

*Б. Б. Лапук*

**ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ  
РАЗРАБОТКИ  
МЕСТОРОЖДЕНИЙ  
ПРИРОДНЫХ ГАЗОВ**

Издание второе

Под редакцией  
профессора В. Н. ЩЕЛКАЧЕВА



Москва ♦ Ижевск

2002

---

Интернетмагазин  
**MATHESIS**

<http://shop.rcd.ru>

- физика
  - математика
  - биология
  - техника
- 

**Лапук Б. Б.**

Теоретические основы разработки месторождений природных газов. — МоскваИжевск: Институт компьютерных исследований, 2002, 296 стр.

Книга представляет первый опыт создания теории рациональной разработки газовых месторождений, базирующейся на подземной газовой динамике. Кроме рассмотрения вопросов эксплуатации газовых залежей, излагаются гидромеханические основы разработки газовых месторождений в условиях режима растворенного газа и гравитационного режима. Полученные автором теоретические результаты хорошо согласуются с результатами экспериментальных исследований и с промысловыми данными, а также с теоретическими исследованиями академиков Л. С. Лейбензона и М. Маскета (США).

Книга предназначена для инженернотехнических работников и промысловых геологов газовой и нефтяной промышленности, также может быть использована в качестве пособия для студентов нефтяных вузов.

Репринтное издание (оригинальное издание: 1948 г., ГОСТОПТЕХИЗДАТ).

**ISBN 5939721443**

© Институт компьютерных исследований, 2002

<http://rcd.ru>

## ПРЕДИСЛОВИЕ

Настоящая книга представляет первую научную монографию, в которой изложены теоретические основы рациональной разработки месторождений природных газов.

Разработка залежей природных газов в нашей стране дело совершенно новое. Опыта проектирования такой разработки у наших инженеров и геологов еще достаточно не накопилось. Вот почему необходимо всячески приветствовать и поддерживать научную теорию, позволяющую сделать это рационально, т. е. с наименьшими материальными затратами и с гарантией определенной добычи в течение известного числа лет.

В основе теоретических исследований Б. Б. Лапука лежат общеизвестные законы изменения состояния газа и твердо установленный закон движения газа в пористой среде, проверенный на многочисленных экспериментах, проведенных в Советском Союзе.

Я рассматриваю работу Б. Б. Лапука как крупное достижение нашей отечественной науки в области теории фильтрации. Благодаря установленному им важному фактору, что в случае радиальной фильтрации средневзвешенное по объему давление практически равно контурному давлению, до крайности упрощается трудное математическое исследование нелинейной задачи движения газа через пористую среду<sup>1</sup>.

Автору удалось с помощью элементарного анализа исследовать и решить все основные задачи, возникающие при разработке оконтуренного газового месторождения в условиях газового режима.

Вопрос о водонапорном режиме автором не рассматривается, но может быть исследован при помощи тех же методов.

Книга изложена настолько просто и ясно, что она может быть прочтена всяким вдумчивым инженером и геологом, работающим в газовой промышленности.

Работа состоит из XVI глав, из которых шестая глава, содержащая основное положение автора, является центральной. В ней автор доказывает основное положение, что в условиях радиального потока среднее давление с достаточной точностью может быть заменено в уравнениях фильтрации контурным давлением.

Особенно важно отметить, что автор вводит в главе VII новое граничное условие постоянства скорости фильтрации в призабойной зоне.

---

<sup>1</sup> Сжатое изложение этих вопросов впервые опубликовано в статьях Б. Б. Лапука [65], [66] и [67].

В остальных главах освещено очень подробно влияние разнообразных факторов, имеющих место при разработке газового месторождения.

Автор уделяет значительное внимание роли турбулентного движения газа, которое может наблюдаться в призабойной зоне, и показывает, что, несмотря на небольшие размеры зоны турбулентности, влияние ее на дебит скважины весьма велико.

Заслуживают внимания детальные исследования одномерного движения газа в пористой среде, что имеет практическое значение.

Чрезвычайно ценным является то, что автор свои теоретические выводы подверг тщательному сравнению с экспериментальными данными и получил полное подтверждение своих теоретических выводов.

Следует отметить, что автор не пожалел труда на доведение работы до такой степени числовой разработки, что ею можно воспользоваться при практическом проектировании рациональной разработки газовой залежи.

Главы XIV и XV книги посвящены основным вопросам, возникающим при проектировании рациональной разработки нефтяных месторождений в условиях гравитационного режима и режима растворенного газа. Оказалось, что к решению этих задач можно приложить те же самые методы автора.

Капитальная работа Б. Б. Лапука представляет ценный вклад в молодую науку о рациональной разработке газовых месторождений и принесет большую пользу нашему народному хозяйству.

*Акад. Л. С. Лейбензон*

25 августа 1947 года.

## Глава I

### ВВЕДЕНИЕ

Использование природных газов в промышленности, помимо огромной экономии в расходовании твердого и жидкого топлива и резкого сокращения перевозок, приводит к интенсификации производственных процессов. Природный газ является ценнейшим химическим сырьем, из которого получают самые разнообразные продукты.

Наша страна имеет огромные перспективы открытия новых газовых месторождений.

В ближайшие годы намечено усиленное развитие бурения на газ; это, несомненно, приведет к открытию большого количества новых газовых месторождений. Вот почему особую важность приобретает решение задачи о рациональной разработке газовых месторождений.

Вряд ли в наши дни требуется доказывать, что рациональная эксплуатация газовых залежей возможна лишь в том случае, если она построена на научных основах. Разработка этих научных основ именно сейчас, когда мы находимся накануне открытия большого количества новых газовых месторождений, имеет огромное значение в деле успешного разрешения проблемы газификации СССР.

Установление аналитических основ рациональной разработки газовых месторождений должно базироваться на научной теории движения газа в пористой среде. Основоположителем этой теории является акад. Л. С. Лейбензон.

Еще в 1923 г., в статьях „Об одном случае изотермического течения вязкого газа“ [1] и „О режиме нефтяных скважин и подсчете запасов нефтяных месторождений“ [2] акад. Л. С. Лейбензон рассматривал задачу об истечении газа из пласта и вывел уравнения движения газа в пласте. Но при выводе основных уравнений автор пропустил коэффициент пористости, а также принял, что коэффициент фильтрации Дарси в случае газа не зависит от давления. Это привело к тому, что полученные в указанной работе уравнения не совпали с действительными законами движения газа в пористой среде. Тем не менее работы [1] и [2] Л. С. Лейбензона были новым шагом вперед на пути развития теории фильтрации газов<sup>1</sup>.

---

<sup>1</sup> Первые доказательства применимости закона фильтрации Дарси к движению газов в пористой среде были даны в конце прошлого века Грахамом и Майером. Первое систематическое изложение основ теории фильтрации газа было проведено в работе Кинга (King F. H., U. S. Geol. Surv., 19 App. Rep. Part II, 1897--1898). (Ред.).

В 1928 г. под руководством Л. С. Лейбензона в бывш. Государственном исследовательском нефтяном институте (ГИНИ) Д. С. Вилькером проводились опыты по исследованию установившегося и неустановившегося движения воздуха в пористой среде<sup>1</sup>. Сравнение результатов экспериментальных исследований с теоретическими построениями позволило акад. Л. С. Лейбензону обнаружить упомянутую выше допущенную им неточность.

В октябре 1929 г. вышла классическая работа Л. С. Лейбензона: „Движение газов в пористой среде“ [3], в которой впервые выведено основное дифференциальное уравнение движения газа в пористой среде, легшее в основу всех дальнейших исследований по фильтрации газов. Здесь же автором приводится приближенное решение этого уравнения для условий неустановившейся линейной и радиальной фильтрации газа (см. главы IX и XII),

В августе 1930 г. публикуется продолжение статьи Л. С. Лейбензона „Движение газа в пористой среде“ [4], в которой автор приводит сравнение теории с опытами ГИНИ, а также рассматривает задачу о турбулентном движении газа в пористой среде и движении газа в двух и трех измерениях<sup>2</sup>.

В 1931—1932 гг. под руководством акад. Л. С. Лейбензона в ГИНИ И. П. Москальков проводит опыты по исследованию неустановившейся линейной фильтрации воздуха в песке. Сопоставление результатов экспериментальных исследований с теорией Л. С. Лейбензона показало, что аналитическое решение задачи о линейном движении газа в пористой среде хорошо совпадает с экспериментальными данными [5]<sup>3</sup>.

В 1932—1933 гг. под руководством акад. Л. С. Лейбензона в Гидродинамической лаборатории им. Жуковского Московского государственного университета (МГУ) Д. С. Вилькер [6] продолжает исследования неустановившейся линейной фильтрации газа в песке, подробно рассмотренные нами в главах III и XII.

В 1934 г. в капитальном труде акад. Л. С. Лейбензона — „Подземная гидравлика воды, нефти и газа“ [7]—было дано обобщение всех предыдущих работ автора в области фильтрации газа, решены новые задачи, связанные с установившимся и неустановившимся движением газа в пористой среде, а также рассмотрена задача о вытеснении газа водой.

В 1939 г. нами [8], [9] исследован вопрос о термодинамических процессах при движении газа в пластах, в результате чего установлена возможность во всех практически интересных случаях рассматривать фильтрацию газа как изотермический процесс (см. § 1 главы III).

В 1945 г. в статьях о турбулентной фильтрации газов [10] и движении сжимаемой жидкости в пористой среде [11] акад. Л. С. Лейбензон выводит дифференциальные уравнения политропной турбулентной фильтрации газа. Отмечая невозможность общей интеграции этих уравнений вследствие их нелинейности, автор советует прибегнуть к приближенным методам, указанным в главах XII и XIV книги [7]. В статье

<sup>1</sup> Подробнее эти опыты Д. С. Вилькера рассмотрены нами в главах III и XII.

<sup>2</sup> Подробнее см. главы IX и XII.

<sup>3</sup> Подробнее см. главу XII.

[12] Л. С. Лейбензон дает основной закон фильтрации газа в виде зависимости между „числом фильтрации“ и параметром Рейнольдса.

Задача о движении газа в пористой среде рассматривалась также М. Д. Миллионщиковым [13]. Для условий постоянного давления на выходе газа, при небольших перепадах давления в пласте, М. Д. Миллионщиков дает приближенное решение задачи о неустановившейся линейной и радиальной фильтрации по закону Дарси.

В США, несмотря на большое развитие промышленности природных газов, разработка теории движения газа в пористой среде отстала от СССР.

Лишь в июльском номере журнала „Physics“ за 1931 г. мы находим статью М. Muskat и Н. Botset „О движении газа в пористой среде“ [14], в которой приводятся результаты экспериментальных исследований линейного и радиального *установившегося* движения газа<sup>1</sup>.

Для первой серии опытов были использованы мелкие стеклянные шарики диаметром 0,632 мм. Шарики эти насыпались в вертикально установленную трубу длиной 92 см и диаметром 3,17 см. Вторая серия опытов проводилась на образцах естественного песчаника с размерами: диаметр—4,8 см, длина—12,7 см (прямолинейное движение); диаметр образца  $D=7,8$  см, диаметр отверстия (скважины)  $d=0,8$  см (радиальное движение). Опыты показали, что расход газа пропорционален разности квадратов давлений на входе и выходе газа из пласта, т. е. полностью подтвердили теорию акад. Л. С. Лейбензона [3].

Исходя из уравнений неразрывности, уравнения состояния и закона фильтрации газа, М. Muskat и Н. Botset выводят дифференциальное уравнение движения газа в пористой среде, по существу совпадающее с уравнением Л. С. Лейбензона [3].

В 1932 г. в „Petroleum Development and Technology“ вышла статья I. Chalmers, D. Tallaferra и E. Rawlins [16] об экспериментальном исследовании движения воздуха в пористой среде. Результаты тех же опытов изложены в статье I. Chalmers, помещенной в мартовском номере журнала Oil Weekly [17], 1932.

На основе экспериментального исследования *установившегося* линейного движения воздуха и натурального газа в заполненных песком (а в некоторых случаях свинцовой дробью) трубах диаметром 3, 2<sup>1</sup>/<sub>2</sub>, 2 и 1<sup>1</sup>/<sub>2</sub> дюйма и длиной 4 фута, были подобраны *эмпирические* уравнения, устанавливающие связь между разностью квадратов давлений на входе и выходе газа и расходом. Существенно новым является установление зависимости между коэффициентом гидравлического сопротивления  $\lambda$  и числом Рейнольдса  $Re$ , причем

$$\lambda = \frac{D \Delta p^2}{4 L_0 W^2}$$

и

$$Re = \frac{W D_0}{\mu},$$

<sup>1</sup> Статья на русском языке до сих пор не опубликована. Мы не останавливаемся здесь на работе С. Furnas [15] о движении газа в трещиноватых твердых породах, выполненной в связи с задачами эксплуатации доменных печей.

где  $D$  — средний диаметр поровых каналов,  
 $\Delta p$  — перепад давления на длине  $L$ ,  
 $\rho$  — плотность газа,  
 $W$  — скорость движения газа,  
 $\mu$  — абсолютная вязкость газа.

В 1933 г. была опубликована статья G. H. Fancher, J. A. Lewis и K. B. Varnes [18, 19], посвященная вопросам физических испытаний пород нефтяных и газовых пластов. В этой работе приводятся результаты обширных опытов по установлению зависимости между коэффициентом гидравлического сопротивления  $\lambda$  и числом Re, причем

$$\lambda = \frac{d\Delta p}{2L\rho v^2} \quad \text{и} \quad \text{Re} = \frac{v d_0}{\mu},$$

где  $d$  — эффективный диаметр песчинок,  $v$  — скорость фильтрации газа, остальные обозначения приведены выше.

В качестве флюидов в указанных опытах наряду с жидкостями применялись воздух и натуральный газ. На основании экспериментальных исследований оказалось возможным установить границы применимости закона Дарси, что и было сделано В. Н. Щелкачевым [21], М. Д. Миллионщиковым [13] и М. Muskat [20].<sup>1</sup>

В 1937 г. в Нью-Йорке и Лондоне вышел капитальный труд М. Muskat [20] о движении однородной жидкости в пористой среде. Одна из глав этой книги посвящена движению газа в пористой среде. Автор выводит дифференциальное уравнение движения газа в пористой среде и интегрирует его для различных случаев *установившегося* движения газа. Эти решения М. Muskat целиком совпадают с решениями акад. Л. С. Лейбензона (см. [3] и [7]). Задачу о неуставившейся фильтрации газа М. Muskat решает методом сведения неуставившегося движения к последовательной смене стационарных состояний. Конкретные задачи о неуставившейся фильтрации газа, решенные М. Muskat, рассматриваются нами в главах IX и X.

Сравнивая итоги исследований движения газа в пористой среде, проведенных в СССР и в США, можно отметить, что в разработке теории движения газа в пористой среде советские ученые (акад. Л. С. Лейбензон) опередили американцев; опыты по изучению фильтрации газа были в СССР проведены более полно и систематично, чем в США; изучалось не только установившееся, но и неуставившееся движение газа, чего не было в США.

В последние годы (если судить по опубликованным в печати данным) основное внимание американцев было обращено на изучение термодинамики углеводородных газов. Тщательно изучены термодинамические свойства компонентов углеводородных газов и их смесей. Одним из очень существенных практических результатов этих работ явилось объяснение поведения конденсатных месторождений.

<sup>1</sup> Теоретически обоснованное исследование пределов применимости закона фильтрации Дарси было впервые выполнено в докторской диссертации акад. Н. Н. Павловского „Теория движения грунтовых вод под гидротехническими сооружениями“, 1922. (Ред.)

Несмотря на то, что труды акад. Л. С. Лейбензона в СССР и М. Muskat в США могут служить базой для создания аналитических основ разработки газовых залежей, до сих пор в СССР и США нет работ по теории разработки газовых месторождений, освещающих вопросы потребного количества газовых скважин, их рационального размещения на структуре, зависимости времени разработки газовых залежей от числа скважин и т. д. Проф. И. Н. Стрижов, тщательно изучавший практику разработки американских газовых месторождений, отмечает, что в опубликованных в США работах „о системах разработки газовых месторождений почти ничего нет. Теория систем разработки отсутствует. Нам придется ее создавать“.

\* \* \*

В феврале 1944 г. в Московском Ордена Трудового Красного Знамени нефтяном институте им. акад. И. М. Губкина по инициативе и под руководством автора была начата работа по научно-исследовательской теме: „Установление основ рациональной разработки газовых месторождений“. Коллектив работников, состоящий из проф. И. Н. Стрижова, А. Л. Козлова и автора, поставил следующую задачу: на основании дальнейшего развития теории движения газа в пластах и выработки газодинамических основ разработки газовых месторождений, критического анализа имеющихся данных о геологическом строении и разработке газовых месторождений СССР и США — установить методику решения задачи о рациональном размещении скважин, порядке их ввода в эксплуатацию, технологическом режиме их эксплуатации при различных формах залежей и режимах газоносных пластов. Настоящее исследование является частью работы по указанной комплексной теме, выполненной автором в Московском нефтяном институте и Институте механики Академии наук СССР.

Автор пользуется случаем, чтобы поблагодарить указанных лиц за полученные советы при проведении этой работы, а также поблагодарить Д. С. Вилькера, предоставившего в распоряжение автора первичные материалы экспериментальных исследований [6], и своих сотрудников — В. А. Евдокимову и Е. Н. Померанцеву, выполнивших большинство вычислений, результаты которых приведены в книге.

Автор весьма благодарен проф. А. В. Топчиеву за активное содействие в выполнении настоящей работы и ее издании.

Автор выражает глубокую признательность своему любимому учителю акад. Л. С. Лейбензону, под непосредственным руководством которого автору посчастливилось работать в течение последних десяти лет.

## Глава II

### ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Целью настоящей работы является аналитическое обоснование теории, с помощью которой возможно было бы получить ответ на ряд практических вопросов, возникающих при решении проблемы рациональной разработки газовых залежей в условиях газового режима.

К числу задач, решения которых должны быть получены в настоящем исследовании, относятся изменения во времени дебита скважин, давления в газовой залежи, процента отбора, размещение скважин на газоносной площади, зависимость времени разработки газовой залежи от числа скважин и др.

Под газовым режимом газовой залежи мы понимаем такие условия разработки ее, при которых приток газа к скважинам происходит исключительно за счет работы сил давления газа.

Влиянием силы тяжести вследствие относительно малого удельного веса газов мы пренебрегаем.

При наличии в газовой залежи подпирающей газ пластовой воды она является (в условиях газового режима) неподвижной. Следовательно, при газовом режиме объем порового пространства, состоящий из системы заполненных газом и соединяющихся между собой поровых каналов, является постоянным<sup>1</sup> и границы газовой залежи могут рассматриваться как непроницаемые стенки<sup>2</sup>.

Месторождения природного газа представляют весьма сложную систему, состоящую из находящихся под давлением (часто высоким) газа, жидкости, пористой среды.

Формы газовых залежей бывают самые разнообразные. В большинстве случаев газоносные пласты неоднородны по пористости и проницаемости. Однако, если бы даже мы имели „идеальную газовую залежь“ строго правильной формы (например круглую или прямоугольную в плане), постоянной мощности, однородную по пористости и проницаемости, заполненную идеальным (подчиняющимся уравнению Клапейрона) газом, то и для таких условий теории разработки газовых месторождений пока не существует.

Поэтому вполне естественно, что необходимой предпосылкой создания теории разработки газовых залежей является предварительная схематизация разнообразных условий, характеризующих газовые пласты. Лишь после решения интересующих нас вопросов на более простых моделях газовых месторождений станет возможным введение поправок, дополнений и изменений, учитывающих неоднородность пластов, отклонение природных газов от законов идеальных газов и т. п.

Исходя из изложенных соображений, в дальнейшем газовый пласт принимается нами горизонтальным, однородным по пористости и проницаемости, газ — подчиняющимся уравнению Клапейрона.

Рассмотрим газовую залежь постоянной мощности, имеющую форму прямоугольника длиной  $L$  и шириной  $b$ .

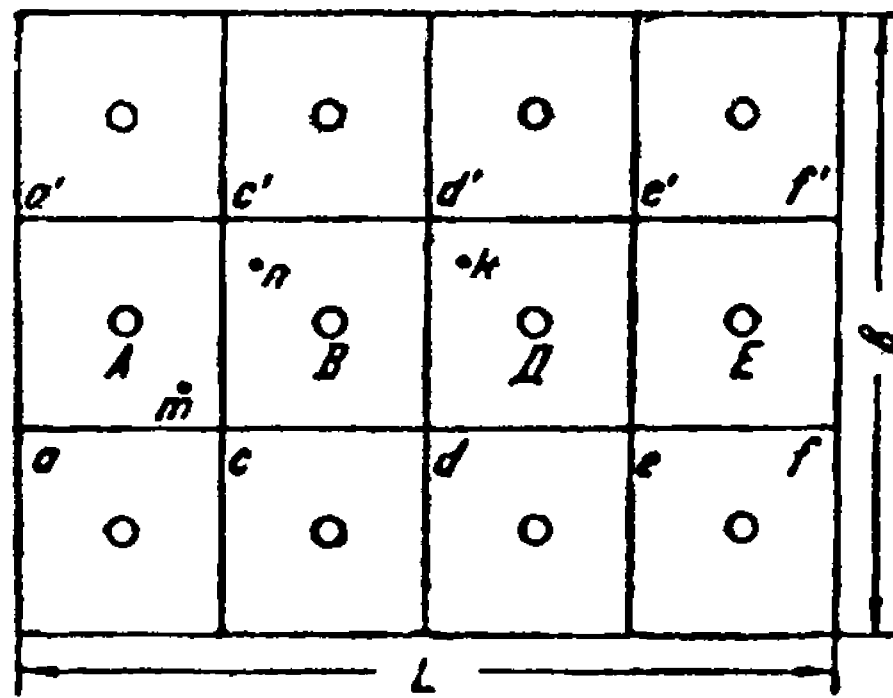
Пусть на этой залежи симметрично расположено некоторое количество скважин.

---

<sup>1</sup> Предметом отдельного исследования должен быть вопрос о влиянии на работу газовых скважин возможного уменьшения объема порового пространства под действием давления вышележащих горных пород при снижении давления в газовой залежи. В настоящей работе мы принимаем объем порового пространства пласта постоянным. В дальнейшем, если это потребует, мы предполагаем внести соответствующие коррективы, связанные со сжимаемостью горных пород.

<sup>2</sup> В условиях газового режима газовая залежь рассматривается автором как закрытый (замкнутый) резервуар. (Ред.)

Диаметр скважин, их конструкция и забойные давления, а следовательно и дебиты одинаковы. Линии, проведенные через середины расстояний между скважинами, являются нейтральными линиями в том смысле, что из точек пласта, расположенных по разные стороны от этих линий, газ движется к разным скважинам; траектории частиц газа нигде не пересекают нейтральную линию. Так, из точки  $n$ , расположенной вправо от нейтральной линии  $cc'$ , газ движется к скважине  $B$ , из точки  $m$ , расположенной влево от той же нейтральной линии, газ движется к скважине  $A$ , из точки  $k$  — к скважине  $D$  и т. д. Это положение не требует особых доказательств, если учесть, что газ движется в направлении наименьшего сопротивления.



Фиг. 1. Схема газовой залежи с нанесением удельных площадей дренажа.

Таким образом, в рассматриваемых условиях можно принять, что проведенные через нейтральные линии плоскости, нормальные простиранию пласта, являются непроницаемыми стенками, а каждая из газовых скважин дренирует только „свою“ площадь. Так, скважина  $A$  дренирует площадь  $aa'c'c$ , скважина  $B$  — площадь  $cc'd'd$ , скважина  $D$  — площадь  $dd'e'e$  и т. д.

*Назовем эту площадь дренажа, приходящуюся на каждую скважину, удельной площадью дренажа.*

Поскольку каждая из удельных площадей дренажа находится в одинаковых условиях, при решении вопроса об изменениях дебита скважин, пластового давления и пр. можно ограничиться рассмотрением дренирования одной скважиной газовой залежи, площадь которой равна удельной площади дренажа.

Следовательно, в рассматриваемых условиях газового режима интересующая нас задача в ряде случаев может быть сведена к задаче об истощении газовой залежи при эксплуатации ее одной скважиной.

Форма удельной площади дренажа зависит от формы сетки расположения скважин. Размеры удельной площади дренажа определяются расстоянием между скважинами.

Некоторые из основных данных, характеризующих газовые месторождения СССР, США и Канады

Таблица 1

№ п. п.	Название месторождения. Его географическое положение	Геологический возраст газоносного пласта	Глубина залегания подошвы пласта в данной скважине в м	Название или номер газоносного пласта	Мощность пласта в м	Номер или категория скважины	Первоначальный дебит сполна открытой скважины в м <sup>3</sup> /сутки	Первоначальное забойное давление в сполна закрытой скважине (против середины пласта) в <i>ати</i>
I. Газоносный пласт состоит из песчаника								
1	Сель-Иоль, около дер. Крутой, Верхне-Ижем- ского района на северо- восточном склоне Тима- на, СССР	Верхний девон Франкский ярус Живетский ярус	704 610 654 680 719	II пласт I " II " II " II	8 3 8 8 8	№ 1 № 6 № 6 № 7 № 9	1 000 000 240 000 840 000 234 000 330 000	70 60 70 70 70
2	Площадь Чибью. Ухтин- ский район на северо- восточном склоне Тима- на, СССР	Верхний девон Франкский ярус	710 376,4	III " II	3 3,2	№ 8 № 27	181 000 84 534	72 33,41
3	Елшано-Курдюмское ме- сторождение около Са- ратова, СССР	Верейский горизонт среднего карбона	370 365 375 375 380 375 368	II пачка верейского горизонта. Песча- ник с прослойками глист и известня- ков. Пористость 12—15%	От 15 до 25	№ 1 № 9 № 10 № 11 № 16 № 17 № 18	800 000 540 000 1 000 000 274 000 150 000 300 000 100 000	36 27 26 33,5 27,5 36 28

4	Месторождение Дагогни около Дербента. Антиклиналь третичных и меловых слоев, СССР	Ходумский горизонт третичной системы	257	Битуминозный мергель с прослойками глины и рыхлого песчаника	15	№ 17	21 000	26,5
			288,5			№ 20	3 000	12,5
			263			№ 24	40 000	24,5
			255			№ 25	7 000	19,5
			269			№ 34	6 000	21,5
		259,5				№ 11 бис	9 000	13,5
5	Месторождение Хош-Мензил около Дербента, СССР	Ходумский горизонт	357	Мергель с прослойками песчаника	—	№ 3	34 000	28,6
6	Месторождение Вудхилл в штате Нью-Йорк, Аппалачский бассейн, США	Нижний девон	1700	Пласт Орискэни	7,5	№ 1	570 000	150
7	Месторождение Ронок в Луизиане на побережье Мексиканского залива, США	Олигоцен	2691	Песчаник	5	№ 1	1 000 000	292,5
8	Центральная часть Северного Тексаса. Геологич. провинция Бенд-Арч. Месторождение Генри, США	Верхний карбон	647	Пласт Страун, линзовидный песчаник. Пористость 15%	3	№ 1	291 665	60,58
			652			№ 2	456 017	64,74
9	Район Бенд-Арч. Месторождение Минерол-Уэллс, США	Верхний карбон	305	Пласт Верхний Страун	3	№ 1	72 775	22
			563			№ 2	140 792	44
			628			№ 3	79 288	72
						Пласт Нижний Страун		
			Пласт Бинни Хохерц					
10	Район Бенд-Арч. Месторождение Ист-Ленд, США	Верхний карбон	1 007	Пласт Лейх	6	№ 1	226 536	97,43
11	Район Бенд-Арч. Месторождение Иксрэй, США	Средний карбон	998	Пласт Марбл-Фоллс. Песчаник, пористость 10—13%	3—45	№ 1	283 170	103,16
			992			№ 2	71 160	94
			991			№ 3	383 979	84
			987			№ 4	509 706	102,1

№ п. п.	Название месторождения. Его географическое положение	Геологический возраст газонасного пласта	Глубина залегания подошвы пласта в данной скважине в м	Название или номер газонасного пласта	Мощность пласта в м	Номер или категория скважины	Первоначальный дебит сполна открытой скважины в м <sup>3</sup> /сутки	Первоначальное забойное давление в сполна закрытой скважине (против середины пласта) в <i>ати</i>
12	Район Бенд-Арч. Место- рождение Эбритти, США	Средний карбон	945	Пласт Марбль-Фоллис	3—45	№ 1	1 223 464	56,38
13	Район Бенд-Арч. Место- рождение Мингас, США	Средний карбон	988 1160 966	Пласт Мак-Класки Пласт Экрман	3—10 5	№ 1 № 2 № 3	383 979 264 962 339 804	100,7 111,46 91,37
14	Район Бенд-Арч. Место- рождение Хиттсон, США	Средний карбон	1137	Пласт Хиттсон	7	№ 1	860 837	112
15	Геол. провинция «Аркан- засская долина». Геосин- клиналь между подня- тиями Уачита и Озарк. Штат Арканзас. Место- рождение Альма, США	Средний карбон	858 800	Пласт Атока Песчаник	11 9	Максимального дебита Среднего дебита	1 189 314 500 000	29,6 29,6
16	Месторождение Лавака в штате Арканзас в гео- синклинальной долине. Газонасная площадь 890 га. Удлиненный ку- пол. 20 скважин, США	Пласт Нижний Атока средне- го карбона	Средняя глубина 541	Песчаник	От 12 до 24	Максимального дебита Минимального дебита Среднего дебита	425 000 42 000 99 110	20 20 20

17	Арканзасская долина. Месторождение Киблер; Гидравлический режим. 40 скважин, США	Средний карбон	450 735	Пласт Верхний Атока Пласт Нижний Атока	5 11	Максимального дебита Максимального дебита	85 000 567 000	15,5 18,3
18	Арканзасская долина. Месторождение Вильямс. 40 скважин. Газовый режим, США	Средний карбон	500 800	Пласт Верхний Атока Пласт Нижний Атока	9 11	Среднего дебита Среднего дебита	300 000 680 000	14 19
19	Арканзасская долина. Месторождение Массард-Грэри. 50 скважин, США	Средний карбон	430 700	Пласт Верхний Атока Пласт Нижний Атока	7 10	Среднего дебита Среднего дебита	115 000 150 000	15,5 18,6
20	Арканзасская долина. Месторождение Мэксфилд. 14 скважин, США	Средний карбон	300	Пласт Верхний Атока	9	Максимального дебита	142 000	22,1
21	Геосинклиналь между поднятиями Озарк, Уачита и Арбукль. Штат Оклахома. Месторождение Пото 34 скважины, США	Средний карбон	Средняя глубина 400	Пласт Хартшорн, лежащий выше пласта Атока, пористость 15%	46	Максимального дебита Минимального дебита Среднего дебита	227 000 7 000 113 000	25,7 25,7 25,7
22	Та же геосинклиналь. Штат Оклахома. Месторождение Кэрни. Антиклиналь. Площ. 1821 га. Более 20 скважин, США	Средний карбон	528 550	Пласт Хартшорн Пористость 15%	46 67	Скв. № 1 Максимального дебита	1 019 412 1 614 069	39 41
23	Восточная часть штата Канзас. К западу от поднятия Озарк. Месторождение Элк-Сити. Песчаная линза. Подошва — известняк нижнего карбона, на эрозионной поверхности 53 скважины. Режим гидравлический, США	Средний карбон Ярус Чироки	400 — 439	Не пласт, а линза песчаника в сланцеватых глинах	0—25	Скв. № 1 Максимального дебита Минимального дебита Среднего дебита	283 170 2 463 579 42 476 764 559	37 38 36 37

№ п. п.	Название месторождения. Его географическое положение	Геологический возраст газоносного пласта	Глубина залегания подошвы пласта в данной скважине	Название или номер газоносного пласта	Мощность пласта в м	Номер или категория скважины	Первоначальный дебит сполна открытой скважины в м <sup>3</sup> /сутки	Первоначальное забойное давление в сполна закрытой скважине (против середины пласта) в <i>ати</i>
24	Восточный Канзас. Место- рождение Мангомери. Песчаное скопление не- правильной формы в сланцевых глинах. Мно- го скважин, США	Средний карбон	Средняя глубина скважин 396	Ярус Чироки	0—3)	Максимального дебита Минимального дебита Среднего дебита	1 048 000 340 000 700 000	36 34 35
25	Восточный Канзас. Место- рождение Пайква. Двух- этажная песчаная линза в сланцеватых глинах. Газоносная площадь 356 га, США	Средний карбон	Средняя глубина скважин 300	Ярус Чироки	0—20	Максимального дебита Минимального дебита Среднего дебита	340 000 14 159 177 100	22 20 21
26	Восточный Канзас. Место- рождение Лонгтон. Ан- тиклиналь. Много сква- жин, США	Средний карбон	457— 518	Песчаный пласт в глинах яруса Чироки	5—25	Максимального дебита Минимального дебита Среднего дебита	1 274 265 21 238 113 268	41 40 40

27	Западный Канзас. Месторождение Отис. Пласт песчаника на южном склоне подземного гранитного хребта, переходящий на вершине хребта в кварцит. 59 скважин. Газоносн. площ. 6070 га. Воды нет. Режим газовый, США	Кембрий, Базальный песчаник кембрия на граните	1050—1080	Пласт Риган. Пористость песчаника 15%. Кварцит не содержит пор	9—13	№ 1 Максимального дебита	876 411 1 500 000	87,45 85
28	Зап. Канзас. Месторождение Байсон, аналогичное месторождение Отис, США	Кембрий	1089	Пласт Риган	5—10	№ 1	367 700	70,2
29	Зап. Канзас. Месторождение Льюис. 5 скважин, США	Средний карбон. Низы яруса Чироки	Средняя глубина 1386	Базальный конгломерат и песчаник среднего карбона	20—60	Среднего дебита	170 000	102
30	Штат Мичиган. Гелсинклинальный бассейн. Месторождение Остин. Группа песчаных бугров нижнего карбона, США	Нижний карбон. Ярус Мичиган	Средняя глубина скважин 422	Песчаник	0—20	Максимального дебита Минимального дебита	2 463 579 20 000	30 30
31	Район Скалистых гор. Штат Уайоминг. Месторождение Берц. Брахиантиклиналь. 5 пластов песчаника. Газоносная площадь всех пластов находится выше уровня моря, США	Верхние 4 пласта относятся к верхнему отделу меловой системы. 5-й пласт к юрской системе	690 1 100 1 140 1 372	I пласт Верхний Дакота II пласт Средний Дакота IV пласт Нижний Дакота V пласт Сан Дэнс	8 9—15 21 122	Среднего дебита Среднего дебита Среднего дебита № 1	180 000 1 213 893 670 000 1 618 000	60 125,6 94,2 106
32	Штат Уайоминг. Месторождение Вилли-Крик. Антиклиналь. Газоносная площадь 26 км <sup>2</sup> . 7 скважин, США	Верхний отдел меловой системы	1 100 970	Пласт Франтье Песчаник	10—30	№ 1 № 2	1 416 000 1 926 000	87,5 87,5

Постановка задачи

№ п. п.	Название месторождения. Его географическое положение	Геологический возраст газоносного пласта	Глубина залегания подошвы пласта в данной скважине в м	Название или номер газоносного пласта	Мощность пласта в м	Номер или категория скважины	Первоначальный дебит сполна открытой скважины в м³/сутки	Первоначальное забойное давление в сполна закрытой скважине (против середины пласта) в атм
33	Штат Уайоминг. Месторождение Мэхони. Брахиантиклиналь. Газоносная площадь 640 га. Два пласта. Песчаники. 17 скважин, из них 5 скважин на одном пласте, США	Верхний отдел меловой системы. Юрская система.	710 920	Пласт Дакота Пласт Сан-Дэнс	6—14 33,5	№ 1 Скважина среднего дебита на II пласте	850 000 1 275 000	57 82,7
34	Штат Уайоминг. Месторождение Вест-Феррис. Брахиантиклиналь. Газоносная площадь 992 га. Два пласта: песчаники. На I пласте 4 скв. на II—8	Верхний отдел меловой системы. Юрская система.	800 1 000	Пласт Средний Дакота Пласт Сан-Дэнс	7,6—20 38—46	№ 1 Среднего дебита на II пласте	1 029 128 283 170	45,7 79,2
35	Штат Уайоминг. Месторождение Миддль-Феррис. Брахиантиклиналь. Газоносная площадь 304 га. Два пласта песчаника. По 2 скважины на каждом пласте, США	Верхний отдел меловой системы. Юрская система	724 871	Пласт Средний Дакота Пласт «Санденс»	13,8 26	№ 1 на I пласте № 1 на II пласте № 2 на II пласте	283 170 100 000 16 500	56,2 74,9 74

