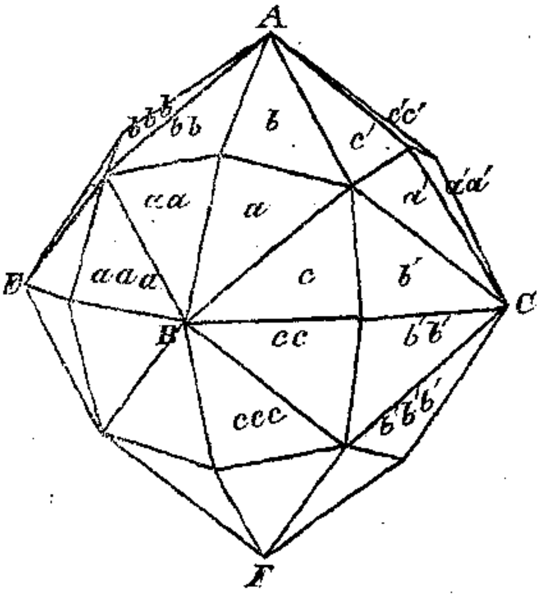
Всѣ сорокавосьмигранники, для которыхъ предѣлами служатъ: съ одной стороны—

лейцитоэдръ $= (a : a : \frac{1}{3} a) = 3O3$, а съ другой — ромбическій додекаэдръ $= (a : a : \infty a) = \infty O$, **Вейсъ** называетъ: *сорокавосьмигранниками третьяго отдѣленія діагональнаго пояса октаэдра.*

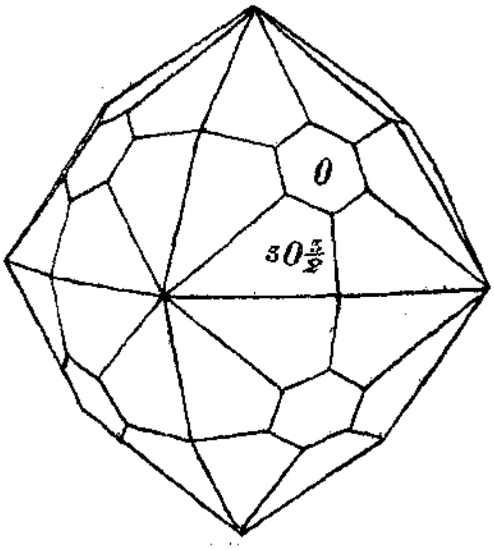
Эти три отдѣленія сорокавосьмигранниковъ, представляютъ нѣкоторыя весьма интересныя отношенія, которыя мы постараемся теперь объяснить.

Положимъ намъ данъ какой нибудь сорокавосьмигранникъ (фиг. 128). Если этотъ сорокавосьмигранникъ принадлежитъ къ *первому* отдѣленію діагональнаго пояса октаэдра, то его шесть плоскостей, возвышающіяся надъ плоскостію вписаннаго октаэдра, должны образовать необходимо *гексагональный* уголъ. Въ самомъ дѣлѣ, въ этомъ случаѣ: плоскости a и a' должны пересѣкаться между собою въ краѣ, параллельномъ діагонали плоскости октаэдра, опущенной изъ A на край BC вписаннаго октаэдра; плоскости b и b' — въ краѣ, параллельномъ діагонали, опущенной изъ B на AC; плоскости c и c' — въ краѣ, параллельномъ діагонали, опущенной изъ C на AB. И такъ, если-бъ къ сорокавосьмиграннику перваго отдѣленія діагональнаго пояса октаэдра, присоединилась плоскость октаэдра, какъ притупляющая плоскость, то очевидно плоскость эта пересѣкла бы: плоскости a и a' — въ краяхъ, параллельныхъ діагонали плоскости вписаннаго октаэдра, опущенной изъ A на BC; плоскости b и b' — въ краяхъ, параллельныхъ діагонали, опущенной изъ B на AC; и плоскости c и c' — въ краяхъ, параллельныхъ діагонали, опущенной изъ C на AB. Однимъ словомъ, въ данномъ случаѣ, плоскость октаэдра появилась бы въ видѣ *правильнаго шестиугольника* (гексагона), какъ это представлено на фигурѣ 129. Изъ этого свойства также прямо слѣдуетъ, что шестигранные углы такого сорокавосьмигранника должны быть *гексагональными.* Законъ этотъ имѣетъ мѣсто до тѣхъ поръ, пока сорокавосьмигранникъ остаётся въ первомъ отдѣленіи діагональнаго пояса; онъ сохраняется ещё и въ предѣльномъ членѣ этого отдѣленія — пирамидальномъ кубѣ $= (a : \frac{1}{2} a : \infty a) = \infty O2$, котораго шестигранные углы, какъ извѣстно, суть гексагональные (см. стр. 31). Чѣмъ болѣе сорокавосьмигранникъ приближается ко второму отдѣленію, тѣмъ его гексагональные углы становятся острѣе и острѣе, до тѣхъ поръ, пока 6 плоскостей: a, a', b, b', c, c', не сольются съ ихъ сосѣдственными плоскостями (случай пирамидальнаго куба), при чемъ законъ ещё

Фиг. 128.

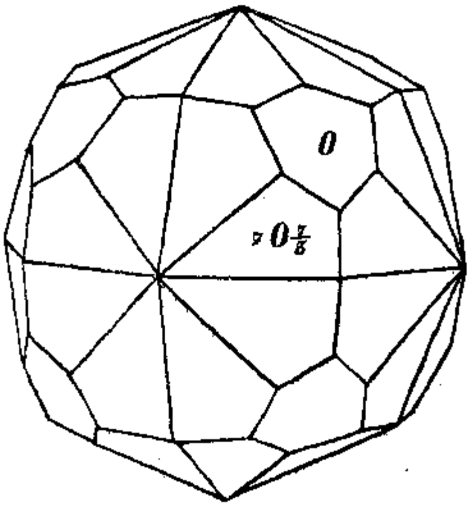


Фиг. 129.



не измѣняется. При переходѣ сорокавосьмигранника во второе отдѣленіе діагональнаго пояса, происходитъ, такъ сказать, перемѣна мѣстъ плоскостей. Въ самомъ дѣлѣ, въ этомъ случаѣ, плоскость сорокавосьмигранника, принадлежащая къ діагоналѣ одной плоскости октаэдра, склоняется сильнѣе не къ этой плоскости, а къ другой плоскости; такъ напримѣръ: плоскость *a*, принадлежащая къ діагоналѣ, опущенной изъ A на BC, будетъ наклонена болѣе къ плоскости вписаннаго октаэдра ABE, нежели къ плоскости ABC, отчего она переходитъ на мѣсто плоскости, означенной чрезъ *aa*, и слѣдственно теперь: къ діагонали, опущенной изъ A на край BC вписаннаго октаэдра, будутъ принадлежать уже не *a* и *a'*, но рядомъ съ ними лежащія плоскости *aa* и *a'a'*. Изъ сказаннаго также прямо слѣдуетъ, что въ настоящемъ случаѣ: *гексагональную* форму будутъ образовать уже не плоскости *a*, *a'*, *b*, *b'*, *c*, *c'*, но плоскости *aa*, *a'a'*, *bb*, *b'b'*, *cc*, *c'c'*. Что же касается до первыхъ (т. е. до *a*, *a'*, *b*, *b'*, *c*, *c'*), то онѣ будутъ образовать *дитригональную* форму, на которой притупляющая плоскость октаэдра появится по этому въ видѣ *дитригона*, какъ это показано на фигурѣ 130. Тотъ же законъ сохранится и въ предѣльномъ случаѣ — въ лейцитоэдрѣ $= (a : a : \frac{1}{3} a) = 303$. Какъ при переходѣ сорокавосьмигранника изъ перваго отдѣленія діагональнаго пояса во второе, плоскости *a*, *a'*, *b*, *b'*, *c*, *c'* перемѣняются своими мѣстами съ плоскостями *aa*, *a'a'*, *bb*, *b'b'*, *cc*, *c'c'*, точно также, при переходѣ сорокавосьмигранника изъ втораго отдѣленія въ третіе отдѣленіе означеннаго пояса, плоскости *aa*, *a'a'*, *bb*, *b'b'*, *cc*, *c'c'* перемѣняются своими мѣстами съ ихъ сосѣдственными плоскостями (съ которыми онѣ въ предѣльномъ случаѣ сливаются, образуя трапецоэдръ). И такъ въ сорокавосьмигранникахъ третьяго отдѣленія, гексагональную форму образуютъ плоскости, лежащія въ третьемъ рядѣ, и обозначенныя чрезъ *aaa*, *a'a'a'*, *bbb*, *b'b'b'*, *ccc*, *c'c'c'*. Въ предѣльномъ случаѣ, когда сорокавосьмигранникъ превращается въ ромбическій додекаэдръ, получается безконечно острая гексагональная форма (т. е. гексагональная призма, отъ сліянія плоскостей *aaa* и т. д. съ сосѣдственными).

Фиг. 130.



Вейсъ, принимая, что плоскость сорокавосьмигранника означена чрезъ $(a : \frac{1}{\mu} a : \frac{1}{\nu} a)$, гдѣ $\mu > \nu > 1$, — выводитъ, для трехъ діагональныхъ поясовъ октаэдра, нижеслѣдующія уравненія.

Для I отдѣленія $\left\{\frac{2}{\mu+1} = \frac{1}{\nu};\ 2\nu = \mu + 1;\ \mu = 2\nu - 1\right.$

Для II отдѣленія $\left\{\frac{2}{\mu-1} = \frac{1}{\nu};\ 2\nu = \mu - 1;\ \mu = 2\nu + 1\right.$

Для III отдѣленія $\left\{\frac{2}{\mu-\nu} = 1;\ \mu - \nu = 2;\ \mu = \nu + 2\right.$

Если же мы означимъ плоскость сорокавосьмигранника, по методѣ **Наумана**, чрезъ mOn, гдѣ $m > n > 1$, то сорокавосьмигранники трехъ отдѣленій діагональнаго пояса октаэдра, установленныхъ **Вейсомъ**, выразятся слѣдующими знаками:

$$\text{I отдѣленія } \left\{ m\,O\,\frac{2m}{m+1},\ \text{т. е. } n = \frac{2m}{m+1} \right.$$

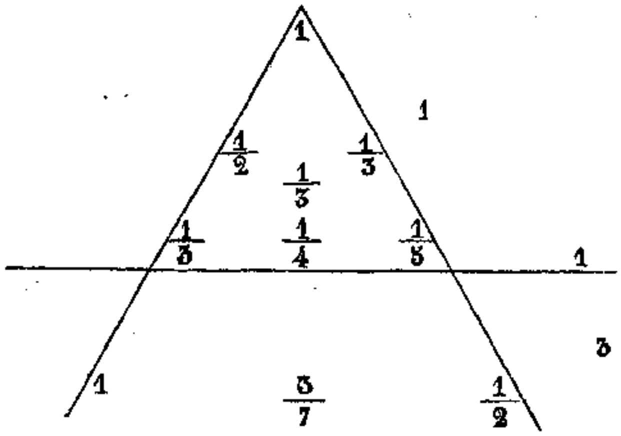
$$\text{II отдѣленія } \left\{ m\,O\,\frac{2m}{m-1},\ \text{т. е. } n = \frac{2m}{m-1} \right.$$

$$\text{III отдѣленія } \left\{ m\,O\,\frac{m}{m-2},\ \text{т. е. } n = \frac{m}{m-2} \right.$$

Такъ напримѣръ, сорокавосьмигранникъ $= (a : \frac{1}{2}\,a : \frac{1}{3}\,a) = 3O\frac{3}{2}$ принадлежитъ къ I отдѣленію діагональнаго пояса октаэдра. Въ самомъ дѣлѣ, подставляя въ уравненія **Вейса** : $\mu = 3$, $\nu = 2$, или въ уравненія **Наумана** : $m = 3$, $n = \frac{3}{2}$, мы увидимъ, что эти величины удовлетворятъ уравненіямъ I отдѣленія. *)

Сорокавосьмигранникъ $= (a : \frac{1}{3}\,a : \frac{1}{7}\,a) = 7O\frac{7}{3}$, опредѣленный **Густавомъ Розе** въ кристаллахъ плавиковаго шпата, принадлежитъ ко II отдѣленію діагональнаго пояса октаэдра, ибо величины его удовлетворяютъ уравненіямъ только этого отдѣленія.

Сорокавосьмигранникъ $= (a : \frac{1}{3}\,a : \frac{1}{5}\,a) = 5O\frac{5}{3}$, опредѣлённый мною въ кристаллахъ уральскаго магнитнаго желѣзняка (см. стр. 58), замѣчателенъ тѣмъ, что онъ принадлежитъ: и къ I, и къ III отдѣленію діагональнаго пояса октаэдра. Свойство это нашего сорокавосьмигранника легко усматривается не только изъ однѣхъ уравненій, но и изъ подробнаго знака. Въ этомъ сорокавосьмигранникѣ послѣдовательно стоящіе члены: $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{3}$, и 1, 1, 1, показываютъ также не только, что плоскость $= (a : \frac{1}{3}\,a : \frac{1}{5}\,a) = 5O\frac{5}{3}$ лежитъ въ двухъ различныхъ діагональныхъ поясахъ октаэдра, но даже и самыя діагонали, къ которымъ плоскость эта относится.



---

*) Сорокавосьмигранникъ $(a : \frac{1}{4}\,a : \frac{1}{3}\,a) = 3O\frac{3}{2}$ принадлежитъ также и къ *краевому поясу ромбическаго додекаэдра*, ибо величины его удовлетворяютъ уравненіямъ, выведеннымъ для этого пояса **Вейсомъ** ($\mu = \nu + 1$), и **Науманомъ** ($n = \frac{m}{m-1}$).

ЛЕКЦІЯ ВОСЬМАЯ.

Въ прошедшію лекцію мы окончили разсмотрѣніе правильной системы. Если на этотъ предметъ, я употребилъ нѣсколько болѣе времени, нежели предполагалъ, то это произошло единственно отъ желанія: упростить изложеніе, и облегчить объясненіе остальныхъ шести системъ, для представленія и развитія формъ которыхъ, должна быть примѣнена та же самая метода, какую мы приняли для развитія системы правильной. И такъ, если не возвращаться ко всему тому, что уже разъ было сказано и условлено, то всѣ главнѣйшія основанія системъ тетрагональной, гексагональной, ромбической, моноклиноэдрической, диклиноэдрической и триклиноэдрической, возможно будетъ изложить въ довольно сжатомъ видѣ. Эти главнѣйшія основанія не трудно вывести даже самому слушателю, безъ посторонней помощи, если только онъ вполнѣ понялъ и усвоилъ методу, посредствомъ которой были выведены всѣ отношенія правильной системы.

Приступимъ теперь къ описанію тетрагональной системы.

ТЕТРАГОНАЛЬНАЯ СИСТЕМА.

(Тетрагональная, **Брейтгауптъ**; четырехчленная, дву-и-одноосная **Вейсъ**; пирамидальная, **Мосъ**; монодиметрическая, **Гаусманъ**; квадратная, и проч.)

Названіе «тетрагональная система» дано **Брейтгауптомъ**, по фигурѣ основанія (базиса) формъ, ибо основаніе это есть квадратъ (*тетрагонъ*), или такая фигура, около которой можно описать, или въ которую можно вписать квадратъ.

Кристаллическія формы, составляющія тетрагональную систему, какъ уже было сказано (см. стр. 23), характеризуются тремя прямоугольными осями, изъ которыхъ только двѣ равны между собою, а третія имъ не равна (и можетъ быть длиннѣе или короче этихъ двухъ равныхъ). Послѣднюю, неравную двумъ прочимъ ось, принимаютъ всегда за вертикальную, а слѣдственно прочія двѣ — за горизонтальныя или боковыя оси.

Половину вертикальной оси, мы означимъ буквою a, а половину каждой изъ равныхъ боковыхъ осей, буквою b.

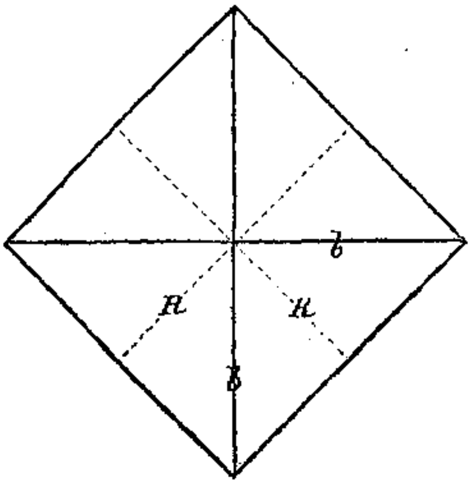
Въ основной формѣ (тетрагональной пирамидѣ) даннаго кристаллическаго ряда, обыкновенно, длину половины каждой боковой оси b принимаютъ $= 1$, почему длина половины вертикальной оси a, въ этой формѣ, можетъ быть $>$ или < 1. И такъ, отношеніе осей основной формы даннаго тетрагональнаго ряда можетъ быть написано такъ:

$a : 1 : 1$

Общее выраженіе плоскости, какой бы то ни было формы тетрагональной системы, по методѣ Наумана, $= mPn$. Въ этомъ общемъ знакѣ: коэфиціентъ m принадлежитъ всегда *вертикальной* оси a, и $m \gtreqless 1$; а коэфиціентъ n принадлежитъ одной изъ боковыхъ осей b, и $n \geqq 1$. Коэфиціентъ второй боковой оси всегда $= 1$.

Кромѣ выше означенныхъ главныхъ осей a, b и b системы, для болѣе обстоятельнаго изслѣдованія формъ, полезно принимать въ разсужденіе ещё двѣ *промежуточныя оси*. Половину каждой изъ этихъ послѣднихъ, мы означимъ буквою R; онѣ располагаются между каждыми двумя боковыми осями b и b, въ поверхности этихъ осей, и подъ угломъ въ 45° къ каждой изъ нихъ (фиг. 131).

Фиг. 131.



Согласно съ Науманомъ, мы будемъ называть: поверхности, проведённыя чрезъ вертикальную ось a и каждую изъ боковыхъ осей b — *нормальными главными сѣченіями*; поверхности, проведённыя чрезъ вертикальную ось a и каждую изъ промежуточныхъ осей R — *діагональными главными сѣченіями*; поверхности, перпендикулярныя къ вертикальной оси — *поперечными сѣченіями*; наконецъ, поверхность, проходящую чрезъ обѣ боковыя оси b и b (т. е. центральное поперечное сѣченіе) — *основаніемъ* или *базисомъ*.

Всѣ формы тетрагональной системы раздѣляются: на гомоэдрическія, геміэдрическія и тетартоэдрическія.

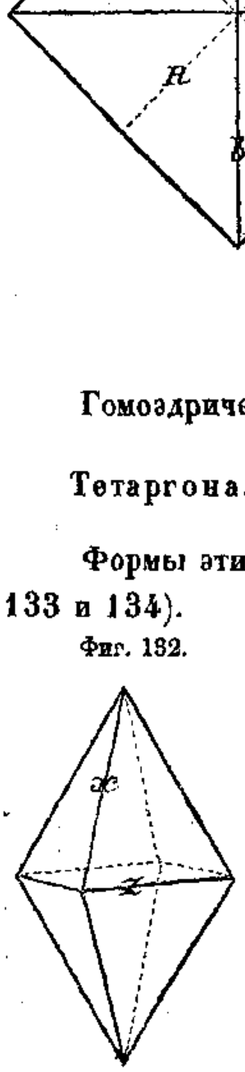
ГОМОЭДРИЧЕСКІЯ ФОРМЫ.

Гомоэдрическія формы тетрагональной системы суть слѣдующія:

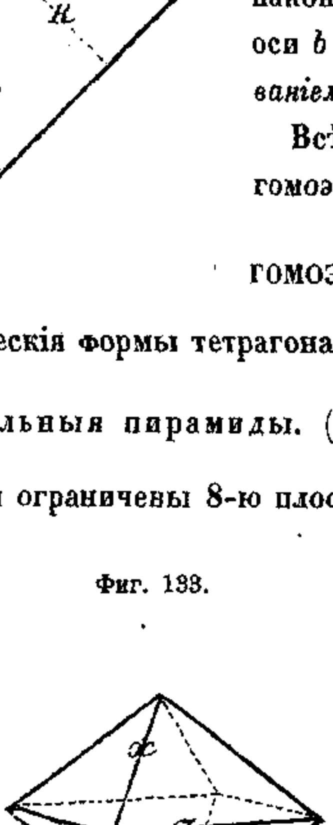
Тетрагональныя пирамиды. (Квадратныя пирамиды, квадратные октаэдры).

Формы эти ограничены 8-ю плоскостями, имѣютъ 12 краевъ и 6 угловъ (фиг. 132, 133 и 134).

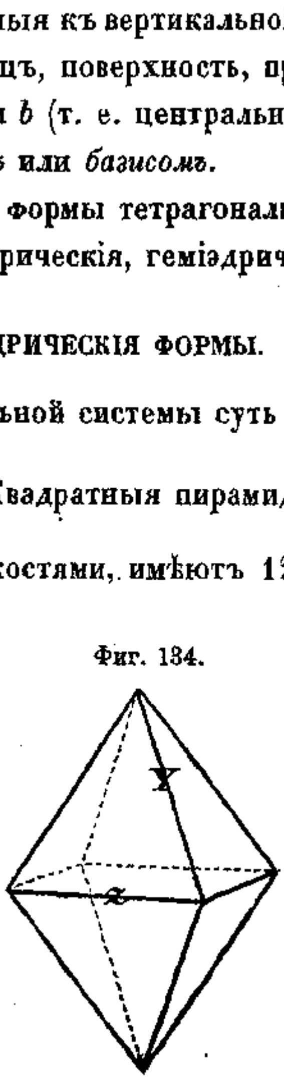
Фиг. 132.



Фиг. 133.



Фиг. 134.



Плоскости суть равнобедренные треугольники.

Края двухъ родовъ: 8 симметрическихъ конечныхъ (иногда X, а иногда Y), и 4 правильныхъ среднихъ (Z). Послѣдніе лежатъ въ одной плоскости и образуютъ *тетрагонъ* (квадратъ).

Углы двухъ родовъ: 2 тетрагональныхъ конечныхъ, и 4 ромбическихъ среднихъ.

Всѣ поперечныя сѣченія тетрагональныхъ пирамидъ суть квадраты.

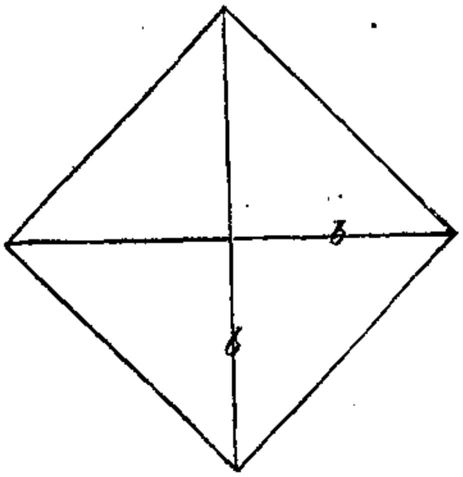
Такъ какъ параметры плоскостей тетрагональныхъ пирамидъ относятся между собою такъ, какъ оси тетрагональной системы, то въ данномъ кристаллическомъ ряду за основную форму выбираютъ всегда одну изъ этихъ пирамидъ (см. стр. 26). Натурально, что положеніе базиса или основанія пирамиды, выбранной за основную, опредѣляетъ положеніе осей и прочія отношенія. Въ *основной* пирамидѣ, вертикальная ось *a* соединяетъ вершины двухъ противоположныхъ конечныхъ угловъ, а боковыя оси *b* и *b* — вершины каждыхъ двухъ противоположныхъ среднихъ угловъ.

Всѣ вообще тетрагональныя пирамиды, по наружному ихъ виду, раздѣляются: на *острыя* и *тупыя*. Къ первымъ относятся тѣ пирамиды, у которыхъ конечные края длиннѣе и острѣе, а ко вторымъ, у которыхъ конечные края короче и тупѣе среднихъ краевъ. По этому октаэдръ правильной системы есть *идеальный* членъ, служащій границею для острыхъ и тупыхъ тетрагональныхъ пирамидъ *).

По положенію плоскостей, всѣ *гомоэдрическія* тетрагональныя пирамиды подраздѣляются на два рода, а именно: на пирамиды перваго рода и пирамиды втораго рода **).

1) *Тетрагональныя пирамиды перваго рода* (фиг. 132 и 133). Плоскости этихъ пирамидъ перпендикулярны къ діагональнымъ главнымъ сѣченіямъ, и одинаково наклонены къ каждымъ двумъ нормальнымъ главнымъ сѣченіямъ; ихъ средніе края Z пересѣкаютъ боковыя оси *b* подъ угломъ въ 45° (фиг. 135).

Фиг. 135.



Основная форма, въ каждомъ данномъ гомоэдрическомъ кристаллическомъ ряду, есть очевидно всегда тетрагональная пирамида *перваго* рода.

Въ тетрагональныхъ пирамидахъ перваго рода: вертикальная ось *a* соединяетъ вершины конечныхъ угловъ, боковыя оси *b* соединяютъ вершины каждыхъ двухъ противоположныхъ среднихъ угловъ, а промежуточныя оси R соединяютъ средины каждыхъ двухъ параллельныхъ среднихъ краевъ. Если $b = 1$, то $R = \sqrt{\frac{1}{2}}$.

Для тетрагональныхъ пирамидъ перваго рода, общій знакъ системы mPn превратится въ знакъ: mP, ибо для плоскостей этихъ пирамидъ, параметръ $n = 1$. Знакъ *основной* тетрагональной пирамиды будетъ $= P$, ибо для этой послѣдней, также и $m = 1$.

---

*) Правильнаго октаэдра между формами тетрагональной системы встрѣтиться не можетъ.

**) Всѣ тѣ тетрагональныя пирамиды, которыхъ плоскости не перпендикулярны ни къ нормальнымъ, ни къ діагональнымъ главнымъ сѣченіямъ, и которыхъ средніе края пересѣкаютъ боковыя оси подъ углами $>$ и $< 45°$, не достигая впрочемъ границъ 0° и 90°, — относятса, какъ мы увидимъ далѣе, къ формамъ геміэдрическимъ, и называются: *пирамидами третьяго рода.*

Вообще наружная форма пирамидъ перваго рода колеблется между двумя предѣлами: безконечно-острою пирамидою перваго рода = ∞P (т. е. тетрагональною призмою перваго рода) и безконечно-тупою пирамидою = oP (т. е. основнымъ пинакоидомъ).

$$oP \, . \, . \, . \, . \, . \, \overset{m<1}{mP} \, . \, . \, . \, . \, . \, P \, . \, . \, . \, . \, . \, \overset{m>1}{mP} \, . \, . \, . \, . \, . \, \infty P$$

Для наклоненія плоскостей данной тетрагональной пирамиды перваго рода mP, въ конечныхъ краяхъ X и среднихъ краяхъ Z, Науманъ вычисляетъ:

$$\cos X = -\frac{1}{2m^2a^3+1}$$

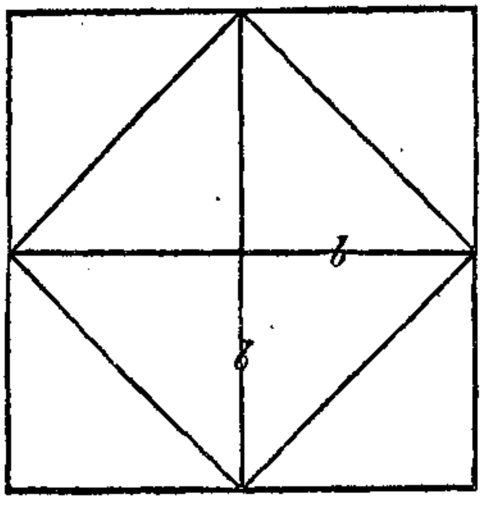
$$\cos Z = -\frac{2m^2a^2-1}{2m^2a^2+1}$$

Также имѣемъ:

$$\cos \tfrac{1}{2} X : \cos \tfrac{1}{2} Z = ma : 1$$

2) *Тетрагональныя пирамиды втораго рода* (фиг. 134, стр. 78). Плоскости этихъ пирамидъ перпендикулярны къ нормальнымъ главнымъ сѣченіямъ, и наклонены одинаковымъ образомъ къ каждымъ двумъ прилежащимъ діагональнымъ главнымъ сѣченіямъ; ихъ средніе края Z пересѣкаютъ боковыя оси b подъ угломъ = 90° (фиг. 136).

Фиг. 136.



Въ тетрагональныхъ пирамидахъ втораго рода, вертикальная ось a соединяетъ вершины конечныхъ угловъ, боковыя оси b соединяютъ средины каждыхъ двухъ параллельныхъ среднихъ краевъ Z, а промежуточныя оси R соединяютъ вершины каждыхъ двухъ противоположныхъ среднихъ угловъ.

Вообще наружная форма тетрагональныхъ пирамидъ перваго рода, колеблется между двумя предѣлами: безконечно-острою пирамидою втораго рода = $\infty P \infty$ (т. е. тетрагональною призмою втораго рода) и безконечно-тупою пирамидою = oP (т. е. основнымъ пинакоидомъ).

$$oP \, . \, . \, . \, . \, . \, \overset{m<1}{mP\infty} \, . \, . \, . \, . \, . \, P\infty \, . \, . \, . \, . \, . \, \overset{m>1}{mP\infty} \, . \, . \, . \, . \, . \, \infty P\infty.$$

Для наклоненія плоскостей данной тетрагональной пирамиды втораго рода $mP\infty$, въ конечныхъ краяхъ Y и въ среднихъ краяхъ Z, имѣемъ:

$$\cos Y = -\frac{1}{m^2a^2+1}$$

$$\cos Z = -\frac{m^2a^2-1}{m^2a^2+1}$$

$$\cos \tfrac{1}{2} Y : \cos \tfrac{1}{2} Z = ma : \sqrt{2}$$

Для вычисленія различныхъ элементовъ какой бы то ни было тетрагональной пирамиды, могутъ служить съ большою пользою формулы, данныя **Купферомъ**; а именно:

$$\cos \tfrac{1}{2} a \,.\, \sin \tfrac{1}{2} \mathrm{A} = \sqrt{\tfrac{1}{2}}$$

$$\frac{\operatorname{tang} i}{\operatorname{tang} r} = \sqrt{\tfrac{1}{2}}$$

$$\cos r \,.\, \operatorname{tang} \tfrac{1}{2} \mathrm{A} = 1$$

$$\frac{\sin i}{\operatorname{tang} \frac{1}{2} a} = 1$$

$$\frac{\cos \frac{1}{2} \mathrm{A}}{\cos i} = \sqrt{\tfrac{1}{2}}$$

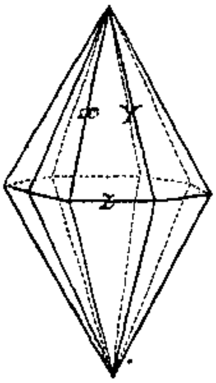
$$\frac{\sin \frac{1}{2} a}{\sin r} = \sqrt{\tfrac{1}{2}}$$

Въ формулахъ этихъ, означено: чрезъ A — наклоненіе плоскостей пирамиды въ конечныхъ краяхъ, чрезъ a — плоскій уголъ при вершинѣ (т. е. уголъ плоскости пирамиды, при ея вершинѣ), чрезъ i — наклоненіе плоскости пирамиды къ вертикальной оси, и чрезъ r — наклоненіе конечнаго края пирамиды къ вертикальной оси.

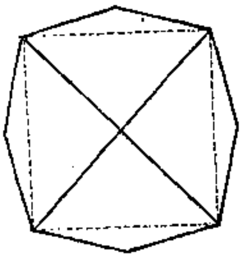
Дитетрагональныя пирамиды. (Восьмиугольныя пирамиды, четыре-и-четырекрайники).

Формы эти ограничены 16-ю плоскостями, имѣютъ 24 края и 10 угловъ (фиг. 137 и 138).

Фиг. 137.



Фиг. 138.



Плоскости суть неравносторонніе треугольники. Края всѣ вообще симметрическіе, но трехъ родовъ: 8 *нормальныхъ* конечныхъ (X), 8 *діагональныхъ* конечныхъ (Y), и 8 среднихъ (Z). Средніе края лежатъ въ одной плоскости, и именно въ основномъ поперечномъ сѣченіи; нормальные конечные края лежатъ въ нормальномъ главномъ сѣченіи; діагональные конечные края — въ діагональномъ главномъ сѣченіи.

Углы трехъ родовъ: 2 дитетрагональныхъ конечныхъ, и 4 тупѣйшихъ и 4 острѣйшихъ, ромбическихъ, среднихъ.

Центральный поперечный разрѣзъ, равно какъ всѣ поперечные разрѣзы или сѣченія, суть *дитетрагоны*, т. е. симметрическіе равносторонніе восьмиугольники. Сѣченія эти никогда не могутъ быть, какъ мы сей часъ увидимъ, правильными восьмиугольниками.

Вертикальная ось a соединяетъ вершины конечныхъ угловъ; боковыя оси b соединяютъ вершины каждыхъ двухъ противоположныхъ нормальныхъ среднихъ угловъ; а промежуточныя оси R соединяютъ вершины каждыхъ двухъ противоположныхъ діагональныхъ среднихъ угловъ.

Кристаллографическій знакъ всѣхъ *дитетрагональныхъ пирамидъ* вообще $= m\mathrm{P}n$, гдѣ $m \gtrless 1$, а $n > 1$. Изъ этого знака уже не трудно усмотрѣть, что дитетрагональныя пирамиды суть представительныя формы всѣхъ формъ тетрагональной системы, и что, слѣдственно, наружный ихъ видъ колеблется между всѣми этими формами.

Означая чрезъ X нормальные конечные края, чрезъ Y діагональные конечные края, и чрезъ Z средніе края, Науманъ вычисляетъ слѣдующія формулы для краевыхъ угловъ:

$$\cos \mathrm{X} = -\frac{m^2a^2(n^2-1)+n^2}{\mathrm{M}},$$

$$\cos \mathrm{Y} = -\frac{n(2m^2a^2+n)}{\mathrm{M}},$$

$$\cos \mathrm{Z} = -\frac{m^2a^2(n^2+1)-n^2}{\mathrm{M}},$$

$$\mathrm{M} = m^2a^2(n^2+1)+n^2.$$

$$\cos \tfrac{1}{2}\,\mathrm{X} : \cos \tfrac{1}{2}\,\mathrm{Z} = ma : n$$

$$\cos \tfrac{1}{2}\,\mathrm{Y} : \cos \tfrac{1}{2}\,\mathrm{Z} = ma(n-1) : n\sqrt{2}$$

$$\cos \tfrac{1}{2}\,\mathrm{X} : \cos \tfrac{1}{2}\,\mathrm{Y} = \sqrt{2} : n-1$$

Отсюда ясно видно, что когда $\mathrm{X} = \mathrm{Y}$ (т. е. когда краевые углы нормальныхъ и діагональныхъ конечныхъ краевъ равны), тогда $n = 1 + \sqrt{2}$, т. е. ирраціональная величина. Но такъ какъ, по закону кристаллообразованія, m и n ирраціональными величинами быть не могутъ, то и между формами натуральныхъ кристалловъ: *правильной* восьмиугольной пирамиды *встрѣтиться не можетъ*.

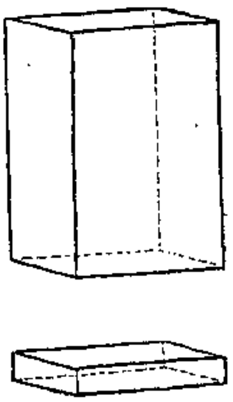
Длина половины промежуточной оси R, въ дитетрагональныхъ пирамидахъ, выразится слѣдующимъ образомъ:

$$\mathrm{R} = \frac{n\sqrt{2}}{n+1}$$

Тетрагональныя призмы (квадратныя призмы).

Тетрагональныя призмы суть открытыя формы; онѣ ограничены 4-мя плоскостями, параллельными вертикальной оси (фиг. 139 и 140). Поперечное сѣченіе тетрагональныхъ призмъ есть квадратъ.

Фиг. 139 и 140.



Тетрагональныя призмы, какъ и вообще всѣ открытыя формы, встрѣчаются только въ комбинаціи съ другими открытыми или закрытыми формами. Иногда призмы эти весьма развиты по вертикальному направленію, а иногда плоскости ихъ являются въ комбинаціяхъ, въ видѣ узенькихъ притупленій.

Такъ какъ, въ математическомъ смыслѣ, каждая тетрагональная призма есть безконечно-острая тетрагональная пирамида, то очевидно, что къ тетрагональнымъ призмамъ прилагаются всѣ тѣ же подраздѣленія, какъ и къ тетрагональнымъ пирамидамъ. И такъ, между гомоэдрическими тетрагональными призмами, мы имѣемъ: *тетрагональную призму перваго рода* и *тетрагональную призму втораго рода* *). По той причинѣ, что существуетъ всего только одна призма перваго рода и одна призма втораго рода, можно называть первую изъ нихъ просто *первою* тетрагональною призмою, а вторую — *второю* тетрагональною призмою. Эти двѣ призмы между собою различаются только взаимнымъ положеніемъ, подобно тому какъ тетрагональныя пирамиды перваго и втораго рода.

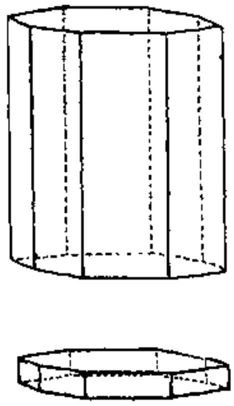
Знакъ тетрагональной призмы *перваго рода* $= \infty P$, а знакъ тетрагональной призмы *втораго рода* $= \infty P \infty$.

Краевые углы тетрагональныхъ призмъ $= 90^\circ\ 0'\ 0''$.

Дитетрагональныя призмы (симметрическія восьмиугольныя призмы, четыре-и-четырекрайныя призмы).

Дитетрагональныя призмы суть формы открытыя; онѣ ограничены 8-ю плоскостями, параллельными вертикальной оси (фиг. 141 и 142). Поперечное сѣченіе этихъ призмъ есть *дитетрагонъ*, т. е. *симметрическій*, но не правильный восьмиугольникъ. По той же самой причинѣ, по которой въ ряду формъ натуральныхъ кристалловъ, правильной восьмиугольной пирамиды существовать не можетъ, — въ природѣ не можетъ встрѣтиться и правильной восьмиугольной призмы.

Фиг. 141 и 142.



Края двухъ родовъ: нормальные X, и діагональные Y. Общій знакъ системы mPn, *для дитетрагональныхъ призмъ* превратится въ знакъ: ∞Pn; ибо для плоскостей этихъ призмъ $m = \infty$.

Для краевыхъ угловъ имѣемъ:

---

*) Точно также, какъ существуютъ тетрагональныя пирамиды третьяго рода, существуютъ и тетрагональныя призмы третьяго рода, но эти послѣднія, какъ и пирамиды, суть формы геміэдрическія.

$$\cos X = -\frac{n^2-1}{n^2+1}$$

$$\cos Y = -\frac{2n}{n^2+1}$$

Основной пинакоидъ (прямая конечная плоскость).

Подъ именемъ основнаго пинакоида, разумѣютъ совокупность двухъ плоскостей, параллельныхъ базису или основанію. Точно такъ, какъ призмы суть формы безконечнаго протяженія по направленію вертикальной оси, основной пинакоидъ есть форма безконечнаго протяженія по направленію боковыхъ осей, и слѣдственно есть форма открытая. По этой причинѣ, въ натуральныхъ кристаллахъ, основной пинакоидъ можетъ встрѣчаться только въ комбинаціи съ другими открытыми или закрытыми формами, образуя: или притупленіе конечныхъ угловъ пирамидъ, или ограниченіе концевъ призмъ. Отъ значительнаго преобладанія основнаго пинакоида надъ плоскостями другихъ формъ, часто зависитъ *таблицеобразный* видъ кристалловъ.

Общій знакъ системы mPn, *для основнаго пинакоида,* превращается въ знакъ: oP, ибо для плоскости этой формы, $m = o$, $n = 1$.

Выводъ и общій обзоръ гомоэдрическихъ формъ тетрагональной системы.

Въ знакѣ mPn дитетрагональной пирамиды заключаются знаки всѣхъ прочихъ гомоэдрическихъ формъ тетрагональной системы; по этому, означенная пирамида есть, очевидно, представитель, или общій случай для всѣхъ гомоэдрическихъ формъ этой системы. Точно такъ, какъ въ правильной системѣ мы вывели всѣ гомоэдрическія формы изъ сорокавосьмигранника, въ тетрагональной системѣ, мы можемъ вывесть всѣ формы этой системы изъ дитетрагональной пирамиды. Въ самомъ дѣлѣ, прилагая нашу методу (о которой мы достаточно распространились при разсмотрѣніи формъ правильной системы) къ дитетрагональной пирамидѣ $= mPn$, мы тотчасъ увидимъ, что могутъ произойти слѣдующіе частные случаи:

1) Когда $Z = 180°$, или когда $m = \infty$, происходитъ *дитетрагональная призма* $= \infty Pn$.

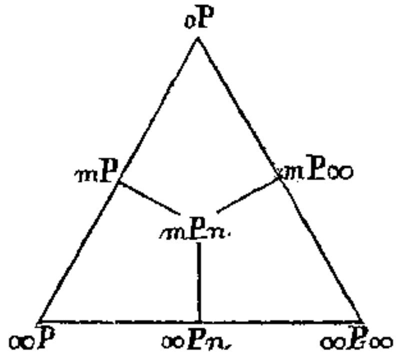
2) Когда $Y = 180°$, или когда $n = 1$, происходитъ *тетрагональная пирамида перваго рода* $= mP$.

3) Когда $X = 180°$, или когда $n = \infty$, происходитъ *тетрагональная пирамида втораго рода* $= mP\infty$.

4) Когда $Y = 180°$ и $Z = 180°$, или когда $m = \infty$ и $n = 1$, происходитъ *первая тетрагональная призма* $= \infty P$.

5) Когда $X = 180^\circ$ и $Z = 180^\circ$, или когда $m = \infty$ и $n = \infty$, происходитъ *вторая тетрагональная призма* $= \infty P \infty$.

6) Когда $X = 180^\circ$ и $Y = 180^\circ$, или когда $m = o$ и $n = 1$, происходитъ *основной пинакоидъ* $= oP$.



Для удобнѣйшаго общаго обзора гомоэдрическихъ формъ тетрагональной системы, равно какъ и для другихъ соображенiй, можетъ служить съ пользою треугольная хема, предложенная **Науманомъ**. Хема эта имѣетъ тоже самое значенiе, какъ и подобная хема въ правильной системѣ, а потому мы не будемъ входить здѣсь о ней въ дальнѣйшiя подробности.

ГЕМIЭДРИЧЕСКIЯ ФОРМЫ.

Мы можемъ вывести всѣ случаи гемiэдрiи тетрагональной системы точно такимъ же образомъ, какъ и въ системѣ правильной. Дитетрагональныя пирамиды суть *представители* всѣхъ формъ тетрагональной системы (въ ихъ знакѣ $= mPn$, даны знаки всѣхъ прочихъ формъ), а потому мы должны посмотрѣть сперва: по какимъ законамъ могутъ произойти гемiэдрическiя формы изъ дитетрагональныхъ пирамидъ, и потомъ примѣнить эти законы ко всѣмъ прочимъ формамъ, разсматривая эти послѣднiя, какъ будтобы онѣ были настоящiя дитетрагональныя пирамиды.

Въ тетрагональной системѣ разсматриваютъ обыкновенно только три главнѣйшихъ рода гемiэдрiи: *трапецоэдрическую, скаленоэдрическую* (сфеноидическую) и *пирамидальную.* Теоретически, возможенъ ещё четвертый родъ гемiэдрiи, называемый **Науманомъ** *ромботипною* гемiэдрiею, но существованiе въ природѣ этой послѣдней гемiэдрiи, ещё не подтверждено впрочемъ съ желаемою точностiю.

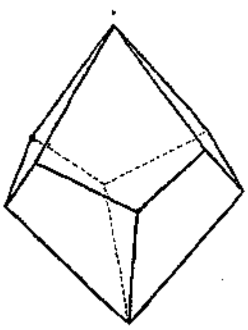
ТРАПЕЦОЭДРИЧЕСКАЯ ГЕМIЭДРIЯ.

Если въ данной дитетрагональной пирамидѣ $= mPn$, поперемѣнныя *одиночныя* плоскости растянутся, до взаимнаго ихъ пересѣченiя, а между ними лежащiя плоскости исчезнутъ, то чрезъ это произойдётъ гемiэдрическая форма, называемая *тетрагональнымъ трапецоэдромъ.*

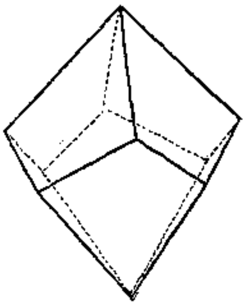
Тетрагональные трапецоэдры.

Формы эти ограничены 8-ю плоскостями, имѣютъ 16 краевъ и 10 угловъ (фиг. 143 и 144).

Фиг. 143.



Фиг. 144.



Плоскости суть равнобедренные трапецоиды.

Всѣ края неправильные, и трехъ родовъ: 8 конечныхъ, 4 короткихъ острѣйшихъ, и 4 длинныхъ тупѣйшихъ, среднихъ. Длинные средніе края соединены поперемѣнно съ короткими, и образуютъ вмѣстѣ зикзакообразную линію.

Углы двухъ родовъ: 2 тетрагональныхъ конечныхъ, и 8 неправильныхъ трехгранныхъ, среднихъ.

Поперечныя сѣченія суть большею частію квадраты, но центральное поперечное сѣченіе есть дитетрагонъ. Нормальныя и діагональныя главныя сѣченія суть ромбы.

Вертикальная ось *a* соединяетъ вершины конечныхъ угловъ, а боковыя оси *b* соединяютъ средины поперемѣнныхъ среднихъ краевъ. Мы будемъ въ послѣдствіи эти послѣдніе края, слѣдуя Науману, называть *нормальными*, а между ними лежащіе — *діагональными* средними краями. Очевидно, что средины нормальныхъ среднихъ краевъ лежатъ въ нормальныхъ главныхъ сѣченіяхъ, а средины діагональныхъ среднихъ краевъ —въ діагональныхъ главныхъ сѣченіяхъ.

Изъ каждой дитетрагональной пирамиды $= mPn$, получается два тетрагональныхъ трапецоэдра, которые относятся между собою, какъ *правая* и *лѣвая* вещь одной и той же пары, какъ напримѣръ: правая и лѣвая перчатка, одной и той же пары перчатокъ. По этому, кристаллографическія знаки трапецоэдровъ будутъ: $r\,\frac{mPn}{2}$ и $l\,\frac{mPn}{2}$. Здѣсь буква *r* есть начальная буква нѣмецкаго слова *rechts* (правый), а буква *l* — начальная буква слова *links* (лѣвый).

Означая конечные края чрезъ X, нормальные средніе края чрезъ Z, и діагональные средніе края чрезъ Z', для краевыхъ угловъ трапецоэдровъ, Науманъ вычисляетъ:

$$\cos X = -\frac{n^2}{M}$$

$$\cos Z = -\frac{m^2a^2(n^2-1)-n^2}{M}$$

$$\cos Z' = -\frac{n(2m^2a^2-n)}{M}$$

$$M = m^2a^2(n^2+1)+n^2$$

Если законъ трапецоэдрической геміэдріи будетъ примѣнёнъ ко всѣмъ прочимъ формамъ тетрагональной системы (разсматривая эти послѣднія, какъ будто бы онѣ были настоящія дитетрагональныя пирамиды), то найдётся, что наружный ихъ видъ *не претерпитъ никакого измѣненія;* по этому, въ трапецоэдрически-геміэдрическихъ комбинаціяхъ, исключая дитетрагональныхъ пирамидъ, всѣ прочія формы системы, должны явиться съ полнымъ числомъ своихъ плоскостей.

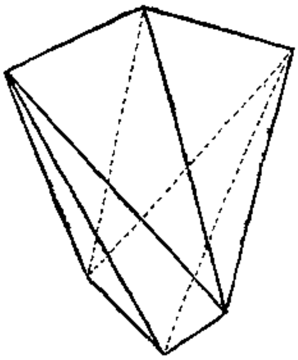
СКАЛЕНОЭДРИЧЕСКАЯ ГЕМІЭДРІЯ (сфеноидическая геміэдрія).

Если въ данной дитетрагональной пирамидѣ $= m\mathrm{P}n$, поперемѣнныя пары плоскостей, пересѣкающихся въ діагональныхъ конечныхъ краяхъ Y, растянутся, а между ними лежащія пары исчезнутъ, то произойдётъ геміэдрическая форма, называемая *тетрагональнымъ скаленоэдромъ*. Тетрагональныхъ скаленоэдровъ, очевидно, можетъ существовать множество, и мы постараемся теперь ознакомиться съ ними ближе.

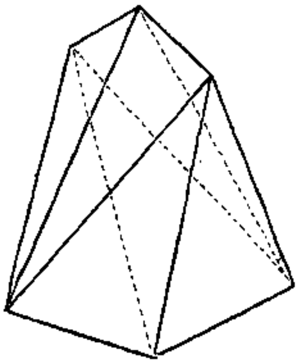
Тетрагональные скаленоэдры.

Формы эти ограничены 8-ю плоскостями, имѣютъ 12 краевъ и 6 угловъ (фиг. 145 и 146).

Фиг. 145.



Фиг. 146.



Плоскости суть неравносторонніе треугольники.

Края трехъ родовъ: 4 симметрическихъ длинныхъ тупѣйшихъ, и 4 такихъ же короткихъ острѣйшихъ, конечныхъ; и 4 неправильныхъ среднихъ, расположенныхъ зикзакомъ.

Углы двухъ родовъ: 2 ромбическихъ конечныхъ, и 4 неправильныхъ четырехгранныхъ, среднихъ.

Поперечныя сѣченія суть: частію ромбы, частію неправильные восьмиугольники; центральное же поперечное сѣченіе есть дитетрагонъ. Нормальныя главныя сѣченія суть ромбы, а діагональныя главныя сѣченія — дельтоиды.

Вертикальная ось a соединяетъ вершины конечныхъ угловъ, а боковыя оси b — средины каждыхъ двухъ противолежащихъ среднихъ краевъ.

Изъ каждой данной дитетрагональной пирамиды $= m\mathrm{P}n$, происходятъ два тетрагональныхъ скаленоэдра, совершенно равныхъ и подобныхъ, но различающихся между собою только своимъ положеніемъ. Знаки этихъ скаленоэдровъ можно писать, слѣдуя Науману, такъ: $+\frac{m\mathrm{P}n}{2}$ и $-\frac{m\mathrm{P}n}{2}$.

Означивъ, чрезъ X короткіе конечные края, чрезъ Y длинные конечные края, и чрезъ Z средніе края, Науманъ, для краевыхъ угловъ тетрагональныхъ скаленоэдровъ, вычисляетъ:

$$\cos X = \frac{n(2m^2a^2 - n)}{\mathrm{M}}$$

$$\cos Y = -\frac{n(2m^2a^2 + n)}{\mathrm{M}}$$

$$\cos Z = -\frac{m^2a^2(n^2-1)-n^2}{M}, \text{ гдѣ}$$

$$M = m^2a^2(n^2+1)+n^2$$

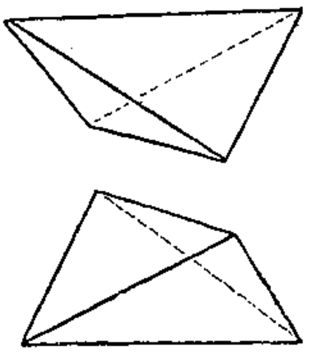
$$\cos\tfrac{1}{2}X : \cos\tfrac{1}{2}Y = n+1 : n-1$$

Примѣняя законъ скаленоэдрической геміэдріи къ другимъ формамъ системы, мы находимъ: что *тетрагональныя пирамиды перваго рода* превращаются въ *тетрагональные сфеноиды*, и что всѣ прочія формы (т. е. тетрагональные пирамиды втораго рода, и всѣ призмы) не претерпѣваютъ *никакого измѣненія;* послѣднія по этой причинѣ, въ комбинаціяхъ скаленоэдрическихъ, должны являться съ полнымъ числомъ своихъ плоскостей.

Тетрагональные сфеноиды.

Формы эти ограничены 4-мя плоскостями, имѣютъ 6 краевъ и 4 угла (фиг. 147 и 148).

Фиг. 147 и 148.



Плоскости суть равнобедренные треугольники.

Края двухъ родовъ: 2 правильныхъ, горизонтальныхъ, конечныхъ, и 4 неправильныхъ, расположенныхъ зикзакообразно, среднихъ.

Углы одного рода, неправильные, трехгранные.

Всѣ поперечныя сѣченія, за исключеніемъ центральнаго, суть прямоугольники; а это послѣднее — квадратъ.

Вертикальная ось a соединяетъ средины правильныхъ краевъ, а боковыя оси b — средины каждыхъ двухъ противолежащихъ среднихъ краевъ. Знаки сфеноидовъ суть: $+\frac{mP}{2}$ и $-\frac{mP}{2}$.

Означивъ, чрезъ X конечные края, и чрезъ Z средніе края, получимъ:

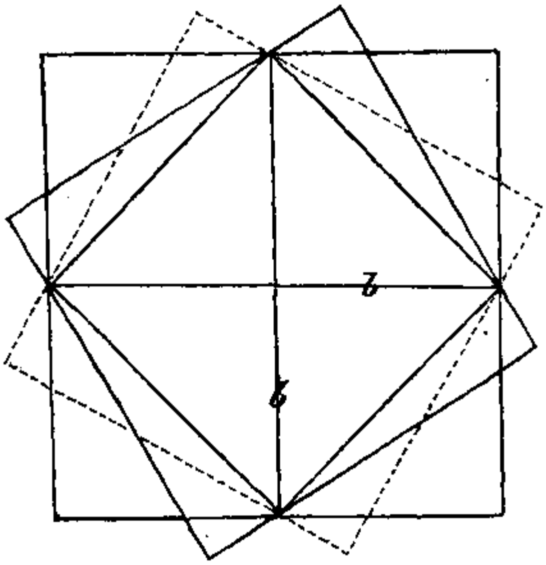
$$\cos X = \frac{2m^2a^2-1}{2m^2a^2+1}$$

$$\cos Z = \frac{1}{2m^2a^2+1}$$

ПИРАМИДАЛЬНАЯ ГЕМІЭДРІЯ.

Если въ данной дитетрагональной пирамидѣ $= mPn$, пары плоскостей, лежащія при поперемѣнныхъ среднихъ краяхъ (т. е. пары, образованныя плоскостями, пересѣкающимися въ поперемѣнныхъ среднихъ краяхъ) растянутся, а между ними лежащія пары исчезнутъ, то чрезъ это произойдётъ геміэдрическая форма, называемая *тетрагональною пирамидою третьяго рода*. Очевидно, что изъ каждой данной дитетрагональной пирамиды, могутъ произойти двѣ тетрагональныхъ пирамиды третьяго рода, совершенно равныхъ и подобныхъ, но различающихся между собою взаимнымъ положеніемъ. Одну изъ этихъ пирамидъ можно означить, слѣдуя **Науману**, знакомъ $\frac{r}{l}\frac{mPn}{2}$, а другую: $\frac{l}{r}\frac{mPn}{2}$. Плоскости тетрагональныхъ пирамидъ третьяго рода не перпендикулярны ни къ нормальнымъ, ни къ діагональнымъ главнымъ сѣченіямъ; ихъ средніе края пересѣкаютъ одну боковую ось b подъ угломъ большимъ 45°, а другую подъ угломъ меньшимъ 45°, но никогда не достигая границъ 90° и 0°. На фигурѣ 149 представлены основанія пирамидъ перваго, втораго и третьяго рода. На этой фигурѣ, основаніе одной изъ пирамидъ третьяго рода обозначено чертами, а основаніе другой пирамиды третьяго рода — пунктиромъ.

Фиг. 149.



Въ тетрагональныхъ пирамидахъ третьяго рода, конечные края X суть тѣ же самые, какъ и конечные края тетрагональныхъ трапецоэдровъ, а средніе края Z суть тѣ же самые, какъ и средніе края дитетрагональныхъ пирамидъ; по этому, для тетрагональныхъ пирамидъ третьяго рода будемъ имѣть:

$$\cos X = -\frac{n^2}{M}$$

$$\cos Z = -\frac{m^2a^2(n^2+1)-n^2}{M},$$

$$\text{гдѣ } M = m^2a^2(n^2+1)+n^2$$

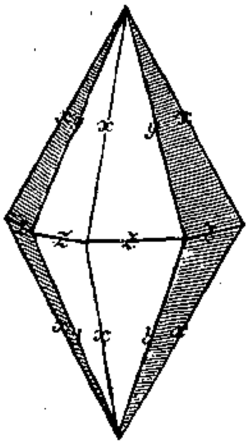
Примѣняя законъ пирамидальной геміэдріи къ другимъ гомоэдрическимъ формамъ тетрагональной системы, мы найдемъ, что: *дитетрагональныя призмы* $= \infty Pn$ превращаются въ *тетрагональныя призмы третьяго рода* $= \frac{\infty Pn}{2}$, и что всѣ прочія формы *не претерпѣваютъ никакого измѣненія* въ наружномъ видѣ.

РОМБОТИПНАЯ ГЕМІЭДРІЯ.

Если въ данной дитетрагональной пирамидѣ $= mPn$, четыре плоскости, представляющія двѣ пары плоскостей, пересѣкающихся въ двухъ среднихъ краяхъ, примыкающихъ къ нормальнымъ среднимъ угламъ, — растянутся, а между ними лежащія исчезнутъ (фиг. 150), то чрезъ это произойдетъ *ромбическая пирамида*.

Примѣняя законъ ромботипной геміэдріи ко всѣмъ прочимъ формамъ тетрагональной системы, мы найдемъ, что:

Фиг. 150.



Тетрагональныя пирамиды перваго рода = *m*P и *первая тетрагональная призма* = ∞P остаются *безъ измѣненія.*

Тетрагональныя пирамиды втораго рода = *m*P∞ превращаются въ горизонтальныя призмы или *домы.*

Дитетрагональныя призмы = ∞P*n* превращаются въ *ромбическія призмы.*

Вторая тетрагональная призма = ∞P∞ превращается въ одну пару вертикальныхъ плоскостей, т. е. въ *пинакоидъ.*

Существованіе этой геміэдріи въ природѣ, какъ уже и выше было замѣчено, ещё не доказано съ желаемою точностію, а потому мы и не входимъ здѣсь въ дальнѣйшія о ней подробности.

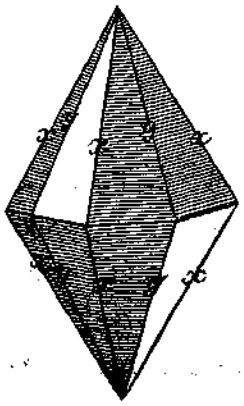
ТЕТАРТОЭДРИЧЕСКІЯ ФОРМЫ.

Въ тетрагональной системѣ возможны два рода тетартоэдріи, а именно: *сфеноидическая* и *ромботипная* тетартоэдрія. Хотя ни той, ни другой въ натуральныхъ кристаллахъ до сихъ поръ еще не открыто, однако, судя по аналогіи тетрагональной системы съ гексагональною, нельзя не ожидать, чтобы рано или поздно таковыя не встрѣтились.

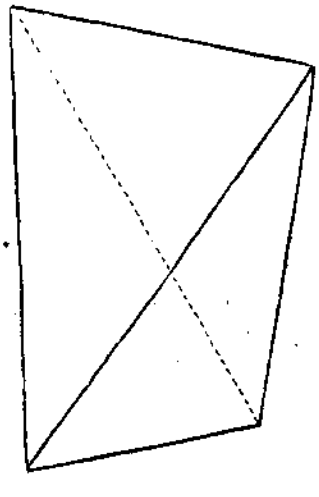
СФЕНОИДИЧЕСКАЯ ТЕТАРТОЭДРІЯ.

Для того, чтобы представить себѣ удобопонятнѣе законъ этой тетартоэдріи, и чтобы не возродилось никакихъ сомнѣній, касательно исчезающихъ и остающихся плоскостей въ данной дитетрагональной пирамидѣ, лучше всего вывести эту тетартоэдрію, какъ повторительную геміэдрію *тетрагональныхъ пирамидъ третьяго рода* = $\frac{r}{l}\,\frac{mPn}{2}$ или $\frac{l}{r}\,\frac{mPn}{2}$. Въ самомъ дѣлѣ, если мы вообразимъ себѣ, что поперемѣнныя одиночныя плоскости данной тетрагональной пирамиды третьяго рода растянутся, до взаимнаго пересѣченія, а между ними лежащія исчезнутъ, то мы получимъ сфеноидъ, который можно назвать *сфеноидомъ третьяго рода* (фиг. **152**). Этотъ сфеноидъ, очевидно, относительно дитетрагональной пирамиды (изъ которой произведена тетрагональная пирамида третьяго рода, давшая помянутый сфеноидъ), будетъ тетартоэдрическая форма. Производя такой сфеноидъ прямо изъ дитетрагональной пирамиды, напримѣръ изъ представленной на фигурѣ **151**, мы должны воображать, что бѣлыя плоскости означенной фигуры растягиваются, а черныя исчезаютъ.

Фиг. 151.



Фиг. 152.



И такъ, изъ каждой данной дитетрагональной пирамиды можетъ произойти *четыре* сфеноида, отличающихся другъ отъ друга единственно только по взаимному положенію. Сфеноиды эти, Науманъ обозначаетъ слѣдующимъ образомъ:

$$+\frac{r}{l}\,\frac{mPn}{4},\ -\frac{r}{l}\,\frac{mPn}{4}\ \text{и}\ +\frac{l}{r}\,\frac{mPn}{4},\ -\frac{l}{r}\,\frac{mPn}{4}.$$

Примѣняя законъ сфеноидической тетартоэдріи ко всѣмъ прочимъ формамъ, мы найдемъ, что:

Тетрагональныя пирамиды перваго рода $= mP$ превращаются въ *тетрагональные сфеноиды перваго рода* $= \frac{mP}{4}$.

Тетрагональныя пирамиды втораго рода $= mP\infty$ превращаются въ *тетрагональные сфеноиды втораго рода* $= \frac{mP\infty}{4}$.

Дитетрагональныя призмы $= \infty Pn$ превращаются въ *тетрагональныя призмы третьяго рода* $= \frac{\infty Pn}{2}$.

Первая тетрагональная призма $= \infty P$, наружности своей *не измѣняетъ*.

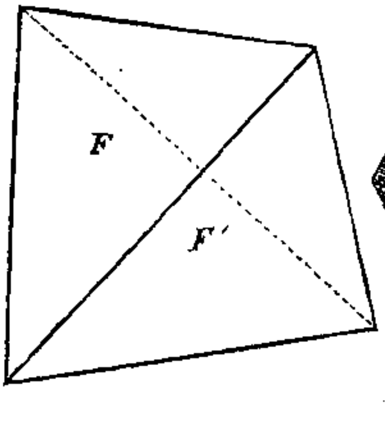
Вторая тетрагональная призма $= \infty P\infty$, наружности своей *не измѣняетъ*.

Основной *пинакоидъ* $= oP$, наружности своей *не измѣняетъ*.

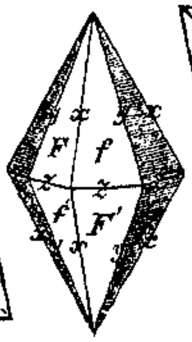
РОМБОТИПНАЯ ТЕТАРТОЭДРІЯ.

Точно также, какъ въ предъидущемъ случаѣ, чтобы удобнѣе понять законъ ромботипной тетартоэдріи, лучше всего разсматривать эту тетартоэдрію, какъ повторительную геміэдрію *тетрагональныхъ скаленоэдровъ*, или также *тетрагональныхъ трапецоэдровъ*; а именно, представляя себѣ, что въ скаленоэдрахъ растягиваются *пары* плоскостей, пересѣкающихся въ *поперемѣнныхъ среднихъ краяхъ*, а въ трапецоэдрахъ—*пары* плоскостей, пересѣкающихся въ *поперемѣнныхъ нормальныхъ среднихъ краяхъ*. Такъ напримѣръ, изъ каждаго тетрагональнаго скаленоэдра этимъ путёмъ можно произвести двѣ дополнительныя формы, которыя будутъ *энантіоморфны*, т. е. будутъ представлять пару,

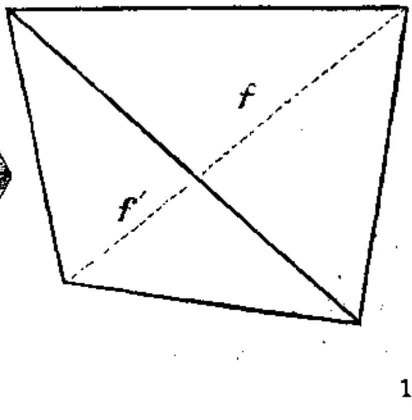
Фиг. 153.



Фиг. 154.



Фиг. 155.



состоящую изъ *правой* и *лѣвой* вещи, подобно тому, какъ правая и лѣвая перчатка одной и той же пары перчатокъ. Эти формы суть особеннаго рода сфеноиды, имѣющіе нѣкоторое сходство со сфеноидами ромбической системы; Науманъ называетъ ихъ *плагіосфеноидами.* Очевидно, что каждая дитетрагональная пирамида (фиг. 154) даётъ четыре такихъ плагіосфеноидовъ, и что слѣдственно, каждый изъ нихъ относится къ ней, какъ тетартоэдрическая форма. *Плагіосфеноиды* (фиг. 153 и 155) ограничены четырьмя неравносторонними треугольниками; 4 средніе ихъ края (попеременно длинные и короткіе) расположены зикзакообразно, а 2 конечные — горизонтально.

Примѣняя законъ ромботипной тетартоэдріи ко всѣмъ прочимъ формамъ тетрагональной системы, мы находимъ, что:

Тетрагональныя пирамиды перваго рода = mP превращаются въ *тетрагональные сфеноиды.*

Тетрагональныя пирамиды втораго рода = mP∞ превращаются въ *горизонтально-призматическія формы,* т. е. въ такія формы, которыя по направленію одной изъ боковыхъ осей пространства не замыкаютъ. Формы эти можно назвать *домами.*

Дитетрагональныя призмы = ∞Pn превращаются въ *вертикально-призматическія формы,* имѣющія ромбическій поперечный разрѣзъ, т. е. въ *ромбическія призмы.*

Первая тетрагональная призма = ∞P, въ наружномъ своемъ видѣ *не измѣняется.*

Вторая тетрагональная призма = ∞P∞ превращается въ одну пару параллельныхъ плоскостей, образуя *вертикальный пинакоидъ.*

Пинакоидъ = оР, въ наружномъ своемъ видѣ *не измѣняется.*

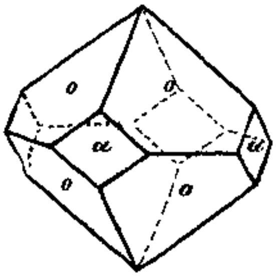
ЛЕКЦІЯ ДЕВЯТАЯ.

КОМБИНАЦІИ ТЕТРАГОНАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ.

Не входя въ различныя подробности, касающіяся опредѣленія комбинацій,—подробности, на которыя мы уже достаточно обратили вниманіе слушателей, при разсмотрѣніи комбинацій системы правильной, опишемъ теперь нѣсколько наиболѣе обыкновенныхъ и поучительныхъ тетрагональныхъ комбинацій.

КОМБИНАЦІИ ГОМОЭДРИЧЕСКІЯ.

Фиг. 156.

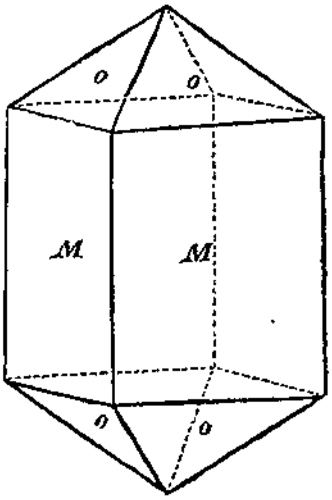


Фигура 156 представляетъ комбинацію формъ: основной тетрагональной пирамиды $o = P$, и второй тетрагональной призмы $a = \infty P \infty$. И такъ имѣемъ:

$$P \,.\, \infty P \infty.$$

Комбинація эта встрѣчается въ кристаллахъ меллита (медоваго камня), изъ тульской губерніи и другихъ мѣстъ.

Фиг. 157.

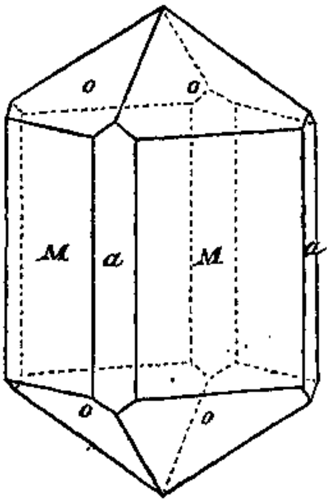


Фигура 157 представляетъ комбинацію формъ: первой тетрагональной призмы $M = \infty P$, и основной тетрагональной пирамиды $o = P$. И такъ имѣемъ:

$$\infty P \,.\, P.$$

Комбинація эта встрѣчается въ кристаллахъ уральскаго циркона.

Фиг. 158.

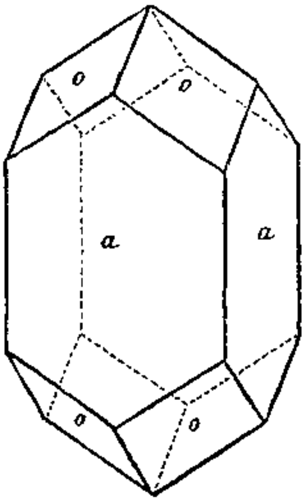


Фигура 158 представляетъ комбинацію формъ: первой тетрагональной призмы $M = \infty P$, второй тетрагональной призмы $a = \infty P \infty$, и основной тетрагональной пирамиды $o = P$. И такъ имѣемъ:

$$\infty P \,.\, P \,.\, \infty P \infty.$$

Комбинація эта встрѣчается въ кристаллахъ уральскаго циркона.