36	Штат Альберта. Моноклиналь к востоку от геосинклинали Скалистых гор. Месторождение Викинг. Газоносная площадь 57 км <sup>2</sup> . 2 пласта песчаника. 17 скважин на I пласте и 5 скважин на II пласте, Канада	Средний отдел меловой системы. Нижний отдел меловой системы	645	Пласт Викинг	6	Максимального дебита на I пласте	311 487	54,3
			710	Пласт Пис-Ривер	5	Минимального дебита на I пласте	566 634	54
						Среднего дебита на I пласте	141 585	54
37	Штат Альберта. Моноклиналь к юго-востоку от геосинклинали. Месторождение Брукс. 5 скважин, Канада	Нижняя часть верхнего отдела меловой системы	412	Сланцеватая глина с прослойками песчаника Милк-Ривер	30	Среднего дебита	5 663	25
38	Штат Альберта. Северный конец геоантиклинали. Свита Грасс Арч. Месторождение Медсинхат. Газовая площадь 116 км <sup>2</sup> . Верхний конец песчаной линзы. 50 скважин, Канада	Нижняя часть верхнего отдела. Нижняя часть среднего отдела меловой системы	Средняя глубина скважин на втором пласте 335	Пласт Милк-Ривер Пласт Медсин-Хат. Песчаники.	6	Скважина среднего дебита, на II пласте. На I пласте добыча малая	84 951	28

Итого 38 типичных песчаниковых месторождений

## II. Газоносный пласт состоит из песка

1	Месторождение Шонгар, Бакинский район, СССР	Третичная система	1633	—	—	№ 11	6 000 000	150
2	Месторождение Ричленд. Штат Луизиана, Купол. Газоносная площадь 200 км <sup>2</sup> . Более 200 скважин, США	Нижний отдел меловой системы	Средняя глубина 800	Пласт Токайо. Туфовый песок	21	Среднего дебита	2 000 000	83,9

№ п. п.	Название месторождения. Его географическое положение	Геологический возраст газонасного пласта	Глубина залегания подошвы пласта в данной скважине в м	Название или номер газонасного пласта	Мощность пласта в м	Номер или категория скважины	Первоначальный дебит сполна открытой скважины в м <sup>3</sup> /сутки	Первоначальное забойное давление в сполна закрытой скважине (против середины пласта) в <i>ати</i>
3	Месторождение Оклахома-Сити. Газонасный пласт в своде антиклинали	Нижний силур	1 850	Песок. Пласт Втро-рой Вилыкокк	20	№ 1	6 994 300	188
4	Месторождение Формост. Штат Альберта Сев. конец геантклинали свита Грасс-Арч. Газонасная площадь 15,5 км <sup>2</sup> . 6 скважин, Канада	Верхняя часть среднего отдела меловой системы	Средняя глубина 680	Пласт Бляк-Лиф. Крупнозернистый песок	3—18	Максимального дебита Минимального дебита	481 389 84 951	48,1 48,1
5	Месторождение Боу-Айленд. Штат Альберта. Северная часть геантклинали свита Грасс-Арч. 21 скважина, Канада	Верхняя часть среднего отдела меловой системы	Средняя глубина 700	Пласт Бляк-лиф. Рыхлый крупнозернистый песок.	5—10	Максимального дебита Минимального дебита Среднего дебита	821 193 33 980 245 084	52,45 52,45 52,45
Итого 5 месторождений								

III. Газоносный горизонт в известняках и доломитах приурочен к древнему эрозионному рельефу и создан выщелачиванием

1	Месторождение Елшано-Курдюмское, около Сарагова. Купол, СССР	Намюр, Серпуховская свита. Турнейский ярус карбона	518	Кавернозные и карстовые известняки и доломиты в верхних частях свит	Мощность карстовых горизонтов от 5 до 15	№ 15 намюр.	1 000 000	55,6
			510			№ 8 намюр.	43 060	55,6
			535			№ 19	42 000	59,7
			830			Серпуховский.	1 000 000	82,4
			860			№ 12 Турней.	2 500 000	85,5
						№ 24 Турней.		
2	Месторождение Хьюгтон. Штаты Канзас, Оклахома и Техас. Моноклинали около геосинклинали Анадорко. Газоносная площадь более 10 000 км <sup>2</sup> . Более 400 скважин, США	Свита Чез и Самнер пермской системы	750—	Газоносная зона, состоящая из 6 пористых пластов известняка и доломита	Суммарная мощность 6 пластов 13 м. В них одинаковое давление	Максимального дебита	1 117 445	33
			883			Минимального д.бита	26 788	33
						Среднего дебита.	495 640	33
3	Месторождение Панхандль. Сев.-Зап. Техас. Антиклиналь над погребенным гранитным хребтом, к ю.-з. от геосинклинали Анадарко. Площадь газоносности более 4 000 км <sup>2</sup> . Более 800 скважин, США	Свиты Чез и Самнер пермской системы и аркозовый песчаник над гранитным хребтом	802	Тот же горизонт, что и в Хьюгтоне, и, кроме того, аркозовый песок на граните	62,5	А на площади Карсон	650 000	28
			701		62	Б на площади Карсон	1 500 800	28
			581		7	Д на площади Шамрок	1 331 000	30
			803		65	Максимального дебита для всего Панхандля.	3 000 000	31
			601		15	Минимального дебита	57 000	32
			870		20	Среднего дебита.	758 900	31
								Среднего дебита
4	Месторождение Сайр. З.п. Оклахома. Купол над гранитной ввышленностью между анхандлем и геосинклиналью Анадарко. Газоносная площадь 1533 га. 29 скважин, США	Свиты Чез и Самнер пермской системы	800—855	Тот же горизонт, что и в Хьюгтоне	12,2			

№ п. п.	Название месторождения. Его географическое положение	Геологический возраст газоносного пласта	Глубина залегания подошвы пласта в данной скважине в м	Название или номер газоносного пласта	Мощность пласта в м	Номер или категория скважины	Первоначальный дебит сполна открытой скважины в м <sup>3</sup> /сутки	Первоначальное забойное давление в сполна закрытой скважине (против середины пласта) в атм
5	Месторождение Монро, Луизиана. Купол. Газо- носная площадь 1113,5 км <sup>2</sup> , 1345 скважин. Первоначальные запасы газа 240 000 000 000 м <sup>3</sup> , США	Свита Навар- ро верхнего отдела мело- вой системы	630— 720	Газоносная пори- стая зона в извест- няках и в меле. Называется газонос- ный пласт Монро.	3—15 6—12	Западная часть района: максимального дебита, минимального среднего дебита, Центральная, восточная, южная и северная части: минимального дебита, минимального дебита, среднего дебита среднего дебита для всего района	708 000 28 000 140 000 1 400 000 57 000 285 000 250 000	75,3 75,3 75,3 75,3 75,3 75,3 75,3

6	Месторождение Ист-Ли-Каунти-Хай. Штат Нью-Мексика. Пермский бассейн. Антиклиналь, США	Нижний отдел пермской системы	1006	Кавернозный доломит под несогласным залеганием	45	№ 3	3 114 370	112,5
7	Месторождение Мальджамар. Штат Нью-Мексико. Пермский бассейн. Антиклиналь, США	Нижний отдел пермской системы	1174	То же	10	№ 1	339 804	74
8	Месторождение Медсиглодж. Зап. Канзас. 35 скважин, США	Миссисипский известняк нижнего отдела карбона	Средняя глубина 1500	Эродированная поверхность известняка	3—10	Максимального дебита	1 415 850	128
						Минимального дебита	28 317	121
						Среднего дебита	325 546	125
9	Месторождение Джонсон Зап. Канзас. 7 скважин, США	Тот же горизонт	Средняя глубина 914	Тот же горизонт	10—20	Среднего дебита	679 608	75
10	Месторождение Барртон. Канзас. Купол. 24 скважины, США	Тот же горизонт	Средняя глубина 998	Тот же горизонт	17—21	№ 1 Максимального дебита	324 828	90
							2 515 966	90
11	Месторождение Хаури. Канзас. 4 скважины, США	Тот же горизонт	Средняя глубина 998	Тот же горизонт	10—15	Среднего дебита	417 393	91,7
12	Месторождение Пропп. Канзас. 3 скважины, США	Тот же горизонт	Средняя глубина 722	Тот же горизонт	3—10	Среднего дебита	56 634	58,5
13	Месторождение Вонелл. Канзас. 10 скважин, США	Тот же горизонт	Средняя глубина 914	Тот же горизонт	5—15	Среднего дебита	152 300	68,1
14	Месторождение Ритц. Канзас, 8 скважин, США	Тот же горизонт	Средняя глубина 907	Тот же горизонт	5—18	Среднего дебита	195 300	68

№ п. п.	Название месторождения. Его географическое положение	Геологический возраст газоносного пласта	Глубина залегания подошвы пласта в данной скважине в м	Название или номер газоносного пласта	Мощность пласта в м	Номер или категория скважины	Первоначальный дебит сполна открытой скважины в м <sup>3</sup> /сутки	Первоначальное забойное давление в сполна закрытой скважине (против середины пласта) в атм
15	Месторождение Кантон. Канзас. 16 скважин, США	Тот же горизонт	Средняя глубина 884	Тот же горизонт	15—22	Среднего дебита	813 800	74,45
16	Месторождение Гальва. Канзас. Купол. Площадь. газоносности 32,2 км <sup>2</sup> . 48 скважин, США	Тот же горизонт	Средняя глубина 884	Тот же горизонт	Средняя мощность 23	№ 1 № 2 Максимального дебита Минимального дебита	1 444 167 1 557 435 1 614 069	78 78 78
17	Месторождение Макферсон. Канзас. Купол. Газонос- ная площадь 13 км <sup>2</sup> . 18 скважин, США	Тот же горизонт	Средняя глубина 907	Тот же горизонт. Сильно разведенная поверхность мисси- сипского известняка	Мощ- ность зродиро- ванной газонос- ной зоны от 10 до 25	Максимального дебита Минимального дебита Среднего дебита	566 340 56 634 222 700	74 74 74
Итого 17 месторождений								

IV. Газоносный горизонт в известняках и доломитах не приурочен к эрозионному рельефу

1	Бугурусланское месторождение. Серия куполов на Больше-Кинельской антиклинали. Геологи приписывают этому месторождению водонапорный режим. На южном крыле некоторых куполов есть нефть. В сводах куполов газ лежит на пластовой воде, СССР	Спириферовый подъярус казанского яруса пермской системы	Подошва газового пласта, т. е. уровень пластовой воды на глубине 254,5 м в скв. № 42. В скв. № 29— —245 м. В скв. № 31— 236,5 м. В скв. № 456 281 м. В скв. № 46 251,5 м. В скв. № 47— 291 м.	Пористые доломиты и доломитизированные известняки. Пористость 23 %	17	№ 42 на Калиновском куполе.	600 000	25,1
						№ 39 на Калиновском куполе		
						№ 29 } На Ново-стелановском куполе	300 000	24,5
							200 000	26,2
							130 000	25,8
						№ 38 }	210 000	26
						№ 456 } на куполе Аманак	110 000	26
							№ 46 } 320 000	26,4
							№ 47 } 220 000	27
						№ 54 на Калиновке	348 000	26,5
№ 129 } Бугуруслан	8 700	26,5						
	№ 18 } 580 000	25,5						
2	Месторождение Каннингхам в штате Канзас. 23 скважины, США	Верхний силур	1170— 1230	Пласт Байола. Пористый известняк. Пористость 15%	6	Максимального дебита	3 539 625	96
						Минимального дебита	28 317	96
						Среднего дебита	1 155 334	96
3	Месторождение Ляйонс в штате Канзас. Раздельная эксплуатация двух пластов, США	Нижний силур	Средняя глубина 1000	Пласт Симпсон и пласт Арбукль. Пористые известняки	5 30	Среднего дебита	4 247 600	78

Постановка задачи

№ п. п.	Название месторождения. Кто географическое положение	Геологический возраст газопородного пласта	Глубина залегания подошвы пласта в данной скважине в м	Название или номер газопородного пласта	Мощность пласта в м	Номер или категория скважины	Первоначальный дебит сподна открытой скважины в м <sup>3</sup> /сутки	Первоначальное забойное давление в сподна закрытой скважине (против середины пласта) в атм
4	Месторождение Парис в северн. части Тексаса. Геол. провинция Бенд- Арч. Кунтол, США	Свита Бенд нижней части среднего карбона	937 946	Пласт Кадло, пори- стый известняк	10—20	№ 1 № 2	481 389 764 550	94 94,5
5	Месторождение Эдди в штате Нью-Мексико. Не- большой кунтол с пло- ским сводом. Газопородная площадь 162 га. 4 сква- жины. Расстояние меж- ду скважинами 637 м. США	Нижний отдел пермской системы	432 431 423 418	Пласт Вилгям. Пор- ристый известняк	8	№ 1 № 2 № 3 № 4	212 378 113 268 68 103 123 519	28,47 28,12 22,15 21,8
6	Месторождение Тилберн в штате Огайо в Жана- де. Аппалачиаль с дву- мя куполами. Газопородная площадь 56,7 км <sup>2</sup> . 430 скважины	Верхняя часть среднего силура	Средняя глубина 440	Пористый доломит. Свита Геснфф	0,5—5	Среднего дебита	155 744	43,6

7	Месторождение Уэлланд в штате Онтарио. Газоносная площадь 5180 км <sup>2</sup> . 3900 скважин, Канада	Силур	Средняя глубина 400	Пористый доломит. Пласты Клинтон и Медина	3—10	Среднего дебита	170 000	40
8	Месторождение Маскигон в штате Мичиган. Брахиа-антиклиналь. Газоносная площадь 1133 га. Амплитуда подъема 22 м. Падение слоев крыльев от 40 минут до 1 градуса. 4 газоносных пласта. 70 скважин. Первоначальные запасы газа более 600 млн. м <sup>3</sup> . Расстояние между скважинами 402 м. Раздельная эксплуатация пластов, США	Пористые известняки девона, лежащие среди темно-бурых сланцеватых глин	485—503	I. Пласт Верхний Траверс	2,5	Максимального дебита	240 695	46
						Минимального дебита	11 327	46
			555—573	II. Пласт Нижний Траверс	3	Максимального дебита	283 170	53
						Минимального дебита	25 485	53
			599—617	III. Пласт Данди	3,6	Максимального дебита	736 242	69
						Минимального дебита	226 536	69
						Среднего дебита	424 755	69
			660—678	IV. Пласт Монро	1,5	Максимального дебита	12 205	70,4
			Минимального дебита	2 832	70,4			
			Среднего дебита	5 663	70,4			
Итого 8 месторождений								

Постановка задачи

№ п. п.	Название месторождения. Его географическое положение	Геологический возраст газонасного пласта	Глубина залегания подошвы пласта в данной скважине в м	Название или номер газонасного пласта	Мощность пласта в м	Номер или категория скважины	Первоначальный дебит сполна открытой скважины в м <sup>3</sup> /сутки	Первоначальное забойное давление в сполна закрытой скважине (против середины пласта) в ати
---------	--	---	--	---	---------------------	------------------------------------	---	---

## V. Газонасные сланцеватые глины

1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	Темнобурая газонасная сланцеватая глина в северо- восточной части Окла- хомы и юго-восточной части Канзаса. Газонас- ная площадь 2400 км <sup>2</sup> . Более 500 скважин, США	Средний карбон	122—155	Два главных газо- носных горизонта в глине, мощность каждого от 2 до 10 м	Максимального дебита 200 Минимального дебита 850 Среднего дебита	1 500	4	Скважины чрезвы- чайно долговечны
2	Темнобурая сланцеватая глина в штатах Кентук- ки-Огайо, Зап. Вирджи- ния, Пенсильвания и Нью-Йорк. Площадь Флойд — более 1000 сква- жин и Мартин — 231 скв. и пр., США	Верхний девон	40— 1000	Мощность газонас- ной глины до 190 м	Среднего дебита месторождение Флойд Среднего дебита других площадей	14 160 7 100	5	3
Много обширных площадей								

VI. Месторождение газа в вулканических породах, в пузыристых верхних частях лавовых потоков и в трещинах отдельностей

1	Месторождение Рэттленэк. В штате Вашингтон, в пузыристой застывшей базальтовой лаге. Антиклиналь длиной 97 км и шир. 12 км. Газоносная площадь громадна. Очень большая пористость. 16 скважин, США	Нижний миоцен. При эксплуатации дебит и давление не понижаются	213— 274	4 пористых зоны в базальте, в верхних частях отдельных лавовых потоков	Мощность отдельной зоны от 2,4 до 6,4	Максимального дебита	85 000	0,38
						Минимального дебита	2 000	0,16
						Среднего дебита	14 200	0,25
						Скважины эксплуатируются 18 лет без понижения дебита и давления		
	Итого 1 громадная площадь							

VII. Трещинные месторождения. Газ в сети трещин в плотных твердых непористых породах

1	Ухтинское месторождение газа и радиевой воды в кварцито-сланцевых сланцах. Площадь громадна, СССР	Протерозой	213	Сеть трещин в сланцах под девонскими глинами	Мощность очень большая	№ 143 в низовьях реки Нефть-Иоль на Водном промысле Ухтинского района	21 000	1,5
---	---	------------	-----	--	------------------------	---	--------	-----

В условиях несимметричного размещения скважин на газоносной площади, а также в случае эксплуатации скважин при различных противодавлениях на пласт (давления на забоях скважин различны) форма и размеры удельных площадей дренажа различны.

\* \*  
\*

В заключение настоящей главы приведем некоторые основные данные, характеризующие газовые месторождения СССР, США и Канады. В табл. I приведены сведения о составе газоносных коллекторов, их геологическом возрасте, глубине залегания и мощности.

Кроме того, указаны величины первоначального свободного дебита газовых скважин и начального пластового давления<sup>1</sup>. При выборе исходных данных для помещенных в последующих главах примеров мы руководствовались табл. I.

---

### Глава III

## ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ УРАВНЕНИЕ ИСТОЩЕНИЯ ГАЗОВОЙ ЗАЛЕЖИ

### § 1. О термодинамических процессах при движении газа в пористых пластах

Прежде чем приступить к выводу дифференциального уравнения истощения газовой залежи, необходимо выснить вопрос о том, какие термодинамические процессы происходят при движении газа в пористых пластах. Этот вопрос до выхода нашей работы [8] был очень мало освещен как в отечественной, так и в иностранной научно-технической литературе.

Акад. Л. С. Лейбензон в статье [2], опубликованной в 1923 г., рассматривая начальный период действия скважины в девственном пласте, пишет:

„...Если скважина пробурена в пласте, еще не подвергавшемся эксплуатации или мало затронутом эксплуатацией, то давление газа в пласте очень велико (может достигать до 200 и более атмосфер), истечение под таким громадным напором будет происходить с большой скоростью, и процесс изменения состояния газа можно принять — *адиабатическим*...“<sup>2</sup> „Когда давление в пласте ослабеет в достаточной мере, то движение газа делается сравнительно медленным, и процесс изменения состояния газа можно принять *изотермическим*...“<sup>3</sup>

С. Герольд [23], рассматривая вопрос о величине температурных изменений, происходящих в нефтяных пластах, указывает:

<sup>1</sup> Данные, приведенные в табл. I, подобраны проф. И. Н. Стрижовым [22]

<sup>2</sup> См. [2], стр. 413. Курсив Л. С. Лейбензона.

<sup>3</sup> Там же, стр. 415. Курсив Л. С. Лейбензона.

„...Если бы наши искусственные или естественные резервуары были снабжены стенками, являющимися совершенными непроводниками тепла, то расширение газа в резервуаре было бы адиабатическим. Наши естественные резервуары ведут себя таким образом, что расширение газа в них занимает некоторое среднее положение между изотермическим и адиабатическим процессом“.

Такую же точку зрения высказывает и W. H. Osgood [24]. В вышедшей в 1932 г. обстоятельной работе, посвященной свойствам парафина и условиям выпадения его из нефти, С. Е. Reistle [25] указывает:

„Невозможно определить точные условия, когда будут происходить охлаждение, достаточное для того, чтобы понизить температуру в песке и заморозить нефть, или осаждение парафина из нефти, но такой результат несомненно будет иметь место при определенных условиях“.

В более поздних исследованиях акад. Л. С. Лейбензон [7] и М. Muskat [20] рассматривают движение газа в пористой среде как политропический процесс при постоянном показателе политропы. В дальнейших выкладках авторы принимают показатель политропы равным единице, т. е. полагают, что движение газа в пористом пласте происходит изотермически. Эти положения и Л. С. Лейбензон и М. Muskat принимают без каких-либо обоснований.

Приведенными соображениями (насколько нам известно) исчерпывались представления о температурных изменениях, происходящих в нефтяных и газовых коллекторах в процессе их эксплуатации.

Ввиду сложности и неизученности анализируемого вопроса, мы ограничились рассмотрением стационарного движения газа в пористой среде; однако можно полагать, что результаты, полученные в настоящей работе, могут дать представление о термодинамических процессах, происходящих в пласте и при неустановившемся режиме.

### 1. Движение газа в пласте как дроссельный процесс

При движении газа в газоносных пористых пластах, представленных песками, песчаниками, известняками или какой-либо другой пористой средой, потенциальная энергия сжатого газа расходуется: а) на преодоление сил трения, обусловленных вязкостью газа, б) на преодоление молекулярных сил в связи с увеличением расстояния между молекулами при расширении газа по мере приближения его к забою скважины, в) на переход части потенциальной энергии в кинетическую энергию газа.

Совершаемая газом работа на преодоление сил трения целиком переходит в теплоту и, следовательно, компенсирует потерю тепла при расширении газа.

При движении газа к забою скважины вследствие увеличения объема газа будет увеличиваться скорость движения его, что связано с ростом кинетической энергии газа, величина которой пропорциональна квадрату скорости. Увеличение кинетической энергии газа, очевидно, должно происходить за счет его теплосодержания.

В глубоких продуктивных пластах, характеризующихся высоким давлением и относительно невысокой температурой (обычно менее 100° С), в своем поведении газы отклоняются от законов идеальных газов. В этих условиях при расширении газа нельзя пренебрегать вели-

чиной внутренней работы, затрачиваемой на преодоление сил сцепления между частицами газа при увеличении его объема. Работа эта совершается за счет внутренней энергии.

Таким образом, в системе происходят весьма сложные термодинамические процессы. Как указывает В. С. Жуковский, если движение жидкости или газа сопровождается заметными потерями на трение, „решение вопроса о количественном распределении энергии потока между двумя основными компонентами — энтальпией и кинетической энергией — выходит за рамки термодинамики и допустимо лишь на основании специального опыта...“ И далее: „... Обработывая данные опыта, можно найти в аналитической форме связь между термическими координатами...“

„Такая возможность не имеет, разумеется, большой практической цены, ибо не представляет никакого труда получить непосредственно из упомянутого опыта величины энтальпии и скорости в любом сечении потока...“ [26].

Таким образом, перед нами выдвигалась перспектива: отказаться от теоретического исследования и заняться исключительно экспериментальной работой. Мы избрали иной путь, поставив себе ближайшей задачей оценить величину изменения кинетической энергии газового потока в призабойной зоне пласта.

Рассмотрим призабойную зону газоносного пласта (мощностью 10 м), ограниченную поверхностью цилиндра радиуса 10 м, коаксиального скважине диаметром 6". Пусть пластовое давление равно 120 ата и приведенный к атмосферному давлению и 0° С дебит газовой скважины равен 500 м<sup>3</sup>/сек или 43,2 млн. м<sup>3</sup>/сутки, что при удельном весе метана  $\gamma = 0,717 \text{ кг/м}^3$  дает весовой расход газа  $G \cong 359 \text{ кг/сек}$ .

Чтобы представить себе величину такого расхода газа, рассмотрим следующий пример. Из закрытого сосуда большой емкости, заполненного метаном при давлении, равном принятому нами пластовому давлению  $p_n = p_2 = 120 \text{ ата}$ , происходит истечение газа в атмосферу через отверстие в крышке сосуда. Диаметр отверстия равен диаметру скважины, т. е.  $2r_c = 6" = 152 \text{ мм}$ . Температура газа на выходе равна 0° С. Определим расход газа.

Известно [27], что в случаях, аналогичных описанному, давление газа на выходе всегда больше атмосферного и может быть определено по формуле:

$$p_y = \left( \frac{2}{\kappa + 1} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa - 1}} \cdot p_n, \quad (1, III)^1$$

где  $p_y$  — давление газа на выходе (устье);

$p_n$  — давление газа в сосуде;

$\kappa = \frac{c_p}{c_v}$  — показатель адиабаты.

<sup>1</sup> Нумерация формул производится нами по главам в следующем порядке: арабская цифра показывает номер формулы, а римская — номер главы.

Принимая для метана  $\kappa = 1,3$  и подставляя в формулу (1, III) соответствующие значения, имеем:

$$p_y = \left( \frac{2}{1,3+1} \right)^{\frac{1,3}{1,3-1}} \cdot 120 = 65,6 \text{ ата.}$$

Так как скорость на выходе не может превышать скорости звука в газе для состояния, в котором он (газ) находится в выходном отверстии, то максимальная скорость истечения

$$w_{\max} = \sqrt{g\kappa p_y v_y} \cong \sqrt{g\kappa R T_y}, \quad (2, III)$$

где  $w_{\max}$  — скорость звука в газе при давлении  $p_y$ ;

$v_y$  — удельный объем вытекающего газа при давлении  $p_y$ ;

$T_y$  — температура газа на выходе в  $^{\circ}\text{K}$ ;

$R$  — газовая постоянная;

$g$  — ускорение силы тяжести.

Подставляя в формулу (2, III) соответствующие значения, получим:

$$w_{\max} = \sqrt{9,81 \cdot 1,3 \cdot 52,8 \cdot 273} \cong 428 \text{ м/сек.}$$

При площади сечения шестидюймового отверстия  $S = 0,018 \text{ м}^2$  и давлении  $p_y = 65,6 \text{ ата}$  приведенный к атмосферному давлению расход газа  $q$  составит:

$$q = w_{\max} \cdot S \cdot p_y = 428 \cdot 0,018 \cdot 65,6 = 506 \text{ м}^3/\text{сек.}$$

Таким образом, принятый нами дебит газовой скважины в  $500 \text{ м}^3/\text{сек}$  ( $43,2 \text{ млн. м}^3/\text{сутки}$ ) невозможен даже при самых неблагоприятных условиях открытого фонтанирования газовой скважины. В действительности свободные дебиты газовых скважин во много раз меньше. Рассмотрение данных табл. 1 о величине свободного дебита газовых скважин по более, чем 70 газовым месторождениям СССР, США и Канады, показывает, что максимальная величина свободного дебита составляет  $6\,994\,300 \text{ м}^3/\text{сутки}$  (месторождение Оклахома-Сити: пласт Второй Вилькоккс; состоит из песка; скважина № 1), причем такие дебиты являются исключением. Мы умышленно задались столь громадным расходом газа, чтобы получить большие скорости газа и, следовательно, преувеличенную, по сравнению с обычными условиями, величину кинетической энергии.

Исходя из полученных данных, перейдем к определению изменения кинетической энергии газа при движении его в пористом пласте. Площадь сечения на внешней границе призабойной зоны (при  $r_2 = 10 \text{ м}$ ):

$$F_2 = 2\pi r_2 h = 2 \cdot 3,14 \cdot 10 \cdot 10 = 628 \text{ м}^2.$$

Площадь сечения вскрытой скважины поверхности дренирования (при  $r_c = r_1 = 3'' = 0,076 \text{ м}$ ):

$$F_1 = 2\pi r_1 h = 2 \cdot 3,14 \cdot 0,076 \cdot 10 = 4,76 \text{ м}^2.$$

Для нахождения скорости движения газа нужно знать живое сечение пласта (или площадь прохода по терминологии Л. С. Лейбензона [7]), равное площади сечения пласта, умноженной на просвет, или про-

светность. Однако средняя величина просветности (или „поверхностной пористости“) равна пористости среды — см., например, книгу П. Я. Полубариновой-Кочиной [28]. Принимая пористость пласта  $f = 0,10$ , получим следующие площади живых сечений:

$$\begin{aligned} f_2 &= f \cdot F_2 = 0,10 \cdot 628 = 62,8 \text{ м}^2, \\ f_1 &= f \cdot F_1 = 0,10 \cdot 4,76 = 0,476 \text{ м}^2. \end{aligned}$$

Скорость газа на внешней границе призабойной зоны при давлении  $p_2 = p_n = 120 \text{ ата}$  и пластовой температуре, принимаемой нами равной  $70^\circ \text{ С}$ , составит:

$$w_2 = \frac{G \cdot R \cdot T_2}{p_2 \cdot f_2} = \frac{359 \cdot 52,9 \cdot 350}{120 \cdot 10^4 \cdot 62,8} = 0,0882 \text{ м/сек.}$$

Для определения величины скорости газа при входе в скважину примем величину забойных давлений  $p_c = p_1 = p_y \cong 65 \text{ ата}$  (в действительности давление на забое скважины должно быть больше) и температуры  $t_c = t_1 = 77^\circ \text{ С}$  (в действительности температура на забое скважины должна быть меньше). Тогда скорость газа на внутренней границе призабойной зоны

$$w_1 = \frac{G \cdot R \cdot T_1}{p_1 \cdot f_1} = \frac{359 \cdot 52,9 \cdot 350}{65 \cdot 10^4 \cdot 0,476} \cong 21,5 \text{ м/сек.}$$

Приращение кинетической энергии 1 кг газа при переходе его от внешней границы призабойной зоны к забою скважины

$$\frac{w_1^2 - w_2^2}{2g} \cong \frac{w_1^2}{2g} = \frac{21,5^2}{19,6} = 23,6 \text{ кгм/кг.}$$

Переходя от килограммометров к килограммкалориям, получим:

$$\frac{w_1^2}{2g} = \frac{23,6}{427} \cong 0,0552 \text{ ккал/кг.}$$

Принимая теплоемкость метана при  $350^\circ \text{ К}$  (считая температуру глубоко залегающего продуктивного пласта равной  $77^\circ \text{ С}$ )  $c_p = 0,578 \text{ ккал/кг}^\circ \text{ С}$  и считая, что приращение кинетической энергии газа целиком происходит за счет внутренней энергии газа, можно оценить величину обусловленного этим понижения температуры:

$$\Delta T \cong \frac{w_1^2}{2g} \cdot \frac{1}{c_p} = \frac{0,0552}{0,578} = 0,0955^\circ \text{ С.}$$

Если принять свободный дебит газовой скважины  $7 \cdot 10^6 \text{ м}^3/\text{сутки}$  (что соответствует весовому расходу  $G_1 = 58,1 \text{ кг/сек}$ ), давление на забое скважины  $p_c = p_1 = 30 \text{ ата}$  и пористость пласта  $f = 0,20$ , то при тех же прочих условиях

$$\begin{aligned} f_1 &= f \cdot F_1 = 0,20 \cdot 4,76 = 0,952 \text{ м}^2, \\ w_1 &= \frac{G \cdot R \cdot T_1}{p_1 \cdot f_1} = \frac{58,1 \cdot 52,9 \cdot 350}{30 \cdot 10^4 \cdot 0,952} = 3,77 \text{ м/сек,} \\ \frac{w_1^2}{2g} &= \frac{3,77^2}{19,6} = 0,726 \text{ кгм/кг} \approx 1,70 \cdot 10^{-3} \text{ ккал/кг,} \\ \Delta T &\cong \frac{w_1^2}{2g} \cdot \frac{1}{c_p} = \frac{1,70 \cdot 10^{-3}}{0,578} = 0,00294^\circ \text{ С.} \end{aligned}$$

Таким образом, увеличение кинетической энергии газа при движении его в пористом пласте и связанные с этим температурные изменения, ничтожно малы даже при чрезвычайно больших расходах газа.

Следовательно, во всех технических расчетах с вполне достаточной точностью можно принимать

$$\frac{m(w_1^2 - w_2^2)}{2g} = 0, \quad (3, III)$$

где  $m$  — масса газа.

Пренебрегая величиной изменения кинетической энергии газа и исходя из известных термодинамических положений (Шюле [27], стр. 253, Ф. И. Франкль, С. А. Христианович, Р. Н. Алексеева [58], стр. 12 или Страхович [59]), имеем:

$$i_2 - i_1 = 0; \quad (4, III)$$

следовательно,

$$i_2 = i_1, \quad (5, III)$$

где  $i_2$  и  $i_1$  — значения энтальпии соответственно на внешней и внутренней границах призабойной зоны.

Итак, движение газа в пористом пласте характеризуется постоянством энтальпии, постоянством теплосодержания. Из термодинамики известно, что постоянством энтальпии характеризуются дроссельные процессы.

Таким образом, *при движении газа в пористом пласте имеет место процесс дросселирования газа.*

Вывод о том, что движение газа в пористом пласте представляет собой дроссельный процесс, сделан нами из предыдущих выкладок, основанных на следующих допущениях:

1. Каждый элемент пористого пласта и весь пласт в целом рассматривались как термически изолированная система, т. е. принималось, что передача тепла от одного элемента к другому, а также от подстилающих и перекрывающих пористый пласт горизонтов отсутствует.

2. Не принималась во внимание теплопередача от пористой породы к газу, обусловленная разностью температур между газом и пористой средой.

3. Не принималась во внимание теплопередача в пористой породе в радиальном направлении вследствие теплопроводности среды и изменения в этом направлении температуры пласта.

Подробное рассмотрение [29] каждого из этих допущений показывает, что они справедливы.

## 2. Понижение температуры при дросселировании газа в пласте

Понижение температуры газов при дросселировании широко известно и носит название эффекта Джоуля-Томсона.

Определение изменения температуры при движении газа в пласте может быть произведено двумя методами: на основе данных о коэффициентах Джоуля-Томсона и при помощи энтальпийных диаграмм.

Определение изменения температуры газа на основе коэффициентов Джоуля-Томсона. Исходя из дифференциаль-

ных соотношений термодинамики [30] при независимых переменных  $p$  и  $T$ , имеем:

$$di = c_p dT - \left[ T \left( \frac{\partial v}{\partial T} \right)_p - v \right] dp, \quad (6, III)$$

где  $c_p$  — теплоемкость газа при постоянном давлении.

Так как при дросселировании процесс происходит при постоянной энтальпии, то

$$di = 0$$

и, следовательно,

$$c_p \left( \frac{dT}{dp} \right)_i = T \left( \frac{\partial v}{\partial T} \right)_p - v. \quad (7, III)$$

Обозначая через  $\mu$  коэффициент Джоуля-Томсона

$$\mu = \left( \frac{\partial T}{\partial p} \right)_i, \quad (8, III)$$

получаем:

$$\mu = \frac{T \left( \frac{\partial v}{\partial T} \right)_p - v}{c_p}. \quad (9, III)$$

В настоящей работе мы используем экспериментальные данные о коэффициентах Джоуля-Томсона.

В марте 1939 г. R. Videnhofzer, B. Sage и W. Lacey [31] опубликовали статью, в которой описываются экспериментальные работы по определению коэффициентов Джоуля-Томсона для метана. Полученные авторами результаты помещены в табл. 2.

Таблица 2

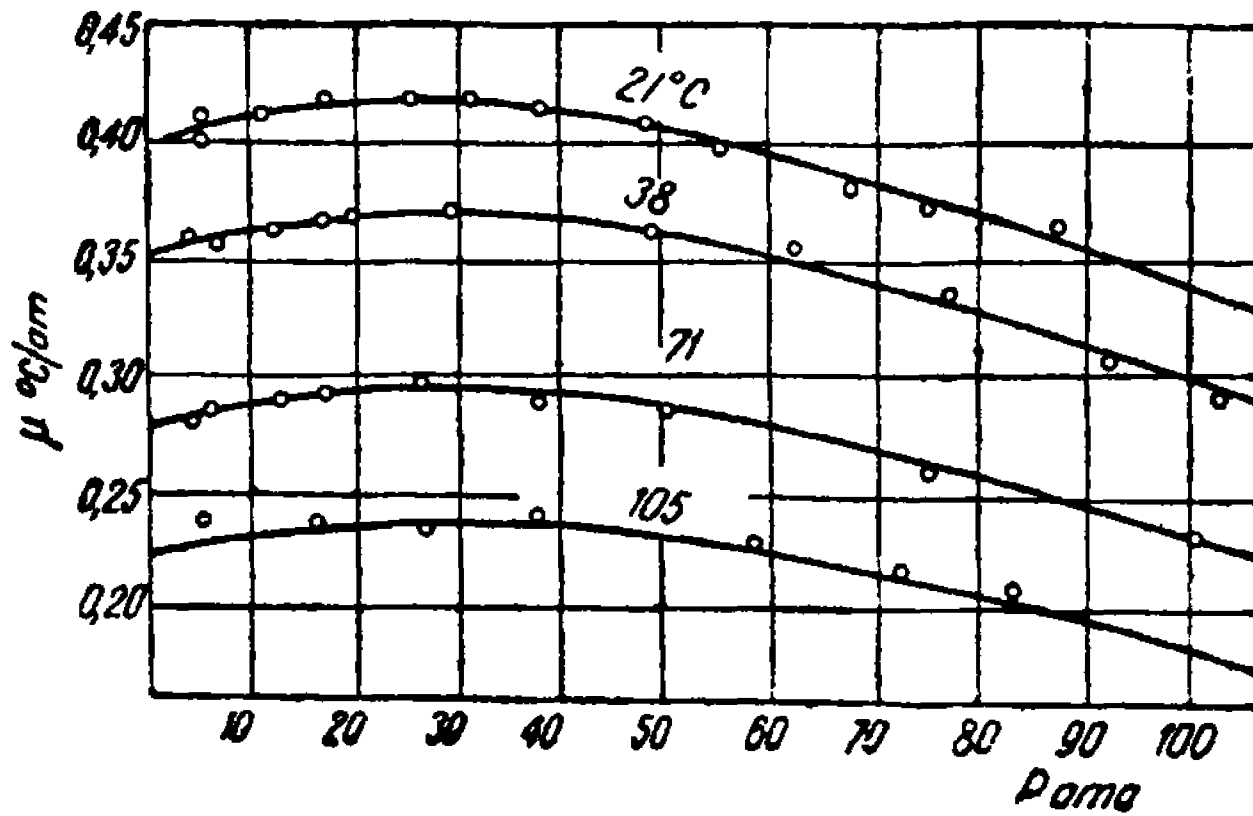
Коэффициенты Джоуля-Томсона для метана

Давление $P$ в <i>ата</i>	$\mu$ при температуре в $^{\circ}\text{C}$					
	21	38	55	71	88	105
0	0,3921	0,3478	0,3083	0,2743	0,2451	0,2198
17,6	0,4111	0,3628	0,3225	0,2885	0,2585	0,2316
35,2	0,4111	0,3644	0,3233	0,2893	0,2593	0,2332
52,8	0,3968	0,3534	0,3138	0,2806	0,2506	0,2253
70,3	0,3771	0,3352	0,2984	0,2632	0,2356	0,2119
87,9	0,3502	0,3115	0,2751	0,2435	0,2158	0,1929
105,5	0,3217	0,2846	0,2498	0,2213	0,1960	0,1739

На фиг. 2 показаны кривые  $\mu = \mu(p)$  для разных температур, нанесенные на основе экспериментальных данных перечисленных авторов.