Фиг. 159.

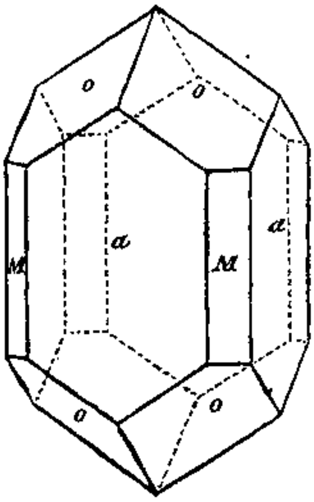


Фигура 159 представляетъ комбинацію формъ: второй тетрагональной призмы $a = \infty P \infty$, и основной тетрагональной пирамиды $o = P$. И такъ имѣемъ:

$$\infty P \infty \,.\, P.$$

Комбинація эта встрѣчается въ кристаллахъ уральскаго циркона.

Фиг. 160.

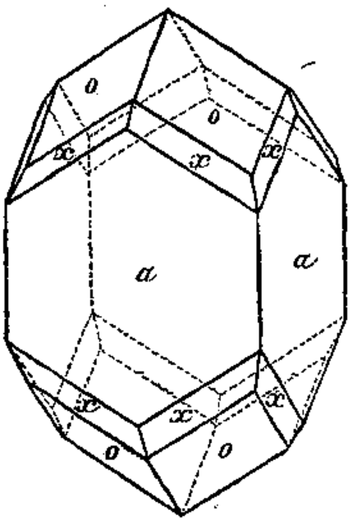


Фигура 160 представляетъ комбинацію формъ: второй тетрагональной призмы $a = \infty P \infty$, первой тетрагональной призмы $M = \infty P$, и основной тетрагональной пирамиды $o = P$. И такъ имѣемъ:

$$\infty P \infty \,.\, P \,.\, \infty P.$$

Комбинація эта встрѣчается въ кристаллахъ уральскаго циркона.

Фиг. 161.

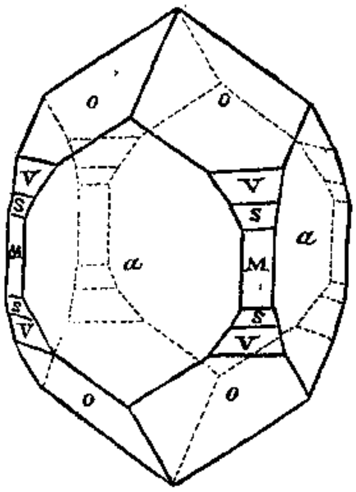


Фигура 161 представляетъ комбинацію формъ: второй тетрагональной призмы $a = \infty P \infty$, основной тетрагональной пирамиды $o = P$, и дитетрагональной пирамиды $x = 3P3$. И такъ имѣемъ:

$$\infty P \infty \, . \, P \, . \, 3P3.$$

Комбинація эта встрѣчается въ кристаллахъ уральскаго циркона.

Фиг. 162.

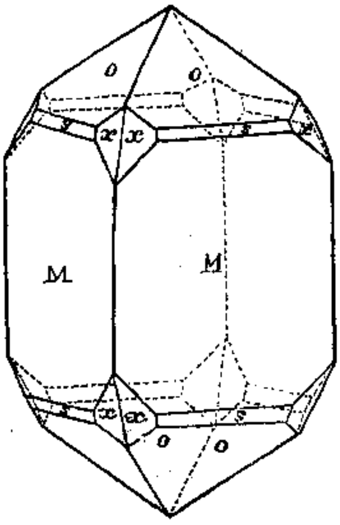


Фигура 162 представляетъ комбинацію формъ: второй тетрагональной призмы $a = \infty P \infty$, первой тетрагональной призмы $M = \infty P$, основной тетрагональной пирамиды $o = P$, и тетрагональныхъ пирамидъ перваго рода $v = 2P$ и $s = 3P$. И такъ имѣемъ:

$$\infty P \infty \, . \, \infty P \, . \, P \, . \, 2P \, . \, 3P.$$

Комбинація эта встрѣчается въ кристаллахъ уральскаго циркона.

Фиг. 163.

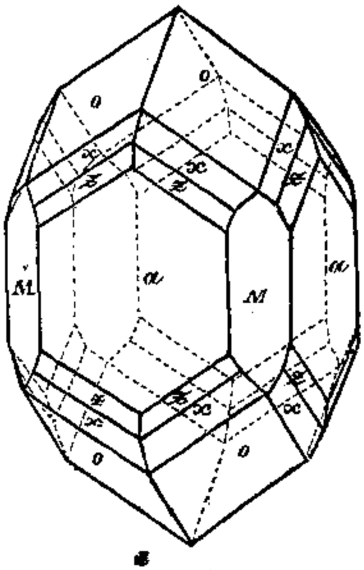


Фигура 163 представляетъ комбинацію формъ: первой тетрагональной призмы $M = \infty P$, основной тетрагональной пирамиды $o = P$, тетрагональной пирамиды перваго рода $s = 3P$, и дитетрагональной пирамиды $x = 3P3$. И такъ имѣемъ:

$$\infty P \, . \, P \, . \, 3P \, . \, 3P3.$$

Комбинацію эту опредѣлилъ я въ кристаллахъ уральскаго циркона.

Фиг. 164.

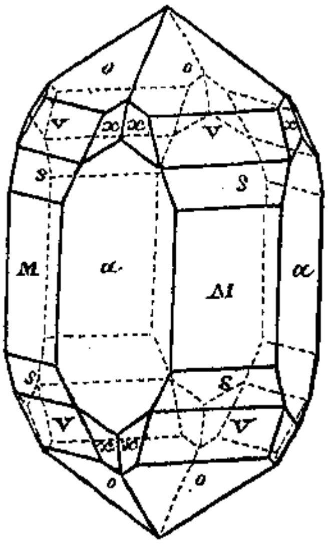


Фигура 164 представляетъ комбинацію формъ: второй тетрагональной призмы $a = \infty P \infty$, первой тетрагональной призмы $M = \infty P$, основной тетрагональной пирамиды $o = P$, и дитетрагональныхъ пирамидъ $x = 3P3$ и $z = 5P5$. И такъ имѣемъ:

$$\infty P \infty \, . \, \infty P \, . \, P. \, 3P3 \, . \, 5P5.$$

Комбинацію эту опредѣлилъ я въ кристаллахъ уральскаго циркона.

Фиг. 165.

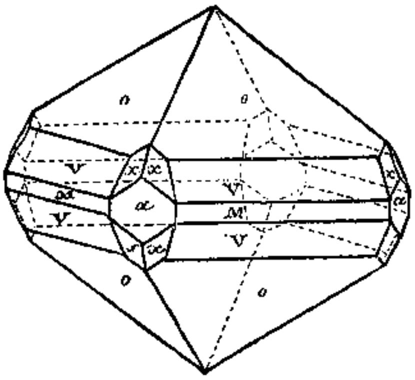


Фигура 165 представляетъ комбинацію формъ: первой тетрагональной призмы $M = \infty P$, второй тетрагональной призмы $a = \infty P \infty$, основной тетрагональной пирамиды $o = P$, тетрагональныхъ пирамидъ перваго рода $v = 2P$ и $s = 3P$, и дитетрагональной пирамиды $x = 3P3$. И такъ имѣемъ:

$$\infty P \infty \, . \, \infty P \, . \, P \, . \, 2P \, . \, 3P \, . \, 3P3.$$

Комбинація эта встрѣчается въ кристаллахъ уральскаго циркона.

Фиг. 166.

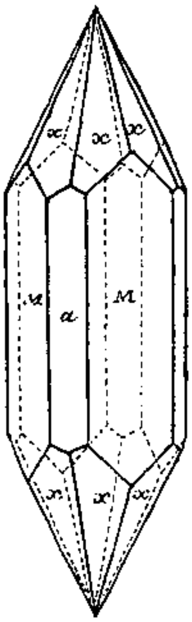


Фигура 166 представляетъ комбинацію формъ: основной тетрагональной пирамиды $o = P$, тетрагональной пирамиды перваго рода $v = 2P$, первой тетрагональной призмы $M = \infty P$, второй тетрагональной призмы $a = \infty P\infty$, и дитетрагональной пирамиды $x = 3P3$. И такъ имѣемъ:

$$P \,.\, 2P \,.\, \infty P \,.\, \infty P\infty \,.\, 3P3.$$

Комбинація эта встрѣчается въ кристаллахъ уральскаго циркона.

Фиг. 167.

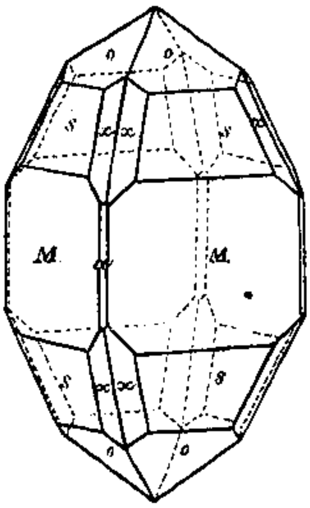


Фигура 167 представляетъ комбинацію формъ: первой тетрагональной призмы $M = \infty P$, второй тетрагональной призмы $a = \infty P\infty$, и дитетрагональной пирамиды $x = 3P3$. И такъ имѣемъ:

$$\infty P \,.\, \infty P\infty \,.\, 3P3.$$

Комбинація эта встрѣчается въ кристаллахъ циркона, попадающихся въ уральскихъ золотоносныхъ розсыпяхъ.

Фиг. 168.

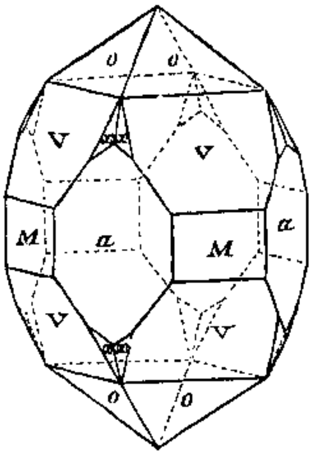


Фигура 168 представляетъ комбинацію формъ: первой тетрагональной призмы $M = \infty P$, второй тетрагональной призмы $a = \infty P\infty$, основной пирамиды $o = P$, тетрагональной пирамиды перваго рода $s = 3P$, и дитетрагональной пирамиды $x = 3P3$. И такъ имѣемъ:

$$\infty P \,.\, \infty P\infty \,.\, P \,.\, 3P \,.\, 3P3.$$

Комбинація эта встрѣчается въ кристаллахъ уральскаго циркона.

Фиг. 169.

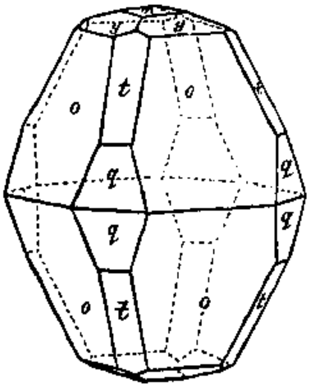


Фигура 169 представляетъ комбинацію формъ: основной тетрагональной пирамиды $o = P$, тетрагональной пирамиды перваго рода $v = 2P$, первой тетрагональной призмы $M = \infty P$, второй тетрагональной призмы $a = \infty P\infty$, и дитетрагональной пирамиды $x = 3P3$. И такъ имѣемъ:

$$P \,.\, 2P \,.\, \infty P \,.\, \infty P\infty \,.\, 3P3.$$

Комбинація эта встрѣчается въ кристаллахъ уральскаго циркона.

Фиг. 170.



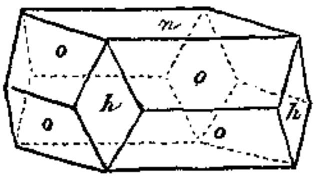
Фигура 170 представляетъ комбинацію формъ: основной тетрагональной пирамиды $o = P$, тетрагональной пирамиды перваго рода $y = \frac{1}{4}P$, тетрагональныхъ пирамидъ втораго рода:

t = P∞ (первой тупѣйшей) *) и q = 3P∞, и основнаго пинакоида n = oP. И такъ имѣемъ:

$$\mathrm{P}\ .\ \tfrac{1}{7}\mathrm{P}\ .\ \mathrm{P}\infty\ .\ 3\mathrm{P}\infty\ .\ \mathrm{oP}.$$

Комбинація эта опредѣлена мною въ кристаллахъ анатаза, попадающихся въ уральскихъ золотоносныхъ розсыпяхъ.

Фиг. 171.

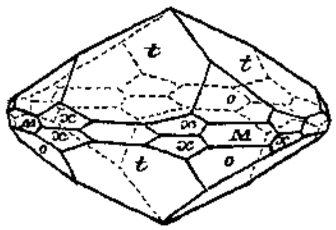


Фигура 171 представляетъ комбинацію формъ: основной пирамиды o = P, основнаго пинакоида n = oP, и второй тетрагональной призмы h = ∞P∞. И такъ имѣемъ:

$$\mathrm{P}\ .\ \mathrm{oP}\ .\ \infty\mathrm{P}\infty.$$

Комбинація эта замѣчается въ кристаллахъ анатаза, попадающихся въ уральскихъ золотоносныхъ розсыпяхъ.

Фиг. 172.

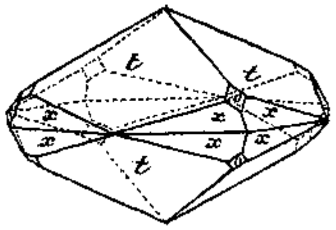


Фигура 172 представляетъ комбинацію формъ: основной тетрагональной пирамиды o = P, тетрагональной пирамиды втораго рода t = P∞ (первой тупѣйшей), первой тетрагональной призмы M = ∞P, второй тетрагональной призмы a = ∞P∞, и дитетрагональной пирамиды x=3P3. И такъ имѣемъ:

$$\mathrm{P}\ .\ \mathrm{P}\infty\ .\ \infty\mathrm{P}\ .\ \infty\mathrm{P}\infty\ .\ 3\mathrm{P}3.$$

Комбинацію эту опредѣлилъ *я* въ кристаллахъ энгельгардита (разности циркона), попадающихся въ золотоносныхъ розсыпяхъ томской губерніи.

Фиг. 173.



Фигура 173 представляетъ комбинацію формъ: тетрагональной пирамиды втораго рода t = P∞ (первой тупѣйшей), основной тетрагональной пирамиды o = P, и дитетрагональной пирамиды x = 3P3. И такъ имѣемъ:

$$\mathrm{P}\infty\ .\ \mathrm{P}\ .\ 3\mathrm{P}3.$$

Комбинацію эту опредѣлилъ я въ кристаллахъ энгельгардита (разности циркона), попопадающихся въ золотоносныхъ розсыпяхъ томской губерніи.

---

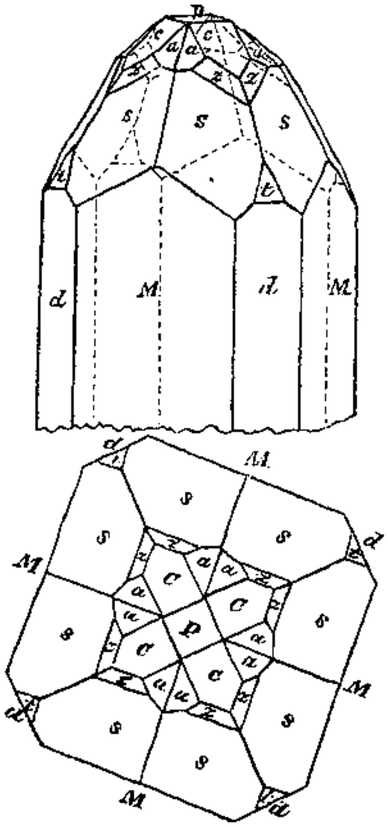
*) Пирамиду, которой плоскости притупляютъ конечные края основной пирамиды, называютъ обыкновенно: *первою тупѣйшею пирамидою;* пирамиду, которой плоскости притупляютъ конечные края первой тупѣйшей пирамиды, называютъ *второю тупѣйшею пирамидою*, и т. д. Такимъ образомъ получаются: *первая, вторая, третія, четвертая* и т. д. *тупѣйшія пирамиды.* Наоборотъ, пирамиду, которой плоскости пріостряютъ средніе углы основной пирамиды, и притомъ такъ, что образующійся при этомъ комбинаціонный край параллеленъ *діагонали* плоскости основной пирамиды, называютъ: *первою острѣйшею пирамидою.* Точно также могутъ существовать: *первая, вторая, третія* и т. д. *острѣйшія пирамиды.*

Фигуры 174 и 175 представляютъ комбинацію формъ: основной тетрагональной пирамиды $c = P$, тетрагональной пирамиды перваго рода $t = 3P$, первой тетрагональной призмы $d = \infty P$, второй тетрагональной призмы $M = \infty P\infty$, дитетрагональныхъ пирамидъ: $s = 3P3$, $a = \frac{3}{2}P3$ и $z = 2P2$, и основнаго пинакоида $P = oP$. И такъ имѣемъ:

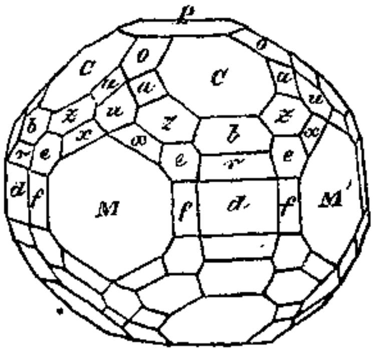
$$\infty P\infty \,.\, \infty P \,.\, P \,.\, 3P \,.\, 3P3 \,.\, \tfrac{3}{2}P3 \,.\, 2P2 \,.\, oP.$$

Комбинація эта опредѣлена мною въ кристаллахъ везувіана, встрѣчающихся въ Кумачинскихъ горахъ, на Уралѣ.

Фиг. 174 и 175.



Фиг. 176.

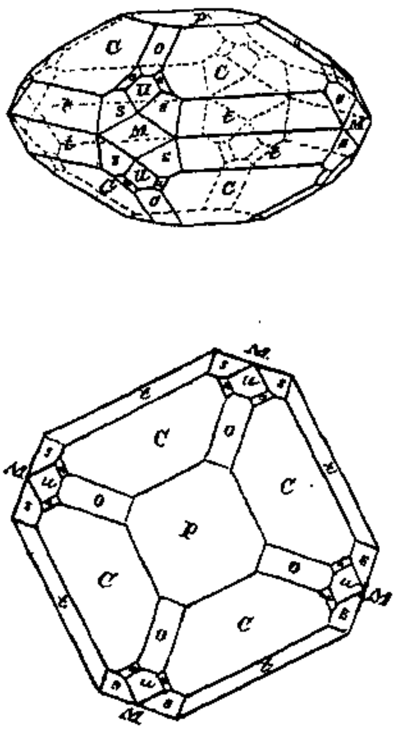


Фигура 176 представляетъ комбинацію формъ: основной тетрагональной пирамиды $c = P$, тетрагональныхъ пирамидъ перваго рода: $b = 2P$ и $r = 4P$, тетрагональныхъ пирамидъ втораго рода: $o = P\infty$ и $u = 2P\infty$, первой тетрагональной призмы $d = \infty P$, второй тетрагональной призмы $M = \infty P\infty$, дитетрагональной призмы $f = \infty P2$, дитетрагональныхъ пирамидъ: $a = \frac{3}{2}P3$, $z = 2P2$, $x = 4P4$ и $e = 4P2$, и основнаго пинакоида $P = oP$. И такъ имѣемъ:

$$\infty P\infty \,.\, \infty P \,.\, \infty P2 \,.\, P \,.\, 2P \,.\, 4P \,.\, P\infty \,.\, 2P\infty \,.\, \tfrac{3}{2}P3 \,.\, 2P2 \,.\, 4P4 \,.\, 4P2 \,.\, oP.$$

Комбинація эта встрѣчается въ кристаллахъ везувіана.

Фиг. 177 и 178.

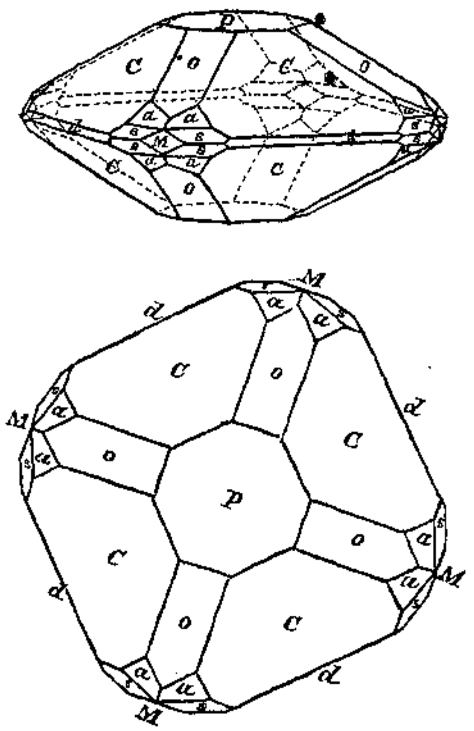


Фигуры 177 и 178 представляютъ комбинацію формъ: основной тетрагональной пирамиды $c = P$, тетрагональной пирамиды перваго рода $t = 3P$, тетрагональныхъ пирамидъ втораго рода: $o = P\infty$ и $u = 2P\infty$, второй тетрагональной призмы $M = \infty P\infty$, дитетрагональныхъ пирамидъ: $a = \frac{3}{2}P3$ и $s = 3P3$, и основнаго пинакоида $P = oP$. И такъ имѣемъ:

$$P \,.\, 3P \,.\, P\infty \,.\, 2P\infty \,.\, \infty P\infty \,.\, \tfrac{3}{2}P3 \,.\, 3P3 \,.\, oP.$$

Комбинація эта опредѣлена мною въ кристаллахъ везувіана, встрѣчающихся въ Назямскихъ горахъ, на Уралѣ.

Фиг. 179 и 180.

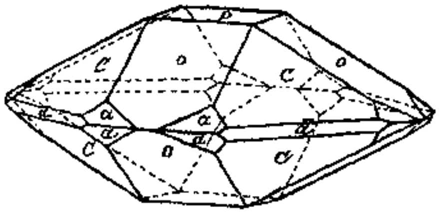


Фигуры 179 и 180 представляютъ комбинацію формъ: основной тетрагональной пирамиды $c = P$, тетрагональной пирамиды втораго рода $o = P\infty$, первой тетрагональной призмы $d = \infty P$, второй тетрагональной призмы $M = \infty P\infty$, дитетрагональныхъ пирамидъ: $a = \frac{3}{2}P3$ и $s = 3P3$, и основнаго пинакоида $P = oP$. И такъ имѣемъ:

$$P \,.\, P\infty \,.\, \infty P \,.\, \infty P\infty \,.\, \tfrac{3}{2}P3 \,.\, 3P3 \,.\, oP.$$

Комбинація эта опредѣлена мною въ кристаллахъ везувіана, встрѣчающихся въ Назямскихъ горахъ, на Уралѣ.

Фиг. 181.

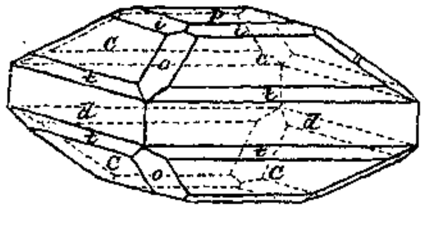


Фигура 181 представляетъ комбинацію формъ: основной тетрагональной пирамиды $c = P$, тетрагональной пирамиды втораго рода $o = P\infty$, первой тетрагональной призмы $d = \infty P$, дитетрагональной пирамиды $a = \frac{3}{2}P3$, и основнаго пинакоида $P = oP$. И такъ имѣемъ:

$$P \,.\, P\infty \,.\, \infty P \,.\, \tfrac{3}{2}P3 \,.\, oP.$$

Комбинація эта опредѣлена мною въ кристаллахъ везувіана, встрѣчающихся въ Назямскихъ горахъ, на Уралѣ.

Фиг. 182.

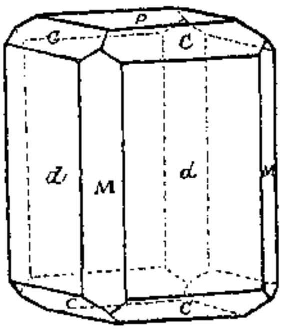


Фигура 182 представляетъ комбинацію формъ: основной тетрагональной пирамиды $c = P$, тетрагональныхъ пирамидъ перваго рода: $i = \frac{1}{3}P$ и $t = 3P$, тетрагональной пирамиды втораго рода $o = P\infty$, первой тетрагональной призмы $d = \infty P$, и основнаго пинакоида $P = oP$. И такъ имѣемъ:

$$P \,.\, \tfrac{1}{3}P \,.\, 3P \,.\, P\infty \,.\, \infty P \,.\, oP.$$

Комбинація эта опредѣлена мною въ кристаллахъ везувіана, встрѣчающихся въ Назямскихъ горахъ, на Уралѣ.

Фиг. 183.



Фигура 183 представляетъ комбинацію формъ: первой тетрагональной призмы $d = \infty P$, второй тетрагональной призмы $M = \infty P \infty$, основной тетрагональной пирамиды $c = P$, и основнаго пинакоида $P = oP$. И такъ имѣемъ:

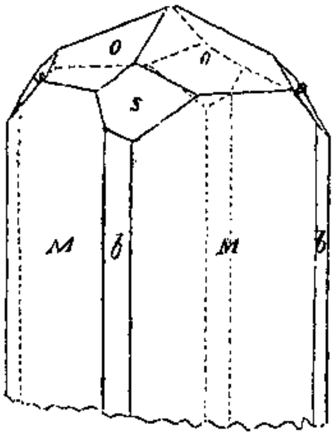
$$\infty P \;.\; \infty P \infty \;.\; P \;.\; oP.$$

Комбинація эта замѣчается часто въ кристаллахъ везувіана.

КОМБИНАЦІИ ГЕМІЭДРИЧЕСКІЯ.

КОМБИНАЦІИ ТРАПЕЦОЭДРИЧЕСКИ-ГЕМІЭДРИЧЕСКІЯ.

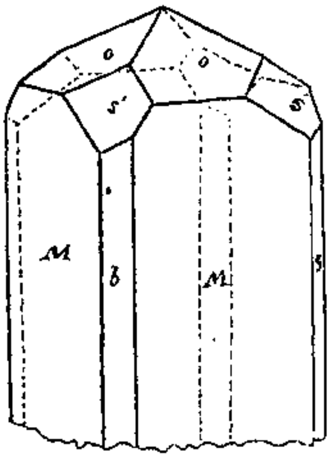
Фиг. 184.



Фигуры 184 и 185 представляютъ комбинаціи кристалловъ скаполита, которые обыкновенно разсматриваются, принадлежащими къ трапецоэдрической геміэдріи.*) Въ кристаллѣ фигуры 184, совокуплены слѣдующія формы: первая тетрагональная призма $M = \infty P$, вторая тетрагональная призма $b = \infty P \infty$, основная тетрагональная пирамида $o = P$, и на *право* повороченный тетрагональный трапецоэдръ $s = r \frac{3P3}{2}$. И такъ имѣемъ:

$$P \;.\; \infty P \;.\; \infty P \infty \;.\; r \frac{3P3}{2}.$$

Фиг. 185.



Въ кристаллѣ фигуры 185 совокуплены слѣдующія формы: основная тетрагональная пирамида $o = P$, первая тетрагональная призма $M = \infty P$, вторая тетрагональная призма $b = \infty P \infty$, и на *лѣво* повороченный тетрагональный трапецоэдръ $s' = l \,.\, \frac{3P3}{2}$. И такъ имѣемъ:

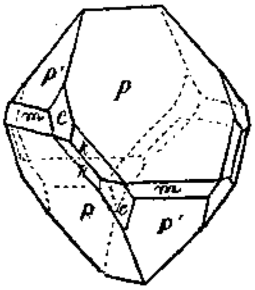
$$P \;.\; \infty P \;.\; \infty P \infty \;.\; l \frac{3P3}{2}.$$

---

*) Мнѣ кажется, впрочемъ, что ещё не доказано съ желаемою точностію, что кристаллы скаполита подвержены этой геміэдріи. По крайней мѣрѣ, мнѣ ещё не случилось видѣть кристалловъ, образованныхъ съ обоихъ концевъ, по которымъ бы можно было судить положительно о родѣ геміэдріи скаполита.

КОМБИНАЦІИ СКАЛЕНОЭДРИЧЕСКИ-ГЕМІЭДРИЧЕСКІЯ (или сфеноидически-геміэдрическія).

Фиг. 186.

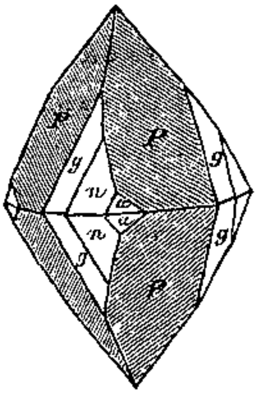


Фигура 186 представляетъ скаленоэдрически-геміэдрическую комбинацію кристалловъ мѣднаго колчедана. Въ комбинаціи этой совокуплены слѣдующія формы: сфеноиды $p = + \frac{P}{2}$ и $p' = - \frac{P}{2}$, тетрагональная пирамида втораго рода $c = 2P\infty$, первая тетрагональная призма $m = \infty P$, и тетрагональный скаленоэдръ $k = + \frac{5P5}{2}$. И такъ имѣемъ:

$$+ \frac{P}{2} \,.\, - \frac{P}{2} \,.\, \frac{5P5}{2} \,.\, 2P\infty.$$

КОМБИНАЦІИ ПИРАМИДАЛЬНО-ГЕМІЭДРИЧЕСКІЯ.

Фиг. 187.



Фигура 187 представляетъ пирамидально-геміэдрическую комбинацію кристалловъ тунгштейна (волчецово-кислой извести). Въ комбинаціи этой совокуплены слѣдующія формы: основная тетрагональная пирамида $P = P$, тетрагональная пирамида втораго рода $n = 2P\infty$, и тетрагональныя пирамиды третьяго рода: $g = \frac{l}{r} \frac{\frac{3}{2}P3}{2}$ и $a = \frac{r}{l} \frac{4P2}{2}$. И такъ имѣемъ:

$$P \,.\, 2P\infty \,.\, \frac{l}{r} \frac{\frac{3}{2}P3}{2} \,.\, \frac{r}{l} \frac{4P2}{2}.$$

ПОДРОБНОЕ ОБОЗНАЧЕНІЕ ПЛОСКОСТЕЙ ФОРМЪ ТЕТРАГОНАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ, ПРЕДЛОЖЕННОЕ ВЕЙСОМЪ.

Для подробнаго обозначенія плоскостей формъ тетрагональной системы, **Вейсъ** вывелъ особенный знакъ, подобный предложенному имъ для плоскостей формъ системы правильной. Въ знакъ этотъ для данной плоскости введены, не только величины параметровъ, соотвѣтствующія главнымъ осямъ a, b и b, но и величины, соотвѣтствующія промежуточнымъ осямъ $\mathfrak{R}$ и $\mathfrak{R}$, лежащимъ посрединѣ, между каждыми двумя осями b.

Если плоскость данной дитетрагональной пирамиды (представительной формы всѣхъ прочихъ формъ тетрагональной системы), мы означимъ вообще чрезъ $(\gamma a : b : \frac{1}{\mu} b)$, гдѣ $\gamma \gtrless 1$, а $\mu > 1$, то подробный знакъ такой пирамиды, написанный по методѣ **Вейса**, будетъ имѣть слѣдующій видъ:

$$\boxed{\begin{array}{c} \gamma a \\ b : \frac{1}{\mu}b \\ \frac{2R}{\mu+1} : \frac{2R}{\mu-1} \end{array}}\text{, гдѣ } R = \frac{b}{\sqrt{2}} \text{ (если } b = 1\text{, то } R = \sqrt{\tfrac{1}{2}}\text{).}$$

Очевидно, что знакъ этотъ годенъ и для всѣхъ прочихъ формъ тетрагональной системы, ибо знаки послѣднихъ должны заключаться въ знакѣ дитетрагональныхъ пирамидъ.

Плоскость дитетрагональной пирамиды кристалловъ циркона $z = 5P5$ (стр. 94) выразится напримѣръ посредствомъ подробнаго знака такъ:

$$\boxed{\begin{array}{c} a \\ b : \frac{1}{5}b \\ \frac{1}{3}R : \frac{1}{2}R \end{array}},$$

а плоскость дитетрагональной пирамиды кристалловъ того же минерала $x = 3P3$, слѣдующимъ образомъ:

$$\boxed{\begin{array}{c} a \\ b : \frac{1}{3}b \\ \frac{1}{2}R : R \end{array}}$$

и т. д.

Какъ подробный знакъ **Вейса**, для плоскостей формъ правильной системы, удобно примѣнялся для различныхъ вычисленій, и вообще для разнаго рода соображеній, точно также вышеприведенный знакъ тетрагональной системы, можетъ служить съ большою пользою во всѣхъ подобнаго рода случаяхъ. Положимъ напримѣръ, что мы хотѣли-бы опредѣлить: *наклоненіе нормальнаго конечнаго края дитетрагональной пирамиды* ($\gamma a : b : \frac{1}{\mu}b$) *къ вертикальной оси a*. Мы видимъ, что этотъ нормальный конечный край соединяетъ $\frac{1}{\mu}b$ съ γa, а потому имѣемъ:

$$\sin : \cos = \frac{1}{\mu}b : \gamma a, \text{ или}$$
$$\operatorname{tang} = \frac{b}{\mu\gamma a}$$

Точно такимъ же образомъ, мы найдёмъ: *наклоненіе діагональнаго конечнаго края къ вертикальной оси a*. Такъ какъ этотъ край соединяетъ γa съ $\frac{2R}{\mu+1}$, то для искомаго угла наклоненія будетъ:

$$\sin : \cos = \frac{2R}{\mu+1} : \gamma a, \text{ или}$$
$$\operatorname{tang} = \frac{2R}{(\mu+1)\gamma a}$$

Для половины угла наклоненія плоскостей данной дитетрагональной пирамиды ($\gamma a : b : \frac{1}{\mu}b$) *въ нормальныхъ конечныхъ краяхъ*, можно также вывести легко величину тангенса. Очевидно, что для означеннаго наклоненія sinus будетъ наибольшій параметръ $= b$, а cosinus будетъ: перпендикуляръ, опущенный изъ центра формы на нормальный конечный край. Такъ какъ перпендикуляръ этотъ будетъ въ то же время опущенъ изъ прямаго угла треугольника, котораго катеты суть: γa и $\frac{1}{\mu}b$, то нашъ cosinus будетъ $= \frac{b\,\gamma a}{\sqrt{b^2+\mu^2\gamma^2a^2}}$, а слѣдственно:

$$\sin : \cos = b : \frac{b\,.\,\gamma a}{\sqrt{b^2+\mu^2\gamma^2a^2}},\ \text{или}$$

$$\operatorname{tang} = \frac{\sqrt{b^2+\mu^2\gamma^2a^2}}{\gamma a}$$

и. т д.

Приведенныхъ примѣровъ достаточно для того, чтобы видѣть, какимъ образомъ можно пользоваться подробнымъ знакомъ **Вейса**.

ОБРАТНЫЯ ТЕТРАГОНАЛЬНЫЯ ПИРАМИДЫ.

Существуютъ такъ называемыя *обратныя тетрагональныя пирамиды* (слѣдуя номенклатурѣ **Вейса**: Invertirungs-Quadrat-Octaëder), о которыхъ считаю я не лишнимъ сказать здѣсь нѣсколько словъ. Взаимныя свойства каждыхъ двухъ такихъ обратныхъ пирамидъ суть: *конечный плоскій уголъ данной пирамиды равенъ дополнительному углу до* 180° *угла наклоненія плоскостей въ конечныхъ краяхъ ея обратной пирамиды; и на оборотъ: уголъ наклоненія плоскостей въ конечныхъ краяхъ данной пирамиды равенъ дополнительному углу до* 180° *конечнаго плоскаго угла обратной для нея пирамиды.*

Основныя формулы для обратныхъ тетрагональныхъ пирамидъ, выводятся легко. Вотъ путь, которому слѣдовалъ для этой цѣли **Вейсъ**.

Для половины плоскаго конечнаго угла тетрагональной пирамиды, мы имѣемъ:

$$\sin : \cos = R : \sqrt{R^2+a^2}\ ^{*)}$$

Для половины же наклоненія плоскостей тетрагональной пирамиды въ конечныхъ краяхъ будетъ:

$$\sin : \cos = \sqrt{2R^2+a^2 : a}\ ^{**)}$$

---

*) Для половины плоскаго конечнаго угла тетрагональной пирамиды, sinus будетъ = половинѣ средняго края, а эта половина очевидно = R, cosinus же = продольной діагонали плоскости, т. е. діагонали, которая есть въ тоже время гипотенуза прямоугольнаго треугольника съ катетами: a и R; слѣдственно $\cos = \sqrt{R^2+a^2}$.

**) Для половины наклоненія плоскостей пирамиды въ конечныхъ краяхъ: sinus $= b$, а cosinus = перпендикуляру, опущенному изъ центра формы на конечный край. Такъ какъ означенный перпендикуляръ

Означимъ теперь для искомой *обратной* тетрагональной пирамиды промежуточную ось чрезъ R', а вертикальную ось чрезъ a'; то для этой искомой пирамиды должно быть:

$$R : \sqrt{R^2 + a^2} = a' : \sqrt{2R'^2 + a'^2}, \text{ или } 2R'^2 R^2 + a'^2 R^2 = a'^2 R^2 + a'^2 a^2,$$

слѣдственно: $2R'^2 R^2 = a'^2 a^2$, или

$$RR'\sqrt{2} = aa', \text{ или}$$

$$R' : a' = a : R\sqrt{2} = a : b,$$

т. е. основныя уравненія для обратной тетрагональной пирамиды.

При этомъ случаѣ еще не безполезно замѣтить, что та тетрагональная пирамида, у которой дополненіе наклоненія плоскостей въ конечныхъ краяхъ равно плоскому конечному углу другой данной пирамиды, есть вмѣстѣ съ тѣмъ такая пирамида, у которой плоскоконечный уголъ равенъ дополненію наклоненія плоскостей въ конечныхъ краяхъ данной пирамиды.

ЛЕКЦІЯ ДЕСЯТАЯ.

ГЕКСАГОНАЛЬНАЯ СИСТЕМА.

(Гексагональная, Брейтгауптъ; шестичленная, три-и-одноосная, Вейсъ; ромбоэдрическая, Мосъ; монотриметрическая, Гаусманъ; шестиугольная; и проч.).

Названіе «гексагональная система» предложено Брейтгауптомъ, по фигурѣ основанія (базиса) формъ, составляющихъ эту систему; ибо основаніе это есть *гексагонъ* или *дигексагонъ*.

Гексагональная система, въ общихъ чертахъ, имѣетъ много сходнаго съ системою тетрагональною. Сходство это проявляется, не только во взаимныхъ отношеніяхъ

опущенъ изъ прямаго угла прямоугольнаго треугольника (котораго катеты $= a$ и b) на гипотенузу, то онъ $= \frac{ab}{\sqrt{b^2 + a^2}}$; и такъ:

$$\sin : \cos = b : \frac{ab}{\sqrt{b^2 + a^2}}, \text{ или}$$

$$\sin : \cos = \sqrt{b^2 + a^2} : a;$$ но извѣстно, что $b = R\sqrt{2}$, и что слѣдственно $b^2 = 2R^2$, то имѣемъ:

$$\sin : \cos = \sqrt{2R^2 + a^2} : a, \text{ какъ выше.}$$

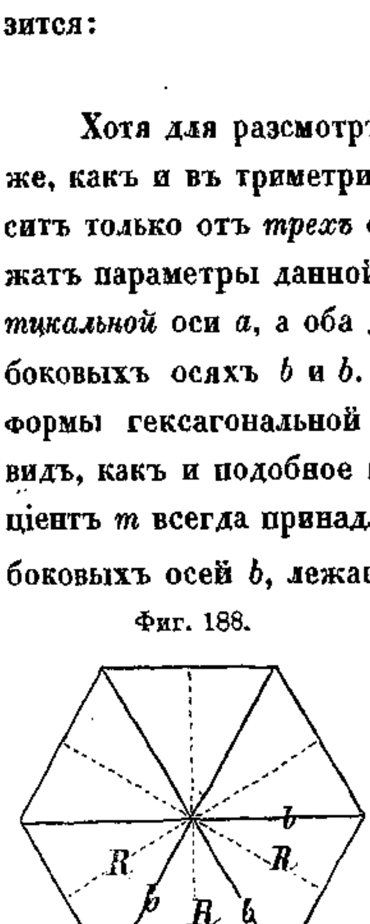
гомоэдрическихъ формъ, но и въ геміэдріи, въ тетартоэдріи, въ комбинаціяхъ, и во многихъ другихъ случаяхъ. Въ гексагональной системѣ, *гексагонъ* играетъ точно такую же роль, какую *тетрагонъ* играетъ въ системѣ тетрагональной, такъ что почти всё то, что въ тетрагональной системѣ относилось до тетрагона, въ гексагональной системѣ примѣняется къ гексагону.

Формы гексагональной системы отличаются главнѣйше отъ формъ всѣхъ прочихъ системъ тѣмъ, что онѣ разсматриваются, по причинѣ особенной ихъ симметріи, какъ мы уже видѣли, не съ помощію трёхъ, но съ помощію *четырехъ* кристаллографическихъ осей (см. стр. 24). Одна изъ этихъ осей, которую мы обозначили выше чрезъ a, и которая есть ось единственная въ своемъ родѣ, принимается всегда за *вертикальную*, а прочія три равныя оси b, b и b, лежащія въ одной поверхности, перпендикулярной къ вертикальной оси (т. е. въ горизонтальной поверхности), и пересѣкающіяся между собою подъ угломъ въ 60°, принимаются за боковыя оси. Въ основной формѣ (гексагональной пирамидѣ) даннаго гексагональнаго кристаллическаго ряда, каждая изъ горизонтальныхъ осей b обыкновенно принимается $= 1$, почему вертикальная ось этой основной формы можетъ быть $\gtrless 1$. И такъ, отношеніе осей основной формы даннаго гексагональнаго ряда выразится:

$$a : b : b : b = a : 1 : 1 : 1$$

Хотя для разсмотрѣнія гексагональныхъ формъ употребляютъ *четыре* оси, однако же, какъ и въ триметрическихъ системахъ, положеніе каждой отдѣльной плоскости зависитъ только отъ *трехъ* осей, или вѣрнѣе сказать, отъ *трехъ полуосей*, на которыхъ лежатъ параметры данной плоскости. Одинъ изъ этихъ параметровъ лежитъ всегда на *вертикальной* оси a, а оба другіе параметры — на *двухъ*, непосредственно *рядомъ* лежащихъ боковыхъ осяхъ b и b. По этому, общее выраженіе плоскости, какой бы то ни было формы гексагональной системы, по методѣ Наумана, будетъ имѣть точно такой же видъ, какъ и подобное выраженіе въ тетрагональной системѣ, а именно: mPn. Коэфиціентъ m всегда принадлежитъ *вертикальной* оси a, и $m \gtreqless 1$; а коэфиціентъ n одной изъ боковыхъ осей b, лежащихъ рядомъ съ боковою осью $b = 1$, и $n \geqq 1$ *).

Фиг. 188.



Кромѣ вышеозначенныхъ главныхъ осей a, b, b и b системы, для болѣе обстоятельнаго изслѣдованія формъ, полезно принимать въ разсужденіе ещё три *промежуточныя оси* R. Эти послѣднія располагаются между каждыми двумя боковыми осями b и b, въ поверхности боковыхъ осей, и подъ угломъ въ 30° къ каждой изъ нихъ (фиг. 188).

---

*) Параметръ на третьей оси b, величина котораго въ знакъ mPn не введена, всегда легко найти; онъ именно $= \frac{n}{n-1}$.

Точно также, какъ было поступлено въ тетрагональной системѣ, мы будемъ называть: поверхности, проведённыя чрезъ вертикальную ось *a* и каждую изъ боковыхъ осей *b* — *нормальными главными сѣченіями*; поверхности, проведённыя чрезъ вертикальную ось *a* и каждую изъ промежуточныхъ осей R — *діагональными главными сѣченіями*; поверхности, перпендикулярныя къ вертикальной оси — *поперечными сѣченіями*; наконецъ, поверхность, проходящую чрезъ три боковыя оси *b*, *b* и *b* (т. е. центральное поперечное сѣченіе) — *основаніемъ* или *базисомъ*.

Всѣ формы гексагональной системы раздѣляются: на гомоэдрическія, геміэдрическія и тетартоэдрическія.

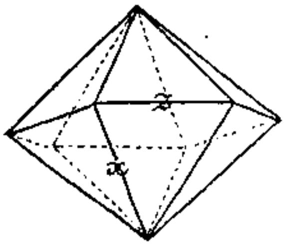
ГОМОЭДРИЧЕСКІЯ ФОРМЫ.

Гомоэдрическія формы гексагональной системы суть слѣдующія:

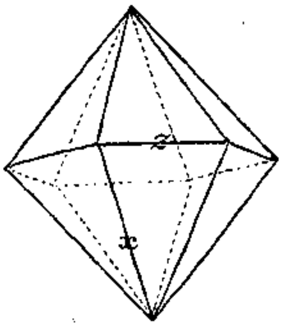
Гексагональныя пирамиды (шестиугольныя пирамиды, двойныя шестистороннія пирамиды, дигексаэдры).

Формы эти ограничены 12-ю плоскостями, имѣютъ 18 краевъ и 8 угловъ (фиг. 189 и 190).

Фиг. 189.



Фиг. 190.



Плоскости суть равнобедренные треугольники.

Края двухъ родовъ: 12 симметрическихъ конечныхъ (иногда X, а иногда Y), и 6 правильныхъ среднихъ (Z). Послѣдніе лежатъ въ одной плоскости и образуютъ *гексагонъ* (правильный шестиугольникъ).

Углы двухъ родовъ: 2 гексагональныхъ конечныхъ, и 6 ромбическихъ среднихъ.

Всѣ поперечныя сѣченія гексагональныхъ пирамидъ суть гексагоны.

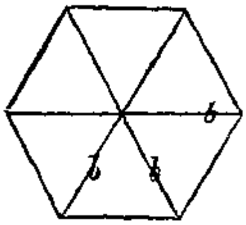
Такъ какъ параметры плоскостей гексагональныхъ пирамидъ относятся между собою такъ, какъ оси гексагональной системы, то въ данномъ кристаллическомъ ряду, какъ мы видѣли выше (стр. 27), за основную форму выбираютъ всегда одну изъ этихъ пирамидъ. Натурально, что положеніе базиса или основанія пирамиды, выбранной за основную, опредѣляетъ положеніе осей и прочія отношенія. Въ *основной* пирамидѣ, вертикальная ось *a* соединяетъ вершины двухъ противоположныхъ конечныхъ угловъ, а боковыя оси *b*, *b* и *b* — вершины каждыхъ двухъ противоположныхъ среднихъ угловъ.

Всѣ вообще гексагональныя пирамиды, подобно тетрагональнымъ, по наружному ихъ виду, раздѣляются: на *острыя* и *тупыя*. Къ первымъ относятся тѣ пирамиды, у которыхъ разстояніе между вершинами двухъ противоположныхъ конечныхъ угловъ болѣе, нежели разстояніе между вершинами каждыхъ двухъ противоположныхъ среднихъ угловъ, а ко вторымъ, у которыхъ это на оборотъ. Границею между острыми и тупыми гексагональными пирамидами можетъ служить пирамида, у которой средніе края Z $= 109^\circ\ 28'\ 16''$.

По положенію плоскостей, всѣ *гомоэдрическія* гексагональныя пирамиды подраздѣляются на два рода, а именно: на пирамиды перваго рода и пирамиды втораго рода *).

1) *Гексагональныя пирамиды перваго рода* (фиг. 189 и 190). Плоскости этихъ пирамидъ перпендикулярны къ діагональнымъ главнымъ сѣченіямъ, и ихъ средніе края Z пересѣкаютъ боковыя оси *b* подъ угломъ въ 60° (фиг. 191).

.191 .гиФ



Основная форма въ каждомъ данномъ гомоэдрическомъ кристаллическомъ ряду, есть очевидно всегда гексагональная пирамида *перваго* рода.

Въ гексагональныхъ пирамидахъ перваго рода: вертикальная ось *a* соединяетъ вершины конечныхъ угловъ, боковыя оси *b* соединяютъ вершины каждыхъ двухъ противоположныхъ среднихъ угловъ, а промежуточныя оси R соединяютъ средины каждыхъ двухъ параллельныхъ среднихъ краевъ. Если $b = 1$, то $R = \sqrt{\frac{3}{4}}$.

Для гексагональныхъ пирамидъ перваго рода, общій знакъ системы *m*P*n* превратится въ знакъ: *m*P, ибо для плоскостей этихъ пирамидъ, параметръ $n = 1$. Знакъ *основной* гексагональной пирамиды будетъ: P, ибо для этой послѣдней, также и $m = 1$.

Вообще наружная форма гексагональныхъ пирамидъ перваго рода колеблется между двумя предѣлами: безконечно-острою пирамидою перваго рода $= \infty P$ (т. е. гексагональною призмою перваго рода) и безконечно-тупою пирамидою $= oP$ (т. е. основнымъ пинакоидомъ).

$$oP \ldots\ldots \overset{m<1}{mP} \ldots\ldots P \ldots\ldots \overset{m>1}{mP} \ldots\ldots \infty P$$

Для наклоненія плоскостей данной гексагональной пирамиды перваго рода *m*P, въ конечныхъ краяхъ X и среднихъ краяхъ Z, Науманъ вычисляетъ:

$$\cos X = -\frac{2m^2a^2 + 3}{4m^2a^2 + 3}$$

$$\cos Z = -\frac{4m^2a^2 - 3}{4m^2a^2 + 3}$$

Также:

$$\cos \tfrac{1}{2} X : \cos \tfrac{1}{2} Z = ma : \sqrt{3}$$

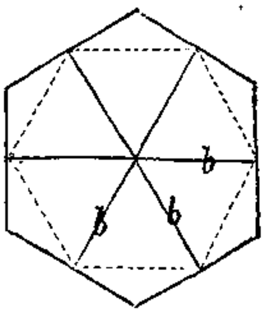
---

*) Всѣ тѣ гексагональныя пирамиды, которыхъ плоскости не перпендикулярны ни къ нормальнымъ, ни къ діагональнымъ главнымъ сѣченіямъ, и которыхъ средніе края пересѣкаютъ боковыя оси подъ углами $>30^\circ$ и $<90^\circ$, не достигая однакоже величины 60° — относятся, какъ мы увидимъ впослѣдствіи, къ формамъ геміэдрическимъ, и называются гексагональными пирамидами *третьяго рода*.

2) Гексагональныя пирамиды втораго рода.

Плоскости этихъ пирамидъ перпендикулярны къ нормальнымъ главнымъ сѣченіямъ, и ихъ средніе края Z пересѣкаютъ боковыя оси b подъ углами = 30° и 90° (фиг. 192).

Фиг. 192.



Въ гексагональныхъ пирамидахъ втораго рода: вертикальная ось a соединяетъ вершины конечныхъ угловъ, боковыя оси b соединяютъ средины каждыхъ двухъ параллельныхъ среднихъ краевъ Z, а промежуточныя оси R соединяютъ вершины каждыхъ двухъ противоположныхъ среднихъ угловъ.

Для гексагональныхъ пирамидъ втораго рода, общій знакъ системы mPn превратится въ знакъ: $mP2$, ибо для плоскостей этихъ пирамидъ, параметръ $n = 2$.

Вообще наружная форма гексагональныхъ пирамидъ втораго рода колеблется между двумя предѣлами: безконечно-острою пирамидою втораго рода = $\infty P2$ (т. е. гексагональною призмою втораго рода) и безконечно-тупою пирамидою = oP (т. е. основнымъ пинакоидомъ).

$$oP \;\ldots\ldots\; \overset{m<1}{mP2} \;\ldots\ldots\; P2 \;\ldots\ldots\; \overset{m>1}{mP2} \;\ldots\ldots\; \infty P2.$$

Для наклоненія плоскостей данной гексагональной пирамиды втораго рода $mP2$, въ конечныхъ краяхъ Y и въ среднихъ краяхъ Z, имѣемъ:

$$\cos Y = -\frac{m^2a^2+2}{2(m^2a^2+1)}$$

$$\cos Z = -\frac{m^2a^2-1}{m^2a^2+1}$$

Далѣе:

$$\cos \tfrac{1}{2} Y : \cos \tfrac{1}{2} Z = ma : 2$$

Для вычисленія различныхъ элементовъ какой бы то ни было гексагональной пирамиды, полезно бываетъ иногда употреблять слѣдующія формулы, данныя Купферомъ: *)

$$\cos \tfrac{1}{2} a \,.\, \sin \tfrac{1}{2} A = \sqrt{\tfrac{3}{4}}$$

$$\frac{\operatorname{tang} i}{\operatorname{tang} r} = \sqrt{\tfrac{3}{4}}$$

$$\cos r \,.\, \operatorname{tang} \tfrac{1}{2} A = \sqrt{3}$$

$$\frac{\sin i}{\operatorname{tang} \frac{1}{2} a} = \sqrt{3}$$

---

*) A. T. Kupffer. Handbuch der rechnenden Krystallonomie, St. Petersburg, 1831, S. 220.

$$\frac{\cos \frac{1}{2} A}{\cos i} = \frac{1}{2}$$

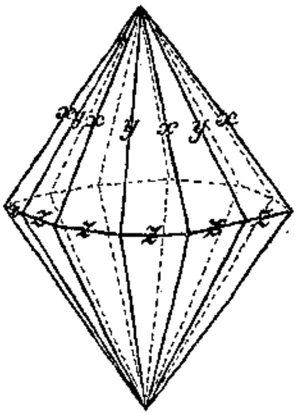
$$\frac{\sin \frac{1}{2} a}{\sin r} = \frac{1}{2}$$

Въ формулахъ этихъ означено: чрезъ A—наклоненіе плоскостей гексагональной пирамиды въ конечныхъ краяхъ, чрезъ a — плоскій уголъ при вершинѣ, чрезъ i — наклоненіе плоскости къ вертикальной оси, чрезъ r — наклоненіе конечнаго края къ вертикальной оси.

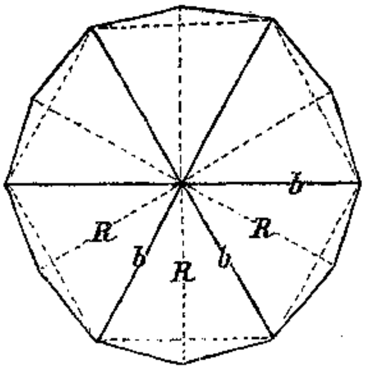
Дигексагональныя пирамиды. (Двѣнадцатиугольныя пирамиды, шесть-и-шестькрайники).

Формы эти ограничены 24-мя плоскостями, имѣютъ 36 краевъ и 14 угловъ (фиг. 193 и 194).

Фиг. 193.



Фиг. 194.



Плоскости суть неравносторонніе треугольники.

Края всѣ вообще не симметрическіе и трехъ родовъ: 12 *нормальныхъ* конечныхъ (X), 12 *діагональныхъ* конечныхъ (Y) и 12 среднихъ (Z). Средніе края лежатъ въ одной плоскости, и именно: въ основномъ поперечномъ сѣченіи; нормальные конечные края лежатъ въ нормальномъ главномъ сѣченіи; діагональные конечные края лежатъ въ діагональномъ главномъ сѣченіи.

Углы трехъ родовъ: 2 дигексагональныхъ конечныхъ, 6 тупѣйшихъ и 6 острѣйшихъ среднихъ.

Всѣ поперечныя сѣченія суть *дигексагоны*, т. е. симметрическіе равносторонніе двѣнадцатиугольники. Сѣченія эти, какъ мы сей-часъ увидимъ, никогда не могутъ быть правильными двѣнадцатиугольниками.

Вертикальная ось a соединяетъ вершины конечныхъ угловъ; боковыя оси b соединяютъ вершины каждыхъ двухъ противоположныхъ нормальныхъ среднихъ угловъ; а промежуточныя оси R соединяютъ вершины каждыхъ двухъ діагональныхъ среднихъ угловъ.

Кристаллографическій знакъ всѣхъ *дигексагональныхъ* пирамидъ вообще $= m\text{P}n$ (гдѣ $m \gtrless 1$, а $n > 1$). Изъ этого знака уже видно, что дигексагональныя пирамиды суть представительныя формы всѣхъ формъ тетрагональной системы, и что, слѣдственно, наружный ихъ видъ колеблется между всѣми этими формами.

Для наклоненія плоскостей, въ нормальныхъ конечныхъ краяхъ X, въ діагональныхъ конечныхъ краяхъ Y и въ среднихъ краяхъ Z, Науманъ вычисляетъ:

$$\cos X = -\frac{2m^2a^2(n^2 - 2 + 2n) + 3n^2}{M}$$

$$\cos Y = -\frac{2m^2a^2(4n - n^2 - 1) + 3n^2}{M}$$

$$\cos Z = -\frac{4m^2a^2(n^2 - n + 1) - 3n^2}{M}$$

$$M = 4m^2a^2(n^2 - n + 1) + 3n^2$$

Далѣе:

$$\cos \tfrac{1}{2} X : \cos \tfrac{1}{2} Z = ma(2 - n) : n\sqrt{3}$$

$$\cos \tfrac{1}{2} Y : \cos \tfrac{1}{2} Z = ma(n - 1) : n$$

$$\cos \tfrac{1}{2} X : \cos \tfrac{1}{2} Y = 2 - n : (n - 1)\sqrt{3}$$

Отсюда ясно видно, что когда X = Y (т. е. когда краевые углы нормальныхъ и діагональныхъ конечныхъ краевъ равны), тогда $n = \frac{1}{2}(1 + \sqrt{3})$, т. е. ирраціональная величина. Но такъ какъ, по закону кристаллообразованія, m и n ирраціональными величинами быть не могутъ, то и между формами натуральныхъ кристалловъ: *правильной* двѣнадцатиугольной пирамиды *встрѣтиться не можетъ*.

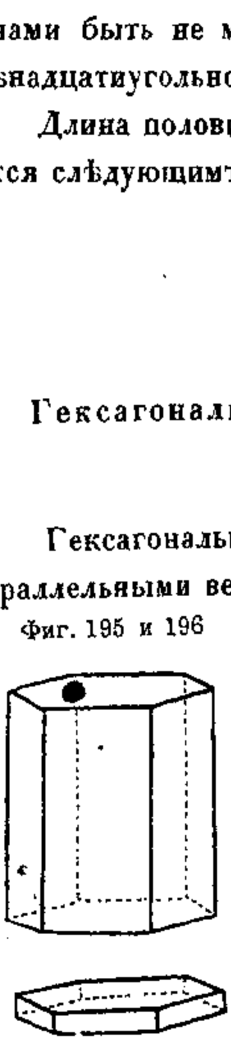
Длина половины промежуточной оси R, въ дигексагональныхъ пирамидахъ выразится слѣдующимъ образомъ:

$$R = \frac{n\sqrt{3}}{1+u}$$

Гексагональныя призмы. (Правильныя шестиугольныя призмы, правильныя шестистороннія призмы).

Гексагональныя призмы суть открытыя формы; онѣ ограничены 6-ю плоскостями, параллельными вертикальной оси (фиг. 195 и 196). Поперечное сѣченіе гексагональныхъ призмъ есть *гексагонъ*.

Фиг. 195 и 196



Гексагональныя призмы, какъ и вообще всѣ открытыя формы, встрѣчаются только въ комбинаціи съ другими открытыми или закрытыми формами. Иногда призмы эти весьма развиты по вертикальному направленію, а иногда плоскости ихъ являются въ видѣ узенькихъ притупленій.

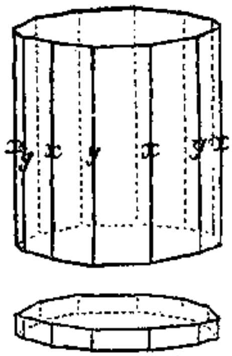
Такъ какъ, въ математическомъ смыслѣ, каждая гексагональная призма есть безконечно-острая гексагональная пирамида, то очевидно, что къ гексагональнымъ призмамъ примѣняются тѣ же самыя подраздѣленія, какъ и къ гексагональнымъ пирамидамъ. По этой причинѣ, между гомоэдрическими гексагональными призмами, мы имѣемъ: *гексагональную призму перваго рода* и *гексагональную призму втораго рода* *). Такъ какъ существуетъ всего только одна призма перваго рода и одна призма втораго рода, то первую изъ нихъ можно называть просто: *первою* гексагональною призмою, а вторую — *второю* гексагональною призмою. Эти двѣ призмы различаются между собою только взаимнымъ положеніемъ, подобно тому, какъ гексагональныя пирамиды перваго и втораго рода.

Общій знакъ системы mPn, для *первой* гексагональной призмы превратится въ знакъ: ∞P, ибо для ея плоскостей $m = \infty$ и $n = 1$; а для *второй* гексагональной призмы — въ знакъ $\infty P2$, ибо для ея плоскостей $m = \infty$ и $n = 2$.

Краевые углы гексагональныхъ призмъ $= 120^\circ\ 0'\ 0''$.

Дигексагональныя призмы (симметрическія двѣнадцатиугольныя призмы, шести-и-шестикрайныя призмы).

Фиг. 197 и 198.



Дигексагональныя призмы суть формы открытыя; онѣ ограничены 12-ю плоскостями, параллельными вертикальной оси (фиг. 197 и 198). Поперечное сѣченіе этихъ призмъ есть *дигексагонъ*, т. е. *симметрическій* двѣнадцатиугольникъ, но не правильный двѣнадцатиугольникъ. По той же самой причинѣ, по которой въ ряду формъ натуральныхъ кристалловъ, правильной двѣнадцатиугольной пирамиды встрѣтиться не можетъ — въ природѣ не можетъ встрѣтиться и правильной двѣнадцатиугольной призмы.

Края двухъ родовъ: нормальные X и діагональные Y.

Общій знакъ системы mPn, для дигексагональныхъ призмъ превратится въ знакъ: ∞Pn; ибо для плоскостей этихъ призмъ $m = \infty$. Для краевыхъ угловъ имѣемъ:

$$\cos X = -\frac{n^2 + 2n - 2}{2(n^2 - n + 1)}$$

$$\cos Y = -\frac{4n - n^2 - 1}{2(n^2 - n + 1)}$$

Основной пинакоидъ (прямая конечная плоскость).

Подъ именемъ основнаго пинакоида разумѣютъ совокупность двухъ плоскостей, параллельныхъ базису или основанію. Точно такъ, какъ призмы суть формы безконечнаго

---

*) Точно также, какъ существуютъ гексагональныя пирамиды третьяго рода, существуютъ и гексагональныя призмы третьяго рода, но эти послѣднія, какъ и пирамиды, суть формы геміэдрическія.

протяженія по направленію вертикальной оси, основной пинакоидъ есть форма безконечнаго протяженія по направленію боковыхъ осей, и слѣдственно есть форма открытая. По этой причинѣ, въ натуральныхъ кристаллахъ, основной пинакоидъ можетъ встрѣчаться только въ комбинаціи съ другими открытыми или закрытыми формами, образуя: или притупленіе конечныхъ угловъ пирамидъ, или ограниченіе концевъ призмъ. Отъ значительнаго преобладанія основнаго пинакоида надъ плоскостями другихъ формъ, часто зависитъ *таблицеобразный* видъ кристалловъ.

Общій знакъ системы mPn, для *основнаго пинакоида,* превращается въ знакъ: oP, ибо для плоскости этой формы, $m = o$, $n = 1$.

Выводъ и общій обзоръ гомоэдрическихъ формъ гексагональной системы.

Въ знакѣ mPn дигексагональной пирамиды заключаются знаки всѣхъ прочихъ гомоэдрическихъ формъ гексагональной системы; по этому, означенная пирамида есть, очевидно, представитель, или общій случай для всѣхъ гомоэдрическихъ формъ этой системы. Точно такъ, какъ въ тетрагональной системѣ, мы вывели всѣ гомоэдрическія формы изъ дитетрагональной пирамиды, въ гексагональной системѣ, мы можемъ вывесть всѣ гомоэдрическія формы этой системы изъ дигексагональной пирамиды. Въ самомъ дѣлѣ, прилагая нашу методу къ дигексагональной пирамидѣ $= mPn$, мы получимъ тотчасъ слѣдующіе частные случаи:

1) Когда $Z = 180°$, или когда $m = \infty$, происходитъ *дигексагональная призма* $= \infty Pn$.

2) Когда $Y = 180°$, или когда $n = 1$, происходитъ *гексагональная пирамида перваго рода* $= mP$.

3) Когда $X = 180°$, или когда $n = 2$, происходитъ *гексагональная пирамида втораго рода* $= mP2$.

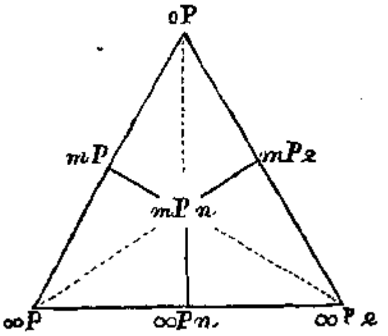
4) Когда $Y = 180°$ и $Z = 180°$, или когда $m = \infty$ и $n = 1$, происходитъ *первая гексагональная призма* $= \infty P$.

5) Когда $X = 180°$ и $Z = 180°$, или когда $m = \infty$ и $n = 2$, происходитъ *вторая гексагональная призма* $= \infty P2$.

6) Когда $X = 180°$ и $Y = 180°$, или когда $m = o$ и $n = 1$, происходитъ *основной пинакоидъ* $=$ oP.

Для удобнѣйшаго общаго обзора гомоэдрическихъ формъ гексагональной системы, равно какъ и для другихъ соображеній, можетъ служить съ пользою треугольная хема, предложенная **Науманомъ** (фиг. 199).

Фиг. 199.



Хема эта имѣетъ то же самое значеніе, какъ и подобныя хемы въ системахъ правильной и тетрагональной, а потому мы не будемъ входить здѣсь о ней въ дальнѣйшія подробности.

ГЕМІЭДРИЧЕСКІЯ ФОРМЫ.

По принятой нами методѣ, всѣ случаи геміэдріи гексагональной системы, мы можемъ вывести изъ дигексагональныхъ пирамидъ = *m*P*n*. Мы посмотримъ сперва именно: по какимъ законамъ могутъ произойти геміэдрическія формы изъ дигексагональныхъ пирамидъ, и потомъ примѣнимъ эти законы ко всѣмъ прочимъ формамъ, разсматривая эти послѣднія, какъ будтобы онѣ были настоящія дигексагональныя пирамиды.

Разсматриваютъ обыкновенно въ гексагональной системѣ только три главнѣйшихъ рода геміэдріи: *трапецоэдрическую*, *скаленоэдрическую* (или ромбоэдрическую) и *пирамидальную*. Теоретически, возможенъ ещё четвертый родъ геміэдріи, называемый Науманомъ *тригонотипною* геміэдріею, но этой послѣдней до сихъ поръ ещё не встрѣчено ни въ одномъ минералѣ.

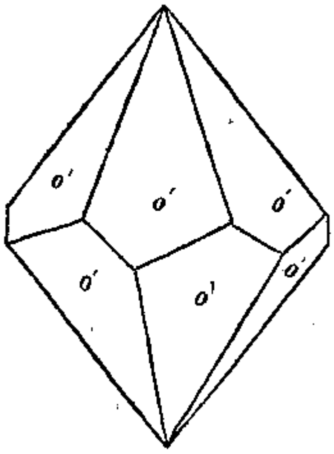
ТРАПЕЦОЭДРИЧЕСКАЯ ГЕМІЭДРІЯ.

Если въ данной дигексагональной пирамидѣ = *m*P*n*, попеременныя *одиночныя* плоскости растянутся, до взаимнаго ихъ пересѣченія, а между ними лежащія плоскости исчезнутъ (фиг. 201), то чрезъ это произойдётъ геміэдрическая форма, называемая *гексагональнымъ трапецоэдромъ*.

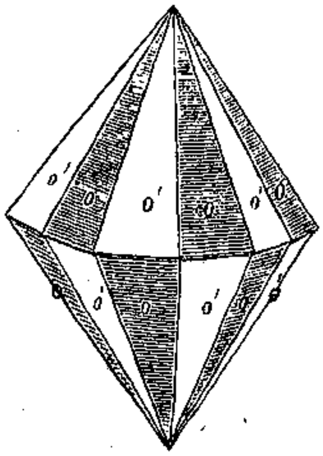
Гексагональные трапецоэдры.

Формы эти ограничены 12-ю плоскостями, имѣютъ 24 края и 14 угловъ (фиг. 200 и 202).

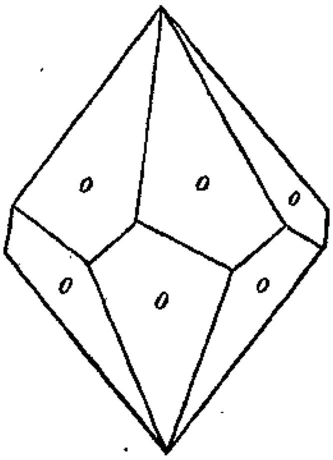
Фиг. 200.



Фиг. 201.



Фиг. 202.



Плоскости суть равнобедренные трапецоиды.

Края неправильные, и трехъ родовъ: 12 конечныхъ, и 6 длинныхъ тупѣйшихъ и 6 короткихъ острѣйшихъ — среднихъ. Длинные средніе края соединены поперемѣнно съ короткими, и образуютъ вмѣстѣ зикзакообразную линію.