Кривые, приведенные на фиг. 3, показывают влияние температуры на коэффициенты Джоуля-Томсона для метана при различных давлениях. Из приведенных на фиг. 2 и 3 кривых видно, что:

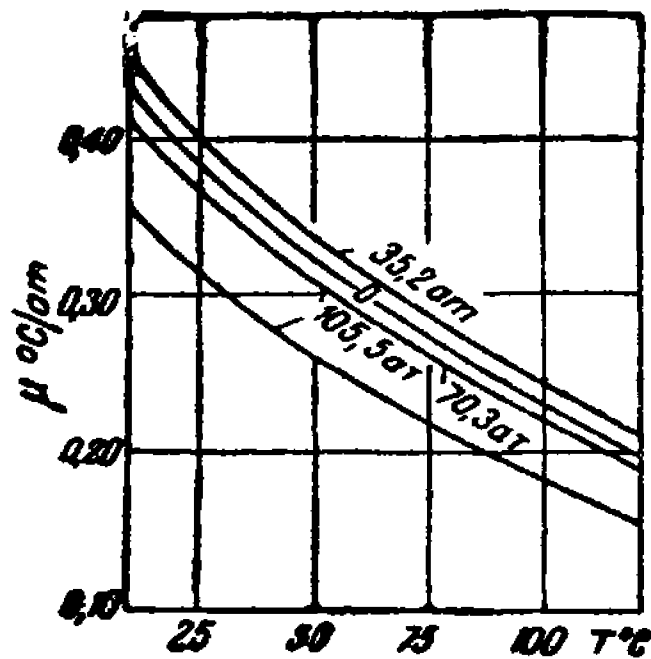
1) с повышением давления при неизменной температуре величина коэффициентов Джоуля-Томсона сначала несколько увеличивается, а затем уменьшается;



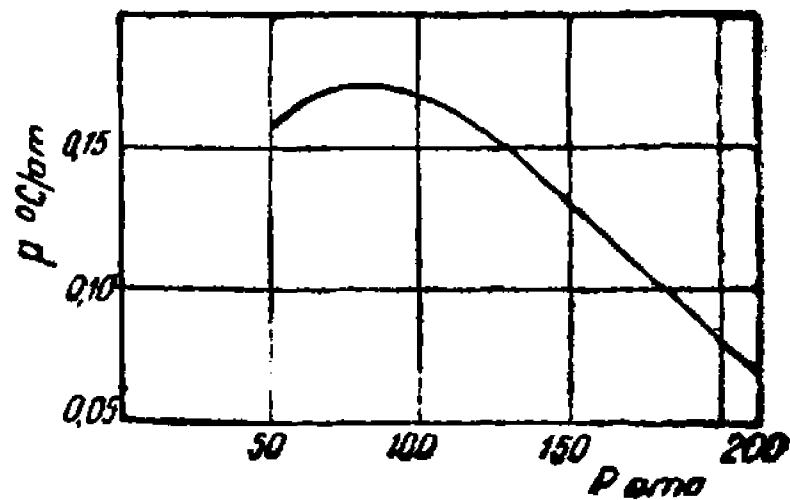
Фиг. 2. Зависимость коэффициентов  $\mu$  Джоуля-Томсона для метана от давления  $p$  при различных температурах.

2) с повышением температуры при неизменном давлении коэффициенты Джоуля-Томсона уменьшаются;

3) при любой температуре имеется некоторое максимальное значение коэффициента Джоуля-Томсона.



Фиг. 3. Влияние температуры  $T$  на величину коэффициентов  $\mu$  Джоуля-Томсона для метана.

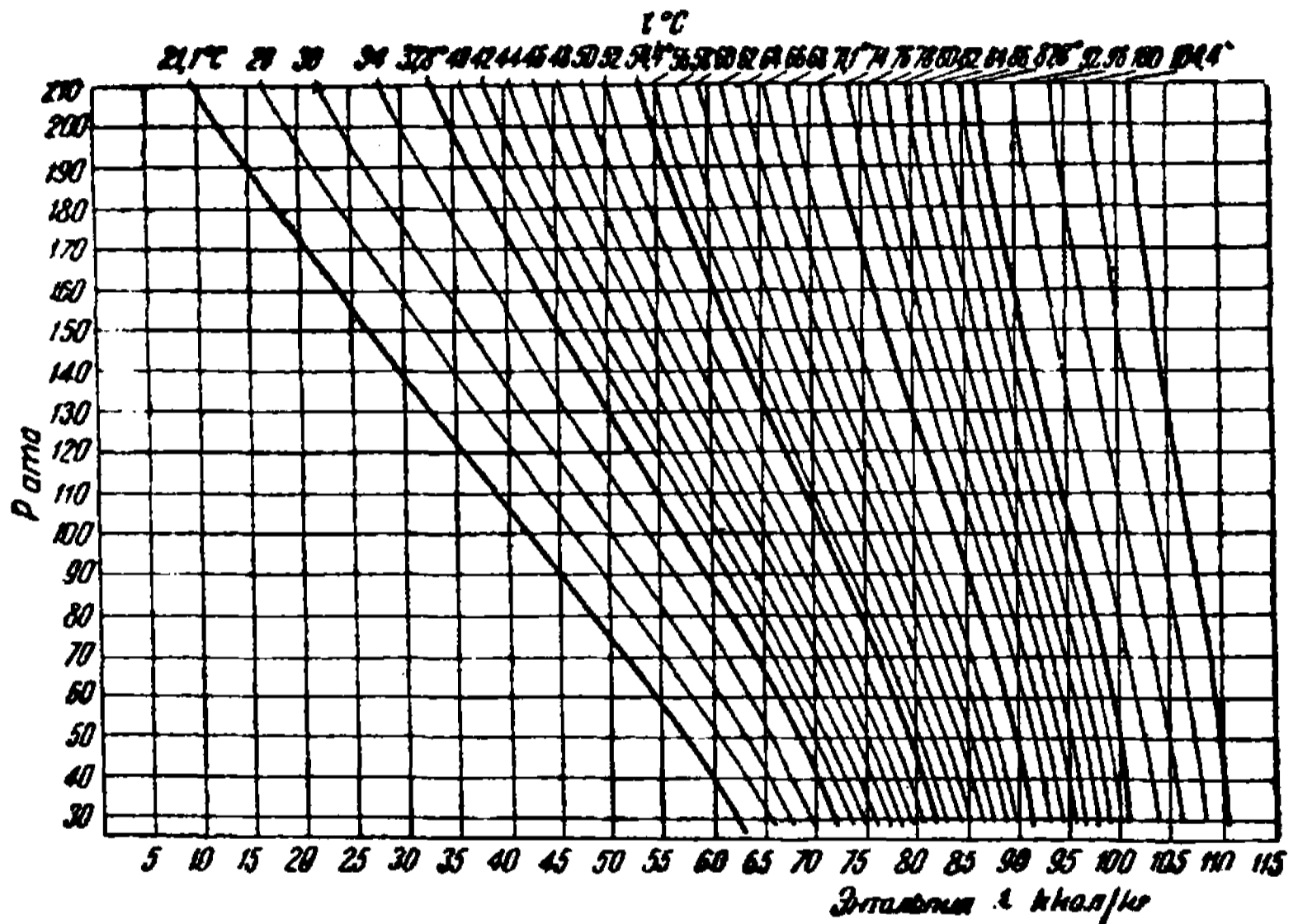


Фиг. 4. Зависимость коэффициентов  $\mu$  Джоуля-Томсона для естественного нефтяного газа от давления  $p$  при температуре  $71,1^\circ \text{C}$ .

В. Sage и W. Lacey [31] определили коэффициенты Джоуля-Томсона для естественного газа, взятого из фонтанирующей скважины месторождения Dominguez в Лос-Анжелосе (Калифорния). Газ этот имел следующий состав в процентах молей: кислорода и азота 1,50%, угле-

кислоты 0,60%, метана 87,78%, этана 3,82%, пропана 3,36%, нормального бутана и изобутана 2,00%, нормального пентана и изопентана 0,64% и более тяжелых углеводородов 0,30%. Термодинамические свойства газа приведены в табл. 3, причем во всех случаях при давлении 210,6 *атм* и температуре 15,6° С энтальпия и энтропия газа принимались равными нулю.

На фиг. 4 показана кривая  $\mu = \mu(p)$  для указанного сухого нефтяного газа при температуре 71,1° С.



Фиг. 5. Энтальпийная диаграмма для естественного газа.

Исходя из средних значений  $\tilde{\mu}$  коэффициентов Джоуля-Томсона, легко определить падение температуры в пласте при дросселировании газа, пользуясь формулой

$$\Delta T = \mu \cdot \Delta p, \quad (10, III)$$

где  $\Delta T$  — падение температуры газа между двумя точками пласта, перепад давления между которыми равен  $\Delta p$ .

Определение величины изменения температуры газа при помощи энтальпийных диаграмм. Так как движение газа в пористой среде представляет собой дроссельный процесс, характеризующийся постоянством энтальпии, изменение температуры газа при дросселировании его может быть определено при помощи энтальпийных диаграмм или таблиц. На фиг. 5 представлена энтальпийная диаграмма для сухого естественного газа, составленная нами по данным табл. 3.

Пользуясь фиг. 5, рассмотрим следующий пример.

Т а б л и ц а 3

**Термодинамические свойства сухого нефтяного газа**

Температура, °С	Давление, атм	Удельный объем, м <sup>3</sup> /кг	Энтальпия, ккал/кг	Энтропия, ккал/кг °К
21,1	28,08	0,0419079	62,9614	0,3804
	42,12	0,0268445	59,3919	0,3306
	56,16	0,0194126	55,4276	0,2914
	70,20	0,0150322	51,2187	0,2571
	87,75	0,0115877	45,7477	0,2508
	105,30	0,0093288	40,1543	0,1874
	122,85	0,0077501	34,5832	0,1567
	140,40	0,0066331	29,1010	0,1280
	157,95	0,0058175	23,7690	0,1012
	175,50	0,0052285	18,6538	0,0763
	193,05	0,0048148	13,7990	0,0529
	210,60	0,0045514	9,2685	0,0310
37,8	28,08	0,0447782	72,5580	0,4139
	42,12	0,0289349	70,0002	0,3666
	56,16	0,0211162	67,1653	0,3311
	70,20	0,0164674	64,0512	0,3017
	87,75	0,0128045	59,9371	0,2694
	105,30	0,0104270	55,7112	0,2405
	122,85	0,0088109	51,4693	0,2141
	140,40	0,0076690	47,2934	0,1898
	157,95	0,0068390	43,2846	0,1674
	175,50	0,0062207	39,4982	0,1466
	193,05	0,0057590	35,9676	0,1273
	210,60	0,0054182	32,7428	0,1095
54,4	28,08	0,0474926	82,2324	0,4456
	42,12	0,0308630	80,4532	0,4017
	56,16	0,0226200	78,3960	0,3688
	70,20	0,0180586	76,1164	0,3418
	87,75	0,00138589	73,0584	0,3126
	105,30	0,01146910	69,3336	0,2869
	122,85	0,00974690	66,6088	0,2637
	140,40	0,00851760	63,4396	0,2428
	157,75	0,00760030	60,4928	0,2238
	175,50	0,00690770	57,7684	0,2064
	193,05	0,00637100	55,3220	0,1905
	210,60	0,0059530	53,2092	0,1776

Продолжение табл. 3

Температура, °C	Давление, ата	Удельный объем, м <sup>3</sup> /кг	Энтальпия, ккал/кг	Энтропия, ккал/кг °K
71,1	28,08	0,0501134	91,7956	0,4758
	42,12	0,0326914	90,6280	0,4337
	56,16	0,0240926	89,2380	0,2028
	70,20	0,0190008	87,5700	0,3778
	87,75	0,0150197	85,3460	0,3511
	105,30	0,0124114	83,0108	0,3279
	122,85	0,0105830	80,6200	0,3075
	140,40	0,0092352	78,3960	0,2892
	157,75	0,0082181	76,2832	0,2726
	175,50	0,0074381	74,3928	0,2577
87,8	193,05	0,0068328	72,6692	0,2441
	210,60	0,0063773	71,2236	0,2321
	28,08	0,0526282	101,1920	0,5043
	42,12	0,0344011	100,5250	0,4638
	56,16	0,0254218	99,5796	0,4342
	70,20	0,0201240	98,3964	0,4103
	87,75	0,0159494	96,6884	0,3852
	105,30	0,0132288	94,9092	0,3639
	122,85	0,0112944	93,1856	0,3451
	140,40	0,0098842	91,5176	0,3285
104,4	157,95	0,0088101	89,9608	0,3136
	175,50	0,0079747	88,5708	0,3002
	193,05	0,0073133	87,3476	0,2880
	210,60	0,0067954	86,3468	0,2772
	28,08	0,0551179	110,5884	0,5314
	42,12	0,0361046	110,1436	0,4925
	56,16	0,0265325	109,5876	0,4642
	70,20	0,0212222	108,8092	0,4414
	87,75	0,0168792	107,6972	0,4179
	105,30	0,0140275	106,5852	0,3980
104,4	122,85	0,00120182	105,4176	0,3808
	140,40	0,00105456	104,3612	0,3657
	157,95	0,0094037	103,3604	0,3523
	175,50	0,0085051	102,5264	0,3403
	193,05	0,0077938	101,8592	0,3296
	210,60	0,0072259	101,3588	0,3201

**Пример 1.** Определить падение температуры естественного газа в пласте при установившемся движении его к забою скважины, если пластовые давление и температура соответственно составляют 130 *атм* и 60° С, а давление на забое скважины равно 110 *атм*.

На диаграмме фиг. 5 находим значение энтальпии для 60° С и 130 *атм*. Оно составляет 70 *ккал/кг*. Спускаясь по вертикали  $i=70$  *ккал/кг* до давления 110 *атм*, находим значение забойной температуры, равное 56° С. Таким образом, падение температуры составит  $60-56=4$ ° С.

Следует отметить, что, пользуясь энтальпийными диаграммами для газа, можно определить средние значения коэффициентов Джоуля-Томсона. Так, для разобранный нами примера, при снижении давления естественного газа на  $130-110=20$  *атм* и падении температуры на 4° С, величина среднего коэффициента Джоуля-Томсона составит:

$$\tilde{\mu} = \frac{\Delta T}{\Delta P} = \frac{4,0}{20} = 0,20 \text{ } ^\circ\text{C}^\circ/\text{атм}.$$

**Экспериментальные данные.** Так как наш вывод о том, что установившееся движение газа в пористой среде представляет собой дроссельный процесс, базируется на основных началах термодинамики, он (этот вывод) не требует специальной экспериментальной проверки. Тем не менее сравнение с опытными данными представляет некоторый интерес хотя бы с точки зрения оценки проведенных экспериментальных работ.

Из всех перечисленных в главе I экспериментальных исследований движения газа в пористой среде лишь в работах И. П. Москалькова [5] и Chalmers, Taliaferro и Rawlins [16] было обращено внимание на вопросы изменения температуры газа.

И. П. Москальков, описывая устройство экспериментальной установки, на которой производились опыты по исследованию неустановившейся линейной фильтрации воздуха, указывает, что „предполагавшиеся изменения температуры по длине пласта при прохождении через него газа проведенными наблюдениями с помощью двойных термодпар, установленных в начале, середине и конце тогда еще 35-м пласта, не подтвердились. В силу этого во всех дальнейших опытах наблюдение за изменением температуры в пласте было исключено вовсе“.

Если учесть сравнительно малую величину коэффициентов Джоуля-Томсона для воздуха, большие размеры пласта и что опыты И. П. Москалькова проводились при небольших перепадах давления (см. главу XII, § 5), то станет понятным отсутствие заметных температурных изменений при фильтрации газа.

Chalmers, Taliaferro и Rawlins при проведении экспериментальных исследований установившегося линейного движения воздуха в изолированном (при помощи тепловой изоляции) пласте (набитая песком труба длиной 12 дюймов и диаметром 3 дюйма) при перепаде давления в 15,73 *атм* на длине в 2,85 м наблюдали понижение температуры, „хорошо совпадающее с данными падения температуры в результате эффекта Джоуля-Томсона при движении воздуха в подобных же условиях температуры и давления“.

## 3. Выводы

Установившееся движение газа в пористом пласте (песчаном, известняковом и др.) практически может рассматриваться как дроссельный процесс, характеризующийся постоянством энтальпии.

Понижение температуры газа при установившемся движении его в пористых пластах может быть определено при помощи энтальпийных диаграмм или коэффициентов Джоуля-Томсона.

Понижение температуры при установившейся фильтрации газа даже при больших перепадах давления относительно невелико. При газодинамических расчетах (определения распределения давления, расхода газа и т. п.) при небольших перепадах давления для практических целей можно принимать, что установившееся движение газа в пористых пластах является изотермическим процессом.

В условиях неустановившейся фильтрации газа, имеющейся в газовых залежах при их разработке, величина падения температуры газа еще меньше, чем при установившейся фильтрации, ибо в этом случае наблюдается теплопередача как от самой пористой среды, слагающей коллектор, так и от горизонтов, подстилающих и перекрывающих газоносный пласт. Температурные изменения, происходящие в пористых пластах при фильтрации в них газа, находятся в весьма узкой области, заключенной между изотермой и линией постоянной энтальпии. При решении практических задач, связанных с неустановившейся фильтрацией газа в пористых пластах, движение газа можно считать изотермическим.

*Исходя из вышеизложенного, неустановившуюся фильтрацию газа мы в дальнейшем рассматриваем как изотермический процесс.*

## § 2. Вывод дифференциального уравнения истощения газовой залежи

Обозначим:

$\Omega$  — объем порового пространства газовой залежи, равный произведению объема продуктивной части газоносного пласта на коэффициент пористости;

$p = p(x, y, z, t)$  — абсолютное давление в некоторой точке газовой залежи с координатами  $(x, y, z)$ ;

$\tilde{p}$  — средневзвешенное по объему давление в газовой залежи в момент времени  $t$ ;

$$\tilde{p} = \frac{\int_{\Omega} p d\Omega}{\Omega}. \quad (11, III)$$

В дальнейшем через  $p$  и  $\tilde{p}$  мы будем обозначать не само абсолютное давление, а его отношение к атмосферному давлению ( $p_{atm}$ ). Следовательно,  $p$  и  $\tilde{p}$  являются безразмерными величинами, показывающими, во сколько раз данное абсолютное давление больше атмосферного.

$q$  — дебит газа (приведенный к атмосферному давлению и пластовой температуре объемный расход газа), получаемый из данной залежи.

В начальный момент давление во всей газовой залежи было одинаково (поскольку силой тяжести мы пренебрегаем) и равно  $p_n$ . Считая дебит газа и давление непрерывными функциями времени, можно принять, что за время  $dt$  объем извлеченного газа будет  $qdt$ . Приведенный к атмосферному давлению начальный объем заключенного в пласте газа (начальный запас газа) равен  $\Omega p_n$ .

В некоторый момент времени  $t$  запас газа в пласте равен  $\Omega \tilde{p}$ . Средневзвешенное по объему давление  $\tilde{p}$ , которое в дальнейшем мы для краткости будем называть средним давлением, можно также рассматривать как давление, которое установится в газовой залежи, если мы в момент времени  $t$  прекратим добычу газа и замер давления произведем после того, как оно станет одинаковым во всех точках газовой залежи.

Через промежуток времени  $dt$  запас газа в залежи изменится (уменьшится) на  $qdt$ .

Изменение среднего давления за тот же промежуток времени составит  $d\tilde{p}$ , причем так как по мере извлечения газа давление в газовой залежи понижается, то  $d\tilde{p}$  является отрицательной величиной.

Таким образом, в момент времени  $t + dt$  приведенный к атмосферному давлению запас газа в пласте равен  $\Omega \tilde{p} - qdt$ , а среднее давление в залежи равно  $\tilde{p} + d\tilde{p}$ . Разделив этот запас газа на среднее давление, мы вследствие изотермичности процесса должны получить объем газа занимаемый им при давлении  $\tilde{p} + d\tilde{p}$ .

Но в условиях газового режима объем, занимаемый газом в пласте, является постоянным и равен объему порового пространства  $\Omega$ . Отсюда можно написать следующее уравнение:

$$\frac{\Omega \tilde{p} - qdt}{\tilde{p} + d\tilde{p}} = \Omega.$$

Из этого уравнения получаем:

$$qdt = -\Omega d\tilde{p}. \quad (12, III)$$

Уравнение (12, III) мы называем дифференциальным уравнением истощения газовой залежи.

Оно может быть получено и несколько иным способом. Рассмотрим некоторую газовую залежь, изображенную в разрезе и плане (структурная карта) на фиг. 6.

Газ извлекается при помощи скважины, расположенной в центральной части залежи.

Обозначим:

$p$  — среднее давление в сечении пласта, отстоящем на расстоянии  $z$  от начала координат (помещенного нами в точке  $O$ ), в момент времени  $t$ ;

$F = F(z)$  — площадь сечения пласта горизонтальными плоскостями, являющаяся функцией координаты  $z$ ;

$\rho = \rho_{at} p$  — плотность газа при давлении  $p$ , причем

$\rho_{at}$  — плотность газа при атмосферном давлении;

$q_m$  — массовый расход газа,  $q_m = q \rho_{at}$ ;

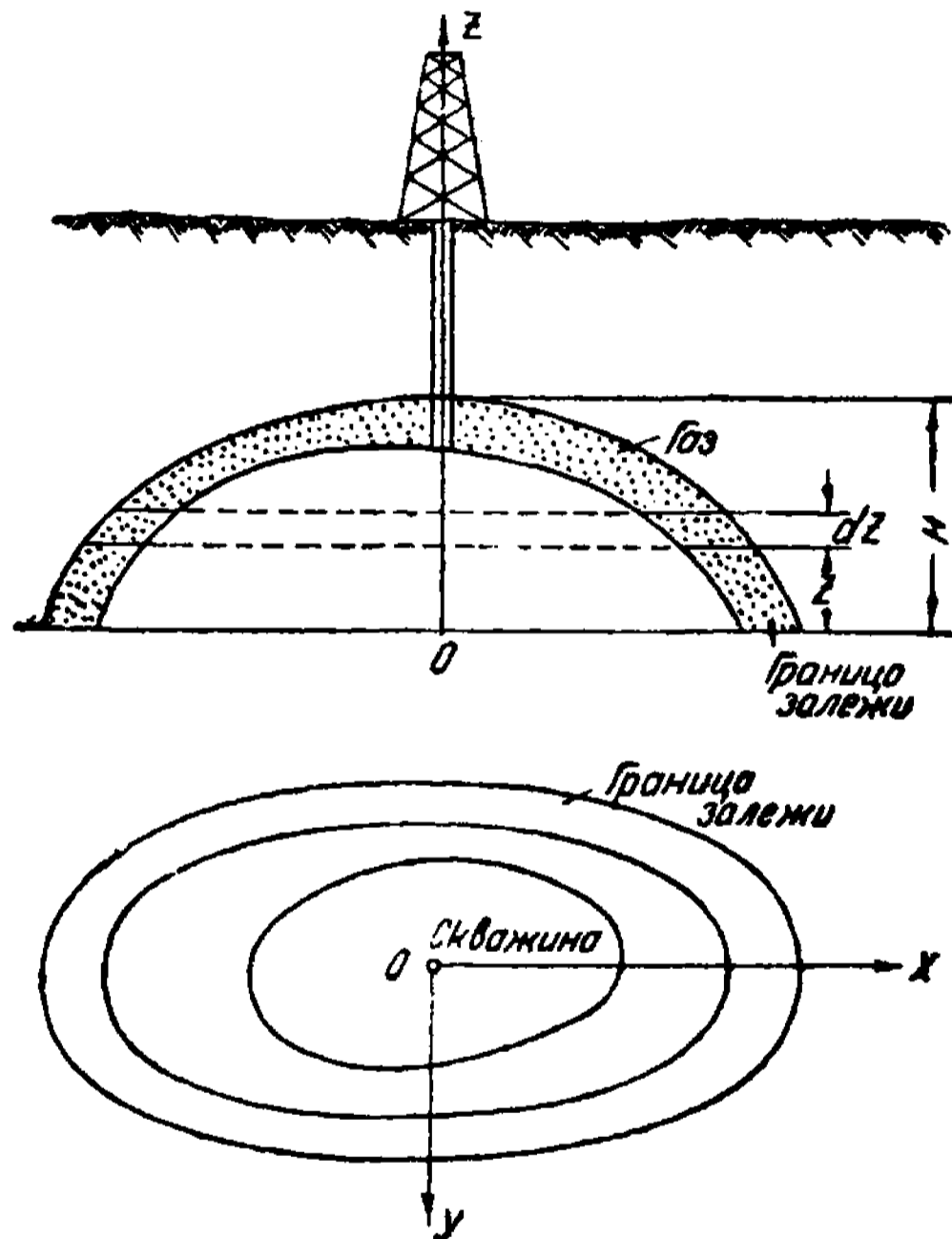
$M$  — масса газа, заключенного в пласте в момент времени  $t$ ;  
 $m$  — пористость пласта.

Из условия материального баланса вытекает, что масса извлеченного за время  $dt$  газа равна изменению за тот же промежуток времени массы газа, заключенного в газовой залежи, т. е.

$$q_m dt = -dM$$

или

$$q_m = -\frac{dM}{dt}. \quad (13, III)$$



Фиг. 6. Схема газовой залежи (к определению средневзвешенного по объему давления  $\bar{p}$ ).

Определим величину  $M$ . Масса газа, содержащегося в элементарном объеме пласта, заключенном между двумя горизонтальными сечениями, отстоящими от начала координат на расстояниях соответственно  $z$  и  $z + dz$ :

$$dM = \rho m F dz = m F \rho_{ам} dz p.$$

Отсюда

$$M = \rho_{ам} \int_0^H m p F dz.$$

Подставляя это значение  $M$  в уравнение (13, III), имеем:

$$q_m = -\rho_{am} \frac{\partial}{\partial t} \int_0^H pmFdz,$$

откуда

$$q = -\frac{\partial}{\partial t} \int_0^H pmFdz.$$

Но

$$mFdz = d\Omega,$$

следовательно,

$$q = -\frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} pd\Omega. \quad (14, III)$$

Согласно уравнению (11, III)

$$\int_{\Omega} pd\Omega = \Omega \tilde{p}.$$

Подставляя это в (14, III) и учитывая, что  $\tilde{p}$  является функцией только времени, имеем:

$$q = -\Omega \frac{d\tilde{p}}{dt}. \quad (15, III)$$

Отсюда получаем выведенное ранее дифференциальное уравнение истощения газовой залежи:

$$qdt = -\Omega d\tilde{p}. \quad (12, III)$$

Физический смысл его состоит в том, что количество извлеченного газа за некоторый промежуток времени равно изменению запаса газа в газовой залежи за тот же промежуток времени.

Точность уравнения (12, III) определяется точностью допущения, что объем порового пространства  $\Omega$  не зависит от давления в пласте и газ подчиняется закону Бойля-Мариотта. В случае необходимости поправка на отклонение реальных газов от закона Бойля-Мариотта может быть внесена без особого труда.

Необходимо подчеркнуть еще одно весьма существенное положение. Если известен закон изменения дебита скважины с течением времени, то для решения уравнения (12, III) не требуются данные о форме залежи и режиме фильтрации газа. Это делает дифференциальное уравнение истощения газовой залежи весьма ценным для решения ряда практических задач, которые будут рассмотрены нами ниже.

### § 3. Исследование полученного уравнения

#### 1. Зависимость между суммарным расходом газа и средним давлением в газовой залежи

Учитывая, что при  $t=0$ ,  $\tilde{p} = p_n$ , где  $p_n$  — начальное абсолютное давление в газовой залежи, имеем:

$$\int_0^t qdt = \Omega (p_n - \tilde{p}). \quad (16, III)$$

Но

$$\int_0^t q dt = Q,$$

где  $Q$  — суммарный расход газа за промежуток времени от 0 до  $t$ ; подставляя это соотношение в (16, III) и раскрывая скобки, получаем:

$$Q = \Omega p_n - \Omega \tilde{p}, \quad (17, III)$$

или

$$\tilde{p} = p_n - \frac{Q}{\Omega}. \quad (18, III)$$

Уравнение (17, III) представляет собой уравнение прямой с угловым коэффициентом, равным  $-\Omega$ , и отрезком, отсекаемым на оси ординат, равным  $\Omega p_n$ . Таким образом, если на оси ординат откладывать значения суммарных дебитов газа, а на оси абсцисс значения соответствующих им средних давлений в газовой залежи, то зависимость между ними выражается прямой линией, абсолютное значение тангенса угла наклона которой к оси давлений равно объему порового пространства залежи, а отрезок, отсекаемый на оси дебитов, дает величину первоначального запаса газа.

Если бы мы построили модель газовой залежи и провели экспериментальные определения зависимости между суммарным расходом  $Q$  газа и средним давлением  $\tilde{p}$  в пласте при различных начальных давлениях  $p_n$ , то, как видно из уравнения (17, III), мы должны были бы получить семейство прямых, идущих параллельно, поскольку угловой коэффициент их  $\Omega$  остается неизменным.

Именно такая картина и была получена Д. С. Вилькером [6] при обработке проведенных им в 1932—1933 гг. в гидродинамической лаборатории МГУ опытах по истечению воздуха из песка (фиг. 7).

Приведя „сводную диаграмму изменения суммарного расхода воздуха от остаточного давления в пласте“, Д. С. Вилькер [6] пишет:

„Прежде всего на основании диаграммы заключаем, что изменение суммарного расхода воздуха от остаточного давления в пласте происходит по линейному закону“ (стр. 113).

Анализируя опыт Д. С. Вилькера, акад. Л. С. Лейбензон [7] указывает:

„Из своих опытных диаграмм Д. С. Вилькер вывел следующий закон: суммарный дебит скважины есть линейная функция от остаточного давления пласта вблизи забоя скважины. Аналитически это выражается уравнением:

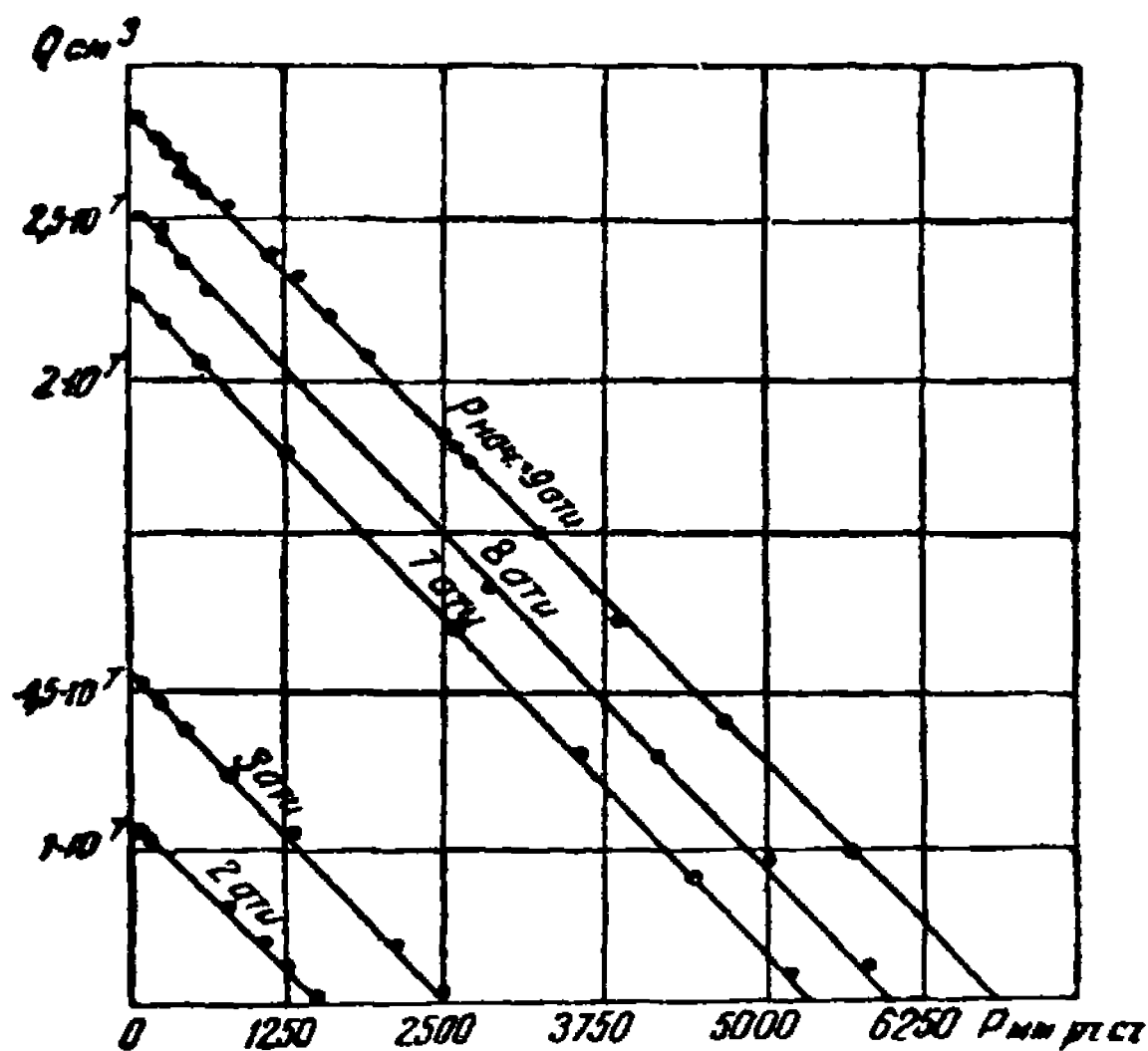
$$Q = A - Bp, \quad (19, III)$$

где  $A$  и  $B$  — постоянные, зависящие от начального давления, от структуры пласта и положения забоя скважины. В системе координат  $Q, p$  это уравнение есть уравнение прямой линии“ (стр. 245).

Таким образом, выведенный на основе экспериментальных данных эмпирический „закон прямой линии Д. С. Вилькера“ (как его называет акад. Л. С. Лейбензон) представляет собой не что иное, как интеграл дифференциального уравнения (12, III) истощения газовой залежи.

Сравнение уравнений (19, III) и (17, III) показывает, что  $A = \Omega p_n$ , т. е. первоначальному запасу газа, а  $B = \Omega$ , т. е. объему порового пространства.

В приведенные формулировки Д. С. Вилькера и Л. С. Лейбензона необходимо внести следующее уточнение: под „остаточным давлением в пласте“ нужно понимать средневзвешенное по объему пластовое давление. Коэффициент  $B$  определяется объемом пласта и его пористостью. Положение забоя скважины не влияет на величину коэффициентов  $A$  и  $B$ .



Фиг. 7. Сводная диаграмма Д. С. Вилькера, показывающая зависимость суммарного расхода  $Q$  воздуха от «остаточного давления  $p$  в пласте».

В случае значительных отклонений газа от закона Бойля-Мариотта в уравнения (17, III) и (18, III) должны быть внесены поправки.