Углы двухъ родовъ: 2 гексагональныхъ конечныхъ, и 12 неправильныхъ трехгранныхъ среднихъ.

Поперечныя сѣченія частію гексагоны, частію неправильные двѣнадцатиугольники; но центральное поперечное сѣченіе есть дигексагонъ. Нормальныя и діагональныя главныя сѣченія суть ромбы.

Вертикальная ось a соединяетъ вершины конечныхъ угловъ, а боковыя оси b соединяютъ каждые два поперемѣнные противоположные средніе края. Эти послѣдніе мы будемъ называть, слѣдуя Науману, *нормальными* средними краями, а между ними лежащіе — *діагональными* средними краями.

Изъ каждой дигексагональной пирамиды $= mPn$, получается два гексагональныхъ трапецоэдра, относящихся между собою, какъ *правая* и *лѣвая* вещь одной и той же пары, какъ напримѣръ: правая и лѣвая перчатка, одной и той же пары перчатокъ. По этому, кристаллографическіе знаки трапецоэдровъ будутъ: $r\,\frac{mPn}{2}$ и $l\,\frac{mPn}{2}$. Здѣсь буква r есть начальная буква нѣмецкаго слова *rechts* (правый), а l — начальная буква слова *links* (лѣвый).

Означая конечные края чрезъ X, нормальные средніе края чрезъ Z, и діагональные средніе края чрезъ Z′ для краевыхъ угловъ трапецоэдровъ, Науманъ вычисляетъ:

$$\cos X = -\frac{2m^2a^2(n^2-n+1)+3n^2}{M}$$

$$\cos Z' = -\frac{2m^2a^2(4n-n^2-1)-3n^2}{M}$$

$$\cos Z = -\frac{2m^2a^2(n^2+2n-2)-3n^2}{M}$$

$$M = 4m^2a^2(n^2-n+1)+3n^2$$

Если законъ трапецоэдрической геміэдріи будетъ примѣнёнъ ко всѣмъ прочимъ формамъ гексагональной системы (разсматривая эти послѣдвія, какъ будто бы онѣ были настоящія дигексагональныя пирамиды), то найдётся, что наружный ихъ видъ *не претерпитъ никакого измѣненія;* по этому, въ трапецоэдрически-геміэдрическихъ комбинаціяхъ, исключая дигексагональныхъ пирамидъ, всѣ прочія формы системы должны явиться съ полнымъ числомъ своихъ плоскостей.

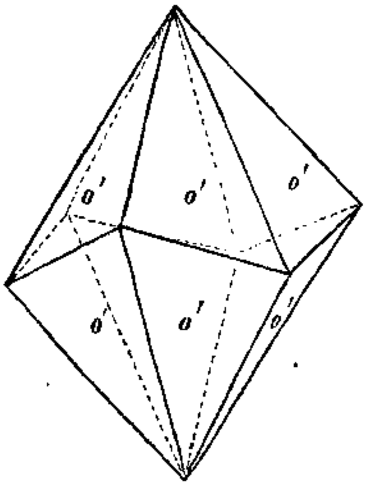
СКАЛЕНОЭДРИЧЕСКАЯ ГЕМІЭДРІЯ (ромбоэдрическая геміэдрія).

Если въ данной дигексагональной пирамидѣ $= mPn$, попеременныя пары плоскостей, пересѣкающихся въ діагональныхъ конечныхъ краяхъ Y, растянутся, а между ними лежащія пары исчезнутъ, то произойдётъ геміэдрическая форма, называемая *гексагональнымъ скаленоэдромъ*. Гексагональныхъ скаленоэдровъ, очевидно, можетъ существовать множество, и мы постараемся теперь ознакомиться съ ними ближе.

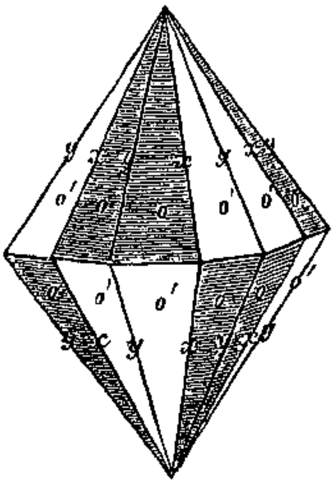
Гексагональные скаленоэдры (Три-и-трикрайники).

Формы эти ограничены 12-ю плоскостями, имѣютъ 18 краевъ и 8 угловъ (фиг. 203 и 205).

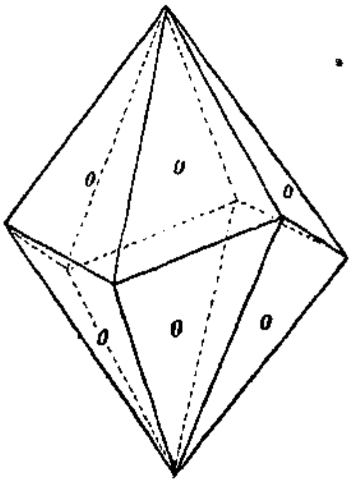
Фиг. 203.



Фиг. 204.



Фиг. 205.



Края трехъ родовъ: 6 симметрическихъ *длинныхъ* тупѣйшихъ, 6 такихъ же короткихъ острѣйшихъ, и 6 неправильныхъ среднихъ, расположенныхъ зикзакомъ.

Углы двухъ родовъ: 2 дитригональныхъ конечныхъ, и 6 неправильныхъ четырехгранныхъ среднихъ.

Поперечныя сѣченія суть: частію тригоны, частію неправильные двѣнадцатиугольники; центральное же поперечное сѣченіе есть дигексагонъ. Нормальныя главныя сѣченія суть ромбы, а діагональныя главныя сѣченія — ромбоиды.

Вертикальная ось *a* соединяетъ вершины конечныхъ угловъ, а боковыя оси *b* соединяютъ каждые два противоположные средніе края.

Изъ каждой данной дигексагональной пирамиды $= mPn$, (фиг. 204), происходятъ два гексагональныхъ скаленоэдра, совершенно равныхъ и подобныхъ, но различающихся между собою только своимъ положеніемъ. Знаки этихъ скаленоэдровъ, слѣдуя Науману, можно писать такъ: $+\frac{mPn}{2}$ и $-\frac{mPn}{2}$.

Означивъ, чрезъ X острѣйшіе короткіе конечные края, чрезъ Y тупѣйшіе длинные конечные края, и чрезъ Z средніе края, Науманъ, для краевыхъ угловъ гексагональныхъ скаленоэдровъ, вычисляетъ:

$$\cos X = -\frac{2m^2a^2(2n^2-2n-1)+3n^2}{M}$$

$$\cos Y = -\frac{2m^2a^2(4n-n^2-1)+3n^2}{M}$$

$$\cos Z = -\frac{2m^2a^2(n^2+2n-2)-3n^2}{M}$$

$$M = 4m^2a^2(n^2-n+1)+3n^2$$

$$\cos \tfrac{1}{2} X : \cos \tfrac{1}{2} Y = 1 : n - 1$$

$$\cos \tfrac{1}{2} X : \sin \tfrac{1}{2} Z = 1 : n$$

$$\cos \tfrac{1}{2} Y : \sin \tfrac{1}{2} Z = n - 1 : n$$

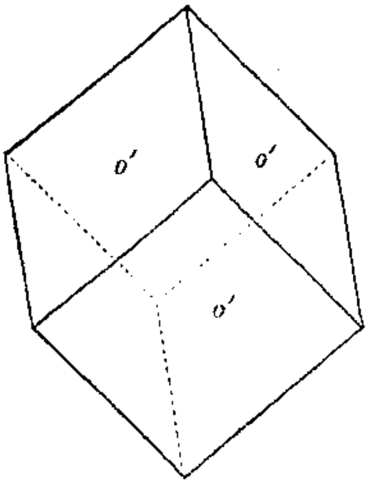
Примѣняя законъ скаленоэдрической геміэдріи ко всѣмъ прочимъ формамъ гексагональной системы, мы находимъ: что *гексагональныя пирамиды перваго рода* = mP превращаются въ *ромбоэдры*, называемые *ромбоэдрами перваго рода* = $+\frac{mP}{2}$ и $-\frac{mP}{2}$, и что всѣ остальныя гомоэдрическія формы не претерпѣваютъ *никакого измѣненія;* послѣднія по этой причинѣ, въ комбинаціяхъ скаленоэдрическихъ, должны являться съ полнымъ числомъ своихъ плоскостей.

Ознакомимся теперь нѣсколько подробнѣе съ ромбоэдрами, — формами, весьма распространенными въ природѣ.

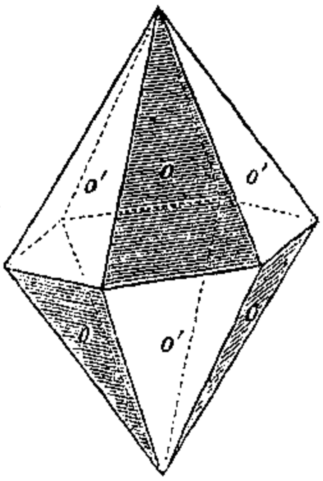
Ромбоэдры.

Формы эти ограничены 6-ю плоскостями, имѣютъ 12 краевъ и 8 угловъ (фиг. 206 и 208).

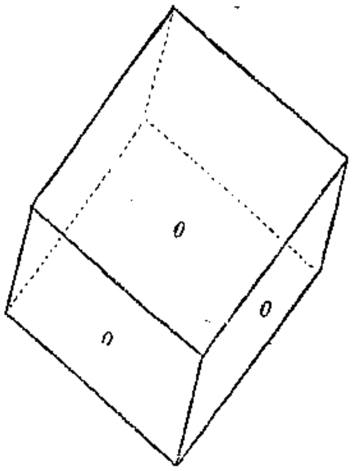
Фиг. 206.



Фиг. 207.



Фиг. 208.



Плоскости суть ромбы.

Края симметрическіе и двухъ родовъ: 6 конечныхъ, и 6 имъ параллельныхъ, среднихъ; послѣдніе расположены зикзакомъ.

Углы двухъ родовъ: 2 тригональныхъ конечныхъ, и 6 неправильныхъ трехгранныхъ среднихъ.

Вообще всѣ ромбоэдры, по своей наружности, раздѣляются: на *тупые* и *острые*; въ первыхъ плоскости наклонены въ конечныхъ краяхъ подъ угломъ $>90°$, а во вторыхъ — подъ угломъ $<90°$. При конечно-краевомъ углѣ $= 90°$, плоскости ромбоэдра превратились бы въ квадраты, и самый ромбоэдръ превратился бы въ кубъ; но такаго ромбоэдра, какъ мы скоро увидимъ, между формами натуральныхъ кристалловъ не встрѣчается, да и встрѣтится не можетъ. По этому кубъ, въ ряду ромбоэдровъ, есть членъ идеальный, раздѣляющій тупые ромбоэдры отъ острыхъ.

По положенію своихъ плоскостей относительно основной формы, всѣ ромбоэдры раздѣляются: на *ромбоэдры перваго, втораго* и *третьяго рода.* Первые происходятъ изъ гексагональныхъ пирамидъ перваго рода, а вторые и третіе — изъ подобныхъ же пирамидъ втораго и третьяго рода. Ромбоэдровъ втораго и третьяго рода въ ряду формъ скаленоэдрической геміэдріи, какъ мы уже видѣли, не встрѣчается; эти два послѣдніе рода ромбоэдровъ относятся къ тетартоэдрическимъ формамъ.

Вертикальная ось *a* соединяетъ вершины конечныхъ угловъ ромбоэдра, а боковыя оси *b* соединяютъ средины каждыхъ двухъ противоположныхъ параллельныхъ среднихъ его краевъ.

Поперечныя сѣченія суть частію равносторонніе треугольники, частію равноугольные шестиугольники, а центральное поперечное сѣченіе есть гексагонъ. Поперечное сѣченіе, проходящее чрезъ вершины трехъ верхнихъ среднихъ угловъ, и поперечное сѣченіе, проходящее чрезъ вершины трёхъ нижнихъ среднихъ угловъ, раздѣляютъ вертикальную ось *a* ромбоэдра *на три равныя части.*

Очевидно, что изъ каждой гексагональной пирамиды (фиг. 207) можетъ произойти два ромбоэдра, совершенно равныхъ и подобныхъ, но различающихся между собою только положеніемъ (фиг. 206 и 208).

Для вычисленія различныхъ элементовъ какого бы то ни было ромбоэдра, могутъ служить съ большою пользою весьма простыя формулы, данныя **Купферомъ** въ его превосходной кристаллографіи *). Формулы эти суть слѣдующія:

$$\cos \tfrac{1}{2} a \,.\, \sin \tfrac{1}{2} \mathrm{A} = \tfrac{1}{2}$$

$$\frac{\operatorname{tang} i}{\operatorname{tang} r} = \tfrac{1}{2}$$

$$\cos r \,.\, \operatorname{tang} \tfrac{1}{2} \mathrm{A} = \sqrt{\tfrac{1}{3}}$$

$$\frac{\sin i}{\operatorname{tang} \tfrac{1}{2} a} = \sqrt{\tfrac{1}{3}}$$

$$\frac{\cos \tfrac{1}{2} \mathrm{A}}{\cos i} = \sqrt{\tfrac{3}{4}}$$

$$\frac{\sin \tfrac{1}{2} a}{\sin r} = \sqrt{\tfrac{3}{4}}$$

---

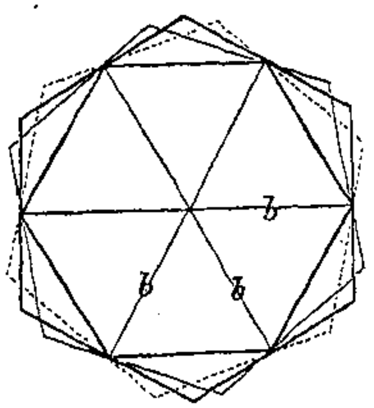
*) A. T. Kupffer. Handbuch der rechnenden Krystallonomie, St. Petersburg, 1831, S. 220.

Въ формулахъ этихъ означены: чрезъ A — наклоненіе плоскостей ромбоэдра въ его конечныхъ краяхъ, чрезъ *a* — плоскій уголъ при вершинѣ (т. е. *уголъ плоскости* ромбоэдра при его вершинѣ), чрезъ *i* наклоненіе плоскости ромбоэдра къ вертикальной оси, и чрезъ *r* наклоненіе конечнаго края ромбоэдра къ вертикальной оси.

ПИРАМИДАЛЬНАЯ ГЕМІЭДРІЯ.

Если въ данной дигексагональной пирамидѣ $= mPn$, пары плоскостей, лежащія при поперемѣнныхъ среднихъ краяхъ (т. е. пары, образованныя плоскостями, пересѣкающимися въ поперемѣнныхъ среднихъ краяхъ) растянутся, а между ними лежащія пары исчезнутъ, то чрезъ это произойдётъ геміэдрическая форма, называемая *гексагональною пирамидою третьяго рода*. Очевидно, что изъ каждой данной дигексагональной пирамиды, могутъ произойти двѣ гексагональныхъ пирамиды третьяго рода, совершенно равныхъ и подобныхъ, но различающихся между собою взаимнымъ положеніемъ. Одну изъ этихъ пирамидъ можно означить, слѣдуя Науману, чрезъ $\frac{r}{l}\frac{mPn}{2}$, а другую чрезъ $\frac{l}{r}\frac{mPn}{2}$. Плоскости гексагональныхъ пирамидъ третьяго рода не перпендикулярны ни къ нормальнымъ, ни къ діагональнымъ главнымъ сѣченіямъ; и ихъ средніе края пересѣкаютъ одну боковую ось *b* подъ угломъ большимъ 30°, а другую подъ угломъ меньшимъ 90°, но никогда не достигая величины 60° *). На фигурѣ 209 представлены основанія пирамидъ перваго, втораго и третьяго рода. Толстыми чертами обозначены основанія пирамидъ перваго и втораго рода, а тонкими чертами и пунктиромъ — основанія пирамидъ третьяго рода.

Фиг. 209.



Въ гексагональныхъ пирамидахъ третьяго рода, конечные края X суть тѣ же самые, какъ и конечные края гексагональныхъ трапецоэдровъ, а средніе края Z суть тѣ же самые, какъ и средніе края дигексагональныхъ пирамидъ; поэтому для гексагональныхъ пирамидъ третьяго рода, мы будемъ имѣть:

$$\cos X = -\frac{2m^2a^2(n^2-n+1)+3n^2}{M}$$

$$\cos Z = -\frac{4m^2a^2(n^2-n+1)-3n^2}{M}$$

$$\text{гдѣ } M = 4m^2a^2(n^2-n+1)+3n^2$$

---

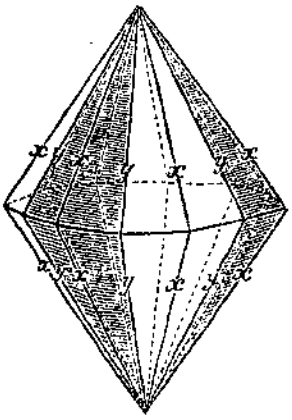
*) Здѣсь подразумѣваются тѣ двѣ боковыя оси *b*, на которыхъ лежатъ параметры плоскости, введенные въ кристаллографическій знакъ.

Примѣняя законъ пирамидальной геміэдріи къ другимъ гомоэдрическимъ формамъ гексагональной системы, мы найдемъ, что дигексагональныя призмы $= \infty Pn$ превращаются въ *тетрагональныя призмы третьяго рода* $= \frac{\infty Pn}{2}$, тогда какъ всѣ прочія формы *не претерпѣваютъ никакого измѣненія* въ ихъ наружномъ видѣ.

ТРИГОНОТИПНАЯ ГЕМІЭДРІЯ.

Если въ данной дигексагональной пирамидѣ $= mPn$, четыре плоскости, представляющія двѣ пары плоскостей, пересѣкающихся въ двухъ среднихъ краяхъ, примыкающихъ къ нормальнымъ среднимъ угламъ, — растянутся, а между ними лежащія исчезнутъ (фиг. 210), то чрезъ это произойдетъ *дитригональная пирамида*.

Фиг. 210.



Примѣняя законъ тригонотипной геміэдріи ко всѣмъ прочимъ формамъ гексагональной системы, мы найдемъ, что:

Гексагональныя пирамиды перваго рода $= mP$ остаются *безъ измѣненія.*

Гексагональныя пирамиды втораго рода $= mP2$ превращаются въ *тригональныя пирамиды.*

Дигексагональныя призмы $= \infty Pn$ превращаются въ *дитригональныя призмы.*

Первая гексагональная призма $= \infty P$ остается *безъ измѣненія.*

Вторая гексагональная призма $= \infty P2$ превращается въ *тригональную призму.*

Такъ какъ существованіе этой геміэдріи въ природѣ, ещё не обнаружено, то мы и не будемъ входить о ней въ дальнѣйшія подробности.

ТЕТАРТОЭДРИЧЕСКІЯ ФОРМЫ.

Въ гексагональной системѣ возможны два рода тетартоэдріи, а именно: *ромбоэдрическая* и *трапецоэдрическая* (иначе, тригонотипная).

РОМБОЭДРИЧЕСКАЯ ТЕТАРТОЭДРІЯ.

Для того, чтобы представить себѣ удобопонятнѣе законъ этой тетартоэдріи, лучше всего вывести её, какъ повторительную геміэдрію *гексагональныхъ пирамидъ третьяго рода* $= \frac{r}{l}\,\frac{mPn}{2}$ или $\frac{l}{r}\,\frac{mPn}{2}$. Въ самомъ дѣлѣ, если мы вообразимъ себѣ, что попеременныя одиночныя плоскости данной гексагональной пирамиды третьяго рода растянутся, до взаимнаго ихъ пересѣченія, а между ними лежащія исчезнутъ, то мы получимъ этимъ путёмъ *ромбоэдръ третьяго рода*. Ромбоэдръ этотъ, очевидно, относительно дигексагональной пирамиды (изъ которой произведена гексагональная пирамида третьяго рода, давшая помянутый ромбоэдръ) — будетъ тетартоэдрическая форма. И такъ изъ каждой данной дигексагональной пирамиды, можетъ произойти четыре ромбоэдра третьяго рода, которые можно означить слѣдующимъ образомъ:

$$+\frac{r}{l}\,\frac{mPn}{4},\ -\frac{r}{l}\,\frac{mPn}{4}\ \text{и}\ +\frac{l}{r}\,\frac{mPn}{4},\ -\frac{l}{r}\,\frac{mPn}{4}.$$

Примѣняя законъ ромбоэдрической тетартоэдріи ко всѣмъ прочимъ формамъ гексагональной системы, мы найдемъ, что:

Гексагональныя пирамиды перваго рода $= mP$ превращаются въ *ромбоэдры перваго рода* $= \frac{mP}{4}$.

Гексагональныя пирамиды втораго рода $= mP2$ превращаются въ *ромбоэдры втораго рода* $= \frac{mP2}{4}$.

Дигексагональныя призмы $= \infty Pn$ превращаются въ *гексагональныя призмы третьяго рода* $= \frac{\infty Pn}{4}$.

Первая гексагональная призма $= \infty P$, наружности своей *не измѣняетъ.*

Вторая гексагональная призма $= \infty P2$, наружности своей *не измѣняетъ.*

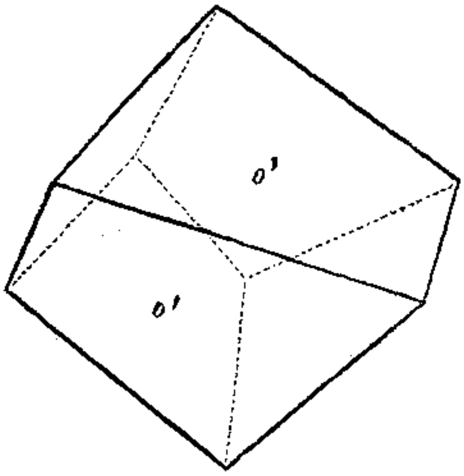
Основной пинакоидъ $= oP$, наружности своей *не измѣняетъ.*

Этотъ родъ тетартоэдріи былъ наблюдаемъ въ кристаллахъ титанистаго желѣза и діоптаза.

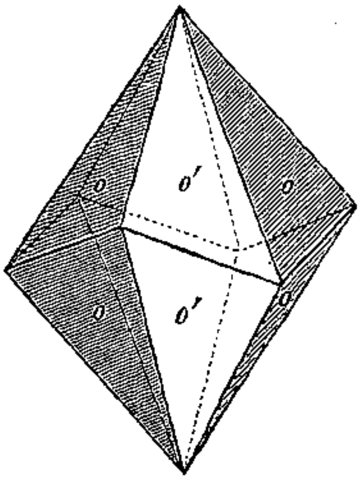
ТРАПЕЦОЭДРИЧЕСКАЯ ТЕТАРТОЭДРІЯ (тригонотипная тетартоэдрія).

Точно также, какъ въ предъидущемъ случаѣ, чтобы удобнѣе понять законъ трапецоэдрической тетартоэдріи, лучше всего разсматривать эту тетартоэдрію, какъ повторительную геміэдрію *гексагональныхъ скаленоэдровъ* $= \frac{mPn}{2}$. Въ самомъ дѣлѣ, если мы вообразимъ, что въ данномъ гексагональномъ скаленоэдрѣ (фиг. 212) растягиваются *пары* плоскостей, пересѣкающихся въ *попеременныхъ среднихъ краяхъ*, а между ними лежащія исчезаютъ, то мы получимъ этимъ путёмъ изъ каждаго скаленоэдра двѣ *энантіоморфныя* формы, т. е. такія, которыя будутъ представлять пару, состоящую изъ *правой* и *лѣвой* вещи, подобно тому, какъ правая и лѣвая перчатка одной и той же пары перчатокъ. Формы эти, называемыя *тригональными трапецоэдрами*, относительно дигексагональной пирамиды, суть тетартоэдрическія формы. Изъ каждой дигексагональной пирамиды mPn можетъ, очевидно, произойти четыре тригональныхъ трапецоэдра, которые обозначатся слѣдующимъ образомъ: $+ r\,\frac{mPn}{4}$ и $- r\,\frac{mPn}{4}$, $+ l\,\frac{mPn}{4}$ и $- l\,\frac{mPn}{4}$. *Тригональные трапецоэдры* суть формы, ограниченныя 6-ю равнобедренными трапецоидами, имѣютъ 3 длинныхъ тупѣйшихъ и 3 короткихъ острѣйшихъ среднихъ краевъ: Среднія края расположены зикзакомъ (фиг. 211 и 213).

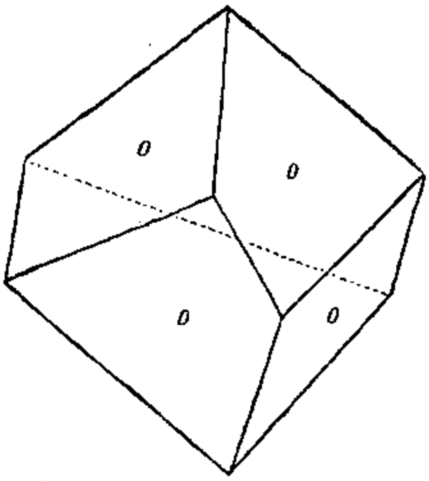
Фиг. 211.



Фиг. 212.



Фиг. 213.



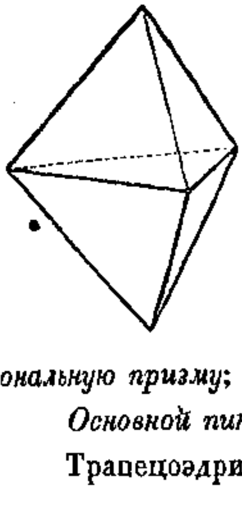
Центральное поперечное сѣченіе тригональныхъ трапецоэдровъ есть дитригонъ.

Примѣняя законъ трапецоэдрической тетартоэдріи ко всѣмъ прочимъ формамъ гексагональной системы, мы находимъ, что:

Гексагональныя пирамиды перваго рода = mP превращаются въ *ромбоэдры перваго рода.*

Гексагональныя пирамиды втораго рода = $mP2$ превращаются въ *тригональныя пирамиды* (фиг. 214), ограниченныя 6-ю равнобедренными треугольниками, и имѣющіе: 6 симметрическихъ конечныхъ краевъ, 3 правильныхъ среднихъ края, 2 тригональныхъ конечныхъ угла, и 3 ромбическихъ среднихъ угла. Всѣ поперечныя сѣченія тригональныхъ пирамидъ суть равносторонніе треугольники.

Фиг. 214.



Дигексагональныя призмы = ∞Pn превращаются въ *дитригональныя призмы.*

Первая гексагональная призма = ∞P, въ наружности своей *не измѣняется.*

Вторая гексагональная призма = $\infty P2$ превращается въ *тригональную призму*; т. е. изъ неё получается двѣ тригональныхъ призмы.

Основной пинакоидъ = oP, въ наружномъ своемъ видѣ *не измѣняется.*

Трапецоэдрическую геміэдрію можно наблюдать въ кристаллахъ горнаго хрусталя.

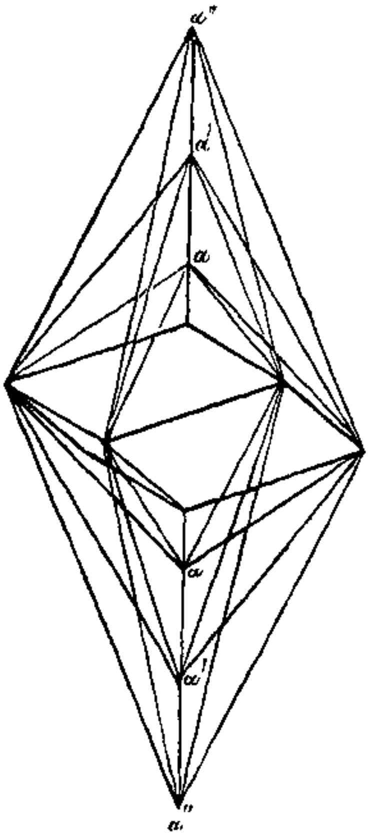
Особенное обозначеніе ромбоэдровъ и скаленоэдровъ.

По причинѣ значительнаго преобладанія ромбоэдровъ и скаленоэдровъ надъ другими формами, въ кристаллическихъ рядахъ многихъ, весьма распространенныхъ въ природѣ минераловъ, Науманъ, вмѣсто обыкновеннаго обозначенія: $\frac{mP}{2}$ и $\frac{mPn}{2}$, предложилъ для этихъ формъ особенные, спеціальные, болѣе удобные знаки.

Въ данномъ кристаллическомъ ряду, одинъ изъ ромбоэдровъ выбирается за основную форму, называется *основнымъ ромбоэдромъ*, и обозначается буквою R. По этому, всѣ прочіе ромбоэдры перваго рода получатъ знакъ $\pm\, p$R, гдѣ $p \gtrless 1$ означаетъ коэфиціентъ вертикальной оси a даннаго ромбоэдра. Весь рядъ такихъ ромбоэдровъ заключается между предѣлами: основнымъ пинакоидомъ и гексагональною призмою перваго рода, которые можно также означить спеціально чрезъ oR и ∞R.

Чтобы связать теперь, и по производству и по обозначенію, скаленоэдры съ ромбоэдрами, Науманъ воспользовался свойствомъ скаленоэдровъ, бросающимся съ перваго раза въ глаза, а именно: *среднія края* каждаго даннаго скаленоэдра, по своему *положенію* совпадаютъ всегда съ средними краями нѣкотораго ромбоэдра, который по этому и называется *ромбоэдромъ среднихъ краевъ скаленоэдра* или *вписаннымъ ромбоэдромъ скаленоэдра*. И такъ, если для каждаго скаленоэдра $+\frac{mPn}{2}$ или $-\frac{mPn}{2}$ будутъ опредѣлены вписанные ромбоэдры: $+\,p$R и $-\,p$R, то очевидно, что тогда различные скаленоэдры будутъ группироваться около этихъ ромбоэдровъ и различаться между собою длиною вертикальныхъ осей. Положимъ, что ромбоэдръ, находящійся по срединѣ фигуры 215, есть вписанный ромбоэдръ pR, которому соотвѣтствуютъ три скаленоэдра aa, $a'a'$ и $a''a''$. Каждый изъ этихъ скаленоэдровъ выводится очевидно изъ даннаго ромбоэдра, и можетъ быть построенъ; ибо, чтобы получить вершины искомаго скаленоэдра, стоитъ только помножить величину вертикальной оси pa ромбоэдра на опредѣленную величину q. Кристаллографическій знакъ такимъ образомъ построеннаго скаленоэдра, Науманъ пишетъ такъ: $p\mathrm{R}^q$, гдѣ p и q суть величины, конечно, другаго значенія, нежели m и n въ нормальномъ знакѣ скаленоэдра $\frac{mPn}{2}$. Въ спеціальномъ знакѣ скаленоэдра $p\mathrm{R}^q$, величина q, находящаяся по другую сторону буквы R, относится, какъ сказано, не къ боковой, но также къ вертикальной оси; по этому-то q и поставлено въ видѣ показателя. И такъ скаленоэдры aa, $a'a'$ и $a''a''$ фигуры 215 получатъ слѣдующіе спеціальные знаки: $p\mathrm{R}^q$, $p\mathrm{R}^{q'}$ и $p\mathrm{R}^{q''}$.

Фиг. 215.



Скаленоэдры основнаго ромбоэдра, очевидно, выразятся знаками: R^q, $\mathrm{R}^{q'}$, $\mathrm{R}^{q''}$ и т. д.

Если даннаго скаленоэдра $\frac{mPn}{2}$, вписанный ромбоэдръ есть pR, то этотъ скаленоэдръ выразится также спеціальнымъ знакомъ $p\mathrm{R}^q$, въ которомъ будетъ $p = \frac{m(2-n)}{n}$ и $q = \frac{n}{2-n}$, т. е. данный скаленоэдръ $\frac{mPn}{2} = \frac{m(2-n)}{n}\ \mathrm{R}_{\frac{n}{2-n}}$.

О трехъ ромбоэдрахъ скаленоэдра.

Каждому скаленоэдру соотвѣтствуютъ *три* ромбоэдра, имѣющихъ къ скаленоэдру ближайшее отношеніе. Первый изъ этихъ ромбоэдровъ эсть тотъ, о которомъ мы уже говорили, и котораго *средніе края* совпадаютъ со средними краями скаленоэдра, т. е. *вписанный* ромбоэдръ, или *ромбоэдръ среднихъ краевъ скаленоэдра;* второй ромбоэдръ есть тотъ, котораго *конечные края* параллельны *короткимъ* конечнымъ краямъ скаленоэдра; третій ромбоэдръ есть тотъ; котораго *конечные края* параллельны *длиннымъ* конечнымъ краямъ скаленоэдра. И такъ для каждаго скаленоэдра мы имѣемъ: ромбоэдръ среднихъ краевъ, ромбоэдръ короткихъ конечныхъ краевъ и ромбоэдръ длинныхъ конечныхъ краевъ. Первые два изъ этихъ ромбоэдровъ имѣютъ къ скаленоэдру *аналогическое* или соотвѣтственное положеніе, тогда какъ ромбоэдръ длинныхъ конечныхъ краевъ имѣетъ *антилогическое* или обратное положеніе.

Для ромбоэдра *среднихъ* краевъ мы имѣемъ знакъ: $\pm \frac{m(2-n)}{n} R$.

Для ромбоэдра *короткихъ* конечныхъ краевъ — знакъ: $\pm \frac{m(2n-1)}{n} R$.

Для ромбоэдра *длинныхъ* конечныхъ краевъ — знакъ: $\mp \frac{m(n+1)}{n} R$.

Такъ какъ: $n + 1 = (2n - 1) + (2 - n)$, *) то изъ этого слѣдуетъ, что *вертикальная ось ромбоэдра длинныхъ конечныхъ краевъ, равна: суммѣ вертикальныхъ осей прочихъ двухъ ромбоэдровъ.*

ЛЕКЦІЯ ОДИННАДЦАТАЯ.

КОМБИНАЦІИ ГЕКСАГОНАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ.

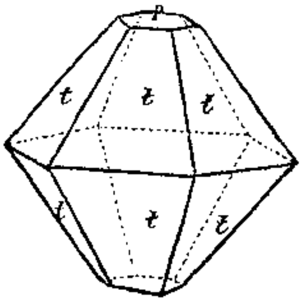
Точно также, какъ было поступлено въ предъидущихъ системахъ, мы опишемъ теперь нѣсколько наиболѣе поучительныхъ комбинацій гексагональной системы.

---

*) C. F. Naumann. Elemente der theoretischen Krystallographie, Leipzig, 1856, S. 212.

КОМБИНАЦІИ ГОМОЭДРИЧЕСКІЯ.

Фиг. 216.

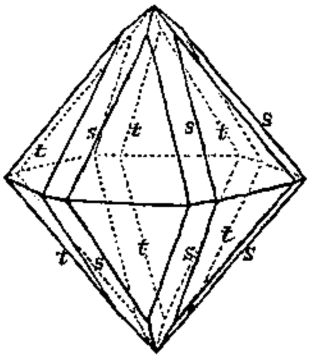


Фигура 216 представляетъ комбинацію формъ: гексагональной пирамиды перваго рода $t = mP$ и основнаго пинакоида $P = oP$. И такъ имѣемъ:

$$mP \, . \, oP.$$

Комбинація эта встрѣчается въ кристаллахъ многихъ минераловъ.

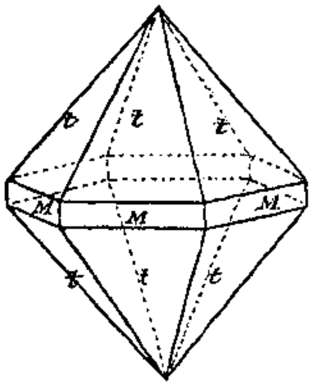
Фиг. 217.



Фигура 217 представляетъ комбинацію формъ: гексагональной пирамиды перваго рода $t = mP$ и гексагональной пирамиды втораго рода $s = mP2$ (первой тупѣйшей, относительно пирамиды t). *) И такъ имѣемъ:

$$mP \, . \, mP2.$$

Фиг. 218.

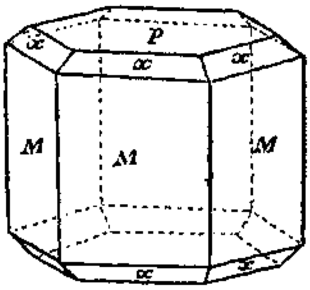


Фигура 218 представляетъ комбинацію формъ: гексагональной пирамиды перваго рода $t = mP$ и первой гексагональной призмы $M = \infty P$. И такъ имѣемъ:

$$mP \, . \, \infty P.$$

Комбинація эта встрѣчается въ кристаллахъ многихъ минераловъ.

Фиг. 219.



Фигура 219 представляетъ комбинацію формъ: первой гексагональной призмы $M = \infty P$, гексагональной пирамиды перваго рода $x = mP$ и основнаго пинакоида $P = oP$. И такъ имѣемъ:

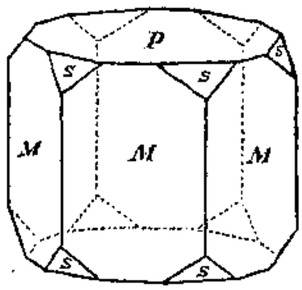
$$\infty P \, . \, mP \, . \, oP.$$

Подобныя комбинаціи встрѣчаются въ кристаллахъ многихъ минераловъ.

---

*) Точно также, какъ въ квадратной системѣ, пирамиду, которой плоскости притупляютъ конечные края какой нибудь другой гексагональной пирамиды, называютъ *первою тупѣйшею пирамидою* этой послѣдней. Наоборотъ, эта послѣдняя относительно первой есть *первая острѣйшая*.

Фиг. 220.

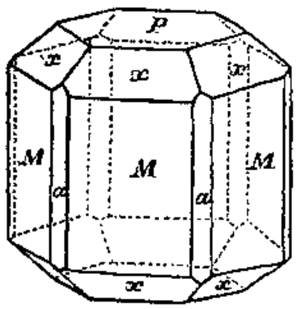


Фигура 220 представляетъ комбинацію формъ: первой гексагональной призмы $M = \infty P$, основнаго пинакоида $P = oP$ и гексагональной пирамиды втораго рода $s = mP2$. И такъ имѣемъ:

$$\infty P \,.\, oP \,.\, mP2.$$

Подобныя комбинаціи замѣчаются въ кристаллахъ многихъ минераловъ.

Фиг. 221.

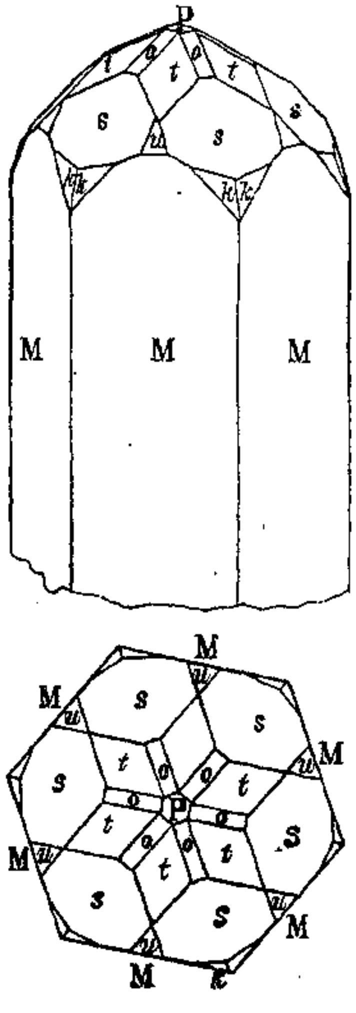


Фигура 221 представляетъ комбинацію формъ: первой гексагональной призмы $M = \infty P$, гексагональной пирамиды перваго рода $x = mP$, основнаго пинакоида $P = oP$ и второй гексагональной призмы $a = \infty P2$. И такъ имѣемъ:

$$\infty P \,.\, mP \,.\, oP \,.\, \infty P2.$$

Подобныя комбинаціи встрѣчаются въ кристаллахъ многихъ минераловъ.

Фиг. 222 и 223.

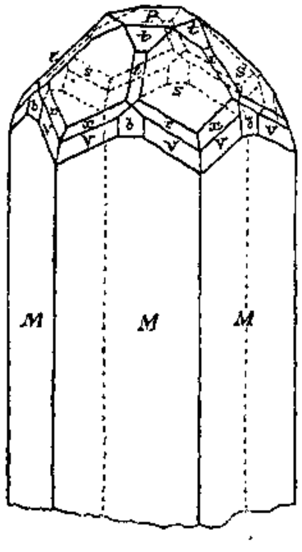


Фигуры 222 и 223 представляютъ комбинацію формъ: первой гексагональной призмы $M = \infty P$, основной гексагональной пирамиды $t = P$, гексагональной пирамиды перваго рода $u = 2P$, гексагональной пирамиды втораго рода $s = 2P2$, гексагональной пирамиды втораго рода $o = P2$, дигексагональной пирамиды $k = 6P\frac{3}{2}$, и основнаго пинакоида $P = oP$. И такъ имѣемъ:

$$\infty P \,.\, P \,.\, 2P \,.\, P2 \,.\, 2P2 \,.\, 6P\tfrac{3}{2} \,.\, oP.$$

Комбинація эта опредѣлена мною въ кристаллахъ уральскаго берилла (изъ Мурзинской слободы).

Фиг. 224.

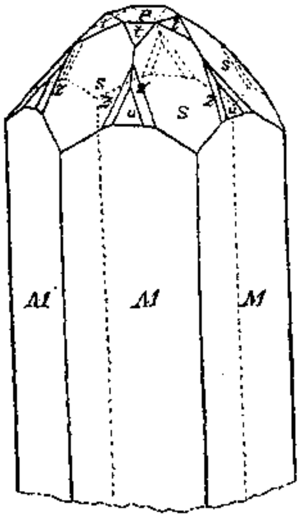


Фигура 224 представляетъ комбинацію формъ: первой гексагональной призмы $M = \infty P$, основной гексагональной пирамиды $t = P$, гексагональныхъ пирамидъ перваго рода: $r = \frac{3}{2}P$ и $b = \frac{15}{2}P$, гексагональной пирамиды втораго рода $s = 2P2$, дигексагональныхъ пирамидъ: $x = 3P\frac{3}{2}$ и $v = 8P\frac{8}{7}$, и основнаго пинакоида $P = oP$. И такъ имѣемъ:

$$\infty P\ .\ 2P2\ .\ oP\ .\ 8P\tfrac{8}{7}\ .\ 3P\tfrac{3}{2}\ .\ \tfrac{15}{2}P\ .\ P\ .\ \tfrac{3}{2}P.$$

Комбинацію эту опредѣлилъ Науманъ въ кристаллахъ сибирскаго берилла.

Фиг. 224.

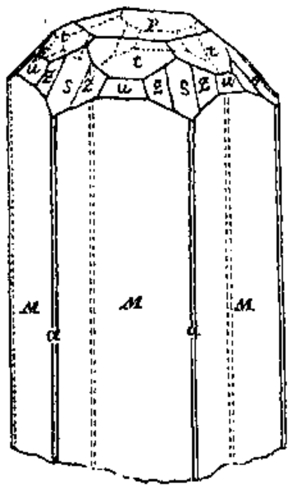


Фигура 224 представляетъ комбинацію формъ: первой гексагональной призмы $M = \infty P$, основной гексагональной пирамиды $t = P$, гексагональной пирамиды перваго рода $u = 2P$, гексагональной пирамиды втораго рода $s = 2P2$, дигексагональной пирамиды $z = 2P\frac{3}{2}$, и основнаго пинакоида $P = oP$. И такъ имѣемъ:

$$\infty P\ .\ 2P2\ .\ P\ .\ 2P\ .\ 2P\tfrac{3}{2}\ .\ oP.$$

Комбинацію эту опредѣлилъ я въ кристаллахъ берилла изъ окрестностей рѣки Урульги (Нерчинскій край).

Фиг. 225.

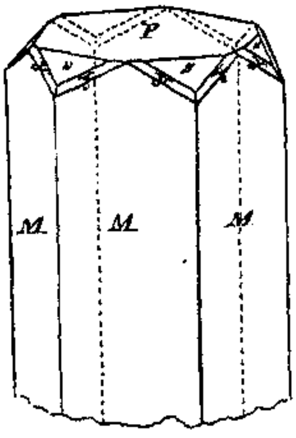


Фигура 225 представляетъ комбинацію формъ: первой гексагональной призмы перваго рода $M = \infty P$, второй гексагональной призмы $a = \infty P2$, основной гексагональной пирамиды $t = P$, гексагональной пирамиды перваго рода $u = 2P$, гексагональной пирамиды втораго рода $s = 2P2$, дигексагональной пирамиды $z = 2P\frac{3}{2}$, и основнаго пинакоида $P = oP$. И такъ имѣемъ:

$$\infty P\ .\ \infty P2\ .\ P\ .\ 2P\ .\ 2P2\ .\ 2P\tfrac{3}{2}\ .\ oP.$$

Комбинацію эту опредѣлилъ я въ кристаллахъ берилла изъ окрестностей рѣки Урульги (Нерчинскій край).

Фиг. 226.

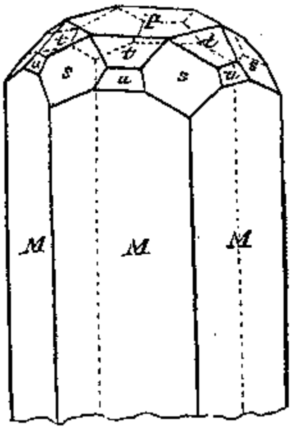


Фигура 226 представляетъ комбинацію формъ: первой гексагональной призмы $M = \infty P$, основнаго пинакоида $P = oP$, гексагональной пирамиды втораго рода $s = 2P2$, и дигексагональной пирамиды $y = mPn$. И такъ имѣемъ:

$$\infty P\ .\ 2P2\ .\ oP\ .\ mPn.$$

Комбинація эта замѣчается въ кристаллахъ берилла изъ горы Адунъ-Чилона (Нерчинскій край).

Фиг. 227.



Фигура 227 представляетъ комбинацію формъ: первой гексагональной призмы $M = \infty P$, основной гексагональной пирамиды $t = P$, гексагональной пирамиды перваго рода $u = 2P$, гексагональной пирамиды втораго рода $s = 2P2$, и основнаго пинакоида $P = oP$. И такъ имѣемъ:

$$\infty P \;.\; P \;.\; 2P \;.\; 2P2 \;.\; oP.$$

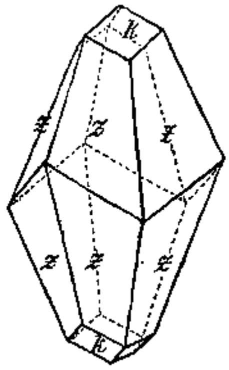
Комбинація эта встрѣчается въ кристаллахъ уральскаго берилла (изъ окрестностей Мурзинки).

КОМБИНАЦІИ ГЕМІЭДРИЧЕСКІЯ.

Въ этомъ отдѣлѣ, мы приведёмъ для примѣра нѣсколько наиболѣе обыкновенныхъ геміэдрическихъ комбинацій.

КОМБИНАЦІИ СКАЛЕНОЭДРИЧЕСКИ-ГЕМІЭДРИЧЕСКІЯ.

Фиг. 228.

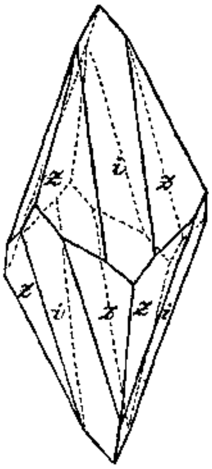


Фигура 228 представляетъ комбинацію формъ: скаленоэдра $z = + pR^q$ и ромбоэдра $k = + pR$. И такъ имѣемъ:

$$+ pR^q \;.\; + pR.$$

Подобная комбинація замѣчается въ кристаллахъ многихъ минераловъ; напр. известковаго шпата и друг.

Фиг. 229.

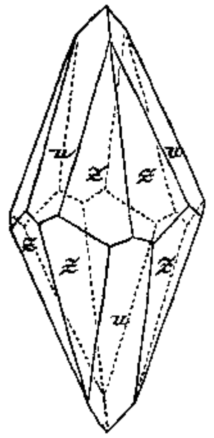


Фигура 229 представляетъ комбинацію формъ: скаленоэдра $z = + pR^q$ и ромбоэдра $i = + p'R$. И такъ имѣемъ:

$$+ pR^q \;.\; + p'R.$$

Подобная комбинація замѣчается въ кристаллахъ многихъ минераловъ; напр. известковаго шпата и друг.

Фиг. 230.

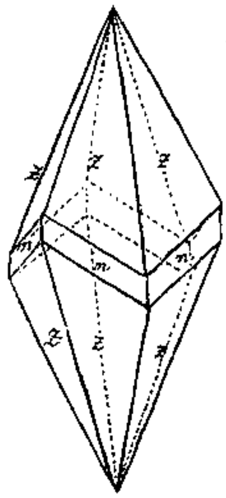


Фигура 230 представляетъ комбинацію формъ: скаленоэдра $z = + pR^q$ и ромбоэдра $u = — p'R$. И такъ имѣемъ:

$$+ pR^q \;.\; — p'R.$$

Подобная комбинація замѣчается въ кристаллахъ многихъ минераловъ; напр. въ кристаллахъ известковаго шпата и друг.

Фиг. 231.

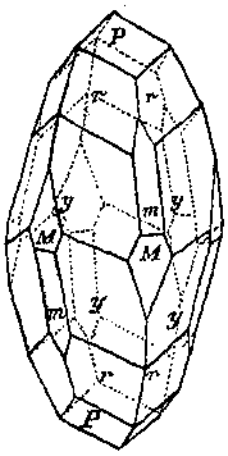


Фигура 231 представляетъ комбинацію формъ: скаленоэдра $z = + pR^q$ и второй гексагональной призмы $n = \infty P2$. И такъ имѣемъ:

$$+ pR^q \;.\; \infty P2.$$

Подобная комбинація замѣчается въ кристаллахъ многихъ минераловъ; напр. въ кристаллахъ известковаго шпата и друг.

Фиг. 232

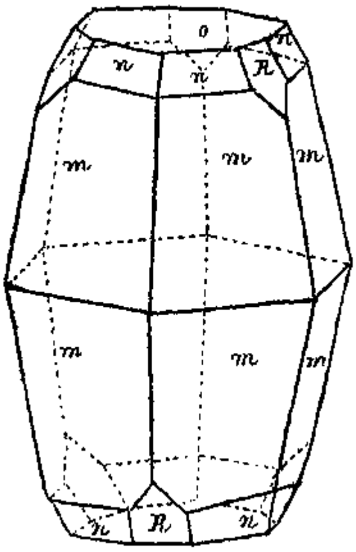


Фигура 232 представляетъ комбинацію формъ: основнаго ромбоэдра $P = + R$, ромбоэдра $m = + 4R$, скаленоэдра $y = + R^5$, скаленоэдра $r = + R^3$, и первой гексагональной призмы $M = \infty R$. И такъ имѣемъ:

$$+ R^5 \,.\, + R^3 \,.\, + R \,.\, + 4R \,.\, \infty R.$$

Комбинація эта замѣчается въ кристаллахъ известковаго шпата.

Фиг. 233.

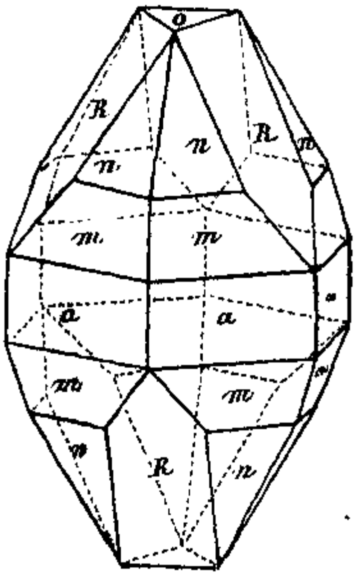


Фигура 233 представляетъ комбинацію формъ: основнаго ромбоэдра $R = + R$, гексагональныхъ пирамидъ втораго рода $n = \frac{4}{3}P2$ и $m = 4P2$, и основнаго пинакоида $o = oR$. И такъ имѣемъ:

$$4P2 \,.\, \frac{4}{3}P2 \,.\, oR \,.\, + R.$$

Комбинація эта замѣчается въ кристаллахъ корунда изъ Ильменскихъ горъ.

Фиг. 234.

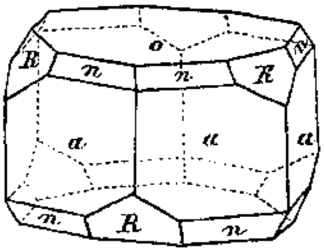


Фигура 234 представляетъ комбинацію формъ: основнаго ромбоэдра $R = + R$, гексагональныхъ пирамидъ втораго рода $n = \frac{4}{3}P2$ и $m = 4P2$, второй гексагональной призмы $a = \infty P2$, и основнаго пинакоида $o = oR$. И такъ имѣемъ:

$$\frac{4}{3}P2 \,.\, 4P2 \,.\, \infty P2 \,.\, + R \,.\, oR.$$

Комбинація эта замѣчается въ кристаллахъ корунда изъ Ильменскихъ горъ.

Фиг. 235.

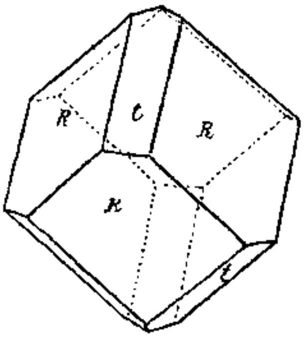


Фигура 235 представляетъ комбинацію формъ: второй гексагональной призмы $a = \infty P2$, основнаго пинакоида $o = oR$, основнаго ромбоэдра $R = + R$, и гексагональной пирамиды втораго рода $n = \frac{4}{3}P2$. И такъ имѣемъ:

$$\infty P2 \,.\, oR \,.\, + R \,.\, \tfrac{4}{3}P2.$$

Комбинація эта попадается въ кристаллахъ корунда изъ Ильменскихъ горъ.

Фиг. 236.

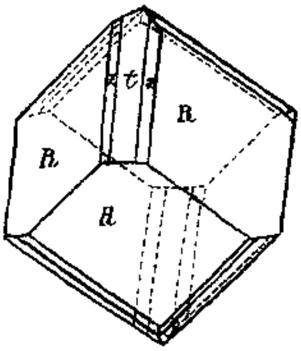


Фигура 236 представляетъ комбинацію формъ: основнаго ромбоэдра $R = + R$ и перваго тупѣйшаго ромбоэдра $t = - \frac{1}{2}R$. И такъ имѣемъ:

$$+ R \,.\, - \tfrac{1}{2}R.$$

Комбинація эта замѣчается въ кристаллахъ желѣзнаго блеска изъ розсыпей Полевскаго рудника, на Уралѣ.

Фиг. 237.

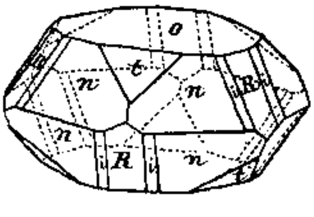


Фигура 237 представляетъ комбинацію формъ: основнаго ромбоэдра $R = + R$, перваго тупѣйшаго ромбоэдра $t = - \frac{1}{2}R$, и скаленоэдра $z = - \frac{1}{5}R^3 = - \frac{\frac{3}{5}P\frac{3}{2}}{2}$. И такъ имѣемъ:

$$+ R \,.\, - \tfrac{1}{2}R \,.\, - \tfrac{1}{5}R^3.$$

Комбинація эта опредѣлена мною въ кристаллахъ желѣзнаго блеска, происходящихъ изъ золотоносныхъ розсыпей Полевскаго рудника, на Уралѣ.

Фиг. 238.

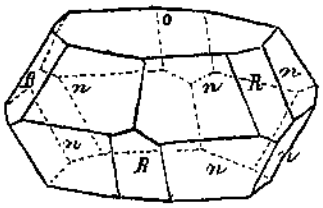


Фигура 238 представляетъ комбинацію формъ: гексагональной пирамиды втораго рода $n = \frac{4}{3}P2$, основнаго ромбоэдра $R = + R$, перваго тупѣйшаго ромбоэдра $t = - \frac{1}{2}R$, основнаго пинакоида $o = oR$, и скаленоэдра $i = + \frac{2}{5}R^3 = + \frac{\frac{6}{5}P\frac{3}{2}}{2}$. И такъ имѣемъ:

$$\tfrac{4}{3}P2 \,.\, oR \,.\, + R \,.\, - \tfrac{1}{2}R \,.\, + \tfrac{2}{5}R^3.$$

Комбинація эта опредѣлена мною въ кристаллахъ желѣзнаго блеска, происходящихъ изъ золотоносныхъ розсыпей Полевскаго рудника, на Уралѣ.

Фиг. 239.

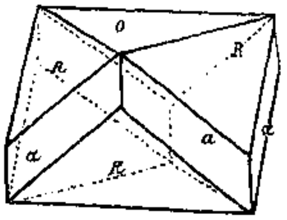


Фигура 239 представляетъ комбинацію формъ: гексагональной пирамиды втораго рода $n = \frac{4}{3}P2$, основнаго пинакоида $o = oR$, и основнаго ромбоэдра $R = + R$. И такъ имѣемъ:

$$\tfrac{4}{3}P2 \,.\, oR \,.\, + R.$$

Комбинація эта замѣчается въ кристаллахъ желѣзнаго блеска, происходящихъ изъ золотоносныхъ розсыпей Полевскаго рудника, на Уралѣ.

Фиг. 240.

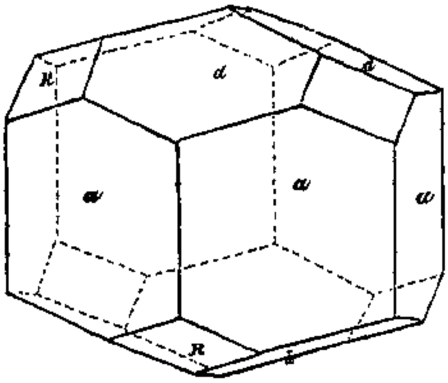


Фигура 240 представляетъ комбинацію формъ: основнаго ромбоэдра $R = + R$, основнаго пинакоида $o = oR$, и второй гексагональной призмы $a = \infty P2$. И такъ имѣемъ:

$$+ R \,.\, o R \,.\, \infty P2.$$

Комбинація эта замѣчается въ кристаллахъ желѣзнаго блеска.

Фиг. 241.

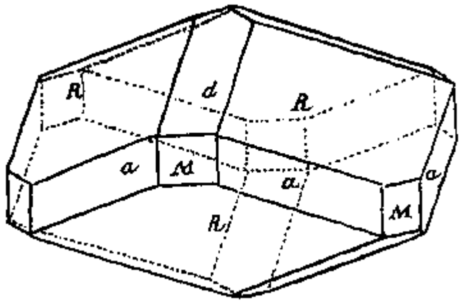


Фигура 241 представляетъ комбинацію формъ: второй гексагональной призмы $a = \infty P2$, основнаго ромбоэдра $R = + R$, и перваго тупѣйшаго ромбоэдра $d = - \frac{1}{2}R$. И такъ имѣемъ:

$$\infty P2 \,.\, + R \,.\, - \tfrac{1}{2}R.$$

Подобная комбинація замѣчается въ кристаллахъ фенакита и многихъ другихъ минераловъ.

Фиг. 242.



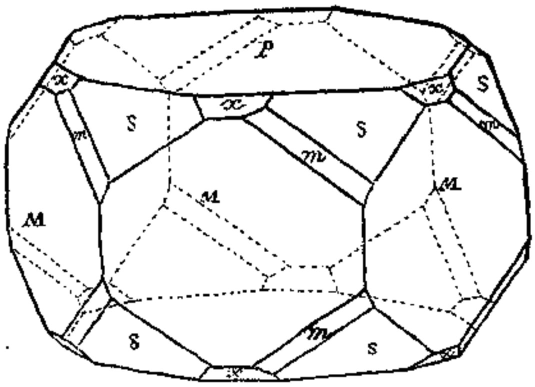
Фигура 242 представляетъ комбинацію формъ: основнаго ромбоэдра $R = + R$, перваго тупѣйшаго ромбоэдра $d = - \frac{1}{2}R$, первой гексагональной призмы $M = \infty P$, и второй гексагональной призмы $a = \infty P2$.

Подобная комбинація замѣчается въ кристаллахъ фенакита и многихъ другихъ минераловъ.

КОМБИНАЦІИ ПИРАМИДАЛЬНО-ГЕМІЭДРИЧЕСКІЯ.

Существованіе въ природѣ кристалловъ, подверженныхъ пирамидальной геміэдріи, было доказано въ первый разъ Гайдингеромъ.

Фиг. 243.

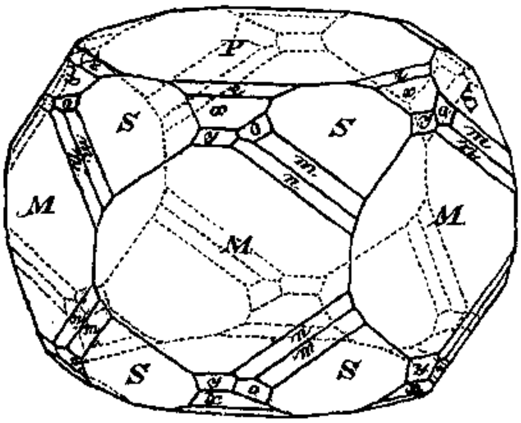


Фигура 243 представляетъ комбинацію формъ: первой гексагональной призмы M $=\infty P$, основнаго пинакоида P $= oP$, основной гексагональной пирамиды $x = P$, гексагональной пирамиды втораго рода $s = 2P2$, и гексагональной пирамиды третьяго рода $m = \frac{r}{l}\,\frac{3P\frac{3}{2}}{2}$. И такъ имѣемъ:

$$\infty P\,.\,oP\,.\,P\,.\,2P2\,.\,\frac{r}{l}\,\frac{3P\frac{3}{2}}{2}.$$

Комбинація эта замѣчается въ кристаллахъ апатита.

Фиг. 244.

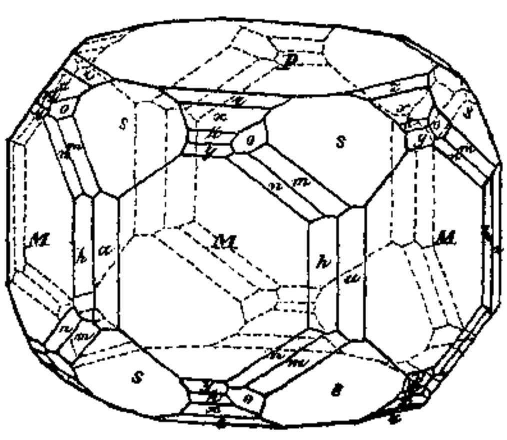


Фигура 244 представляетъ комбинацію формъ: первой гексагональной призмы M $=\infty P$, основнаго пинакоида P $= oP$, основной гексагональной пирамиды $x = P$, гексагональныхъ пирамидъ перваго рода $r = \frac{1}{2}P$ и $y = 2P$, гексагональной пирамиды втораго рода $s = 2P2$, и гексагональныхъ пирамидъ третьяго рода $m = \frac{r}{l}\,\frac{3P\frac{3}{2}}{2}$, $o = \frac{r}{l}\,\frac{2P\frac{4}{3}}{2}$ и $n = \frac{r}{l}\,\frac{4P\frac{4}{3}}{2}$. И такъ имѣемъ:

$$\infty P\,.\,oP\,.\,2P2\,.\,\frac{1}{2}P\,.\,P\,.\,2P\,.\,\frac{r}{l}\,\frac{3P\frac{3}{2}}{2}\,.\,\frac{r}{l}\,\frac{2P\frac{4}{3}}{2}\,.\,\frac{r}{l}\,\frac{4P\frac{4}{3}}{2}.$$

Комбинація эта опредѣлена мною въ кристаллахъ апатита изъ Кирябинскаго рудника, на Уралѣ.

Фиг. 245.



Фигура 245 представляетъ комбинацію формъ: первой гексагональной призмы M $=\infty P$, основнаго пинакоида P $= oP$, основной гексагональной пирамиды $x = P$, гексагональныхъ пирамидъ перваго рода $r = \frac{1}{2}P$, $k = \frac{3}{2}P$ и $y = 2P$, гексагональной пирамиды втораго рода $s = 2P2$, второй гексагональной призмы $a = \infty P2$, гексагональныхъ пирамидъ третьяго рода $m = \frac{r}{l}\,\frac{3P\frac{3}{2}}{2}$, $o = \frac{r}{l}\,\frac{2P\frac{4}{3}}{2}$ и $n = \frac{r}{l}\,\frac{4P\frac{4}{3}}{2}$, и гексагональной призмы третьяго рода $h = \frac{r}{l}\,\frac{\infty P\frac{3}{2}}{2}$. И такъ имѣемъ:

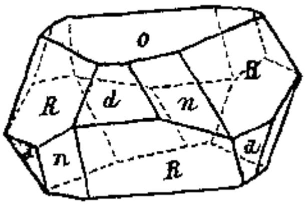
$$\infty P\,.\,oP\,.\,2P2\,.\,\frac{1}{2}P\,.\,P\,.\,\frac{3}{2}P\,.\,2P\,.\,\infty P2\,.\,\frac{r}{l}\,\frac{3P\frac{3}{2}}{2}\,.\,\frac{r}{l}\,\frac{2P\frac{4}{3}}{2}\,.\,\frac{r}{l}\,\frac{4P\frac{4}{3}}{2}\,.\,\frac{r}{l}\,\frac{\infty P\frac{3}{2}}{2}.$$

Комбинація эта опредѣлена мною въ кристаллахъ апатита изъ Кирябинскаго рудника на Уралѣ.

КОМБИНАЦІИ ТЕТАРТОЭДРИЧЕСКІЯ.

КОМБИНАЦІИ РОМБОЭДРИЧЕСКИ-ТЕТАРТОЭДРИЧЕСКІЯ.

Фиг. 246.

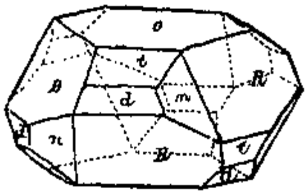


Фигура 246 представляетъ комбинацію формъ: основнаго ромбоэдра R = + R, перваго острѣйшаго ромбоэдра d = — 2R, основнаго пинакоида o = oR, и ромбоэдра втораго рода $n = + \frac{\frac{4}{3}P2}{4}$. И такъ имѣемъ:

$$+ R\ .\ — 2R\ .\ oR\ .\ + \frac{\frac{4}{3}P2}{4}.$$

Комбинація эта опредѣлена мною въ кристаллахъ ильменита изъ Ильменскихъ горъ.

Фиг. 247.

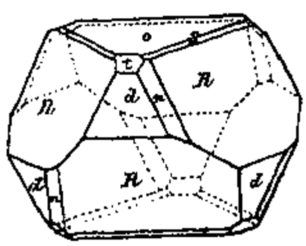


Фигура 247 представляетъ комбинацію формъ: основнаго ромбоэдра R = + R, перваго острѣйшаго ромбоэдра d = — 2R, перваго тупѣйшаго ромбоэдра $t = — \frac{1}{2}$R, ромбоэдра втораго рода $n = + \frac{\frac{4}{3}P2}{4}$, и основнаго пинакоида o = oR. И такъ имѣемъ:

$$+ R\ .\ — 2R\ .\ — \tfrac{1}{2}R\ .\ oR\ .\ + \frac{\frac{4}{3}P2}{4}.$$

Комбинація эта опредѣлена мною въ кристаллахъ ильменита изъ Ильменскихъ горъ.

Фиг. 248.

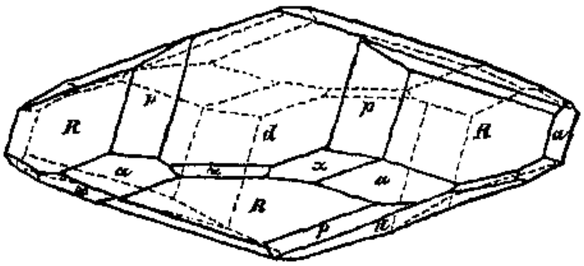


Фигура 248 представляетъ комбинацію формъ: основнаго ромбоэдра R = + R, ромбоэдра $s = + \frac{1}{4}$R, перваго острѣйшаго ромбоэдра d = — 2R, перваго тупѣйшаго ромбоэдра $t = — \frac{1}{2}$R, основнаго пинакоида o = oR, и ромбоэдра втораго рода $n = + \frac{\frac{4}{3}P2}{4}$. И такъ имѣемъ:

$$+ R\ .\ — 2R\ .\ — \tfrac{1}{2}R\ .\ + \tfrac{1}{4}R\ .\ oR\ .\ + \frac{\frac{4}{3}P2}{4}.$$

Комбинація эта опредѣлена мною въ кристаллахъ ильменита изъ Ильменскихъ горъ, на Уралѣ.

Фиг. 249.



Фигура 249 представляетъ комбинацію формъ: основнаго ромбоэдра R = + R, ромбоэдра r = — R, перваго тупѣйшаго ромбоэдра $d = — \frac{1}{2}$R, ромбоэдровъ втораго рода p и $p = + \frac{\frac{2}{3}P2}{4}$ и $— \frac{\frac{2}{3}P2}{4}$, ромбоэдра третьяго рода $x = + \frac{r}{l} \frac{\frac{3}{2}P\frac{3}{2}}{4}$, и второй гексагональной призмы a = ∞P2.