Пусть  $a_n$  и  $a$  — коэффициенты, характеризующие отклонения данного газа от закона Бойля-Мариотта соответственно при абсолютных давлениях  $p_n$  и  $\tilde{p}$ , причем  $a_n = \frac{1}{z_n}$ ,  $a = \frac{1}{z}$ . Здесь  $z_n$  и  $z$  — коэффициенты сжимаемости газа при давлениях  $p_n$  и  $\tilde{p}$ , определяемые из уравнения

$$z = \frac{pv}{RT},$$

где  $p$  — абсолютное давление,  
 $v$  — удельный объем газа,  
 $R$  — газовая постоянная,  
 $T$  — абсолютная температура.

Тогда уравнения (17, III) и (18, III) принимают следующий вид:

$$Q = \Omega a_n p_n - \Omega a \tilde{p}, \quad (20, III)$$

$$\tilde{p} = \frac{a_n}{a} p_n - \frac{Q}{a\Omega}, \quad (21, III)$$

Коэффициенты  $A$  и  $B$  в уравнении (19, III) определяются из сопоставления значений (20, III) и (19, III):

$$A = \Omega a_n p_n, \quad B = \Omega a.$$

Поскольку коэффициент  $a$  является функцией  $p$ , то при фильтрации реальных газов коэффициент  $B$  является величиной переменной и, следовательно, уравнение (20, III) уже не является уравнением прямой линии.

Если имеются существенные отклонения от закона Бойля-Мариотта, то при построении графика, аналогичного приведенному на фиг. 7, вместо параллельных прямых получится семейство кривых.

Если коэффициенты  $a_n$  и  $a$  близки к единице, то практически уравнение (20, III) обращается в уравнение (17, III) и, следовательно, „закон прямой линии“ является справедливым.

Для определения численного значения коэффициентов  $a$  должны быть известны термодинамические свойства („ $P-V-T$ -зависимости“) данного газа. При отсутствии этих сведений указанные коэффициенты могут быть приближенно определены по коэффициентам сжимаемости, вычисленным, исходя из состава газа и термодинамических свойств его компонентов, см., например, [22].

## 2. Сопоставление теории с опытами Д. С. Вилькера

Опытный „пласт“ представлял собой вертикальную колонну длиной 15 м и диаметром 10", заполненную свободным от минеральных и органических примесей нецементированным песком. Измерение давлений по длине колонны (пласта) производилось в 4 точках, отстоящих на равных расстояниях ( $l_1 = l_2 = l_3 = 5$  м) друг от друга.

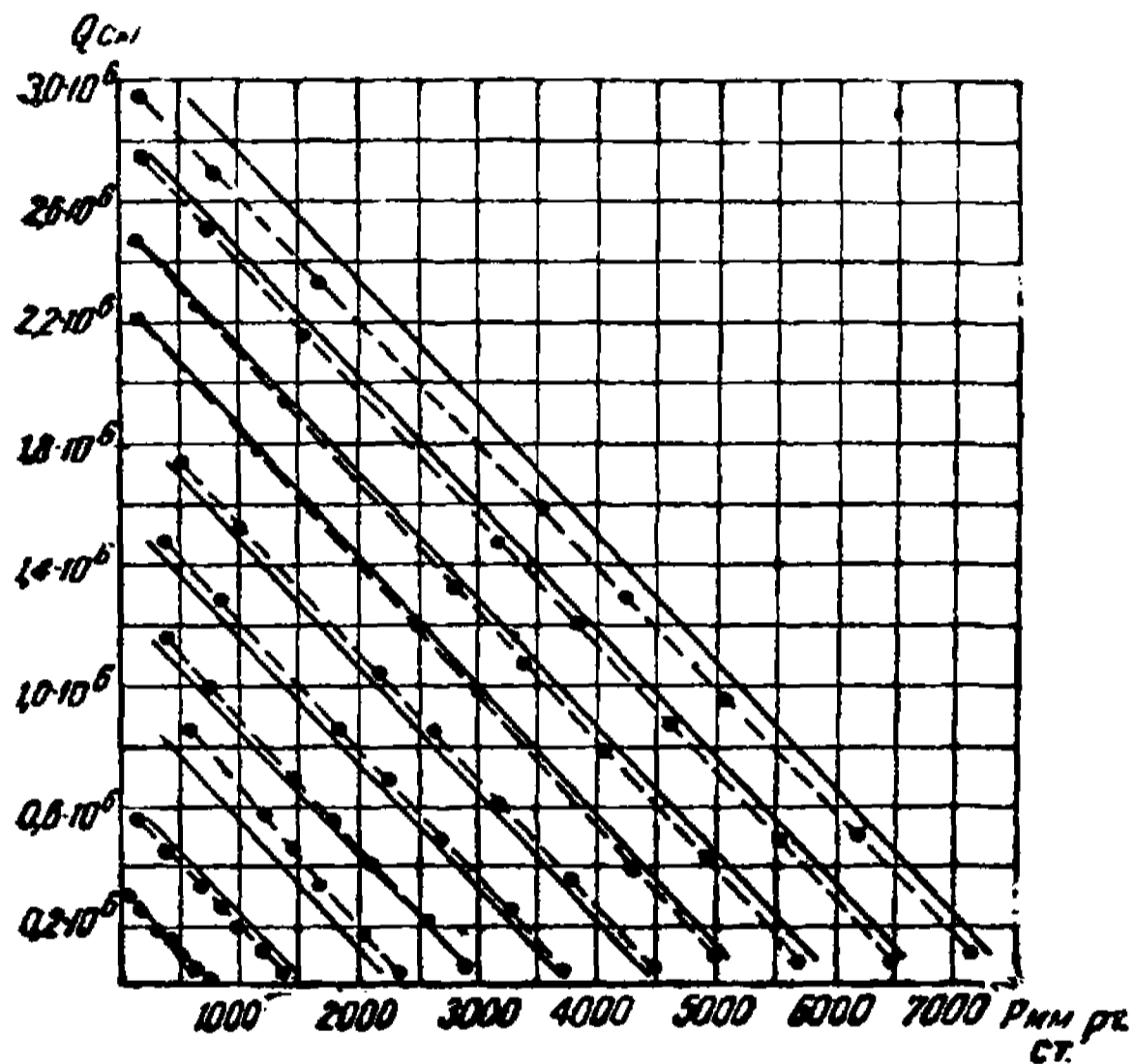
При рассмотрении опубликованного Д. С. Вилькером [6] весьма подробного описания проведенных экспериментов бросается в глаза следующее досадное обстоятельство: употребляя термины „давление“, „остаточное давление“, автор нигде не указывает, о каком именно давлении идет речь. То ли это давление у входа в пласт, или среднее давление, или давление вблизи выхода. В результате остается неизвестным, к какому давлению относятся приводимые Д. С. Вилькером данные о поведении давления (см. [6], таблицы I и II).

Тем не менее представляет интерес сопоставление экспериментальных данных Д. С. Вилькера с результатами вычислений по формуле (18, III).

В рассматриваемых опытах Д. С. Вилькера по неустановившемуся линейному движению воздуха в песке объем упомянутой десятидюймовой колонны был равен  $786\,825$  см<sup>3</sup>. При пористости песка  $m = 0,40446$  объем порового пространства составил  $\Omega = 318\,239$  см<sup>3</sup>. Опыты проводились при начальных давлениях от 1 до 10 атм. Вытекаю-

ший из пласта воздух измерялся взвешиванием воды, вытесняемой воздухом из газометра. Кроме того, на пути из пласта к газометру была установлена трубка Прандтля, при помощи которой время от времени контролировался расход воздуха.

Пользуясь данными Д. С. Вилькера об изменении во времени суммарного расхода воздуха  $Q$  и зная величины  $\Omega$  и  $p_n$ , легко по формуле (18, III) вычислить величины средних давлений  $\bar{p}$ , отвечающих соответствующим значениям  $Q$ . В табл. 4 приведены результаты этих вычислений.



Фиг. 8. Зависимость суммарного дебита газа  $Q$  от среднего давления в пласте. Прямые линии получены аналитически по формуле (18, III). Соединенные пунктиром точки — экспериментальные данные Д. С. Вилькера, полученные при исследовании неустановившегося трехразмерного движения газа в песке.

Для сопоставления приведены данные о „давлениях“  $p$ , измеренных Д. С. Вилькером.

На фиг. 8 сплошными линиями показаны теоретические прямые  $Q = Q(\bar{p})$ .

Соединенные пунктиром точки отвечают экспериментальным данным. Как видно из графика и табл. 4, экспериментальные точки располагаются вдоль прямых, близких к теоретическим. Поскольку принятые при выводе уравнения (18, III) допущения для опытов Д. С. Вилькера являются достаточно точными, некоторое несовпадение теоретических и экспериментальных прямых указывает на то, что „остаточное давление“ по Вилькеру несколько отличается от среднего давления.

Таблица 4

Сопоставление вычисленных значений среднего давления  $\bar{p}$  с „остаточным давлением в пласте“  $p$  в опытах Д. С. Вилькера по исследованию линейного движения газа в песке

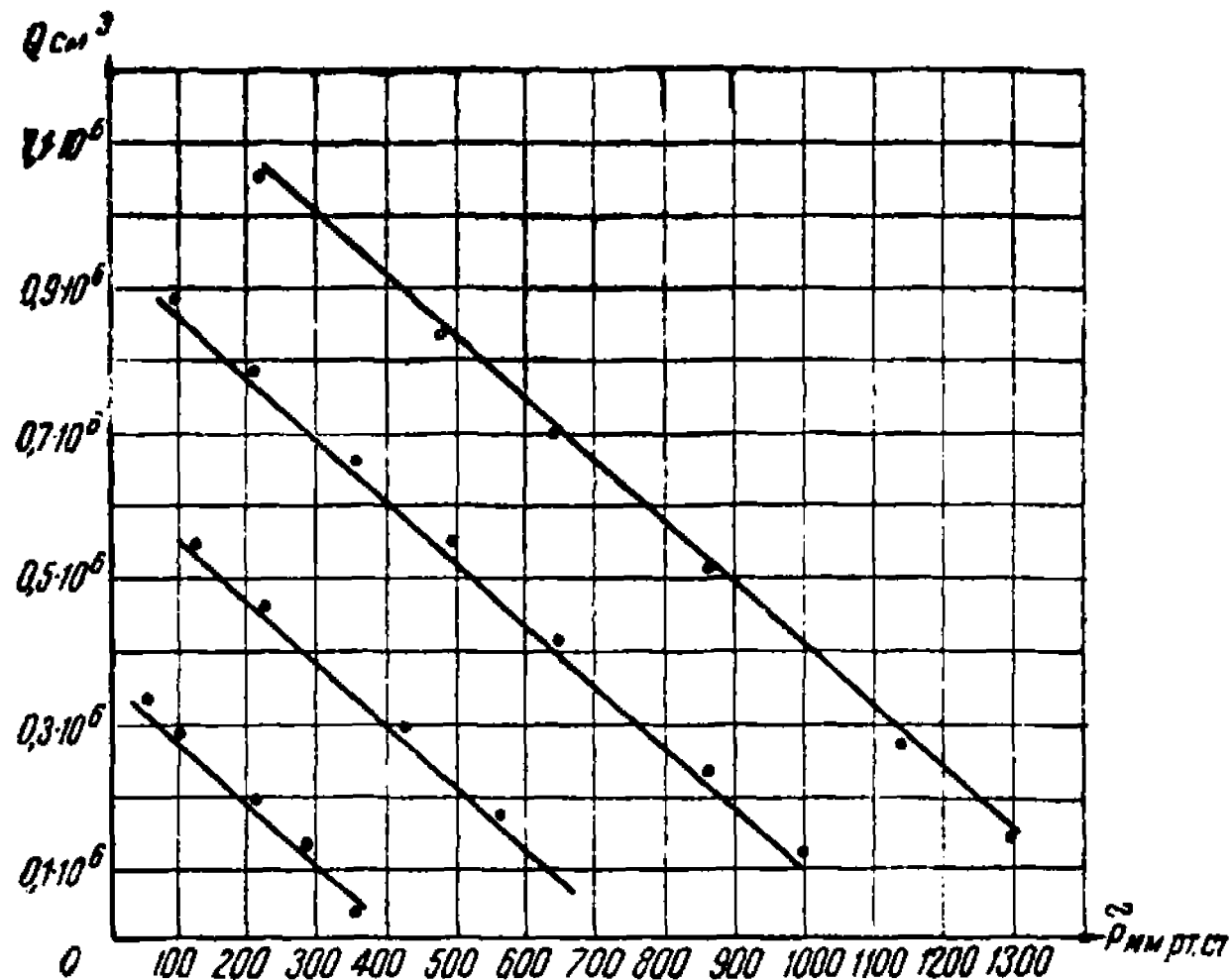
Начальное давление $p_n$ , ата	$\bar{p}$ , мм рт. ст.	$p$ , мм рт. ст.	$Q$ , см <sup>3</sup>
11	7319	7179	117 712
	6338	6164	528 391
	5312	5110	957 893
	4477	4254	1 307 682
	3772	3529	1 602 726
	1965	1698	2 359 373
	1157	780	2 698 104
	559	173	2 948 500
10	6589	6456	104 981
	5867	5551	482 656
	4745	4608	877 092
	3960	3818	1 205 971
	3301	3174	1 482 104
	1623	1534	2 184 704
	809	732	2 525 390
	268	163	2 751 830
9	5857	5695	93 483
	5055	4893	429 163
	4216	4052	780 738
	3515	3348	1 074 023
	2935	2780	1 316 833
	1408	1338	1 950 205
	680	608	2 261 059
	123	146	2 494 497
8	5114	5062	86 314
	4375	4340	395 768
	3620	3867	712 000
	2995	2969	973 509
	2473	2459	1 192 092
	1132	1179	1 753 543
	458	552	2 024 335
	13,9	119	2 221 923

Продолжение табл. 4

Начальное давление $p_H$ , ата	$\tilde{p}$ , мм рт. ст.	$p$ , мм рт. ст.	$Q$ , см <sup>3</sup>
7	4376	4421	77 176
	3738	3750	344 137
	3077	3078	621 138
	2533	2668	848 792
	2082	2109	1 037 771
	930	1016	1 519 966
	394	477	1 744 356
6	3658	3689	59 508
	3139	3176	276 720
	2586	2640	508 210
	2122	2179	702 327
	1734	1819	864 853
	718	855	1 290 646
	246	410	1 488 165
5	2923	2932	49 102
	2509	2435	222 444
	2069	2034	406 510
	1698	1688	561 597
	1395	1410	688 900
	614	658	1 015 771
	239	324	1 173 107
4	—	—	1 283 599
	2185	2313	39 738
	1850	2000	179 936
	1496	1661	328 250
	1202	1384	451 287
	962	1144	551 929
	218	554	813 418
3	—	—	939 657
	—	—	1 030 362
	1463	1325	23 697
	1267	1145	106 134
	1062	950	191 804
	902	832	258 648
	776	650	311 706
447	306	449 214	
289	154	515 500	
181	26	560 657	

Наибольший интерес представляет сопоставление теории с экспериментальными исследованиями трехмерного неустановившегося движения воздуха, проведенными Д. С. Вилькером в ГИНИ (Государственный исследовательский нефтяной институт) в 1930 и 1931 гг. [7].

Экспериментальная установка представляла собой герметически закрывающийся цилиндрический резервуар 2,5 м высотой и 0,9 м диаметром. Резервуар засыпался кварцевым песком. По вертикальной оси „пласта“ была заложена скважина в виде вертикальной латунной



Фиг. 9. Зависимость суммарного дебита газа  $Q$  от среднего давления  $\tilde{p}$  в пласте. Прямые линии получены аналитически по формуле (18, III). Черные точки — экспериментальные данные Д. С. Вилькера, полученные при исследовании неустановившегося трехмерного движения газа в песке.

трубки диаметром  $D=4$  мм или  $D=10$  мм, которая по мере надобности могла перемещаться вверх и вниз вдоль оси. Давление в разных точках пласта замерялось ртутными манометрами. Расход воздуха измерялся так же, как и в опытах в МГУ.

В книге акад. Л. С. Лейбензона [7] приведена диаграмма изменения суммарного расхода  $Q$  воздуха от давления вблизи забоя скважины.

Пользуясь нанесенными на диаграмме экспериментальными точками, зная размеры пласта и пористость песка (к сожалению, данные о результатах определения пористости не опубликованы; Д. С. Вилькер любезно сообщил нам, что пористость „пласта“ может быть принята 40,6%, т. е. примерно такой же, как в опытах с линейным движением газа), легко определить объем порового пространства  $\Omega$  ( $\Omega=645\,400$  см<sup>3</sup>) и по формуле (18, III), задаваясь различными значениями  $Q$ , вычислить соответствующие величины  $\tilde{p}$  для опытов с различными начальными давлениями  $p_n$ .

В табл. 5 приведены результаты таких вычислений и сопоставлены значения  $\tilde{p}$  с измеренными величинами давлений  $p$ .

Таблица 5

Сопоставление вычисленных значений среднего давления  $\tilde{p}$  с давлением  $p$  вблизи скважины в опытах Д. С. Вилькера по исследованию неустановившегося трехразмерного движения газа в песке

Начальное давление $p_H$	$\tilde{p}$ , мм рт. ст.	$p$ , мм рт. ст.	$Q$ , см <sup>3</sup>
1480 мм = = 1,947 ати	1303	1300	$1,5 \cdot 10^5$
	1150	1145	$2,8 \cdot 10^5$
	867	865	$5,2 \cdot 10^5$
	644	640	$7,1 \cdot 10^5$
	491	480	$8,4 \cdot 10^5$
	232	220	$10,6 \cdot 10^5$
1120 мм = = 1,473 ати	984	1000	$1,15 \cdot 10^5$
	848	860	$2,3 \cdot 10^5$
	631	640	$4,15 \cdot 10^5$
	464	490	$5,5 \cdot 10^5$
	337	355	$6,65 \cdot 10^5$
	189	210	$7,9 \cdot 10^5$
	77	100	$8,85 \cdot 10^5$
750 мм = = 0,9868 ати	608	660	$0,7 \cdot 10^5$
	550	550	$1,7 \cdot 10^5$
	409	415	$2,9 \cdot 10^5$
	208	220	$4,6 \cdot 10^5$
	102	130	$5,5 \cdot 10^5$
420 мм = = 0,5526 ати	361	360	$0,5 \cdot 10^5$
	267	275	$1,3 \cdot 10^5$
	196	200	$1,9 \cdot 10^5$
	84	100	$2,85 \cdot 10^5$
	37	50	$3,25 \cdot 10^5$

На фиг. 9 показаны теоретические прямые  $Q = Q(\tilde{p})$ ; точки соответствуют экспериментальным данным.

Совпадение вычисленных и замеренных значений давлений хорошее, что указывает на близость значений давлений „вблизи забоя скважины“ к среднему давлению в пласте и на достаточную точность измерений в опытах Д. С. Вилькера.

### 3. Об определении режима газовой залежи по промысловым данным

Как указывалось в главе II, в случае газового режима объем порового пространства  $\Omega$  газовой залежи является постоянным. При водонапорном режиме, по мере извлечения газа из залежи, подпирающая газ вода продвигается от контура водоносности к скважинам, это приводит к уменьшению объема порового пространства  $\Omega$  газовой залежи,

занятого газом. Таким образом, в условиях водонапорного режима, в отличие от режима газового,  $\Omega$  является величиной переменной. Исходя из этих соображений и располагая данными о суммарных дебитах газа и пластовых давлениях в разные моменты времени, нетрудно определить режим газовой залежи.

Из уравнения (17, III) можно определить объем порового пространства:

$$\Omega = \frac{Q}{\rho_n - \tilde{p}}. \quad (22, III)$$

При отклонении газа от закона Бойля-Мариотта из уравнения (20, III) имеем:

$$\Omega = \frac{Q}{a_n \rho_n - a \tilde{p}}. \quad (23, III)$$

Пусть в некоторые моменты времени  $t_1, t_2, t_3$  и т. д. суммарные дебиты газа составляют соответственно  $Q_1, Q_2, Q_3$  и т. д.<sup>1</sup>, а отвечающие им средние давления равны  $\tilde{p}_1, \tilde{p}_2, \tilde{p}_3$  и т. д.

Подставляя эти значения  $Q$  и  $\tilde{p}$  в формулы (22, III) или (23, III), найдем объемы порового пространства  $\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3$  и т. д. в моменты времени  $t_1, t_2, t_3$  и т. д. Если при этом окажется, что  $\Omega_1 = \Omega_2 = \Omega_3 = \text{const}$ , то имеются достаточные основания считать режим залежи газовым.

Если  $\Omega_1 \neq \Omega_2 \neq \Omega_3 = \text{var}$ , режим газовой залежи — водонапорный. В условиях водонапорного режима при одних и тех же количествах  $Q$  извлеченного газа среднее давление  $\tilde{p}$  в газовой залежи выше, чем при газовом режиме. Следовательно, стоящая в знаменателе разность будет меньше, чем при газовом режиме, а потому при водонапорном режиме при расчетах по формулам (21, III) или (23, III) будем получать:

$$\Omega_3 > \Omega_2 > \Omega_1.$$

Конечно, вычисленные таким путем значения  $\Omega$  не соответствуют (при водонапорном режиме) действительному объему заполненного газом порового пространства, однако здесь важно другое обстоятельство: при получении таких неравенств можно считать доказанным наличие водонапорного режима.

При практическом определении режима газового месторождения на основе формул (22, III) или (23, III) нужно иметь в виду следующие обстоятельства.

Интервалы времени, через которые производятся определения  $\Omega$ , должны быть таковы, чтобы изменения  $\tilde{p}$  были в несколько раз большими, чем погрешности при измерении среднего давления. Кроме того, при наличии существенных отклонений от закона Бойля-Мариотта, они должны быть учтены путем ведения расчета по формуле (23, III).

<sup>1</sup> Значения суммарного дебита  $Q$  необязательно отсчитывать с начала разработки залежи. Величину  $Q$  можно вычислять и начиная с произвольного момента времени  $t_0$ . Тогда  $t_1, t_2$  и т. д. — время, истекшее с момента времени  $t_0$ , для которого  $Q$  принимается равным нулю.

Что касается определения среднего давления  $\tilde{p}$ , то оно, как это будет показано ниже, может быть с достаточной точностью принято равным контурному давлению или давлению на нейтральной линии, практически близкому к статическому давлению газа на забое сполна закрытой газовой скважины. Для определения среднего давления  $\tilde{p}$  по промысловым данным, при наличии достаточного количества наблюдений можно воспользоваться методом проф. М. А. Жданова [33], основанным на использовании карт изобар.

Если известны первоначальные запасы газа  $\omega$ , начальное давление  $p_n$  и только одно значение среднего давления  $\tilde{p}$  и суммарного количества отобранного газа  $Q$  в некоторый момент времени  $t$ , величина объема порового пространства  $\Omega$  может быть определена по формулам:

$$\Omega = \frac{\omega}{p_n}, \quad (24, III)$$

$$\Omega = \frac{\omega - Q}{\tilde{p}}. \quad (25, III)$$

Если учесть отклонение газа от закона Бойля-Мариотта, то вместо формул (24, III) и (25, III) получим:

$$\Omega = \frac{\omega}{a_n p_n} \quad (26, III)$$

и

$$\Omega = \frac{\omega - Q}{a \tilde{p}}. \quad (27, III)$$

В условиях газового режима значения  $\Omega$ , подсчитанные по формулам (24, III) и (25, III) или (26, III) и (27, III), должны совпадать. В случае больших расхождений в определенных таким образом значениях  $\Omega$ , режим газовой залежи — водонапорный.

Приведем конкретные примеры определения режима газовых залежей. К сожалению, ввиду отсутствия необходимых данных по отечественным газовым месторождениям мы вынуждены для примеров использовать имеющиеся в литературе сведения о разработке некоторых газовых месторождений США.

**Пример 2. Определение режима газового месторождения Сайр.** Газовое месторождение Сайр находится в западной части штата Оклахома (США). Газ залегают в пермских слоях, представленных известняками и доломитами. Размеры газоносной площади 1538 га. Мощность газовой залежи, пористость и проницаемость коллектора непостоянны. Средняя мощность пласта принимается равной 12,2 м, а средняя пористость — 18%. Газовая залежь эксплуатировалась 29 скважинами. Средняя глубина скважин 822 м. Начальное пластовое давление  $p_n = 69$  ата. Состав газа месторождения Сайр указан в табл. 6.

Разработка газового месторождения началась в 1923 г. Первоначальные запасы газа, подсчитанные по объемному методу, на основании приведенных выше данных о площади газоносности, средних мощности и пористости коллектора и начальном пластовом давлении, со-

Т а б л и ц а 6  
Состав газа месторождения Сайр

Компоненты газа	Содержание, % объемн.
Метан . . . . .	95,69
Этан . . . . .	1,98
Пропан . . . . .	1,03
Изобутан . . . . .	0,34
<i>n</i> -Бута <sup>н</sup> . . . . .	0,41
Пентан и более тяжелые углеводороды . . . . .	0,55
Итого . . . . .	100

ставили  $2\,330\,439\,120\text{ м}^3$  при  $1\text{ ата}$  и  $15^\circ\text{ С}$ . С начала разработки залежи и до 1 января 1932 г. (т. е. за 9 лет) было извлечено  $535\,017\,163\text{ м}^3$  газа. За этот же период пластовое давление снизилось с 69 до  $53,5\text{ ата}^1$ .

На основании указанных промысловых сведений и изложенных выше предпосылок определим режим газового месторождения Сайр.

Объем порового пространства  $\Omega$  может быть определен, исходя из первоначальных запасов газа и пластового давления. Поскольку газ состоит почти целиком из метана и давление сравнительно невелико, отклонениями от закона Бойля-Мариотта можно пренебречь.

Согласно уравнению (24, III)

$$\Omega_1 = \frac{\omega}{p_n} = \frac{2,33 \cdot 10^9}{69} = 3,377 \cdot 10^7\text{ м}^3.$$

С другой стороны, объем порового пространства может быть определен по формуле (25, III).

Принимая  $Q = 5,35 \cdot 10^8\text{ м}^3$  (общее количество извлеченного газа на 1 января 1932 г.) и среднее давление  $\tilde{p} = 53,5\text{ ата}$  (давление на 1 января 1932 г.), имеем:

$$\Omega_2 = \frac{\omega - Q}{\tilde{p}} = \frac{2,330 \cdot 10^9 - 0,535 \cdot 10^9}{53,5} = 3,356 \cdot 10^7\text{ м}^3.$$

Сопоставление значений  $\Omega_1$  и  $\Omega_2$  показывает, что величина их отличается друг от друга менее чем на 1%, т. е. практически можно считать, что  $\Omega_1 = \Omega_2$ .

Таким образом, газовое месторождение Сайр имеет газовый режим. Изучение геологических данных подтверждает этот вывод. Уровень соленой воды в газовой залежи находится на 280 м ниже уровня моря (на глубине 850 м от поверхности земли) и во время разработки газовой залежи не поднимался.

<sup>1</sup> Приведенные данные о разработке газового месторождения Сайр подобраны проф. И. Н. Стрижовым.

**Пример 3. Определение режима газового месторождения Эдди.** Газовое месторождение Эдди находится в юго-восточной части штата Нью-Мексико (США) на западном краю Пермского бассейна Западного Тексаса. Месторождение представляет небольшой купол слоев пермской системы, имеющий почти плоский свод и слабое падение крыльев. Газ содержится в пористом известняке нижнего отдела пермской системы. Месторождение находится выше уровня моря. Газоносная площадь составляет 162 га. На месторождении были пробурены и эксплуатировались 4 скважины. Расстояние между скважинами 636 м. Первоначальный запас газа, приведенный к атмосферному давлению, составлял 68 610 000 м<sup>3</sup>.

Начало разработки месторождения относится к 1936 г. Скв. № 1, вступившая в эксплуатацию 26 января 1936 г., показала, что начальное пластовое давление равно 29,5 ата. Скв. № 2, 3 и 4 были пробурены позднее.

К 15 июля 1942 г. суммарная добыча газа с начала разработки месторождения составила 26 134 977 м<sup>3</sup>, при этом давление на забое закрытых скважин было равно:

в скв. № 1 . . . . .	15,3 ата
„ „ № 2 . . . . .	16,7 „
„ „ № 3 . . . . .	15,6 „
„ „ № 4 . . . . .	17,7 „

Рассмотрение данных о начальных свободных дебитах газовых скважин указывает, что проницаемость коллектора неодинакова. Наиболее проницаемая часть залежи, видимо, вскрыта скв. № 4. Несмотря на то, что она вступила в эксплуатацию гораздо позже скв. № 2 и 3, свободный дебит ее был выше.

Число кубических метров газа, приходящееся в среднем на 1 ат падения давления на забое закрытой скважины, составляет:

по скв. № 1 . . . . .	711 175 м <sup>3</sup>
„ „ № 2 . . . . .	701 709 „
„ „ № 3 . . . . .	221 303 „
„ „ № 4 . . . . .	1 088 210 „

Наибольшее количество добытого газа на 1 ат падения давления приходится на скв. № 4, что подтверждает наше предположение, что эта скважина вскрыла наиболее проницаемую часть залежи. Следовательно, и давление в ней при закрытии скважины должно восстанавливаться быстрее.

Исходя из изложенного, можно полагать, что давление в закрытой скв. № 4 (17,7 ата) ближе других отвечает среднему давлению в залежи<sup>1</sup>.

Перейдем к определению режима газовой залежи.

Согласно формуле (24, III) объем порового пространства может быть подсчитан так:

$$\Omega_1 = \frac{\omega}{p_n} = \frac{68,6 \cdot 10^6}{29,5} = 2,32 \cdot 10^6 \text{ м}^3.$$

<sup>1</sup> Приводимые промыслово-геологические данные по газовому месторождению Эдди подобраны проф. И. Н. Стрижовым.

Исходя из данных на 15 июля 1942 г. и формулы (25, III), имеем:

$$\Omega_2 = \frac{\omega - Q}{\tilde{p}} = \frac{68,6 \cdot 10^6 - 26,1 \cdot 10^6}{17,7} = 2,40 \cdot 10^6 \text{ м}^3.$$

Из сравнения значений  $\Omega_1$  и  $\Omega_2$  видно, что величины их отличаются друг от друга менее чем на 4%. Учитывая возможную неточность в определении начальных запасов газа и небольшую разницу  $\Omega_1$  и  $\Omega_2$ , практически можно принять, что  $\Omega_1 = \Omega_2$ . Поэтому можно считать, что месторождение Эдди имеет газовый режим.

---

## Глава IV

### ОБ УСЛОВИЯХ ОТБОРА ГАЗА НА СКВАЖИНАХ

#### § 1. О начальных и граничных условиях

Решение задач, связанных с проблемой разработки газовых месторождений в условиях газового режима, сводится к интегрированию дифференциального уравнения (12, III) истощения газовой залежи при различных начальных и граничных условиях.

В качестве *начального условия* можно принять, что в начальный момент времени при  $t = 0$  давление во всей газовой залежи одинаково и равно начальному давлению  $p_n$ , имевшемуся в пласте в момент его вскрытия первой скважиной. Иными словами, при  $t = 0$   $\tilde{p} = p_n$ .

Рассмотрим *граничные условия*.

На *внешней границе*, т. е. на границе (контуре) залежи или на *нейтральной линии*, скорость фильтрации газа равна нулю; следовательно, имеем:

$$\frac{\partial p}{\partial n} = 0,$$

где  $p$  — давление, а  $n$  — направление нормали к контуру залежи (к нейтральной линии).

На скважине граничные условия могут быть различны. Они определяются условиями отбора газа.

Известно, что многолетняя практика разработки газовых месторождений в США, а также некоторый опыт, накопленный в этой области в СССР, свидетельствуют о недопустимости эксплуатации газовых скважин без создания в них необходимого противодействия. Неумеренный отбор газа из скважины приводит к серьезным осложнениям в их эксплуатации, а в ряде случаев к порче всего газового месторождения. В связи с этим в США на основе данных практики разработки газовых залежей установлены утвержденные правительством максимальные проценты отбора газа для различных месторождений. Исходя из большого количества наблюдений за разработкой газовых месторождений,

установлены экспериментальные зависимости между отношением динамического давления  $p_c$  на забое скважины к давлению на забое сполна закрытой скважины и процентом отбора. Одна из таких зависимостей наиболее типичная, изображена в виде кривой на фиг. 10.

Давление на забое сполна закрытой скважины практически может быть принято равным контурному давлению  $p_k$  (давлению на контуре залежи или на нейтральной линии), которое, как это будет показано в главе VI, мало отличается от среднего давления  $\tilde{p}$  в газовой залежи.

Обозначим

$$\varepsilon = \frac{p_c}{p_k} \quad (I, IV)$$

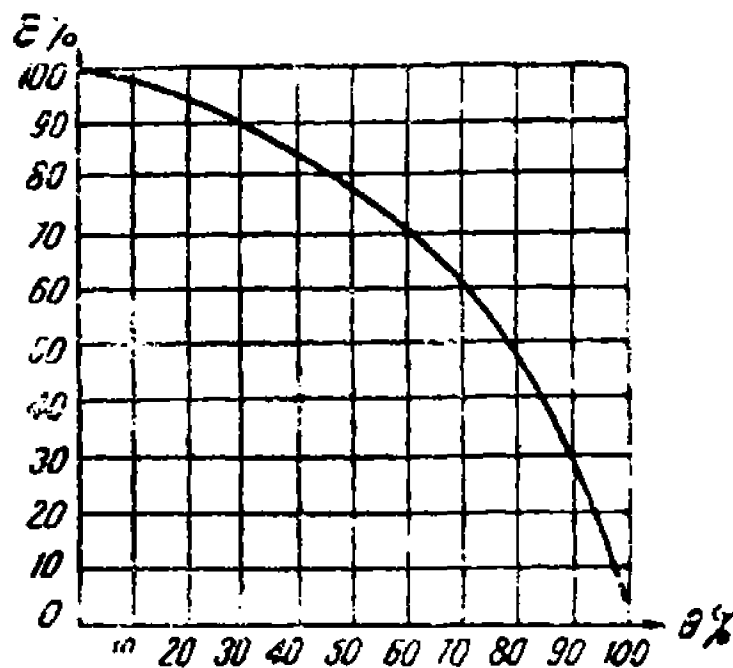
На фиг. 10 по оси ординат отложены значения  $\varepsilon$  в процентах, а по оси абсцисс — величины дебита газовой скважины в процентах от дебита скважины, сполна открытой, т. е. процент отбора, обозначаемый нами буквой  $\theta$ .

В главе XI, освещающей влияние турбулентности фильтрации газа в призабойной зоне на свободный дебит газовых скважин, мы приводим кривую  $\varepsilon = \varepsilon(\theta)$ , построенную нами на основе аналитических данных.

Практика показывает, что в условиях недостаточно стойкого коллектора процент отбора  $\theta$  в период разработки залежи, характеризующийся высоким пластовым давлением, не должен превышать 25—30. В противном случае возникают различные осложнения. К числу таких осложнений в условиях газового режима относятся: образование песчаных пробок, забивание порового пространства призабойной зоны пласта пылью и в связи с этим уменьшение дебита газовой скважины или его полное прекращение, прорыв верхних вод, смятие обсадных колонн и т. д.

При правильно спроектированной конструкции газовой скважины и надежном тампонаже опасность прорыва верхних вод и смятия обсадных труб может быть предотвращена.

Образование песчаных пробок и засорение призабойной зоны пласта являются следствием допущения вблизи скважины слишком больших скоростей фильтрации. При чрезмерно высоких скоростях движения газ увлекает мелкие и мельчайшие фракции песка и цементирующих песчинки веществ, в результате чего и образуются песчаные пробки или поровые каналы закупориваются „пылью“ в призабойной зоне пласта. Введение ограниченного процента отбора означает повышение противодавления на забой скважины, приводящее к уменьшению дебита и, следовательно, к понижению скорости движения газа в пласте. Таким образом, суть борьбы с явлениями суффозии и калыматажа



Фиг. 10. Экспериментальная зависимость между  $\varepsilon$  — отношением рабочего давления на забое скважины ( $p_c$ ) к давлению на забое сполна закрытой скважины  $p_k$  и процентом отбора  $\theta$ .

заключается в недопущении чрезмерно больших скоростей в призабойной зоне пласта. Именно в этом значении введения ограниченного процента отбора. Отсюда можно сделать следующий вывод: *эксплуатация газовых скважин должна вестись таким образом, чтобы скорость фильтрации газа в призабойной зоне пласта не превышала некоторого допустимого максимального значения, которое мы обозначим через  $V_{\max}$* . Величина  $V_{\max}$  зависит от механического состава, степени цементированности песка, состава цемента и физических свойств газа.

В свете вышеизложенного перечислим, а затем более подробно рассмотрим возможные условия отбора газа.

При эксплуатации газовых залежей возможны следующие условия отбора газа на скважинах, которые с математической точки зрения являются граничными условиями.