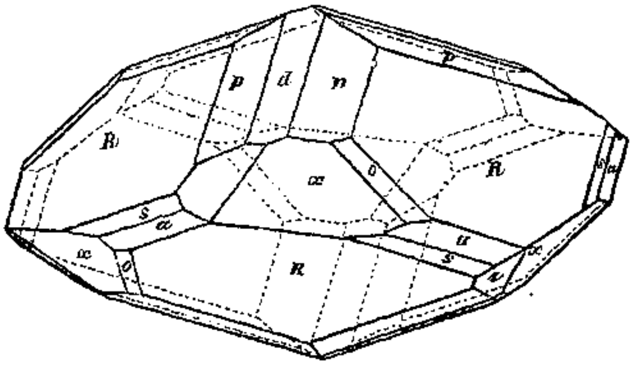
И такъ имѣемъ:

$$+ R\ .\ — R\ .\ — \tfrac{1}{2}R\ .\ + \frac{\frac{2}{3}P2}{4}\ .\ — \frac{\frac{2}{3}P2}{4}\ .\ \frac{r}{l}\ \frac{\frac{3}{2}P\frac{3}{2}}{4}\ .\ \infty P2.$$

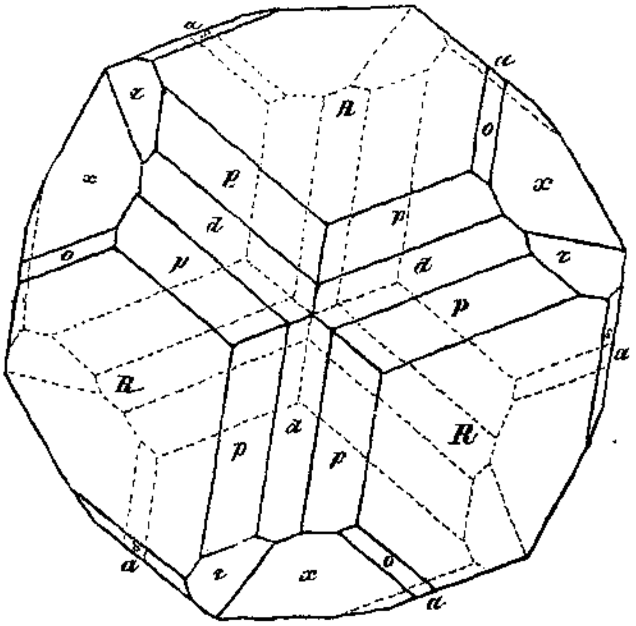
Комбинація эта опредѣлена мною въ кристаллахъ фенакита изъ Ильменскихъ горъ, на Уралѣ.

Фигуры 250 и 251 представляютъ комбинаціи формъ: основнаго ромбоэдра $R = +R$,

Фиг. 250.



Фиг. 251.



ромбоэдра $r = -R$, перваго тупѣйшаго ромбоэдра $d = -\frac{1}{2}R$, ромбоэдровъ втораго рода p и $p = +\frac{\frac{2}{3}P2}{4}$ и $-\frac{\frac{2}{3}P2}{4}$, $o = +\frac{\frac{4}{3}P2}{4}$, ромбоэдровъ третьяго рода $x = +\frac{r}{l}\frac{\frac{3}{2}P\frac{3}{2}}{4}$ и $s = -\frac{r}{l}\frac{3P\frac{3}{2}}{4}$, и второй гексагональной призмы $a = \infty P2$. И такъ имѣемъ:

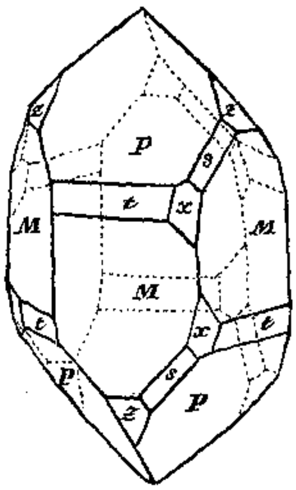
$$+R \,.\, -R \,.\, -\tfrac{1}{2}R \,.\, +\frac{\frac{2}{3}P2}{4} \,.\, -\frac{\frac{2}{3}P2}{4} \,.\, +\frac{r}{l}\frac{\frac{3}{2}P\frac{3}{2}}{4} \,.\, -\frac{r}{l}\frac{3P\frac{3}{2}}{4} \,.\, \infty P2.$$

Комбинація эта опредѣлена мною въ кристаллахъ фенакита изъ Ильменскихъ горъ, на Уралѣ.

КОМБИНАЦІИ ТРАПЕЦОЭДРИЧЕСКИ-ТЕТАРТОЭДРИЧЕСКІЯ.

Комбинаціи этого рода замѣчаются, въ самомъ лучшемъ видѣ, на кристаллахъ горнаго хрусталя.

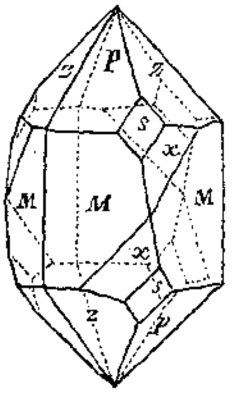
Фиг. 252.



Фигура 252 представляетъ комбинацію кристалла горнаго хрусталя, въ которой совокуплены слѣдующія формы: основной ромбоэдръ $P = +R$, ромбоэдръ ему дополнительный $z = -R$, первая гексагональная призма $M = \infty P$, ромбоэдръ перваго рода $t = +5R$, тригональная пирамида $s = +\frac{2P2}{4}$, и тригональный трапецоэдръ $x = +l\frac{6P\frac{6}{5}}{4}$. И такъ имѣемъ:

$$\infty P \,.\, +R \,.\, -R \,.\, +5R \,.\, +\frac{2P2}{4} \,.\, +l\frac{6P\frac{6}{5}}{4}.$$

Фиг. 253.



Фигура 253 представляетъ комбинацію кристалла горнаго хрусталя, въ которой соединены слѣдующія формы: основной ромбоэдръ $P = + R$, дополнительный ему ромбоэдръ $z = - R$, первая гексагональная призма $M = \infty P$, тригональная пирамида $s = + \frac{2P2}{4}$, и тригональный трапецоэдръ $x = + r \frac{6P\frac{6}{5}}{4}$ *). И такъ имѣемъ:

$$\infty P \,.\, + R \,.\, - R \,.\, + \frac{2P2}{4} \,.\, + r \frac{6P\frac{6}{5}}{4}.$$

ПОДРОБНОЕ ОБОЗНАЧЕНІЕ ПЛОСКОСТЕЙ ФОРМЪ ГЕКСАГОНАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ, ПРЕДЛОЖЕННОЕ ВЕЙСОМЪ.

Для подробнаго обозначенія плоскостей формъ гексагональной системы, **Вейсъ** вывелъ особенный знакъ, въ которомъ совокуплены для данной плоскости, не только величины параметровъ, соотвѣтствующія главнымъ осямъ *a*, *b*, *b* и *b*, но и величины параметровъ, соотвѣтствующія промежуточнымъ осямъ R, R и R, лежащимъ посрединѣ между каждыми двумя осями *b*.

Этотъ подробный знакъ *для дигексагональной пирамиды* (представительной формы всѣхъ прочихъ формъ гексагональной системы) имѣетъ слѣдующій видъ:

$$\boxed{\begin{array}{c} \gamma a \\ b : \frac{1}{\mu} b : \frac{1}{\mu-1} b \\ \frac{2}{\mu+1} R : \frac{2}{2\mu-1} R : \frac{2}{\mu-2} R \end{array}}$$

Въ знакѣ этомъ, *наибольшее* b принимается всегда за единицу, т. е. всегда $\mu > 2$ (со включеніемъ предѣльнаго случая $\mu = 2$). Изъ этого слѣдуетъ, что $\frac{1}{\mu}b$ есть по своей длинѣ *наименьшій* параметръ, а $\frac{1}{\mu-1}b$ есть *средній* параметръ, на осяхъ b; точно также: $\frac{2}{2\mu-1}R$ есть *наименьшій* параметръ, $\frac{2}{\mu+1}R$ есть *средній* параметръ, а $\frac{2}{\mu-2}R$ есть *наибольшій* параметръ, на промежуточныхъ осяхъ R. Коэфиціентъ $\gamma \gtreqless 1$.

Вышеозначенный подробный знакъ **Вейса** можетъ быть употреблёнъ, для вычисленія различныхъ элементовъ гексагональныхъ формъ, точно такимъ же образомъ, какимъ были употреблены подобные знаки въ системахъ правильной и тетрагональной.

---

*) Если для какой нибудь трапецоидальной плоскости кристалловъ кварца, лежащей подобнымъ образомъ какъ плоскость x, опредѣлить наклоненіе къ прилежащей плоскости призмы M (т. е. если опредѣлить комбинаціонный край, напримѣръ $\frac{x}{M}$) и найденный уголъ означить чрезъ k, то для опредѣленія коэфиціента m помянутой трапецоидальной плоскости, можетъ въ этомъ случаѣ служить съ большею пользою формула **Наумана**: $2m - 1 = 2 \,.\, 34 \tan g\, (k - 90^\circ)$.

ОБРАТНЫЕ РОМБОЭДРЫ И ОБРАТНЫЯ ГЕКСАГОНАЛЬНЫЯ ПИРАМИДЫ.

Точно также, какъ существуютъ обратныя тетрагональныя пирамиды, существуютъ и обратные ромбоэдры, равно какъ и обратныя гексагональныя пирамиды (слѣдуя номенклатурѣ Вейса: Invertirungs-Rhomboëder, Invertirungs-Dihexaëder).

Вообще взаимныя свойства каждыхъ двухъ обратныхъ ромбоэдровъ или каждыхъ двухъ гексагональныхъ пирамидъ суть слѣдующія: *конечный плоскій уголъ даннаго ромбоэдра или пирамиды, равенъ дополнительному углу до 180° угла наклоненія плоскостей въ конечныхъ краяхъ обратнаго ромбоэдра или обратной пирамиды; и на оборотъ: уголъ наклоненія плоскостей въ конечныхъ краяхъ даннаго ромбоэдра или пирамиды, равенъ дополнительному углу до 180° конечнаго плоскаго угла обратнаго ромбоэдра или обратной пирамиды.*

Относительно обратныхъ ромбоэдровъ, можно сказать, что они своими плоскими углами и углами наклоненія плоскостей, и *вмѣстѣ съ тѣмъ конечными и боковыми мѣстами, одинъ съ другимъ обмѣниваются*; по этому данному ромбоэдру обратнымъ ромбоэдромъ служитъ тотъ, *котораго плоскій конечный уголъ равенъ углу наклоненія плоскостей въ боковыхъ краяхъ даннаго, или котораго уголъ наклоненія плоскостей въ конечныхъ краяхъ равенъ плоскому боковому углу даннаго.* *)

Уравненіе, выражающее зависимость между двумя ромбоэдрами, даннымъ и для него обратнымъ, Вейсъ вывелъ нижеслѣдующимъ образомъ.

Для половины плоскаго конечнаго угла даннаго ромбоэдра, мы имѣемъ:

$$\sin : \cos = R\sqrt{3} : \sqrt{R^2 + a^2}$$

Для половины же наклоненія плоскостей даннаго ромбоэдра въ конечныхъ краяхъ, имѣемъ:

$$\sin : \cos = \sqrt{4R^2 + a^2} : a\sqrt{3}$$

Если означить для искомаго обратнаго ромбоэдра, промежуточную ось чрезъ R', а вертикальную ось чрезъ a', то для отношенія двухъ обратныхъ между собою ромбоэдровъ получится:

$$R\sqrt{3} : \sqrt{R^2 + a^2} = a'\sqrt{3} : \sqrt{4R'^2 + a'^2}$$

$$\text{или } R^2(4R'^2 + a'^2) = a'^2(R^2 + a^2)$$

$$\text{или } 4R'^2R^2 = a'^2a^2$$

$$\text{или } 2R'R = a'a, \text{ слѣдственно:}$$

$$R' : a' = a : 2R$$

---

*) Послѣднее опредѣленіе для обратныхъ ромбоэдровъ можно допустить въ слѣдствіе существеннаго свойства ромбоэдровъ (какъ и вообще всѣхъ параллелепипедовъ), ибо въ каждомъ ромбоэдрѣ: плоскій конечный уголъ служитъ дополненіемъ до 180° боковаго плоскаго угла, и уголъ наклоненія плоскостей въ конечныхъ краяхъ служитъ дополненіемъ до 180° угла наклоненія плоскостей въ боковыхъ краяхъ.

Для обратной гексагональной пирамиды, мы получимъ подобныя же уравненія и отношенія слѣдующимъ образомъ:

Для половины плоскаго конечнаго угла данной гексагональной пирамиды, мы имѣемъ:

$$\sin : \cos = \frac{R}{\sqrt{3}} : \sqrt{R^2 + a^2} = \frac{b}{2} : \sqrt{R^2 + a^2}$$

Для половины же наклоненія плоскостей данной гексагональной пирамиды въ конечныхъ краяхъ:

$$\sin : \cos = \sqrt{b^2 + a^2} \,.\, \sqrt{3} : a = \sqrt{4R^2 + 3a^2} : a$$

По этому, если означить для обратной гексагональной пирамиды, чрезъ a' вертикальную ось, чрезъ b' горизонтальную ось, и чрезъ R' промежуточную ось, то должно быть:

$$\frac{R}{\sqrt{3}} : \sqrt{R^2 + a^2} = a' : \sqrt{4R'^2 + 3a'^2}.$$

$$\text{или } R^2a'^2 + a^2a'^2 = \tfrac{4}{3}\, R^2R'^2 + R^2a'^2,$$

$$\text{т. е. } \tfrac{4}{3}\, R^2R'^2 = a^2a'^2, \text{ или } RR'\sqrt{\tfrac{4}{3}} = aa',$$

$$\text{и } R' : a' = a : R\sqrt{\tfrac{4}{3}} = a : b$$

ЛЕКЦІЯ ДВѢНАДЦАТАЯ.

РОМБИЧЕСКАЯ СИСТЕМА.

(Дву-и-двучленная, одно-и-одноосная, **Вейсъ**; призматическая, ортотипная, **Мосъ**; ромбическая, **Брейтгауптъ**; двучленная, **Квенштетъ**; орторомбическая, **Гаусманъ**; и проч.).

Названіе «ромбическая система» предложено **Брейтгауптомъ**, отъ фигуры главныхъ сѣченій (преимущественно же отъ основнаго сѣченія), которыя во всѣхъ формахъ этой системы суть ромбы, или такія фигуры, около которыхъ можно описать, или въ которыя можно вписать ромбы.

Главный геометрическій характеръ всѣхъ формъ ромбической системы, какъ мы уже видѣли (стр. 24), выражается въ прямоугольности и неравенствѣ трехъ ихъ осей. Въ ромбической системѣ каждая ось имѣетъ свое особенное значеніе, или, такъ сказать, единственна въ своемъ родѣ, а потому выборъ вертикальной оси въ системѣ этой болѣе или менѣе произволенъ. Въ самомъ дѣлѣ, смотря на предметъ только съ математической точки зрѣнія, для вычисленія и для правильнаго представленія всѣхъ элементовъ ромбическихъ формъ, рѣшительно всё равно, будетъ ли выбрана за вертикальную та, или другая, или третія изъ осей; лишь бы для даннаго кристаллическаго ряда, ось выбранная одинъ разъ за вертикальную, сохраняла бы уже потомъ постоянно свое вертикальное положеніе. На практикѣ, за вертикальную ось выбираютъ обыкновенно ту изъ трехъ осей, которая по разнымъ отношеніямъ симметріи, или по какимъ либо физическимъ свойствамъ кристалловъ, оказывается къ тому наиболѣе пригодною. Чрезъ выборъ *вертикальной* оси, опредѣляются двѣ *боковыя* оси, которыя, въ основномъ главномъ сѣченіи (ромбѣ) основной формы каждаго кристаллическаго ряда, играютъ роль длинной и короткой діагоналей. Длинную боковую ось можно называть, согласно съ Науманомъ, *макродіагональю* или *макродіагональною осью*, а короткую — *брахидіагональю* или *брахидіагональною осью.*

Вертикальную полуось мы будемъ означать буквою a, макродіагональную — буквою b, и брахидіагональную — буквою c.

Сѣченіе, проходящее чрезъ обѣ боковыя оси b и c, называется *базисомъ*, *основаніемъ*, или также *основнымъ главнымъ сѣченіемъ;* сѣченіе, проходящее чрезъ вертикальную ось a и макродіагональную ось b — *макродіагональнымъ главнымъ сѣченіемъ*; а сѣченіе, проходящее чрезъ вертикальную ось a и брахидіагональную ось c — *брахидіагональнымъ главнымъ сѣченіемъ.*

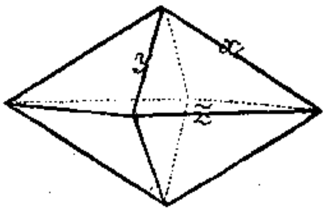
Всѣ формы ромбической системы подраздѣляются: на гомоэдрическія и геміэдрическія.

ГОМОЭДРИЧЕСКІЯ ФОРМЫ.

Ромбическія пирамиды.

Формы эти ограничены 8-ю плоскостями, имѣютъ 12 краевъ и 6 угловъ (фиг. 254).

Фиг. 254.



Плоскости суть неравносторонніе треугольники.

Края симметрическіе и трехъ родовъ: 4 конечныхъ края (X) лежатъ въ макродіагональномъ сѣченіи, и потому называются *макродіагональными конечными краями;* 4 конечныхъ края (Y) лежатъ въ брахидіагональномъ главномъ сѣченіи, и потому называются *брахидіагональными конечными краями*; и 4 края (Z) лежатъ въ основномъ сѣченіи, и потому называются *основными* или *средними краями.*

Углы ромбическіе, и трехъ родовъ: 2 конечныхъ угла, вершинами своими прилегающихъ къ концамъ вертикальной оси; 2 среднихъ макродіагональныхъ, прилегающихъ вершинами своими къ концамъ макродіагональной оси; и 2 среднихъ брахидіагональныхъ, прилегающихъ къ концамъ брахидіагональной оси.

Всѣ поперечныя сѣченія ромбическихъ пирамидъ суть *ромбы*.

Въ каждомъ кристаллическомъ ряду, одна изъ ромбическихъ пирамидъ выбирается за *основную форму* и обозначается кристаллографическимъ знакомъ $= P$. Отношеніе параметровъ плоскостей этой основной пирамиды $= a : b : c$. Всѣ остальныя ромбическія пирамиды даннаго кристаллическаго ряда будутъ слѣдующія:

1) Ромбическія пирамиды болѣе острыя или болѣе тупыя, нежели основная $= P$. Острыя и тупыя пирамиды можно означить чрезъ mP, но въ первыхъ коэфиціентъ вертикальной оси $m > 1$, а во вторыхъ $m < 1$. Отношеніе параметровъ плоскостей этихъ пирамидъ будетъ очевидно $= ma : b : c$, гдѣ $m > 1$ или $m < 1$. Пирамиды эти можно называть *пирамидами основнаго ряда*.

Всѣ пирамиды основнаго ряда заключаются между двумя предѣлами: безконечно-острою пирамидою, т. е. основною призмою $= \infty P$ и безконечно-тупою пирамидою, т. е. основнымъ пинакоидомъ $= oP$. И такъ имѣемъ:

$$oP \ldots\ldots \overset{m<1}{mP} \ldots\ldots P \ldots\ldots \overset{m>1}{mP} \ldots\ldots \infty P.$$

2) Ромбическія пирамиды, параметръ плоскостей которыхъ на *макродіагональной* оси b болѣе, нежели у основной формы. Отношеніе параметровъ въ этомъ случаѣ будетъ $= ma : nb : c$, гдѣ $m \gtreqless 1$, а $n > 1$. Пирамиды эти можно называть *макропирамидами* и означать чрезъ $m\bar{P}n$, гдѣ знакъ — (длинный), поставленный надъ буквою, показываетъ, что коэфиціентъ n относится къ длинной боковой оси, т. е. къ *макродіагональной* оси. Пирамидъ этого рода можетъ существовать множество; однѣ изъ нихъ будутъ $m\bar{P}n$ (гдѣ $m < 1$ и $n > 1$), другія $\bar{P}n$ (гдѣ $m = 1$ и $n > 1$), а третія $m\bar{P}n$ (гдѣ $m > 1$ и $n > 1$).

Всѣ макропирамиды заключаются между двумя предѣлами: безконечно острою макропирамидою, т. е. макропризмою $= \infty\bar{P}n$, и безконечно тупою макропирамидою, т. е. основнымъ пинакоидомъ $= oP$. И такъ имѣемъ:

$$oP \ldots\ldots \overset{m<1}{m\bar{P}n} \ldots\ldots \bar{P}n \ldots\ldots \overset{m>1}{m\bar{P}n} \ldots\ldots \infty\bar{P}n.$$

3) Ромбическія пирамиды, параметръ плоскостей которыхъ на *брахидіагональной* оси c болѣе, нежели у основной формы. Отношеніе параметровъ въ этомъ случаѣ будетъ $= ma : b : nc$, гдѣ $m \gtreqless 1$, а $n > 1$. Пирамиды эти можно называть *брахипирамидами*, и означать чрезъ $m\breve{P}n$, гдѣ знакъ $\smile$ (короткій), поставленный надъ буквою, показываетъ, что коэфиціентъ n относится къ короткой боковой оси, т. е. къ *брахидіагональной* оси. Пирамидъ этого рода можетъ существовать множество; однѣ изъ нихъ будутъ $m\breve{P}n$ (гдѣ $m < 1$ и $n > 1$), другія $\breve{P}n$ (гдѣ $m = 1$ и $n > 1$), а третія $m\breve{P}n$ (гдѣ $m > 1$ и $n > 1$).

Всѣ брахипирамиды заключаются между двумя предѣлами: безконечно острою брахипирамидою, т. е. брахипризмою $= \infty\breve{P}n$, и безконечно тупою брахипирамидою, т. е. основнымъ пинакоидомъ $=$ oP. И такъ имѣемъ:

$$\text{o}P \ldots\ldots \overset{m<1}{m\breve{P}n} \ldots\ldots \breve{P}n \ldots\ldots \overset{m>1}{m\breve{P}n} \ldots\ldots \infty\breve{P}n.$$

Для краевыхъ угловъ основной ромбической пирамиды, Науманъ даетъ слѣдующія формулы:

$$\cos X = \frac{a^2b^2 - c^2a^2 - b^2c^2}{M}$$

$$\cos Y = \frac{c^2a^2 - a^2b^2 - b^2c^2}{M}$$

$$\cos Z = \frac{b^2c^2 - a^2b^2 - a^2c^2}{M}$$

$$\text{гдѣ } M = a^2b^2 + c^2a^2 + b^2c^2$$

$$\cos \tfrac{1}{2} X = \frac{ab}{\sqrt{M}}$$

$$\cos \tfrac{1}{2} Y = \frac{ca}{\sqrt{M}}$$

$$\cos \tfrac{1}{2} Z = \frac{bc}{\sqrt{M}}$$

$$\text{гдѣ } M = a^2b^2 + c^2a^2 + b^2c^2$$

$$\cos \tfrac{1}{2} X : \cos \tfrac{1}{2} Y = b : c$$

$$\cos \tfrac{1}{2} Z : \cos \tfrac{1}{2} X = c : a$$

$$\cos \tfrac{1}{2} Y : \cos \tfrac{1}{2} Z = a : b$$

Формулы эти, очевидно, можно приложить и для вычисленія всѣхъ прочихъ ромбическихъ пирамидъ, для этого стоитъ только: для пирамидъ главнаго ряда $= mP$, въ формулахъ поставить ma вмѣсто a; для макропирамидъ $= m\bar{P}n$, поставить ma вмѣсто a, и nb вмѣсто b; для брахипирамидъ $= m\breve{P}n$, поставить ma вмѣсто a, и nc вмѣсто c.

Призматическія формы. (Призмы, макродомы и брахидомы).

Формы эти суть формы *открытыя* и состоятъ изъ 4-хъ плоскостей, параллельныхъ той, или другой, или третьей оси. Поэтому, всѣ призматическія формы ромбической системы являются: или въ видѣ ромбическихъ призмъ *вертикальныхъ*, или въ видѣ такихъ же призмъ *горизонтальныхъ*. Слѣдуя номенклатурѣ Наумана и Брейтгаупта, только вертикальныя ромбическія призмы мы будемъ называть собственно *призмами*, а горизонтальныя ромбическія призмы — *домами;* послѣднія подраздѣляются на *макродомы* (т. е.

горизонтальныя призмы, плоскости которыхъ параллельны макродіагональной оси b) и *брахидомы* (т. е. горизонтальныя призмы, плоскости которыхъ параллельны брахидіагональной оси c).

Призмы.

Формы эти, какъ мы сейчасъ видѣли, ограничены 4-мя плоскостями, параллельными вертикальной оси a. Края ромбическихъ призмъ двухъ родовъ: макродіагональные и брахидіагональные. Такъ какъ, въ математическомъ смыслѣ, призмы суть ромбическія пирамиды безконечно острыя по вертикальному направленію (т. е. въ знакахъ которыхъ $m = \infty$), то онѣ должны подраздѣляться точно также, какъ и эти послѣднія. Такимъ образомъ существуютъ: *призма основнаго ряда* или просто *основная призма* $= \infty P$, *макропризмы* $= \infty\bar{P}n$, и *брахипризмы* $= \infty\breve{P}n$. Въ приведенныхъ знакахъ призмъ, всегда $n > 1$.

Для краевыхъ угловъ *основной призмы*, не трудно вывесть изъ данныхъ выше формулъ (для ромбическихъ пирамидъ) нижеслѣдующія:

$$\cos X = \frac{b^2 - c^2}{b^2 + c^2}, \cos Y = - \cos X$$

$$\operatorname{tang} \tfrac{1}{2} X = \frac{c}{b}, \operatorname{tang} \tfrac{1}{2} Y = \frac{b}{c}$$

Формулы эти могутъ служить также и для вычисленія макропризмъ и брахипризмъ; для этого стоитъ только, въ первомъ случаѣ, поставить въ формулы nb вмѣсто b, а во второмъ, nc вмѣсто c.

Всѣ макропризмы заключаются между двумя предѣлами: основною призмою $= \infty P$ и макропинакоидомъ $= \infty\bar{P}\infty$. И такъ имѣемъ:

$$\infty P \;.\;.\;.\;.\;.\; \infty\bar{P}n \;.\;.\;.\;.\;.\; \infty\bar{P}\infty.$$

Всѣ брахипризмы заключаются между двумя предѣлами: основною призмою $= \infty P$ и брахипинакоидомъ $= \infty\breve{P}\infty$. И такъ имѣемъ:

$$\infty P \;.\;.\;.\;.\;.\; \infty\breve{P}n \;.\;.\;.\;.\;.\; \infty\breve{P}\infty.$$

Макродомы.

Формы эти суть горизонтальныя ромбическія призмы, ограниченныя 4-мя плоскостями, параллельными макродіагональной оси b. Въ математическомъ смыслѣ, это суть ромбическія пирамиды безконечнаго протяженія въ направленіи макродіагональной оси. Знаки макродомъ суть слѣдующія: $m\bar{P}\infty$, гдѣ $m \gtrless 1$ и $\bar{P}\infty$, т. е. гдѣ $m = 1$.

Для краевыхъ угловъ макродомы $= \bar{P}\infty$, изъ вышеприведённыхъ формулъ выводятся нижеслѣдующія:

$$\cos X = \frac{a^2 - c^2}{a^2 + c^2},\ \cos Z = - \cos X$$

$$\operatorname{tang} \tfrac{1}{2} X = \frac{c}{a},\ \operatorname{tang} \tfrac{1}{2} Z = \frac{a}{c}$$

Формулы эти будутъ служить и для всѣхъ вообще макродомъ $= m\bar{P}\infty$, если въ нихъ поставить ma вмѣсто a.

Всѣ макродомы заключаются между двумя предѣлами: основнымъ пинакоидомъ $=$ oP и макропинакоидомъ $= \infty\bar{P}\infty$. И такъ имѣемъ:

$$\text{oP} \ldots\ldots \overset{m<1}{m\bar{P}\infty} \ldots\ldots \bar{P}\infty \ldots\ldots \overset{m>1}{m\bar{P}\infty} \ldots\ldots \infty\bar{P}\infty.$$

Брахидомы.

Формы эти суть горизонтальныя ромбическія призмы, ограниченныя 4-мя плоскостями, параллельными брахидіагональной оси c. Въ математическомъ смыслѣ, это суть ромбическія пирамиды безконечнаго протяженія въ направленіи брахидіагональной оси. Знаки брахидомъ суть слѣдующія: $m\breve{P}\infty$, гдѣ $m \gtrless 1$ и $\breve{P}\infty$, гдѣ $m = 1$.

Для краевыхъ угловъ брахидомы $= \breve{P}\infty$, выводятся слѣдующія формулы:

$$\cos Y = \frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2},\ \cos Z = - \cos Y$$

$$\operatorname{tang} \tfrac{1}{2} Y = \frac{b}{a},\ \operatorname{tang} \tfrac{1}{2} Z = \frac{a}{b}$$

Формулы эти будутъ служить и для всѣхъ вообще брахидомъ $= m\breve{P}\infty$, если въ нихъ поставить ma вмѣсто a.

Всѣ брахидомы заключаются между двумя предѣлами: основнымъ пинакоидомъ $=$ oP и брахипинакоидомъ $= \infty\breve{P}\infty$. И такъ имѣемъ:

$$\text{oP} \ldots\ldots \overset{m<1}{m\breve{P}\infty} \ldots\ldots \breve{P}\infty \ldots\ldots \overset{m>1}{m\breve{P}\infty} \ldots\ldots \infty\breve{P}\infty.$$

Пинакоиды.

Пинакоиды суть отдѣльныя плоскости, параллельныя основному, макродіагональному и брахидіагональному главнымъ сѣченіямъ. По этому, существуетъ три рода пинакоидовъ: *основной* или *базопинакоидъ* $= oP$, *макропинакоидъ* $= \infty\bar{P}\infty$ и *брахипинакоидъ* $= \infty\breve{P}\infty$.

Выводъ и общій обзоръ гомоэдрическихъ формъ ромбической системы.

Въ ромбической системѣ представителями всѣхъ гомоэдрическихъ формъ служатъ *ромбическія пирамиды;* въ этомъ не трудно убѣдиться. Ромбическія пирамиды въ системѣ ромбической играютъ ту же самую роль, какую играютъ: въ системѣ правильной — сорокавосьмигранники, въ системѣ тетрагональной — дитетрагональныя пирамиды, въ системѣ гексагональной — дигексагональныя пирамиды. Всѣ прочія гомоэдрическія формы (т. е. призмы, домы и пинакоиды) могутъ быть разсматриваемы только, какъ частные случаи данныхъ ромбическихъ пирамидъ.

Мы уже имѣли случай видѣть, что въ данномъ кристаллическомъ ряду могутъ существовать только *три* рода ромбическихъ пирамидъ: пирамиды основнаго ряда $= mP$, макропирамиды $= m\bar{P}n$, и брахипирамиды $= m\breve{P}n$. И такъ, чтобы найти теперь, какія другія гомоэдрическія формы возможны въ ромбической системѣ, стоитъ только посмотрѣть: какіе частные случаи будутъ возможны для упомянутыхъ ромбическихъ пирамидъ? Если перемѣнные коэфиціенты m и n знаковъ, мы будемъ превращать въ постоянныя величины, то увидимъ:

Когда $m = \infty$, тогда пирамиды основнаго ряда превращаются въ *основную призму* $= \infty P$, макропирамиды — въ *макропризмы* $= \infty\bar{P}n$, брахипирамиды — въ *брахипризмы* $= \infty\breve{P}n$.

Когда $n = \infty$, тогда макропирамиды превращаются въ *макродомы* $= m\bar{P}\infty$, и брахипирамиды — въ *брахидомы* $= m\breve{P}\infty$.

Когда $m = \infty$ и $n = \infty$, тогда макропирамиды превращаются въ *макропинакоидъ* $= \infty\bar{P}\infty$, а брахипирамиды — въ *брахипинакоидъ* $= \infty\breve{P}\infty$.

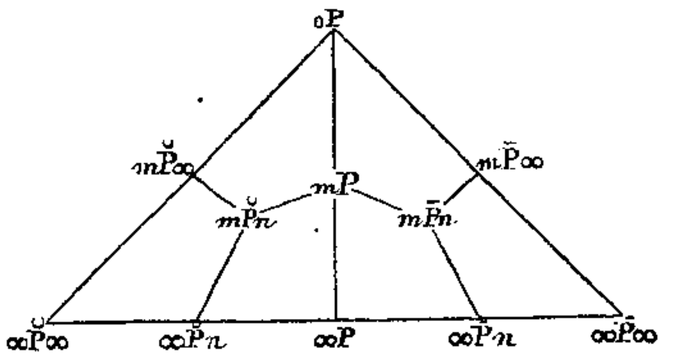
Когда $m = o$, тогда пирамиды основнаго ряда, макропирамиды и брахипирамиды превращаются въ *основной пинакоидъ* $= oP$.

Кога $m = 1$ и $n = 1$, тогда пирамиды основнаго ряда, макропирамиды и брахипирамиды превращаются въ *основную форму* $= P$.

Когда $m = 1$, тогда очевидно пирамиды основнаго ряда превращаются въ *основную форму* $= P$, а макропирамиды и брахипирамиды — въ *макродому* $= \bar{P}\infty$ и *брахидому* $= \breve{P}\infty$, т. е. въ такія домы, у которыхъ вертикальная ось имѣетъ одинаковую длину съ вертикальною осью основной формы.

Для общаго обзора и показанія взаимныхъ отношеній гомоэдрическихъ формъ ромбической системы, полезно принимать въ соображеніе треугольную хему Наумана (фиг. 255).

Фиг. 255.



Хема эта представляетъ равнобедренный треугольникъ, раздѣленный на двѣ части. Основной рядъ пирамидъ mP поставленъ на линіи высоты треугольника, раздѣляющей всю хему на двѣ половины, изъ которыхъ одна содержитъ въ себѣ макродіагональныя, а другая брахидіагональныя формы; представители этихъ послѣднихъ формъ $m\bar{P}n$ и $m\breve{P}n$ поставлены по срединѣ обоихъ малыхъ треугольниковъ. Основная линія большаго треугольника содержитъ въ себѣ всѣ призмы, заключенныя между двумя вертикальными пинакоидами; правая сторона треугольника содержитъ въ себѣ всѣ макродомы, а лѣвая сторона треугольника — всѣ брахидомы, достигающія своего предѣла въ базопинакоидѣ oP.

При самомъ бѣгломъ взглядѣ на хему, можно видѣть тотчасъ всѣ малѣйшія взаимныя отношенія гомоэдрическихъ формъ ромбической системы, предѣлы между которыми онѣ заключаются, и проч. Мы не входимъ въ дальнѣйшія подробности касательно этого предмета, ибо уже всё достаточно было объяснено при описаніи подобныхъ хемъ въ системахъ правильной, тетрагональной и гексагональной.

ГЕМІЭДРИЧЕСКІЯ ФОРМЫ.

Такъ какъ самыя общія формы ромбической системы, ромбическія пирамиды, ограничены только *восемью* плоскостями, то изъ этихъ пирамидъ могутъ произойти замкнутыя геміэдрическія формы только однимъ путемъ, и слѣдственно возможна только однаго рода геміэдрія. Этотъ родъ геміэдріи называется: *сфеноидическою геміэдріею.*

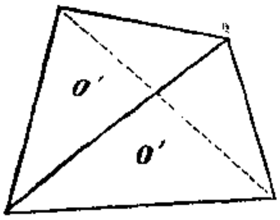
СФЕНОИДИЧЕСКАЯ ГЕМІЭДРІЯ.

Если въ данной ромбической пирамидѣ (фиг. 257), къ какому бы ряду она не принадлежала, будутъ растягиваться *попеременно* лежащія *одиночныя* плоскости, а между ними лежащія — исчезать, то произойдутъ двѣ геміэдрическія взаимно дополнительныя формы, называемыя *ромбическими сфеноидами* (фиг. 256 и 258), которые мы разсмотримъ ниже подробнѣе.

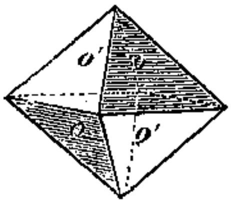
Ромбическія сфеноиды.

Формы эти ограничены 4-мя плоскостями, имѣютъ 6 краевъ и 4 угла (фиг. 256 и 258).

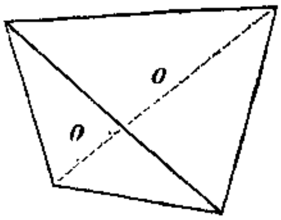
Фиг. 256.



Фиг. 257.



Фиг. 258.



Плоскости суть неравносторонніе треугольники.

Края неправильные и трехъ родовъ: 2 конечныхъ горизонтальныхъ, 2 среднихъ длинныхъ и 2 среднихъ короткихъ. Средніе края лежатъ зикзакообразно.

Углы однаго рода, трехгранные, неправильные.

Вертикальная ось *a* соединяетъ средины горизонтальныхъ конечныхъ краевъ, а боковыя оси *b* и *c* соединяютъ каждые два противоположные средніе края.

Поперечныя сѣченія суть ромбоиды, по центральное поперечное сѣченіе есть ромбъ.

Каждые два ромбическіе сфеноида, происходящіе изъ одной и той же ромбической пирамиды, имѣютъ не только взаимно различное положеніе, но и отличаются ещё тѣмъ, что относятся одинъ къ другому какъ *правая* и *лѣвая* вещь одной и той же пары. И такъ, каждые два такіе ромбическіе сфеноида между собою *энантіоморфны*, а потому должны быть обозначены слѣдующими кристаллографическими знаками: $r\,\frac{mP}{2}$ и $l\,\frac{mP}{2}$, $r\,\frac{m\bar{P}n}{2}$ и $l\,\frac{m\bar{P}n}{2}$, $r\,\frac{m\breve{P}n}{2}$ и $l\,\frac{m\breve{P}n}{2}$.

Если означить чрезъ X' конечные края, чрезъ Y' короткіе средніе края, и чрезъ Z' длинные средніе края, то для краевыхъ угловъ ромбическихъ сфеноидовъ, произведенныхъ изъ основной формы $=$ P, вычисляется:

$$\cos X' = \frac{a^2b^2 + c^2a^2 - b^2c^2}{M}$$

$$\cos Y' = \frac{b^2c^2 + a^2b^2 - c^2a^2}{M}$$

$$\cos Z' = \frac{c^2a^2 + b^2c^2 - a^2b^2}{M}$$

$$\text{гдѣ } M = a^2b^2 + c^2a^2 + b^2c^2$$

Конечно эти формулы могутъ быть примѣнены и для вычисленія всѣхъ сфеноидовъ вообще, т. е. для вычисленія сфеноидовъ, произведенныхъ изъ ромбическихъ пирамидъ: mP, $m\bar{P}n$ и $m\breve{P}n$. Для этого стоитъ только въ формулы поставить *ma* вмѣсто *a*, и *nb* или *nc* вмѣсто *b* и *c*, смотря потому съ какими сфеноидами имѣютъ дѣло.

Если законъ сфеноидической геміэдріи примѣнить ко всѣмъ прочимъ формамъ ромбической системы (разсматривая эти послѣднія, какъ будто бы онѣ были настоящія ромбическія пирамиды), то окажется, что эти послѣднія въ наружномъ своемъ видѣ нисколько не измѣняются, хотя значеніе ихъ плоскостей становится, конечно, существенно другимъ.

Въ природѣ этотъ родъ геміэдріи долго былъ извѣстенъ только въ кристаллахъ весьма немногихъ минераловъ, какъ напримѣръ: въ кристаллахъ горькой соли и цинковаго купороса; но въ послѣднее время доказано, что ромбическіе кристаллы многихъ такъ называемыхъ искусственныхъ солей, подвержены сфеноидической геміэдріи.

МЕРОЭДРІЯ СЪ МОНОКЛИНОЭДРИЧЕСКИМЪ ХАРАКТЕРОМЪ ФОРМЪ.

Въ природѣ извѣстны нѣсколько кристаллическихъ рядовъ, каковы напримѣръ ряды вольфрама и датолита, которые хотя и относятся къ трёмъ прямоугольнымъ и неравнымъ осямъ (т. е. принадлежатъ несомнѣнно къ ромбической системѣ), однако же по своему образованію представляютъ моноклиноэдрическій характеръ. Это свойство ромбическихъ формъ Науманъ называетъ «*мероэдріею*».

Въ кристаллахъ ромбической системы, подверженныхъ помянутой мероэдріи, ромбическія пирамиды являются съ *половиною* числа ихъ плоскостей, такъ что каждая изъ нихъ (въ слѣдствіе растяженія параллельныхъ *паръ* плоскостей и исчезновенія между ними лежащихъ) является въ видѣ гемипирамиды или наклонной ромбической призмы. Такъ какъ представительныя формы системы (ромбическія пирамиды) даютъ этимъ способомъ двѣ *открытыя*, а не замкнутыя формы (двѣ наклонныя ромбическія призмы), то по этому-то такое образованіе Науманъ и не называетъ геміэдріею.

Мероэдрическія формы и комбинаціи ромбической системы имѣютъ тотъ же самый наружный видъ, какъ и моноклиноэдрическія формы и комбинаціи. Ихъ можно разсматривать такими моноклиноэдрическими формами и комбинаціями, въ которыхъ уголъ осей γ сдѣлался $= 90°$.

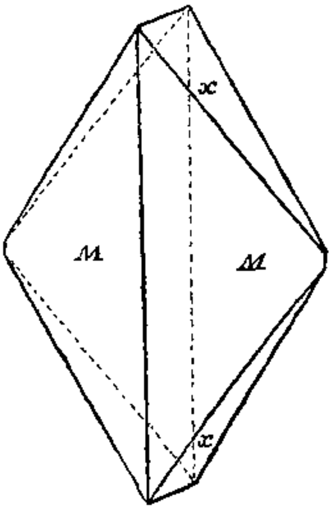
Для выраженія мероэдріи ромбическихъ формъ и комбинацій, можно употреблять знаки: $\pm \frac{mPn}{2}$, для гемипирамидъ, и $\pm \frac{mP\infty}{2}$, для соотвѣтствующихъ гемидомъ.

Примѣчаніе. Вейсъ и нѣкоторые другіе кристаллографы разсматриваютъ всю моноклиноэдрическую систему, какъ мероэдрическое отдѣленіе ромбической системы; равно какъ всю триклиноэдрическую систему, какъ тетартоэдрическое отдѣленіе той же самой ромбической системы. Наибольшая часть новѣйшихъ кристаллографовъ не согласны однако же допустить такой взглядъ, по причинѣ получающихся въ этомъ случаѣ слишкомъ сложныхъ коэфиціентовъ въ кристаллографическихъ знакахъ, или, въ противномъ случаѣ, по случаю получающагося несогласія вычисленныхъ угловъ съ найденными чрезъ непосредственное измѣреніе.

КОМБИНАЦІИ РОМБИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ.

КОМБИНАЦІИ ГОМОЭДРИЧЕСКІЯ.

Фиг. 259.

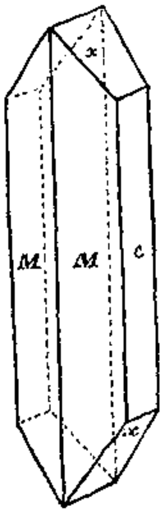


Фигура 259 представляетъ комбинацію слѣдующихъ формъ: основной ромбической призмы M $= \infty P$ и брахидомы $x = 2\breve{P}\infty$. И такъ имѣемъ:

$$\infty P \,.\, 2\breve{P}\infty.$$

Комбинація эта замѣчается въ кристаллахъ эшинита изъ Ильменскихъ горъ.

Фиг. 260.

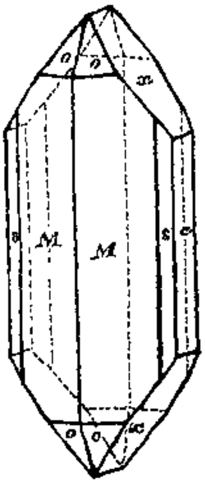


Фигура 260 представляетъ комбинацію слѣдующихъ формъ: основной ромбической призмы M $= \infty P$, брахидомы $x = 2\breve{P}\infty$ и брахипинакоида $c = \infty\breve{P}\infty$. И такъ имѣемъ:

$$\infty P \,.\, 2\breve{P}\infty \,.\, \infty\breve{P}\infty.$$

Комбинація эта замѣчается въ кристаллахъ эшинита изъ Ильменскихъ горъ.

Фиг. 261.

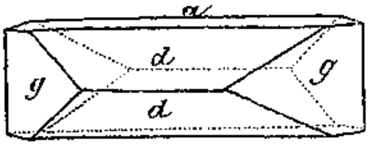


Фигура 261 представляетъ комбинацію формъ: основной призмы M $= \infty P$, брахипризмы $s = \infty\breve{P}2$, основной ромбической пирамиды $o = P$, брахидомы $x = 2\breve{P}\infty$, и брахипинакоида $c = \infty\breve{P}\infty$. И такъ имѣемъ:

$$\infty P \,.\, \infty\breve{P}2 \,.\, P \,.\, 2\breve{P}\infty \,.\, \infty\breve{P}\infty.$$

Комбинація эта опредѣлена Густавомъ Розе въ кристаллахъ эшинита изъ Ильменскихъ горъ.

Фиг. 262.



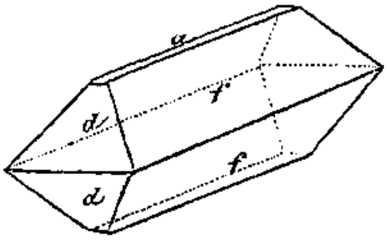
Фигура 262 представляетъ комбинацію формъ: основной призмы $g = \infty P$, макродомы $d = \frac{1}{2}\bar{P}\infty$ и основнаго пинакоида $a = oP$. И такъ имѣемъ:

$$\frac{1}{2}\bar{P}\infty \,.\, \infty P \,.\, oP.$$

Комбинація эта замѣчается въ кристаллахъ тяжелаго шпата.

Фиг. 263.

Фиг. 264.

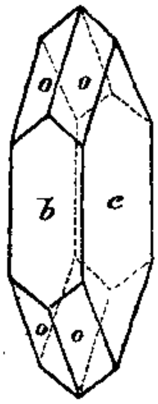


Фигура 263 и 264 представляютъ комбинацію формъ: брахидомы $f = \breve{P}\infty$, макродомы $d = \frac{1}{2}\bar{P}\infty$ и основнаго пинакоида $a = oP$. И такъ имѣемъ:

$$\frac{1}{2}\bar{P}\infty \,.\, \breve{P}\infty \,.\, oP.$$

Комбинація эта замѣчается въ кристаллахъ тяжелаго шпата.

Фиг. 265.

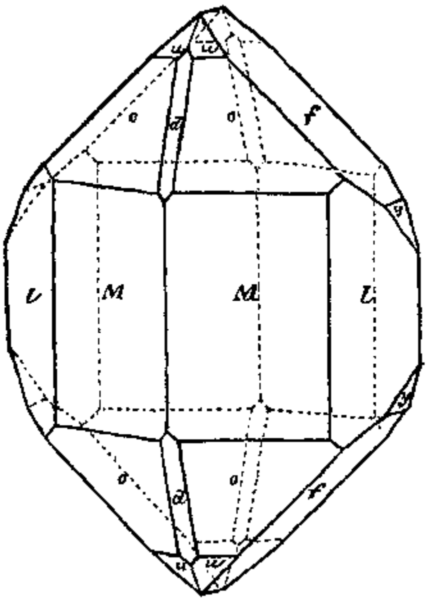


Фигура 265 представляетъ комбинацію формъ: макропинакоида $b = \infty\bar{P}\infty$, брахипинакоида $c = \infty\breve{P}\infty$, и основной ромбической пирамиды $o = P$. И такъ имѣемъ:

$$\infty\bar{P}\infty \,.\, \infty\breve{P}\infty \,.\, P.$$

Комбинація эта замѣчается въ кристаллахъ десмина.

Фиг. 266.

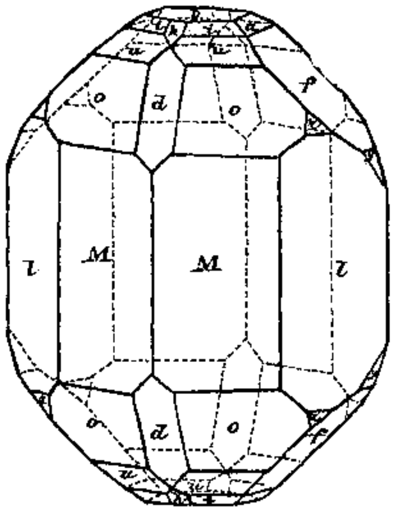


Фигура 266 представляетъ комбинацію формъ: основной ромбической пирамиды $o = P$, ромбической пирамиды основнаго ряда $u = \frac{1}{2}P$, основной призмы $M = \infty P$, брахипризмы $l = \infty\breve{P}2$, брахидомъ $f = \breve{P}\infty$ и $y = 2\breve{P}\infty$, и макродомы $d = \bar{P}\infty$. И такъ имѣемъ:

$$\infty P \,.\, \infty\breve{P}2 \,.\, P \,.\, \frac{1}{2}P \,.\, \breve{P}\infty \,.\, 2\breve{P}\infty \,.\, \bar{P}\infty.$$

Комбинацію эту опредѣлилъ я въ кристаллахъ топаза изъ окрестностей рѣки Урульги (Нерчинскій край).

Фиг. 267.

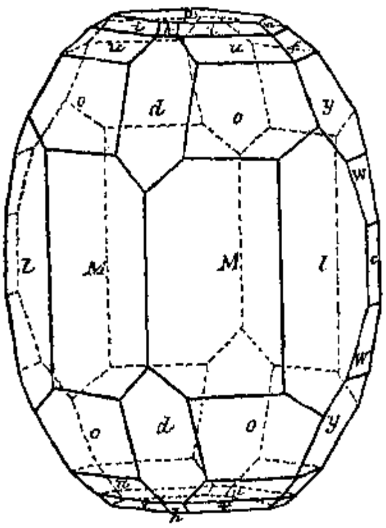


Фигура 267 представляетъ комбинацію формъ: основной ромбической пирамиды $o = \mathrm{P}$, ромбическихъ пирамидъ основнаго ряда: $u = \frac{1}{2}\mathrm{P}$ и $i = \frac{1}{3}\mathrm{P}$, брахипирамиды $r = \frac{2}{3}\breve{\mathrm{P}}2$, основной призмы $\mathrm{M} = \infty\mathrm{P}$, брахипризмы $l = \infty\breve{\mathrm{P}}2$, макродомъ: $d = \bar{\mathrm{P}}\infty$ и $h = \frac{1}{3}\bar{\mathrm{P}}\infty$, брахидомъ: $f = \breve{\mathrm{P}}\infty$, $a = \frac{2}{3}\breve{\mathrm{P}}$ и $y = 2\breve{\mathrm{P}}\infty$, и основнаго пинакоида $\mathrm{P} = \mathrm{oP}$. И такъ имѣемъ:

$$\infty\mathrm{P} \,.\, \infty\breve{\mathrm{P}}2 \,.\, \mathrm{P} \,.\, \tfrac{1}{2}\mathrm{P} \,.\, \tfrac{1}{3}\mathrm{P} \,.\, \mathrm{oP} \,.\, \tfrac{2}{3}\breve{\mathrm{P}}2 \,.\, \bar{\mathrm{P}}\infty \,.\, \tfrac{1}{3}\bar{\mathrm{P}}\infty \,.$$
$$\tfrac{2}{3}\breve{\mathrm{P}}\infty \,.\, \breve{\mathrm{P}}\infty \,.\, 2\breve{\mathrm{P}}\infty.$$

Комбинацію эту опредѣлилъ я въ кристаллахъ топаза изъ Ильменскихъ горъ (Уралъ).

Фиг. 268.

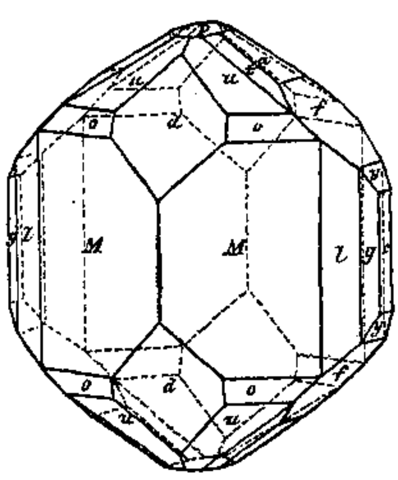


Фигура 268 представляетъ комбинацію формъ: основной ромбической пирамиды $o = \mathrm{P}$, ромбическихъ пирамидъ основнаго ряда: $u = \frac{1}{2}\mathrm{P}$ и $i = \frac{1}{3}\mathrm{P}$, основной призмы $\mathrm{M} = \infty\mathrm{P}$, брахипризмы $l = \infty\breve{\mathrm{P}}2$, макродомъ: $d = \bar{\mathrm{P}}\infty$ и $h = \frac{1}{3}\bar{\mathrm{P}}\infty$, брахидомъ: $a = \frac{2}{3}\breve{\mathrm{P}}\infty$, $f = \breve{\mathrm{P}}\infty$, $y = 2\breve{\mathrm{P}}\infty$ и $w = 4\breve{\mathrm{P}}\infty$, основнаго пинакоида $\mathrm{P} = \mathrm{oP}$ и брахипинакоида $c = \infty\breve{\mathrm{P}}\infty$. И такъ имѣемъ:

$$\infty\mathrm{P} \,.\, \infty\breve{\mathrm{P}}2 \,.\, \mathrm{P} \,.\, \tfrac{1}{2}\mathrm{P} \,.\, \tfrac{1}{3}\mathrm{P} \,.\, \mathrm{oP} \,.\, \bar{\mathrm{P}}\infty \,.\, \tfrac{1}{3}\bar{\mathrm{P}}\infty \,.\, \tfrac{2}{3}\breve{\mathrm{P}}\infty \,.$$
$$\breve{\mathrm{P}}\infty \,.\, 2\breve{\mathrm{P}}\infty \,.\, 4\breve{\mathrm{P}}\infty \,.\, \infty\breve{\mathrm{P}}\infty.$$

Комбинацію эту опредѣлилъ я въ кристаллахъ топаза изъ Ильменскихъ горъ (Уралъ).

Фиг. 269.

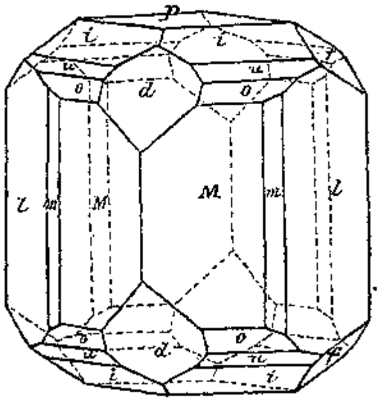


Фигура 269 представляетъ комбинацію формъ: основной ромбической пирамиды $o = \mathrm{P}$, ромбической пирамиды основнаго ряда $u = \frac{1}{2}\mathrm{P}$, брахипирамиды $t = \frac{3}{5}\breve{\mathrm{P}}3$, основной призмы $\mathrm{M} = \infty\mathrm{P}$, брахипризмъ $l = \infty\breve{\mathrm{P}}2$ и $g = \infty\breve{\mathrm{P}}3$, макродомы $d = \bar{\mathrm{P}}\infty$; брахидомъ: $a = \frac{2}{3}\breve{\mathrm{P}}\infty$, $f = \breve{\mathrm{P}}\infty$ и $y = 2\breve{\mathrm{P}}\infty$, брахипинакоида $c = \infty\breve{\mathrm{P}}\infty$ и основнаго пинакоида $\mathrm{P} = \mathrm{oP}$. И такъ имѣемъ:

$$\infty\mathrm{P} \,.\, \infty\breve{\mathrm{P}}2 \,.\, \infty\breve{\mathrm{P}}3 \,.\, \mathrm{P} \,.\, \tfrac{1}{2}\mathrm{P} \,.\, \tfrac{3}{5}\breve{\mathrm{P}}3 \,.\, \mathrm{oP} \,.\, \bar{\mathrm{P}}\infty \,.\, \tfrac{2}{3}\breve{\mathrm{P}}\infty \,.$$
$$\breve{\mathrm{P}}\infty \,.\, 2\breve{\mathrm{P}}\infty \,.\, \infty\breve{\mathrm{P}}\infty.$$

Комбинацію эту опредѣлилъ я въ кристаллахъ топаза изъ Ильменскихъ горъ (Уралъ).

Фиг. 270.

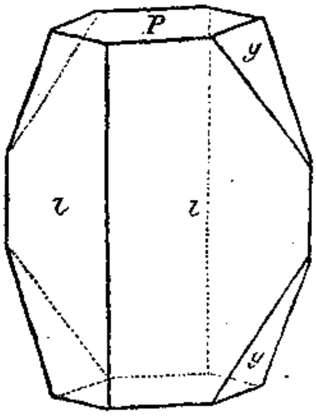


Фигура 270 представляетъ комбинацію формъ: основной ромбической пирамиды $o = \mathrm{P}$, ромбическихъ пирамидъ основнаго ряда: $u = \frac{1}{2}\mathrm{P}$ и $i = \frac{1}{3}\mathrm{P}$, основнаго пинакоида $\mathrm{P} = \mathrm{oP}$, основной призмы $\mathrm{M} = \infty\mathrm{P}$, брахипризмъ $l = \infty\breve{\mathrm{P}}2$ и $m = \infty\breve{\mathrm{P}}\frac{3}{2}$, макродомы $d = \bar{\mathrm{P}}\infty$ и брахидомы $f = \breve{\mathrm{P}}\infty$. И такъ имѣемъ:

$$\infty\mathrm{P} \,.\, \infty\breve{\mathrm{P}}2 \,.\, \infty\breve{\mathrm{P}}\tfrac{3}{2} \,.\, \mathrm{P} \,.\, \tfrac{1}{2}\mathrm{P} \,.\, \tfrac{1}{3}\mathrm{P} \,.\, \mathrm{oP} \,.\, \breve{\mathrm{P}}\infty \,.\, \bar{\mathrm{P}}\infty \,.\, \mathrm{oP}.$$

Комбинація эта опредѣлена мною въ кристаллахъ топаза изъ окрестностей рѣки Урульги (Нерчинскъ).

Фиг. 271

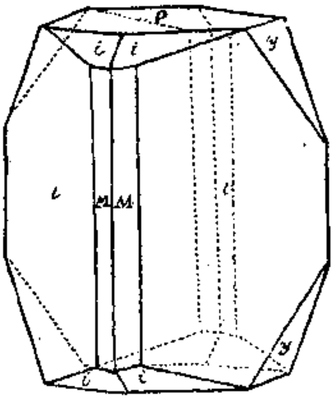


Фигура 271 представляетъ комбинацію формъ: брахипризмы $l = \infty\breve{\mathrm{P}}2$, брахидомы $y = 2\breve{\mathrm{P}}\infty$ и основнаго пинакоида $\mathrm{P} = \mathrm{oP}$. И такъ имѣемъ:

$$\infty\breve{\mathrm{P}}2 \,.\, 2\breve{\mathrm{P}}\infty \,.\, \mathrm{oP}.$$

Комбинація эта замѣчается въ кристаллахъ топаза изъ окрестностей деревни Мурзинки (Уралъ).

Фиг. 272.

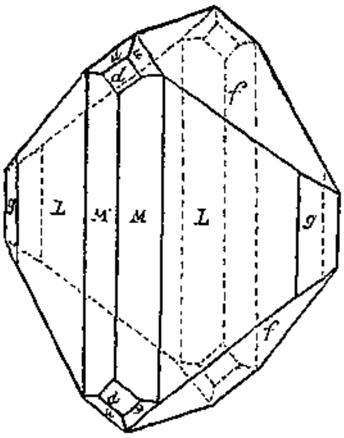


Фигура 272 представляетъ комбинацію формъ: основной призмы $\mathrm{M} = \infty\mathrm{P}$, брахипризмы $l = \infty\breve{\mathrm{P}}2$, ромбической пирамиды основнаго ряда $i = \frac{1}{3}\mathrm{P}$, брахидомы $y = 2\breve{\mathrm{P}}\infty$ и основнаго пинакоида $\mathrm{P} = \mathrm{oP}$. И такъ имѣемъ:

$$\infty\breve{\mathrm{P}}2 \,.\, \infty\mathrm{P} \,.\, \mathrm{oP} \,.\, \tfrac{1}{3}\mathrm{P} \,.\, 2\breve{\mathrm{P}}\infty.$$

Комбинація эта замѣчается въ кристаллахъ топаза изъ окрестностей деревни Мурзинки (Уралъ).

Фиг. 273.

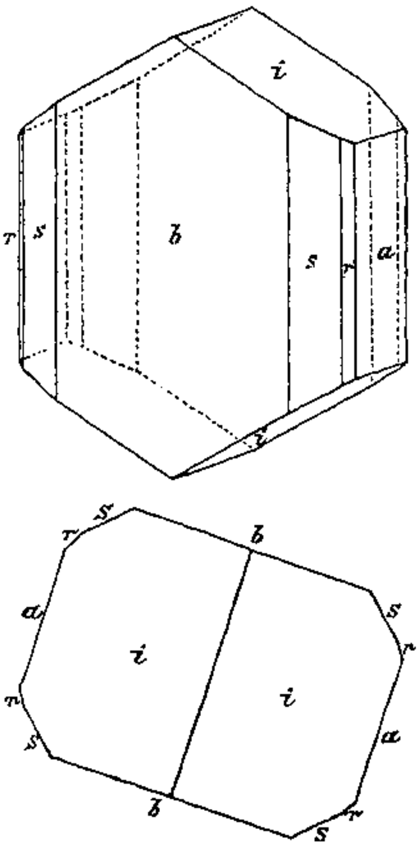


Фигура 273 представляетъ комбинацію формъ: основной призмы M $= \infty P$, брахипризмъ: $l = \infty\breve{P}2$ и $g = \infty\breve{P}3$, брахидомы $f = \breve{P}\infty$, макродомы $d = \bar{P}\infty$ и ромбической пирамиды основнаго ряда $u = \frac{1}{2}P$. И такъ имѣемъ:

$$\infty\breve{P}2 \,.\, \infty P \,.\, \infty\breve{P}3 \,.\, \breve{P}\infty \,.\, \bar{P}\infty \,.\, \tfrac{1}{2}P.$$

Комбинація эта замѣчается въ кристаллахъ топаза изъ Адунъ-Чилонскаго кряжа (Нерчинскъ).

Фиг. 274 и 275



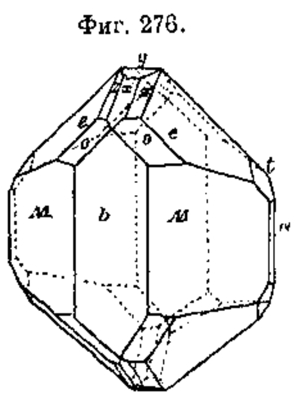
Фигуры 274 и 275 представляютъ комбинацію формъ: брахидомы $i = \breve{P}\infty$, брахипризмъ: $s = \infty\breve{P}2$ и $r = \infty\breve{P}3$, макропинакоиды $b = \infty\bar{P}\infty$ и брахипинакоиды $a = \infty\breve{P}\infty$. И такъ имѣемъ:

$$\infty\breve{P}2 \,.\, \infty\breve{P}3 \,.\, \breve{P}\infty \,.\, \infty\bar{P}\infty \,..\, \infty\breve{P}\infty.$$

Комбинація эта опредѣлена мною въ кристаллахъ цимофана, сопровождающихъ эвклазъ въ оренбургскихъ золотоносныхъ розсыпяхъ.

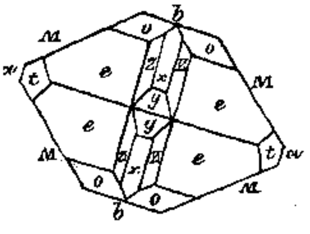
Фигура 276 и 277 представляютъ комбинацію формъ: основной ромбической пирамиды $o = P$, ромбической пирамиды основнаго ряда $z = \frac{1}{2}P$, брахипирамиды $e = \breve{P}2$, основной ромбической призмы M $= \infty P$, макродомъ: $x = \frac{1}{2}\bar{P}\infty$ и $y = \frac{1}{4}\bar{P}\infty$, брахидомы $t = 2\breve{P}\infty$, макропинакоида $b = \infty\bar{P}\infty$ и брахипинакоида $a = \infty\breve{P}\infty$. И такъ имѣемъ:

Фиг. 276.



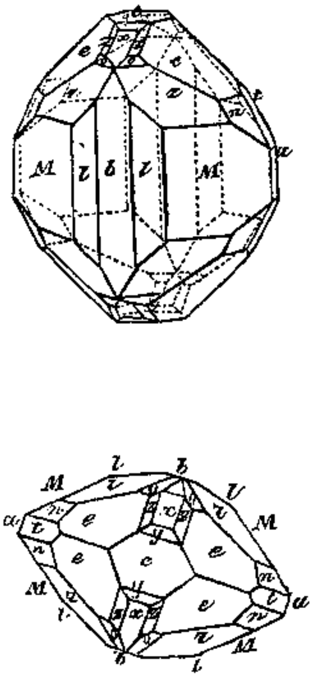
$$\infty P \,.\, P \,.\, \tfrac{1}{2}P \,.\, \breve{P}2 \,.\, \tfrac{1}{2}\bar{P}\infty \,.\, \tfrac{1}{4}\bar{P}\infty \,.\, 2\breve{P}\infty \,.\, \infty\bar{P}\infty \,.\, \infty\breve{P}\infty.$$

Фиг. 277.



Комбинація эта опредѣлена мною въ кристаллахъ брукита изъ Атлянской золотоносной розсыпи (Уралъ).

Фиг. 278 и 279.

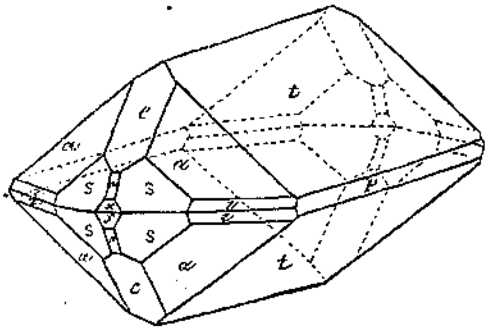


Фигуры 278 и 279 представляютъ комбинацію формъ: основной ромбической пирамиды $o = P$, ромбическихъ пирамидъ основнаго ряда $z = \frac{1}{2}P$ и $r = 2P$, брахипирамидъ $e = \breve{P}2$ и $n = 2\breve{P}2$, основной призмы $M = \infty P$, макропризмы $l = \infty\bar{P}2$, макродомъ: $x = \frac{1}{2}\bar{P}\infty$ и $y = \frac{1}{4}\bar{P}\infty$, брахидомы $t = 2\breve{P}\infty$, основнаго пинакоида $c = oP$, макропинакоида $b = \infty\bar{P}\infty$ и брахипинакоида $a = \infty\breve{P}\infty$. И такъ имѣемъ:

$$\infty P \,.\, \infty\bar{P}2 \,.\, P \,.\, \tfrac{1}{2}P \,.\, 2P \,.\, \breve{P}2 \,.\, 2\breve{P}2 \,.\, \tfrac{1}{4}\bar{P}\infty \,.\, \tfrac{1}{2}\bar{P}\infty \,.\, 2\breve{P}\infty \,.$$
$$oP \,.\, \infty\bar{P}\infty \,.\, \infty\breve{P}\infty.$$

Комбинація эта опредѣлена мною въ кристаллахъ брукита изъ Атлянской золотоносной розсыпи (Уралъ).

Фиг. 280.

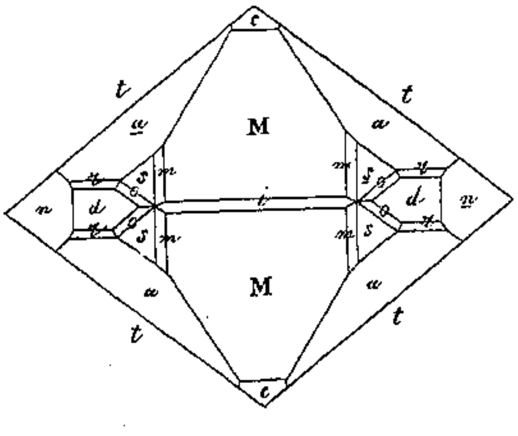


Фигура 280 представляетъ комбинацію формъ: основной ромбической пирамиды $s = P$, брахипирамидъ: $a = \breve{P}2$ и $r = 2\breve{P}2$, макродомъ: $M = \bar{P}\infty$, $c = \frac{1}{2}\bar{P}\infty$ и $x = m\bar{P}\infty$, брахидомы $t = \breve{P}\infty$ и брахипинакоида $P = \infty\breve{P}\infty$. И такъ имѣемъ:

$$\breve{P}\infty \,.\, P \,.\, \breve{P}2 \,.\, 2\breve{P}2 \,.\, \tfrac{1}{2}\bar{P}\infty \,.\, \bar{P}\infty \,.\, m\bar{P}\infty \,.\, \infty\breve{P}\infty.$$

Комбинація эта опредѣлена мною въ кристаллахъ свинцоваго купороса изъ окрестностей Березовскаго завода (Уралъ).

Фиг. 281.