1. Давление на скважине  $p_c$  в процессе разработки газовой залежи поддерживается постоянным, что может быть достигнуто соответствующим регулированием дебита скважины.

Это условие выражается в виде:

$$p_c = \text{const.} \quad (2, IV)$$

2. Дебит скважины является заданной функцией времени, т. е.

$$q = q(t). \quad (3, IV)$$

Это условие имеет место в тех случаях, когда количество добываемого газа определяется запросами потребителей, причем динамика потребления газа во времени известна. Разумеется, требования потребителей не должны превышать возможности добычи газа при соблюдении соответствующих правил охраны недр.

Частным случаем условия (3, IV) является эксплуатация скважины при постоянном дебите газа, т. е.

$$q = \text{const.} \quad (4, IV)$$

3. В течение времени сохраняется постоянный процент отбора  $\theta$ , т. е. количество отбираемого из скважины газа составляет один и тот же процент от „свободного дебита“ скважины, под которым понимается дебит сполна открытой газовой скважины. Как видно на фиг. 10, сохранение постоянного значения  $\theta$  означает также сохранение неизменной величины  $\epsilon$ , определяемой соотношением (1, IV). Следовательно, рассматриваемое нами граничное условие может быть выражено в виде:

$$\text{или} \quad \left. \begin{array}{l} \theta = \text{const.} \\ \epsilon = \text{const.} \end{array} \right\} \quad (5, IV)$$

4. В течение времени поддерживается постоянная скорость фильтрации газа в призабойной зоне пласта, т. е. в области его, непосредственно прилегающей к скважине. Это условие выражается соотношением:

$$q = c p_c, \quad (6, IV)$$

где  $c$  — некоторый постоянный коэффициент, о котором говорится ниже.

Проанализируем каждое из перечисленных условий с точки зрения их приемлемости.

## § 2. Отбор газа при условии поддержания постоянного забойного давления на скважинах ( $p_c = \text{const}$ )

Исходя из экономических соображений, потребное количество газа желательно получить при минимальном числе скважин. Допустим, что рациональный процент отбора  $\theta = 30\%$ . При этом, согласно кривой  $\epsilon = \epsilon(\theta)$  (фиг. 10),  $\epsilon \cong 0,9$ . Так как по мере отбора газа давление в газовой залежи снижается, сохранение условия  $p_c = \text{const}$  означает эксплуатацию пласта при непрерывно повышающемся значении  $\epsilon$ , ибо в выражении (1, IV) величина пластового давления входит в знаменатель. Но повышение  $\epsilon$  приводит к уменьшению процента отбора  $\theta$  (фиг. 10); следовательно, при допустимом проценте отбора  $\theta = 30\%$  фактически процент отбора будет с течением времени все ниже и ниже. Использование реальных возможностей добычи будет непрерывно ухудшаться. Для поддержания необходимого уровня добычи придется бурить дополнительное количество скважин, без которых можно было бы (без ущерба для недр) обойтись при иных условиях отбора.

В свете изложенного граничное условие (2, IV) нельзя признать рациональным.

Однако в практике разработки газовых залежей в ряде случаев газ из скважины непосредственно направляется в трубопровод, в котором поддерживается постоянное давление. В этих условиях приближенно можно считать, что эксплуатация скважин происходит при сохранении условия отбора  $p_c = \text{const}$ .

При эксплуатации конденсатных месторождений поддержание постоянного забойного давления необходимо, начиная с того периода времени, когда давление на забое становится близким к давлению обратной конденсации.

## § 3. Отбор газа, когда дебит скважин является заданной функцией времени [ $q = q(t)$ ]

Рассмотрим сначала частный случай, когда  $q = \text{const}$ .

Допустим, что потребитель требует от газового промысла некоторое постоянное во времени количество газа. Разделив это количество газа на число газовых скважин, мы получим дебит  $q$ , приходящийся на каждую скважину. Пусть при этом дебите скорость фильтрации  $V$  газа в призабойной зоне пласта меньше максимально допустимой, т. е.  $V < V_{\text{max}}$ .

Однако с течением времени, по мере отбора газа, давление в газовой залежи будет снижаться. Это приведет к расширению газа в пласте и, следовательно, к повышению скорости фильтрации газа, ибо

$$V = \frac{q}{2\pi r h p}, \quad (7, IV)$$

где  $V$  — скорость фильтрации газа на расстоянии  $r$  от скважины;

$q$  — приведенный к атмосферному давлению дебит скважины (объемный расход газа);

$h$  — мощность пласта;

$p$  — давление в пласте на расстоянии  $r$  от скважины<sup>1</sup>.

При некотором значении  $p$  скорость фильтрации в призабойной зоне пласта станет больше  $V_{\max}$  и тогда дальнейшее поддержание постоянства дебита  $q$  повлечет за собой осложнения, о которых была речь выше. Чтобы избежать их, нужно уменьшить количество отбираемого из скважины газа. Таким образом, условие (4, IV) может соблюдаться лишь в течение ограниченного периода времени, продолжительность которого зависит от количества отбираемого газа  $q$ , величины пластового давления  $p$  и  $V_{\max}$ . Тем самым условие (4, IV) неизбежно превращается в условие  $q=q(t)$ . Если это условие задано с самого начала, то необходимо иметь в виду, что наибольшие заданные дебиты скважины не должны быть такими, чтобы обусловленные ими скорости фильтрации превышали  $V_{\max}$ .

#### § 4. Отбор газа при сохранении неизменного процента отбора

Эксплоатация скважины при неизменном проценте отбора  $\theta$  характерна уменьшением количества извлекаемого газа. Это ясно из простых соображений. Так как с течением времени вследствие снижения пластового давления свободный дебит  $q_{св}$  газовой скважины уменьшается, то очевидно, что сохранение одного и того же процента отбора означает непрерывное уменьшение дебита  $q$ , ибо

$$q = q_{св} \theta. \quad (8, IV)$$

Воспользуемся для простоты формулой дебита газа при установившемся радиальном движении (см. Лейбензон [7] или Muskat [20]):

$$q = \frac{\pi k h p_{ат}}{\mu} \cdot \frac{p_k^2 - p_c^2}{\ln \frac{r_k}{r_c}}, \quad (9, IV)$$

где  $k$  — проницаемость пласта;

$\mu$  — абсолютная вязкость газа;

$p_{ат}$  — атмосферное давление;

$r_k$  — радиус контура, на котором давление равно  $p_k$ ;

$r_c$  — радиус скважины; остальные обозначения прежние.

Обозначим

$$A = \frac{\pi k h p_{ат}}{\mu \ln \frac{r_k}{r_c}}; \quad (10, IV)$$

тогда

$$q = A (p_k^2 - p_c^2). \quad (11, IV)$$

Из соотношений (11, IV) и (1, IV) получаем:

$$q = A \cdot p_c^2 \frac{(1 - \varepsilon^2)}{\varepsilon^2}. \quad (12, IV)$$

Из формулы (12, IV) видно, что при отборе газа в условиях (5, IV) давление  $p_c$  на забое скважины непрерывно уменьшается (по-

<sup>1</sup> Для простоты рассматриваем условия радиального движения газа.

сколько уменьшается дебит  $q$ , а  $\varepsilon$  постоянно). Но согласно формуле (7, IV) скорость фильтрации у забоя скважины равна:

$$V_c = \frac{q}{2\pi r_c h p_c}, \quad (13, IV)$$

где  $V_c$  — скорость фильтрации газа у забоя скважины;  
 $r_c$  — радиус скважины.

Подставляя в формулу (13, IV) значение расхода  $q$  из формулы (12, IV), имеем:

$$V_c = B p_c, \quad (14, IV)$$

где постоянный коэффициент

$$B = \frac{A(1-\varepsilon^2)}{2\pi r_c h \varepsilon^2} = \frac{k p_{atm}}{2\mu r_c \ln \frac{r_k}{r_c}}.$$

Таким образом, эксплуатация газовых скважин при постоянном проценте отбора  $\theta$  сопровождается непрерывным уменьшением скорости фильтрации у забоя скважины, а следовательно, и во всей призабойной зоне. Если в начальный момент эксплуатации скорость фильтрации у забоя скважины была равна  $V_{max}$ , то с течением времени она будет составлять все меньшую и меньшую долю от  $V_{max}$ . Ясно, что в этих условиях мы отбираем из пласта непрерывно уменьшающееся количество газа по сравнению с возможным дебитом газа. Из сказанного вытекает, что поддержание неизменного процента отбора, или сохранение граничного условия (5, IV), является нерациональным.

### § 5. Отбор газа при поддержании постоянной скорости фильтрации у забоя скважины

Поддержание в течение эксплуатации газовой скважины максимально допустимой скорости фильтрации  $V_{max}$  у забоя скважины означает отбор максимально возможного количества газа и вместе с тем исключает возможность осложнений при эксплуатации, связанных с допущением чрезмерных скоростей движения газа в пласте. Дебит  $q$  газовой скважины в этом случае равен:

$$q = 2\pi r_c h V_{max} p_c. \quad (15, IV)$$

Формула (15, IV) является частным случаем условия (6, IV) при

$$c = 2\pi r_c h V_{max}. \quad (16, IV)$$

При необходимости получения максимально возможной добычи газа наиболее рациональным на наш взгляд является условие отбора (15, IV).

Сохранение этого условия возможно до того момента, когда давление на устье газовой скважины станет равно атмосферному. С этого момента скорость фильтрации газа в призабойной зоне начнет уменьшаться.

Нужно, однако, иметь в виду, что период разработки газовой залежи после того, как давление на устье эксплуатационных скважин

стало равно атмосферному, не представляет существенного интереса, ибо в течение оставшегося времени эксплуатации месторождения пластовое давление, а следовательно, и запасы неизвлеченного газа малы по сравнению с первоначальными. Иллюстрацией этого являются рассматриваемые нами в главе VII примеры.

При практическом применении условия отбора газа, отвечающего уравнению (6, IV), возникает вопрос об определении коэффициента  $c$ . Формула (16, IV) справедлива лишь для так называемых *гидродинамически совершенных* скважин. Под гидродинамически совершенной скважиной нами понимается скважина, полностью вскрывающая газоносный пласт, причем площадь поверхности, сквозь которую поступает газ, равна  $2\pi r_c h$ .

В действительности обычно газ поступает в скважину через отверстия фильтра или простреленные в обсадной колонне дыры, причем в ряде случаев скважины не полностью вскрывают пласт. Назовем такие скважины *гидродинамически несовершенными*. В этих условиях формула (16, IV) непригодна и коэффициент  $c$  может быть определен следующим образом. На основании испытаний эксплуатационно-разведочных скважин устанавливается допустимый начальный процент отбора газа; зная величину  $\theta$  и свободный дебит  $q_{св}$  скважины, определяем по формуле (8, IV) допустимый начальный дебит  $q_n$  скважины. Из соотношения (6, IV) теперь легко найти величину  $c$ :

$$c = \frac{q}{p_c} = \frac{q_n}{p_{сн}}, \quad (17, IV)$$

где  $p_{сн}$  — замеренное давление на забое скважины при дебите ее, равном  $q_n$ .

В дальнейшем отбор газа производится так, чтобы величина  $c$  оставалась неизменной.

---

## Глава V

### НЕКОТОРЫЕ СООБРАЖЕНИЯ О РАЗМЕЩЕНИИ ГАЗОВЫХ СКВАЖИН

Решить задачу о размещении скважин — значит дать ответ на следующие вопросы:

- 1) расположение скважин на структуре,
- 2) форма сетки размещения скважин,
- 3) расстояния между скважинами,
- 4) порядок ввода скважин в эксплуатацию (порядок разбуривания залежи).

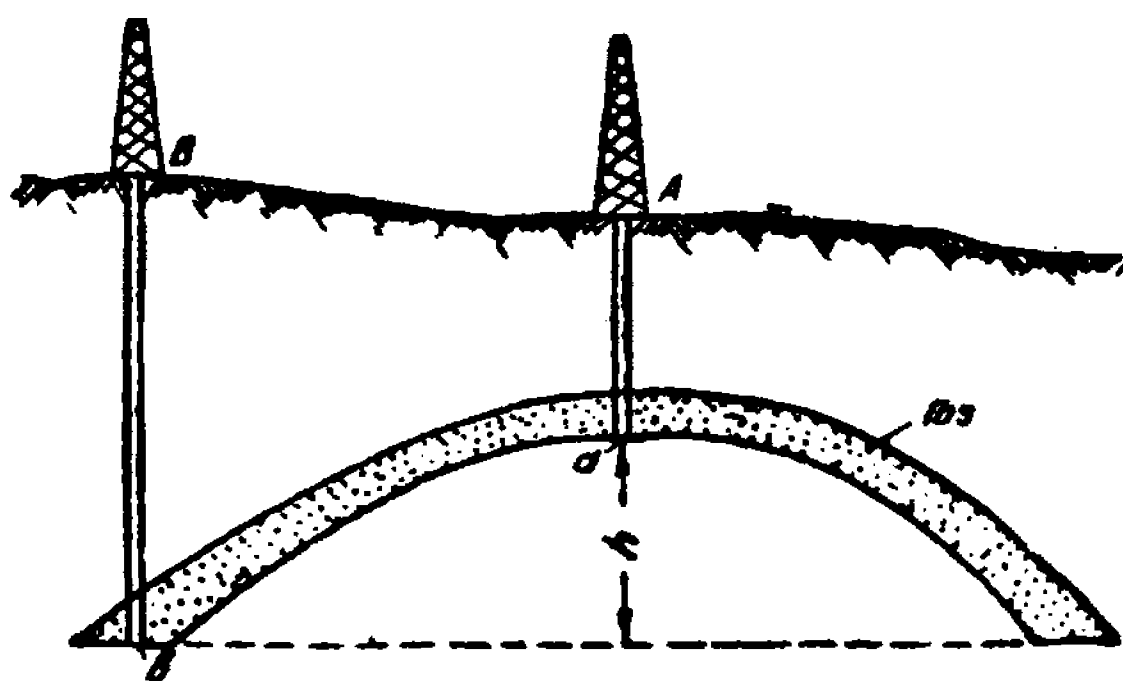
Рассмотрим первые три вопроса с точки зрения подземной гидравлики.

#### § 1. Расположение газовых скважин на структуре

Допустим, что имеется газовая залежь, схематический разрез которой изображен на фиг. 11.

Спрашивается, где располагать скважину — на сводовой части залежи или на крыльях складки.

Для ответа на этот вопрос нужно прежде всего рассмотреть с точки зрения подземной гидравлики различия условий работы скважин, расположенных на своде *A* и крыльях складки *B*. Различия сказываются в неодинаковости пластового давления. При газовом режиме в условиях наклонного пласта неравномерное распределение статического давления обусловлено лишь действием силы тяжести. Обозначим статическое давление на забое скважины *A* через  $p_a$ , на забое скважины *B* —  $p_b$ . Тогда, полагая справедливым уравнение Клайперона и температуру во всей газовой залежи одинаковой, для решения вопроса о



Фиг. 11. Схема газовой залежи (к вопросу о размещении газовых скважин на структуре).

распределению давления в газовой залежи воспользуемся формулой барометрического нивелирования Лапласа-Бабинне [34], написав ее, применительно к рассматриваемому случаю, в таком виде:

$$p_b = p_a e^{\frac{h}{BT}} = p_a e^{\frac{h\gamma_{ат}}{p_{ат}}},$$

где  $e$  — основание натуральных логарифмов;

$\gamma_{ат}$  — удельный вес газа при атмосферном давлении и пластовой температуре;

$B$  — характеристическая (удельная) газовая постоянная;

$T$  — абсолютная температура в °К.

Разлагая  $e^{\frac{h\gamma_{ат}}{p_{ат}}}$  в ряд, имеем:

$$\frac{p_b}{p_a} = 1 + \frac{h\gamma_{ат}}{p_{ат}} + \frac{1}{2} \left( \frac{h\gamma_{ат}}{p_{ат}} \right)^2 + \frac{1}{3} \left( \frac{h\gamma_{ат}}{p_{ат}} \right)^3 + \dots$$

Пусть

$$h = 200 \text{ м}, \quad \gamma_{ат} = 1 \text{ кг/м}^3, \quad p_{ат} = 10^4 \text{ кг/м}^2,$$

тогда

$$\frac{h_{\text{гам}}}{p_{\text{гам}}} = \frac{200 \cdot 1}{10^4} = 0,02; \quad \frac{1}{2} \left( \frac{h_{\text{гам}}}{p_{\text{гам}}} \right)^2 = 0,0002 \text{ и т. д.}$$

Ясно, что для практических целей с достаточной точностью можно ограничиться первым членом ряда; тем самым статическое давление во всех точках газовой залежи можно принять одинаковым. Поскольку при газовом режиме различие условий в сводовой и крыльевой частях залежи заключается лишь в несколько отличных величинах пластовых давлений, из сказанного вытекает, что с точки зрения производительности скважин наклон газовой залежи не имеет существенного значения.

Размещение газовых скважин на площади может быть равномерным и неравномерным. Под равномерным распределением скважин на площади понимается такое, при котором объемы дренируемого каждой скважиной порового пространства одинаковы. В случае постоянной мощности пласта это означает равные удельные площади дренажа. В этих условиях при одинаковом числе скважин интерференция их будет меньше, чем при неравномерном распределении скважин.

Равномерное распределение скважин на всей газоносной площади обеспечивает наилучшее геологическое изучение газовой залежи, это существенно облегчает решение задачи о рациональной эксплуатации месторождения. Сосредоточение скважин на одном каком-либо участке пласта имеет преимущества, главным образом, с точки зрения сокращения коммуникаций (протяженность трубопроводов, дорог и пр.) и связанных с этим технико-экономических показателей. *В дальнейшем при решении интересующих нас задач мы будем исходить из равномерного размещения скважин на газоносной площади.*

Ввиду важности вопроса о равномерном и неравномерном расположении скважин он дополнительно рассматривается в главах VII и VIII.

## § 2. Влияние формы сетки расположения скважин на их дебит

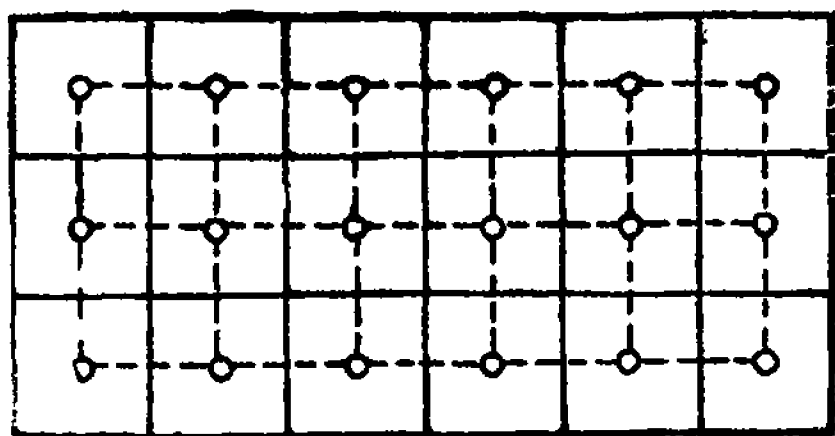
В практике разработки газовых месторождений применяются квадратная и треугольная формы сеток размещения скважин. В первом случае скважины располагаются в вершинах показанных пунктиром квадратов (фиг. 12) и удельная площадь дренажа имеет форму очерченных сплошными линиями квадратов; во втором — скважины располагаются в вершинах треугольников, а удельная площадь имеет форму показанных сплошными линиями шестиугольников (фиг. 13).

Очевидно, что различие в работе скважин при квадратной и треугольной сетках обусловлено разной формой удельной площади дренажа. Как видно из фиг. 14, *при установившейся фильтрации и прочих равных условиях дебит  $q$  скважины, дренирующей удельную площадь дренажа, ограниченную шестиугольником  $efghkt$ , меньше дебита  $q'$  скважины, дренирующей площадь вписанного круга радиуса  $r_k$ , и больше дебита  $q''$  скважины, дренирующей площадь описанного круга радиуса  $r_k'$ , т. е.*

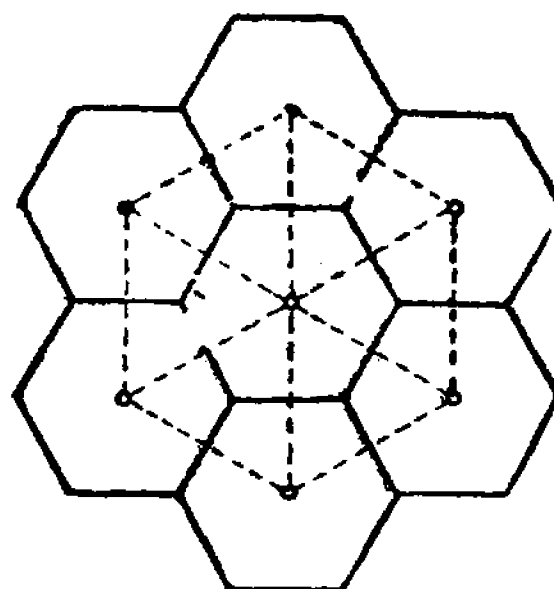
$$q' > q > q''.$$

Дебиты  $q'$  и  $q''$  могут быть точно определены по формулам установившейся радиальной фильтрации газа к скважине. Согласно формуле (9, IV) имеем:

$$\frac{q'}{q''} = \frac{\lg \frac{r_k}{r_c}}{\lg \frac{r_k'}{r_c}}$$



Фиг. 12. Форма удельных площадей дренажа при расположении скважин по квадратной сетке.



Фиг. 13. Форма удельных площадей дренажа при расположении скважин по треугольной сетке.

Учитывая, что  $r_k' = \frac{2r_k}{\sqrt{3}} = 1,167 r_k$ , получаем

при

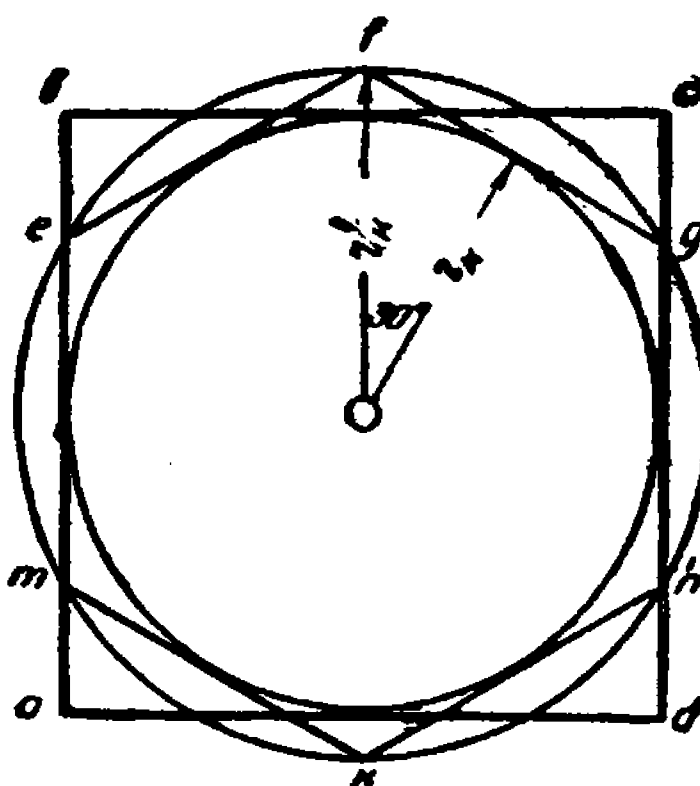
$$\frac{r_k}{r_c} = 3000 \quad \frac{q'}{q''} \cong 1,018;$$

при

$$\frac{r_k}{r_c} = 7500 \quad \frac{q'}{q''} \cong 1,015.$$

Таким образом,  $q'$  отличается от  $q''$  менее чем на 2%. Поэтому, приняв  $q = \frac{q' + q''}{2}$ , мы допускаем погрешность менее 1%.

В случае квадратной сетки скважина дренирует площадь квадрата  $abcd$  (фиг. 14). Для ответа на вопрос, какая сетка скважин эффективнее, должно быть исследовано влияние формы свободной площади на дебит скважин. Эта задача была нами поставлена перед лабораторией электро моделирования Московского нефтяного института. Исходя из известной аналогии между установившимся движением газа в пористой среде и движением электрического

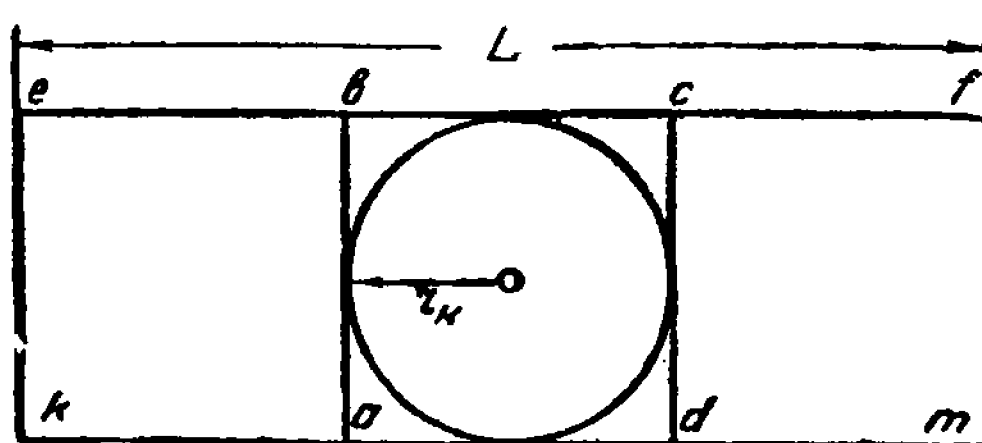


Фиг. 14. Сравнение удельных площадей дренажа при расположении скважин по квадратной и по треугольной сеткам.

тока, на электрическом интеграторе Л. И. Гутенмахера была решена следующая задача<sup>1</sup>.

Требовалось определить дебит газовых скважин, расположенных на изображенных на фиг. 15 площадях, ограниченных круговым, квадратным и прямоугольными контурами.

За единицу дебита был принят дебит скважины, дренирующей площадь, ограниченную круговым контуром радиуса  $r_k$ , равного половине стороны квадрата  $abcd$ . Соотношения длин сторон прямоугольника  $efmk$  ( $ek : mk$ ) были выбраны равными 1 : 1 (квадрат  $abcd$ ), 1 : 3 и 1 : 5.



Фиг. 15. Различные формы удельных площадей дренажа (к решению на электрическом интеграторе задачи о влиянии формы удельной площади дренажа на дебит скважины).

Не рассматривая в настоящей работе принципы и технику решения на электрическом интеграторе Л. И. Гутенмахера задач подземной гидравлики (см. книгу Л. И. Гутенмахера [35] и статью Ю. Г. Толстова [36]), приводим в табл. 7 результаты решения указанной задачи, когда радиус скважины  $r_c = \frac{1}{4000} r_k$ .

Таблица 7

Влияние формы удельной площади дренажа на дебит скважины

Соотношение сторон прямоугольника $ef : fm$	Отношение дебита скважины в прямоугольном контуре $efmk$ к дебиту скважины, расположенной в круговом контуре, в %
1 : 1 (квадрат)	98,5
1 : 3	97,0
1 : 5	94,0

Из табл. 7 видно, что изменение формы удельной площади дренажа мало влияет на дебит скважин. Сопоставление дебита скважины, рас-

<sup>1</sup> Выполнение нашего задания в лаборатории электромоделирования осуществлялось П. М. Белаш и Р. М. Якобсон под руководством Л. И. Гутенмахера и Ю. Г. Толстова.

положенной на площади квадрата  $abcd$ , с дебитом скважины, дренирующей круговую площадь, равновеликую площади  $abcd$ , показало, что указанные дебиты практически совпадают. При точности в 1%, с которой решалась задача на электрическом интеграторе, разницы в дебитах не было. Шестиугольник  $efghkm$  (фиг. 14) отличается от круга радиуса  $r_k$  менее, чем описанный квадрат  $abcd$ . Площадь круга равна  $\pi r_k^2$ , площадь шестиугольника —  $2\sqrt{3} r_k^2$ , площадь квадрата (при стороне, равной  $2r_k$ ) —  $4r_k^2$ .

Если отношение площади квадрата к площади вписанного круга составляет 1,275, то соответствующее отношение для шестиугольника равно 1,10. Отсюда вытекает, что с высокой степенью точности при вычислении дебита скважины, дренирующей шестиугольную удельную площадь дренажа, можно пользоваться формулами для радиальной фильтрации газа к скважине, дренирующей равновеликую круговую площадь. Данные табл. 7 подтверждают отмеченную В. Н. Щелкачевым [37] малую зависимость дебита скважин от формы контура области питания. Хотя выкладки В. Н. Щелкачева относятся к движению несжимаемой жидкости в пористой среде, однако, выводы из них в полной мере справедливы и для условий установившейся фильтрации газа.

Следует иметь в виду, что приведенные в табл. 7 данные соответствуют расстоянию между газовыми скважинами, равному для квадратной сетки 800 м (радиус скважины принят равным 0,1 м, что соответствует диаметру скважины, равному 8"). При  $r_k > 4000 r_c$ , что, как правило, имеет место при разработке газовых месторождений, влияние формы удельной площади дренажа на дебит скважины будет еще меньше.

Исходя из изложенного, в дальнейшем при решении задач, связанных с разработкой газовых залежей, мы будем принимать и при квадратной и при треугольной сетках, что а) скважины дренируют площадь круга, равновеликую фактической удельной площади дренажа, и б) характер движения — радиальный.

### § 3. Расстояния между скважинами

При равномерном распределении скважин на газоносной площади величина удельной площади дренажа обратно пропорциональна числу скважин.

При определенных размерах газоносной площади каждому числу скважин соответствует определенное расстояние между ними.

Время разработки газовой залежи уменьшается с увеличением числа скважин, поскольку уменьшается подлежащий извлечению объем газа, приходящийся на каждую скважину. Следовательно, между временем  $T$  разработки газовой залежи (временем извлечения газа из пласта, или истощения газовой залежи) и числом  $n$  скважин, а значит, и расстоянием между ними существует некоторая функциональная зависимость. Вид этой функциональной зависимости определяется различными факторами, в том числе и условиями отбора газа. Поэтому отыскание зависимости  $T = T(n)$  для каждого из граничных условий, рассмотренных в главе IV, представляет самостоятельную задачу и является предметом дальнейшего изложения (см. главы VII—X).

Зная зависимость между временем разработки газовой залежи и числом скважин (а следовательно и расстоянием между ними) и изменения во времени дебита газа и пластового давления при различных вариантах размещения скважин, можно, исходя из технико-экономических соображений, решить вопрос о рациональных расстояниях между скважинами.

#### § 4. Порядок разбуривания залежи

Допустим, что вопрос о размещении скважин решен и принятое решение необходимо реализовать. При ограниченном числе станков и недостатке рабочей силы сплошная система разработки, при которой производится одновременное бурение всех скважин, невозможна. В этих условиях возможно применение либо сгущающейся, либо ползущей системы разработки<sup>1</sup>. Поскольку с точки зрения количества извлеченного в конечном счете газа („газоотдачи“) ползущая и сгущающаяся системы разработки равноценны, решающее значение имеет преимущество сгущающейся системы, заключающееся в лучшей разведке месторождения в процессе эксплуатационного бурения. Это позволяет более полно изучить промыслово-геологические данные, характеризующие газовую залежь, и тем обеспечивает возможность внесения в случае необходимости соответствующих корректив в предварительно запроектированную систему разработки.

Исходя из изложенного, при наличии ограниченных ресурсов, мы считаем наиболее целесообразным разбуривание газовой залежи по сгущающейся системе разработки.

\* \* \*

Резюмируя приведенные в настоящем параграфе положения, можно сказать следующее. С точки зрения подземной гидравлики, в условиях газового режима и однородной по проницаемости залежи:

1) расположение скважин на структуре безразлично (при обычных давлениях и наклонах пластов);

2) различные формы сеток (квадратная, треугольная) размещения скважин практически равноценны;

3) вопрос о необходимом числе скважин и расстояниях между ними решается на основе технико-экономического анализа получаемых результатов (изменение дебита газа во времени, динамика пластового давления, продолжительность разработки газовой залежи и т. д.) при расчете различных вариантов расстановки скважин;

4) разбуривание залежи при ограниченных ресурсах для проведения буровых работ целесообразно вести по сгущающейся системе.

---

<sup>1</sup> Термины ползущая и сгущающаяся системы разработки употребляются нами в том же смысле, как и при разработке нефтяных месторождений (см., например, [38] или [39]).

## Глава VI

## О РАСПРЕДЕЛЕНИИ ДАВЛЕНИЯ В ГАЗОВОЙ ЗАЛЕЖИ

## § 1. Падение давления при фильтрации газа к скважине

Принимая, что удельная площадь дренажа имеет форму круга, для исследования вопроса о распределении давления в пласте можно воспользоваться формулами, справедливыми для плоского радиального движения газа к скважине<sup>1</sup>.

При установившейся радиальной фильтрации газа распределение давления  $p$  в пласте подчиняется уравнению (см. Лейбензон [7] или Muskat [20]):

$$p = \sqrt{p_c^2 + \frac{p_k^2 - p_c^2}{\ln \frac{r_k}{r_c}} \ln \frac{r}{r_c}}, \quad (1, VI)$$

или

$$p = \sqrt{p_c^2 + \frac{p_k^2 - p_c^2}{\ln R_k} \ln R}, \quad (2, VI)$$

где  $p$  — давление газа на расстоянии  $r$  от скважины;

$p_k$  — давление на круговом контуре удельной площади дренажа, ограниченной окружностью, описанной радиусом  $r_k$ ;

$p_c$  — давление на контуре скважины;

$r_c$  — радиус скважины;

$$R_k = \frac{r_k}{r_c};$$

$$R = \frac{r}{r_c}.$$

Обозначим

$$\eta = \frac{p^2 - p_c^2}{p_k^2 - p_c^2} = \frac{\ln \frac{r}{r_c}}{\ln \frac{r_k}{r_c}} = \frac{\ln R}{\ln R_k}, \quad (3, VI)$$

$$\delta = \frac{p - p_c}{p_k - p_c}. \quad (4, VI)$$

Возводя формулу (1, VI) в квадрат и учитывая (3, VI), имеем:

$$p^2 - p_c^2 = \eta(p_k^2 - p_c^2);$$

отсюда

$$\delta = \frac{p - p_c}{p_k - p_c} = \eta \frac{p_k + p_c}{p + p_c}.$$

Вводя  $\varepsilon = \frac{p_c}{p_k}$ , получим:

$$\delta = \eta \frac{1 + \varepsilon}{\frac{p}{p_k} + \varepsilon}. \quad (5, VI)$$

<sup>1</sup> Вопрос о распределении давления в пласте в случае одномерной линейной фильтрации газа рассматривается в главе XII.

Но из выражения (1, VI) следует, что

$$\frac{p}{p_k} = \sqrt{\varepsilon^2 + (1 - \varepsilon^2) \eta}.$$

Вводя это обозначение  $\frac{p}{p_k}$  в формулу (5, VI), имеем:

$$\delta = \frac{\eta(1 + \varepsilon)}{\varepsilon + \sqrt{\varepsilon^2 + (1 - \varepsilon^2) \eta}}. \quad (6, VI)$$

В частном случае, когда  $p_c = 0$  и, следовательно,  $\varepsilon = 0$ , получаем весьма простые формулы для вычисления значений  $p$  и  $\delta$ :

$$p = p_k \sqrt{\eta}, \quad (7, VI)$$

$$\delta = \frac{p}{p_k} = \sqrt{\eta}. \quad (8, VI)$$

Величина  $\delta$  показывает, какая часть общего перепада давления ( $p_k - p_c$ ) расходуется на преодоление сопротивления при движении газа от точки, удаленной от скважины на расстояние  $r$ , до скважины.

В табл. 8 приведены значения  $\delta$ , вычисленные по формуле (6, VI).

Таблица 8

Падение давления при радиальной фильтрации газа по закону Дарси (значения величины  $\delta$  в %)

R	$\varepsilon = 0$			$\varepsilon = 0,3$			$\varepsilon = 0,6$			$\varepsilon = 0,9$		
	$R_k$			$R_k$			$R_k$			$R_k$		
	2500	7500	15 000	2500	7500	15 000	2500	7500	15 000	2500	7500	15 000
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	29,764	27,872	26,848	16,15	14,409	13,493	11,384	10,104	9,322	9,3019	8,1616	7,5764
5	45,354	42,471	40,911	32,35	29,152	27,814	25,268	22,381	20,864	21,575	18,842	17,496
10	53,248	50,800	48,924	38,325	38,587	36,411	35,384	31,168	29,108	30,545	26,889	24,934
100	78,719	71,854	68,208	70,14	64,014	61,709	64,574	57,713	54,097	60,414	52,928	49,167
500	88,122	83,458	80,392	84,95	78,903	74,858	82,956	74,409	69,89	80,684	70,742	6,581
1000	93,961	87,750	84,757	92,169	85,19	80,348	90,444	81,229	76,35	88,787	78,309	72,348
5000	—	97,707	94,114	—	97,015	92,833	—	96,338	90,685	108,36	95,675	89,324
7500	—	100	96,828	—	100	95,212	—	100	94,166	—	100	93,188
10 000	—	—	97,732	—	—	97,044	—	—	96,389	—	—	95,735
10 000	—	—	100	—	—	100	—	—	100	—	—	100

Для иллюстрации пользования табл. 8 приведем пример.