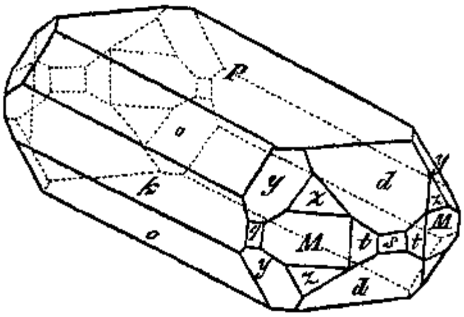


Фигура 281 (вертикальная проэкція) представляетъ комбинацію формъ: основной ромбической пирамиды $s = P$, брахипирамидъ: $a = \breve{P}2$ и $r = 2\breve{P}2$, макропирамидъ: $m = \bar{P}2$ и $o = \frac{3}{2}\bar{P}\frac{3}{4}$, брахипризмъ $d = \infty\breve{P}2$ и $n = \infty\breve{P}4$, брахидомы $t = \breve{P}\infty$, макродомъ: $c = \frac{1}{2}\bar{P}\infty$ и $M = \bar{P}\infty$, макропинакоида $i = \infty\bar{P}\infty$. И такъ имѣемъ:

$$P \,.\, \breve{P}2 \,.\, 2\breve{P}2 \,.\, \bar{P}2 \,.\, \tfrac{3}{2}\bar{P}\tfrac{3}{2} \,.\, \infty\breve{P}2 \,.\, \infty\breve{P}4 \,.\, \breve{P}\infty \,.$$
$$\tfrac{1}{2}\bar{P}\infty \,.\, \bar{P}\infty \,.\, \infty\bar{P}\infty.$$

Комбинація эта опредѣлена мною въ кристаллахъ свинцоваго купороса изъ Монте-Пони (островъ Сардинія).

Фиг. 282.

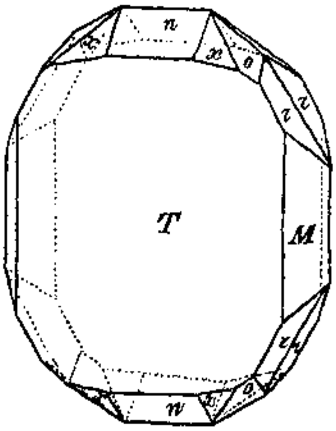


Фигура 282 представляетъ комбинацію формъ: основной ромбической пирамиды $z = P$, брахипирамиды $y = \breve{P}2$, основной призмы $M = \infty P$, брахипризмы $q = \infty\breve{P}2$, макропризмы $t = \infty\bar{P}\frac{3}{2}$, макродомы $d = \frac{1}{2}\bar{P}\infty$, брахидомы $o = \breve{P}\infty$, основнаго пинакоида $P = oP$, макропинакоида $s = \infty\bar{P}\infty$ и брахипинакоида $k = \infty\breve{P}\infty$. И такъ имѣемъ:

$$oP \,.\, \breve{P}\infty \,.\, \infty\breve{P}\infty \,.\, \tfrac{1}{2}\bar{P}\infty \,.\, \infty P \,.\, \breve{P}2 \,.\, P \,.\, \infty\bar{P}\tfrac{3}{2} \,.\, \infty\bar{P}\infty \,.\, \infty\breve{P}2.$$

Комбинація эта замѣчается въ кристаллахъ тяжелаго шпата.

Фиг. 283.

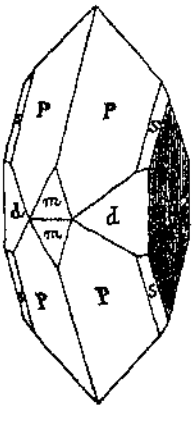


Фигура 283 представляетъ комбинацію формъ: основной ромбической пирамиды $o = P$, брахипирамиды $x = 2\breve{P}6$, макропирамиды $r = \frac{5}{2}\bar{P}5$, брахипирамиды $2\breve{P}\infty$, основной призмы $M = \infty P$, и брахипинакоида $t = \infty\breve{P}\infty$. И такъ имѣемъ:

$$P \,.\, 2\breve{P}6 \,.\, \tfrac{5}{2}\bar{P}5 \,.\, \infty P \,.\, 2\breve{P}\infty \,.\, \infty\breve{P}\infty.$$

Комбинація эта опредѣлена мною въ кристаллахъ діаспора изъ окрестностей Мраморскаго завода (Уралъ).

Фиг. 284.



Фигура 284 представляетъ комбинацію формъ: основной ромбической пирамиды $P = P$, брахипирамиды $s = 2\breve{P}2$, брахипризмы $d = \infty\breve{P}2$, макродомы $m = 2\bar{P}\infty$, и брахипинакоиды $r = \infty\breve{P}\infty$. И такъ имѣемъ:

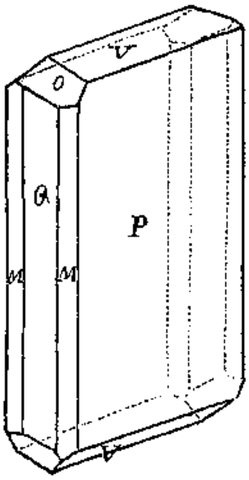
$$P \,.\, 2\breve{P}2 \,.\, \infty\breve{P}2 \,.\, 2\bar{P}\infty \,.\, \infty\breve{P}\infty.$$

Комбинація эта опредѣлена мною въ кристаллахъ скородита изъ окрестностей Березовскаго завода (Уралъ).

КОМБИНАЦIИ ГЕМIЭДРИЧЕСКIЯ.

КОМБИНАЦIИ СФЕНОИДИЧЕСКИ-ГЕМIЭДРИЧЕСКIЯ.

Фиг. 285.



Фигура 285 представляетъ комбинацію формъ: ромбическаго сфеноида $o = r\frac{P}{2}$, брахидомы $v = \breve{P}\infty$, основной призмы $M = \infty P$, брахипинакоида $P = \infty\breve{P}\infty$ и макропинакоида $Q = \infty\bar{P}\infty$.

Комбинація эта опредѣлена Шабусомъ въ кристаллахъ химическаго продукта опіанина (opianin $= C_{66}H_{36}N_2O_{21}$),

---

ЛЕКЦІЯ ТРИНАДЦАТАЯ.

МОНОКЛИНОЭДРИЧЕСКАЯ СИСТЕМА.

(Дву-и-одночленная, **Вейсъ**; гемипризматическая, гемиортотипная, **Мосъ**; моноклинометрическая, моноклиноэдрическая, **Науманъ**; клиноромбическая, **Ф. Кобеллъ**; моноклиническая, **Франкенгеймъ**; авгитовая, **Гайдингеръ**; и проч.).

Формы моноклиноэдрической системы, какъ мы уже видѣли (стр. 24), разсматриваются съ помощію трехъ координатовыхъ поверхностей, изъ которыхъ двѣ образуютъ между собою косой уголъ C, а третія къ обѣимъ имъ перпендикулярна. Кристаллографическія оси (линіи, происходящія отъ взаимнаго пересѣченія помянутыхъ поверхностей) представляютъ то же самое отношеніе, ибо двѣ изъ нихъ пересѣкаются между собою подъ косымъ угломъ $\gamma = C$, оставаясь перпендикулярными къ третьей. Такъ какъ всѣ три оси системы не равны между собою, т. е. имѣютъ различную длину, то общее ихъ отношеніе можетъ быть написано слѣдующимъ образомъ: $a : b : c$. Выборъ вертикальной оси въ моноклиноэдрической системѣ уже не такъ произволенъ, какъ въ ромбической. Координатовая поверхность, проходящая чрезъ двѣ *непрямоугольныя* оси, особенно замѣчательна въ томъ отношеніи, что она симметрически раздѣляетъ всю систему осей и всѣ зависящія отъ этой послѣдней формы на двѣ совершенно равныя и другъ другу соотвѣтственныя половины, *правую* и *лѣвую*; по этому моноклиноэдрическія формы представятся предъ нами только тогда вполнѣ симметрическими, когда поверхность косоугольныхъ осей будетъ поставлена *вертикально* и направлена къ наблюдателю. Изъ этого прямо слѣдуетъ, что за вертикальную ось должна быть принята только одна изъ двухъ *косоугольныхъ* осей; третія же ось (перпендикулярная къ двумъ косоугольнымъ) помѣстится горизонтально и параллельно съ наблюдателемъ, не смотря на то, что она есть ось единственная въ своемъ родѣ. Смотря на предметъ съ математической точки зрѣнія, рѣшительно всё равно, будетъ ли выбрана за вертикальную ось та или другая изъ двухъ косоугольныхъ осей. Конечно, ось выбранная одинъ разъ за вертикальную, должна уже потомъ постоянно сохранять свое положеніе. На практикѣ, выборъ вертикальной оси подчиняется отчасти разнымъ отношеніямъ симметріи, или нѣкоторымъ физическимъ свойствамъ кристалловъ. Чрезъ выборъ *вертикальной* оси, опредѣлятся двѣ прочія *боковыя* оси, которыя лежатъ въ наклонномъ основномъ главномъ сѣченіи и играютъ въ нёмъ роль діагоналей. Наклонную боковую ось, обращенную къ наблюдателю, можно называть, согласно съ **Науманомъ**, *клинодіагональю* или *клинодіагональною осью*, а горизонтальную боковую ось — *ортодіагональю* или *ортодіагональною осью*.

Вертикальную полуось мы будемъ означать буквою a, клинодіагональную — буквою b, и брахидіагональную — буквою c; уголъ же, образуемый вертикальною осью a съ клинодіагональною осью b — буквою γ (какъ уже выше это условлено).

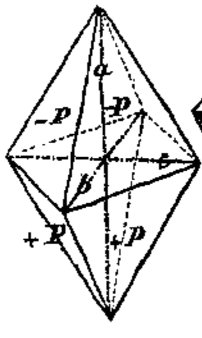
Сѣченіе, проходящее чрезъ обѣ боковыя оси b и c, называется *базисомъ*, *основаніемъ*, или также *основнымъ главнымъ сѣченіемъ;* сѣченіе, проходящее чрезъ вертикальную ось a и клинодіагональную ось b — *клинодіагональнымъ главнымъ сѣченіемъ;* а сѣченіе, проходящее чрезъ вертикальную ось a и ортодіагональную ось c — *ортодіагональнымъ главнымъ сѣченіемъ*.

Формы, составляющія моноклиноэдрическую систему, суть слѣдующія:

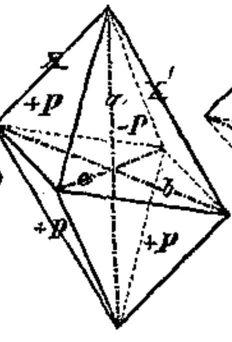
Моноклиноэдрическія пирамиды.

Моноклиноэдрическія пирамиды суть единственныя замкнутыя формы системы. Въ слѣдствіе косоугольности двухъ осей, пирамиды эти представляютъ замѣчательную особенность, а именно: онѣ ограничены плоскостями не равными и подобными, но плоскостями *двухъ родовъ*. Вообще всѣ моноклиноэдрическія пирамиды ограничены 8-ю плоскостями, имѣютъ 12 краевъ и 6 угловъ (фиг. 286 и 287)*).

Фиг. 286.

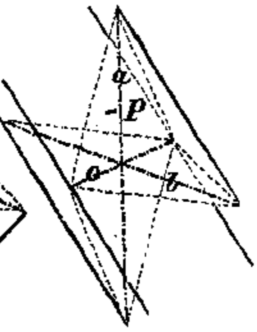


Фиг. 287.



Фиг. 288.

Фиг. 289.



---

*) Въ фигурѣ 286 клинодіагональная ось обращена къ наблюдателю, а въ фигурѣ 287, ортодіагональная ось обращена къ наблюдателю.

Плоскости суть неравносторонніе треугольники, и, какъ замѣчено выше, двухъ родовъ: тѣ четыре плоскости, которыя лежать попарно надъ *тупымъ* угломъ γ, по своей фигурѣ и величинѣ, отличаются отъ тѣхъ четырехъ плоскостей, которыя лежатъ попарно надъ *острымъ* угломъ γ. По этому моноклиноэдрическія пирамиды суть не простыя формы, но *сложныя;* а именно: каждая моноклиноэдрическая пирамида распадается на двѣ дополнительныя одна къ другой части, или на *двѣ гемипирамиды*. Гемипирамиду, лежащую надъ острымъ угломъ γ, мы будемъ называть, согласно съ **Науманомъ**, *положительною*, а гемипирамиду, лежащую надъ тупымъ угломъ γ — *отрицательною гемипирамидою* *). Та и другая изъ помянутыхъ гемипирамидъ состоятъ, очевидно, изъ двухъ параллельныхъ паръ плоскостей, и слѣдственно образуютъ *открытыя*, призматоидическія формы, которыя отъ настоящихъ призмъ отличаются только тѣмъ, что плоскости ихъ не параллельны ни одной изъ осей (фиг. 288 и 289). Этотъ характеръ моноклиноэдрическихъ пирамидъ, содѣлываетъ составляющія ихъ гемипирамиды совершенно *независимыми* одна отъ другой, такъ что эти послѣднія могутъ встрѣчаться въ комбинаціяхъ порознь.

Края моноклиноэдрическихъ пирамидъ четырехъ родовъ: 2 симметрическихъ, длинныхъ конечныхъ, отрицательной гемипирамиды; 2 такихъ же, короткихъ конечныхъ, положительной гемипирамиды; 4 неправильныхъ конечныхъ, образованныхъ плоскостями обѣихъ гемипирамидъ; и 4 такихъ же среднихъ.

Углы неправильные, четырехгранные, и трехъ родовъ: 2 конечныхъ, съ краями трехъ родовъ; 2 такихъ же среднихъ, вершинами своими совпадающихъ съ концами клиноdіагональной оси; и 2 среднихъ, съ краями двухъ родовъ, вершинами своими совпадающихъ съ концами ортодіагональной оси.

Основное и ортодіагональное главныя сѣченія моноклиноэдрическихъ пирамидъ суть ромбы, а клинодіагональное главное сѣченіе есть ромбоидъ.

Въ каждомъ кристаллическомъ ряду, одна изъ полныхъ моноклиноэдрическихъ пирамидъ выбирается за *основную форму* и обозначается кристаллографическимъ знакомъ: $\pm P$, т. е. чрезъ $+P$ обозначается положительная гемипирамида, а чрезъ $-P$, отрицательная гемипирамида. Отношеніе параметровъ плоскостей этой основной формы $= a : b : c$, при углѣ γ двухъ осей. Всѣ остальныя моноклиноэдрическія пирамиды даннаго кристаллическаго ряда будутъ слѣдующія:

1) Моноклиноэдрическія пирамиды, имѣющія одинаковое основаніе съ основною пирамидою, но болѣе острыя или болѣе тупыя, нежели эта послѣдняя. Острыя и тупыя пирамиды можно означить чрезъ $\pm mP$, но въ первыхъ коэфиціентъ вертикальной оси $m>1$, а во вторыхъ $m<1$. Отношеніе параметровъ плоскостей этихъ пирамидъ будетъ

---

*) Нѣкоторые кристаллографы поступаютъ въ этомъ случаѣ на оборотъ, т. е. положительною гемипирамидою называютъ гемипирамиду, лежащую надъ тупымъ угломъ γ, а отрицательною — гемипирамиду, лежащую надъ острымъ угломъ γ.

очевидно $= ma : b : c$, гдѣ $m>1$ или $m<1$. Пирамиды эти можно называть *пирамидами основнаго ряда.*

Всѣ пирамиды основнаго ряда заключаются между двумя предѣлами: безконечно-острою пирамидою, т. е. основною призмою, съ ромбическимъ поперечнымъ сѣченіемъ, $= \infty\mathrm{P}$, и безконечно-тупою пирамидою, т. е. основнымъ пинакоидомъ $= \mathrm{oP}$. И такъ имѣемъ:

$$\mathrm{oP} \ldots\ldots \pm \overset{m<1}{m\mathrm{P}} \ldots\ldots \pm \mathrm{P} \ldots\ldots \pm \overset{m>1}{m\mathrm{P}} \ldots\ldots \infty\mathrm{P}.$$

Этотъ рядъ собственно двойной, ибо положительныя и отрицательныя гемипирамиды другъ отъ друга независимы, такъ что $+ m\mathrm{P}$ нисколько не связана съ $- m\mathrm{P}$, и каждая изъ нихъ можетъ встрѣчаться порознь.

2) Моноклиноэдрическія пирамиды, параметръ плоскостей которыхъ на *клинодіагональной* оси b болѣе, нежели у основной формы. Отношеніе параметровъ въ этомъ случаѣ будетъ $= ma : nb : c$, гдѣ $m \gtreqless 1$, а $n>1$. Пирамиды этого рода можно называть *клинопирамидами* и означать ихъ чрезъ $\pm (m\mathrm{P}n)$, гдѣ скобки показываютъ, что коэфиціентъ n относится къ *клинодіагональной* оси. Клинопирамидъ можетъ существовать множество; однѣ изъ нихъ будутъ $\pm (m\mathrm{P}n)$, гдѣ $m \gtrless 1$ и $n>1$), а другіе $\mp (\mathrm{P}n)$, гдѣ $m = 1$ и $n>1$.

Всѣ клинопирамиды заключаются между двумя предѣлами: безконечно острою клинопирамидою, т. е. клинопризмою $= (\infty\mathrm{P}n)$, и безконечно тупою клинопирамидою, т. е. основнымъ пинакоидомъ $= \mathrm{oP}$. И такъ имѣемъ:

$$\mathrm{oP} \ldots\ldots \pm \overset{m<1}{(m\mathrm{P}n)} \ldots\ldots \pm (\mathrm{P}n) \ldots\ldots \pm \overset{m>1}{(m\mathrm{P}n)} \ldots\ldots (\infty\mathrm{P}n).$$

3) Моноклиноэдрическія пирамиды, параметръ плоскостей которыхъ на *ортодіагональной* оси c болѣе, нежели у основной формы. Отношеніе параметровъ въ этомъ случаѣ будетъ $= ma : b : nc$, гдѣ $m \gtreqless 1$, а $n>1$. Пирамиды этого рода можно называть *ортопирамидами*, и означать чрезъ $\pm m\mathrm{P}n$. Ортопирамидъ можетъ существовать множество; однѣ изъ нихъ будутъ $\pm m\mathrm{P}n$, (гдѣ $m \gtrless 1$ и $n>1$, другія $\pm \mathrm{P}n$, гдѣ $m = 1$ и $n>1$.

Всѣ ортопирамиды заключаются между двумя предѣлами: безконечно острою ортопирамидою, т. е. ортопризмою $= \infty\mathrm{P}n$, и безконечно тупою ортопирамидою, т. е. основнымъ пинакоидомъ $= \mathrm{oP}$. И такъ имѣемъ:

$$\mathrm{oP} \ldots\ldots \pm \overset{m<1}{m\mathrm{P}n} \ldots\ldots \pm \mathrm{P}n \ldots\ldots \pm \overset{m>1}{m\mathrm{P}n} \ldots\ldots \infty\mathrm{P}n.$$

Вычисленіе краевыхъ угловъ моноклиноэдрическихъ пирамидъ удобнѣе вычислить изъ угловъ главныхъ сѣченій, а эти послѣднія изъ величины осей. Означимъ въ положительной гемипирамидѣ $= + \mathrm{P}$:

Клинодіагональные края чрезъ X,
Ортодіагональные края чрезъ Y,
Основные края чрезъ Z;

а въ отрицательной гемипирамидѣ = — P, тѣ же края чрезъ X,́ Y′ и Z′.

Далѣе, означимъ въ положительной гемипирамидѣ = + P, углы наклоненія:

Клинодіагональнаго края X къ вертикальной оси a чрезъ μ, того же края къ клинодіагональной оси b чрезъ ν, ортодіагональнаго края Y къ вертикальной оси чрезъ ς, и основнаго края къ клинодіагонали чрезъ σ; а два первые угла въ отрицательной гемипирамидѣ = — P, чрезъ μ' и ν'. Припомнимъ вмѣстѣ съ тѣмъ, что отношеніе осей пирамиды ± P равно: $a : b : c$, и что уголъ γ въ положительной гемипирамидѣ есть *острый*, а въ отрицательной — *тупой*. При такомъ обозначеніи, Науманъ даетъ слѣдующія формулы:

$$\operatorname{tang} \mu = \frac{b \,.\, \sin \gamma}{a - b \,.\, \cos \gamma}$$

$$\operatorname{tang} \nu = \frac{a \,.\, \sin \gamma}{b - a \,.\, \cos \gamma}$$

$$\operatorname{tang} \mu' = \frac{b \,.\, \sin \gamma}{a + b \,.\, \cos \gamma}$$

$$\operatorname{tang} \nu' = \frac{a \,.\, \sin \gamma}{b + a \,.\, \cos \gamma}$$

$$\operatorname{tang} \varsigma = \frac{c}{a}$$

$$\operatorname{tang} \sigma = \frac{c}{b}$$

$$\operatorname{tang} X = \frac{\operatorname{tang} \sigma}{\sin \nu} = \frac{\operatorname{tang} \varsigma}{\sin \mu}$$

$$\operatorname{tang} X' = \frac{\operatorname{tang} \sigma}{\sin \nu'} = \frac{\operatorname{tang} \varsigma}{\sin \mu'}$$

$$\operatorname{tang} Y = \frac{\operatorname{tang} \mu}{\sin \varsigma}$$

$$\operatorname{tang} Y' = \frac{\operatorname{tang} \mu'}{\sin \varsigma}$$

$$\operatorname{tang} Z = \frac{\operatorname{tang} \nu'}{\sin \sigma}$$

$$\operatorname{tang} Z' = \frac{\operatorname{tang} \nu'}{\sin \sigma}$$

$$\operatorname{tang} \gamma = \frac{2 \,.\, \sin \mu \,.\, \sin \mu'}{\sin (\mu - \mu')}$$

$$\text{или } \operatorname{tang} \gamma = \frac{2 \,.\, \sin \nu \,.\, \sin \nu'}{\sin (\nu - \nu')}$$

Хотя формулы эти выведены для основной пирамиды = ± P, но очевидно онѣ могутъ служить и для всякой другой пирамиды; для этого стоитъ только:

Для пирамиды основнаго ряда = ± mP, поставить ma вмѣсто a,
Для клинопирамиды = ± (mPn) поставить nb вмѣсто b,
Для ортопирамиды = ± mPn, поставить nc вмѣсто c.

Призматическія формы. (Призмы, клинодомы и ортодомы).

Формы эти суть формы *открытыя* и состоятъ изъ плоскостей, параллельныхъ той, или другой, или третьей оси. По этому, всѣ призматическія формы моноклиноэдрической системы являются: или въ видѣ призмъ *вертикальныхъ*, или въ видѣ призмъ *наклонныхъ*, или въ видѣ призмъ *горизонтальныхъ*. Слѣдуя Науману, мы будемъ называть однако же только вертикальныя призмы собственно *призмами*, а прочія призматическія формы будутъ называемы нами *домами*. Послѣднія подраздѣляются: на *клинодомы* и *ортодомы*.

Призмы.

Формы эти ограничены 4-мя плоскостями, параллельными вертикальной оси a. Поперечное сѣченіе моноклиноэдрическихъ призмъ есть *ромбъ*. Такъ какъ плоскости моноклиноэдрическихъ призмъ однаго рода, то призмы эти имѣютъ характеръ *простыхъ* формъ. Края ихъ двухъ родовъ: клинодіагональные и ортодіагональные. Въ математическомъ смыслѣ, моноклиноэдрическія призмы суть моноклиноэдрическія пирамиды, безконечно острыя по вертикальному направленію (т. е. въ знакахъ которыхъ $m = \infty$), а потому онѣ должны подраздѣляться точно также, какъ и эти послѣднія. Такимъ образомъ существуютъ: *призма основнаго ряда* или просто *основная призма* = ∞P, *клинопризмы* = (∞Pn) и *ортопризмы* = ∞Pn. Въ приведенныхъ знакахъ призмъ, всегда $n > 1$.

Для вычисленія краевыхъ угловъ *основной призмы*, Науманъ даетъ слѣдующія формулы:

$$\operatorname{tang} X = \frac{c}{b \,.\, \sin \gamma} = \cot Y.$$

Формула эта можетъ служить также и для вычисленія клинопризмъ и ортопризмъ; для этого стоитъ только, въ первомъ случаѣ, поставить въ формулы nb вмѣсто b, а во второмъ, nc вмѣсто c.

Всѣ клинопризмы заключаются между двумя предѣлами: основною призмою $= \infty P$ и клинопинакоидомъ $= (\infty P \infty)$. И такъ имѣемъ:

$$\infty P \; . \; . \; . \; . \; . \; (\infty P n) \; . \; . \; . \; . \; . \; (\infty P \infty).$$

Всѣ ортопризмы заключаются между двумя предѣлами: между основною призмою и ортопинакоидомъ. И такъ имѣемъ:

$$\infty P \; . \; . \; . \; . \; . \; \infty P n \; . \; . \; . \; . \; . \; \infty P \infty.$$

Клинодомы.

Формы эти ограниченны 4-мя плоскостями, параллельными клинодіагональной оси b. Поперечное сѣченіе клинодомъ есть *ромбъ*, почему онѣ имѣютъ также характеръ *простыхъ* формъ. Края клинодомъ двухъ родовъ: конечные и средніе края. Въ математическомъ смыслѣ, клинодомы суть моноклиноэдрическія пирамиды безконечнаго протяженія въ направленіи клинодіагональной оси. Знаки клинодомъ суть слѣдующіе: $(mP\infty)$, гдѣ $m \gtrless 1$, и $(P\infty)$, гдѣ $m = 1$.

Для вычисленія краевыхъ угловъ клинодомы $= (P\infty)$, Науманъ даетъ слѣдующія формулы:

$$\text{tang } X = \text{tang } X' = \frac{c}{a \, . \sin \gamma}$$

$$\text{tang } Z = \text{tang } Z' = \cot X$$

$$\text{tang } Y = - \frac{\text{tang } \gamma \sqrt{a^2 + c^2}}{c}$$

$$\text{tang } Y' = - \text{tang } Y.$$

Формулы эти будутъ служить и для всѣхъ вообще клинодомъ $= (mP\infty)$, если въ нихъ поставить ma вмѣсто a.

Всѣ клинодомы заключаются между двумя предѣлами: основнымъ пинакоидомъ $=$ oP и клинопинакоидомъ $= (\infty P \infty)$. И такъ имѣемъ:

$$oP \; . \; . \; . \; . \; . \; \overset{m<1}{(mP\infty)} \; . \; . \; . \; . \; . \; (P\infty) \; . \; . \; . \; . \; . \; \overset{m>1}{(mP\infty)} \; . \; . \; . \; . \; . \; (\infty P \infty).$$

Ортодомы.

Формы эти образованы изъ 4-хъ плоскостей, параллельныхъ ортодіагональной оси c. Поперечное сѣченіе *ортодомъ* есть *ромбоидъ*, изъ чего уже усматривается, что плоскости ихъ имѣютъ не одинаковую ширину, а именно: двѣ плоскости, лежащія надъ острымъ угломъ $C = \gamma$ уже плоскостей, лежащихъ надъ тупымъ угломъ $C = \gamma$. И такъ каждая ортодома состоитъ изъ двухъ *разнородныхъ* паръ плоскостей, которыя можно называть *гемидомами*, и различать, какъ *положительную* и *отрицательную* гемидому. Каждыя двѣ взаимно дополнительныя гемидомы точно также *независимы* одна отъ другой, какъ двѣ взаимно дополнительныя моноклиноэдрическія гемипирамиды. Въ математическомъ смыслѣ, ортодомы суть моноклиноэдрическія пирамиды безконечнаго протяженія въ направленіи ортодіагональной оси. Знаки ортодомъ суть слѣдующія: $\pm mP\infty$, гдѣ $m \gtrless 1$, и $\pm P\infty$, гдѣ $m = 1$.

Для вычисленія краевыхъ угловъ гемидомъ $= + P\infty$, и $- P\infty$, Науманъ даетъ слѣдующія формулы:

$$\operatorname{tang} Y = \frac{b \,.\, \sin\gamma}{a - b \,.\, \cos\gamma}$$

$$\operatorname{tang} Z = \frac{a \,.\, \sin\gamma}{b - a \,.\, \cos\gamma}$$

$$\operatorname{tang} Y' = \frac{b \,.\, \sin\gamma}{a + b \,.\, \cos\gamma}$$

$$\operatorname{tang} Z' = \frac{a \,.\, \sin\gamma}{b + a \,.\, \cos\gamma}$$

Формулы эти будутъ служить и для всѣхъ вообще гемидомъ $= + mP\infty$ и $- mP\infty$, если въ нихъ поставить ma вмѣсто a.

Всѣ ортодомы заключаются между двумя предѣлами: основнымъ пинакоидомъ $= oP$ и ортопинакоидомъ $= \infty P\infty$. И такъ имѣемъ:

$$oP \,.\,.\,.\,.\,.\, \overset{m<1}{\pm mP\infty} \,.\,.\,.\,.\,.\, \pm P\infty \,.\,.\,.\,.\,.\, \overset{m>1}{\pm mP\infty} \,.\,.\,.\,.\,.\, \infty P\infty.$$

Пинакоиды.

Пинакоиды суть отдѣльныя плоскости, параллельныя основному, клинодіагональному и ортодіагональному главнымъ сѣченіямъ. По этому, существуетъ три рода пинакоидовъ: *основной пинакоидъ* или *базопинакоидъ* $= oP$, *клинопинакоидъ* $= (\infty P\infty)$ и *ортопинакоидъ* $= \infty P\infty$.

Выводъ и общій обзоръ формъ моноклиноэдрической системы.

Въ моноклиноэдрической системѣ представителями всѣхъ формъ служатъ *моноклиноэдрическія пирамиды;* въ этомъ легко убѣдиться. Всѣ прочія формы системы (т. е. призмы, домы и пинакоиды) могутъ быть разсматриваемы только, какъ частные случаи данныхъ моноклиноэдрическихъ пирамидъ.

Мы видѣли, что въ данномъ кристаллическомъ ряду могутъ существовать только *три* рода моноклиноэдрическихъ пирамидъ: пирамиды основнаго ряда $= \pm mP$, клинопирамиды $= \pm (mPn)$, и ортопирамиды $= \pm mPn$. И такъ, чтобы найти теперь, какія другія формы возможны въ моноклиноэдрической системѣ, стоитъ только посмотрѣть: какіе частные случаи будутъ возможны для помянутыхъ моноклиноэдрическихъ пирамидъ, когда перемѣнные коэфиціенты m и n знаковъ, мы будемъ превращать въ постоянныя величины? Такимъ образомъ получимъ:

Когда $m = \infty$, тогда пирамиды основнаго ряда превращаются въ *основную призму* $= \infty P$, клинопирамиды — въ *клинопризмы* $= (\infty Pn)$, ортопирамиды — въ *ортопризмы* $= \infty Pn$.

Когда $n = \infty$, тогда клинопирамиды превращаются въ *клинодомы* $= (mP\infty)$, и ортопирамиды въ *ортодомы* $= \pm mP\infty$.

Когда $m = \infty$ и $n = \infty$, тогда клинопирамиды превращаются въ *клинопинакоидъ* $= (\infty P\infty)$, а ортопирамиды — въ *ортопинакоидъ* $= \infty P\infty$.

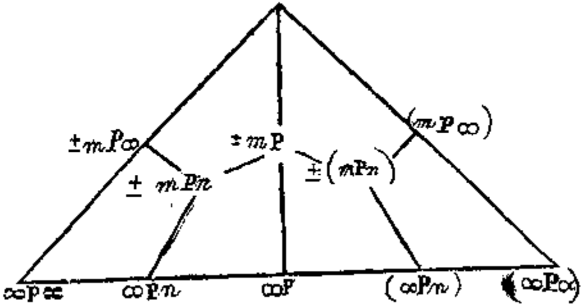
Когда $m = o$, тогда пирамиды основнаго ряда, клинопирамиды и ортопирамиды превращаются въ *основной пинакоидъ* $= oP$.

Когда $m = 1$ и $n = 1$, тогда пирамиды основнаго ряда, клинопирамиды и ортопирамиды превращаются въ *основную форму* $= \pm P$.

Когда $m = 1$, тогда очевидно пирамиды основнаго ряда превращаются въ *основную форму* $= \pm P$, а клинопирамиды и ортопирамиды, въ *клинодому* $= (P\infty)$ и въ *ортодому* $= \pm P\infty$, т. е. въ такія домы, у которыхъ вертикальная ось имѣетъ одинаковую длину съ вертикальною осью основной формы.

Для общаго обзора и показанія взаимныхъ отношеній формъ моноклиноэдрической системы, можно употреблять нижеслѣдующую треугольную хему **Наумана** (фиг. 290).

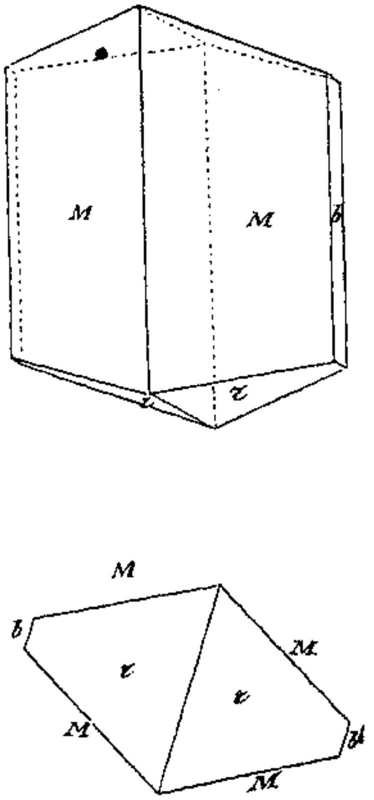
Фиг. 290.



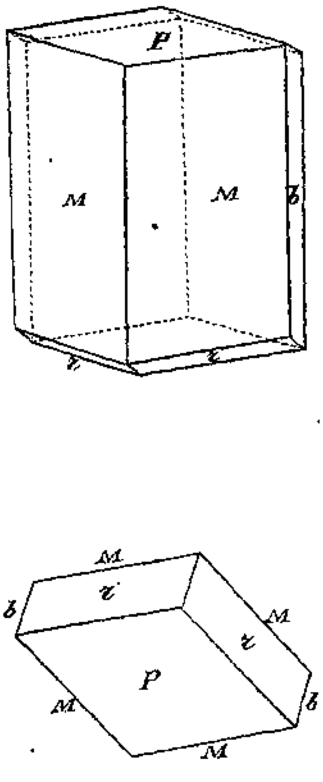
Хема эта въ общихъ чертахъ такъ сходна съ хемою, данною въ ромбической системѣ, что дальнѣйшее её объясненіе было бы излишнимъ.

КОМБИНАЦІИ МОНОКЛИНОЭДРИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ.

Фиг. 291 и 292.



Фиг. 293 и 294.



Фигуры 291 и 292 представляютъ комбинацію формъ: основной положительной гемипирамиды $r = + P$, основной призмы $M = \infty P$ и клинопинакоида $b = (\infty P \infty)$. И такъ имѣемъ:

$$\infty P \,.\, + P \,.\, (\infty P \infty).$$

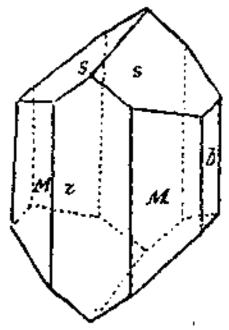
Комбинація эта замѣчается въ кристаллахъ роговой обманки.

Фигуры 293 и 294 представляютъ комбинацію формъ: основной положительной гемипирамиды $r = + P$, основной призмы $M = \infty P$, основнаго пинакоида $P = oP$ и клинопинакоида $b = (\infty P \infty)$. И такъ имѣемъ:

$$\infty P \,.\, + P \,.\, oP \,.\, (\infty P \infty).$$

Комбинація эта замѣчается въ кристаллахъ роговой обманки.

Фиг. 295.

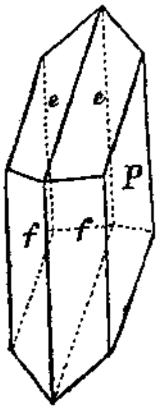


Фигура 295 представляетъ комбинацію формъ: основной положительной гемипирамиды $s = + P$, основной призмы $M = \infty P$, ортопинакоида $r = \infty P \infty$, и клинопинакоида $b = (\infty P \infty)$. И такъ имѣемъ:

$$\infty P \,.\, \infty P \infty \,.\, (\infty P \infty) \,.\, + P.$$

Комбинація эта есть одна изъ самыхъ обыкновеннѣйшихъ комбинацій авгита.

Фиг. 296.

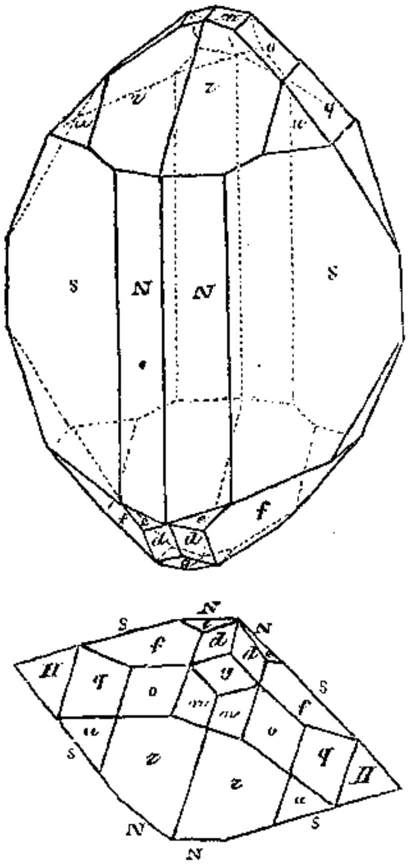


Фигура 296 представляетъ комбинацію формъ: основной отрицательной гемипирамиды $e = - P$, основной призмы $f = \infty P$ и клинопинакоида $P = (\infty P \infty)$. И такъ имѣемъ:

$$\infty P \,.\, - P \,.\, (\infty P \infty).$$

Комбинація эта есть одна изъ самыхъ обыкновеннѣйшихъ комбинацій гипса.

Фиг. 297 и 298.

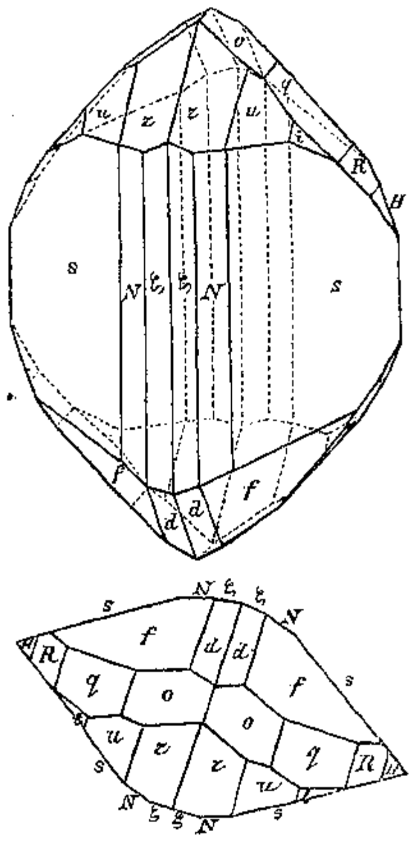


Фигуры 297 и 298 представляютъ комбинацію формъ: положительной основной гемипирамиды $d = + P$, положительныхъ клиногемипирамидъ: $f = + (3P3)$ и $e = + (3P\frac{3}{2})$, отрицательной основной гемипирамиды: $r = - P$, отрицательной клиногемипирамиды: $u = - (2P2)$, клинодомъ: $n = (P\infty)$, $o = (2P\infty)$, $q = (3P\infty)$ и $H = (6P\infty)$, основной призмы $N = \infty P$, и клинопризмы $s = (\infty P2)$. И такъ имѣемъ:

$$+ P \,.\, + (3P3) \,.\, + (3P\tfrac{3}{2}) \,.\, - P \,.\, - (2P2) \,.\, (P\infty) \,.\, (2P\infty) \,.\, (3P\infty) \,.\, (6P\infty) \,.\, \infty P \,.\, (\infty P2).$$

Комбинація эта опредѣлена мною въ кристаллахъ русскаго эвклаза, встрѣчающихся въ золотоносныхъ розсыпяхъ въ окрестностяхъ рѣки Санарки (Оренбургская губернія).

Фиг. 299 и 300.

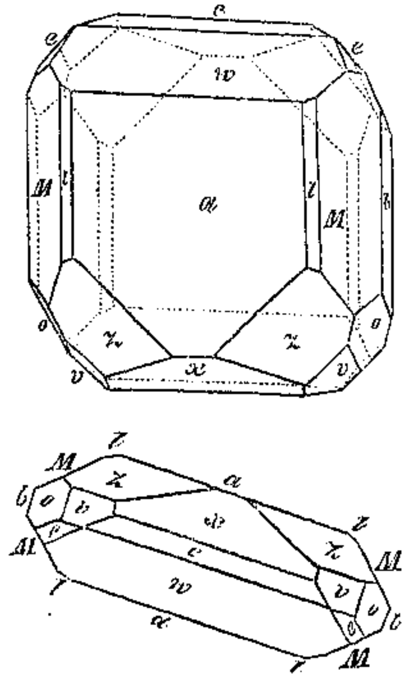


Фигуры 299 и 300 представляютъ комбинацію формъ: основной положительной гемипирамиды $d = + P$, положительной клиногемипирамиды $f = + (3P3)$, основной отрицательной гемипирамиды $r = - P$, отрицательныхъ клиногемипирамидъ: $u = - (2P2)$ и $i = - (4P4)$, клинодомъ: $o = (2P\infty)$, $q = (3P\infty)$, $R = (4P\infty)$ и $H = (6P\infty)$, основной призмы $N = \infty P$, ортопризмы $\xi = \infty P9$ и клинопризмы $s = (\infty P2)$. И такъ имѣемъ:

$$+ P \,.\, + (3P3) \,.\, - P \,.\, - (2P2) \,.\, - (4P4) \,.\, (2P\infty) \,.\, (3P\infty) \,.\, (4P\infty) \,.\, (6P\infty) \,.\, \infty P \,.\, \infty P9 \,.\, (\infty P2).$$

Комбинація эта опредѣлена мною въ кристаллахъ русскаго эвклаза.

Фиг. 301 и 302.

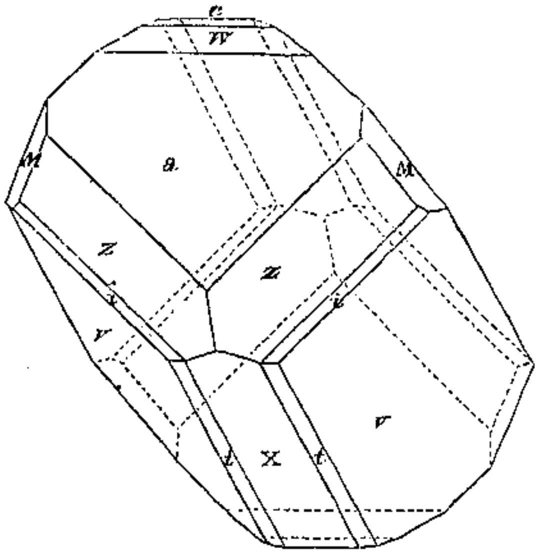


Фигуры 301 и 302 представляютъ комбинацію формъ: основной положительной гемипирамиды $v = + P$, положительной ортогемипирамиды $z = + 3P3$, положительной клиногемипирамиды $o = + (2P2)$, положительной гемидомы $x = + P\infty$, отрицательной гемидомы $w = - P\infty$, клинодомы $e = (P\infty)$, основной призмы $M = \infty P$, ортопризмы $l = \infty P2$, основнаго пинакоида $c = oP$, ортопинакоида $a = \infty P\infty$, и клинопинакоида $b = (\infty P\infty)$. И такъ имѣемъ:

$$+ P \,.\, + 3P3 \,.\, + (2P2) \,.\, + P\infty \,.\, - P\infty \,.\, (P\infty) \,.\, \infty P \,.\, \infty P2 \,.\, oP \,.\, \infty P\infty \,.\, (\infty P\infty).$$

Комбинація эта опредѣлена мною въ кристаллахъ монацита, сопровождающихъ эвклазъ въ оренбургскихъ золотоносныхъ розсыпяхъ.

Фиг. 303.

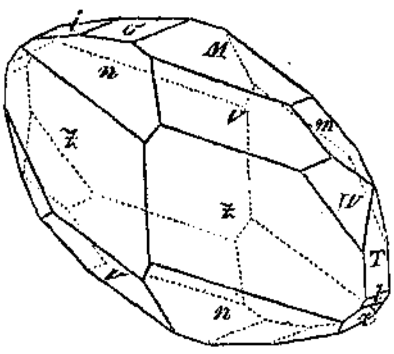


Фигура 303 представляетъ комбинацію формъ: основной положительной гемипирамиды $v = + P$, положительныхъ гемипирамидъ: $t = + P2$, $c = + 2P2$, $z = + 3P3$, положительной гемидомы $x = + P\infty$, отрицательной гемидомы $w = - P\infty$, основной призмы $M = \infty P$, и основнаго пинакоида $c = oP$. И такъ имѣемъ:

$$+ P \,.\, + P2 \,.\, + 2P2 \,.\, + 3P3 \,.\, + P\infty \,.\, - P\infty \,.\, \infty P \,.\, oP.$$

Комбинація эта опредѣлена мною въ кристаллахъ монацита изъ оренбургскихъ золотоносныхъ розсыпей.

Фиг. 304.

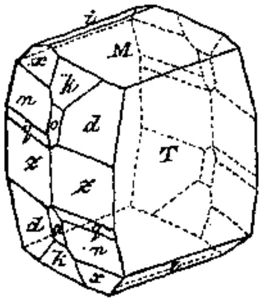


Фигура 304 представляетъ комбинацію формъ: основной положительной гемипирамиды $n = + P$, отрицательной гемипирамиды основнаго ряда $v = - \frac{1}{2}P$, отрицательной ортогемипирамиды $w = - 2P2$, положительныхъ гемидомъ: $\sigma = + \frac{1}{3}P\infty$, $i = + \frac{1}{2}P\infty$, $r = + P\infty$ и $l = + 2P\infty$, отрицательной гемидомы $m = - \frac{1}{2}P\infty$, основнаго пинакоида $M = oP$, и ортопинакоида $T = \infty P\infty$. И такъ имѣемъ:

$$+ P \,.\, - \tfrac{1}{2}P \,.\, - 2P2 \,.\, + \tfrac{1}{3}P\infty \,.\, + \tfrac{1}{2}P\infty \,.\, + P\infty \,.\, + 2P\infty \,.\, - \tfrac{1}{2}P\infty \,.\, oP \,.\, \infty P\infty.$$

Комбинація эта опредѣлена мною въ кристаллахъ багратіонита изъ Ахматовской минеральной копи (Уралъ).

Фиг. 305.

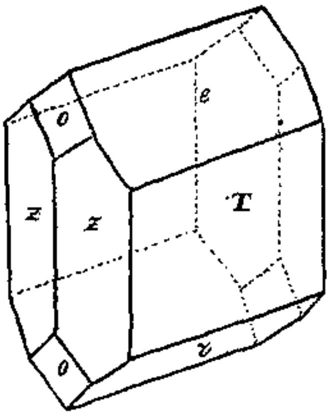


Фигура 305 представляетъ комбинацію формъ: основной положительной гемипирамиды $n = + \mathrm{P}$, положительныхъ ортогемипирамидъ: $x = + \frac{1}{2}\mathrm{P}$ и $q = + 2\mathrm{P}$, основной отрицательной гемипирамиды $d = - \mathrm{P}$, положительныхъ гемидомъ: $i = + \frac{1}{2}\mathrm{P}\infty$ и $r = + \mathrm{P}\infty$, клинодомъ $k = (\frac{1}{2}\mathrm{P}\infty)$ и $o = (\mathrm{P}\infty)$, основнаго пинакоида $\mathrm{M} = o\mathrm{P}$ и ортопинакоида $\mathrm{T} = \infty\mathrm{P}\infty$. И такъ имѣемъ:

$$+\mathrm{P} \,.\, +\tfrac{1}{2}\mathrm{P} \,.\, +2\mathrm{P} \,.\, -\mathrm{P} \,.\, +\tfrac{1}{2}\mathrm{P}\infty \,.\, +\mathrm{P}\infty \,.\, (\tfrac{1}{2}\mathrm{P}\infty) \,.\, (\mathrm{P}\infty) \,.\, o\mathrm{P} \,.\, \infty\mathrm{P}\infty.$$

Комбинація эта опредѣлена мною въ кристаллахъ уралъ-ортита изъ Ильменскихъ горъ (Уралъ).

Фиг. 306.

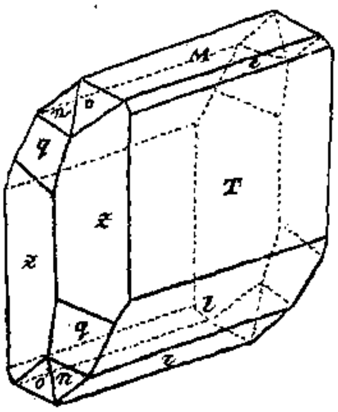


Фигура 306 представляетъ комбинацію формъ: основной призмы $z = \infty\mathrm{P}$, положительной гемидомы $r = + \mathrm{P}\infty$, отрицательной гемидомы $e = - \mathrm{P}\infty$, клинодомы $o = (\mathrm{P}\infty)$, и ортопинакоида $\mathrm{T} = \infty\mathrm{P}\infty$. И такъ имѣемъ:

$$\infty\mathrm{P} \,.\, + \mathrm{P}\infty \,.\, - \mathrm{P}\infty \,.\, (\mathrm{P}\infty) \,.\, \infty\mathrm{P}\infty.$$

Комбинація эта замѣчается въ кристаллахъ эпидота.

Фиг. 307.

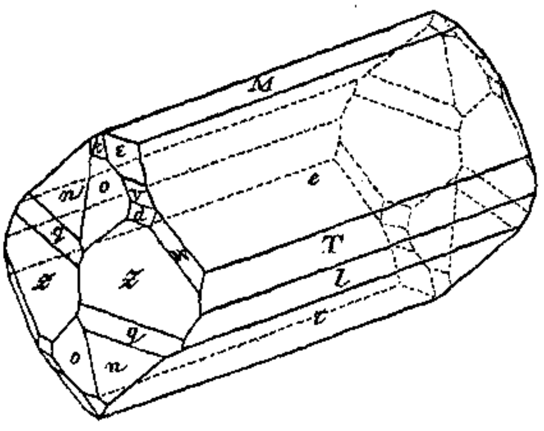


Фигура 307 представляетъ комбинацію формъ: основной положительной гемипирамиды $n = + \mathrm{P}$, положительной гемипирамиды основнаго ряда $q = + 2\mathrm{P}$, положительныхъ гемидомъ: $r = + \mathrm{P}\infty$ и $l = + 2\mathrm{P}\infty$, отрицательной гемидомы $e = - \mathrm{P}\infty$, клинодомы $o = (\mathrm{P}\infty)$, основнаго пинакоида $\mathrm{M} = o\mathrm{P}$, и ортопинакоида $\mathrm{T} = \infty\mathrm{P}\infty$. И такъ имѣемъ:

$$+ \mathrm{P} \,.\, + 2\mathrm{P} \,.\, + \mathrm{P}\infty \,.\, + 2\mathrm{P}\infty \,.\, - \mathrm{P}\infty \,.\, (\mathrm{P}\infty) \,.\, o\mathrm{P} \,.\, \infty\mathrm{P}\infty.$$

Комбинація эта опредѣлена мною въ кристаллахъ эпидота изъ Ахматовской минеральной копи (Уралъ).

Фиг. 308.



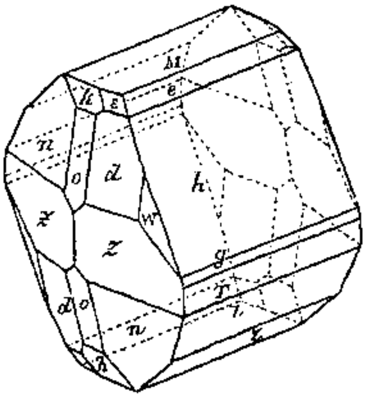
Фигура 308 представляетъ комбинацію формъ: основной положительной гемипирамиды $n = + \mathrm{P}$, положительной гемипирамиды основнаго ряда $q = + 2\mathrm{P}$, основной отрицательной гемипирамиды $d = - \mathrm{P}$, отрицательныхъ гемипирамидъ основнаго ряда: $\varepsilon = - \frac{1}{3}\mathrm{P}$ и $\nu = - \frac{1}{2}\mathrm{P}$, отрицательной орто-гемипирамиды $w = - 2\mathrm{P}2$, основной призмы $z = \infty\mathrm{P}$, положительныхъ гемидомъ: $r = + \mathrm{P}\infty$ и $l = + 2\mathrm{P}\infty$, отрицательной гемидомы $e = - \mathrm{P}\infty$,

клинодомъ: $k = (\frac{1}{2}P\infty)$, $o = (P\infty)$, основнаго пинакоида $M = oP$, и ортопинакоида $T = \infty P\infty$. И такъ имѣемъ:

$$+ P \,.\, + 2P \,.\, - P \,.\, - \tfrac{1}{3}P \,.\, - \tfrac{1}{2}P \,.\, - 2P2 \,.\, \infty P \,.\, + P\infty \,.\, + 2P\infty \,.\, - P\infty \,.\, (\tfrac{1}{2}P\infty) \,.\, (P\infty) \,.\, oP \,.\, \infty P\infty.$$

Комбинація эта опредѣлена мною въ кристаллахъ эпидота изъ Ахматовской копи (Уралъ).

Фиг. 309.

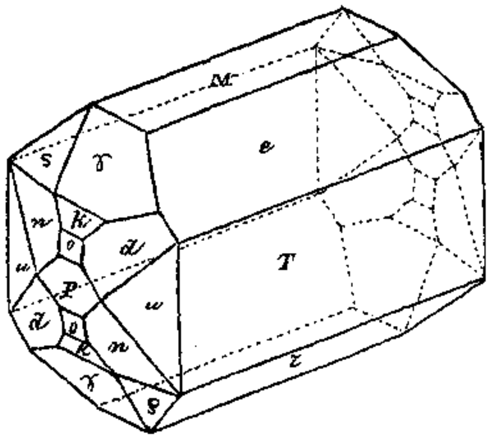


Фигура 309 представляетъ комбинацію формъ: основной положительной гемипирамиды $n = + P$, основной отрицательной гемипирамиды $d = - P$, отрицательной гемипирамиды основнаго ряда $\varepsilon = - \frac{1}{3}P$, отрицательной ортогемипирамиды $w = - 2P2$, положительныхъ гемидомъ $r = + P\infty$ и $l = + 2P\infty$, отрицательныхъ гемидомъ: $e = - P\infty$, $h = - 2P\infty$ и $g = - 3P\infty$, клинодомъ $k = (\frac{1}{2}P\infty)$ и $o = (P\infty)$, основной призмы $z = \infty P$, основнаго пинакоида $M = oP$, и ортопинакоида $T = \infty P\infty$. И такъ имѣемъ:

$$+ P \,.\, - P \,.\, - \tfrac{1}{3}P \,.\, - 2P2 \,.\, + P\infty \,.\, + 2P\infty \,.\, - P\infty \,.\, - 2P\infty \,.\, - 3P\infty \,.\, (\tfrac{1}{2}P\infty) \,.\, (P\infty) \,.\, \infty P \,.\, oP \,.\, \infty P\infty.$$

Комбинація эта опредѣлена мною въ кристаллахъ эпидота изъ Ахматовской минеральной копи (Уралъ).

Фиг. 310.

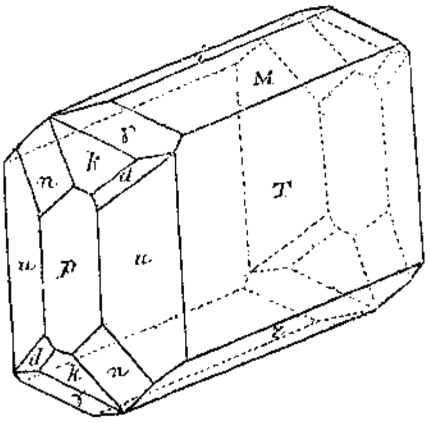


Фигура 310 представляетъ комбинацію формъ: основной положительной гемипирамиды $n = + P$, положительной гемипирамиды основнаго ряда $\varsigma = + \frac{1}{3}P$, основной отрицательной гемипирамиды $d = - P$, положительной гемидомы $r = + P\infty$, отрицательной гемидомы $e = - P\infty$, клинодомъ: $\gamma = (\frac{1}{3}P\infty)$, $k = (\frac{1}{2}P\infty)$ и $o = (P\infty)$, ортопризмы $u = \infty P2$, ортопинакоида $T = \infty P\infty$, клинопинакоида $P = (\infty P\infty)$, и основнаго пинакоида $M = oP$. И такъ имѣемъ:

$$+ P \,.\, + \tfrac{1}{3}P \,.\, - P \,.\, + P\infty \,.\, - P\infty \,.\, (\tfrac{1}{3}P\infty) \,.\, (\tfrac{1}{2}P\infty) \,.\, (P\infty) \,.\, \infty P2 \,.\, \infty P\infty \,.\, (\infty P\infty) \,.\, oP.$$

Комбинація эта опредѣлена мною въ кристаллахъ пушкинита (разности эпидота), встрѣчающихся въ золотоносныхъ розсыпяхъ, въ окрестностяхъ Екатеринбурга.

Фиг. 311.



Фигура 311 представляетъ комбинацію формъ: основной положительной гемипирамиды $n = +\,P$, основной отрицательной гемипирамиды $d = -\,P$, положительныхъ гемидомъ: $i = +\,\frac{1}{2}P\infty$ и $r = +\,P\infty$, клинодомъ: $\gamma = (\frac{1}{3}P\infty)$ и $k = (\frac{1}{2}P\infty)$, ортопризмы $u = \infty P2$, ортопинакоида $T = \infty P\infty$, клинопинакоида $P = (\infty P\infty)$, и основнаго пинакоида $M = oP$. И такъ имѣемъ:

$$+\,P\,.\,-\,P\,.\,+\,\tfrac{1}{2}P\infty\,.\,+\,P\infty\,.\,(\tfrac{1}{3}P\infty)\,.\,(\tfrac{1}{2}P\infty)\,.$$
$$\infty P2\,.\,\infty P\infty\,.\,(\infty P\infty)\,.\,oP.$$

Комбинація эта опредѣлена мною въ кристаллахъ уральскаго пушкинита.

ЛЕКЦІЯ ЧЕТЫРНАДЦАТАЯ.

ДИКЛИНОЭДРИЧЕСКАЯ СИСТЕМА.

(Тритопризматическая, **Митчерлихъ**; диклиническая, **Франкенгеймъ**; диклиноэдрическая, **Науманъ**, и проч.)

Хотя теоретически система диклиноэдрическая и возможна, однако же существованіе этой системы въ натуральныхъ кристаллахъ ещё не доказано желаемымъ образомъ. *Митчерлихъ*, въ 1826 году, описалъ кристаллы сѣрноватистокислой извести, и отнёсъ ихъ тогда къ особенной системѣ, которую онъ назвалъ «тритопризматическою», и которая въ послѣдствіи была названа **Науманомъ** «диклиноэдрическою». Въ новѣйшее время **Ф. Кобелль**, основываясь на своихъ ставроскопическихъ наблюденіяхъ, вывелъ заключеніе, что кристаллы сѣрноватистокислой извести принадлежатъ не къ диклиноэдрической, но къ триклиноэдрической системѣ. **Ф. Цефаровичъ**, въ концѣ прошедшаго 1862 года, въ запискахъ вѣнской академіи наукъ, публиковалъ обширную статью о кристаллахъ сѣрноватистокислой извести, въ которой приводитъ большое число результатовъ, произведенныхъ имъ точныхъ измѣреній, и положительнымъ образомъ доказываетъ, что заключеніе **Ф. Кобелля** справедливо, т. е. что кристаллы означеннаго выше вещества принадлежатъ дѣйствительно къ триклиноэдрической системѣ. Изъ сказаннаго усматривается, что диклиноэдрическая система ещё не открыта въ натуральныхъ кристаллахъ. По этой то причинѣ мы не будемъ входить здѣсь о ней въ большія подробности, а ограничимся только самыми главными основаніями.

Какъ уже выше было сказано (стр. 25), кристаллическія формы диклиноэдрической системы разсматриваются при помощи трехъ координатовыхъ поверхностей, изъ которыхъ только двѣ пересѣкаются между собою подъ прямымъ угломъ, а третія къ обѣимъ изъ нихъ косоугольна. Линія, происходящая отъ пересѣченія двухъ прямоугольныхъ между собою поверхностей координатъ, выбирается за *вертикальную* ось, и слѣдственно остальныя двѣ линіи пересѣченія помянутыхъ поверхностей содѣлываются *боковыми* осями, и называются, по своей величинѣ: *макродіагональною* и *брахидіагональною* осями. Вертикальную ось означаютъ чрезъ *a*, макродіагональную — чрезъ *b*, а брахидіагональную — чрезъ *c*. Прямой уголъ координатовыхъ поверхностей означается чрезъ A, а прочіе два косые — чрезъ B и C. Всѣ три косые угла, которые образуютъ между собою оси, означаются чрезъ α, β и γ.

Диклиноэдрическія пирамиды (фиг. 35, стр. 28) образованы изъ 8-ми треугольныхъ плоскостей, которыя четырехъ родовъ (т. е. каждая плоскость одинакова только со своею параллельною). Диклиноэдрическія пирамиды суть слѣдственно *сложныя* формы, состоящія изъ четырехъ паръ плоскостей, или *тетартопирамидъ* (четверть-пирамидъ), которыя другъ отъ друга независимы и могутъ являться въ комбинаціяхъ порознь.

Кромѣ диклиноэдрическихъ пирамидъ, возможны *три* рода *призматическихъ формъ* и *три*, соотвѣтствующіе координатовымъ поверхностямъ *пинакоида*. Вертикальныя призматическія формы, называемыя собственно *призмами*, состоятъ изъ плоскостей однаго рода и имѣютъ *ромбическое* поперечное сѣченіе; слѣдственно онѣ суть *простыя* формы. Прочія два рода призматическихъ формъ, параллельныхъ той или другой боковой оси и называемыхъ *макродомами* и *брахидомами*, состоятъ изъ плоскостей двухъ родовъ и имѣютъ *ромбоидальное* поперечное сѣченіе; слѣдственно онѣ суть формы *сложныя*, распадающіяся на двѣ *гемидомы*. Пинакоиды получаютъ названія по тѣмъ главнымъ сѣченіямъ, которымъ они идутъ параллельно; такимъ образомъ существуютъ: *основной* или *базопинакоидъ*, *макропинакоидъ* и *брахипинакоидъ*.

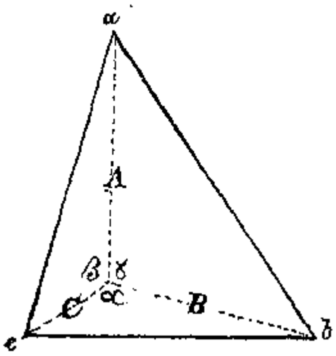
Полнота вертикальныхъ призмъ и прямоугольность двухъ вертикальныхъ координатовыхъ поверхностей составляютъ существенную особенность, которою диклиноэдрическая система отличается отъ триклиноэдрической.

ТРИКЛИНОЭДРИЧЕСКАЯ СИСТЕМА.

(Одно-и-одночленная, Вейсъ; клиноромбоидическая, Гаусманъ; тетартопризматическая, анортотипная, Мосъ; анортическая, Гайдингеръ; триклиническая, Франкенгеймъ; триклинометрическая, триклиноэдрическая, Науманъ; тетартоpомбическая, Брейтгауптъ; и проч.).

Главный геометрическій характеръ всѣхъ формъ триклиноэдрической системы, какъ мы уже видѣли (стр. 25), состоитъ въ томъ, что онѣ относятся къ трёмъ косоугольнымъ координатовымъ поверхностямъ, которыя даютъ три неравныя оси. Въ слѣдствіе этой косоугольности координатовыхъ поверхностей, формы триклиноэдрической системы представляютъ наименьшую симметричность въ сравненіи съ формами всѣхъ прочихъ системъ. **Науманъ** говоритъ: «Такъ, какъ для системы правильной, въ прямоугольности ея «координатовыхъ поверхностей и равенствѣ ея осей, даны условія *для* Maximum *симметріи*, такъ для триклиноэдрической системы, въ косоугольности ея координатовыхъ поверхностей и неравенствѣ ея осей, даны условія для Maximum *несимметріи*» и т. д.

Фиг. 312.



Три косыхъ угла координатовыхъ поверхностей можно означать буквами A, B и C, а имъ противоположные *углы осей*, чрезъ α, β и γ (фиг. 312). Эти послѣдніе углы осей α, β и γ обыкновенно бываютъ косые, но могутъ представиться случаи, при которыхъ одинъ изъ этихъ угловъ будетъ *прямымъ*, что впрочемъ нисколько не должно измѣнять условій системы.

Въ триклиноэдрической системѣ (подобно тому какъ въ ромбической) каждая ось имѣетъ свое особенное значеніе, или, такъ сказать, единственна въ своемъ родѣ; а потому выборъ вертикальной оси въ системѣ этой болѣе или менѣе произволенъ. Смотря на предметъ только съ математической точки зрѣнія, рѣшительно всё равно, будетъ ли выбрана за вертикальную та, или другая, или третія изъ осей; лишь бы для даннаго кристаллическаго ряда, ось выбранная одинъ разъ за вертикальную, сохраняла бы уже потомъ постоянно свое вертикальное положеніе. На практикѣ, за вертикальную ось выбираютъ обыкновенно ту изъ трехъ осей, которая по нѣкоторымъ отношеніямъ, оказывается къ тому наиболѣе пригодною. Чрезъ выборъ *вертикальной* оси, опредѣляются *двѣ боковыя* оси, которыя, въ основномъ главномъ сѣченіи основной формы каждаго кристаллическаго ряда, играютъ роль длинной и короткой діагоналей. Длинную ось называютъ *макродіагональю* или *макродіагональною осью*, а короткую — *брахидіагональю* или *брахидіагональною осью*.

Вертикальную полуось мы будемъ обозначать буквою *a*, макродіагональную — буквою *b*, и брахидіагональную — буквою *c*. Для большей соотвѣтсвенности и одноформенности, мы всегда будемъ полагать, что ось *a* образована пересѣченіемъ двухъ координатовыхъ поверхностей, наклоненныхъ между собою подъ угломъ A, что ось *b* происходитъ отъ пересѣченія координатовыхъ поверхностей, наклоненныхъ между собою подъ угломъ B, и что ось *c* происходитъ отъ пересѣченія координатовыхъ поверхностей, наклоненныхъ между собою подъ угломъ C.

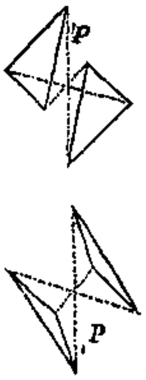
Сѣченіе проходящее чрезъ обѣ боковыя оси *b* и *c* называются: *базисомъ, основаніемъ*, или *основнымъ главнымъ сѣченіемъ;* сѣченіе, проходящее чрезъ вертикальную ось *a* и макродіагональную ось *b* — *макродіагональнымъ главнымъ сѣченіемъ*; а сѣченіе, проходящее чрезъ вертикальную ось *a* и брахидіагональную ось *c* — *брахидіагональнымъ главнымъ сѣченіемъ*.

Триклиноэдрическія формы удобнѣе разсматривать въ такомъ положеніи, при которомъ брахидіагональное главное сѣченіе обращено къ наблюдателю.

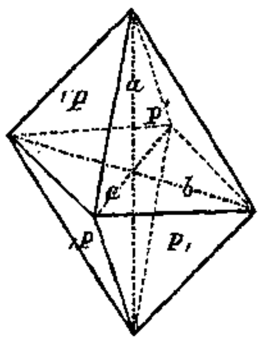
Триклиноэдрическія пирамиды.

Триклиноэдрическія пирамиды суть формы, ограниченыя 8-ю плоскостями, 12-ю *краями* и 6-ю углами (фиг. 315).

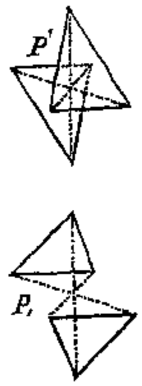
Фиг. 313 и 314.



Фиг. 315.



Фиг. 316 и 317.



Плоскости четырехъ родовъ, ибо только каждыя двѣ параллельныя плоскости равны и подобны, въ слѣдствіе чего каждая триклиноэдрическая пирамида распадается на четыре *тетартопирамиды* (четверть-пирамиды).

Края распадаются на шесть паръ (различныхъ по длинѣ и угловой мѣрѣ), изъ которыхъ всегда одна длинная и одна короткая пара лежатъ въ одномъ изъ трехъ главныхъ сѣченій. Края эти можно называть по тѣмъ сѣченіямъ въ которыхъ онѣ находятся; такимъ образомъ мы будемъ имѣть: *макродіагональные, брахидіагональные* и *основные* края.

Углы четырехгранные и трехъ родовъ, а именно: два конечныхъ угла, два острѣйшихъ среднихъ при концахъ длинной боковой оси, и два тупѣйшихъ среднихъ при концахъ короткой боковой оси.

Главныя сѣченія, и всѣ вообще параллельныя имъ сѣченія, суть *ромбоиды*.

Въ каждомъ кристаллическомъ ряду, одна изъ полныхъ триклиноэдрическихъ пирамидъ выбирается за *основную форму* и обозначается кристаллографическимъ знакомъ: $_{,}^{'}P_{,}^{'}$. Знакъ этотъ показываетъ, что полная пирамида состоитъ изъ четырехъ, независимыхъ другъ отъ друга частей, т. е. изъ четырехъ тетартопирамидъ: верхней правой = P'; верхней лѣвой = $'P$, нижней правой = $P,$, и нижней лѣвой = $,P$ (см. фиг. 313, 314, 315, 316 и 317). Отношеніе параметровъ плоскостей этой основной формы = $a : b : c$, при углахъ α, β и γ осей. Всѣ остальныя триклиноэдрическія пирамиды даннаго кристаллическаго ряда будутъ слѣдующія:

1) Триклиноэдрическія пирамиды, имѣющія одинаковое основаніе съ основною пирамидою, но болѣе острыя или болѣе тупыя, нежели эта послѣдняя. Острыя и тупыя пирамиды можно означить чрезъ $m_{,}^{'}P_{,}^{'}$, но въ первыхъ коэфиціентъ вертикальной оси $m>1$, а во вторыхъ $m<1$. Отношеніе параметровъ плоскостей этихъ пирамидъ будетъ очевидно = $ma : b : c$, гдѣ $m>1$ или $m<1$. Пирамиды эти можно называть *пирамидами основнаго ряда.*

Всѣ пирамиды основнаго ряда заключаются между двумя предѣлами: безконечно-острою пирамидою, т. е. между основною *ромбоидальною* призмою $= \infty'P'$ и безконечно-тупою пирамидою, т. е. основнымъ пинакоидомъ $=$ оР. И такъ имѣемъ:

$$oP\ .\ .\ .\ .\ .\ \overset{m<1}{m,'P,'}\ .\ .\ .\ .\ .\ ,'P,'\ .\ .\ .\ .\ .\ \overset{m>1}{m,'P,'}\ .\ .\ .\ .\ .\ \infty'P'.$$

Этотъ рядъ собственно *четверной*, ибо каждый изъ его членовъ, за исключеніемъ двухъ предѣльныхъ, распадается на четыре тетартопирамиды $mP',$ $m'P$, mP, и m,P, которыя одна отъ другой независимы. Первый предѣльный членъ оР, какъ уже сказано, есть основная пара (базопинакоидъ), а второй $\infty'P'$ есть вертикальная призма съ ромбоидальнымъ поперечнымъ сѣченіемъ, которая по этому распадается только на двѣ гемипризмы: $\infty P',$ и $\infty'P$.

2) Триклиноэдрическія пирамиды, параметръ плоскостей которыхъ на *макродіагональной* оси b болѣе, нежели у основной формы. Отношеніе параметровъ въ этомъ случаѣ будетъ $= ma : nb : c$, гдѣ $m \gtreqless 1$, а $n > 1$. Пирамиды этого рода можно называть *макропирамидами* и означать ихъ чрезъ $m,'\bar{P},'n$, гдѣ знакъ — (длинный) показываетъ, что коэфиціентъ n относится къ *макродіагональной* оси. Макропирамидъ можетъ существовать множество; однѣ изъ нихъ будутъ: $m,'\bar{P},'n$, гдѣ $m \gtrless 1$ и $n > 1$, а другія $,'\bar{P},'n$, гдѣ $m = 1$ и $n > 1$.

Всѣ макропирамиды заключаются между двумя предѣлами: безконечно-острою макропирамидою, т. е. макропризмою $= \infty'\bar{P}'n$, и безконечно-тупою макропирамидою, т. е. основнымъ пинакоидомъ $=$ оР. И такъ имѣемъ:

$$oP\ .\ .\ .\ .\ .\ \overset{m<1}{m,'\bar{P},'n}\ .\ .\ .\ .\ .\ ,'\bar{P},'n\ .\ .\ .\ .\ .\ \overset{m>1}{m,'\bar{P},'n}\ .\ .\ .\ .\ .\ \infty'\bar{P}'n.$$

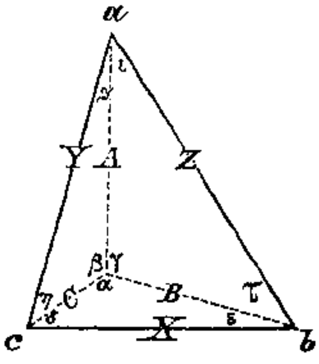
3) Триклиноэдрическія пирамиды, параметръ плоскостей которыхъ на брахидіагональной оси c болѣе, нежели у основной формы. Отношеніе параметровъ въ этомъ случаѣ будетъ $= ma : b : nc$, гдѣ $m \gtreqless 1$, а $n > 1$. Пирамиды этого рода можно называть *брахипирамидами*, и означать чрезъ $m,'P,'n$. Брахипирамидъ можетъ существовать множество; однѣ изъ нихъ будутъ $m,'\breve{P},'n$, гдѣ $m \gtrless 1$ и $n > 1$, а другія $,'\breve{P},'n$, гдѣ $m = 1$ и $n > 1$.

Всѣ брахипирамиды заключаются между двумя предѣлами: безконечно-острою пирамидою, т. е. брахипризмою $\infty'\breve{P}'n$, и безконечно-тупою пирамидою, т. е. основнымъ пинакоидомъ $=$ оР. И такъ имѣемъ:

$$oP\ .\ .\ .\ .\ .\ \overset{m<1}{m,'\breve{P},'n}\ .\ .\ .\ .\ .\ ,'\breve{P},'n\ .\ .\ .\ .\ .\ \overset{m>1}{m,'\breve{P},'n}\ .\ .\ .\ .\ .\ \infty'\breve{P}'n.$$

Означивъ чрезъ X, Y и Z три края тетартопирамиды (четверть пирамиды) основной формы, и именно: чрезъ X край лежащій противъ оси a, чрезъ Y край лежащій противъ оси b, и чрезъ Z, край лежащій противъ оси c; далѣе: чрезъ δ и ε, ϑ и η, τ и ι — углы

Фиг. 318.



главныхъ сѣченій, основнаго, брахидіагональнаго и макродіагональнаго (фиг. 318), и принявъ въ соображеніе уже данныя выше обозначенія, — для вычисленій разныхъ элементовъ основной пирамиды, Науманъ даетъ слѣдующія формулы:

$$\cos \alpha = \frac{\cos A + \cos B \,.\, \cos C}{\sin B \,.\, \sin C}$$

$$\cos \beta = \frac{\cos B + \cos C \,.\, \cos A}{\sin C \,.\, \sin A}$$

$$\cos \gamma = \frac{\cos C + \cos A \,.\, \cos B}{\sin A \,.\, \sin B}$$

$$\sin \alpha : \sin \beta : \sin \gamma = \sin A : \sin B : \sin C$$

$$\operatorname{tang} \delta = \frac{b \,.\, \sin \alpha}{c - b \,.\, \cos \alpha} \qquad \operatorname{tang} \eta = \frac{a \,.\, \sin \beta}{c - a \,.\, \cos \beta}$$

$$\operatorname{tang} \vartheta = \frac{c \,.\, \sin \beta}{a - \cos \beta} \qquad \operatorname{tang} \iota = \frac{b \,.\, \sin \gamma}{a - b \,.\, \cos \gamma}$$

$$\operatorname{tang} \tau = \frac{a \,.\, \sin \gamma}{b - a \,.\, \cos \gamma} \qquad \alpha + \delta + \varepsilon = 180^\circ$$

$$\beta + \vartheta + \eta = 180^\circ$$

$$\operatorname{tang} \varepsilon = \frac{c \,.\, \sin \alpha}{b - c \,.\, \cos \alpha} \qquad \gamma + \tau + \iota = 180^\circ$$

$$\operatorname{tang} \tfrac{1}{2} (X + Y) = \cot \tfrac{1}{2} C \frac{\cos \frac{1}{2} (\eta - \delta)}{\cos \frac{1}{2} (\eta + \delta)}$$

$$\operatorname{tang} \tfrac{1}{2} (X - Y) = \cot \tfrac{1}{2} C \frac{\sin \frac{1}{2} (\eta - \delta)}{\sin \frac{1}{2} (\eta + \delta)}$$

$$\operatorname{tang} \tfrac{1}{2} (Z + X) = \cot \tfrac{1}{2} B \frac{\cos \frac{1}{2} (\varepsilon - \tau)}{\cos \frac{1}{2} (\varepsilon + \tau)}$$

$$\operatorname{tang} \tfrac{1}{2} (Z - X) = \cot \tfrac{1}{2} B \frac{\sin \frac{1}{2} (\varepsilon - \tau)}{\sin \frac{1}{2} (\varepsilon + \tau)}$$

$$\operatorname{tang} \tfrac{1}{2} (Y + Z) = \cot \tfrac{1}{2} A \frac{\cos \frac{1}{2} (\iota - \vartheta)}{\cos \frac{1}{2} (\iota + \vartheta)}$$

$$\operatorname{tang} \tfrac{1}{2} (Y - Z) = \cot \tfrac{1}{2} A \frac{\sin \frac{1}{2} (\iota - \vartheta)}{\sin \frac{1}{2} (\iota + \vartheta)}$$

Хотя формулы эти выведены для тетартопирамиды основной формы, но очевидно онѣ могутъ служить и для всякой другой тетартопирамиды; для этого стоитъ только, вмѣсто a, b и c подставить ma, nb и nc, смотря потому съ какою тетартопирамидою имѣютъ дѣло.

Ещё должно при этомъ замѣтить, что въ данныхъ выше формулахъ, углы A, B и C, α, β и γ предположены *острыми*, почему если въ нѣкоторыхъ особенныхъ случаяхъ нѣкоторые изъ нихъ окажутся *тупыми*, то это обстоятельство должно тогда будетъ принять въ соображеніе. При тупыхъ углахъ, ихъ косинусы должно вводить въ формулы отрицательными.

Призматическія формы (гемипризмы и гемидомы).

Формы эти суть формы открытыя, состоящія изъ плоскостей, параллельныхъ той, или другой, или третьей оси. По этому, всѣ призматическія формы триклиноэдрической системы являются: или въ видѣ призмъ *вертикальныхъ*, или въ видѣ двухъ родовъ призмъ *наклонныхъ*. Согласно съ Науманомъ, мы будемъ называть только вертикальныя призмы собственно *призмами*, а прочія наклонныя призмы — *домами*. Послѣднія подраздѣляются на *макродомы* и *брахидомы*.

Призмы.

Формы эти ограничены 4-мя плоскостями, параллельными вертикальной оси a. Поперечное сѣченіе всѣхъ триклиноэдрическихъ призмъ есть *ромбоидъ*, почему призмы эти распадаются, каждая на двѣ *гемипризмы*, т. е. на двѣ отдѣльныя пары плоскостей, одна отъ другой независимыя. Въ математическомъ смыслѣ, триклиноэдрическія призмы суть триклиноэдрическія пирамиды, безконечно-острыя по вертикальному направленію (т. е. въ знакахъ которыхъ $m = \infty$), а потому онѣ должны подраздѣляться точно также, какъ и эти послѣднія. Такимъ образомъ существуютъ: *призма основнаго ряда* или просто *основная призма* $= \infty'P'$, *макропризма* $= \infty'\bar{P}'n$, и *брахипризма* $= \infty'\breve{P}'n$. Въ этихъ знакахъ призмъ, всегда $n > 1$.

Всѣ макропризмы заключаются между двумя предѣлами: основною призмою $= \infty'P'$ и макропинакоидомъ $= \infty\bar{P}\infty$. И такъ имѣемъ:

$$\infty'P' \,.\,.\,.\,.\,.\, \infty'\bar{P}'n \,.\,.\,.\,.\,.\, \infty\bar{P}\infty.$$

Всѣ ортопризмы заключаются между двумя предѣлами: между основною призмою и ортопинакоидомъ. И такъ имѣемъ:

$$\infty'P' \,.\,.\,.\,.\,.\, \infty'\breve{P}'n \,.\,.\,.\,.\,.\, \infty\breve{P}\infty.$$

Макродомы.

Формы эти ограничены 4-мя плоскостями, параллельными макродіагональной оси b. Поперечное сѣченіе макродомъ есть *ромбоидъ*, изъ чего уже усматривается, что каждая изъ нихъ распадается на двѣ макродіагональныя *гемидомы*, которыя можно означить чрезъ $m'\bar{P}'\infty$ и чрезъ $m,\bar{P},\infty$ (если брахидіагональная ось обращена къ наблюдателю). Знакъ полной макродомы будетъ $= m,'\bar{P},'\infty$, гдѣ $m \gtreqless 1$.

Всѣ макродомы заключаются между двумя предѣлами: основнымъ пинакоидомъ $=$ oP и макропинакоидомъ $= \infty\bar{P}\infty$. И такъ имѣемъ:

$$\mathrm{oP} \;.\;.\;.\;.\;.\; \overset{m<1}{m,'\bar{\mathrm{P}},'\infty} \;.\;.\;.\;.\;.\; ,'\tilde{\mathrm{P}},'\infty \;.\;.\;.\;.\;.\; \overset{m>1}{m,'\bar{\mathrm{P}},'\infty} \;.\;.\;.\;.\;.\; \infty\bar{\mathrm{P}}\infty.$$

Брахидомы.

Формы эти ограничены 4-мя плоскостями, параллельными брахидіагональной оси c. Поперечное сѣченіе брахидомъ есть *ромбоидъ*, слѣдственно каждая изъ нихъ состоитъ изъ двухъ брахидіагональныхъ *гемидомъ*, которыя можно означить чрезъ $m,\breve{\mathrm{P}}'\infty$ и чрезъ $m'\breve{\mathrm{P}},\infty$. По этому, знакъ полной брахидомы будетъ $= m,'\breve{\mathrm{P}},'\infty$, гдѣ $m \gtreqless 1$.

Всѣ брахидомы заключаются между двумя предѣлами: основнымъ пинакоидомъ $=$ oP и ортопинакоидомъ $= \infty\breve{\mathrm{P}}\infty$. И такъ имѣемъ:

$$\mathrm{oP} \;.\;.\;.\;.\;.\; \overset{m<1}{m,'\breve{\mathrm{P}},'\infty} \;.\;.\;.\;.\;.\; ,'\breve{\mathrm{P}},'\infty \;.\;.\;.\;.\;.\; \overset{m>1}{m,'\breve{\mathrm{P}},'\infty} \;.\;.\;.\;.\;.\; \infty\breve{\mathrm{P}}\infty.$$

Пинакоиды.

Пинакоиды суть отдѣльныя плоскости, параллельныя основному, макродіагональному и брахидіагональному главнымъ сѣченіямъ. По этому, существуетъ три рода пинакоидовъ: *основной пинакоидъ* или *базопинакоидъ* $=$ oP, *макропинакоидъ* $= \infty\bar{\mathrm{P}}\infty$ и *брахипинакоидъ* $= \infty\breve{\mathrm{P}}\infty$.

Выводъ и общій обзоръ формъ триклиноэдрической системы.

Въ триклиноэдрической системѣ представителями всѣхъ формъ служатъ *триклиноэдрическія пирамиды;* въ этомъ убѣдиться не трудно. Всѣ прочія формы системы (т. е. призмы, домы и пинакоиды) могутъ быть разсматриваемы, какъ частные случаи данныхъ триклиноэдрическихъ пирамидъ.

Выводъ всѣхъ формъ триклиноэдрической системы можетъ быть произведенъ точно такимъ же образомъ, какъ въ системахъ ромбической и моноклиноэдрической.

Мы выше видѣли, что въ данномъ кристаллическомъ ряду могутъ существовать только *три* рода триклиноэдрическихъ пирамидъ: пирамиды основнаго ряда $= m,'\mathrm{P},'$, макропирамиды $= m,'\bar{\mathrm{P}},'n$, и брахипирамиды $= m,'\breve{\mathrm{P}},'n$. И такъ, чтобы найти теперь, какія другія формы возможны въ триклиноэдрической системѣ, стоитъ только посмотрѣть: какіе частные случаи будутъ возможны, когда перемѣнные коэфиціенты m и n, мы будемъ превращать въ постоянныя величины. Такимъ образомъ получимъ:

Когда $m = \infty$, тогда пирамиды основнаго ряда превращаются въ *основную призму* $= \infty\,'\mathrm{P}'_{,}$ макропирамиды — въ *макропризмы* $= \infty'\bar{\mathrm{P}}n'_{,}$ брахипирамиды — въ *брахипризмы* $= \infty'\breve{\mathrm{P}}'n$.

Когда $n = \infty$, тогда макропирамиды превращаются въ *макродомы* $= m,'\bar{P},'\infty$, и брахипирамиды въ *брахидомы* $= m,'\breve{P},'\infty$.

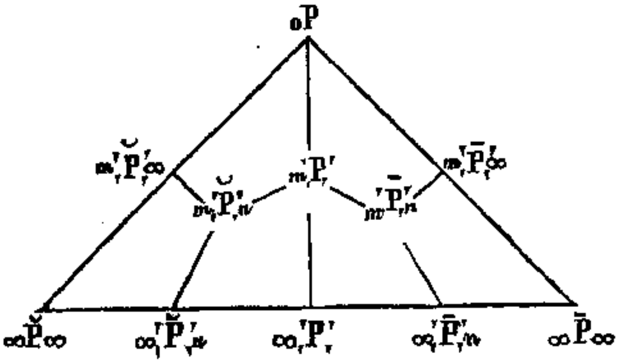
Когда $m = \infty$ и $n = \infty$, тогда макропирамиды превращаются въ *макропинакоидъ* $= \infty\bar{P}\infty$, а брахипирамиды — въ *брахипинакоидъ* $= \infty\breve{P}\infty$.

Когда $m = o$, тогда пирамиды основнаго ряда, макропирамиды и брахипирамиды превращаются въ *основной пинакоидъ* $= oP$.

Когда $m = 1$ и $n = 1$, тогда пирамиды основнаго ряда, макропирамиды и брахипирамиды превращаются въ *основную форму* $= ,'P,'$.

Когда $m = 1$, тогда пирамиды основнаго ряда превращаются въ *основную форму* $=$ $,'P,'$, а макропирамиды и брахипирамиды въ *макродому* $= ,'\bar{P},'\infty$ и въ *брахидому* $= ,'\breve{P},'\infty$, т. е. въ такія домы, у которыхъ вертикальная ось имѣетъ одинаковую длину съ вертикальною осью основной формы.

Фиг. 319.

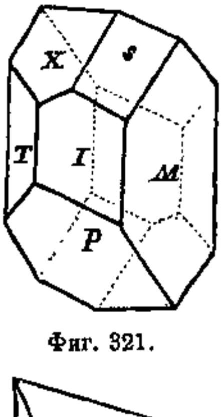


Для общаго обзора и показанія взаимныхъ отношеній формъ триклиноэдрической системы, можно употреблять треугольную хему **Наумана** (фиг. 319).

Хема эта не требуетъ дальнѣйшаго объясненія.

КОМБИНАЦІИ ТРИКЛИНОЭДРИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ.

Фиг. 320.

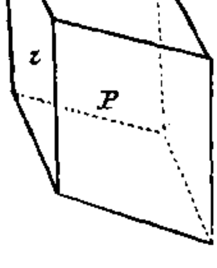


Фигура 320 представляетъ комбинацію формъ: основнаго пинакоида $P = oP$, брахипинакоида $M = \infty\breve{P}\infty$, верхней правой тетартопирамиды $s = P'$, правой гемипризмы $l = \infty P'$, лѣвой гемипризмы $T = \infty'P$, и макродіагональной гемидомы $x = 'P'\infty$. И такъ имѣемъ:

$$oP \,.\, \infty\breve{P}\infty \,.\, P' \,.\, \infty'P \,.\, \infty P' \,.\, 'P'\infty.$$

Комбинація эта замѣчается въ кристаллахъ альбита.

Фиг. 321.

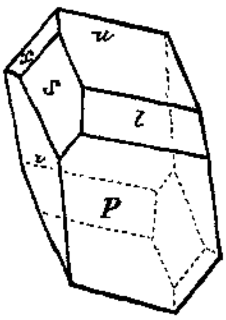


Фигура 321 представляетъ комбинацію формъ: макропинакоида $r = \infty\bar{P}\infty$, лѣвой гемипризмы $P = \infty'P$, и лѣвой верхней тетартопирамиды $u = 'P$. И такъ имѣемъ:

$$\infty\bar{P}\infty \,.\, \infty'P \,.\, 'P.$$

Комбинація эта замѣчается въ кристаллахъ аксинита.

Фиг. 322.

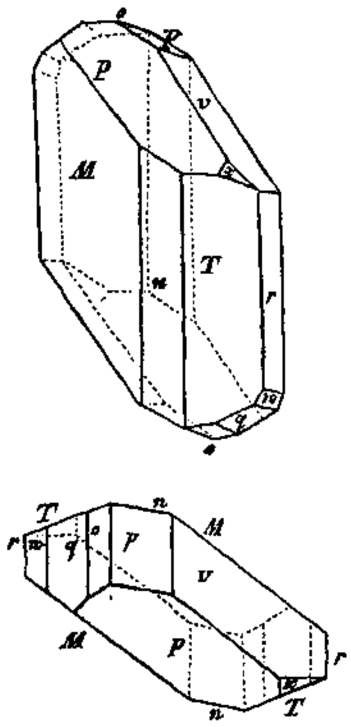


Фигура 322 представляетъ комбинацію формъ: макропинакоида $r = \infty\bar{P}\infty$, лѣвой гемипризмы $P = \infty{}'P$, лѣвой верхней тетартопирамиды $u = {}'P$, лѣвой верхней тетартопирамиды $l = 2{}'P$, макродіагональной тетартопирамиды (лѣвой, верхней) $s = 3{}'\bar{P}3$ и макродіагональной гемидомы $x = 2{}'\bar{P}'\infty$. И такъ имѣемъ:

$$\infty\bar{P}\infty \,.\, \infty{}'P \,.\, {}'P \,.\, 2{}'P \,.\, 3{}'\bar{P}3 \,.\, 2{}'\bar{P}'\infty.$$

Комбинація эта замѣчается въ кристаллахъ аксинита.

Фиг. 323 и 324.



Фигуры 323 и 324 представляютъ комбинацію кристалла, составленнаго изъ слѣдующихъ формъ: основнаго пинакоида $o = oP$, макропинакоида $n = \infty\bar{P}\infty$, брахипинакоида $r = \infty\breve{P}\infty$, правой гемипризмы $T = \infty P'$, лѣвой гемипризмы $M = \infty{}'P$, верхней правой тетартопирамиды $P = P'$, брахидіагональныхъ гемидомъ: $p = {}_,\breve{P}'\infty$ и $v = 2{}_,\breve{P}'\infty$, брахидіагональной тетартопирамиды (верхней, правой) $x = 3\breve{P}'3$, и брахидіагональныхъ гемидомъ: $q = {}'\breve{P}{}_,\infty$ и $w = 2{}'\breve{P}{}_,\infty$. И такъ имѣемъ:

$$oP \,.\, \infty\bar{P}\infty \,.\, \infty\breve{P}\infty \,.\, \infty P' \,.\, \infty{}'P \,.\, P' \,.\, {}_,\breve{P}'\infty \,.\, 2{}_,\breve{P}'\infty \,.$$
$${}'\breve{P}{}_,\infty \,.\, 2{}'\breve{P}{}_,\infty \,.\, 3\breve{P}'3.$$

Комбинація эта замѣчается въ кристаллахъ мѣднаго купороса.

КРАТКОЕ ПОНЯТІЕ О НѢКОТОРЫХЪ ГРАФИЧЕСКИХЪ МЕТОДАХЪ ПРЕДСТАВЛЕНІЯ КРИСТАЛЛИЧЕСКИХЪ ФОРМЪ.

Кромѣ представленія кристаллическихъ формъ перспективными чертежами, которые производятъ на нашъ глазъ впечатлѣніе, тождественное съ впечатлѣніемъ, производимымъ самою формою, въ послѣднее время нашли полезнымъ употреблять также для этой цѣли другія методы, называемыя вообще *графическими*. Методы эти дѣйствительно оказываютъ большую услугу, и часто различныя кристаллографическія отношенія, которыхъ невозможно бы было открыть, при помощи однаго перспективнаго чертежа кристалла, усматриваются легко и ясно изъ его графическаго чертежа. Въ особенности изученіе поясовъ, играющихъ столь важную роль, графическою методою значительно облегчается.

Предѣлы нашего курса не дозволяютъ намъ войти во всѣ подробности помянутыхъ методъ, а потому мы ограничимся здѣсь сообщеніемъ о нихъ только самыхъ краткихъ свѣдѣній. Любознательнаго слушателя, желающаго ознакомиться съ предметомъ основательнѣе, мы отсылаемъ къ знаменитому сочиненію Миллера: A treatise on crystallography, London, 1839, переведённому на французскій языкъ Сенармономъ, а на нѣмецкій — Грайлихомъ; а также къ сочиненіямъ: Неймана — Beiträge zur Krystallonomie, Berlin und Posen, 1823; и Квенштета — Handbuch der Mineralogie, Tübingen, 1863.

Кристаллическія формы представляются графически посредствомъ трехъ родовъ хематическихъ проэкцій: *гномонической*, *стереографической* и *линейной*.

1) Метода *гномонической* проэкціи основана на томъ, что *центро-нормальныя* плоскостей, лежащихъ въ одномъ и томъ же поясѣ, заключаются въ *одной* и той же плоскости; слѣдственно, и точки пересѣченія всѣхъ этихъ нормальныхъ съ какою нибудь плоскостію, выбранною для построенія, заключаются въ *одной* прямой линіи. Подобныя линіи Нейманъ называетъ *линіями поясовъ* (Zonenlinien), а точки пересѣченія нормальныхъ съ плоскостію, выбранною для построенія, *мѣстами поясовъ* (Flächenorte).

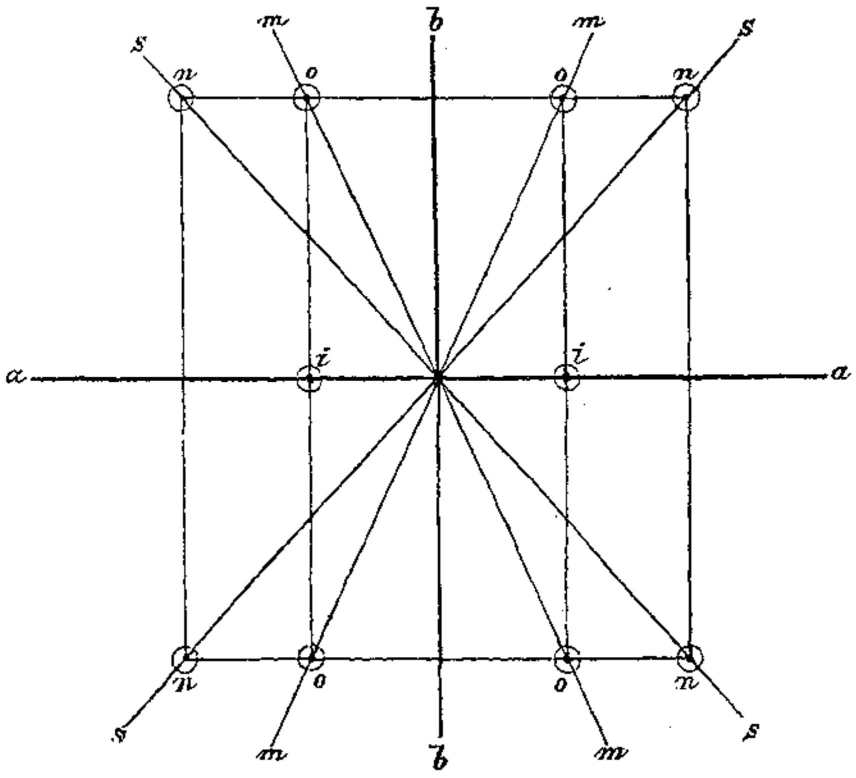
2) Въ *стереографической* проэкціи пункты и круги шаровой поверхности нанесены на поверхность большаго круга, посредствомъ соединенія этихъ пунктовъ и круговъ съ полюсомъ помянутаго большаго круга, прямыми линіями. При этомъ предположеніи, глазъ наблюдателя, помѣщенный въ полюсѣ большаго или *основнаго круга*, усматриваетъ проэкцію каждаго изъ означенныхъ пунктовъ такъ, какъ это показываетъ стереографическій чертежъ, въ которомъ поверхность основнаго круга пересѣчена лучами зрѣнія.

3) Метода *линейной* проэкціи основана на томъ, что если всѣ плоскости однаго и того же пояса перенести, параллельно имъ самимъ, въ *одинъ и тотъ же пунктъ*, то онѣ пересѣкутся въ *одной и той же линіи*, которая очевидно есть ось даннаго пояса. По этому, если пересѣчь такой поясъ какою нибудь плоскостію, или плоскостію построенія, то данный поясъ представится тогда въ видѣ системы *прямыхъ линій, пересѣкающихся въ одной и той же точкѣ*. Изъ этого правила исключаются только тѣ пояса, которыхъ оси *параллельны* плоскости построенія, и линіи пересѣченія которыхъ представятся по этому въ видѣ *системы параллельныхъ линій*.

Для примѣра, представимъ кристаллъ александрита (разность хризоберилла) посредствомъ трехъ вышеупомянутыхъ проэкцій. Положимъ, что выбранный нами кристаллъ александрита заключаетъ въ себѣ слѣдующія формы:

$$o = \mathrm{P},\ n = 2\breve{\mathrm{P}}2,\ \mathrm{M} = \infty\mathrm{P},\ s = \infty\breve{\mathrm{P}}2,\ i = \breve{\mathrm{P}}\infty,\ a = \infty\breve{\mathrm{P}}\infty,\ b = \infty\bar{\mathrm{P}}\infty.$$

Фиг. 325.

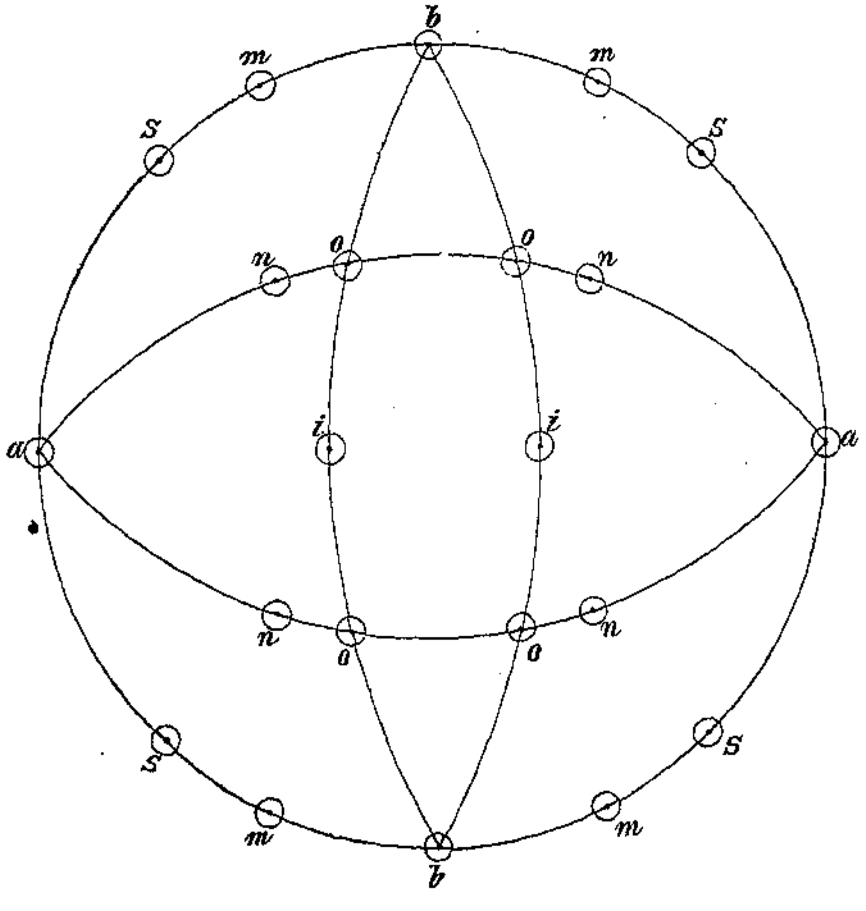


Кристаллъ александрита, представленный посредствомъ гномонической проэкціи.

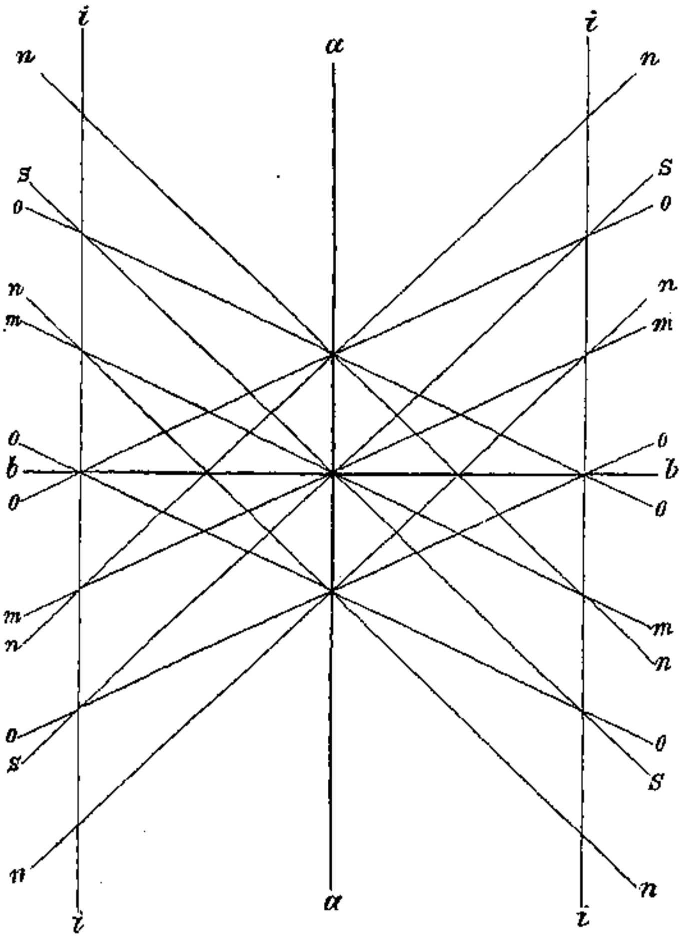
Плоскостію построенія въ этомъ чертежѣ (фиг. 325) служитъ: плоскость, параллельная съ плоскостію основнаго пинакоида = oP, и проходящая чрезъ единицу вертикальной оси *a*.

Кристаллъ александрита, представленный посредствомъ стереографической проэкціи.

Фиг. 326.



Чертежъ этотъ (фиг. 326) исполненъ при слѣдующихъ предположеніяхъ: a) центръ шаровой поверхности совпадаетъ съ центромъ кристалла; b) центро-нормальныя всѣхъ плоскостей, продолжены до пересѣченія съ шаровою поверхностію; c) поверхность основнаго круга (плоскость построенія) проходитъ чрезъ центръ кристалла и параллельна плоскости основнаго пинакоида = oP; d) точки пересѣченія центро-нормальныхъ одной половины шаровой поверхности (верхней или



Фиг. 327.

нижней), соединены съ полюсомъ другой половины этой шаровой поверхности (гдѣ находится глазъ), прямыми линіями.

Кристаллъ александрита, представленный посредствомъ линейной проэкціи.

Въ чертежѣ этомъ (Фиг. 327) плоскостію построенія служитъ: поверхность, проходящая чрезъ центръ кристалла и параллельная плоскости основнаго пинакоида = оР. Всѣ плоскости перенесены, параллельно имъ самимъ, въ одинъ и тотъ же пунктъ, лежащій при единицѣ вертикальной оси *a*.

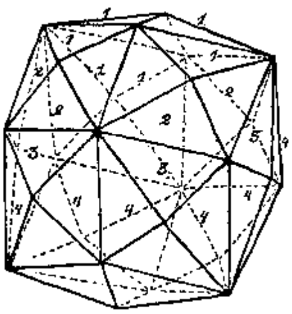
ПРЕДСТАВЛЕНІЕ ФОРМЪ ПРАВИЛЬНОЙ СИСТЕМЫ ВЪ ВИДѢ ТЕТРАГОНАЛЬНЫХЪ, ГЕКСАГОНАЛЬНЫХЪ И РОМБИЧЕСКИХЪ КОМБИНАЦІЙ.

Окончивъ общее разсмотрѣніе кристаллическихъ формъ, считаю не излишнимъ обратить теперь вниманіе слушателей на тѣ отношенія симметріи формъ системы правильной, по которымъ формы эти дозволяютъ себя разсматривать, какъ комбинаціи системъ: тетрагональной, гексагональной и ромбической.

Если сорокавосьмигранникъ$=mOn$, а слѣдственно и всякая другая форма правильной системы, будетъ приведена въ такое положеніе, при которомъ *тригональная* промежуточная ось T займётъ *вертикальное* положеніе, то сорокавосьмигранникъ, или всякую другую форму правильной системы, можно въ этомъ положеніи разсматривать такъ, какъ будто бы мы имѣли предъ собою *комбинацію гексагональной системы.* При вертикальности *ромбической* промежуточной оси R, каждую форму системы правильной можно разсматривать, какъ *комбинацію ромбической системы.* Наконецъ, при нормальномъ положеніи каждой формы помянутой системы, данную форму можно также разсматривать какъ *комбинацію тетрагональной системы.* Въ самомъ дѣлѣ, напримѣръ:

Въ сорокавосьмигранникѣ = mOn, котораго одна изъ тригональныхъ осей T вертикальна, плоскости распадаются на четыре главныя группы или ряда. Каждая изъ этихъ группъ, совокупностью плоскостей своихъ образуетъ скаленоэдръ. Такимъ образомъ: рядъ плоскостей, означенныхъ на фигурѣ 328 цифрою 1, образуетъ тупой скаленоэдръ; рядъ плоскостей, означенныхъ цифрою 2 — скаленоэдръ болѣе острый; рядъ плоскостей, означенныхъ цифрою 3 — скаленоэдръ ещё болѣе острѣйшій; и наконецъ рядъ плоскостей, означенныхъ цифрою 4 — самый острый скаленоэдръ комбинаціи. Очевидно, что въ нѣкоторыхъ случаяхъ, тотъ или другой изъ трехъ рядовъ плоскостей 1, 2 и 3, можетъ образовать гексагональную пирамиду, а рядъ 4 — дигексагональную призму (случай пирамидальнаго ромбическаго додекаэдра). Октаэдръ, приведенный въ такое же положеніе, получаетъ видъ комбинаціи, состоящей изъ ромбоэдра и базопинакоида; кубъ — ромбоэдра; ромбическій додекаэдръ — комбинаціи ромбоэдра со второю гексагональною призмою; трапецоэдръ — комбинаціи ромбоэдра и скаленоэдра, и т. д.

Фиг. 328.



Точно такое же распредѣленіе ромбическихъ или также тетрагональныхъ формъ, можно найти въ формахъ правильной системы, если эти послѣднія будутъ поставлены приличнымъ для того образомъ.

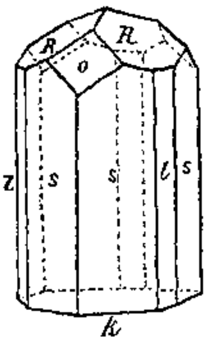
ЛЕКЦІЯ ПЯТНАДЦАТАЯ.

ГЕМИМОРФИЗМЪ НѢКОТОРЫХЪ КРИСТАЛЛОВЪ.

Въ нѣкоторыхъ натуральныхъ кристаллахъ, не принадлежащихъ къ системѣ правильной, замѣчается весьма любопытное явленіе, а именно: кристаллы эти, на противоположныхъ концахъ вертикальной оси, бываютъ правильно ограничены плоскостями совершенно *различныхъ* формъ; подобно тому, какъ будто бы верхній конецъ такихъ кристалловъ принадлежалъ одному недѣлимому, а нижній — другому. По этому, названіе «*гемиморфизмъ*», предложенное Брейтгауптомъ, выбрано весьма удачно.

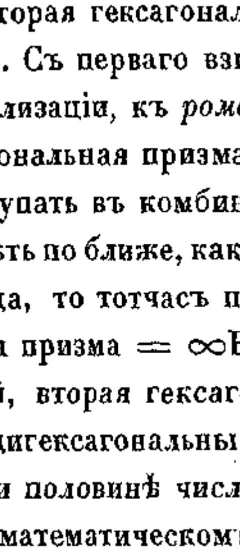
Гемиморфическіе кристаллы заслуживаютъ ещё тѣмъ большаго вниманія, что они, отъ нагрѣванія, оказываются большею частію *полярно-электрическими,* т. е. при нагрѣваніи, они обнаруживаютъ на противоположныхъ своихъ концахъ противоположное электричество.

Фиг. 329.

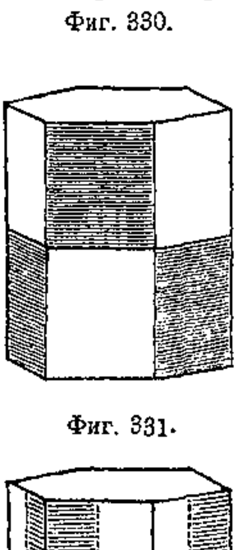


Фигура 329 представляетъ гемиморфическій кристаллъ турмалина, на верхнемъ своемъ концѣ ограниченный плоскостями двухъ ромбоэдровъ: $R = +R$ и $o = -2R$, а на нижнемъ — только одною плоскостію базопинакоида $k = oP$. Въ кристаллѣ этомъ усматривается ещё одно замѣчательное обстоятельство (которое, впрочемъ, какъ мы сейчасъ увидимъ, есть непосредственное слѣдствіе гемиморфизма), а именно, въ этомъ кристаллѣ: первая гексагональная призма ∞R является въ видѣ тригональной призмы $l = \frac{\infty R}{2}$, а вторая гексагональная призма $s = \infty P2$ является при полномъ числѣ своихъ плоскостей. Съ перваго взгляда, такія отношенія кристалла, принадлежащаго, по роду его кристаллизаціи, къ *ромбоэдрической* геміэдріи, могутъ показаться странными; ибо первая гексагональная призма, въ кристаллахъ, подверженныхъ ромбоэдрической геміэдріи, должна вступать въ комбинацію при полномъ числѣ своихъ плоскостей. Однако же, если посмотрѣть по ближе, какого свойства плоскости первой гексагональной призмы ромбоэдрическаго ряда, то тотчасъ получается, что въ *гемиморфическихъ* кристаллахъ: первая гексагональная призма $= \infty R$ необходимо должна появляться при половинѣ числа своихъ плоскостей, вторая гексагональная призма $= \infty P2$ — при полномъ числѣ своихъ плоскостей, и дигексагональныя призмы $= \infty Pn$ — въ видѣ дитригональныхъ призмъ, слѣдственно при половинѣ числа своихъ плоскостей. Это вотъ почему: первая гексагональная призма, въ математическомъ смыслѣ, есть безконечно острый ромбоэдръ. И такъ, помянутая призма, подвергаясь ромбоэдрической геміэдріи (фиг. 330), распадается на два члена: три поперемѣнныя ея плоскости происходятъ въ ней по причинѣ растяженія плоскостей *верхней половины* безконечно-остраго ромбоэдра, а три прочія, между ними лежащія, — по причинѣ растяженія плоскостей *нижней половины* этого безконечно-остраго ромбоэдра. Такъ какъ въ гемиморфическихъ кристаллахъ данная форма появляется только или въ видѣ верхней или въ видѣ нижней своей половины, то очевидно, что и первая гексагональная призма должна являться въ этихъ кристаллахъ не иначе, какъ въ видѣ тригональной призмы. Точно также можно объяснить, почему дигексагональная призма $= \infty Pn$ въ гемиморфическихъ кристаллахъ представляется въ видѣ дитригональной призмы. Равномѣрно, тѣмъ же самымъ путёмъ объясняется, почему вторая гексагональная призма $= \infty P2$ въ гемиморфическихъ кристаллахъ своего вида не перемѣняетъ. Фигура 331 представляетъ эту послѣднію призму, при условіи ромбоэдрической геміэдріи. Изъ этой фигуры ясно усматривается, что каждая плоскость второй гексагональной призмы обра-

Фиг. 330.

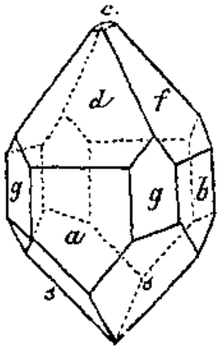


Фиг. 331.



зована столько же на счётъ растяженія элементовъ верхней, сколько и на счётъ растяженія элементовъ нижней половины формы.

Фиг. 332.



Фигура 332 представляетъ гемиморфическій кристаллъ кремневокислой цинковой руды (галмей). На верхнемъ концѣ этого кристалла находятся плоскости: базопинакоида $c = oP$, макродомы $d = 3\bar{P}\infty$, и брахидомы $f = 3\breve{P}\infty$, тогда какъ на нижнемъ — только плоскости брахипирамиды $s = 2\breve{P}2$.

Гемиморфія не имѣетъ ничего общаго съ геміэдріею, а потому её и не должно ни подъ какимъ видомъ смѣшивать съ этою послѣднею.

О НЕСОВЕРШЕНСТВАХЪ НАРУЖНАГО ВИДА НАТУРАЛЬНЫХЪ КРИСТАЛЛОВЪ.

Въ кристаллографіи, при разсмотрѣніи наружнаго вида кристалловъ, мы предполагали его совершенно правильнымъ и симметрическимъ. Мы допускали именно, что однородныя плоскости кристалловъ, всѣ безъ исключенія, имѣютъ одинаковую фигуру и величину, и что плоскости эти суть наисовершеннѣйшія прямолинейныя поверхности, а края наисовершеннѣйшія прямыя линіи. Наружность натуральныхъ кристалловъ обнаруживаетъ, однако же, всегда большія или меньшія, а часто и довольно значительныя уклоненія отъ этого идеальнаго вида. Всѣ подобнаго рода отступленія наружнаго вида натуральныхъ кристалловъ, отъ нормальной идеальной формы, называются *несовершенствами кристалловъ.*

Несовершенства кристалловъ происходили и происходятъ преимущественно: или въ слѣдствіе различныхъ обстоятельствъ, которыми сопровождается кристаллообразованіе и которыя оказываютъ многоразличныя вліянія на происходящія недѣлимыя; или въ слѣдствіе того, что кристаллы, при ихъ образованіи, приходятъ въ непосредственное соприкосновеніе, какъ между собою, такъ и съ другими веществами.

Несовершенства кристалловъ, зависящія отъ образа происхожденія самихъ недѣлимыхъ.

Къ этому классу несовершенствъ относятся преимущественно: неравномѣрное развитіе или растяженіе одноимённыхъ плоскостей, производящее уродливость формы; неравномѣрное растяженіе самихъ кристалловъ по различнымъ направленіямъ; шероховатости, вогнутости, выпуклости, и вообще различнаго рода искривленія плоскостей; и небольшія уклоненія (аномаліи) въ мѣрѣ угловъ наклоненія плоскостей, отъ величинъ требуемыхъ условіями системы.

1) Что касается до неравномѣрнаго растяженія однородныхъ (одноимённыхъ) плоскостей, то это обстоятельство измѣняетъ иногда до такой степени наружную форму кристалла, что часто бываетъ трудно опредѣлить даже кристаллическую систему, къ которой

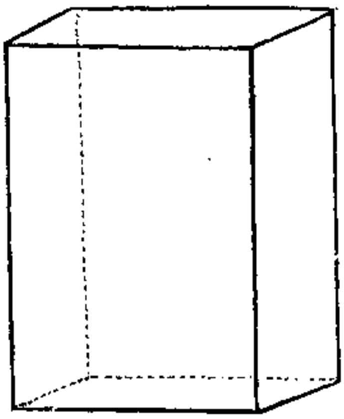
кристаллъ относится. Не рѣдко, чтобы не сдѣлать въ этомъ отношеніи ошибки, приходится производить много измѣреній и вычисленій, и вообще требуется не мало опытности, соображенія и искуства.

Неравномѣрное развитіе одноимённыхъ плоскостей зависитъ отъ неравномѣрнаго удаленія ихъ отъ центра формы. Въ данной комбинаціи, плоскости господствующей и каждой изъ подчиненныхъ формъ, очевидно, могутъ быть совершенно равны и подобны, только при одинаковомъ удаленіи ихъ отъ центра; въ противномъ случаѣ не только ихъ величины, но и ихъ фигуры будутъ совершенно различны. Отъ неодинаковаго удаленія кристаллическихъ плоскостей отъ центра, натуральные кристаллы представляются удлинёнными или укороченными въ направленіи одной изъ осей, или однаго изъ краевъ, или наконецъ въ направленіи какой нибудь другой опредѣленной кристаллографической линіи.

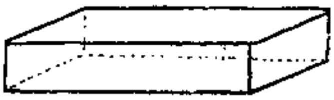
Приведемъ нѣсколько примѣровъ.

Если собрать предъ собою довольно значительное число натуральныхъ кубическихъ кристалловъ, то едва ли который нибудь изъ нихъ окажется настоящимъ геометрическимъ кубомъ, т. е. тѣломъ, ограниченнымъ шестью совершенно равными квадратами. Наружный видъ нѣкоторыхъ изъ нихъ, вѣроятно, будетъ близокъ къ геометрическому кубу, но многіе другіе, напротивъ, будутъ походить: частію на тетрагональную призму, ограниченную на концахъ базопинакоидомъ (фиг. 333); частію на таблицеобразную комбинацію тетрагональной призмы съ базопинакоидомъ (фиг. 334); частію на комбинацію ромбической системы, состоящую изъ трехъ пинакоидовъ (фиг. 335).

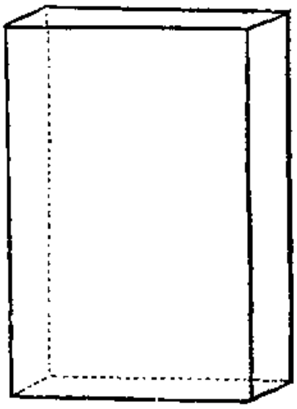
Фиг. 333.



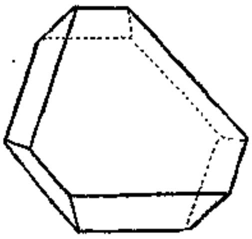
Фиг. 334.



Фиг. 335.

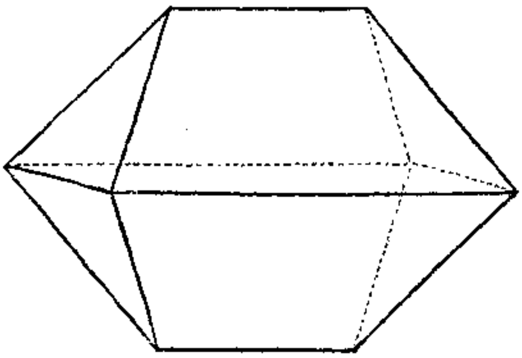


Фиг. 336.



Октаэдръ правильной системы является рѣдко такимъ, какимъ мы привыкли его видѣть на чертежахъ, или на моделяхъ кристалловъ. Обыкновенно, какія нибудь двѣ параллельныя плоскости октаэдра берутъ перевѣсъ надъ другими, отчего кристаллъ получаетъ видъ ромбоэдра, конечныя углы котораго

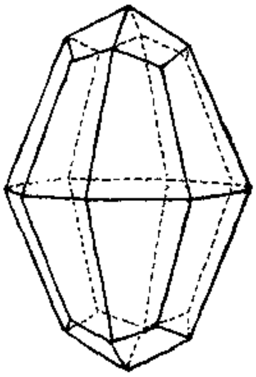
Фиг. 337.



притуплены базопинакоидомъ (фиг. 336). Иногда октаэдрическіе кристаллы бываютъ растянуты по направленію одной изъ ромбическихъ промежуточныхъ осей, и отъ этого получаютъ видъ ромбической призмы, пріострѣнной на концахъ брахидомою (фиг. 337).

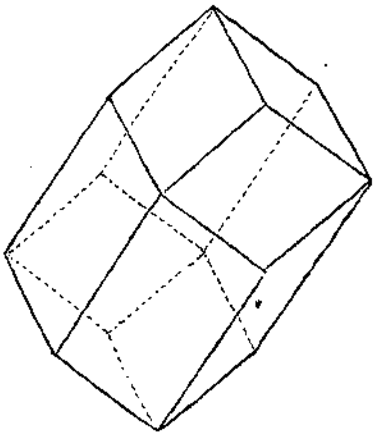
Трапецоэдрическіе кристаллы правильной системы вытягиваются часто по направленію одной изъ главныхъ осей, и получаютъ такимъ образомъ видъ комбинаціи тетрагональной системы, — комбинаціи, состоящей: изъ тетрагональной пирамиды и дитетрагональной пирамиды (фиг. 338); напримѣръ гроссуляръ.

Фиг. 338.

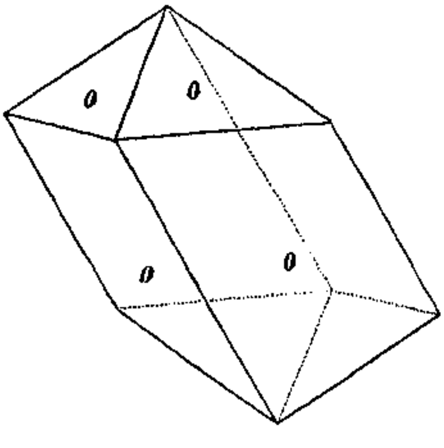


Кристаллы въ формѣ ромбическаго додекаэдра, растягиваются иногда по направленію одной изъ промежуточныхъ тригональныхъ осей, и получаютъ такимъ образомъ видъ гексагональной призмы, заостренной на концахъ плоскостями ромбоэдра (фиг. 339); напримѣръ гранатъ.

Фиг. 339.



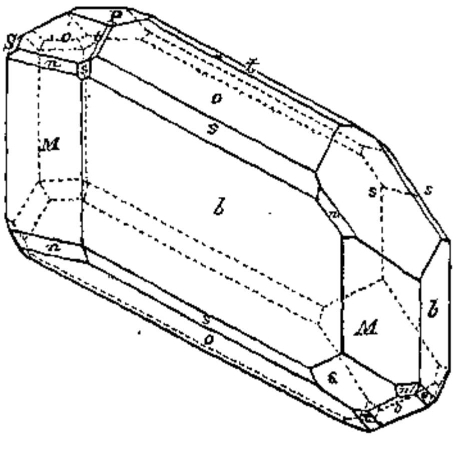
Фиг. 340.



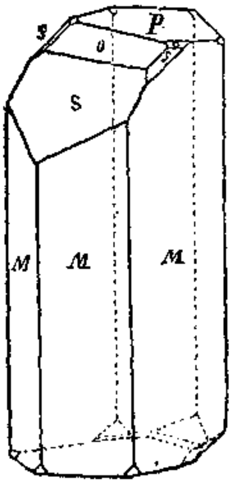
Фигура 340 представляетъ кристаллъ ильменорутила, тетрагональная пирамида котораго растянулась въ направленіи однаго изъ конечныхъ ея краевъ, отчего кристаллъ этотъ получилъ характеръ моноклиноэдрическій.

Фигура 341 представляетъ вѣрную копію съ финляндскаго кристалла скаполита, полученнаго мною для изслѣдованія отъ г. Н. Норденшильда. Кристаллъ этотъ увеличенъ на фигурѣ въ 3 раза. Онъ такъ растянулся по направленію однаго изъ конечныхъ краевъ основной тетрагональной пирамиды *o* $= P$, что получилъ характеръ моноклиноэдрическихъ кристалловъ.

Фиг. 341.



Фиг. 342.

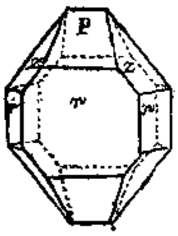


Фигура 342 представляетъ вѣрную копію кристалла берилла, находящагося въ коллекціи В. В. Бека. Кристаллъ этотъ нѣсколько увеличенъ. Въ слѣдствіе неравномѣрнаго развитія одноименныхъ плоскостей, онъ также имѣетъ отчасти характеръ моноклиноэдрическій.

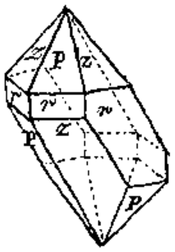
Фигуры 343, 344, 345, 346 и 347 представляютъ одну и ту же комбинацію гексагональной системы: $\underset{r}{\infty P} \,.\, + \underset{P}{R} \,.\, - \underset{z}{R}.$

Означенная комбинація, представляющая столь неравномѣрное развитіе одноименныхъ плоскостей, встрѣчается во всѣхъ означенныхъ видахъ въ кристаллахъ горнаго хрусталя (прозрачная разность кварца).

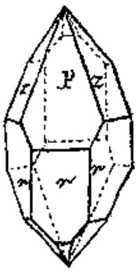
Фиг. 343.



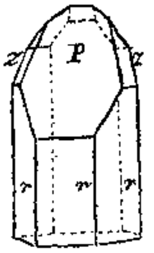
Фиг. 344.



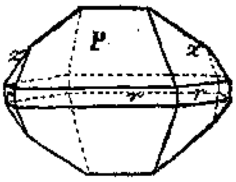
Фиг. 345.



Фиг. 346.

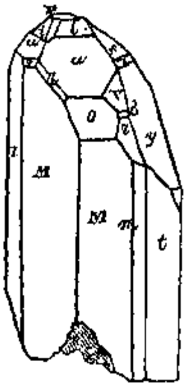


Фиг. 347.



Нижеслѣдующія фигуры суть вѣрнѣйшія копіи съ нѣкоторыхъ натуральныхъ кристалловъ, находящихся въ различныхъ минеральныхъ коллекціяхъ. Рисунки эти дадутъ точную идею о тѣхъ несовершенствахъ, о которыхъ мы теперь говоримъ, а потому мы и не будемъ входить въ слишкомъ большія о нихъ подробности.

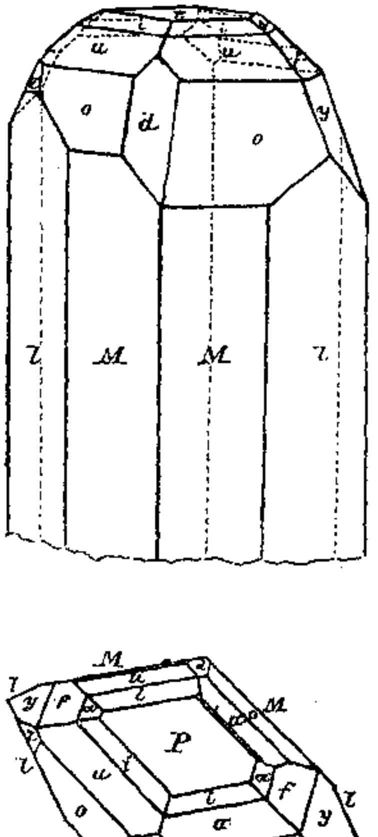
Фиг. 348.



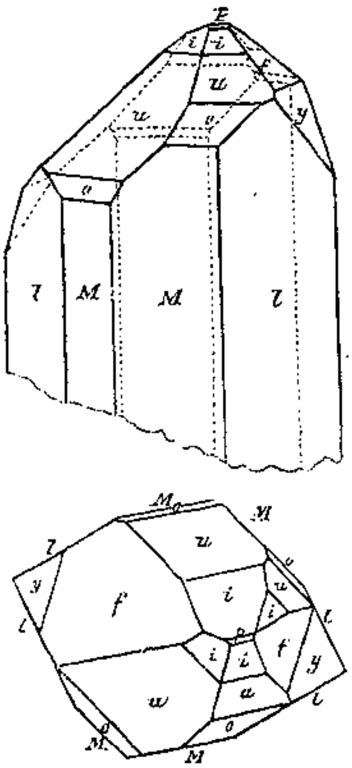
Фигура 348 представляетъ кристаллъ топаза изъ окрестностей рѣки Урульги (Нерчинскъ), находящійся въ моей коллекціи. Кристаллъ этотъ начерченъ въ натуральной его величинѣ.

Фигуры 349 и 350 представляютъ кристаллъ топаза изъ окрестностей рѣки Урульги (Нерчинскъ), находящійся въ коллекціи П. А. Кочубея. Кристаллъ этотъ изображенъ въ натуральной его величинѣ.

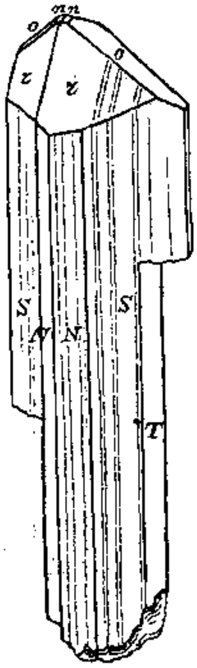
Фиг. 349 и 350.



Фиг. 351 и 352.



Фиг. 353.



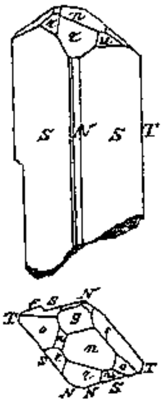
Фигуры 351 и 352 представляютъ кристаллъ топаза изъ окрестностей рѣки Урульги (Нерчинскъ), находящійся въ коллекціи П. А. Кочубея. Кристаллъ этотъ изображенъ въ натуральной его величинѣ.

Фигура 353 представляетъ кристаллъ эвклаза изъ золотоносныхъ розсыпей окрестностей рѣки Санарки (Оренбургской губерніи). Кристаллъ этотъ представленъ на фигурѣ въ натуральной его величинѣ; онъ находится въ коллекціи К. Д. Романовскаго, живущаго въ Міасскомъ заводѣ, на Уралѣ.

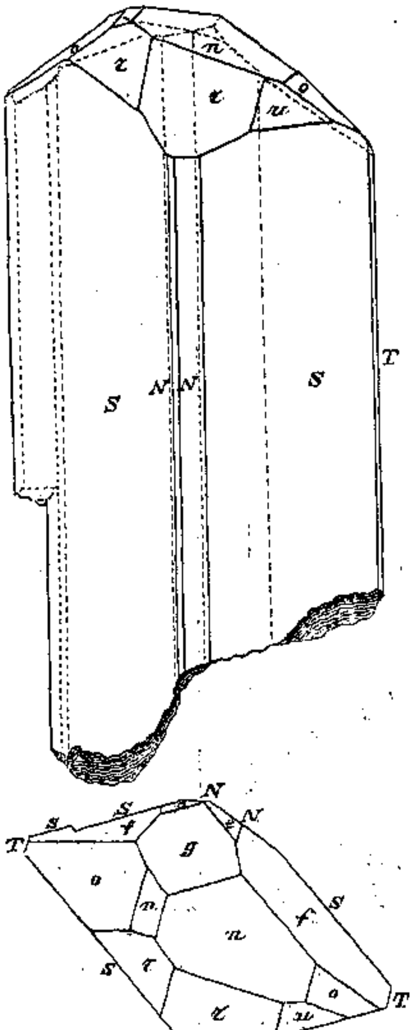
Фигуры 354 и 355, и фигуры 356 и 357 представляютъ (первыя двѣ въ натуральную величину, а послѣднія въ 3 раза увеличеннымъ) кристаллъ эвклаза изъ золотоносныхъ розсыпей окрестностей рѣки Санарки (Оренбургской губерніи), находящійся въ моей коллекціи.

Фигуры 358 и 359 представляютъ кристаллъ эвклаза изъ той же мѣстности, находящійся въ моей коллекціи. Кристаллъ этотъ на фигурахъ увеличенъ въ 3 раза.

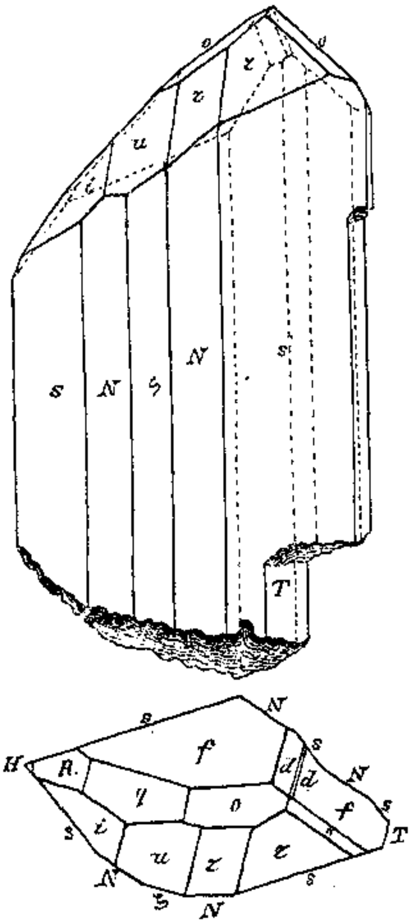
Фиг. 354 и 355.



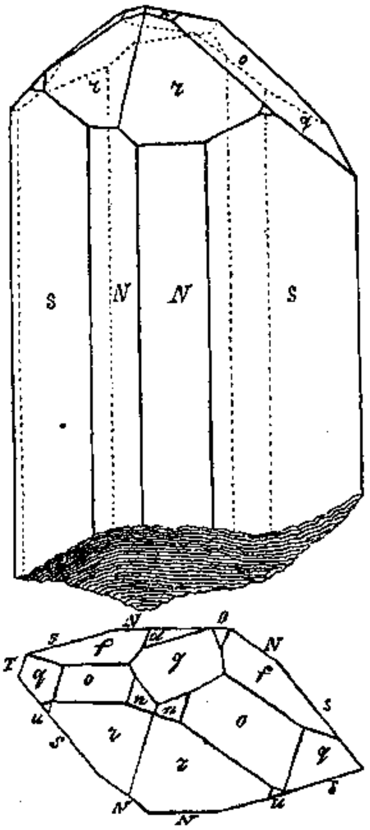
Фиг. 356 и 357.



Фиг. 358 и 359.



Фиг. 360 и 361.

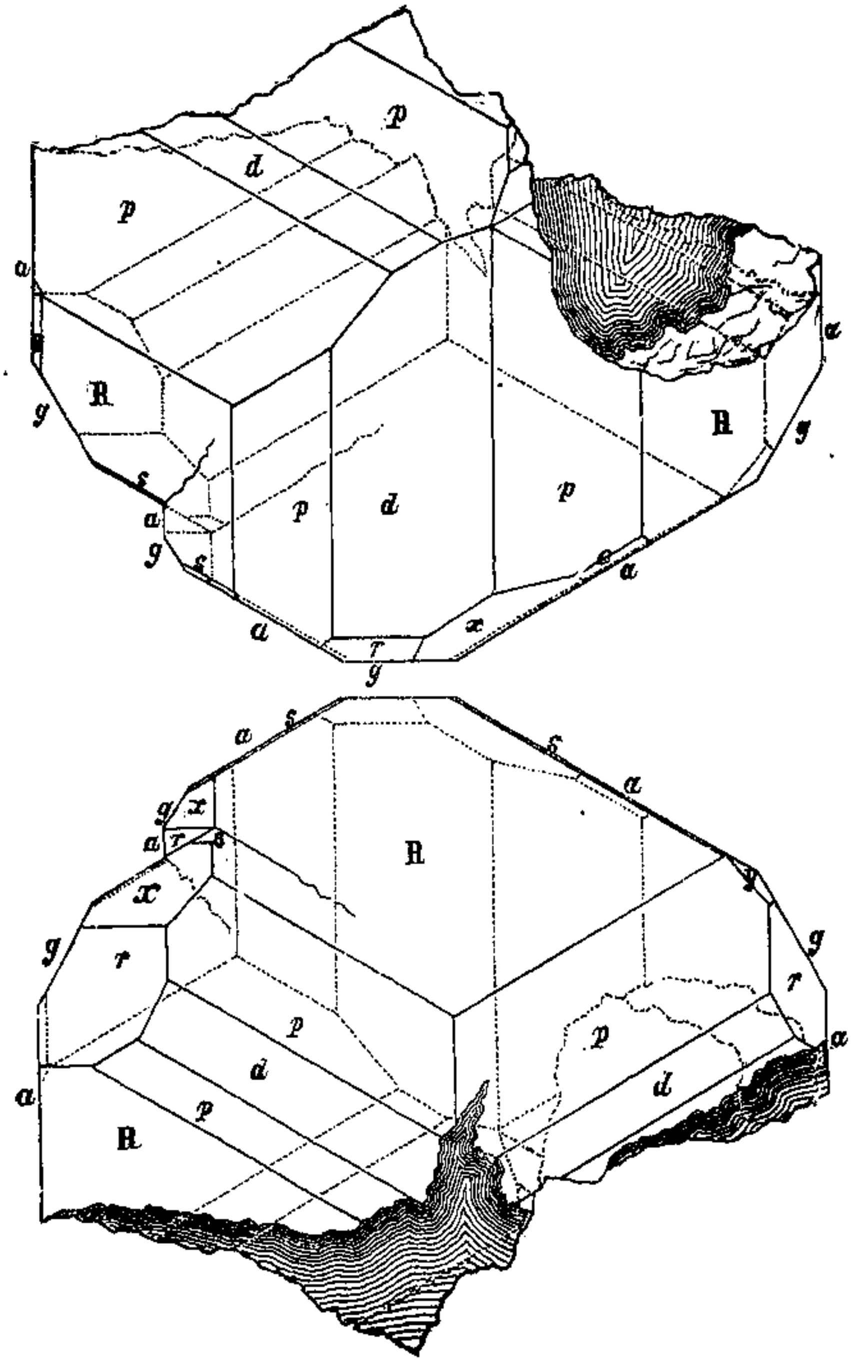


Фигуры 360 и 361 представляютъ кристаллъ эвклаза изъ той же мѣстности, находящійся въ моей коллекціи. Кристаллъ этотъ на фигурахъ увеличенъ въ 4 раза.

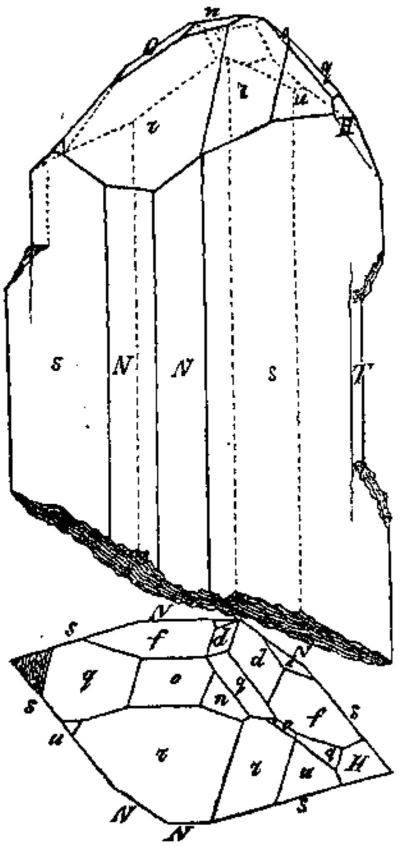
Фигуры 362 и 363 представляютъ кристаллъ эвклаза изъ той же мѣстности. Кристаллъ этотъ на фигурахъ увеличенъ въ 5 разъ.