**Пример 4.** Определить давление в газоносном пласте на расстоянии 100 м от скважины, при радиальном движении газа, если известно, что расстояние до контура  $r_k = 750$  м, радиус скважины

$r_c = 0,1$  м, давления на контуре и в скважине соответственно равны  $p_k = 80$  ата,  $p_c = 72$  ата.

$$R_k = \frac{r_k}{r_c} = \frac{750}{0,1} = 7500,$$

$$R = \frac{r}{r_c} = \frac{100}{0,1} = 1000,$$

$$\varepsilon = \frac{p_c}{p_k} = \frac{72}{80} = 0,9.$$

При этих значениях  $R_k$ ,  $R$  и  $\varepsilon$  находим по табл. 8 величину  $\delta$ :

$$\delta = \frac{p - p_c}{p_k - p_c} = 0,783,$$

отсюда

$$p = p_c + \delta (p_k - p_c) = 72 + 0,783 \cdot 8 = 78,26 \text{ ата.}$$

Следовательно, падение давления при перемещении газа на расстояние в 650 м от контура к скважине составляет всего 1,74 ата, или 2,17% от начального давления.

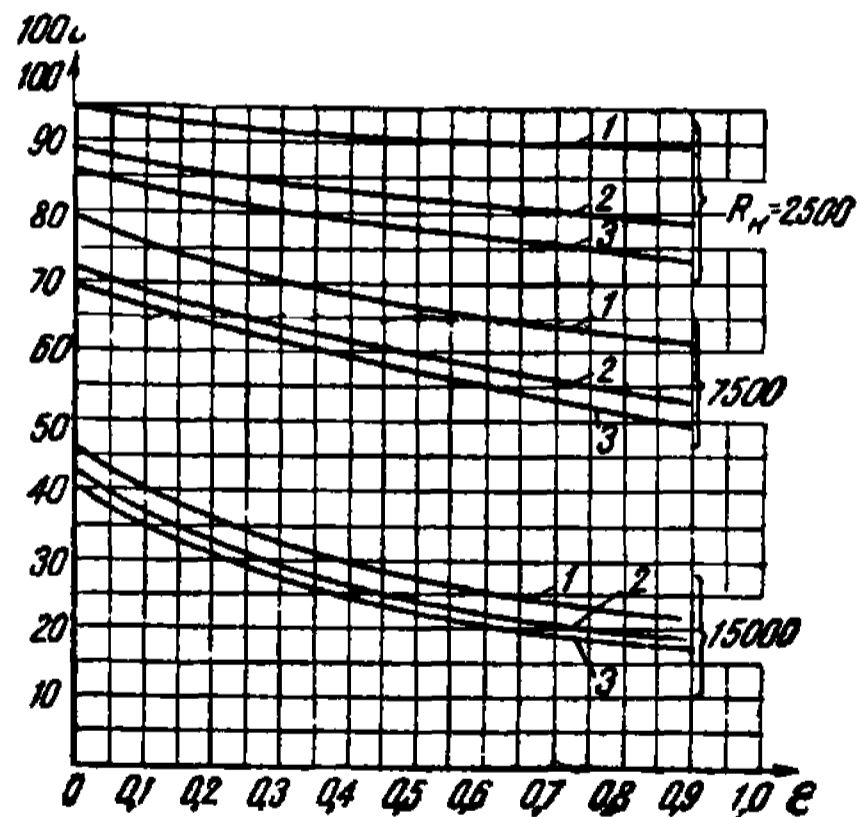
На фиг. 16 приведены кривые  $\delta = \delta(\varepsilon)$  для трех точек пласта ( $R = 5, 100$  и  $1000$ ) при трех значениях  $R_k$  ( $R_k = 2500, 7500$  и  $15000$ ).

На фиг. 17 показаны кривые  $\delta = \delta(R_k)$  при  $R = 5, 100$  и  $1000$  для четырех значений  $\varepsilon$ .

Рассмотрение табл. 8 и фиг. 16 и 17 позволяет выявить следующие характерные особенности распределения давления при фильтрации газа к скважинам.

1. Наибольшее падение давления имеется непосредственно около скважины. Так, при расстояниях между газовыми скважинами в 1500 м и  $\varepsilon = 0,9$  (что согласно фиг. 10 примерно соответствует проценту отбора  $\theta = 30\%$ ) на преодоление десятиметровой призабойной зоны пласта расходуется 52,9% всего перепада давления, причем 21,6% перепада расходуется на преодоление сорокасантиметровой призабойной зоны.

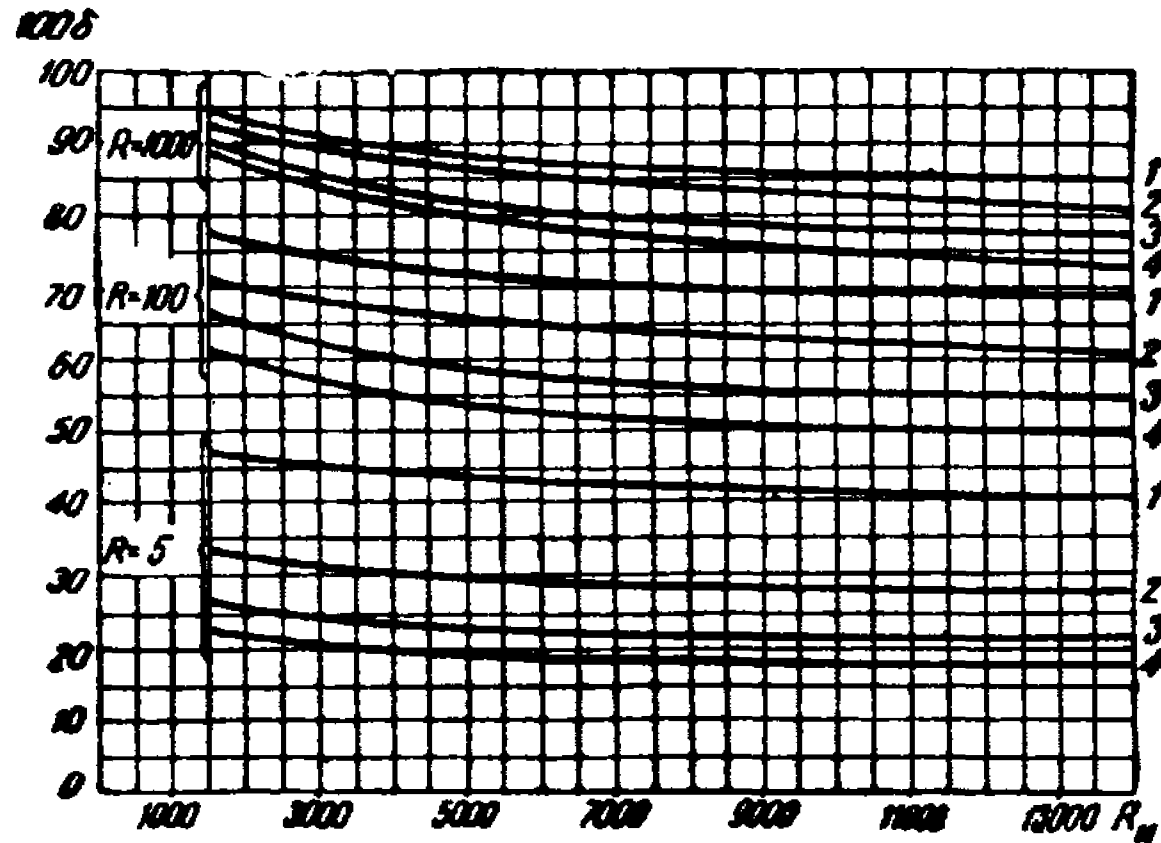
2. С увеличением депрессии, характеризуемой величиной  $\varepsilon$ , потери давления вблизи скважины резко возрастают. Так, при тех же расстояниях между скважинами (1500 м), но при  $\varepsilon = 0$  (что означает  $p_c = 0$ )



Фиг. 16. Падение давления при установившейся радиальной фильтрации газа.

Кривая 1 —  $R = \frac{r}{r_c} = 1000$ ; кривая 2 —  $R = 100$ ;  
кривая 3 —  $R = 5$ .

при продвижении газа в десятиметровой призабойной зоне расходуется 71,9% от всего перепада давления, против 52,9% при  $\epsilon = 0,9$ .



Фиг. 17. Падение давления при установившейся радиальной фильтрации газа.

Кривая 1 —  $\epsilon = \frac{p_c}{p_k} = 0$ ; кривая 2 —  $\epsilon = 0,3$ ; кривая 3 —  $\epsilon = 0,6$ ;  
кривая 4 —  $\epsilon = 0,9$ .

3. Изменение расстояния между скважинами при неизменной депрессии не оказывает большого влияния на падение давления в пласте. Так, при увеличении расстояния между скважинами с 500 до 1500 м, т. е. в 3 раза, величина  $\delta$  при  $\epsilon = 0,9$  уменьшается с 60,4 до 52,9%, или на  $\sim 11,4\%$ .

## § 2. О среднем давлении в газовой залежи

Особый интерес представляет рассмотрение величины средневзвешенного по объему давления  $\tilde{p}$  в газовой залежи.

На расстоянии  $r$  от скважины выделим кольцевой элемент пласта шириной  $dr$  (фиг. 18).

При пористости пласта, равной  $m$ , средневзвешенное по объему давление в залежи будет таково:

$$\tilde{p} = \frac{2 \pi h m \int_{r_c}^{r_k} p r dr}{\pi (r_k^2 - r_c^2) h m} = \frac{2}{r_k^2 - r_c^2} \int_{r_c}^{r_k} p r dr.$$

Подставляя вместо  $p$  его значение из формулы (1, VI), имеем:

$$\tilde{p} = \frac{2}{r_k^2 - r_c^2} \int_{r_c}^{r_k} \sqrt{p_c^2 + \frac{p_k^2 - p_c^2}{\ln \frac{r_k}{r_c}} \ln \frac{r}{r_c}} r dr. \quad (9, VI)$$

Введем безразмерные величины:

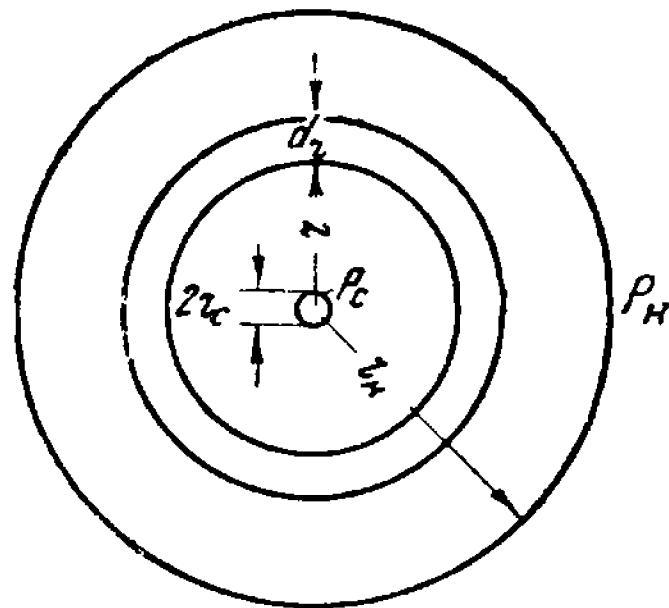
$$R = \frac{r}{r_c}, \quad R_k = \frac{r_k}{r_c},$$

$$P = \frac{p}{p_c},$$

$$P_k = \frac{p_k}{p_c} = \frac{1}{\varepsilon}, \quad (10, VI)$$

$$\tilde{P}_i = \frac{\tilde{p}}{p_c}.$$

Фиг. 18. К определению среднего давления  $\tilde{p}$  в газовой залежи.



Тогда формула (9, VI) принимает вид:

$$\begin{aligned} \tilde{P} &= \frac{2}{R_k^2 - 1} \int_1^{R_k} \sqrt{1 + \frac{P_k^2 - 1}{\ln R_k} \ln R} R dR = \\ &= \frac{2 \sqrt{\frac{P_k^2 - 1}{\ln R_k}}}{R_k^2 - 1} \int_1^{R_k} \sqrt{\frac{\ln R_k}{P_k^2 - 1} + \ln R} R dR. \end{aligned} \quad (11, VI)$$

Произведем замену переменных. Обозначим

$$y^2 = 2 \left( \frac{\ln R_k}{P_k^2 - 1} + \ln R \right), \quad a = \sqrt{\frac{2 \ln R_k}{P_k^2 - 1}}.$$

Тогда уравнение (11, VI) преобразуется к виду

$$\tilde{P} = \frac{2}{R_k^2 - 1} \cdot \frac{1}{a} \int_a^{a P_k} e^{y^2 - a^2} y^2 dy, \quad (12, VI)$$

где  $e$  — основание натуральных логарифмов.

Далее, при помощи подстановки  $y = \alpha x$  и интегрирования по частям интеграла, входящего в (12, VI), получим:

$$\begin{aligned} \tilde{P} &= \frac{2a^2}{R_K^2 - 1} \int_1^{P_K} e^{a^2(x^2 - 1)} x^2 dx = \\ &= P_K - \frac{1}{R_K^2 - 1} \left[ 1 - P_K + \int_1^{P_K} e^{a^2(x^2 - 1)} dx \right]. \end{aligned} \quad (13, VI)$$

Принимая  $x = P_K - \theta$ , произведем в интеграле, входящем в полученное выражение для  $\tilde{P}$ , замену переменных:

$$\begin{aligned} \int_1^{P_K} e^{a^2(x^2 - 1)} dx &= \int_0^{P_K - 1} e^{a^2(P_K^2 - 2P_K\theta + \theta^2 - 1)} d\theta = \\ &= e^{a^2(P_K^2 - 1)} \int_0^{P_K - 1} e^{-2a^2P_K\theta + a^2\theta^2} d\theta. \end{aligned}$$

Вводя теперь переменное

$$Z = 2a^2P_K\theta,$$

получим:

$$\int_1^{P_K} e^{a^2(x^2 - 1)} dx = \frac{R_K^2}{2a^2P_K} \int_0^b e^{-Z + \frac{Z^2}{4a^2P_K^2}} dZ,$$

где

$$b = (P_K - 1)2a^2P_K = \frac{4 \ln R_K P_K}{P_K + 1}. \quad (14, VI)$$

Обозначим

$$\beta = \frac{1}{4a^2P_K^2} = \frac{P_K^2 - 1}{8 \ln R_K P_K^2}. \quad (15, VI)$$

Используя введенные обозначения, приводим после преобразований уравнение (13, VI) к виду:

$$\tilde{P} = P_K + \frac{P_K - 1}{R_K^2 - 1} - \frac{R_K^2}{R_K^2 - 1} \frac{P_K^2 - 1}{4P_K \ln R_K} \int_0^b e^{-Z + \beta Z^2} dZ. \quad (16, VI)$$

Интеграл

$$\int_0^b e^{-Z + \beta Z^2} dZ \quad (17, VI)$$

преобразуем следующим образом:

$$\begin{aligned} \int_0^b e^{-Z+\beta Z^2} dZ &= \int_0^b e^{-Z} \cdot e^{\beta Z^2} \cdot dZ = \int_0^b e^{-Z} (1 + \beta Z^2 + \\ &+ \frac{\beta^2 Z^4}{2!} + \frac{\beta^3 Z^6}{3!} + \dots) dZ = \int_0^b e^{-Z} dZ + \beta \int_0^b e^{-Z} \cdot Z^2 \cdot dZ + \\ &+ \frac{\beta^2}{2!} \int_0^b e^{-Z} Z^4 dZ + \dots + \frac{\beta^n}{n!} \int_0^b e^{-Z} Z^{2n} dZ + \dots \end{aligned}$$

Полагая  $m = 2n$ , интегрируя по частям и последовательно снижая показатель степени  $m$  на единицу, представим интеграл, входящий в общий член ряда, в следующем виде:

$$\begin{aligned} \int_0^b e^{-Z} Z^m dZ &= \int_0^b -e^{-Z} Z^m + \int_0^b m e^{-Z} Z^{m-1} dZ = \\ &= -e^{-b} b^m + m \int_0^b e^{-Z} Z^{m-1} dZ = -e^{-b} b^m + \\ &+ m \left[ \int_0^b -e^{-Z} Z^{m-1} + \int_0^b (m-1) e^{-Z} \cdot Z^{m-2} dZ \right] = \\ &= -e^{-b} b^m - m e^{-b} b^{m-1} + m(m-1) \int_0^b e^{-Z} Z^{m-2} dZ = \\ &= -e^{-b} b^m - m e^{-b} b^{m-1} - m(m-1) e^{-b} b^{m-2} - \\ &- \dots - m(m-1) \dots 2 \cdot 1 \cdot e^{-b} b + m! \int_0^b e^{-Z} dZ = \\ &= m! \left[ -e^{-b} \left( \frac{b^m}{m!} + \frac{b^{m-1}}{(m-1)!} + \dots + \frac{b}{1} + 1 \right) + 1 \right] = \\ &= m! \left[ 1 - e^{-b} \left( 1 + \frac{b}{1} + \frac{b^2}{2!} + \dots + \frac{b^{m-1}}{(m-1)!} + \frac{b^m}{m!} \right) \right] = \\ &= (2n)! \left[ 1 - e^{-b} \left( 1 + \frac{b}{1} + \frac{b^2}{2!} + \dots + \frac{b^{2n-1}}{(2n-1)!} + \frac{b^{2n}}{(2n)!} \right) \right]. \quad (18, VI) \end{aligned}$$

Интеграл (17, VI), представляющий собой сумму ряда, где общим членом служит выражение (18, V), умноженное на  $\frac{\beta^n}{n!}$ , преобразуем так:

$$\begin{aligned} \int_0^b e^{-Z+\beta Z^2} dZ &= 1 - e^{-b} + \frac{\beta \cdot 2!}{1} \left[ 1 - e^{-b} \left( 1 + \frac{b}{1} + \frac{b^2}{2!} \right) \right] + \\ &+ \frac{\beta^2 4!}{2!} \left[ 1 - e^{-b} \left( 1 + \frac{b}{1} + \frac{b^2}{2!} + \frac{b^3}{3!} + \frac{b^4}{4!} \right) \right] + \dots + \\ &+ \frac{\beta^m (2m)!}{m!} \left[ 1 - e^{-b} \left( 1 + \frac{b}{1} + \frac{b^2}{2!} + \frac{b^3}{3!} + \frac{b^4}{4!} + \dots + \frac{b^{2m}}{(2m)!} \right) \right] + \dots \quad (19, VI) \end{aligned}$$

Представим интеграл (19, VI) в виде суммы двух интегралов:

$$\int_0^b e^{-z+\beta z^2} dz = \int_0^8 e^{-z+\beta z^2} dz + \int_8^b e^{-z+\beta z^2} dz \quad (20, VI)$$

и оценим величину *второго интеграла* в правой части равенства (20, VI).

Пусть, например,  $R_k = 2981$  ( $e^8$ , что дает  $\ln R_k = 8$ ) и  $P_k = 2$ .

Это соответствует случаю, когда расстояние между скважинами равно  $\sim 600$  м (при радиусе скважины  $r_c = 0,1$  м) и депрессия выражается значением  $\varepsilon = \frac{1}{P_k} = 0,5$ .

Тогда

$$b\beta = \frac{P_k - 1}{2P_k} = \frac{1}{4}, \quad b = \frac{4 \ln R_k P_k}{P_k + 1} = \frac{64}{3}, \quad \beta = \frac{P_k^2 - 1}{8 \ln R_k P_k^2} = \frac{3}{256}.$$

Следовательно,

$$\begin{aligned} \int_8^b e^{-z+\beta z^2} dz &= \int_8^b e^{-z(1-\beta z)} dz < \int_8^b e^{-z(1-\beta b)} dz = \int_8^b e^{-\frac{3}{4}z} dz = \\ &= \frac{4}{3} (e^{-b} - e^{-8}) < \frac{4}{3} e^{-6} < 0,00331. \end{aligned}$$

*Первый интеграл* в правой части равенства (20, VI) равен:

$$\begin{aligned} \int_0^8 e^{-z+\beta z^2} dz &= 1 - e^{-8} + \beta \frac{2!}{1!} \left[ 1 - e^{-8} \left( 1 + \frac{8}{1} + \frac{8^2}{2!} \right) \right] + \\ &+ \beta^2 \frac{4!}{2!} \left[ 1 - e^{-8} \left( 1 + \frac{8}{1} + \frac{8^2}{2!} + \frac{8^3}{3!} + \frac{8^4}{4!} \right) \right] + \\ &+ \beta^3 \frac{6!}{3!} \left[ 1 - e^{-8} \left( 1 + \frac{8}{1} + \frac{8^2}{2!} + \frac{8^3}{3!} + \frac{8^4}{4!} + \frac{8^5}{5!} + \frac{8^6}{6!} \right) \right] + \\ &+ \beta^4 \frac{8!}{4!} \left[ 1 - e^{-8} \left( 1 + \frac{8}{1} + \frac{8^2}{2!} + \dots + \frac{8^8}{8!} \right) \right] + \\ &+ \beta^5 \frac{10!}{5!} \left[ 1 - e^{-8} \left( 1 + \frac{8}{1} + \frac{8^2}{2!} + \dots + \frac{8^{10}}{10!} \right) \right] + \\ &+ \beta^6 \frac{12!}{6!} \left[ 1 - e^{-8} \left( 1 + \frac{8}{1} + \frac{8^2}{2!} + \dots + \frac{8^{12}}{12!} \right) \right] + e, \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} e &= \sum_{m=7}^{\infty} \frac{\beta^m (2m)!}{m!} \left[ 1 - e^{-8} \left( 1 + \frac{8}{1} + \dots + \frac{8^{2m}}{(2m)!} \right) \right] = \\ &= e^{-8} \sum_{m=7}^{\infty} \beta^m \frac{(2m)!}{m!} \left[ \left( e^{-8} - \left( 1 + \frac{8}{1} + \dots + \frac{8^{2m}}{(2m)!} \right) \right) \right]. \end{aligned}$$

Для выражения в квадратных скобках можно написать неравенство

$$e^{-8} - \left(1 + \frac{8}{1} + \dots + \frac{8^{2m}}{(2m)!}\right) = \frac{8^{2m+1}}{(2m+1)!} + \frac{8^{2m+2}}{(2m+2)!} + \dots < \frac{8^{2m+1}}{(2m+1)!} \left[1 + \frac{8}{(2m+2)} + \frac{8^2}{(2m+2)^2} + \frac{8^3}{(2m+2)^3} + \dots + \frac{8^k}{(2m+2)^k} + \dots\right] = \frac{8^{2m+1}}{(2m+1)!} \cdot \frac{1}{1 - \frac{8}{(2m+2)}}$$

(по формуле суммы геометрического ряда).

Так как  $2m > 12$ , то рассматриваемое выражение

$$< \frac{8^{2m+1}}{(2m+1)!} \cdot \frac{1}{1 - \frac{8}{14}} = \frac{8^{2m+1}}{(2m+1)!} \cdot \frac{7}{3},$$

следовательно,

$$\begin{aligned} \rho &< \frac{7}{3} e^{-8} \sum_{m=7}^{\infty} \beta^m \frac{(2m)!}{m!} \cdot \frac{8^{2m+1}}{(2m+1)!} = \frac{7}{3} e^{-8} \sum_{m=7}^{\infty} \beta^m \frac{8^{2m+1}}{m!(2m+1)} = \\ &= \frac{7}{3} e^{-8} \sum_{m=7}^{\infty} \frac{(\beta 8^2)^m}{m!} \cdot \frac{8}{(2m+1)} < \frac{7}{3} e^{-8} \sum_{m=7}^{\infty} \frac{(\beta 8^2)^m}{m!} \quad (\text{так как } \frac{8}{2m+1} < 1) \\ \rho &< \frac{7}{3} e^{-8} \sum_{m=7}^{\infty} \frac{(\beta 8^2)^m}{m!} < \frac{2}{3000} \left[ \frac{\left(\frac{3}{4}\right)^7}{7!} = \frac{\left(\frac{3}{4}\right)^8}{8!} + \dots \right] < \\ &\leq \frac{2}{3000} \cdot \frac{\left(\frac{3}{4}\right)^7}{7!} \cdot \frac{1}{1 - \frac{3}{4 \cdot 8}} < 1 \cdot 10^{-6}. \end{aligned}$$

Таким образом, величина остаточного члена  $\rho$  составляет менее  $1 \cdot 10^6$  и ею можно пренебречь. Произведя вычисления по формуле (21, VI) и пренебрегая значением  $\rho$ , найдем, что для принятых значений  $R_k$  и  $P_k$

$$\int_0^8 e^{-z + \beta z^2} dz \cong 1,024.$$

Подставляя теперь полученные численные значения первого и второго интегралов, а также и остальных коэффициентов и слагаемых в формулу (16, VI), найдем значение среднего давления:

$$\begin{aligned} \tilde{P} &= 2 + \frac{2-1}{3000^2-1} - \frac{3000^2}{3000^2-1} \cdot \frac{4-1}{4 \cdot 2 \ln 3000} (1,02440 + \\ &+ 0,00330) = 1,95183. \end{aligned}$$

Обозначим через  $\xi$  отношение среднего давления к контурному

$$\xi = \frac{\tilde{P}}{P_k} = \frac{\tilde{p}}{p_k}. \quad (21, VI)$$

В рассматриваемом случае

$$\xi = \frac{1,95183}{2} = 0,975915.$$

Если при подсчете  $P$  вместо интеграла (17, VI) ограничиться первым интегралом в правой части уравнения (20, VI), т. е. принять

$$\int_0^b e^{-z + \beta z^2} dz \cong \int_0^8 e^{-z + \beta z^2} dz, \quad (22, VI)$$

то значение среднего давления, которое мы в этом случае обозначим  $\tilde{P}'$ , составит:

$$\tilde{P}' = 1,95198$$

и

$$\xi' = \frac{\tilde{P}'}{P_K} = 0,97599.$$

В табл. 9 приведены результаты аналогичных подсчетов для различных значений  $R_K$  и  $P_K$ .

Таблица 9  
Сравнение величин  $\xi'$  и  $\xi$

$R_K$	$\varepsilon = \frac{1}{P_K} = \frac{P_c}{P_K}$	$\xi'$	$\xi$
7,4	0,9	0,97775	0,97756
55,0	0,5	0,95090	0,95050
2 981	0,1	0,96820	0,96735
2 981	0,5	0,97599	0,97592
22 026	0,1	0,97460	0,97407

При подсчете значений  $\xi$  интеграл (17, VI) вычислялся как сумма первого и второго интегралов в правой части (20, VI).

При подсчете значений  $\xi'$  интеграл (17, VI) определялся по формуле (22, VI).

Сравнение величин  $\xi$  и  $\xi'$  показывает, какого порядка ошибку мы допускаем, если при определении отношения среднего давления  $\tilde{P}$  к контурному  $P_K$  исходим из равенства (22, VI).

Как видно из табл. 9, значения  $\xi$  и  $\xi'$  весьма близки. Поэтому с достаточной для практических целей точностью вычисление среднего давления можно производить по формуле:

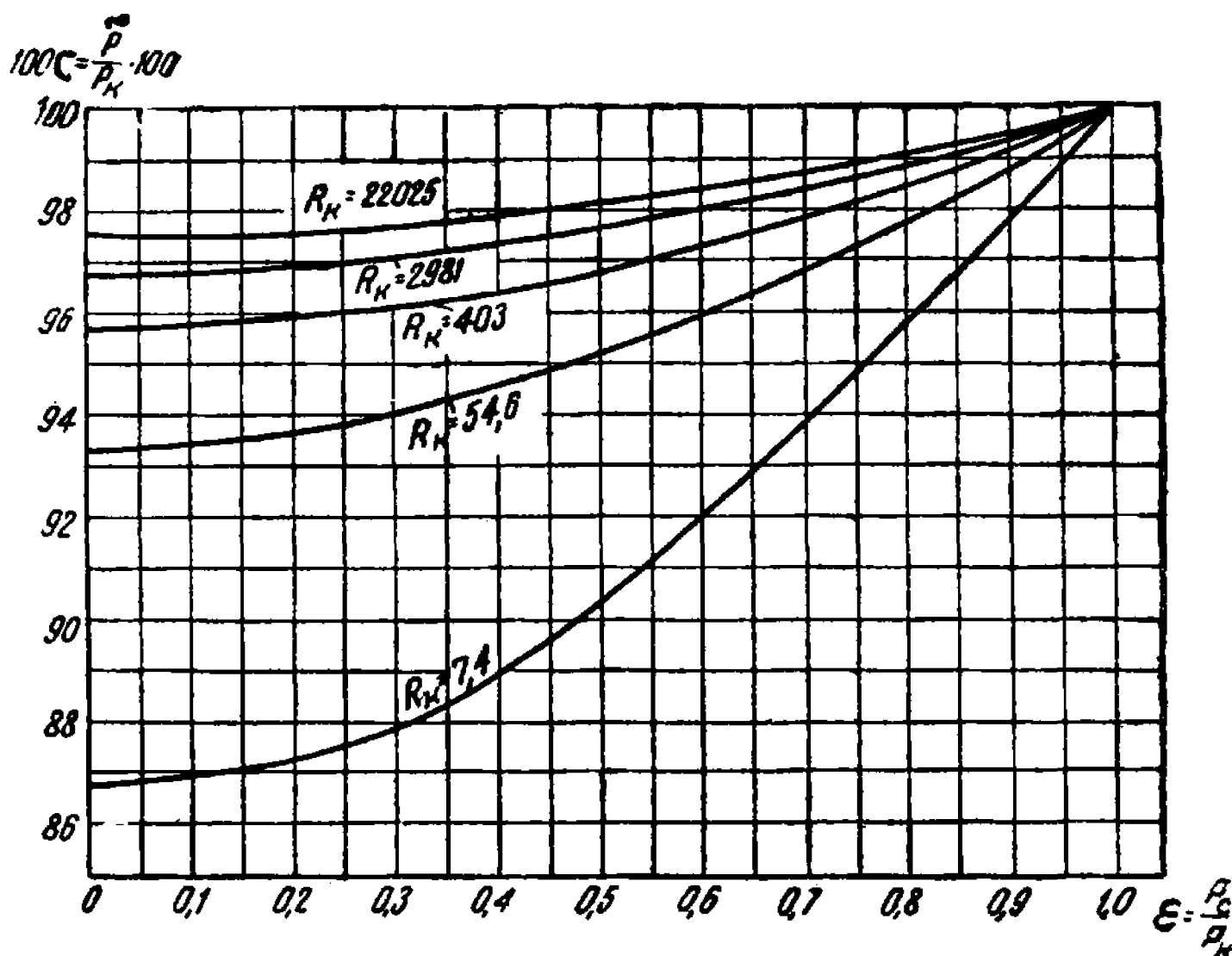
$$\tilde{P} = P_K + \frac{P_K - 1}{R_K^2 - 1} - \frac{R_K^2}{R_K^2 - 1} \cdot \frac{P_K^2 - 1}{4P_K \ln R_K} \int_0^8 e^{-z + \beta z^2} dz. \quad (23, VI)$$

В табл. 10 приведены величины  $\xi = \frac{\tilde{P}}{P_K} = \frac{\tilde{P}}{P_K}$ , определенные для

5 значений  $R_k$  и 10 значений  $\epsilon$ ; величина  $\tilde{p}$  определялась, исходя из вышесказанного по формуле (23, VI).

Для сопоставления со значениями  $\xi$ , приведенными в табл. 10, шесть значений  $\xi$  были определены путем графического интегрирования выражения (9, VI). При этом на графике по оси ординат откладывались значения

$$\frac{2r}{r_k^2 - r_c^2} \sqrt{p_c^2 + \frac{p_k^2 - p_c^2}{\ln \frac{r_k}{r_c}} \cdot \ln \frac{r}{r_c}},$$



Фиг. 19. Зависимость отношения  $\xi$  среднего давления  $\tilde{p}$  к контурному  $p_k$  от величины  $\epsilon$  при радиальной фильтрации газа по закону Дарси.

а по оси абсцисс — значения  $r$ . Сопоставление определенных таким путем значений  $\xi$  с указанными в табл. 10 показало отклонения менее 1%.

На фиг. 19 приведены кривые  $\xi = \xi(\epsilon)$  для разных значений  $R_k$ , построенные по данным табл. 10.

При  $r_c = 0,1$  м значения  $R_k$ , равные 22025 и 7,4, соответствуют расстояниям между скважинами в 1,48 и 4405 м.

Мы заведомо в числе других взяли также крайне преуменьшенные и преувеличенные значения  $R_k$ , чтобы полнее проследить тенденции изменения  $\xi$ .

На фиг. 20 и 20а показаны кривые, иллюстрирующие зависимость  $\xi$  от величины удельной площади дренажа.

Таблица 10

Значения  $\xi = \frac{\bar{p}}{p_k}$  (отношение среднего давления к контурному) в случае плоской установившейся радиальной фильтрации газа по закону Дарси

$R_k$	$\varepsilon$	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
22025 ( $e^{10}$ )		0,9743	0,9746	0,9754	0,9767	0,9784	0,9808	0,9837	0,9870	0,9900	0,9952
2981 ( $e^8$ )		0,9677	0,9682	0,9690	0,9707	0,9731	0,9760	0,9798	0,9837	0,9887	0,9940
403 ( $e^6$ )		0,9564	0,9569	0,9582	0,9606	0,9636	0,9677	0,9726	0,9783	0,9848	0,9919
54,6 ( $e^4$ )		0,9331	0,9338	0,9360	0,9396	0,9446	0,9509	0,9584	0,9672	0,9771	0,9881
7,4 ( $e^2$ )		0,8683	—	0,8718	0,8777	0,8899	0,9020	0,9183	0,9366	0,9587	0,9770

Анализ табл. 10 и кривых, приведенных на фиг. 19—20, позволяет сделать весьма существенные выводы.

Расстояния между скважинами, принятые в практике разработки газовых месторождений, заключены в пределах первых двух горизонтальных строк табл. 10, соответствующих расстояниям между скважинами порядка 600 и 4400 м. Депрессии, применяемые в течение подавляющей части от всего времени разработки газовой залежи, характеризуются значениями  $\varepsilon$  порядка 0,9. В этих условиях среднее давление  $\bar{p}$  отличается от давления  $p_k$  всего лишь на  $\sim 0,5\%$  от контурного давления.

Если бы даже дебит скважины равнялся свободному дебиту (в этом случае  $\varepsilon$  несколько больше 0, ибо атмосферное давление имеет место у устья скважины, а не на ее забое), то и тогда при расстояниях между скважинами в 1000 м среднее давление отличается от контурного лишь на 3%.

Приведенные в табл. 10 значения  $\xi$  вычислены, исходя из распределения давления при установившемся движении газа. В условиях неустановившегося движения, как это показала проведенная нами обработка экспериментальных исследований Д. С. Вилькера [6] и И. П. Москалькова [5], при одних и тех же перепадах давления кривая изменения давления в зависимости от расстояния от скважины лежит выше аналогичной кривой при установившейся фильтрации (см. главу XII).

Отсюда ясно, что среднее давление при разработке газовой залежи в случае неустановившегося движения будет еще менее отличаться от контурного, чем при установившемся движении.