Фигуры 364 и 365 представляютъ кристаллъ фенакита изъ

Фиг. 364 и 365.



Фиг. 362 и 363.



Ильменскихъ горъ, находящійся въ коллекціи К. Д. **Романовскаго**, на Уралѣ. Кристаллъ этотъ на фигурахъ увеличенъ въ 8 разъ.

Отъ значительнаго преобладанія однѣхъ плоскостей надъ другими, съ ними одинаковаго значенія, происходитъ часто недочётъ въ плоскостяхъ; примѣромъ могутъ служить кристаллы, представленные на вышеприведённыхъ фигурахъ 349 и 350, 354 и 355, 356 и 357, 358 и 359, 360 и 361. Явленіе это не должно однако же, ни подъ какимъ видомъ, смѣшивать ни съ геміэдріею, ни съ гемиморфизмомъ.

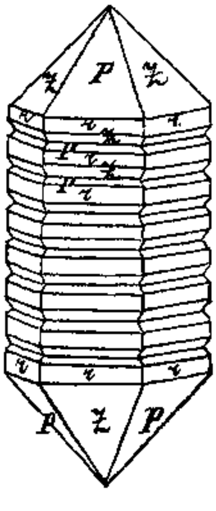
2) Неравномѣрное растяженіе самихъ кристалловъ по различнымъ направленіямъ, производитъ формы совершенно особеннаго вида; такъ напримѣръ: когда кристаллъ получаетъ весьма малое протяженіе по одному направленію, и значительно растягивается по двумъ прочимъ, тогда онъ является въ видѣ *тоненькой таблицы* или *листочка*; напротивъ, когда кристаллъ значительно растягивается по одному направленію и съуживается по двумъ прочимъ, тогда онъ получаетъ видъ *шестообразный, иглообразный* или *волосообразный*. Подобныя отступленія отъ нормальнаго вида содѣлываютъ изученіе наружной формы кристалла весьма затруднительнымъ, или даже часто и совершенно невозможнымъ. Въ подобныхъ случаяхъ приходится часто употреблять лупу и микроскопъ.

3) Совершенно ровныя и блестящія плоскости, отражающія предметы такъ же хорошо, какъ зеркало, встрѣчаются только въ мелкихъ кристаллахъ; въ кристаллахъ же, имѣющихъ нѣсколько большіе размѣры, плоскости почти никогда не бываютъ вполнѣ совершенны. Главнѣйшія несовершенства кристаллическихъ плоскостей суть: *штриховатость* (борозчатость) *друзообразность*, *тусклость*, *изогнутость*, *разъѣденность* и *расплывшаяся наружность*.

а) Плоскостями, покрытыми *штрихами* или *бороздами*, называются плоскости, представляющія прямолинейныя, попеременныя возвышенія и углубленія. Штрихи на кристаллическихъ плоскостяхъ идутъ обыкновенно параллельно какому нибудь комбинаціонному краю, который или находится, или иногда и не находится на кристаллѣ. Штриховатость на кристаллическихъ плоскостяхъ происходитъ отъ колебательнаго образованія комбинаціонныхъ краевъ, при которомъ множество весьма узкихъ полосъ плоскостей одной простой формы, перемѣжается съ узкими полосами плоскостей другой простой формы.

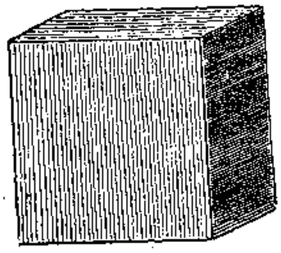
Фиг. 366.

Фиг. 367.



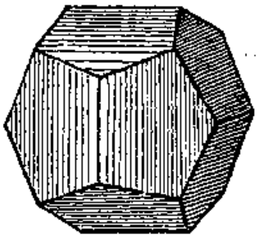
Въ наибольшей части кристалловъ горнаго хрусталя, плоскости гексагональной призмы (фиг. 366) бываютъ покрыты горизонтальными штрихами. Въ нѣкоторыхъ кристаллахъ этого минерала штрихи весьма тонки, и потому причина ихъ образованія открывается не тотчасъ; но встрѣчаются также не рѣдко и такіе кристаллы горнаго хрусталя, въ которыхъ причина штриховатости очевидна, какъ напримѣръ въ кристаллѣ, изображенномъ на фиг. 367.

Фиг. 368.

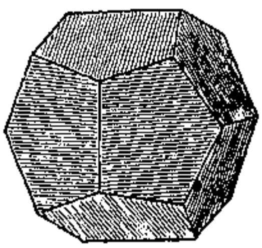


Плоскости куба желѣзнаго колчедана бываютъ часто покрыты штрихами, идущими параллельно комбинаціоннымъ краямъ, которые образуютъ плоскости куба $= \infty O \infty$ съ плоскостями пентагональнаго додекаэдра $= \left[\frac{\infty P n}{2}\right]$ (фиг. 368).

Фиг. 369.

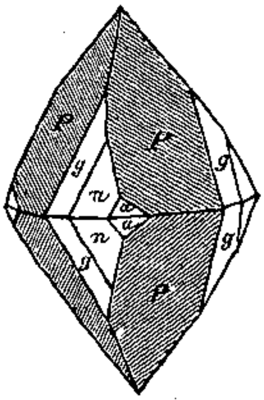


Фиг. 370.



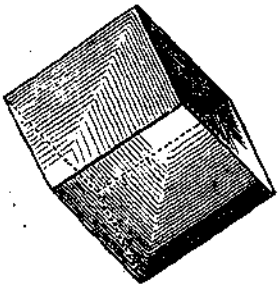
Плоскости пентагональнаго додекаэдра $= \left[\frac{\infty O 2}{2}\right]$ желѣзнаго колчедана бываютъ иногда покрыты штрихами, идущими параллельно комбинаціоннымъ краямъ, которые образуютъ плоскости пентагональнаго додекаэдра съ плоскостями куба (фиг. 369); а иногда штрихами, параллельными комбинаціоннымъ краямъ, которые образуютъ плоскости пентагональнаго додекаэдра съ преломленнымъ пентагональнымъ додекаэдромъ $= \left[\frac{3O\frac{3}{2}}{2}\right]$ (фиг. 370) *).

Фиг. 371.



Плоскости основной тетрагональной пирамиды $P = P$ кристалловъ шелита покрыты бываютъ штрихами, идущими параллельно комбинаціонному краю, который образуютъ плоскости основной пирамиды $P = P$ съ плоскостями дитетрагональной пирамиды $a = \frac{r}{l} \frac{\frac{3}{2}P3}{2}$ (фиг. 371).

Фиг. 372.

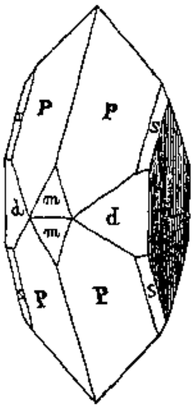


Плоскости основнаго ромбоэдра кристалловъ шабазита представляются покрытыми штрихами, идущими въ видѣ опушки пера (фиг. 372). Штрихи эти идутъ параллельно комбинаціоннымъ краямъ, которые образуютъ плоскости основнаго ромбоэдра $= R$ съ плоскостями скаленоэдра $= \frac{4}{5}R\frac{6}{5}$.

---

*) См. фиг. 123, стр. 64.

Фиг. 373.

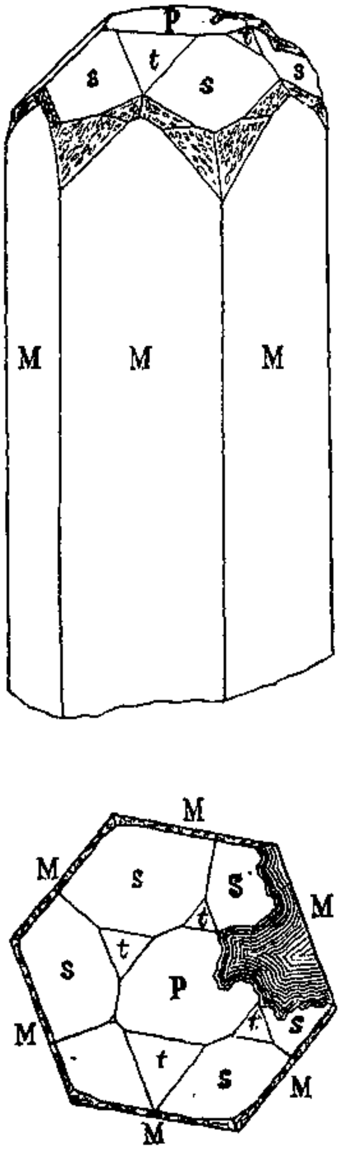


Плоскости брахипинакоида $r = \infty\breve{P}\infty$ кристалловъ скородита бываютъ часто покрыты вертикальными штрихами, идущими параллельно комбинаціоннымъ краямъ, которые образуютъ плоскости брахипризмы $d = \infty\breve{P}2$ съ брахипинакоидомъ $r = \infty\breve{P}\infty$ (фиг. 373).

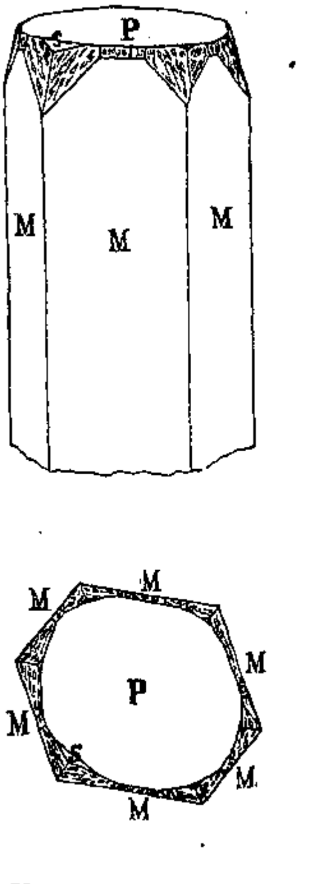
Наконецъ штрихами бываютъ покрыты весьма часто плоскости призмъ и пинакоидовъ кристалловъ различныхъ минераловъ, каковы: шерлъ, топазъ, бериллъ, рутилъ, брукитъ, и проч., равно какъ и многія другія плоскости.

b) *Друзообразными* плоскостями называются такія кристаллическія плоскости, на поверхности которыхъ усматриваются небольшіе углы или остроконечія, помѣщенныя въ параллельномъ положеніи; отъ этого кристаллъ кажется составленнымъ изъ множества маленькихъ кристалликовъ.

Фиг. 374 и 375.



Фиг. 376 и 377.



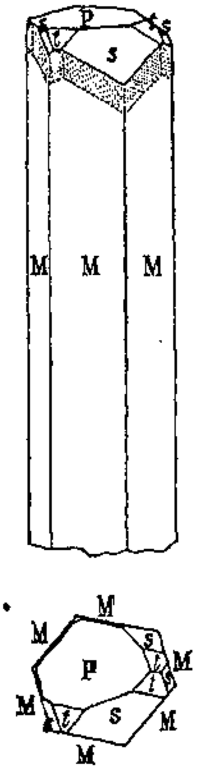
Фигуры 374 и 375 представляютъ вѣрный снимокъ (въ натуральной величинѣ) кристалла берилла изъ окрестностей деревни Мурзинки (Уралъ), находящагося въ моей коллекціи. Плоскости двухъ дигексагональныхъ пирамидъ этого кристалла друзообразны.

Фигуры 376 и 377 представляютъ вѣрную копію кристалла берилла изъ той же мѣстности, также находящагося въ моей коллекціи. Плоскости одной гексагональной пирамиды и одной дигексагональной пирамиды этого кристалла — друзообразны.

c) Плоскостями *тусклыми* или *матовыми* называются такія кристаллическія плоскости, которыхъ поверхность представляетъ мелчайшія, одноформенныя возвышенія. Плоскость основнаго пинакоида многихъ кристалловъ бываетъ весьма часто матовою; впрочемъ нерѣдко и плоскости другихъ формъ обнаруживаютъ тоже самое свойство. На фигурахъ 378 и

379 изображенъ кристаллъ берилла изъ окрестностей рѣки Урульги (Нерчинскъ), находящійся въ коллекціи П. А. Кочубея. Въ кристаллѣ этомъ, плоскости весьма острой дигексагональной пирамиды имѣютъ матовую поверхность.

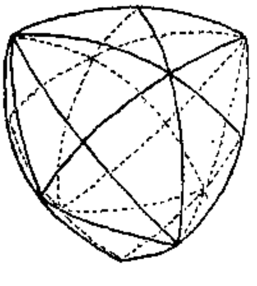
Фиг. 378 и 379.



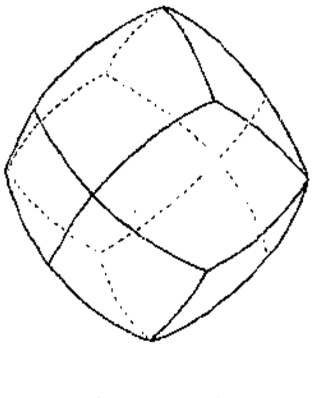
Физическое свойство плоскостей не рѣдко оказываетъ не малую услугу въ тѣхъ случаяхъ, когда опредѣленіе кристаллической системы затруднительно. Это происходитъ отъ того, что кристаллическія плоскости одной и той же формы почти всегда имѣютъ одно и тоже свойство поверхности; т. е. если одна изъ плоскостей какой нибудь формы покрыта штрихами, или представляетъ матовую поверхность, то и всѣ прочія плоскости этой формы обнаруживаютъ то же самое явленіе. Такъ напримѣръ, если намъ данъ будетъ кристаллъ, имѣющій кубообразную форму, которой всѣ плоскости имѣютъ одинъ и тотъ же физическій характеръ (т. е. или всѣ матовы, или всѣ штриховаты, или всѣ блестящи, и т. д.), то по всей вѣроятности данный кристаллъ есть настоящій кубъ; если напротивъ, четыре плоскости кристалла напримѣръ штриховаты, а остальныя двѣ матовы или блестящи, или друзообразны, то вѣроятно кристаллъ представляетъ комбинацію тетрагональной системы; если наконецъ, три пары параллельныхъ плоскостей кристаллы имѣютъ различную наружность — кристаллъ будетъ представлять комбинацію ромбической системы. Штриховатость или борозчатость плоскостей можетъ также часто вести къ весьма полезнымъ заключеніямъ касательно гемиэдріи, и проч. т. п.

d) *Изогнутость* плоскостей замѣчается въ кристаллахъ различныхъ минераловъ. Въ особенности замѣчательна сюда относящаяся *сфероидальная выпуклость* кристаллическихъ плоскостей. Въ кристаллахъ алмаза почти постоянно замѣчается сферическая выпуклость плоскостей; такимъ образомъ являются преломленные пирамидальные тетраэдры (фиг. 380), ромбическій додекаэдръ (фиг. 381) и сорокавосьмигранники алмаза (фиг. 382).

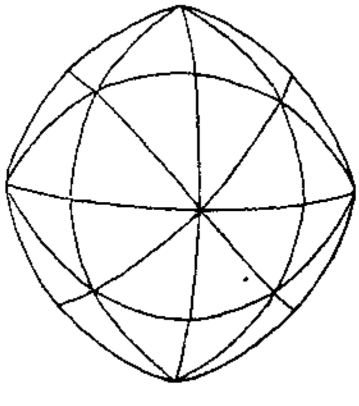
Фиг. 380.



Фиг. 381.

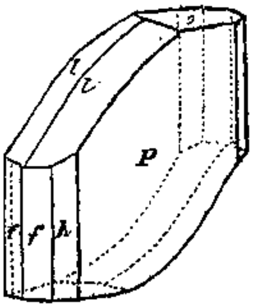


Фиг. 382.



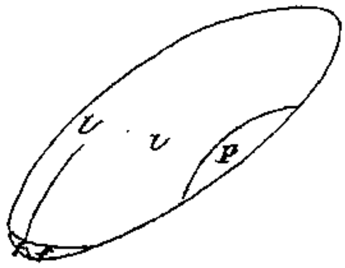
Форма многихъ кристалловъ по этой причинѣ приближается къ формѣ шара. Кристаллы пиропа, гипса, желѣзнаго шпата, топаза, барита и другихъ минераловъ также имѣютъ

Фиг. 383.



часто болѣе или менѣе правильно выпуклыя плоскости. Фигура 383 представляетъ кристаллъ гипса изъ Бекса (Швейцарія). Въ кристаллѣ этомъ, какъ усматривается, плоскости гемипирамиды *l* представляются значительно выпуклыми и отчасти изогнутыми. Часто въ кристаллахъ гипса изъ означенной мѣстности выпуклыя плоскости *l* такъ растягиваются, что вытѣсняютъ собою почти всѣ прочія плоскости, что даётъ кристалламъ видъ *чечевицы* (фиг. 384). Подобные чечевицеобразные кристаллы гипса встрѣчаются въ Монмартрѣ близъ Парижа, и въ другихъ мѣстахъ.

Фиг. 384.



Причина болѣе или менѣе правильной выпуклости кристаллическихъ плоскостей, какова напримѣръ замѣчаемая въ кристаллахъ алмаза и нѣкоторыхъ другихъ минераловъ, до сихъ поръ не была еще объяснена. Въ курсахъ минералогіи довольствуются обыкновенно только указать на эти явленія, какъ на фактъ (противный закону кристаллообразованія, допускающему въ кристаллахъ прямолинейныя поверхности, т. е. плоскости, а не поверхности криволинейныя) *). Мнѣ кажется, впрочемъ, что тщательное наблюденіе нашихъ русскихъ кристалловъ топаза (изъ окрестностей рѣки Урульги) дозволяется помянутое явленіе объяснить довольно удовлетворительнымъ образомъ. Объясненіе это было представлено мною въ первый разъ въ моей книгѣ «Матеріалы для минералогіи Россіи», (часть II, стр. 304). Вотъ что я именно публиковалъ тогда:

«Уже давно извѣстно, что въ природѣ встрѣчаются иногда кристаллы съ правильно «выпуклыми плоскостями, т. е. такіе, въ которыхъ эта выпуклость, какъ говоритъ **Науманъ**, *представляется, какъ будто бы закономъ подчиненною и столь постоянною, что «невольно хочется опредѣлить её вычисленіемъ***). Таковы напримѣръ нѣкоторые кристаллы «алмаза и другихъ минераловъ. Однако же, сколько мнѣ извѣстно, причина такого страннаго образованія плоскостей до сихъ поръ ещё достаточно не объяснена. Два кристалла «топаза разрѣшаютъ кажется вопросъ, по меньшей мѣрѣ, отчасти.»

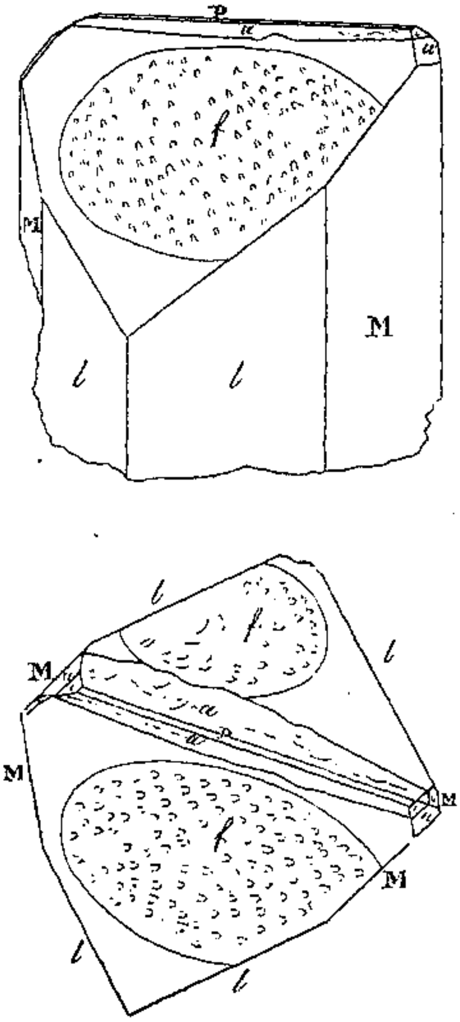
---

*) **Делафоссъ** полагаетъ, что сфероидальная форма кристалловъ алмаза произведена механическимъ образомъ, а именно треніемъ; подобно округленію галекъ. Однако же такого объясненія допустить ни подъ какимъ видомъ не возможно. (**Delafosse**, Nouveau Cours de Minéralogie, Paris, 1860, p. 160).

) **Науманъ по этому предмету выражается слѣдующимъ образомъ: «формы эти представляются намъ, «какъ системы въ самомъ дѣлѣ и постоянно выпуклыхъ плоскостей; по меньшей мѣрѣ, въ нихъ не открывается ничего такого, чтобы дозволило предполагать только кажущуюся выпуклость, произведенную множествомъ прямолинейно-плоскостныхъ элементовъ, пересѣкающихся между собою подъ весьма тупыми «углами. Формы эти необходимо по этому разсматривать, какъ произведенія пластицизма, расположеннаго «къ образованію выпуклыхъ плоскостей, и слѣдственно какъ исключенія изъ законовъ природы, по которымъ всѣ неорганическія недѣлимыя должны получать формы, ограниченныя прямолинейными плоскостями. (Lehrbuch der Mineralogie von Dr. C. F. **Naumann**, Berlin, 1828, S. 104).

«Одинъ изъ кристалловъ, полученный мною отъ брата моего И. Кокшарова, и «происходящій вѣроятно изъ Кухусыркенскаго кряжа (Нерчинскъ) представленъ здѣсь «(фиг. 385 и 386) въ наклонной и горизонтальной проэкціяхъ, въ настоящей его величинѣ и со всѣми натуральными его подробностями.»

Фиг. 385 и 386.

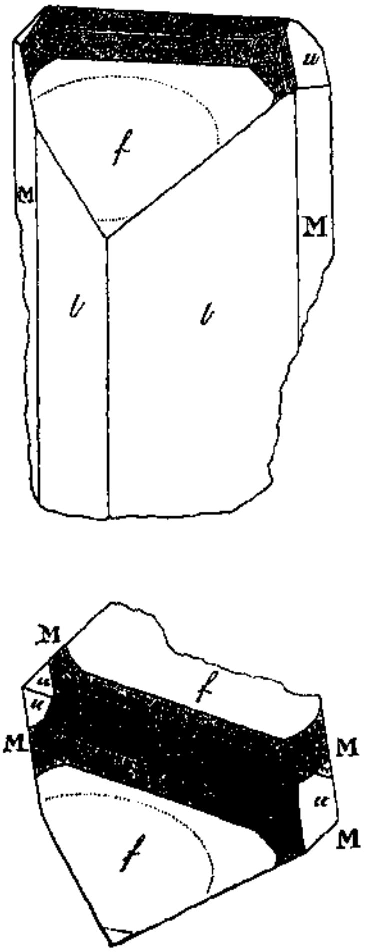


«Особенность образованія плоскостей $f = \breve{P}\infty$ «и $a = \frac{2}{3}\breve{P}\infty$ этого кристалла бросаются тотчасъ въ «глаза. Въ самомъ дѣлѣ, на плоскостяхъ *f*, какъ на «одной, такъ и на другой (см. горизонтальную про«экцію), примѣрно на ихъ срединѣ, находится поле «эллипсоидальнаго вида, которое, говоря вообще, «прямолинейно, довольно блестяще и слабо друзооб«разно; напротивъ того, всѣ остальныя части плос«костей *f* (т. е. части, прилегающія къ этому эллип«соидальному полю) правильнымъ образомъ выпук«лы, и представляютъ сфероидальную и столь блес«тящую поверхность, какъ зеркало. Что касается до «обѣихъ плоскостей *a*, то онѣ блестящи и немного «друзообразны, замѣчательны же онѣ исключительно «по комбинаціоннымъ краямъ, происходящимъ отъ «ихъ пересѣченія съ выпуклыми поверхностями. Эти «комбинаціонные края именно: не параллельны съ «комбинаціонными краями $\frac{P}{a}$, и каждый изъ нихъ об«разуетъ не прямую, но ломанную или кривую линію, «которая поднимается, приближаясь къ плоскостямъ «*i*, и опускается съ приближеніемъ къ срединѣ плос«костей *f*. Такое неправильное образованіе этихъ ком«бинаціонныхъ краевъ имѣетъ однако же, какъ мы «сейчасъ увидимъ, свое основаніе.»

«Второй кристаллъ мною полученъ по благосклонности Д. П. Саломірскаго. Онъ «былъ добытъ вѣроятно въ окрестностхъ рѣки Урульги въ Нерчинскѣ. Я представляю «его здѣсь въ наклонной и горизонтальной проэкціяхъ, въ его натуральной величинѣ, и «со всѣми натуральными его подробностями (фиг. 387 и 388)».

«Весь интересъ сосредоточивается въ этомъ кристаллѣ также на плоскостяхъ *f* и *a*. «Какъ въ предъидущемъ кристаллѣ, на плоскости *f* замѣчается поле эллипсоидальнаго «вида, говоря вообще, прямолинейное и почти совершенно ровное. Это поле окружено «весьма блестящею и едва замѣтною выпуклою поверхностію. Обѣ плоскости *a* матовы и «слабо морщиноваты. Особеннаго вниманія заслуживаетъ пространство между плоскос«тями *a* и блестящею поверхностію, и между этою послѣднею и плоскостями *u*. Дѣйстви«тельно, какъ усматривается изъ фигуръ, тамъ находятся многія плоскости, которыя хотя

Фиг. 387 и 388.

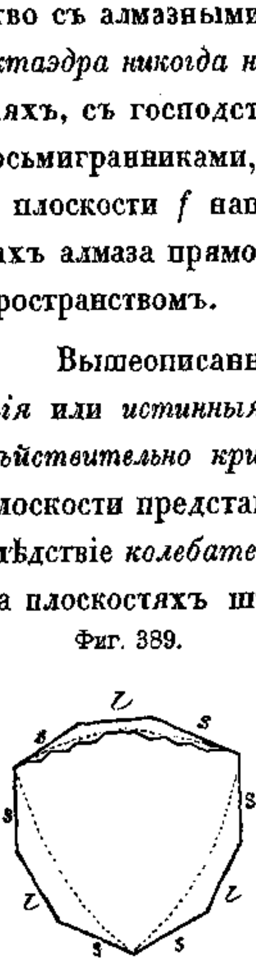


«матовы, но совершенно явственны. Эти послѣднія плоскости образуютъ, какъ между собою, такъ и съ блестящею, слабо выпуклою поверхностію, столь тупые углы, что вся общность, т. е. всё, что находится между плоскостями *a*, *u*, *l* и M, представляетъ, такъ сказать, одну и ту же плоскость *f*, на которой какъ будто всё это нарисовано. Но въ сущности, настоящая плоскость *f* есть только эллипсоидальное поле; ибо легко замѣтить, что комбинаціонный край, между плоскостію *a* и блестящею поверхностію, притупленъ плоскостію, которая съ этою послѣднею образуетъ весьма тупой уголъ; что въ діагональномъ поясѣ этой притупляющей плоскости лежатъ двѣ плоскости: одна узенькая, прилежащая къ *u*, а другая, болѣе широкая, представляющаяся въ видѣ ромбоида, и т. д. Всѣ эти послѣднія плоскости, не смотря на нѣсколько округлённые комбинаціонные края, весьма явственны и образованы съ одинаковою симметріею, какъ на передней, такъ и на задней сторонѣ кристалла. Если-бъ эти плоскости были блестящи, и если-бъ самый кристаллъ былъ нѣсколько менѣе, то можно бы было легко опредѣлить ихъ взаимное наклоненіе. Понятно также, что коэфиціенты кристаллографическихъ знаковъ этихъ плоскостей не могутъ быть слишкомъ простыми числами. Многіе минералоги, однако же, не допускаютъ возможность существованія такихъ плоскостей въ природѣ, и склонны обыкновенно разсматривать ихъ за несовершенства плоскостей съ простыми коэфиціентами. Второй кристаллъ топаза показываетъ впрочемъ, что такія плоскости, если и рѣдко, то все-таки существуютъ. Притомъ, кажется, подобныя плоскости не могутъ происходить всегда такимъ явственнымъ образомъ, какъ это случилось во второмъ кристаллѣ, но, кажется, во многихъ случаяхъ намъ приходиться видѣть только *стремленіе* природы, чтобы ихъ произвести, — стремленіе, результатъ котораго въ натуральныхъ кристаллахъ выражается выпуклостію плоскостей. Въ самомъ дѣлѣ, совершенно ясно, что въ первомъ кристаллѣ топаза, выпуклая блестящая поверхность, окружающая эллипсоидальное поле, есть ничто иное, какъ различныя притупляющія плоскости (подобныя замѣчающимся во второмъ кристаллѣ), которыя слились въ одну и ту же выпуклую поверхность; доказательствомъ этому служатъ также комбинаціонные края между плоскостями *a* и этою блестящею поверхностію; ибо каждый изъ нихъ не есть прямая, но ломанная линія. Въ первомъ кристаллѣ мы видимъ, можно сказать, борьбу, которая произошла между нормальною формою *жидкаго* и нормальною формою *твердаго* тѣла, — борьбу, которая, въ самую рѣшительную минуту, была остановлена, «т. е. тѣло отвердѣло въ тотъ самый моментъ, когда должны были произойти вышеупо«мяну ыя притупляющія плоскости. Какъ въ первомъ, такъ и во второмъ кристаллѣ, на«стоящая плоскость *f* есть слѣдственно эллипсоидальное поле. Что же касается до вы«пуклой поверхности, то конечно её должно разматривать, какъ результатъ слитія мно«гихъ плоскостей вмѣстѣ».

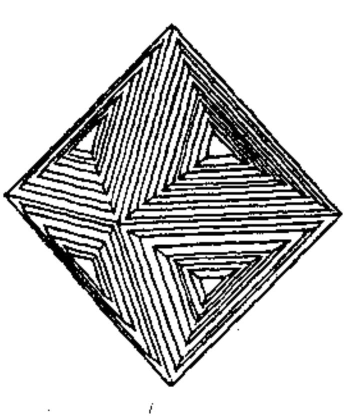
Первый кристаллъ топаза (фиг. 385 и 386), по отношенію выпуклыхъ его частей къ прямолинейному среднему пространству (плоскости *f*), представляетъ большое сходство съ алмазными кристаллами. Въ самомъ дѣлѣ, въ алмазныхъ кристаллахъ *плоскости октаэдра никогда не бываютъ выпуклы, но всегда прямолинейны*; а по этому въ комбинаціяхъ, съ господствующимъ сорокавосьмигранникомъ (mOn . O) или со многими сорокавосьмигранниками, плоскости октаэдра являются точно въ такихъ же отношеніяхъ, какъ и плоскости *f* нашего кристалла топаза, т. е. плоскости октаэдра являются въ кристаллахъ алмаза прямолинейными (нисколько не выпуклыми) и окруженными сферическимъ пространствомъ.

Вышеописанныя выпуклости плоскостей алмаза, гипса, топаза и проч. суть *настоящія или истинныя выпуклости,* т. е. поверхности кристалловъ этихъ минераловъ суть *дѣйствительно криволинейныя поверхности.* Но во многихъ натуральныхъ кристаллахъ плоскости представляютъ только *кажущіяся выпуклости.* Эти послѣднія происходятъ въ слѣдствіе *колебательнаго* образованія комбинаціонныхъ краевъ, при которомъ образуются на плоскостяхъ штрихи, и отъ котораго кристаллическія плоскости получаютъ вмѣстѣ съ тѣмъ кажущуюся выпуклость. Подобнаго рода выпуклости (которыя суть совершенно другаго рода, нежели выпуклости плоскостей алмаза) замѣчаются въ кристаллахъ турмалина, апатита и друг. минераловъ; въ этихъ кристаллахъ плоскости призмъ, покрытыя штрихами, представляютъ такъ называемую *цилиндрическую выпуклость.* Прилагаемая фигура 389, представляющая поперечный разрѣзъ турмалина, объясняетъ предметъ лучше словъ.

Фиг. 389.



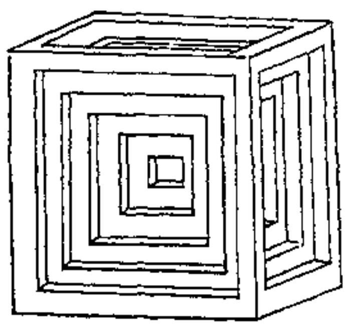
Фиг. 390.



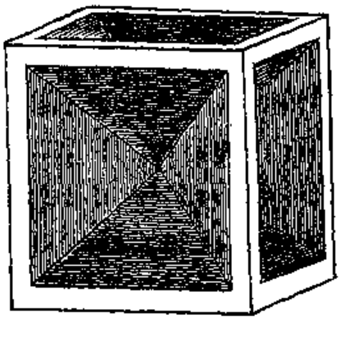
Фигура 390 представляетъ октаэдрическій кристаллъ магнитнаго желѣзняка изъ Ахматовской минеральной копи. Плоскости этого кристалла получили выпуклость отъ штриховатости, которая произошла по причинѣ комбинаціонныхъ краевъ (между плоскостями октаэдра и ромбическаго додекаэдра), образовавшихся колебательнымъ путёмъ.

Встрѣчаются также кристаллы съ *вогнутыми* плоскостями. Въ этомъ случаѣ, обыкновенно края и углы кристалловъ представляютъ, такъ сказать, остовъ, т. е. мѣста краевъ и угловъ заняты массою минерала, а прочее между ними лежащее пространство остаётся болѣе или менѣе не заполненнымъ; какъ будто бы, при кристаллообразованіи, не достало минеральнаго вещества для полнаго произведенія недѣлимаго. Подобныя вогнутости кристаллическихъ плоскостей замѣчаются напримѣръ въ кристаллахъ кварца, шпинели, и проч., а также во многихъ кристаллахъ, получаемыхъ въ лабораторіяхъ; каковы напримѣръ кристаллы висмута (фиг. 391 и 392), селитры и друг.

Фиг. 391.



Фиг. 392.



Наконецъ существуютъ совершенно неправильныя изогнутости плоскостей, придающія различныя уродливыя формы кристалламъ.

e) *Разъѣденными* плоскостями называются такія кристаллическія плоскости, на поверхности которыхъ замѣчаются неправильныя, большія или меньшія возвышенія и углубленія. Разъѣденность плоскостей произведена была часто послѣ образованія кристалловъ, различными внѣшними вліяніями.

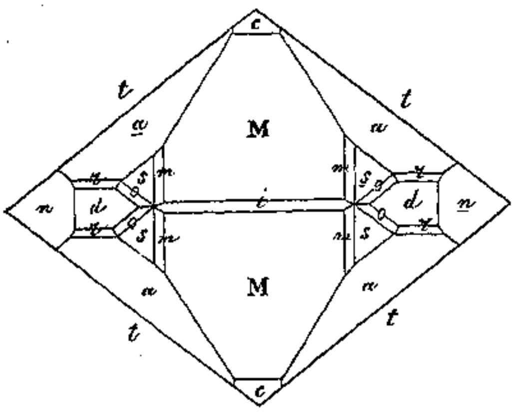
f) *Расплывшимися* (а иногда и *сплавленными*) плоскостями, называются кристаллическія плоскости, которыхъ неровности имѣютъ такой видъ, какъ будто бы онѣ произошли въ слѣдствіе сплавленія. Расплывшіяся плоскости замѣчаются въ кристаллахъ серебреннаго блеска, многихъ металловъ, и проч.

Съ плоскостями, имѣющими расплывшуюся наружность, связано округленіе краевъ кристалловъ, замѣчающееся напримѣръ въ кристаллахъ пироксена, и проч.

4) Такъ называемыя *аномаліи краевыхъ угловъ*, т. е. тѣ уклоненія, которыя представляютъ величины краевыхъ угловъ отъ величинъ, требуемыхъ условіями кристаллической системы, въ кристаллахъ замѣчаются весьма часто; и едва ли не наибольшая часть натуральныхъ кристалловъ представляетъ эти аномаліи. Иначе, впрочемъ, и быть не можетъ, ибо не должно забывать, что кристаллы суть *тѣла*, а не воображаемыя геометрическія фигуры, которыя намъ легко представить себѣ совершенно правильными. Въ этомъ случаѣ можно сказать, что природа, посредствомъ кристаллообразовательной силы, стремилась и стремится всегда произвести совершенно правильныя геометрическія формы, но что ей въ рѣдкихъ случаяхъ удавалось или удаётся достигнуть вполнѣ своей цѣли, по причинѣ разныхъ помѣхъ, сопровождающихъ кристаллообразованіе. По этому, чѣмъ менѣе совершенно было образованіе кристалловъ, тѣмъ они оказываютъ большія аномаліи въ величинѣ ихъ краевыхъ угловъ. Въ кристаллахъ наисовершеннѣйшихъ, аномаліи эти впрочемъ весьма незначительны; а иногда, хотя и рѣдко, почти и вовсе не замѣчаются. Такъ напримѣръ мнѣ случалось часто убѣждаться, посредствомъ *строжайшихъ* измѣреній, что въ нѣкоторыхъ кристаллахъ берилла и апатита, плоскости гексагональной призмы были наклонены дѣйствительно подъ угломъ = ровно 120° 0′ 0″, а плоскость

основнаго пинакоида къ плоскостямъ призмы — подъ угломъ = ровно 90° 0′ 0″. При измѣреніяхъ этихъ, инструментъ (наисовершеннѣйшаго устройства и вѣрно установленный) показывалъ пунктуально вышеозначенные углы, не обнаруживая даже дробей одной минуты. Чтобы дать понятіе о величинѣ тѣхъ уклоненій (аномалій), которыя замѣчаются въ кристаллахъ, образованныхъ довольно совершеннымъ образомъ, я приведу здѣсь результаты моихъ измѣреній однаго прекраснаго кристалла свинцоваго купороса изъ Монте-Пони (островъ Сардинія).

Фиг. 393.



Фигура 393 предствляетъ вертикальную проэкцію этого кристалла. Вычисленія произведены изъ выведеннаго мною отношенія осей: $a : b : c = 0{,}77556 : 1 : 0{,}60894$.

По измѣренію.	По вычисленію.	Разница.
s : *s* въ X = 89° 38′ 0″	89° 38′ 0″	0° 0′ 0″
s : *s* въ Y = 128° 48′ 0″	128° 48′ 56″	— 0° 0′ 56″
s : *s* въ Z = 112° 19′ 15″	112° 18′ 26″	+ 0° 0′ 49″
s : *M* = 154° 24′ 0″	154° 24′ 28″	— 0° 0′ 28″
s : *t* = 134° 48′ 30″	134° 49′ 0″	— 0° 0′ 30″
s : *d* = 141° 37′ 30″	141° 37′ 38″	— 0° 0′ 8″
s : *a* = 161° 31′ 30″	161° 31′ 43″	— 0° 0′ 13″
s : *n* = 132° 0′ 0″	131° 59′ 26″	+ 0° 0′ 34″
s : *r* = 161° 48′ 0″	161° 49′ 26″	— 0° 1′ 26″
a : *d* = 135° 6′ 0″	135° 6′ 0″	0° 0′ 0″
a : *a* въ Z = 90° 13′ 0″	90° 12′ 0″	+ 0° 1′ 0″
a : *t* = 153° 17′ 0″	153° 17′ 17″	— 0° 0′ 17″
a : *M* = 142° 8′ 0″	142° 8′ 6″	— 0° 0′ 6″
d : *t* = 118° 16′ 45″	118° 16′ 15″	+ 0° 0′ 30″
d : *n* = 162° 55′ 30″	162° 55′ 54″	— 0° 0′ 24″
d : *i* = 129° 22′ 40″	129° 23′ 21″	— 0° 0′ 41″
d : *d* въ Y = 78° 46′ 0″	78° 46′ 42″	— 0° 0′ 42″
n : *n* въ Y = 44° 37′ 30″	44° 38′ 29′	— 0° 0′ 59″
n : *i* = 112° 18′ 0″	112° 19′ 14″	— 0° 1′ 14″

	По измѣренію.	По вычисленію.	Разница.
$M : M =$	103° 43′ 30″	103° 43′ 30″	0° 0′ 0″
$M : d =$	119° 56′ 0″	119° 56′ 30″	— 0° 0′ 30″
$M : t =$	119° 13′ 0″	119° 12′ 30″	+ 0° 0′ 30″
$M : r =$	136° 13′ 0″	136° 13′ 54″	— 0° 0′ 54″
$t : t$ въ Z $=$	75° 35′ 30″	75° 35′ 30″	0° 0′ 0″
$t : t$ въ Y $=$	104° 24′ 30″	104° 24′ 30″	0° 0′ 0″
$t : i =$	90° 0′ 0″	90° 0′ 0″	0° 0′ 0″
$m : s =$	167° 52′ 0″	167° 52′ 31″	— 0° 0′ 31″
$m : M =$	166° 31′ 0″	166° 31′ 57″	— 0° 0′ 57″
$s : a =$	118° 22′ 45″	118° 23′ 38″	— 0° 0′ 53″
$\underline{\overline{n}} : \underline{\overline{a}} =$	70° 22′ 30″	70° 22′ 25″	+ 0° 0′ 5″

Изъ приведенныхъ величинъ усматривается, что разница между вычисленными углами и углами, полученными чрезъ непосредственное измѣреніе, простирается по большей мѣрѣ до 1 или до $1\frac{1}{2}$ минутъ. Но въ природѣ такіе кристаллы рѣдки; часто разница между тѣми и другими углами бываетъ равна 5′, 10′, 20′, а въ весьма несовершенныхъ кристаллахъ — ещё и болѣе.

Брейтгауптъ, Бодримонъ и Шрауфъ хотятъ видѣть въ этихъ аномаліяхъ особенный законъ кристаллообразованія, но до сихъ поръ, однако же, такой образъ взгляда не подтверждёнъ достаточно фактами.

Несовершенства кристалловъ, зависящія какъ отъ непосредственнаго соприкосновенія ихъ между собою, такъ и отъ соприкосновенія съ другими минеральными массами.

Минеральныя массы, образующія кору земнаго шара, называются *горными породами*. Въ этихъ то горныхъ породахъ кристаллы заключаются двоякимъ образомъ, а именно: или они представляются въ нихъ *вросшими*, или на нихъ *наросшими*. Вросшіе кристаллы бываютъ со всѣхъ сторонъ облечены массою горной породы, съ которою они образовались одновременно; такіе кристаллы могутъ быть легко отдѣлены отъ породы, и часто, при слабомъ ударѣ молотка, тотчасъ изъ неё вываливаются, оставляя по себѣ въ породѣ только одинъ отпечатокъ, соотвѣтственный наружной ихъ формѣ. Этого рода кристаллы большею частію бываютъ наисовершеннѣйшіе; они ограничены плоскостями со всѣхъ сторонъ. Напротивъ, наросшіе кристалы образованы бываютъ совершенно только съ одной стороны, а другая ихъ сторона, (именно та, которою они были наросши на горную породу) представляется въ неправильномъ видѣ. Точно также кристаллы бываютъ только отчасти образованы совершенно, когда они являются скученными вмѣстѣ; въ этомъ послѣднемъ случаѣ недѣлимыя агрегата, прилегающія плотно одни къ другимъ, производятъ на сосѣдственныхъ недѣлимыхъ болѣе или менѣе неправильные отпечатки, называемые *поверхностями соприкосновенія* (Zusammensetzungsflächen).

ЛЕКЦІЯ ШЕСТНАДЦАТАЯ.

ОБЪ ИЗМѢРЕНІИ УГЛОВЪ КРИСТАЛЛОВЪ.

Въ прошедшію лекцію мы видѣли, какъ далёкъ наружный видъ натуральныхъ кристалловъ отъ того симметрическаго вида, который предполагается для нихъ въ кристаллографіи. Не смотря однако же на всѣ непостоянства этого наружнаго вида, не смотря на всѣ его уродливости, *относительное положеніе плоскостей въ кристаллахъ*, а слѣдственно и зависящая отъ того *величина краевыхъ и плоскихъ угловъ*, вообще говоря, — остаются *постоянными*. Конечно, постоянство это имѣетъ мѣсто только при одной и той же температурѣ, при одинаковомъ химическомъ составѣ, и когда не будетъ придано большаго значенія тѣмъ небольшимъ аномаліямъ, о которыхъ было уже нами оговорено. Въ разсужденіи температуры, какъ мы увидимъ въ послѣдствіи, Митчерлихъ доказалъ, что кристаллы, не принадлежащіе къ правильной системѣ, при перемѣнѣ температуры, растягиваются по различнымъ направленіямъ неравномѣрно. Что же касается до кристалловъ правильной системы, то они, при всѣхъ температурахъ, сохраняютъ свои углы постоянными.

И такъ, единственные постоянные элементы наружнаго ограниченія натуральныхъ кристалловъ суть: краевые и плоскіе углы; по этому не удивительно, что ихъ приняли за тѣ элементы для наблюденій, на которыхъ основываются вычисленія кристаллическихъ формъ. Такъ какъ измѣрять плоскіе углы, частію по случаю слишкомъ малой величины кристаллическихъ плоскостей, частію по случаю неправильнаго образованія краевыхъ линій, а частію и по другимъ, болѣе или менѣе уважительнымъ причинамъ, довольно неудобно, то въ настоящее время большею частію измѣряются преимущественно только одни *краевые* углы, а плоскіе изъ этихъ послѣднихъ вычисляются.

Измѣреніе даннаго краеваго угла, т. е. измѣреніе взаимнаго наклоненія двухъ данныхъ плоскостей, можетъ быть произведено по различнымъ методамъ. Инструменты, употребляемые для этой цѣли, называются *гоніометрами* (отъ γωνία — уголъ, и μετρον — мѣра) или *угломѣрами*. Всѣ до сихъ поръ извѣстные гоніометры можно раздѣлить на два класса: на гоніометры *прикасателные* и гоніометры *лучеотражательные* (или просто *отражательные*).

Такъ какъ посредствомъ лучеотражательныхъ инструментовъ можно достигнуть несравненно болѣе точныхъ результатовъ, нежели посредствомъ инструментовъ прикасательныхъ, то эти послѣдніе употребляются лишь только тогда, когда обстоятельства не дозволяютъ примѣнить къ измѣренію лучеотражательнаго гоніометра, или когда отъ измѣреній не требуется большой точности.

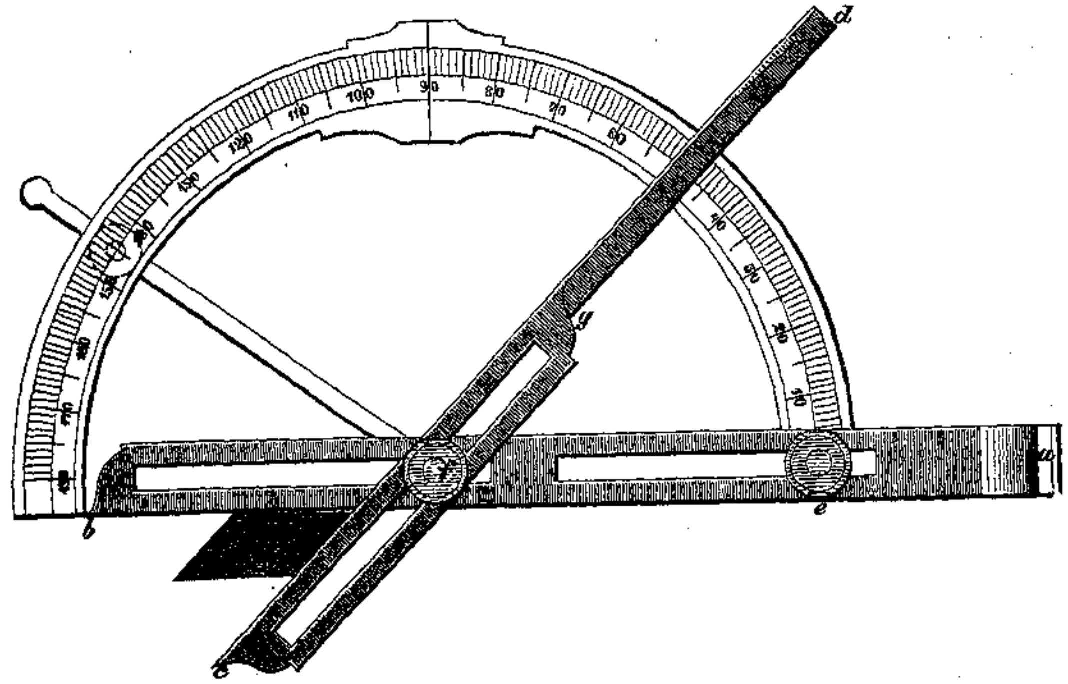
Мы опишемъ теперь только тѣ изъ гоніометровъ, которые вошли можно сказать во всеобщее употребленіе; что же касается до многихъ другихъ инструментовъ этого рода, каковы гоніометры: Адельмана, Баумгартнера, Студера, Брейтгаупта, Мунке, Рудберга, Ризе, и другихъ, то тѣмъ изъ слушателей, которые интересуются знать ихъ устройство, мы рекомендуемъ обратиться къ сочиненіямъ болѣе спеціальнымъ по этой части. Описаніе поименованныхъ инструментовъ, вывело бы насъ изъ предѣловъ нашего курса.

ПРИКАСАТЕЛЬНЫЙ ГОНІОМЕТРЪ КАРАНЖО.

Инструментъ этотъ есть древнѣйшій изъ всѣхъ гоніометровъ; онъ изобрѣтёнъ въ 1783 году Каранжо'мъ, изготовлявшимъ для Роме-де-Лиля модели кристалловъ изъ глины. Гаюи наибольшую часть своихъ измѣреній произвёлъ съ помощію гоніометра Каранжо.

Главнѣйшія части описываемаго гоніометра, который на фигурѣ 394 представленъ въ настоящей его величинѣ, суть: полукругъ и двѣ линейки. Большею частію полукругъ дѣлается изъ мѣди, а линейки изъ стали. Полукругъ раздѣляется на 180 частей или градусовъ. По незначительной степени точности измѣреній, даваемыхъ инструментомъ, такого грубаго дѣленія совершенно достаточно; впрочемъ, иногда каждый градусъ ещё подраздѣляется на двѣ части или полуградуса. Линейки наложены одна на другую, и придѣланы къ дугѣ такъ, какъ показано на фигурѣ 393; изъ нихъ одна *ab* можетъ имѣть только одно поступательное движеніе взадъ и впередъ, а другая *cd* — поступательное и вмѣстѣ съ тѣмъ вращательное движеніе. Въ центрѣ находится винтъ со шляпкою *f*, а при

Фиг. 394.



0° дѣленія — шпинёкъ *e*, не дозволяющій линейкѣ *ab* получить вращательнаго движенія. На второй линейкѣ *cd* находится лезвеё, острый край *dg* котораго, будучи мысленно продолженъ, непремѣнно долженъ проходить чрезъ центръ *f* инструмента (ибо только въ этомъ случаѣ, линейка будетъ показывать вѣрное число градусовъ). Когда центральный видъ *f* закрѣплёнъ, тогда обѣ линейки остаются неподвижными; напротивъ, когда центральный винтъ *f* ослабленъ, тогда первая линейка *ab* (по причинѣ находящихся по срединѣ ея вырѣзовъ) можетъ быть двигаема взадъ и впередъ, въ направленіи ея длины, а вторая линейка *cd* можетъ быть двигаема также взадъ и впередъ, (также по причинѣ находящагося въ ней вырѣза), и кромѣ того получатъ вращательное движеніе около центральнаго винта *f*, какъ около оси. Такимъ образомъ концы *bf* и *cf* обѣихъ линеекъ можно удлиннять или укорачивать по произволу.

Употребленіе этого простаго инструмента очевидно изъ его устройства. Измѣряемый уголъ кристалла помѣщаютъ плотно между двумя линейками, въ пространство *cfb* (см. на фигурѣ 394), и потомъ читаютъ число градусовъ, показываемое лезвеёмъ линейки *cd* на дугѣ дѣленія.

Чтобы посредствомъ гоніометра *Каранжо* можно было получить результаты, удовлетворительные на столько, на сколько дозволяетъ самое устройство инструмента, необходимо соблюдать слѣдующія правила:

1) Поверхность инструмента, при измѣреніи, должна быть *перпендикулярна къ краевой линіи*, или къ обѣимъ плоскостямъ, образующимъ край.

2) Линейки своими краями должны плотно прилегать къ плоскостямъ измѣряемаго краеваго угла.

Для удовлетворенія послѣднему условію, полезно держать инструментъ и кристаллъ противъ свѣта. Въ этомъ случаѣ становится замѣтнѣе уклоненіе положенія линеекъ отъ положенія плоскостей.

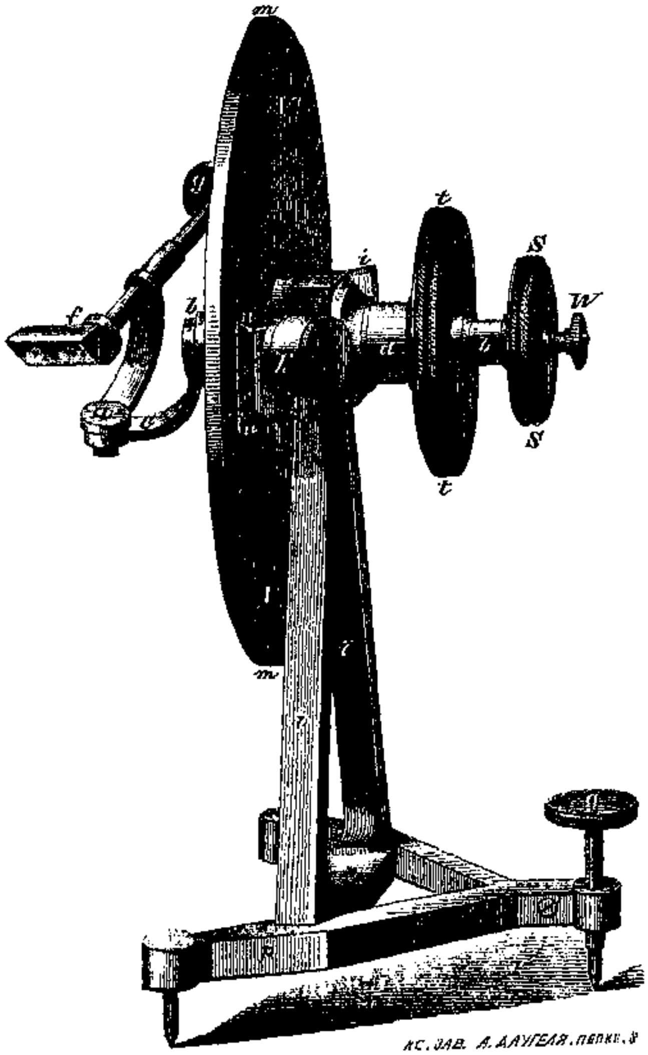
Разумѣется, большая или меньшая точность измѣренія зависитъ также отъ большаго или меньшаго совершенства и величины кристалла. Чѣмъ плоскости кристалла будутъ ровнѣе и чѣмъ онѣ будутъ занимать большее протяженіе, тѣмъ измѣреніе можетъ быть удовлетворительнѣе. Во всякомъ случаѣ, слишкомъ точныхъ результатовъ посредствомъ гоніометра *Каранжо* достигнуть невозможно. При самыхъ благопріятнѣйшихъ обстоятельствахъ, и при выводѣ среднихъ величинъ изъ многихъ наблюденій однаго и того же угла, можно довести ошибку отъ измѣренія едва до $\pm \frac{1}{4}$ градуса; быкновенно же ошибка простирается до однаго или даже до нѣсколькихъ градусовъ.

Когда измѣряемый кристаллъ представляется наросшимъ на горную породу, то часто передняя часть дуги прикасательнаго гоніометра служитъ помѣхою для измѣренія. Для избѣжанія этого неудобства, дуга инструмента дѣлается иногда складною, на шарнерѣ (какъ это показано на фигурѣ 394). При такомъ устройствѣ, во время измѣренія, половину дуги можно отнять, а по окончаніи измѣренія, снова приложить къ линейкамъ.

ЛУЧЕОТРАЖАТЕЛЬНЫЙ ГОНІОМЕТРЪ ВОЛЛАСТОНА.

Устройство гоніометра Волластона основано на отраженіи лучей свѣта отъ блестящихъ плоскостей кристалловъ, почему гоніометръ этотъ и называется *лучеотражательнымъ*. Идея измѣрять углы кристалловъ посредствомъ отраженія лучей свѣта, идущихъ отъ внѣшнихъ предметовъ, принадлежитъ впрочемъ не Волластону, но Малюсу. Хотя уже и Гаюи, при своихъ измѣреніяхъ, прибѣгалъ отчасти къ помощи свѣта *), но истинную методу измѣрять точнымъ образомъ углы кристалловъ посредствомъ лучеотраженія далъ дѣйствительно Малюсъ, которому удалось получить точнѣйшую величину угловъ кристалловъ нѣкоторыхъ минераловъ, посредствомъ лучеотраженія, при помощи репетирнаго круга. Это были первыя точныя кристаллографическія измѣренія, произведенныя лучеотраженіемъ. Волластонъ, постигая всю важность употребленной Малюсомъ методы, воспользовался ею, и построилъ особенный лучеотражательный инструментъ, исключительно назначенный для измѣренія угловъ, т. е. *лучеотражательный гоніометръ*. Инструментъ этотъ, по своей точности и практичности, въ настоящее время вошёлъ во всеобщее употребленіе; его часто называютъ также просто *волластоновымъ гоніометромъ*.

Фиг. 395.



Отражательный гоніометръ Волластона устроенъ такъ, какъ показано на фигурѣ 395, представляющей копію съ ин-

---

*) Гаюи, не смотря на свое пристрастіе къ прикасательному гоніометру, любилъ однако же употреблять еще слѣдующую методу:

Кристаллъ, уголъ котораго требовалось измѣрить, Гаюи наклеивалъ воскомъ на подставку, рядомъ съ кристалломъ, котораго уголъ ему уже былъ извѣстенъ. Давъ краямъ сравниваемыхъ угловъ примѣрно горизонтальное положеніе, онъ принаравливалъ плоскости одной стороны обоихъ кристалловъ такъ, чтобы глазъ видѣлъ совпаденіе отраженнаго изображенія пламени свѣчи (опытъ производился вечеромъ) на обѣихъ соотвѣтствующихъ плоскостяхъ кристалловъ. Потомъ, оба установленные такимъ образомъ кристалла онъ поворачивалъ до тѣхъ поръ, пока отраженіе пламени свѣчи не появлялось на другой плоскости искомаго угла; если въ этомъ случаѣ получалось снова совпаденіе, то онъ принималъ искомый уголъ равнымъ углу кристалла, взятаго для сравненія.

струмента, который я употреблялъ въ продолженіи многихъ лѣтъ, и который сдѣланъ былъ покойнымъ петербургскимъ механикомъ г-мъ **Гиргенсономъ** *). Мѣдный кругъ *mm* (около 3 вершковъ въ діаметрѣ) раздѣленъ на 180 градусовъ. Каждый градусъ подраздѣляется иногда на двѣ части, т. е. полуградусы, а иногда, что ещё лучше, на три части. Ноніусъ *nn* (прикрѣпленный посредствомъ мѣдной пластинки къ передней ножкѣ станка) служитъ для опредѣленія минутъ. При ноніусѣ находятся: ширма *i* и лупа *k*; первая для устраненія отблеска, а вторая — для того, чтобы черты мелкаго дѣленія сдѣлать, чрезъ увеличеніе, удобными для зрѣнія. Ось *a пустая* и снабжена рукояткою *tt* (въ видѣ кружка, съ зазубренными краями). Эта ось *a* и мѣдный кругъ *mm*, сдѣланы изъ одного и того же куска мѣди, въ противномъ случаѣ ось *a* припаена къ кругу *mm*; слѣдственно въ обоихъ случаяхъ соединена съ нимъ неподвижно. Ось *a* вставлена въ отверстіе станка, устроеннаго на подобіе козелъ, которыхъ ножки *rr* утверждены на подставкѣ *p*, стоящей на трехъ ножкахъ. Одна изъ ножекъ подставки, посредствомъ винта *q*, можетъ быть удлинняема или укорачиваема. Пустая ось *a* въ отверстіи станка вращается свободно; сквозь неё проходитъ сплошная ось *b* кристаллоносца, снабженная рукояткою *ss* (въ видѣ кружка съ зазубренными краями, нѣсколько меньшаго діаметра противу кружка *tt*). Сплошная ось *b* кристаллоносца въ пустой оси *a* круга вращается *съ треніемъ*, въ слѣдствіе котораго: если поворачивать посредствомъ рукоятки *tt* пустую ось *a*, то вмѣстѣ съ нею будетъ вращаться и сплошная ось *b*; но напротивъ, если поворачивать посредствомъ рукоятки *ss* сплошную ось *b* кристаллоносца, то пустая ось *a*, а слѣдственно и кругъ дѣленія, будутъ оставаться неподвижными. Винтъ *w* служитъ для увеличенія или уменьшенія помянутаго тренія, что достигается посредствомъ навинчиванія или развинчиванія винта *w*. Къ одному концу оси *b* (противоположному тому, на которомъ находится рукоятка *ss*) прикрѣплены двѣ дуги *c* и *d*, изъ которыхъ послѣдняя можетъ свободно вращаться около придерживающаго её стерженька, какъ около оси. Въ дугѣ *d* находится отверстіе, сквозь которое проходитъ стерженъ, вращающійся съ треніемъ и оканчивающійся съ одной стороны кружкомъ *g* съ зазубрёнными краями, а съ другой — шляпкою *f*, на которую, посредствомъ воска, укрѣпляется измѣряемый кристаллъ. Очевидно, что во всякомъ положеніи сплошной оси *b*, насаженному кристаллу, помощію дуги *d* и стержня *fg*, можно сообщать два движенія, въ поверхностяхъ взаимно прямоугольныхъ. Такъ какъ по устройству инструмента, оси *a* и *b* перпендикулярны къ кругу дѣленія, а этотъ послѣдній перпендикуляренъ къ поверхности подставки *p*, то когда подставка эта будетъ приведена въ горизонтальное положеніе, тогда кругъ дѣленія будетъ стоять вертикально, а оси *a* и *b* — горизонтально.

Измѣреніе даннаго двухграннаго угла кристалла основано на слѣдующемъ:

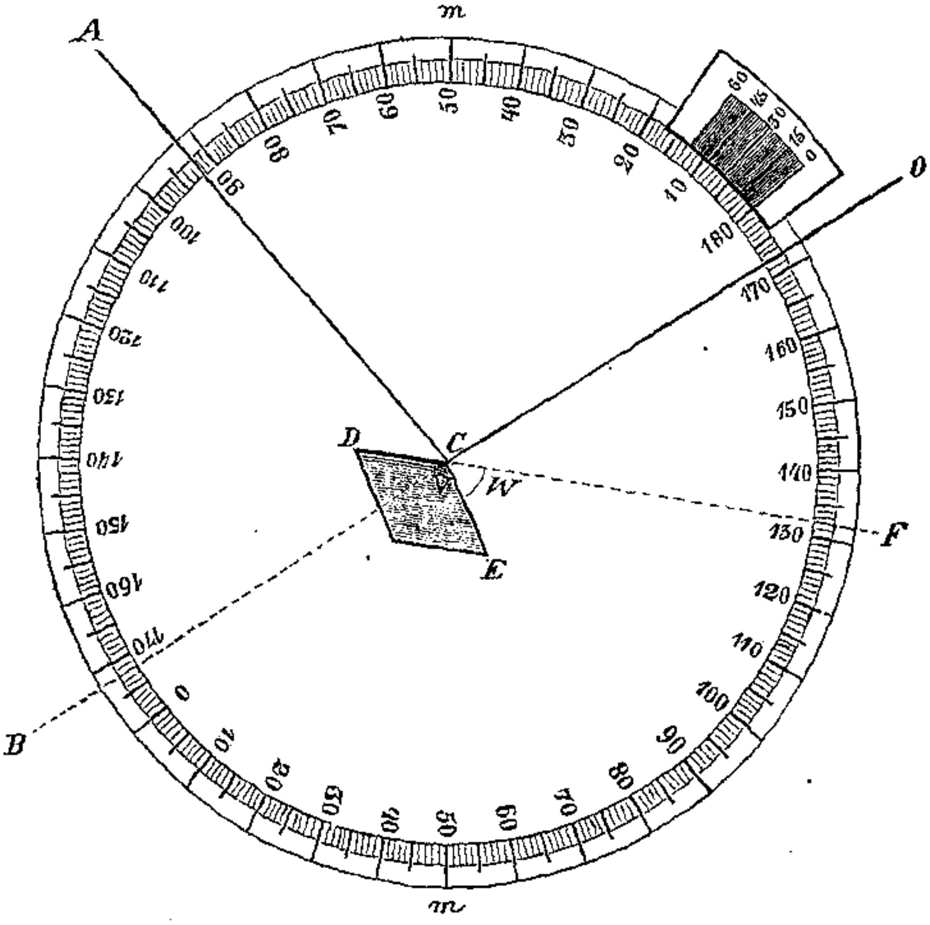
Пусть край, образованный пересѣченіемъ двухъ какихъ нибудь плоскостей крис-

---

*) Фотографическій снимокъ съ этого инструмента, служившій оригиналомъ для гравера на деревѣ, былъ снятъ моимъ высокопочтеннымъ другомъ, нашимъ извѣстнымъ химикомъ и минералогомъ П. А. **Кочубеемъ**, въ его собственномъ фотографическомъ кабинетѣ.

талла CD и CE, совпадаетъ совершенно съ геометрическою горизонтальною осью гоніометра, какъ это представлено на фигурѣ 396. Если теперь мы будемъ поворачивать кругъ

Фиг. 396.



дѣленія, вмѣстѣ съ кристалломъ (по надлежащему направленію), то очевидно, что когда плоскость CE придетъ въ положеніе CF (см. фиг. 396), т. е. въ то самое положеніе въ которомъ находилась первоначально плоскость CD, — тогда кругъ дѣленія опишетъ дугу, измѣряемую угломъ W, который есть: *дополнительный уголъ до* 180° *искомаго двухграннаго угла* V *кристалла*. *И такъ всё затрудненіе состоитъ преимущественно*, въ отысканіи средства, посредствомъ котораго возможно бы было: *привести вторую плоскость* CE *математически въ то же самое положеніе, въ которомъ находилась первоначально первая плоскость* CD. Это средство найдено въ отраженіи предметовъ, какъ въ зеркалѣ, отъ блестящихъ плоскостей, образующихъ край измѣряемаго двухграннаго угла кристалла; а гоніометръ Волластона дозволяетъ весьма удобно пользоваться этимъ средствомъ. Принципъ отраженія лучей свѣта примѣненъ къ гоніометру Волластона въ слѣдующемъ смыслѣ: положимъ, что отъ удалённаго предмета или, какъ говорятъ, *сигнала* A (фиг. 396) лучь свѣта падаетъ на кристаллическую плоскость CD въ точкѣ C, лежащей при самомъ краѣ. Этотъ лучь отразится отъ помянутой плоскости, по извѣстному закону отраженія (уголъ паденія равенъ углу отраженія) въ направленіи CO, и глазъ, находящійся въ точкѣ O, увидитъ отраженный *сигналъ* A на продолженіи отраженнаго луча въ точкѣ B. Если *теперь, не измѣняя положенія глаза*, поворачивать кругъ дѣленія (по надлежащему направленію) до тѣхъ поръ, пока отъ второй плоскости CE сигналъ A отразится въ томъ же самомъ направленіи CB, (т. е. когда отраженный сигналъ A будетъ видимъ снова въ точкѣ B) — то въ этомъ случаѣ, вторая плоскость CE займётъ (при надлежащемъ положеніи гоніометра), очевидно, математически то же самое положеніе, какое занимала первая плоскость CD, и уголъ поворота круга W будетъ равенъ дополненію до 180° искомаго угла кристалла V, т. е. V = 180° — W.

Вышеозначенная метода, требуетъ удовлетворенія слѣдующихъ условій:

1) Краевая линія должна быть *принаровлена* (justirt), т. е. перпендикулярна къ плоскости круга, или, что всё равно, параллельна оси гоніометра.

2) Эта краевая линія, вмѣстѣ съ тѣмъ, должна быть хорошо *центрирована*, т. е. проходить чрезъ центръ круга дѣленія гоніометра.

3) Отраженный лучь свѣта, при обѣихъ наблюденіяхъ, долженъ имѣть математически одно и то же положеніе.

4) Выбранный для отраженія сигналъ и кристаллъ должны находиться въ одной и той же поверхности, параллельной кругу дѣленія гоніометра.

5) Отраженіе, во время обѣихъ наблюденій, должно происходить при самой краевой линіи, какъ это показано на фигурѣ 396.

Для того, чтобы показать какимъ образомъ должно обращаться съ гоніометромъ Волластона, опишемъ самый ходъ измѣренія. Положимъ требуется измѣрить краевой уголъ конечнаго края ромбоэдра известковаго шпата. На практикѣ поступаютъ слѣдующимъ образомъ:

Инструментъ помѣщаютъ на неподвижно-стоящій столъ. Я находилъ всегда весьма удобнымъ употреблять для этой цѣли деревянный треножникъ, (примѣрно въ $1\frac{1}{4}$ аршина высотою), имѣющій площадку. Гоніометръ ставиться предъ открытымъ окномъ, чрезъ которое можно видѣть весьма удалённые предметы (каковы: крестъ церкви, флюгеръ, и т. п.). Кругъ дѣленія долженъ быть установленъ вертикально и по возможности прямоугольно къ поверхности окна. Если открыть окно неудобно, то можно ограничиться какимъ нибудь знакомъ, наклеённымъ на стеклѣ окна *), но въ этомъ случаѣ необходимо хорошо центрировать кристаллъ, если не хотятъ получить грубаго результата. На шляпку *f* стержня *fg* (фиг. 395, стр. 201), посредствомъ воска, прикрѣпляютъ измѣряемый кристаллъ. Далѣе, дѣйствуя рукояткою *tt*, 0° дѣленія ноніуса совмѣщаютъ съ 0° дѣленія круга; для болѣе легчайшаго и скорѣйшаго исполненія этого совмѣщенія, на кругѣ дѣленія сдѣланы задержки *v* и *v*, изъ которыхъ одна дойдя до края мѣднаго пера, привинченнаго къ задней ножкѣ станка, останавливаетъ кругъ какъ разъ на 0° дѣленія. Уста-

---

*) Можно наклеить на стекло напримѣръ квадратъ, вырѣзанный изъ черной бумаги.