Обозначая  $\tilde{p}_y$  — средневзвешенное по объему пласта давление, вычисленное по формуле (9, VI),  $\tilde{p}_{ny}$  — средневзвешенное по объему пласта давление при радиальном неустановившемся движении газа и

$\xi_{ny} = \frac{\tilde{p}_{ny}}{p_k}$ , с точностью до 0,5 (1 -  $\xi$ ) можно принять, что

$$\begin{aligned} \tilde{p}_{ny} &= \frac{p_k + \tilde{p}_y}{2} = \\ &= 0,5 p_k (1 + \xi) \quad (24, VI) \end{aligned}$$

и

$$\xi_{ny} = 0,5 (1 + \xi). \quad (25, VI)$$

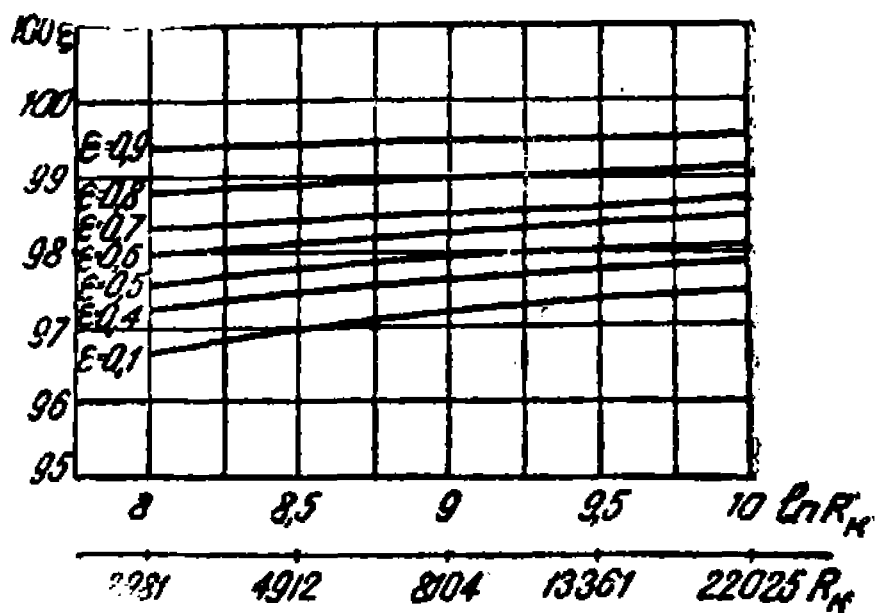
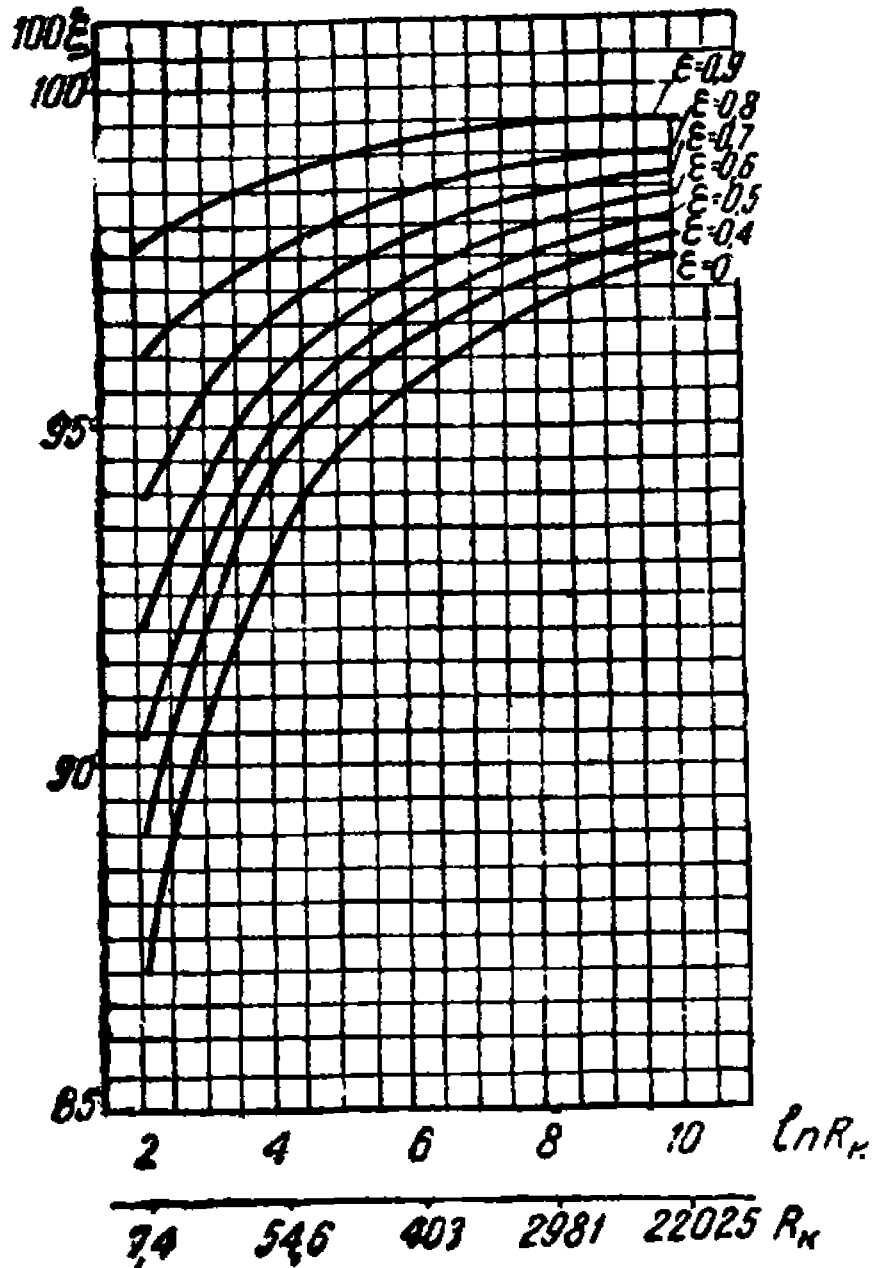
При решении практических задач, связанных с радиальной фильтрацией газа к скважинам, вполне допустимо принимать, что

$$\tilde{p}_y = \tilde{p}_{ny} = \tilde{p} = p_k. \quad (26, VI)$$

Допускаемые при этом погрешности будут гораздо меньше, чем при определении таких существенных параметров, как мощность пласта, пористость, проницаемость и пр.

До сих пор при рассмотрении вопроса о распределении давления в пласте мы принимали скважину гидродинамически совершенной. В действительности, как указывалось в главе IV, часто газ поступает в скважины через отверстия фильтра или простреленные в обсадной колонне дыры, причем в ряде случаев скважины не полностью вскрывают пласт. В таких, гидродинамически несовершенных скважинах падение давления вблизи скважины происходит еще более резко, чем при плоской радиальной фильтрации.

Случай фильтрации газа к гидродинамически несовершенной скважине можно рассматривать как промежуточный между радиальной плоской фильтрацией газа к гидродинамически совершенной скважине и пространственным радиальным движением газа. В этой связи рас-



Фиг. 20 и 20а. Зависимость отношения  $\xi$  среднего давления  $\tilde{p}$  к контурному  $p_k$  от расстояния между скважинами.

смотрим распределение давления в пласте и отношение среднего давления к контурному при установившемся пространственном радиальном движении газа, когда пласт представляет собой сферу радиуса  $r_k$ , а скважина — сферу радиуса  $r_c$ .

Пренебрегая силой тяжести, можно написать дифференциальное уравнение установившегося движения газа в виде (см. [7]):

$$\frac{\partial^2 p^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p^2}{\partial z^2} = 0.$$

Это — уравнение Лапласа. В сферических координатах оно имеет вид:

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial p^2}{\partial r} \right) = 0;$$

отсюда

$$p^2 = -\frac{c_1}{r} + c_2, \quad (27, VI)$$

где  $c_1$  и  $c_2$  — произвольные постоянные, определяемые из граничных условий.

В случае пространственного радиального движения имеем следующие граничные условия:

$$\left. \begin{aligned} r = r_c, \quad p^2 = p_c^2, \\ r = r_k, \quad p^2 = p_k^2. \end{aligned} \right\} \quad (28, VI)$$

Из формул (28, VI) и (27, VI) находим значения произвольных постоянных

$$c_1 = \frac{p_k^2 - p_c^2}{\frac{1}{r_c} - \frac{1}{r_k}}, \quad c_2 = p_c^2 + \frac{p_k^2 - p_c^2}{\frac{1}{r_c} - \frac{1}{r_k}} \cdot \frac{1}{r_c}.$$

Подставляя эти значения  $c_1$  и  $c_2$  в уравнение (27, VI), находим формулу распределения давления для установившейся пространственной радиальной фильтрации газа по закону Дарси:

$$p = \sqrt{p_c^2 + \frac{p_k^2 - p_c^2}{\frac{1}{r_c} - \frac{1}{r_k}} \cdot \left( \frac{1}{r_c} - \frac{1}{r} \right)}. \quad (29, VI)$$

Следует отметить, что уравнение (29, VI) полностью совпадает с формулой распределения давления в пласте в случае *плоской* радиальной *турбулентной* фильтрации газа (см. главу XI).

Поскольку в ряде случаев величиной  $\frac{1}{r_k}$  по сравнению с величиной  $\frac{1}{r_c}$  можно пренебречь (так, при  $r_c = 0,1$  м и  $r_k = 10$  м,  $\frac{1}{r_k} = 0,1$ , а  $\frac{1}{r_c} = 10$ ), то уравнение (29, VI) приводится к виду:

$$p = \sqrt{p_k^2 - (p_k^2 - p_c^2) \frac{r_c}{r}}. \quad (30, VI)$$

При  $p_c = 0$

$$\delta = \frac{p - p_c}{p_k - p_c} = \frac{p}{p_k} = \sqrt{1 - \frac{r_c}{r}}. \quad (31, VI)$$

Величина  $\delta$  имеет тот же физический смысл, что и в уравнении (8, VI) § 1 настоящей главы.

При  $r = 1$  м и  $r_c = 0,1$  м имеем  $\delta = 0,947$ . Это указывает, что при установившейся пространственной радиальной фильтрации газа в описанной радиусом в 1-м призабойной зоне пласта теряется 94,7% от всего действующего перепада давления. В случае радиального плоского движения газа при расстоянии между скважинами 1000 м ( $r_k = 500$  м), при тех же значениях  $r$  и  $r_c$  ( $r = 1$  м и  $r_c = 0,1$  м), согласно формуле (8, VI)  $\delta = 0,52$ , т. е. в однометровой призабойной зоне теряется 52% от всего действующего перепада давления.

Рассмотрим, насколько отличается средневзвешенное по объему давление  $\tilde{p}$  от контурного давления  $p_k$  при пространственной радиальной фильтрации газа.

$$\tilde{p} = \frac{1}{\frac{4}{3} m\pi (r_k^3 - r_c^3)} \int_{r_c}^{r_k} 4\pi m p r^2 dr,$$

где  $m$  — пористость пласта.

Подставляя сюда вместо давления  $p$  его значение из (30, VI), получим:

$$\tilde{p} = \frac{3}{r_k^3 - r_c^3} \int_{r_c}^{r_k} \sqrt{p_k^2 - (p_k^2 - p_c^2) \frac{r_c}{r}} r^2 dr.$$

Разделим это уравнение на  $p_k$  и введем безразмерные величины

$$R = \frac{r}{r_c}, \quad R_k = \frac{r_k}{r_c}, \quad \varepsilon = \frac{p_c}{p_k}.$$

Тогда

$$\xi = \frac{\tilde{p}}{p_k} = \frac{3}{R_k^3 - 1} \int_1^{R_k} \sqrt{R^2 - (1 - \varepsilon)^2 R} R dR. \quad (32, VI)$$

Дополним подкоренное выражение в уравнении (32, VI) до полного квадрата и обозначим

$$\left. \begin{aligned} a &= 1 - \varepsilon^2; \quad Z = R - \frac{a}{2}, \quad \alpha = \frac{a}{2}, \\ Z_1 &= 1 - \alpha; \quad Z_2 = R_k - \alpha. \end{aligned} \right\} \quad (33, VI)$$

В этом случае

$$\begin{aligned} & \int_1^{R_k} \sqrt{R^2 - (1 - \varepsilon^2) R + \left(\frac{1 - \varepsilon^2}{2}\right)^2 - \left(\frac{1 - \varepsilon^2}{2}\right)^2} R dR = \\ & = \int_1^{R_k} \sqrt{\left(R - \frac{a}{2}\right)^2 - \frac{a^2}{4}} R dR = \int_{Z_1}^{Z_2} \sqrt{Z^2 - a^2} (Z + a) dZ = \\ & = \int_{Z_1}^{Z_2} Z \sqrt{Z^2 - a^2} dZ + a \int_{Z_1}^{Z_2} \sqrt{Z^2 - a^2} dZ. \quad (34, VI) \end{aligned}$$

Произведя интегрирование уравнения (34, VI) и подставляя полученные результаты в (32, VI), имеем:

$$\begin{aligned} \xi = \frac{3}{R_k^3 - 1} & \left\{ \frac{1}{3} (Z_2^3 - a^2)^{\frac{3}{2}} - \frac{1}{3} (Z_1^3 - a^2)^{\frac{3}{2}} + a \left[ \frac{Z_2}{2} \sqrt{Z_2^2 - a^2} - \right. \right. \\ & \left. \left. - \frac{Z_1}{2} \sqrt{Z_1^2 - a^2} - \frac{a^2}{2} \ln \frac{Z_2 + \sqrt{Z_2^2 - a^2}}{Z_1 + \sqrt{Z_1^2 - a^2}} \right] \right\}. \end{aligned}$$

Подставляя вместо  $Z_1$ ,  $Z_2$  и  $a$  их значения из (33, VI), окончательно получаем:

$$\begin{aligned} \xi = \frac{3}{R_k^3 - 1} & \left\{ \frac{1}{3} [R_k^2 - R_k (1 - \varepsilon^2)]^{\frac{3}{2}} - \right. \\ & - \frac{1}{3} \varepsilon^3 + \frac{1 - \varepsilon^2}{2} \left[ \frac{2R_k - 1 + \varepsilon^2}{4} \sqrt{R_k^2 - R_k (1 - \varepsilon^2)} - \right. \\ & \left. \left. - \frac{(1 + \varepsilon^2) \varepsilon}{4} - \frac{(1 - \varepsilon^2)^2}{8} \ln \frac{2R_k + \varepsilon^2 - 1 + 2 \sqrt{R_k^2 - R_k (1 - \varepsilon^2)}}{(1 + \varepsilon)^2} \right] \right\}. \quad (35, VI) \end{aligned}$$

Задаваясь различными значениями  $\varepsilon$  и  $R_k$ , находим по формуле (35, VI) отвечающие им значения  $\xi$ .

В табл. 11 приведены результаты вычисления значений  $\xi$  в случае радиального пространственного движения.

Как видно из табл. 11, различие между средним и контурным давлением в случае радиального пространственного движения составляет менее 8% даже при самых неблагоприятных условиях.

Поскольку фильтрация газа к несовершенной скважине может рассматриваться как промежуточный случай между плоским радиальным движением и пространственным радиальным движением газа, величины  $\xi$  при фильтрации к несовершенной скважине заключены в пределах между соответствующими значениями  $\xi$ , приведенными в табл. 10 и 11.

Если в условиях плоского радиального движения можно принять, что среднее давление практически равно контурному, то

это тем более справедливо для фильтрации газа к несовершенным скважинам.

**§ 3. Значение первой фазы неустановившейся радиальной фильтрации газа к скважине**

Пусть газовая залежь вскрыта одной или несколькими скважинами. Начиная с момента вскрытия, по мере отбора газа, падение давления распространяется от скважины к границам залежи (в случае одной скважины) или контуру удельной площади дренажа (в случае нескольких скважин). Назовем этот процесс увеличения радиуса действия скважины или, иными словами, распространения фронта депрессии первой фазой неустановившегося движения газа в пласте.

С момента вскрытия пласта до достижения фронтом депрессии контура пройдет некоторое время. Общее количество  $Q$  газа, извлеченное из залежи в течение этого времени, будет равно:

$$Q = \Omega (p_k - \check{p}) = \Omega p_k (1 - \xi_{ну}),$$

отсюда

$$\frac{Q}{\Omega p_k} = 1 - \xi_{ну}. \quad (36, VI)$$

Но  $\Omega p_k$  есть первоначальный запас газа в пласте. Таким образом, левая часть полученного уравнения представляет относительную величину извлеченного газа (по отношению к начальному запасу его).

Поскольку  $\xi_{ну}$  весьма близко к единице, при решении многих практических задач периодом времени, в течение которого происходит распространение фронта депрессии от скважины до контура, и величиной  $Q$  можно пренебречь и принимать, что в момент вскрытия пласта радиус действия скважины достигает контура. Допускаемые при этом неточно-

Таблица II

Значения  $\xi = \frac{\check{p}}{p_k}$  (отношение среднего давления к контурному) в случае установившейся трехразмерной радиальной фильтрации

$\epsilon$	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
10	0,92163	0,92246	0,92353	0,92910	0,93485	0,94214	0,95091	0,96118	0,97279	0,98574
100	0,99247	0,99255	0,99277	0,99315	0,99368	0,99435	0,99518	0,99617	0,99728	0,99856
1 000	0,99926	0,99927	0,99929	0,99933	0,99936	0,99941	0,99952	0,99961	0,99974	0,99984
5 000	0,99982	0,99982	0,99991	0,99991	0,99991	0,99991	0,99991	0,99991	0,99994	0,99994
10 000	0,999936	0,999936	0,999936	0,999939	0,999942	0,999945	0,999951	0,999963	0,999972	0,999987

сти малы. В случае необходимости они могут быть оценены по формуле (36, VI). Это наше заключение совпадает с точкой зрения М. Muskat [20].

Учет первой фазы неустановившейся фильтрации необходим при решении задач, связанных с интерпретацией данных испытания газовых скважин. Исследование этих вопросов представляет большой интерес с точки зрения определения параметров пласта (в частности, его пористости и проницаемости) по результатам испытания скважин.

#### § 4. О воронках депрессии при радиальной фильтрации газа

На основе данных о значениях  $\xi$  рассмотрим вопрос о роли так называемых „воронок депрессии“. Как известно, воронка депрессии может быть получена вращением депрессионной кривой давления  $p = p(r)$  вокруг оси скважины.

При отсутствии воронки депрессии, что бывает, когда газ из залежи не извлекается, давление во всех точках газовой залежи одинаково (действием силы тяжести вследствие малой плотности газа обычно можно пренебречь) и равно давлению  $p_k$  на контуре. Запас газа в пласте при этом равен  $\Omega p_k$ .

В процессе эксплуатации давление в газовой залежи является функцией координат и времени [ $p = p(r, t)$ ]. Запас газа в этих условиях равен  $\Omega \tilde{p}_{ну}$ .

Ошибка в определении запасов газа, которая была бы допущена, если не учитывать наличия воронки депрессии, составит:

$$\frac{\Omega p_k - \Omega \tilde{p}_{ну}}{\Omega \tilde{p}_{ну}} = \frac{1 - \xi_{ну}}{\xi_{ну}}. \quad (37, VI)$$

Из формулы (25, VI) и табл. 10 видно, что величина (37, VI) близка к нулю. Следовательно, при практических расчетах, связанных с установлением запасов газа, наличием воронок депрессии можно пренебрегать.

**Пример 5.** Определить величину ошибки, допускаемой при определении запаса газа, если пренебречь наличием воронки депрессии при  $\varepsilon = 0,9$  и  $R_k = 3000$ .

Согласно табл. 10 при  $R_k = 3000$  и  $\varepsilon = 0,9$   $\xi = 0,994$ .

По формуле (25, VI)

$$\xi_{ну} = 0,5 (1 + 0,994) = 0,997.$$

По формуле (37, VI) искомая ошибка составит:

$$\frac{1 - \xi_{ну}}{\xi_{ну}} = \frac{0,003}{0,997} \cong 0,00301, \text{ или } 0,3\%.$$

При  $\varepsilon = 0$  для тех же условий имеем:

$$\xi_{ну} = 0,5 (1 + 0,974) \cong 0,987,$$

$$\frac{1 - \xi_{ну}}{\xi_{ну}} = \frac{0,013}{0,987} = 0,0132, \text{ или } 1,3\%.$$

Ясно, что по сравнению с неточностями, допускаемыми при определении объема порового пространства, и значениями проницаемости пласта указанными ошибками, связанными с игнорированием воронок депрессии, можно пренебречь.

## Глава VII

### ЗАДАЧА О РАЗРАБОТКЕ ГАЗОВОЙ ЗАЛЕЖИ ПРИ СОХРАНЕНИИ ПОСТОЯННОЙ СКОРОСТИ ДВИЖЕНИЯ ГАЗА В ПРИЗАБОЙНОЙ ЗОНЕ ПЛАСТА

Задача, рассматриваемая в настоящей главе, сводится к интегрированию дифференциального уравнения (12, III) истощения газовой залежи при граничном условии (6, IV).

#### § 1. Решение задачи методом сведения неустановившейся фильтрации к последовательной смене стационарных состояний

Из уравнения (12, III) приведенный к атмосферному давлению дебит газа

$$q = - \Omega \frac{d\tilde{p}}{dt} . \quad (1, VII)$$

С другой стороны, в соответствии с граничным условием (6, IV) дебит скважины

$$q = c p_c . \quad (2, VII)$$

Считая, что в каждый момент времени распределение давления в газовой залежи такое же, как при установившемся движении газа, имеем еще одно уравнение для  $q$ :

$$q = \frac{\pi k h p_{at}}{\mu} \cdot \frac{p_k^2 - p_c^2}{\ln \frac{r_k}{r_c}} . \quad (3, VII)$$

В формулах (1, VII), (2, VII) и (3, VII) под давлениями  $\tilde{p}$ ,  $p_k$  и  $p_c$  принято отношение соответствующих давлений к атмосферному давлению. Таким образом,  $p$ ,  $p_k$  и  $p_c$  являются величинами безразмерными.

Обозначим, как и в главе IV:

$$A = \frac{\pi k h p_{at}}{\mu \ln \frac{r_k}{r_c}} ; \quad (10, IV)$$

тогда

$$q = c p_c = A (p_k^2 - p_c^2) . \quad (3', VII)$$

Решая квадратное уравнение (3, VII) относительно  $p_c$ , имеем:

$$p_c = \frac{c}{2A} \left[ -1 + \sqrt{1 + \left(\frac{2A}{c}\right)^2 p_k^2} \right]. \quad (4, VII)$$

Подставляя это значение  $p_c$  в условие (2, VII), получаем формулу дебита скважины, выраженного через давление  $p_k$  на контуре удельной площади дренажа:

$$q = \frac{c^2}{2A} \left[ -1 + \sqrt{1 + \left(\frac{2A}{c}\right)^2 p_k^2} \right]. \quad (5, VII)$$

Полагая в согласии с § 2 главы VI среднее давление  $\tilde{p}$  равным давлению  $p_k$  на контуре, формулу (1, VII) можно переписать в виде:

$$q = -\Omega \frac{dp_k}{dt}. \quad (6, VII)$$

Замена формулы (1, VII) формулой (6, VII) означает замену производной  $\frac{d\tilde{p}}{dt}$  на производную  $\frac{dp_k}{dt}$ . Оценим величину допускаемой при этом ошибки. Так как  $\tilde{p} = \xi p_k$ , то

$$\frac{d\tilde{p}}{dt} = \xi \frac{dp_k}{dt} + p_k \frac{d\xi}{dt}.$$

Разделим обе части полученного уравнения на  $\frac{dp_k}{dt}$ :

$$\frac{\frac{d\tilde{p}}{dt}}{\frac{dp_k}{dt}} = \frac{d\tilde{p}}{dp_k} = \xi + p_k \frac{d\xi}{dp_k}.$$

Следовательно, погрешность  $\Delta$ , допускаемая при замене производной от среднего давления на производную от контурного давления, определяется выражением

$$\Delta = 1 - \xi - p_k \frac{d\xi}{dp_k}. \quad (7, VII)$$

Для определения величины  $\frac{d\xi}{dp_k}$ , вводим промежуточную переменную  $\varepsilon$ , причем  $\varepsilon = \frac{p_c}{p_k}$ :

$$\frac{d\xi}{dp_k} = \frac{d\xi}{d\varepsilon} \frac{d\varepsilon}{dp_k} = \frac{1}{p_k} \frac{d\xi}{d\varepsilon} \left( \frac{dp_c}{dp_k} - \varepsilon \right).$$

Подставляя это значение  $\frac{d\xi}{dp_k}$  в (7, VII), получим общее выражение для величины погрешности  $\Delta$ :

$$\Delta = 1 - \xi - \frac{d\xi}{d\varepsilon} \left( \frac{dp_c}{dp_k} - \varepsilon \right). \quad (8, VII)$$

Из уравнения (3', VII) имеем:

$$\frac{dp_c}{dp_k} = ap_k - ap_c \quad \frac{dp_c}{dp_k} = \frac{1}{\frac{1}{ap_k} + \varepsilon},$$

где

$$a = \frac{2A}{c}. \quad (9, VII)$$

Подставляя значение  $\frac{dp_c}{dp_k}$  в формулу (8, VII), находим выражение величины погрешности  $\Delta$  при условии отбора газа  $q = cp_c$ :

$$\Delta = 1 - \xi - \frac{d\xi}{d\varepsilon} \left( \frac{1}{\frac{1}{ap_k} + \varepsilon} - \varepsilon \right). \quad (10, VII)$$

Значения  $\frac{d\xi}{d\varepsilon}$  легко оценить, пользуясь приведенными на фиг. 19 (см. главу VI) кривыми  $\xi = \xi(\varepsilon)$  или табл. 10.

Зная величину  $\frac{d\xi}{d\varepsilon}$ , нетрудно определить значение  $\Delta$  в каждом конкретном случае.

Так, если принять  $R_k = 7500$ ,  $a = 1,87$ ,  $p_k = 100$  и  $\varepsilon = 0,99$  (см. ниже, пример 6), то  $\xi = 0,998$  (см. фиг. 19).

Поскольку, как это видно из кривых  $\xi = \xi(\varepsilon)$ , при значениях  $\varepsilon$ , близких к единице, можно считать, что между  $\xi$  и  $\varepsilon$  имеется линейная зависимость, величину  $\frac{d\xi}{d\varepsilon}$  с достаточной точностью можно определить как тангенс угла наклона соответствующих практически прямолинейных участков кривых  $\xi = \xi(\varepsilon)$  к оси  $\varepsilon$ .

При  $\varepsilon = 0,99$  и  $R_k = 7500$   $\frac{d\xi}{d\varepsilon} \cong \frac{\Delta\xi}{\Delta\varepsilon} \cong 0,06$ .

Подставляя в формулу (10, VII) численные значения  $a$ ,  $p_k$ ,  $\xi$  и  $\frac{d\xi}{d\varepsilon}$ , получим:

$$\begin{aligned} \Delta &= 1 - 0,998 - 0,06 \left( \frac{1}{\frac{1}{1,87 \cdot 100} + 0,99} - 0,99 \right) \cong \\ &\cong 0,00128 \cong 0,13\%. \end{aligned}$$

При  $p_k = 1,43$  и  $\varepsilon = 0,69$ ;  $\xi = 0,984$ ,  $\frac{d\xi}{d\varepsilon} \cong 0,05$

$$\Delta = 1 - 0,984 - 0,05 \left( \frac{1}{\frac{1}{1,87 \cdot 100} + 0,69} - 0,69 \right) \cong 0,031 = 3,1\%.$$

Таким образом, ошибка, допускаемая при замене  $\frac{d\tilde{p}}{dt}$  на  $\frac{dp_k}{dt}$ , незначительна, особенно если учесть, что точность коэффициентов, включающих в себя значения пористости и проницаемости, мала.

Приравнивая формулы (5, VII) и (6, VII), получаем

$$-\Omega \frac{dp_k}{dt} = -\frac{c^2}{2A} \left[ -1 + \sqrt{1 + \left(\frac{2A}{c}\right)^2 p_k^2} \right].$$

Введем обозначение

$$y = \frac{2A}{c} p_k = \frac{2\pi kh p_{am}}{c\mu \ln \frac{r_k}{r_c}} \cdot p_k;$$

тогда

$$\frac{-\Omega c}{2A} \frac{dy}{dt} = \frac{c^2}{2A} [-1 + \sqrt{1+y^2}].$$

Разделяя переменные, имеем:

$$\frac{dy}{-1 + \sqrt{1+y^2}} = -\frac{c}{\Omega} dt.$$

Для интегрирования полученного уравнения применяем подстановку

$$x - y = \sqrt{1+y^2};$$

тогда

$$\begin{aligned} \int \frac{dy}{-1 + \sqrt{1+y^2}} &= \int \frac{x^2+1}{x(x-1)^2} dx = \ln x - \frac{2}{x-1} = \\ &= \ln(y + \sqrt{1+y^2}) - \frac{2}{-1+y+\sqrt{1+y^2}} + B. \end{aligned}$$

Таким образом:

$$\ln(y + \sqrt{1+y^2}) - \frac{2}{-1+y+\sqrt{1+y^2}} = -\frac{c}{\Omega} t + B, \quad (11, VII)$$

где  $B$  — произвольная постоянная.

Пусть при  $t=0$ .

$$y = y_H = \frac{2A}{c} p_H.$$

Следовательно:

$$B = \ln(y_H + \sqrt{1+y_H^2}) - \frac{2}{y_H - 1 + \sqrt{1+y_H^2}}.$$

Подставляя это значение  $B$  в уравнение (11, VII) и решая последнее относительно  $t$ , получим:

$$\begin{aligned} t = \frac{\Omega}{c} \left\{ 2 \left[ \frac{1}{-1+y+\sqrt{1+y^2}} - \frac{1}{-1+y_H+\sqrt{1+y_H^2}} \right] + \right. \\ \left. + \ln \frac{y_H + \sqrt{1+y_H^2}}{y + \sqrt{1+y^2}} \right\}. \end{aligned}$$

Заменяя  $y$  и  $y_H$  их значениями и учитывая, что  $\frac{2A}{c} = a$ , получаем:

$$\begin{aligned} t = \frac{\Omega}{c} \left\{ 2 \left[ \frac{1}{-1+ap_k + \sqrt{1+a^2p_k^2}} - \frac{1}{-1+ap_H + \sqrt{1+a^2p_H^2}} \right] + \right. \\ \left. + \ln \frac{ap_H + \sqrt{1+a^2p_H^2}}{ap_k + \sqrt{1+a^2p_k^2}} \right\}. \quad (12, VII) \end{aligned}$$

При  $ap_k > 10$  с вполне достаточной точностью можно принять, что

$$t = \frac{\Omega}{c} \left\{ 2 \left[ \frac{1}{2ap_k - 1} - \frac{1}{2ap_H - 1} \right] + \ln \frac{p_H}{p_k} \right\}. \quad (13, VII)$$

Введем безразмерное время  $\tau$ .

$$\tau = \frac{c}{\Omega} t. \quad (14, VII)$$

Тогда вместо формул (12, VII) и (13, VII) получим соответственно формулы (15, VII) и (16, VII):

$$\tau = \frac{2}{ap_k - 1 + \sqrt{1 + a^2 p_k^2}} - \frac{2}{ap_H - 1 + \sqrt{1 + a^2 p_H^2}} + \ln \frac{ap_H + \sqrt{1 + a^2 p_H^2}}{ap_k + \sqrt{1 + a^2 p_k^2}}, \quad (15, VII)$$

или приближенно

$$\tau = \frac{2}{2ap_k - 1} - \frac{2}{2ap_H - 1} + \ln \frac{p_H}{p_k}. \quad (16, VII)$$

Задаваясь различными значениями  $p_k$ , по формуле (12, VII) или (13, VII) находим соответствующие им значения  $t$ . Располагая этими данными, легко построить кривую  $p_k = p_k(t)$ .

Подставляя значения  $p_k$  в формулу (4, VII), находим отвечающие им значения  $p_c$ , что позволяет построить кривую  $p_c = p_c(t)$ .

Подставляя полученные значения  $p_c$  в формулу (2, VII), определяем дебит  $q$  скважины, его изменение во времени и строим кривую  $q = q(t)$ .

Зная изменение во времени давлений на контуре и на скважине, легко проследить изменение во времени параметра  $\varepsilon = \frac{p_c}{p_k}$  и построить кривую  $\varepsilon = \varepsilon(t)$ .

Теперь, используя график, приведенный на фиг. 10 в главе IV, легко построить кривую изменения процента отбора во времени

$$\theta = \theta(t).$$

Задаваясь некоторым конечным значением  $p_k = p_{кон}$  и подставляя его в формулу (12, VII), можно оценить время  $T$  разработки газовой залежи (время извлечения газа). При  $p_k = p_{кон}$   $t = T$ . Следовательно, время истощения газовой залежи

$$T = \frac{\Omega}{c} \left\{ 2 \left[ \frac{1}{ap_{кон} - 1 + \sqrt{1 + a^2 p_{кон}^2}} - \frac{1}{ap_H - 1 + \sqrt{1 + a^2 p_H^2}} \right] + \ln \frac{ap_H + \sqrt{1 + a^2 p_H^2}}{ap_{кон} + \sqrt{1 + a^2 p_{кон}^2}} \right\}. \quad (17, VII)$$

При  $ap_n > 10$  с достаточной точностью можно принять, что

$$T = \frac{\Omega}{c} \left\{ 2 \left[ \frac{1}{ap_{\text{кон}} - 1 + \sqrt{1 + a^2 p_{\text{кон}}^2}} - \frac{1}{2ap_n - 1} \right] + \ln \frac{p_n}{p_{\text{кон}}} \right\}. \quad (17', \text{VII})$$

Итак, выяснены следующие интересующие нас вопросы:

- а) изменение во времени дебита  $q$  скважины,
- б) динамика давления  $p_c$  на скважине,
- в) динамика давления  $p_k$  на контуре, а следовательно, и пластового давления  $\tilde{p}$ ,
- г) изменение во времени депрессии и процента отбора,
- д) время разработки газовой залежи.

Если число скважин, эксплуатирующих газовую залежь, равно  $n$ , то очевидно, что дебит газа равен  $nq$ .

Следует отметить, что из формулы (4, VII) легко получить зависимость  $\varepsilon$  от  $p_k$ . Разделив обе части уравнения (4, VII) на  $p_k$ , получим:

$$\varepsilon = \frac{1}{ap_k} [-1 + \sqrt{1 + a^2 p_k^2}]. \quad (18, \text{VII})$$

При  $ap_k > 10$

$$\varepsilon \cong 1 - \frac{1}{ap_k}. \quad (19, \text{VII})$$

Исходя из уравнения (4, VII), нетрудно получить формулу, позволяющую определить зависимость депрессии  $\Delta p = p_k - p_c$  от давления  $p_k$  на контуре, а, следовательно, и времени  $t$ .

Из формул (4, VII) и (9, VII) имеем:

$$\Delta p = p_k - p_c = p_k - \frac{1}{a} [-1 + \sqrt{1 + a^2 p_k^2}]. \quad (20, \text{VII})$$

При  $ap_k > 10$  с вполне достаточной точностью

$$\Delta p = \frac{1}{a} = \text{const.}$$

Следовательно, до тех пор, пока величина  $ap_k > 10$ , условие отбора  $q = cp_c$  практически означает извлечение газа при постоянной депрессии. Значительное изменение депрессии в обычных условиях может иметь место лишь при малых значениях  $p_k$ , что свойственно конечной стадии разработки газовой залежи, когда пластовое давление мало и запасы газа истощены.

Дифференцируя (20, VII) по  $p_k$ , имеем:

$$\frac{d}{dp_k} (p_k - p_c) = 1 - \frac{p_k}{\sqrt{\frac{1}{a^2} + p_k^2}} > 0.$$

Поскольку производная от депрессии по  $p_k$  положительна, с уменьшением  $p_k$ , а следовательно, с увеличением времени  $t$  в условиях

отбора  $q = cr_c$  депрессия уменьшается. Но, как видно из примера 5, уменьшение депрессии во времени происходит чрезвычайно медленно. Практическое значение этого явления мы рассмотрим ниже.

**Пример 6.** Определить изменение во времени дебита  $q$  газовой скважины, давлений  $p_c$  и  $p_k$  и процента отбора  $\theta$  для следующих данных:

радиус скважины  $r_c = 0,1$  м,

расстояние до кругового контура пласта (удельной площади дренажа)  $r_k = 750$  м,

мощность пласта  $h = 10$  м,

проницаемость пласта  $k = 1$  дарси,

пористость пласта  $m = 0,20$ ,

вязкость газа в пластовых условиях  $\mu = 0,012$  сантипуаз (1,223 кг сек/м<sup>2</sup>),

начальное пластовое давление  $p_n = 100$  ата,

коэффициент  $c$ , определенный практически,  $c = 0,0314$  м<sup>3</sup>/сек = 2710 м<sup>3</sup>/сутки.

Объем порового пространства

$$\Omega = \pi r_k^2 h m = 3,14 \cdot 750^2 \cdot 10 \cdot 0,20 = 3,53 \cdot 10^6 \text{ м}^3.$$

Начальный запас газа таков:

$$\Omega p_n = 3,53 \cdot 10^6 \cdot 100 = 353 \cdot 10^6 \text{ м}^3.$$

Величина коэффициента  $a$  равна:

$$a = \frac{2A}{c} = 1,869.$$

Произведя соответствующие вычисления в указанном выше порядке, получим результаты, приведенные в табл. 12.

Момент времени, когда радиус действия скважины достигает величины  $r_k$ , соответствует  $t = 0$ . Первой фазой неустановившегося движения на основании § 3 главы VI мы пренебрегаем.

На фиг. 21, 22, 23 и 24 приведены соответственно кривые  $p_k = p_k(t)$ ,  $\varepsilon = \varepsilon(t)$ ,  $q = q(t)$  и  $\theta = \theta(t)$ .

Поскольку  $p_c$  весьма мало отличается от  $p_k$ , кривая  $p_c = p_c(t)$  будет такая же, как на фиг. 21.

Анализ табл. 12 и фиг. 21 — 24 позволяет подметить следующие особенности, характеризующие разработку газовых месторождений в условиях сохранения постоянной скорости фильтрации у забоя скважин.