новивъ кругъ дѣленія, приступаютъ къ установу кристалла *), а именно: стараются поставить кристаллъ такъ, чтобы краевая линія измѣряемаго краеваго угла была сколь возможно центральнѣе и при томъ параллельна оси инструмента. Установъ кристалла производится посредствомъ поворачиванія рукоятки ss (и слѣдственно сплошной оси b) и перемѣщенія положенія дуги d, стержня fg, и самаго кристалла на воску. При этой операціи можно по произволу: выдвигать болѣе или менѣе стержень fg, поварачивать взадъ и впередъ дугу d, и поворачивать на право и на лѣво (посредствомъ кружка g) стержень fg. Центрировать краевую линію совершенно точно, на инструментѣ такого устройства, какъ показанный на фигурѣ 395, почти невозможно; по этой причинѣ центрированіе производится на глазомѣръ, приблизительнымъ образомъ. Что же касается до принаровленія краевой линіи (т. е. до приведенія её въ положеніе, параллельное съ осью инструмента), то такого принаровленія можно достигнуть довольно удовлетворительно слѣдующимъ образомъ: сперва поворачиваютъ рукоятку ss до тѣхъ поръ, пока глазъ увидитъ въ одной плоскости отраженные сигналы; потомъ, посредствомъ вышесказанныхъ движеній стержня fg и дуги d, стараются, чтобы горизонтальныя линіи (напримѣръ горизонтальныя перекладины рамы окна) представлялись на этой плоскости горизонтальными, а вертикальныя — вертикальными. Когда на первой плоскости помянутое отраженіе будетъ получено, поворачиваютъ къ глазу вторую плоскость, и поступаютъ съ нею точно такимъ же образомъ. Если за сигналъ выбранъ наклеенный чёрный квадратъ, то можно ниже окна (напр. на стѣнѣ), на одной и той же вертикальной линіи, наклеить другой квадратъ (лучше бѣлый) или провести горизонтальную черту, и потомъ, черный квадратъ, видимый чрезъ отраженіе, совмѣстить съ бѣлымъ квадратомъ видимымъ простымъ глазомъ. Если, послѣ нѣсколькихъ приладокъ, будетъ наконецъ достигнуто *на обѣихъ* плоскостяхъ полное совмѣщеніе квадрата отраженнаго съ квадратомъ, видимымъ простымъ глазомъ, то это будетъ значить, что краевая линія принаровлена, т. е. параллельна оси инструмента. Распорядясь такимъ образомъ, начинаютъ самое измѣреніе. Посредствомъ рукоятки ss приводятъ сперва первую плоскость измѣряемаго края въ положеніе, при которомъ происходитъ полное совмѣщеніе знаковъ, при этомъ кругъ остается неподвижнымъ, на 0° дѣленія. Потомъ посредствомъ рукоятки tt приводятъ вторую плоскость въ точно такое же положеніе (при движеніи оси a круга дѣленія, въ слѣдствіе тренія, двигается и внутренняя сплошная ось b); при этомъ кругъ сдѣлаетъ оборотъ, и такимъ образомъ покажетъ намъ уголъ W, который въ выбранномъ нами случаѣ, т. е. въ ромбоэдрѣ известковаго шпата, будетъ $= 74^\circ\ 55'$, и слѣдственно искомый уголъ $V = 180^\circ - 74^\circ\ 55' = 105^\circ\ 5'$.

Вотъ въ общихъ чертахъ ходъ, которому слѣдуютъ при измѣреніяхъ обыкновеннымъ отражательнымъ гоніометромъ (каковъ напримѣръ представленный на фиг. 395),

---

*) При этомъ полезно употреблять методу, предложенную Купферомъ, съ помощію чернаго стекла съ параллельными плоскостями. Объ этой методѣ будетъ сказано ниже, при изложеніи теоріи гоніометра Волластона.

когда отъ результатовъ не требуется слишкомъ большой точности; въ противномъ случаѣ полезно принимать въ соображенiе многiе практическiе прiёмы, или, даже ещё и лучше, производить наблюденiя съ помощiю болѣе сложнаго инструмента. Вообще, какъ говоритъ Брейтгауптъ: *)

«Кристаллоизмѣренiе есть искуство, для достиженiя котораго требуется много времени, точности и спокойствiя, и которое только въ исключительныхъ случаяхъ изучается «по книгамъ. Тотъ, кто хорошо производитъ геодезическiя измѣренiя, пробы, искусно «прививаетъ деревья, хорошо стрѣляетъ, хорошо играетъ въ билліардъ, и проч., тотъ «долженъ имѣть уже конечно природную склонность и способности къ тому или другому «искуству; ибо здѣсь требуется вѣрный взглядъ и твердость руки, даже всего тѣла. Во «всякомъ случаѣ я нахожу полезнымъ совѣтовать, изучать устройство и употребленiе инструмента подъ руководствомъ опытнаго учителя. Многолѣтнiе опыты показали мнѣ, «что изъ молодыхъ людей, обладающихъ приличнымъ научнымъ подготовленiемъ, только «немногiе оказываются способными къ кристаллоизмѣренiю, да и эти послѣднiе *безъ руководства* и прилежныхъ самостоятельныхъ упражненiй, научаются точно работать съ «отражательнымъ гонiометромъ *съ трудомъ*, а иногда и *никогда* не научаются».

При измѣренiяхъ лучеотражательнымъ гонiометромъ, выгоднѣе употреблять кристаллы малыхъ размѣровъ.

ЛЕКЦIЯ СЕМНАДЦАТАЯ.

ТЕОРIЯ ВОЛЛАСТОНОВА ЛУЧЕОТРАЖАТЕЛЬНАГО ГОНIОМЕТРА.

Тотъ, кто желаетъ производить точнѣйшiя измѣренiя кристалловъ, кто хочетъ отдавать себѣ отчётъ въ каждомъ прiёмѣ, въ каждой предпринимаемой имъ физической операцiи, словомъ, кто хочетъ во время производства измѣренiй руководить себя вполнѣ сознательнымъ путёмъ, — тотъ конечно долженъ быть знакомъ, не только съ устройствомъ употребляемаго имъ инструмента, но и съ его теорiею. Хотя въ учебныхъ лекцiяхъ, подобныхъ моимъ, теорiя лучеотражательнаго гонiометра Волластона обыкновенно выпускается; однако же, видя тотъ интересъ, который обнаружили къ предмету нѣкоторые изъ моихъ слушателей, я нахожу полезнымъ сообщить здѣсь эту теорiю.

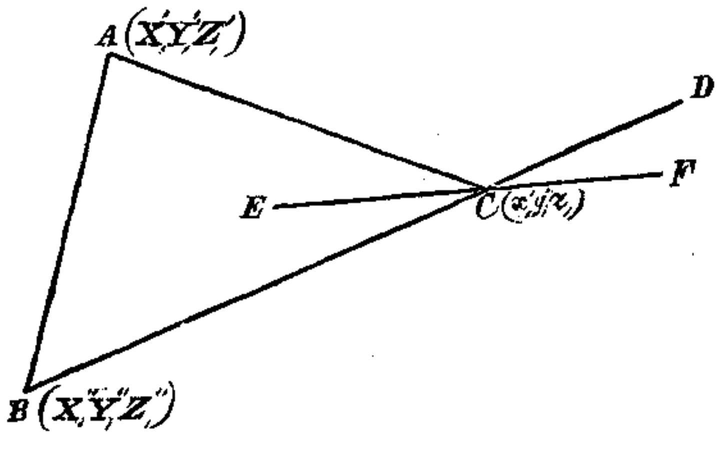
---

*) A. Breithaupt. Vollständiges Handbuch der Mineralogie, Dresden und Leipzig, 1836, Erster Band, S. 318.

Теорія Волластонова лучеотражательнаго гоніометра была изложена въ первый разъ весьма остроумнымъ образомъ нашимъ знаменитымъ кристаллографомъ и физикомъ А. Я. Купферомъ; сперва въ его мемуарѣ, касающемся точныхъ измѣреній угловъ кристалловъ (увѣнчанномъ преміею Королевской Берлинской Академіи Наукъ), а потомъ въ его кристаллографіи *). Мы представимъ здѣсь эту теорію въ томъ самомъ видѣ, въ какомъ публиковалъ её самъ геніальный авторъ.

Положимъ, что мы имѣемъ три прямоугольныя координатовыя поверхности, и что одна изъ нихъ (именно поверхность xz) совпадаетъ съ поверхностію круга дѣленія инструмента, а начало координатъ совпадаетъ съ центромъ этого круга дѣленія. Пусть X', Y', Z' и X'', Y'', Z'' будутъ координаты двухъ выбранныхъ предметовъ за сигналы (которые мы разсматриваемъ какъ пункты), а x', y', z' — координаты того пункта, при которомъ происходитъ на кристаллической плоскости отраженіе перваго сигнала. Вообразимъ себѣ чрезъ эти три пункта поверхность; слѣдственно, въ этой поверхности будутъ находиться: первый сигналъ A, второй сигналъ B, и изображеніе C перваго сигнала на кристаллической плоскости (фиг. 397). Глазъ наблюдателя, для того, чтобы онъ могъ видѣть совпаденіе пункта C съ B, необходимо долженъ находиться на продолженіи линіи BC, напримѣръ въ точкѣ D. Кристаллическая плоскость, которой пересѣченіе съ поверхностію ABC есть линія EF, должна быть перпендикулярна къ этой поверхности и имѣть такое положеніе, при которомъ линія AC будетъ образовать съ нею тотъ же уголъ, какъ линіи CD или BC.

Фиг. 397.



Пусть теперь будутъ:

$$\left.\begin{aligned} x &= a'z + \alpha' \\ y &= b'z + \beta' \end{aligned}\right\} \text{уравненія линіи AC.}$$

$$\left.\begin{aligned} x &= a''z + \alpha'' \\ y &= b''z + \beta'' \end{aligned}\right\} \text{уравненія линіи BC.}$$

Такъ какъ линія AC проходитъ чрезъ пунктъ A (котораго координаты суть: X', Y', Z') и чрезъ пунктъ C (котораго координаты суть: x', y', z'), то мы получимъ уравненія для линіи, проходящей чрезъ двѣ данныя точки, а именно:

---

*) Dr. Adolph Theodor Kupffer. Preisschrift über genaue Messung der Winkel an Krystallen, Berlin, 1825, S. 28.
Handbuch der rechnenden Krystallonomie, St. Petersburg, 1831, S. 567.

$$a' = \frac{X' - x'}{Z' - z'}$$

$$b' = \frac{Y' - y'}{Z' - z'}$$

Точно также, линія BC проходитъ чрезъ пунктъ B (котораго координаты суть: X'', Y'', Z'') и пунктъ C (котораго координаты суть: x', y', z'), а потому будемъ имѣть:

$$a'' = \frac{X'' - x'}{Z'' - z'} \qquad \alpha'' = \frac{x'Z'' - z'X''}{Z'' - z'}$$

$$b'' = \frac{Y'' - y'}{Z'' - z'} \qquad \beta'' = \frac{y'Z'' - z'Y''}{Z'' - z'}$$

Теперь, чтобы найти уравненіе плоскости, которая перпендикулярна къ поверхности ABC и вмѣстѣ съ тѣмъ совпадаетъ съ линіею EF, раздѣляя уголъ ACB пополамъ, — вообразимъ себѣ линію, которая проходитъ чрезъ пунктъ C, и которой общія уравненія могутъ быть написаны слѣдующимъ образомъ:

$$\left.\begin{aligned}(x - x') &= a\,(z - z')\\ (y - y') &= b\,(z - z')\end{aligned}\right\} \dots\dots\dots (1)$$

Если мы означимъ чрезъ μ уголъ, образуемый этою линіею съ линіею AC, а чрезъ μ' уголъ, образуемый этою линіею съ линіею BC, то получимъ:

$$\cos\mu = \frac{1 + aa' + bb'}{\sqrt{1 + a^2 + b^2}\ \sqrt{1 + a'^2 + b'^2}}$$

$$\cos\mu' = \frac{1 + aa'' + bb''}{\sqrt{1 + a^2 + b^2}\ \sqrt{1 + a''^2 + b''^2}}$$

Но если эта линія образуетъ одинаковыя углы съ линіями AC и BC, то $\mu = \mu'$, и мы получимъ еще условіе:

$$\frac{1 + aa' + bb'}{\sqrt{1 + a'^2 + b'^2}} = \frac{1 + aa'' + bb''}{\sqrt{1 + a''^2 + b''^2}} \dots\dots\dots (2)$$

Очевидно, что существуетъ безчисленное множество линій, образующихъ съ линіями AC и BC одинъ и тотъ же уголъ; всѣ эти линіи лежатъ въ плоскости, которой уравненіе отыскивается. Уравненіе (2) можетъ дать отыскиваемое уравненіе плоскости, когда будутъ подставлены въ него для a и b, выведенныя изъ уравненія (1) величины. Подставляя также вмѣсто a', b', a'', b'' найденныя для нихъ величины, и полагая,

$$\sqrt{(Z' - z')^2 + (Y' - y')^2 + (X' - x')^2} = D'$$

$$\sqrt{(Z'' - z')^2 + (Y'' - y')^2 + (X'' - x')^2} = D'',$$

получимъ слѣдующее уравненіе для помянутой выше плоскости:

$$[D''(X' - x') - D'(X'' - x')]\,x + [D''(Y' + y') - D'(Y'' - y')]\,y + [D''(Z' - z') - D'(Z'' - z')]\,z$$
$$- \{[D''(X' - x') - D'(X'' - x')]\,x' + [D''(Y' - y') - D'(Y'' - y')]\,y' + [D''(Z' - z') - D'(Z'' - z')]\,z'\}$$
$$= o \,.\,.\,.\,.\,.\,.\,.\quad (3).$$

Изъ этого уравненія усматривается, что пока оба сигнала (которыхъ координаты суть: X', $У'$, Z' и X'', $У''$, Z'') и пунктъ при которомъ происходитъ отраженіе перваго сигнала (пунктъ, котораго координаты суть: x', y', z') остаются неизмѣнными, существуетъ только одна плоскость, удовлетворяющая всѣмъ вышеупомянутымъ условіямъ. И такъ совпаденіе изображеній вполнѣ опредѣляетъ положеніе кристаллической плоскости, что и желательно было получить. Однако-же на практикѣ, координаты x', y', z' нельзя разсматривать за совершенно неизмѣнныя уже въ слѣдствіе размѣровъ той плоскости, отъ которой происходитъ отраженіе. Часто случается, что наисовершеннѣйшее совпаденіе отраженнаго изображенія перваго сигнала со вторымъ, видимымъ непосредственно, разстроивается отъ незначительнаго движенія глаза наблюдателя, почему приходится кристаллъ снова не много поворачивать для возстановленія этого совпаденія, которое отъ новаго движенія глаза снова разстроивается, и т. д. Чтобы устранить этотъ недостатокъ, должно стараться координаты x', y', z' сдѣлать сколь возможно постоянными; для этого *измѣренію подвергаютъ весьма малые кристаллы*, или *избираютъ сигналы на весьма большомъ разстояніи*, чрезъ что ихъ координаты X', $У'$, Z' и X'', $У''$, Z'' дѣлаются столь значительными, что величины координатъ x', y', z' предъ ними изчезаютъ; или наконецъ *избираютъ сигналы на равномъ разстояніи отъ кристалла* (въ этомъ послѣднемъ случаѣ въ уравненіи очевидно дѣлается $D' = D''$)*). Когда условія эти соблюдены, то результатъ будетъ одинаковъ, отъ какой-бы точки не происходило отраженіе, лишь бы эти точки находились въ одной и той же плоскости.

Будемъ поворачивать теперь нашу плоскость (которой мы только что вывели уравненіе, изъ совпаденія изображеній) около оси y, до тѣхъ поръ, пока другая кристаллическая плоскость займётъ то же самое положеніе. Пусть W будетъ уголъ поворота оси инструмента: знаніе этого угла достаточно для того, чтобы опредѣлить уравненіе первой плоскости въ ея новомъ положеніи, а слѣдственно также и уголъ, образуемый обѣими плоскостями кристалла, и зависимость между этимъ угломъ и угломъ W. Уравненіе первой плоскости въ ея новомъ положеніи найдется, когда въ уравненіе (3) будетъ подставлено:

---

*) Если принять въ уравненіи (3) $D' = D''$, то уравненіе это получитъ слѣдующій видъ:

$$[(X' - X'')x + (Y' - Y'')y + (Z' - Z'')z] - [(X' - X'')x' + (Y' - Y'')y' + (Z' - Z'')z'] = 0$$

$$x.\cos \mathrm{W} + z.\sin \mathrm{W} \text{ вмѣсто } x,$$
$$\text{и } z.\cos \mathrm{W} - x.\sin \mathrm{W} \text{ вмѣсто } z.$$

Означая теперь, чрезъ A, B, C коэфиціенты, стоящіе въ уравненіи (3) предъ x, y, z, и чрезъ A', B', C' — коэфиціенты, стоящіе въ новомъ уравненіи предъ x, y, z, мы получимъ:

$$\begin{aligned}
\mathrm{A} &= \mathrm{D}''(\mathrm{X}' - x') - \mathrm{D}'(\mathrm{X}'' - x')\\
\mathrm{B} &= \mathrm{D}''(\text{У}' - y') - \mathrm{D}'(\text{У}'' - y')\\
\mathrm{C} &= \mathrm{D}''(\mathrm{Z}' - z') - \mathrm{D}'(\mathrm{Z}'' - z')\\
\mathrm{A}' &= \mathrm{A}.\cos \mathrm{W} - \mathrm{C}.\sin \mathrm{W}\\
\mathrm{B}' &= \mathrm{B}\\
\mathrm{C}' &= \mathrm{C}.\cos \mathrm{W} + \mathrm{A}.\sin \mathrm{W}
\end{aligned}$$

Означая далѣе, чрезъ v дополненіе до 180° угла наклоненія обѣихъ кристаллическихъ плоскостей, получимъ:

$$\cos v = \frac{\mathrm{AA}' + \mathrm{BB}' + \mathrm{CC}'}{\sqrt{\mathrm{A}^2 + \mathrm{B}^2 + \mathrm{C}^2}\ \sqrt{\mathrm{A}'^2 + \mathrm{B}'^2 + \mathrm{C}'^2}}$$

Подставляя вмѣсто A, B, C и A', B', C' выше полученныя величины, мы получимъ наконецъ:

$$\cos v = \frac{(\mathrm{A}^2 + \mathrm{C}^2)\cos \mathrm{W} + \mathrm{B}^2}{\mathrm{A}^2 + \mathrm{B}^2 + \mathrm{C}^2}$$

Изъ этого уравненія усматривается, что только тогда $v = \mathrm{W}$, (другими словами: только тогда истинный уголъ будетъ равенъ углу показываемому кругомъ дѣленія) когда $\mathrm{B} = o$, т. е. когда $\mathrm{D}''(\text{У}' - y') - \mathrm{D}'(\text{У}'' - y') = o$; но это можетъ случиться, когда $\text{У}' - y' = \text{У}'' - y' = o$, или когда въ одно и то же время $\mathrm{D}' = \mathrm{D}''$ и $\text{У}' = \text{У}''$.

Первому условію, $y' = \text{У}' = \text{У}''$, т. е. чтобы кристаллъ и оба сигнала находились въ одной и той же плоскости, параллельной поверхности круга дѣленія, на практикѣ бываетъ не всегда легко удовлетворить. Вторыя два уравненія: $\mathrm{D}' = \mathrm{D}''$ и $\text{У}' = \text{У}''$ (т. е. второе условіе) будутъ удовлетворены, *когда оба сигнала будутъ выбраны въ одинаковомъ разстояніи отъ кристалла, и когда линія, проведенная чрезъ эти два сигнала, будетъ параллельна кругу дѣленія инструмента*. Выборъ сигналовъ на основаніи этихъ послѣднихъ условій А. Я. Купферъ считаетъ наилучшимъ.

Вообще изъ всего вышесказаннаго выходитъ, что лучшая метода измѣренія состоитъ въ слѣдующемъ: сперва должно выбрать два сигнала, находящіеся на одинаковомъ разстояніи отъ кристалла, и потомъ привести плоскость круга дѣленія инструмента въ положеніе, параллельное съ линіею, проходящею чрезъ оба сигнала*). Но когда $\mathrm{B} = \mathrm{B}' = o$,

---

*) Гораздо легче, сперва выбрать сигналы на одной вертикальной линіи, и потомъ уже приводить плоскость круга въ параллельное положеніе съ линіею чрезъ нихъ проходящею, нежели наоборотъ.

тогда плоскость кристалла параллельна оси y, т. е. перпендикулярна въ плоскости xz. Поэтому условіе точности измѣренія можно выразить такъ: кругу дѣленія гоніометра должно дать такое положеніе, при которомъ плоскости кристалла, когда происходитъ совпаденіе сигналовъ, были-бы перпендикулярны въ плоскости круга дѣленія. Это есть главное условіе для точнаго измѣренія. Почти излишне здѣсь напоминать, что при $B = B' = o$, только тогда v будетъ равенъ W, когда x', y', z' при переходѣ отъ одной плоскости къ другой будутъ оставаться неизмѣнными. Для удовлетворенія этому условію, необходимо: или помѣстить кристаллъ какъ можно ближе къ центру инструмента, или, ещё лучше, выбирать сигналы на столь значительныхъ разстояніяхъ, предъ которыми размѣры кристаллоносца исчезали-бы совершенно.

Изъ своей теоріи лучеотражательнаго гоніометра, А. Я. **Купферъ** выводитъ слѣдующія основныя правила:

I. Оба сигнала должны быть весьма удалены; они должны вмѣстѣ съ тѣмъ находиться на одинаковомъ разстояніи отъ кристалла. Такъ какъ этого послѣдняго требованія трудно исполнить съ полною строгостію, то должно стараться дать инструменту такое положеніе, при которомъ плоскость, заключающая въ себѣ кристаллъ и оба сигнала, была бы сколько возможно параллельна плоскости круга дѣленія гоніометра. Если возможно достигнуть этого параллелизма въ совершенной строгости, то не представляется необходимости имѣть сигналы на одинаковомъ разстояніи.

II. Инструментъ долженъ имѣть такое положеніе, при которомъ линія, проведенная чрезъ оба сигнала, была бы параллельна плоскости круга дѣленія. При соблюденіи этого условія, равно какъ и условія одинаковаго удаленія сигналовъ, плоскости кристалла (если происходитъ совпаденіе изображеній) будутъ непремѣнно перпендикулярны къ плоскости круга дѣленія; а это составляетъ главное условіе точнаго измѣренія. Не легко однако же на практикѣ, со всею строгостію, дать инструменту и сигналамъ положеніе, соотвѣтствующее требуемому условію. И такъ весьма важно пріискать методу, посредствомъ которой эта перпендикулярность плоскостей кристалла съ плоскостію круга дѣленія сдѣлалась бы независимою отъ положенія сигналовъ. А. Я. **Купферъ** предлагаетъ для этого слѣдующій способъ:

Чтобы плоскости кристалла привести въ положеніе, перпендикулярное къ кругу дѣленія, на подставку, гдѣ долженъ быть помѣщенъ кристаллъ, укрѣпляютъ предварительно четыреугольную стеклянную пластинку, имѣющую двѣ совершенно параллельныя и хорошо отполированныя плоскости. За тѣмъ стараются произвести совпаденіе изображеній посредствомъ одной плоскости пластинки. Когда это будетъ достигнуто, тогда поворачиваютъ стеклянную пластинку на 180°, причёмъ къ глазу повернётся другая плоскость этой пластинки, на которой уже совпаденія изображеній съ перваго раза не усмотриться. Точно также, какъ и при первой плоскости, опять стараются произвести совпаденіе изображеній и на второй плоскости; для этого вертятъ одинъ изъ винтовъ подставки инструмента до тѣхъ поръ, пока разстояніе между изображеніями уменьшится примѣрно на половину, а для окончательнаго совпаденія поворачиваютъ не много и самую пластинку. Такимъ образомъ продолжаютъ сказанную операцію до тѣхъ поръ, пока, какъ на одной, такъ и на другой плоскости стеклянной пластинки не получится полнаго совпаденія сигнала, видимаго чрезъ отраженіе, съ сигналомъ, видимымъ непосредственно; что достигается послѣ многихъ принаровленій и поворотовъ оси инструмента. Когда наконецъ сказанное совпаденіе на обѣихъ параллельныхъ плоскостяхъ пластинки существуетъ, и оно не нарушается отъ вращенія оси инструмента на 180°, тогда очевидно: уголъ, образуемый одною плоскостію пластинки съ плоскостію круга дѣленія, будетъ равенъ углу, образуемому другою плоскостію пластинки съ плоскостію того же круга дѣленія; каждый изъ этихъ угловъ есть прямой уголъ, ибо обѣ плоскости пластинки параллельны между собою. Теперь, на мѣсто пластинки помѣстимъ плоскость кристалла, то очевидно эта послѣдняя, при совпаденіи изображеній, будетъ образовать съ плоскостію круга дѣленія также прямой уголъ.

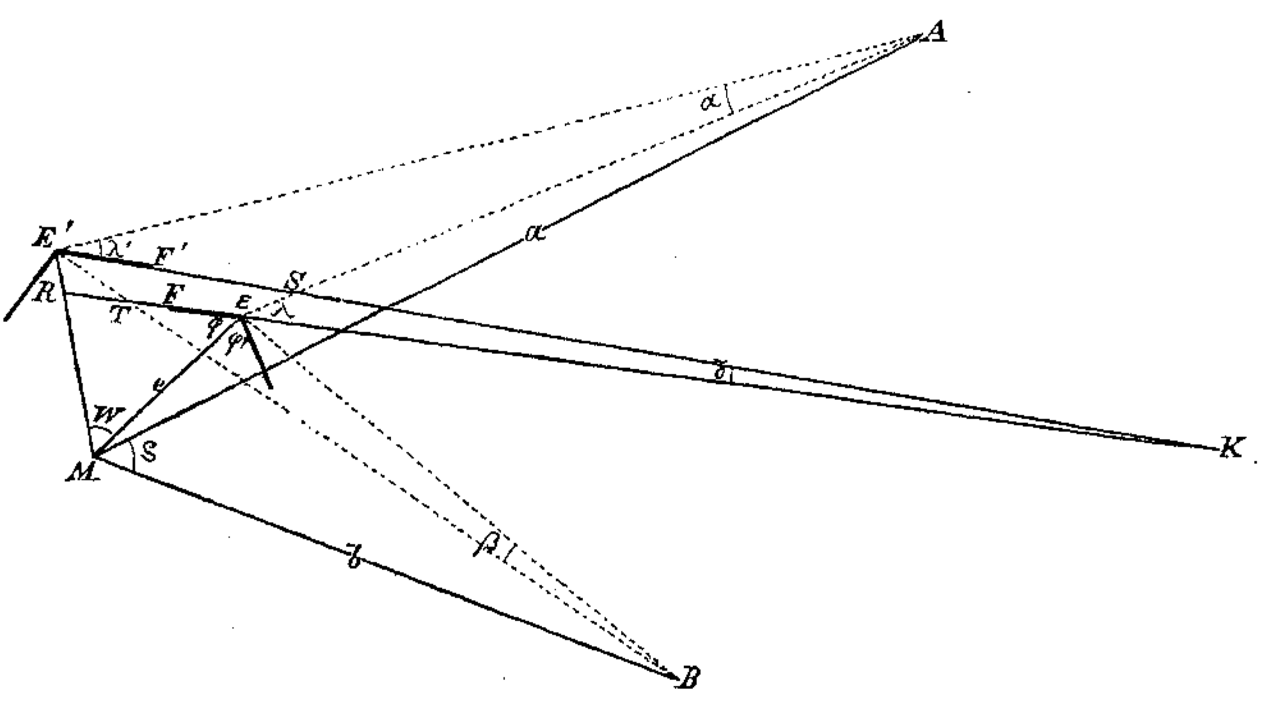
III. Кристаллъ долженъ быть помѣщёнъ такъ близко къ оси круга дѣленія, какъ только возможно.

IV. Кристаллы, употребленные для измѣренія, должны быть по возможности малы.

ОБЪ ОШИБКѢ ОТЪ ЭКСЦЕНТРИЧНОСТИ.

Мы выше видѣли, что при не большомъ разстояніи сигналовъ, должно помѣщать край измѣряемаго угла сколь возможно центральнѣе, относительно круга дѣленія инструмента, если хотятъ избѣгнуть ошибки отъ эксцентричности. Посмотримъ же теперь: ка-

Фиг. 398.



кова должна быть величина ошибки отъ эксцентричности? Вопросъ этотъ разрѣшаетъ **Науманъ** [*]) слѣдующимъ образомъ:

Пусть точка M будетъ проэкція математической оси круга дѣленія гоніометра, E—проэкція измѣряемаго края, EF—проэкція первой плоскости, E′F′ проэкція второй плоскости, *послѣ* того, какъ кругъ дѣленія совершилъ надлежащій поворотъ (фиг. 398).

Сигналы A и B должны лежать въ одной и той же плоскости, параллельной плоскости круга дѣленія, и отраженіе происходить какъ разъ на краевой линіи. Такъ какъ, въ слѣдствіе эксцентричности, вторая плоскость кристалла не можетъ занять математически то же самое положеніе, какъ первая (даже и тогда, когда произойдетъ совпаденіе отраженнаго изображенія сигнала A съ сигналомъ B, видимымъ непосредственно) то, когда она дастъ совпаденіе сигналовъ, проэкціи EF и E′F′ обѣихъ плоскостей кристалла, будучи продолжены достаточнымъ образомъ, пересѣкутся въ точкѣ K. Положимъ теперь, что:

Разстояніе сигнала A, MA $= a$.
Разстояніе сигнала B, MB $= b$.
Эксцентричность, или радіусъ краевой линіи, ME $= e$.
Уголъ, образуемый радіусами обоихъ сигналовъ, или AMB $= \varsigma$.
Уголъ, образуемый проэкціями первой и второй плоскости кристалла, или E′KE $= \delta$.

Углы, образуемые плоскостями кристалла съ радіусомъ краевой линіи, означимъ чрезъ φ и φ', а именно:

Уголъ FEM $= \varphi$
Уголъ F′E′M $= \varphi'$

Углы, образуемые лучами, исходящими отъ A къ обѣимъ плоскостямъ кристалла и отраженными какъ разъ въ точкахъ E и E′, чрезъ λ и λ', а именно:

Уголъ AEK $= \lambda$
Уголъ AE′K $= \lambda'$

Углы обоихъ падающихъ и обоихъ отраженныхъ лучей между собою, чрезъ α и β, а именно:

Уголъ EAE′ $= \alpha$
Уголъ EBE′ $= \beta$

Наконецъ, уголъ поворота круга дѣленія, или уголъ описанный радіусомъ краевой линіи, т. е. EME′ $= W$.

Теперь, легко доказать, что *ошибка происходящая отъ эксцентричности равна углу* δ, *и что* $\delta = \frac{1}{2}(\alpha - \beta)$.

---

[*]) C. F. Naumann. Lehrbuch der reinen und angewandten Krystallographie, Leipzig, 1830, Band II, S. 380.

Положимъ, что истинный уголъ, образуемый двумя плоскостями кристалла, (уголъ, который хотятъ измѣрить) есть V, то:

$$V = \varphi + \varphi'$$

Уголъ же, показанный кругомъ дѣленія инструмента, равенъ повороту этого круга, т. е. $= W$.

Продолжимъ проэкцію EF до пересѣченія въ R съ радіусомъ ME′ краевой линіи, при второмъ ея положеніи, то:

$$MRE = ME'K + E'KR, \text{ или}$$
$$MRE = \varphi' + \delta$$

MRE, φ и W суть внутренніе углы треугольника MRE, почему будемъ имѣть:

$$W + \varphi + MRE = 180°, \text{ или}$$
$$W + \varphi + \varphi' + \delta = 180°, \text{ или}$$
$$W + V + \delta = 180°, \text{ и слѣдственно:}$$
$$W + \delta = 180° - V$$

Но какъ при совершенно точномъ измѣреніи, т. е. когда эксцентричность$=o$, уголъ W долженъ быть равенъ совершенно дополнительному углу до 180° угла V, то очевидно что ошибка отъ эксцентричности $= \delta$.

Докажемъ теперь, что уголъ δ равенъ: *половинѣ разности угловъ α и β*.

Назовемъ: чрезъ S точку, въ которой пересѣкается лучь AE, (идущій отъ сигнала A и падающій на первую плоскость) съ продолженною проэкціею KE′ второй плоскости; и чрезъ T точку пересѣченія луча BE′ (идущаго отъ B и падающаго на вторую плоскость) съ продолженною проэкціею KE первой плоскости. Такимъ образомъ получимъ:

$$E'SE = AEK + E'KE = \lambda + \delta$$
$$= AE'S + SAE' = \lambda' + \alpha,$$

и слѣдственно:

$$\lambda + \delta = \lambda' + \alpha$$

Равномѣрно:

$$E'TR = KE'T + E'KE = \lambda' + \delta$$
$$= KEB - EBT = \lambda - \beta,$$

слѣдственно:

$$\lambda' + \delta = \lambda - \beta$$

Слагая оба выведенныя уравненія получимъ:

$$2\delta = \alpha - \beta \text{ , откуда наконецъ:}$$
$$\delta = \tfrac{1}{2}(\alpha - \beta) \text{, что мы и хотѣли доказать.}$$

Опредѣленіе ошибки δ въ видѣ функціи отъ a, b и c.

Изъ треугольниковъ AEM и BEM, по извѣстнымъ правиламъ (принимая въ соображеніе, что вовсякомъ косоугольномъ треугольникѣ: отношеніе синусовъ угловъ равняется отношенію сторонъ противолежащихъ этимъ угламъ) выводится:

$$\sin \mathrm{EAM} = \frac{e \,.\, \sin\,(\varphi - \lambda)}{a}$$
$$\sin \mathrm{EBM} = \frac{e \,.\, \sin\,(\varphi + \lambda)}{b}$$
$$\sin \mathrm{E'AM} = \frac{e \,.\, \sin\,(\varphi' + \lambda')}{a}$$
$$\sin \mathrm{E'BM} = \frac{e \,.\, \sin\,(\varphi' - \lambda')}{b}$$

$$\sin \alpha = \sin\,(\mathrm{E'AM} - \mathrm{EAM})$$
$$\sin \beta = \sin\,(\mathrm{EBM} = \mathrm{E'BM})$$

Но, какъ при измѣреніяхъ лучеотражительнымъ гоніометромъ предполагается значительное удаленіе сигналовъ, и только незначительная эксцентричность, то во всякомъ случаѣ углы EAM, EBM, E'AM и E'BM такъ малы, что можно, почти безъ ошибки, вмѣсто синуса ихъ разностей ввести разности принадлежащихъ имъ синусовъ *).

И такъ получимъ:

$$\sin \alpha = \frac{e}{a}\,[\sin\,(\varphi' + \lambda') - \sin\,(\varphi - \lambda)]$$
$$\sin \beta = \frac{e}{b}\,[\sin\,(\varphi + \lambda) - \sin\,(\varphi' - \lambda')]$$

Выше было найдено:

$$2\delta = \alpha - \beta$$

Но, какъ углы α и β также весьма малы, то косинусы ихъ, почти безъ погрѣшности можно принять $= 1$. При этомъ предположеніи, будемъ имѣть:

$$\sin \delta = \tfrac{1}{2}\,(\sin \alpha - \sin \beta)$$

Принимая въ соображеніе, что углы λ и λ' мало различаются одинъ отъ другаго, и притомъ близки къ $\frac{1}{2}\,\varsigma$, мы получимъ, чрезъ развитіе $\sin\,(\varphi + \lambda)$, $\sin\,(\varphi - \lambda)$ и т. д., и чрезъ подставленіе $\lambda = \lambda' = \frac{1}{2}\,\varsigma$, слѣдующее:

$$\sin \delta = \frac{e}{2ab}\left[(a + b)\,(\sin \varphi' - \sin \varphi)\,\cos \tfrac{1}{2}\,\varsigma - (a - b)\,(\cos \varphi' + \cos \varphi)\,\sin \tfrac{1}{2}\,\varsigma\right]$$

---

*) Достаточно, чтобы разстояніе сигналовъ было около 100 разъ болѣе эксцентричности, чтобы уже оправдать это допущеніе.

Касательно полученнаго выраженія должно замѣтить, что оно предполагаетъ значительное отношеніе разстояній a и b къ эксцентричности e, хотя впрочемъ оно уже годно, если разстоянія эти около 100 разъ болѣе, нежели e. Принимая $a=b$, получимъ:

$$\sin\delta = \frac{e}{a}(\sin\varphi' - \sin\varphi)\cos\tfrac{1}{2}\varsigma$$

Изъ этого выраженія (предполагающаго одинаковое удаленіе сигналовъ) выводятся слѣдующія заключенія:

1) Ошибка δ будетъ положительная или отрицательная (т. е. увеличивающая или уменьшающая искомую истинную величину), смотря потому будетъ ли $\varphi <$ или $> \varphi'$; ошибка эта $= o$, когда $\varphi = \varphi'$. Но отношеніе угловъ φ и φ' опредѣляется по разстоянію обѣихъ плоскостей кристалла отъ математической оси инструмента, или *по эксцентрицитету каждой отдѣльной плоскости кристалла;* назовемъ же эксцентрицитетъ первой плоскости чрезъ E, а эксцентрицитетъ второй чрезъ E′, то получимъ:

$$\varphi > = < \varphi', \text{ когда } E > = < E'$$

И такъ усматривается, что ошибка отъ эксцентричности края исчезаетъ, когда *обѣ плоскости одинаково эксцентричны.* Къ сожалѣнію, удовлетворить этому условію на практикѣ не легко.

2) Когда $\frac{1}{2}\varsigma = 90°$, тогда $\delta = o$. Хотя удовлетворить этому условію невозможно, однако же оно намъ показываетъ, что ошибка δ становится тѣмъ менѣе, чѣмъ болѣе $\frac{1}{2}\varsigma$ приближается къ прямому углу. Отсюда выводится правило, по которому *сигналы не должны быть выбираемы слишкомъ близко къ горизонту.*

3) Такъ какъ множитель $(\sin\varphi' - \sin\varphi)\cos\frac{1}{2}\varsigma$, даже въ самомъ неблагопріятнѣйшемъ случаѣ, всё еще остается < 1, то ошибка отъ эксцентричности можетъ быть по волѣ уменьшаема чрезъ увеличеніе разстоянія a въ сравненіи съ e. Если сигналомъ будетъ служить солнце, то въ этомъ случаѣ, не боясь ни малѣйшей ошибки, можно помѣстить кристаллъ на край круга дѣленія инструмента. Такъ какъ эксцентричность простою рукою можно уменьшить всегда до 2 линій, то достаточно 60 до 80 футовъ удаленія сигналовъ, для того, чтобы довести ошибку до величины, меньшей одной минуты.

4) Когда одна изъ плоскостей кристалла проходитъ чрезъ математическую ось инструмента, тогда одинъ изъ угловъ φ или $\varphi' = o$, а другой $=$ V, слѣдственно:

$$\sin\delta = \frac{e}{a}.\cos\tfrac{1}{2}\varsigma\,.\,\sin V,$$

а также можно допустить, что:

$$\sin\delta = \frac{e}{a}.\ \cos\tfrac{1}{2}\varsigma\ \sin W$$

Въ этомъ случаѣ, ошибка достигаетъ своей *наибольшей* величины (Maximum); ее легко вычислить, если извѣстны e, a и ς.

ОБЪ ОШИБКѢ, ЗАВИСЯЩЕЙ ОТЪ ВЕЛИЧИНЫ ОТРАЖАЮЩАГО НА ПЛОСКОСТИ ПРОСТРАНСТВА.

Ошибку, зависящую отъ величины плоскостей кристалла, и происходящаго по этой причинѣ перемѣщенія отраженнаго элемента, т. е. ошибку отъ отражающаго пространства (при предположеніи, что ошибка отъ эксцентричности устранена, слѣдственно, когда краевая линія центральна), Науманъ опредѣляетъ слѣдующимъ образомъ:

Пусть M есть проэкція краевой линіи, проходящей чрезъ центръ инструмента, а по этому и проэкція геометрической оси инструмента (фиг. 399); MF—проэкція первой плоскости кристалла; MF′— проэкція второй плоскости кристалла во второмъ положеніи; A и B — первый и второй сигналы, лежащіе въ одной и той же плоскости, параллельной кругу дѣленія инструмента. Отраженіе должно собственно происходить какъ разъ на M, почему линіи AM и BM можно разсматривать какъ нормальные лучи. Но допустимъ, что, вмѣсто этого желаемаго отраженія, на первой плоскости происходитъ отраженіе въ R, а на второй плоскости—въ R′; такъ что RO и R′O′ суть отраженные лучи, въ которыхъ долженъ находиться глазъ наблюдателя. Положимъ далѣе, что:

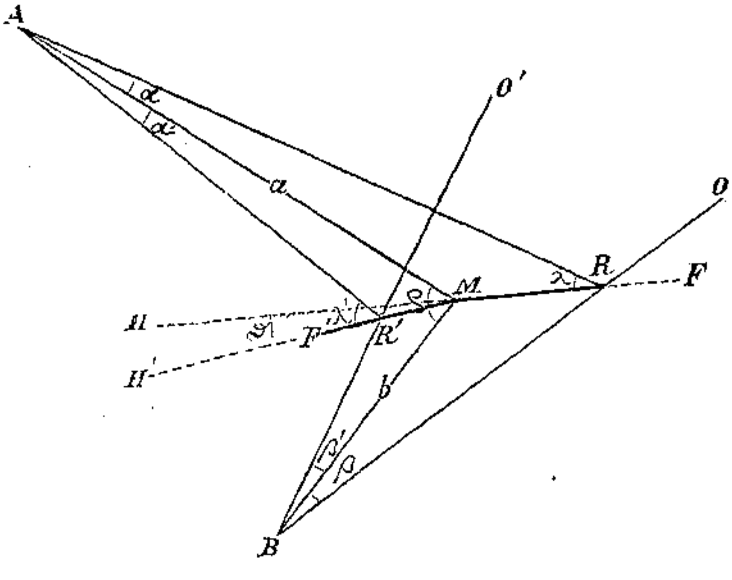
r и r' суть разстоянія точекъ R и R′ отъ краевой линіи M.

a и b суть разстоянія сигналовъ A и B отъ M.

λ уголъ наклоненія луча AR къ первой плоскости, а λ' уголъ наклоненія луча AR′ ко второй плоскости.

α и α' суть углы наклоненія лучей AR и AR′ къ нормальному лучу AM, а β и β' суть углы наклоненія лучей BR и BR′ къ нормальному лучу BM.

Фиг. 399.



ς уголъ наклоненія AMB обоихъ нормальныхъ лучей.

ϑ уголъ HMH', на который вторая плоскость кристалла удаляется отъ положенія первой плоскости, занимаемаго этою плоскостію при первомъ наблюденіи.

По этому ошибка отъ отражающаго пространства есть ϑ.

Постараемся сперва выразить уголъ ϑ въ видѣ функціи отъ другихъ величинъ. Мы имѣемъ:

$$\begin{aligned} AR'H' &= H'MA + MAR' \\ &= HMA + \vartheta + \alpha' \\ &= \alpha + \lambda + \vartheta + \alpha' \\ &= \alpha + \alpha' + \vartheta + \lambda \end{aligned}$$

Равномѣрно имѣемъ:

$$\begin{aligned} BR'H' &= H'MB + MBR' \\ &= HMB + \vartheta + \beta' \\ &= \lambda + \beta - \vartheta + \beta' \\ &= \beta + \beta' - \vartheta + \lambda \end{aligned}$$

Но уголъ паденія равенъ углу отраженія, то:

$$AR'H' = BR'H',$$

слѣдственно:

$$\alpha + \alpha' + \vartheta + \lambda = \beta + \beta' - \vartheta + \lambda$$
$$2\vartheta = \beta + \beta' - (\alpha + \alpha')$$

Принимая въ соображеніе, что въ данномъ косоугольномъ треугольникѣ отношеніе синусовъ его угловъ равно отношенію сторонъ угламъ этимъ противолежащимъ, — мы легко получимъ:

$$\sin\beta = \frac{r.\sin\lambda}{b}, \qquad \sin\alpha = \frac{r.\sin\lambda}{a}$$
$$\sin\beta' = \frac{r'\sin\lambda'}{b}, \qquad \sin\alpha' = \frac{r'\sin\lambda'}{a}$$

Но a и b весьма велики, а r и r'—весьма малы. Если первыя превосходятъ послѣднихъ во 100 разъ, то уже, почти безъ ошибки, можно принять косинусы отъ α, α', β, $\beta' = 1$, а по этому будемъ имѣть:

$$\sin(\alpha + \alpha') = \sin\alpha + \sin\alpha'$$
$$\sin(\beta + \beta') = \sin\beta + \sin\beta'$$

Также можно допустить, что:

$$\sin\vartheta = \tfrac{1}{2}(\sin\beta + \sin\beta' \sin\alpha - \sin\alpha')$$

Углы λ и λ' не только между собою близки къ равенству, но они также по величинѣ своей *весьма близки* къ величинѣ угла $\frac{1}{2}\varsigma$. И такъ, чрезъ развитіе $\sin\beta = \frac{r.\mathrm{Sin}\,\lambda}{b}$ и т. д., и чрезъ подставленіе $\lambda = \lambda' = \frac{1}{2}\varsigma$, мы получимъ:

$$\sin\vartheta = \frac{(a-b)\,(r+r')\sin\frac{1}{2}\varsigma}{2ab}$$

Величина эта будетъ$=o$, когда будетъ $a=b$; кромѣ того, она будетъ тѣмъ менѣе, чѣмъ величины a и b будутъ болѣе подходить одна къ другой, и чѣмъ онѣ вообще будутъ болѣе, въ особенности въ сравненіи съ r и r'. И такъ усматривается, какъ выгодно избирать *оба сигнала* въ одинаковомъ или *приблизительно въ одинаковомъ разстояніи;* въ этомъ случаѣ, не только ошибка отъ отражающаго пространства совершенно уничтожается, но и ошибка отъ эксцентричности (какъ мы видѣли выше) дозволяетъ выразить себя весьма простою формулою.

Эксцентричность и отражающее пространство суть главнѣйшіе источники ошибокъ, а потому, при измѣреніяхъ лучеотражательнымъ гоніометромъ Волластона, на эти два предмета должно обращать особенное вниманіе.

ЛЕКЦІЯ ВОСЕМНАДЦАТАЯ.

О ПОВТОРИТЕЛЬНЫХЪ ИЗМѢРЕНІЯХЪ, ПРИ ПОМОЩИ ВСЕЙ ОКРУЖНОСТИ КРУГА ДѢЛЕНІЯ ИНСТРУМЕНТА.

Если инструментъ, которымъ производиться опытъ, сдѣланъ вѣрно, плоскости кристалла ровны и весьма блестящи, самый кристаллъ хорошо образованъ, измѣренія производились со тщаніемъ и наконецъ при опытѣ были соблюдены всѣ вышеизложенныя условія, то, отъ получаемыхъ результатовъ можно ожидать конечно значительной точности. Однако же, частію по причинѣ несовершенства инструмента (невѣрнаго дѣленія круга, худой центрировки оси вращенія и проч.), частію по причинѣ несовершенства органа зрѣнія, частію отъ неблагопріятнаго настроенія наблюдателя, и т. п., въ получаемые результаты вкрадывается множество маленькихъ ошибокъ, которыхъ значеніе можетъ быть уменьшено только посредствомъ повторительныхъ наблюденій. И такъ, полезно измѣренія повторять многое число разъ, т. е. брать въ соображеніе не результатъ *одного* только измѣренія, но *среднее число изъ цѣлаго ряда* измѣреній, притомъ произведенныхъ при помощи всей окружности круга дѣленія гоніометра.

Гоніометръ Волластона весьма удобенъ для повторительныхъ измѣреній при помощи всей окружности круга. Подобныя измѣренія производится слѣдующимъ образомъ: когда первый уголъ прочитанъ на кругѣ и записанъ, тогда, не сдвигая съ мѣста круга дѣленія *mm* (фиг. 395, стр. 201), поворачиваютъ ось *bb* кристаллоносца назадъ до тѣхъ поръ, пока не произойдётъ совпаденіе сигналовъ, подобно тому, какъ это имѣло мѣсто на первой плоскости. Потомъ снова поварачиваютъ пустую ось *a* съ кругомъ *mm* до совпаденія сигналовъ на второй плоскости и прочитываютъ другой уголъ, и т. д. Такимъ образомъ получаютъ цѣлый рядъ прочитанныхъ и записанныхъ угловъ, изъ которыхъ не трудно вывести соотвѣтственныя величины для искомаго угла, и наконецъ среднюю его величину.

ОБЪ ИСКУСТВЕННЫХЪ ПОПРАВКАХЪ РЕЗУЛЬТАТОВЪ.

Что касается до искуственныхъ поправокъ результатовъ измѣреній, то онѣ могутъ быть произведены по различнымъ методамъ. Въ этомъ отношеніи можно совѣтоваться преимущественно съ превосходными сочиненіями Купфера, Шабуса, Даубера, Буняковскаго, Савича, и друг. Для примѣра мы изложимъ здѣсь методу, которую Шабусъ *) употребилъ при изслѣдованіи кристалловъ искуственныхъ солей и минераловъ, и которую онъ заимствовалъ у Лапласа.

Въ теоріи вѣроятностей, какъ извѣстно, допускается, что среднее ариѳметическое число изъ весьма большаго числа наблюденій, есть правдоподобнѣйшій результатъ при одинаково вѣроятныхъ погрѣшностяхъ. Но получивъ этотъ правдоподобнѣйшій результатъ, необходимо рождается вопросъ: какую степень довѣрія мы можемъ къ нему питать? Эта степень довѣрія къ наблюденіямъ, называется ихъ *вѣсомъ*.

Положимъ мы получили посредствомъ измѣреній для какого нибудь угла величины: x_1, x_2, x_3, ... x_n, то средняя ариѳметическая величина будетъ:

$$X = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \ldots + x_n}{n},$$

гдѣ n есть число повторенныхъ наблюденій.

Слѣдуя Лапласу, степень довѣрія или *вѣсъ* этой средней величины выразится слѣдующимъ уравненіемъ:

$$P = \frac{n^2}{2\Sigma\varepsilon^2},$$

$$\text{гдѣ } \Sigma\varepsilon^2 = \varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2 + \varepsilon_3^2 + \ldots\ldots + \varepsilon^2_n$$

$$\text{и } \varepsilon_1 = X - x_1;\ \varepsilon_2 = X - x_2;\ \varepsilon_3 = X - x_3 \ldots\ldots;\ \varepsilon_n = X - x_n$$

И такъ, если напримѣръ $n = 20$ и $\varepsilon^2 = 50430$, то:

$$P = \frac{(20)^2}{2(50430)} = 0{,}00397.$$

---

*) Bestimmung der Krystallgestalten, etc. von Jakob Schabus, Wien, 1855.

Означая чрезъ φ ошибку, которой должно опасаться при выводѣ средняго ариѳметическаго, получимъ:

$$\varphi = \frac{1}{2\sqrt{\pi P}} = \frac{0{,}282095}{\sqrt{P}} = 4{,}4792''$$

Ошибка же F, которая при выводѣ средняго ариѳметическаго вѣроятно произошла:

$$F = \frac{0{,}4769363}{\sqrt{P}} = 7{,}5732''$$

Средняя ошибка f, которая вѣроятно принадлежатъ каждому отдѣльному наблюденію:

$$f = \frac{0{,}4769363\sqrt{n}}{\sqrt{P}} = 33{,}869''$$

Если наконецъ хотятъ знать предѣлы, между которыми ошибка f вѣроятно заключается, то эти предѣлы получатся посредствомъ уравненія:

$$f \pm \Delta f = f\left(1 \pm \frac{0{,}4769363}{\sqrt{n}}\right),$$

и слѣдственно въ нашемъ примѣрѣ: $\Delta f = 3{,}6120''$.

Выше мы уже между прочимъ замѣтили, что для вывода точной величины искомаго угла должно стараться производить измѣренія этого угла по возможности на многихъ кристаллахъ.

ЛУЧЕОТРАЖАТЕЛЬНЫЙ ГОНІОМЕТРЪ МИТЧЕРЛИХА.

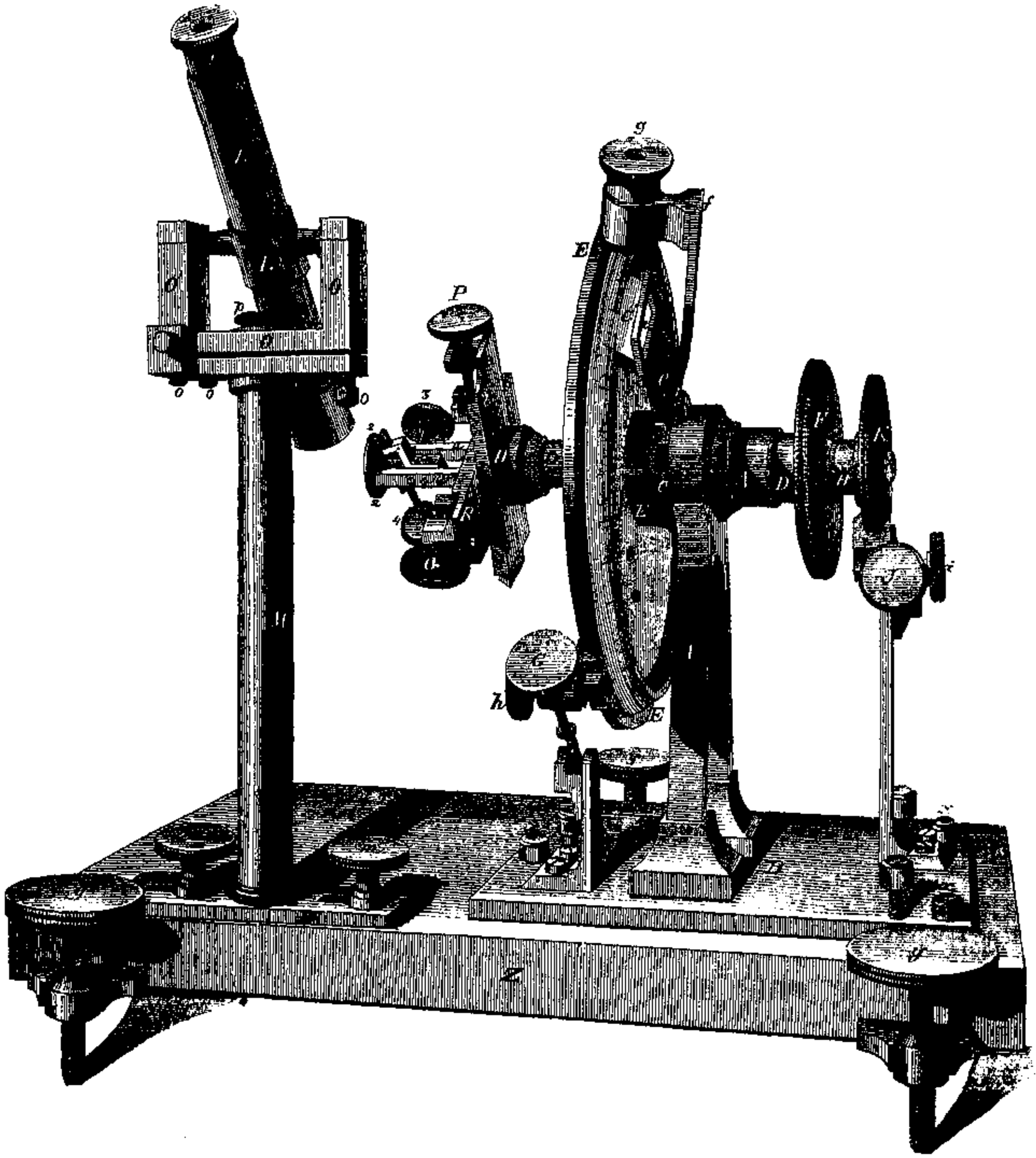
Въ тѣхъ случаяхъ, когда имѣютъ дѣло съ кристаллами, имѣющими весьма ровныя и блестящія плоскости, и когда желаютъ получить возможно точные результаты, употребляютъ большею частію лучеотражательный гоніометръ, построенный Митчерлихомъ, который въ сущности есть ничто иное, какъ усовершенствованный гоніометръ Волластона.

Въ инструментѣ этомъ глазъ получаетъ постоянное положеніе, и притомъ и край измѣряемаго угла приводится въ центральное положеніе съ большою удобностію.

На прилагаемой фигурѣ 400 гоніометръ Митчерлиха представленъ уменьшеннымъ примѣрно въ $2\frac{1}{4}$ раза.

Въ инструментѣ этомъ кругъ EE раздѣленъ съ большимъ тщаніемъ на весьма мелкія части, такъ что ноніусъ дозволяетъ читать уголъ обыкновенно до 10 секундъ включительно. Вообще при надлежащемъ установѣ края измѣряемаго угла и при удаленіи сигнала на 100 футовъ, употребляя гоніометръ **Митчерлиха**, можно довести неизбѣжную ошибку измѣренія до $\frac{1}{10}$ минуты.

Фиг. 400.



Втулка A съ ножками станка A сдѣланы изъ однаго куска мѣди и прикрѣплены неподвижно къ доскѣ B. У выхода втулки A находится кольцо C съ пластинкою, потдерживающею ноніусъ C''. Обыкновенно при инструментѣ находятся два ноніуса, расположенныхъ одинъ относительно другаго подъ угломъ въ 90°, или подъ угломъ въ 180°. Означенныя части A, B, C и C'' неподвижны. Свѣтъ падаетъ на ноніусъ и дѣленіе круга, сквозь намасляную бумагу e, заключенную въ небольшую рамку. Къ пластинкѣ C прикрѣпленъ микроскопъ g, вставленный въ кольцо колѣна f; микроскопъ этотъ можно поворачивать на столько, на сколько необходимо, чтобъ обозрѣть весь ноніусъ. Сквозь втулку A проходитъ пустая ось DD, къ которой привинченъ кругъ дѣленія EE. Грубыя движенія круга дѣленія производятся при помощи круга F съ зазубрёнными краями, а нѣжныя—посредствомъ микрометрическаго винта G, который приводится въ связь съ кругомъ чрезъ клещи и винтъ h (именно, когда нажимъ винтомъ h прижатъ къ кругу EE, винтъ G можетъ сообщить этому кругу едва замѣтныя движенія, и на оборотъ, когда нажимъ, чрезъ развинчиваніе винта h, отнятъ отъ круга EE, микрометрическій винтъ G, не оказываетъ никакого дѣйствія на кругъ EE). Сквозь пустую ось DD проходитъ сплошная ось HH, на которой помѣщается кристаллъ съ его установительнымъ аппаратомъ. Грубыя движенія сплошной оси H производятся посредствомъ рукояти K съ зазубренными краями, а нѣжныя—посредствомъ микрометрическаго винта J, дѣйствующаго, какъ и вышеупомянутый, при помощи клещей i' и винта i. И такъ, когда клещи круга дѣленія нажаты винтомъ h, а винтъ i развинченъ и потому клещи i' ослаблены, тогда можно кристаллъ съ его аппаратомъ двигать, при чёмъ кругъ дѣленія EE будетъ оставаться неподвижнымъ; и на оборотъ, когда клещи i' нажаты, а клещи круга дѣленія (при винтѣ h) ослаблены, то можно кругъ дѣленія EE двигать, причёмъ кристаллъ будетъ оставаться неподвижнымъ; наконецъ когда обои клещи (при винтахъ h и i) ослаблены, тогда, посредствомъ рукояти F, можно двигать въ одно время и кругъ дѣленія EE и кристаллъ. Если хотятъ послѣднее движеніе (т. е. движеніе круга вмѣстѣ съ кристалломъ) произвести едва замѣтнымъ образомъ, то для этого можетъ служить микрометрическій винтъ G; а именно: ослабивъ клещи при винтѣ i и нажавъ клещи при винтѣ h, стоитъ только начать тогда дѣйствовать микрометрическимъ винтомъ G.

Для того, чтобы дать глазу неизмѣняемое положеніе, при гоніометрѣ находится зрительная труба L, заключенная своими цапфами въ станокъ O, прикрѣпленный къ колонѣ M. Хотя отраженное изображеніе отъ кристаллической плоскости, бываетъ обыкновенно (при зеркальности плоскости) тѣмъ явственнѣе, чѣмъ плоскость эта менѣе *), однако же

---

*) Зеркальныя плоскости кристалла, имѣющія нѣсколько значительную величину, простому глазу даютъ только одно отраженное изображеніе предмета, но если употребить увеличительную трубу, то тотчасъ усматривается, что это только оптическій обманъ, ибо въ этомъ случаѣ получается почти всегда большое количество отраженныхъ изображеній. Это обстоятельство доказываетъ, что почти каждый кристаллъ нѣсколько большихъ размѣровъ, состоитъ изъ множества маленькихъ, которые срослись между собою не вполнѣ въ параллельномъ положеніи, почему и одноименныя плоскости ихъ не лежатъ вполнѣ въ одной и той же плоскости. Весьма малые кристаллы не представляютъ этого неудобства, а потому-то ихъ и употребляютъ преимущественно для точныхъ измѣреній.

при измѣреніяхъ, слишкомъ большаго увеличенія трубы должно избѣгать, по причинѣ малаго количества свѣта. По этому, чтобы можно было наблюдать отраженное изображеніе выбраннаго сигнала явственно, по совѣту Митчерлиха, должно употреблять трубу, въ которой окуляръ и объективъ имѣютъ одинаковое или почти одинаковое фокусное разстояніе, примѣрно равное $1\frac{1}{4}$ рейнскимъ дюймамъ или 33 миллиметрамъ. Въ зрительной трубѣ помѣщенъ нитянный крестъ, который долженъ находиться, чтобы избѣжать ошибки паралакса, въ томъ самомъ мѣстѣ, гдѣ полутается образованное объэктивомъ изображеніе выбраннаго сигнала. Нитянный крестъ стоитъ на упомянутомъ требуемомъ мѣстѣ, когда выбранный сигналъ, будучи разсматриваемъ сквозь окуляръ, при всѣхъ возможныхъ положеніяхъ глаза, остается на одномъ и томъ же мѣстѣ нитяннаго креста. Если напротивъ, при отклоненіи глаза на право, нитянный крестъ усматривается на лѣво отъ изображенія сигнала, то это значитъ, что нитянный крестъ лежитъ между окуляромъ и изображеніемъ; а если онъ оказывается на право, то это значитъ, что онъ лежитъ между объэктивомъ и изображеніемъ.

Чтобы иструментъ можно было употребить для точнаго измѣренія, должно привести зрительную трубу L и кругъ дѣленія въ такое положеніе, при которомъ ось круга дѣленія была бы перпендикулярна къ вертикальной поверхности, въ которой вращается труба.

Кристаллъ укрѣпляется воскомъ на самомъ сегментѣ шара 2 (см. фиг. 400) или защемляется предварительно въ маленькія щипцы, которыя вставляются въ отверстіе этого сегмента. Посредствомъ винтовъ 3 и 4, кристаллъ можетъ быть двигаемъ по двумъ перпендикулярнымъ между собою направленіямъ. Отъ движенія, сообщаемаго винтами 3 и 4, кристаллъ не выходитъ изъ поля зрѣнія трубы L.

Для того, чтобы привести край измѣряемаго угла въ совпаденіе съ осью круга дѣленія, устроены задвижки R и S, которыя можно подвигать взадъ и впередъ посредствомъ винтовъ P и Q. Край измѣряемаго угла кристалла находится въ надлежащемъ положеніи, если этотъ край, будучи разсматриваемъ сквозь объективъ зрительной трубы, при движеніи оси гоніометра, кажется неподвижнымъ. Чтобы можно было это видѣть, на концѣ зрительной трубы, обращенной къ кристаллу, приставляютъ вторую объэктивную линзу (примѣрно съ $1\frac{1}{2}$ дюйма фокуснаго разстоянія). Пока линза приставлена, весь кристаллъ является явственно видимымъ, а потому и легко слѣдить за положеніемъ края измѣряемаго угла, при всѣхъ движеніяхъ оси круга дѣленія. Когда хотятъ начать измѣреніе, вышеупомянутую вторую объэктивную линзу отнимаютъ прочь.

Самое измѣреніе этимъ инструментомъ производится почти точно также, какъ и обыкновеннымъ Волластоновымъ гоніометромъ. Вся разница состоитъ въ томъ, что здѣсь выбирается только одинъ сигналъ, отраженное изображеніе котораго приводится въ центръ нитяннаго креста зрительной трубы. Должно стараться выбирать сигналъ примѣрно въ удаленіи на 100 футовъ. Впрочемъ при сигналѣ, выбранномъ на меньшемъ разстоянии, если край измѣряемаго угла хорошо центрированъ, можно достигнуть весьма удовлетворительнаго результата.

Винты *y*, *o*, *x* и другіе необходимы для приведенія зрительной трубы и круга дѣленія гоніометра въ надлежащее одна къ другому положеніе. Винтъ *p* служитъ для приведенія станка O въ неподвижное положеніе. Вырѣзы на пластинкѣ *h*, на которой укрѣплена колона M зрительной трубы, служатъ для передвиженія этой трубы на право и на лѣво, а винты *m* для установа её въ неподвижное положеніе.

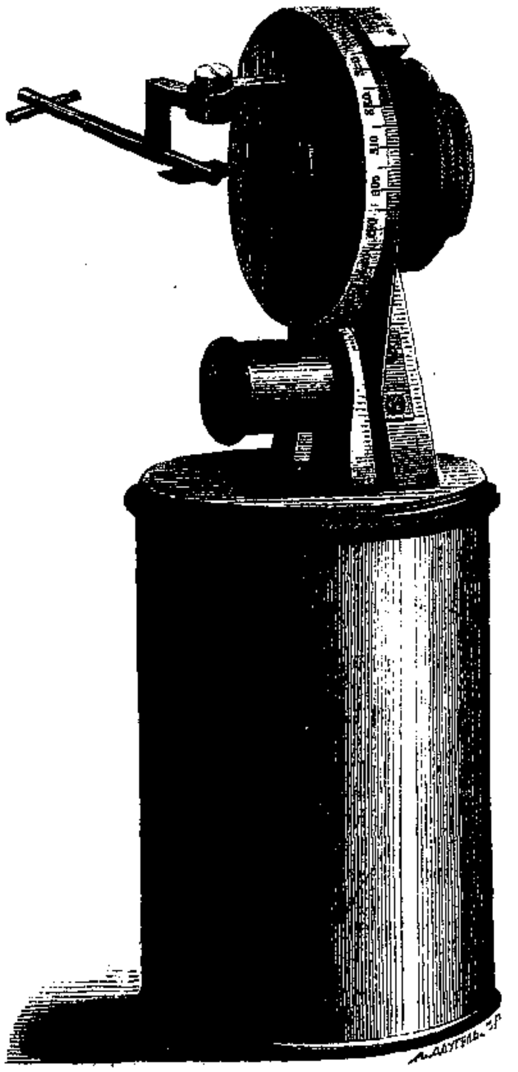
Часто, при измѣреніяхъ Митчерлиха гоніометромъ, сигналомъ можетъ служить небольшой квадратъ, вырѣзанный изъ черной бумаги и наклеённый на верхнее стекло окна, противъ котораго установленъ инструментъ. Въ послѣднее время, для кристалловъ, которыхъ плоскости отражаютъ *наисовершеннѣйшимъ образомъ*, стали употреблять сигналомъ нитянный крестъ другой зрительной трубы, помѣщенной противу наблюдательной трубы L. Нитянный крестъ второй трубы, ставятъ въ положеніе не параллельное съ первымъ. Если крестъ наблюдательной трубы занимаетъ напримѣръ нормальное положеніе (при которомъ одна нить вертикальна, а другая горизонтальна), то крестъ, служащій сигналомъ, помѣщаютъ въ противоположной трубѣ обыкновенно такъ, чтобы нити его отстояли отъ нитей нормальнаго креста примѣрно на 45°. Такимъ образомъ при измѣреніи, центръ отраженнаго креста совмѣщаютъ съ центромъ креста наблюдательной трубы. Если нитянный крестъ, служащій сигналомъ, находится въ фокусѣ объэктива, то онъ, при наблюденіи, играетъ туже самую роль, какъ предметъ удаленный на безконечное разстояніе.

Эта вторая метода измѣрять кристаллы гоніометромъ, снабженнымъ двумя трубами, представляетъ ещё ту выгоду, что измѣреніями можно заниматься удобно и въ вечернее время; ибо предъ окуляромъ второй трубы можно поставить лампу, чрезъ что ея нитянный крестъ освѣщается весьма хорошо и совершенно достаточно для опыта.

ДОРОЖНЫЙ ГОНІОМЕТРЪ.

Для минералоговъ-путешественниковъ весьма удобно возить съ собою лучеотражательный гоніометръ Волластона, имѣющій незначительную величину и помѣщающійся въ мѣдномъ цилиндрѣ. Фигура 401 представляетъ такой гоніометръ, уменьшенный почти въ 2 раза противу его натуральной величины *).

Фиг. 401.



Когда гоніометръ этотъ вынутъ изъ пустаго цилиндра (въ который онъ ввинчивается), то этотъ послѣдній можетъ служить для него піэдесталомъ, какъ это представлено на фигурѣ 401. Такой инструментъ построенъ былъ въ первый разъ Митчерлихомъ.

---

*) Фотографическій снимокъ съ этого инструмента, служившій оригиналомъ для гравера на деревѣ былъ снятъ П. А. Кочубеемъ въ его собственномъ фотографическомъ кабинетѣ.