1. Давления на контуре  $p_k$  и скважине  $p_c$  с течением времени уменьшаются. Давление на контуре и на скважине практически уменьшается синхронно, т. е. если давление на контуре снизилось на некоторую величину, то почти на такую же величину снижается давление на скважине (сказанное справедливо до момента времени, когда  $p_k \geq 10$  ата).

Отсюда следует, что такое же явление имеется и во всех промежуточных точках пласта, иными словами, практически можно считать, что с течением времени давление во всех точках пласта сни-

Таблица 1

Изменение во времени  $t$  давления на контуре  $p_k$ , давления на скважине  $p_c$ , депрессии  $\varepsilon$ , дебита скважины  $q$  и процента отбора  $\theta$  при условии отбора  $q = c p_c$

Давление на контуре $p_k$ , <i>ата</i>	Давление на скважине $p_c$ , <i>ата</i>	$\varepsilon = \frac{p_c}{p_k}$	Дебит скважины $q \cdot 10^{-5}$ , <i>м<sup>3</sup>/сутки</i>	Процент отбора $\theta$ , %	Время с начала эксплуатации $t$ , сутки
00	99,45	0,9945	2,695	2,25	0
95	94,45	0,9942	2,563	—	67,54
90	89,45	0,9938	2,427	—	137,6
85	84,45	0,9935	2,291	—	212,3
80	79,45	0,9931	2,155	3,00	292,1
75	74,46	0,9928	2,020	—	376,6
70	69,46	0,9923	1,884	—	466,9
65	64,46	0,9917	1,749	—	554,3
60	59,46	0,9908	1,616	4,02	672,4
55	54,46	0,9902	1,477	—	784,0
50	51,46	0,9892	1,339	—	909,6
45	44,46	0,9880	1,209	—	1048
40	39,46	0,9865	1,071	6,00	1204
35	34,47	0,9848	0,933	—	1380
30	29,47	0,9823	0,799	—	1581
25	24,47	0,9788	0,663	—	1826
20	19,47	0,9735	0,5279	11,25	2123
15	14,47	0,9647	0,3923	—	2510
10	9,47	0,9470	0,2566	—	3063
9	8,48	0,9122	0,2298	—	3206
8	7,48	0,9350	0,2030	21,50	3358
7	6,48	0,9260	0,1754	—	3556
6	5,48	0,9130	0,1486	—	3774
5	4,49	0,8980	0,1218	30,50	4037
4	3,50	0,8750	0,09417	—	4363
3	2,51	0,8370	0,06808	42,50	4738
2	1,53	0,7650	0,0414	—	5456
1,5	1,06	0,707	0,02877	59,50	5966
1,427	0,987	0,6916	0,02669	61,00	6067

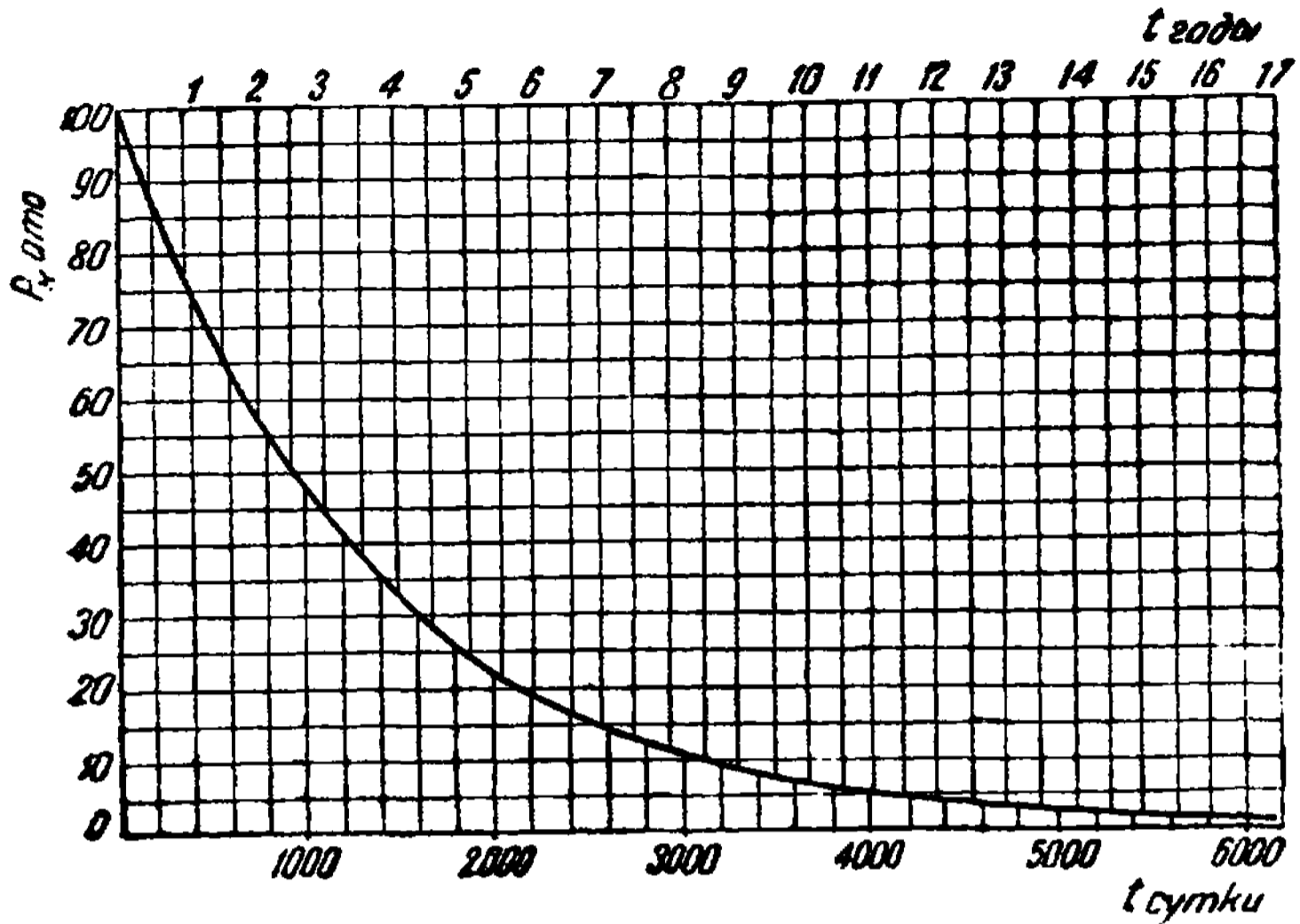
жается синхронно. Это означает, что кривые  $p = p(r)$  в разные моменты времени идут почти параллельно друг другу.

Таким образом, для подавляющей части времени разработки месторождения можно принять, что граничное условие  $q = c p_c$  означает эксплуатацию газовой залежи при постоянной депрессии

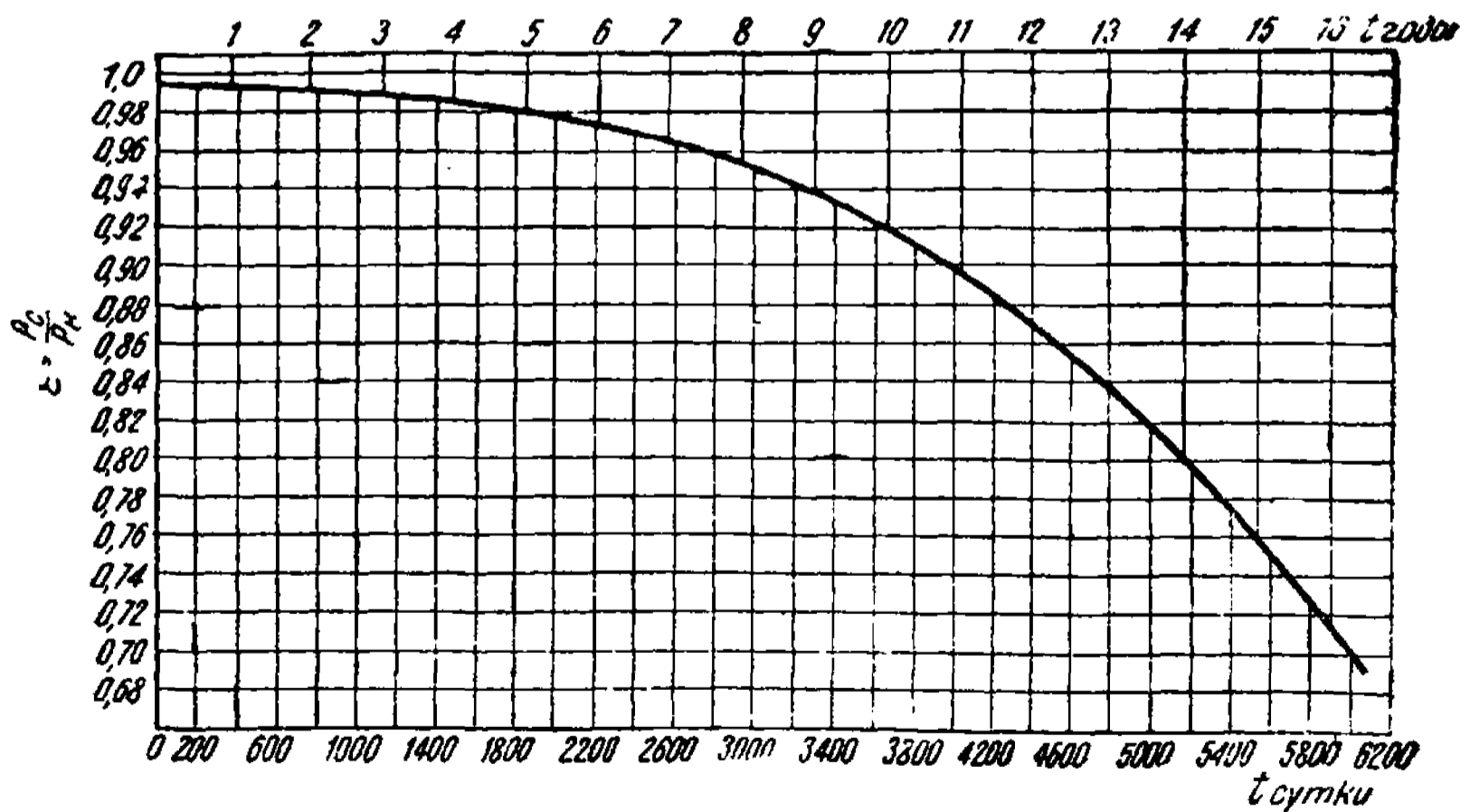
$$\Delta p = (p_k - p_c) = \text{const.}$$

Эта особенность изменения давления при неустановившемся движении газа позволяет, зная давление на скважине в некоторый момент времени  $t$ , определить давление  $p_k$  на контуре, имеющееся в этот момент времени:

$$p_k \cong p_c + (p_{k0} - p_{c0}),$$



Фиг. 21. Изменение во времени  $t$  давления  $p_k$  на контуре удельной площади дренажа при условии отбора газа  $q = c p_c$ .

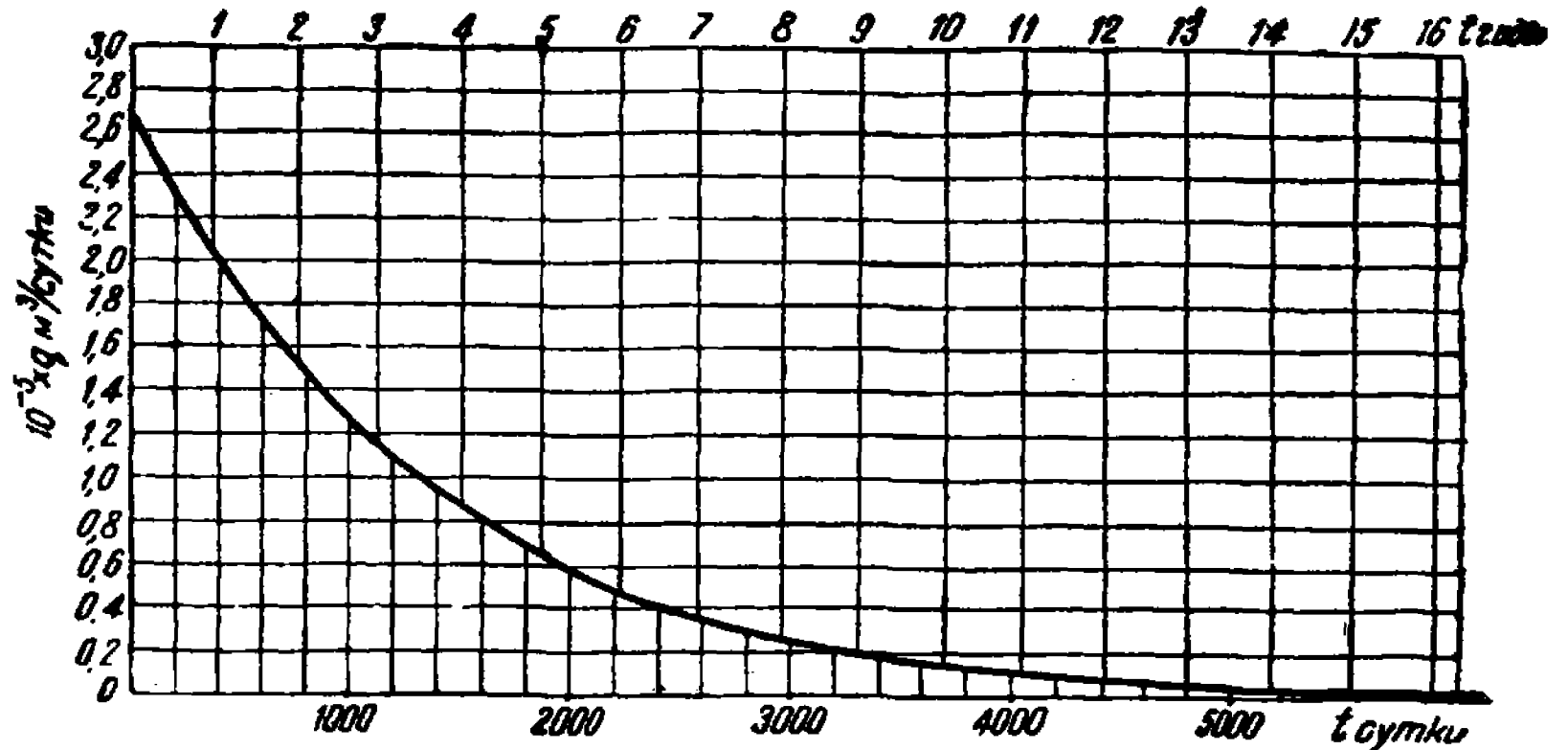


Фиг. 22. Изменение во времени  $t$  величины  $\varepsilon = \frac{p_c}{p_k}$  при условии отбора газа  $q = c p_c$ .

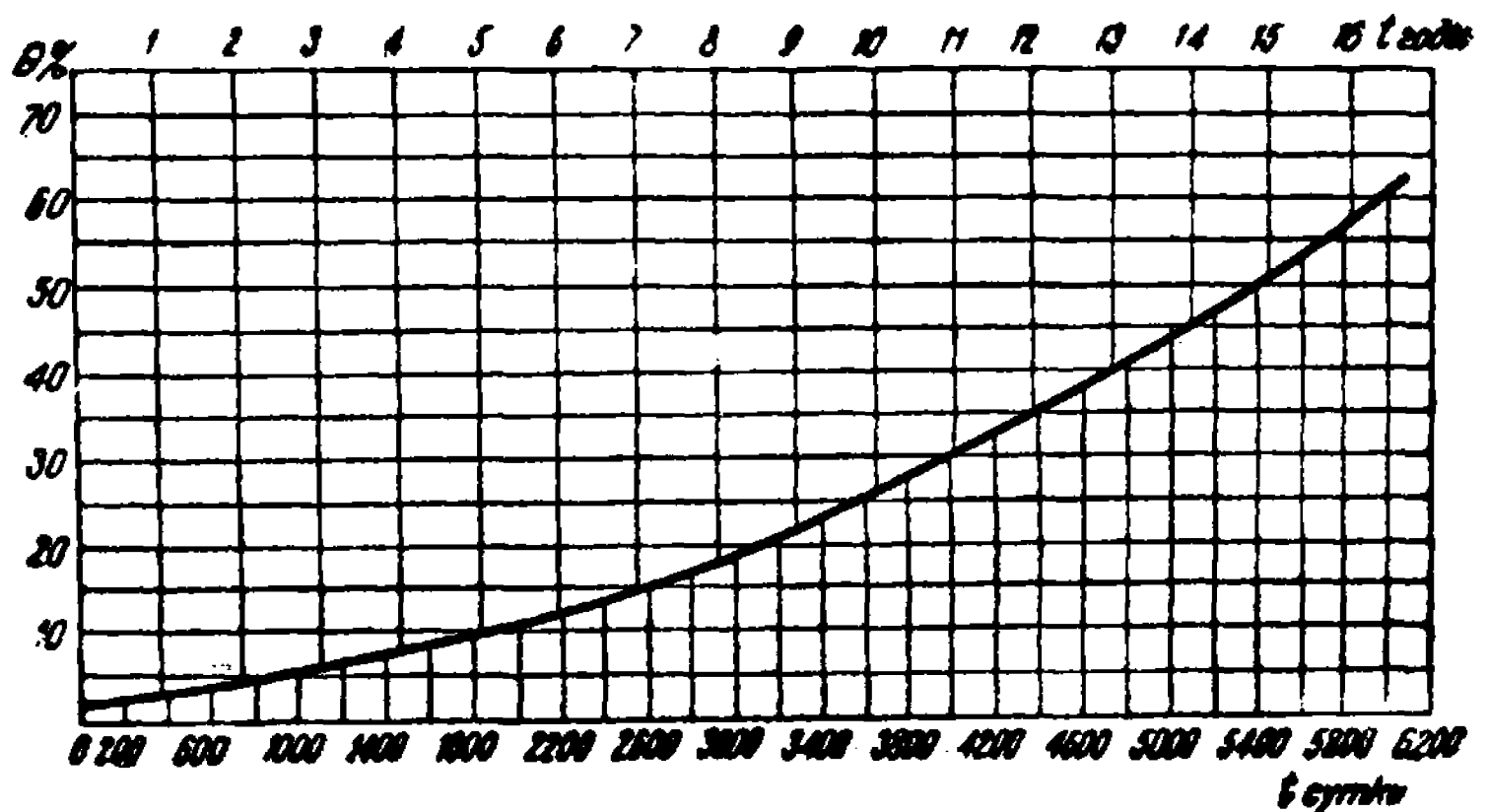
где  $p_{k0}$  и  $p_{c0}$  — давления на контуре и скважине в момент времени  $t = t_0$ . В частности, при  $t = 0$ ,  $p_k = p_n$ ,  $p_c = p_{cn}$ . Тем самым становится известным и среднее давление  $\bar{p}$  в газовой залежи [см. формулу (26, VI)].

Необходимо отметить, что указанная синхронность снижения давления была замечена Д. С. Вилькером (см. [6]) при обработке опытов по неустановившемуся одномерному движению газа.

2. Дебит  $q$  скважины с течением времени непрерывно уменьшается.



Фиг. 23. Изменение во времени  $t$ , приведенного к атмосферному давлению дебита  $q$  газовой скважины при условии отбора газа  $q = c p_c$ .



Фиг. 24. Изменение во времени  $t$  процента отбора  $\theta$  при условии отбора газа  $q = c p_c$ .

3. Процент отбора  $\theta$  с течением времени непрерывно повышается. Так, для условий примера 6 в начальный момент времени  $\theta = 2,25\%$  через 6067 суток  $\theta = 61\%$ .

4. Отношение  $\varepsilon = \frac{p_c}{p_k}$  с течением времени непрерывно уменьшается. Для условий примера 6 уменьшение  $\varepsilon$  во времени происходит

весьма медленно. Так, при  $t = 4037$  суток (т. е. свыше 10 лет) величина  $\varepsilon$  все еще достигает 0,898.

Как видно из формул (18, VII) и (19, VII), темп падения  $\varepsilon$  зависит от значения  $a$ . Подставляя в (9, VII) значение  $A$  из формулы (10, IV), имеем:

$$a = \frac{2\pi k h p_{am}}{c_{\mu} \ln \frac{r_k}{r_c}}. \quad (21, VII)$$

Поскольку  $\frac{r_k}{r_c}$  входит под логарифм, при изменении удельной площади дренажа величина  $a$  изменяется незначительно; это дает основание считать, что темп падения величины  $\varepsilon$  практически мало зависит от расстояния между скважинами.

## § 2. Точное решение задачи при условии отбора газа $q = c_1 \tilde{p}$

Если в процессе эксплуатации величина  $\varepsilon$  на протяжении большей части жизни месторождения (в течение которой извлекается, например, 90 — 95% всех запасов газа) остается близкой к единице, то с достаточной для практики точностью условие  $q = c p_c$  может быть заменено условием

$$q = c_1 \tilde{p}, \quad (22, VII)$$

где  $c_1 = c \tilde{\varepsilon} = \text{const.}$

Причем  $\tilde{\varepsilon}$  — среднее значение  $\varepsilon$  во времени:

$$\tilde{\varepsilon} = \frac{1}{t_{\text{кон}}} \int_0^{t_{\text{кон}}} \varepsilon(t) dt. \quad (23, VII)$$

Так, для условий примера 6, при  $t_{\text{кон}} = 4037$  суток,  $\varepsilon = 0,898$ ,  $p_k = 5 \text{ ата}$ , т. е. 95% запасов газа уже извлечены. Беря для простоты вместо формулы (23, VII) среднее арифметическое значение  $\varepsilon$ , имеем (см. табл. 12):

$$\tilde{\varepsilon} = \frac{0,9946 + 0,8980}{2} = 0,9463 \cong 0,95,$$

что дает

$$c_1 = 0,95 c.$$

**Выводы основных формул.** Подставляя формулу (22, VII) в дифференциальное уравнение (12, III) истощения газовой залежи, имеем:

$$c_1 \tilde{p} dt = - \Omega d\tilde{p}.$$

Интегрируя, получаем:

$$t = - \frac{\Omega}{c_1} \ln \tilde{p} + D,$$

где  $D$  — произвольная постоянная.

При  $t = 0$   $\tilde{p} = p_n$ ,  $D = \frac{\Omega}{c_1} \ln p_n$ , следовательно:

$$t = \frac{\Omega}{c_1} \ln \frac{p_n}{\tilde{p}}. \quad (24, VII)$$

Обозначая время разработки газовой залежи через  $T$  и принимая, что при  $t = T$   $\tilde{p} = p_{\text{кон}}$  (некоторое конечное значение  $\tilde{p}$ , вообще говоря, близкое к 1 *ата*), имеем:

$$T = \frac{\Omega}{c_1} \ln \frac{p_H}{\tilde{p}_{\text{кон}}} \quad (25, \text{VII})$$

При  $\tilde{p}_{\text{кон}} \cong 1$  *ата* время разработки газовой залежи

$$T = \frac{\Omega}{c_1} \ln p_H. \quad (26, \text{VII})$$

Как видно из уравнения (25, VII),  $p_{\text{кон}}$  входит под знак логарифма, поэтому ошибка в оценке  $p_{\text{кон}}$  не окажет существенного влияния на точность определения времени разработки газовой залежи (при сохранении условия отбора  $q = c_1 \tilde{p}$ ).

Из уравнения (24, VII) находим закон изменения давления во времени:

$$\tilde{p} = p_H e^{-\frac{c_1}{\Omega} t}. \quad (27, \text{VII})$$

Теперь легко получить и формулу для дебита скважины. Подставляя формулу (27, VII) в (22, VII), получаем:

$$q = c_1 p_H e^{-\frac{c_1}{\Omega} t}. \quad (28, \text{VII})$$

Таблица 13

Сопоставление значений давлений, вычисленных по формулам  
§ 1 ( $p_k$ ) и § 2 ( $\tilde{p}$ )

$\tilde{p}$ , <i>ата</i>	$p_k$ , <i>ата</i>	$\frac{p_k - \tilde{p}}{p_k} \cdot 100$	$t$ , сутки	$\tilde{p}$ , <i>ата</i>	$p_k$ , <i>ата</i>	$\frac{p_k - \tilde{p}}{p_k} \cdot 100$	$t$ , сутки
100	100	0	0	26,37	25	-5,464	1826
95,32	95,0	-0,3358	67,54	21,25	20	-6,265	2123
90,52	90,0	-0,5756	137,6	16,02	15	-6,780	2510
85,65	85,0	-0,7682	212,3	10,71	10	-7,070	3063
80,81	80,0	-1,000	292,13	9,643	9	-7,141	3206
75,98	75,0	-1,301	376,6	8,642	8	-8,019	3357
71,12	70,0	-1,604	466,9	7,473	7	-6,760	3556
66,25	65,0	-1,925	564,4	6,369	6	-6,156	3774
61,23	60,0	-2,048	672,4	5,256	5	-5,124	4037
56,44	55,0	-2,616	784,0	4,144	4	-3,605	4363
51,49	50,0	-2,980	909,6	3,153	3	-5,080	4738
46,55	45,0	-3,440	1048	1,867	2	6,500	5456
41,56	40,0	-3,882	1204	1,287	1,5	14,20	5966
36,55	35,0	-4,426	1380	1,196	1,427	16,201	6067
31,56	30,0	-5,183	1581				

Формулы (28, VII) и (27, VII) имеют тот же вид, что и эмпирические формулы для расхода газа и изменения остаточного давления во времени, полученные Д. С. Вилькером [6].

**Сопоставление с решением, полученным в § 1.** Для сопоставления полученных формул с формулами § 1 рассмотрим пример.

**Пример 7.** Определить изменения во времени дебита газовой скважины и пластового давления  $\tilde{p}$  (а следовательно, и  $p_k$ ) для условий примера 6.

Принимая, как было указано выше,  $c_1 = 0,95 c$ , легко по формулам (27, VII) и (28, VII) найти  $\tilde{p} = p(t)$  и  $q = q(t)$ .

Таблица 14

Сопоставление значений дебита скважин, вычисленных по формулам § 1 ( $q$ ) и § 2 ( $q'$ )

$t$ , сутки	$q' = c_1 \tilde{p}$ , м <sup>3</sup> /сутки	$q = c p_c$ , м <sup>3</sup> /сутки	$\frac{q - q'}{q} \cdot 100$
0	2,577 · 10 <sup>5</sup>	2,695 · 10 <sup>5</sup>	4,379
67,54	2,456 · 10 <sup>5</sup>	2,563 · 10 <sup>5</sup>	4,174
137,6	2,332 · 10 <sup>5</sup>	2,421 · 10 <sup>5</sup>	3,914
212,3	2,207 · 10 <sup>5</sup>	2,291 · 10 <sup>5</sup>	3,666
292,1	2,082 · 10 <sup>5</sup>	2,155 · 10 <sup>5</sup>	3,368
376,6	1,958 · 10 <sup>5</sup>	2,020 · 10 <sup>5</sup>	3,074
466,9	1,833 · 10 <sup>5</sup>	1,884 · 10 <sup>5</sup>	2,717
564,4	1,707 · 10 <sup>5</sup>	1,749 · 10 <sup>5</sup>	2,384
672,4	1,578 · 10 <sup>5</sup>	1,616 · 10 <sup>5</sup>	2,357
784,0	1,454 · 10 <sup>5</sup>	1,477 · 10 <sup>5</sup>	1,557
909,6	1,327 · 10 <sup>5</sup>	1,339 · 10 <sup>5</sup>	0,8961
1048,1	1,200 · 10 <sup>5</sup>	1,209 · 10 <sup>5</sup>	0,7857
1204	1,070 · 10 <sup>5</sup>	1,071 · 10 <sup>5</sup>	0,0937
1380	0,9419 · 10 <sup>5</sup>	0,933 · 10 <sup>5</sup>	0,851
1581	0,8132 · 10 <sup>5</sup>	0,799 · 10 <sup>5</sup>	1,777
1826	0,6794 · 10 <sup>5</sup>	0,663 · 10 <sup>5</sup>	— 2,473
2123	0,5477 · 10 <sup>5</sup>	0,5279 · 10 <sup>5</sup>	— 3,75
2510	0,4128 · 10 <sup>5</sup>	0,3923 · 10 <sup>5</sup>	— 5,215
3063	0,2759 · 10 <sup>5</sup>	0,2566 · 10 <sup>5</sup>	— 7,529
3206	0,2485 · 10 <sup>5</sup>	0,2298 · 10 <sup>5</sup>	— 8,133
3357	0,2227 · 10 <sup>5</sup>	0,2030 · 10 <sup>5</sup>	— 9,682
3556	0,1926 · 10 <sup>5</sup>	0,1754 · 10 <sup>5</sup>	— 9,794
3774	0,16414 · 10 <sup>5</sup>	0,1486 · 10 <sup>5</sup>	— 10,45
4037	0,13545 · 10 <sup>5</sup>	0,1218 · 10 <sup>5</sup>	— 11,21
4363	0,10679 · 10 <sup>5</sup>	0,09417 · 10 <sup>5</sup>	— 13,40
4738	0,08124 · 10 <sup>5</sup>	0,06808 · 10 <sup>5</sup>	— 19,33
5456	0,04811 · 10 <sup>5</sup>	0,0414 · 10 <sup>5</sup>	— 16,24
5966	0,03316 · 10 <sup>5</sup>	0,02877 · 10 <sup>5</sup>	— 15,20
6067	0,03083 · 10 <sup>5</sup>	0,02669 · 10 <sup>5</sup>	— 15,47

В табл. 13 и 14 приведены значения  $\tilde{p}$  и  $q$ , вычисленные для значений времени  $t$ , указанных в табл. 12.

Для сопоставления рядом приведены соответствующие значения  $p_k$  и  $q$ , определенные при помощи метода сведения неустановившегося движе-

ния газа к последовательной смене стационарных состояний (взяты из табл. 12).

Как видно из табл. 13 и 14, совпадение значений  $\tilde{p}$  и  $q$  с соответствующими данными табл. 12 вполне удовлетворительное. Существенные отклонения от данных табл. 12 имеются в моменты времени, когда разработка залежи в основном закончена (извлечено  $\approx 95\%$  от начального запаса газа).

Таким образом, в случаях, оговоренных в начале § 2 настоящей главы, при решении практических задач об изменении дебита газа и давления целесообразно пользоваться формулами (25, VII) — (28, VII).

Зная значения  $\tilde{p}$  и принимая их равными  $p_k$ , по формуле (18, VII) находим соответствующие значения  $\varepsilon$  и  $p_c = \varepsilon p_k$ . По полученным значениям  $\varepsilon$ , пользуясь кривой, приведенной на фиг. 10, находим изменения во времени процента отбора  $\theta$ .

### § 3. Выбор расстояний между скважинами

#### 1. Зависимость суммарного дебита газовых скважин от их числа

Выбор расстояний между скважинами, а следовательно, и определение потребного количества скважин являются одним из главных вопросов в проблеме рациональной разработки газовых и нефтяных месторождений. Часто можно встретить с точкой зрения, что скважины надо размещать так, чтобы интерференция их была возможно меньшей. Поэтому вопросу об интерференции скважин уделялось весьма большое внимание. Достаточно указать на работу В. Н. Щелкачева и Г. Б. Пыхачева: „Интерференция скважин и теория пластовых водонапорных систем“, в которой подробно рассматриваются различные случаи интерференции нефтяных скважин. Авторы вводят понятия интерференции и суммарной интерференции скважин. Под величиной интерференции  $I$  скважин понимается отношение дебита скважины при ее одиночной работе к дебиту той же скважины при ее совместной работе с другими скважинами. Под суммарной интерференцией  $U$  понимается отношение суммарного дебита скважин при их совместной работе к дебиту одной из этих скважин при ее одиночной работе.

Книга В. Н. Щелкачева и Г. Б. Пыхачева [37] имела большое значение для дальнейшего развития подземной гидравлики и моделирования нефтяных пластов. Однако вычисление для различных случаев значений интерференции  $I$  и суммарной интерференции  $U$  не является ключом к решению проблемы рационального размещения нефтяных и газовых скважин.

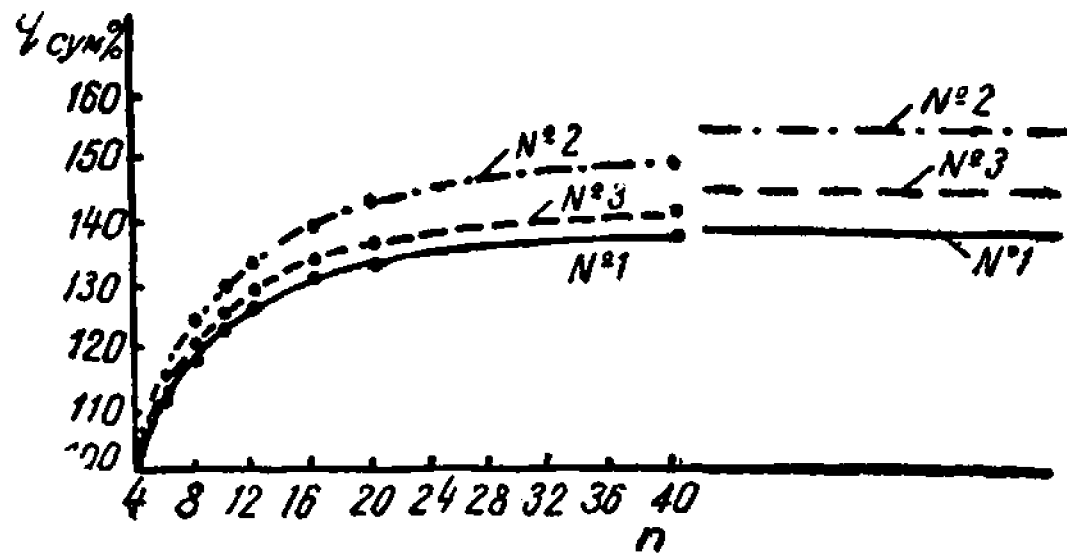
В более поздней работе, посвященной размещению скважин в пластах с водонапорным режимом, В. Н. Щелкачев [40] в главе о расстановке скважин в условиях купольной залежи рассматривает зависимость суммарного дебита  $q_{\text{сум}}$  скважин кольцевой батареи от их числа  $n$  и строит для различных условий графики  $q_{\text{сум}} = q_{\text{сум}}(n)$ .

В основе всех этих выкладок лежат формулы для *стационарного* движения. На фиг. 25 приведен один из таких графиков, взятых нами из работы В. Н. Щелкачева [40].

Как видно из фиг. 25, по мере увеличения числа скважин темп при-

роста их суммарного дебита уменьшается и, начиная с некоторого числа скважин, увеличение их количества мало эффективно.

При решении задач, связанных с *неустановившимся* движением газа к скважинам, зависимость суммарного дебита газовых скважин от их числа не является постоянной, а меняется с течением времени.



Фиг. 25. Зависимость суммарного дебита расположенных в виде кольцевой батареи скважин от их числа при установившейся фильтрации несжимаемой жидкости.  $q_{\text{сум}}$  — суммарный дебит  $n$  скважин в %, причем за 100% принят суммарный дебит 4 скважин. Горизонтальные асимптоты дают значения отношения дебита кольцевой дренажной галлерей к суммарному дебиту четырех скважин в процентах.

Кривая 1 — радиус скважины  $r_c = 0,1$  м, радиус батареи  $r_b = 200$  м, радиус контура питания  $r_k = 10$  км; кривая 2 — радиус батареи  $r_b = 400$  м, остальные данные те же, что и для кривой 1; кривая 3 — радиус скважины  $r_c = 0,1$  м, радиус батареи  $r_b = 400$  м, радиус контура питания  $r_k = 20$  км.

Обозначим  $q_{\text{сум}} = nq$  — суммарный дебит  $n$  скважин, дебит каждой из которых в условиях равномерного размещения их на площади равен  $q$ . Согласно § 2 настоящей главы дебит скважины при условии отбора  $q = c_1 \tilde{p}$  может быть определен по формуле (28, VII):

$$q = c_1 p_n e^{-\frac{c_1}{\Omega} t},$$

где  $\Omega$  — объем порового пространства пласта, приходящийся на 1 скважину. Если  $\Omega_3$  — объем порового пространства всей газовой залежи и  $n$  — число скважин, то

$$\Omega = \frac{\Omega_3}{n};$$

Следовательно, формулу дебита газовой скважины при наличии  $n$  газовых скважин можно написать в виде:

$$q = c_1 p_n e^{-\frac{nc_1}{\Omega_3} t}.$$

Суммарный дебит

$$q_{\text{сум}} = c_1 p_n e^{-\frac{nc_1}{\Omega_3} t}. \quad (29, \text{VII})$$

Из этой формулы видно, что при условии отбора  $q = c p_c$  в начальный момент времени (при  $t = 0$ ) суммарный дебит  $n$  скважин прямо пропорционален их числу, т. е. зависимость между  $q_{\text{сум}}$  и  $n$  — линейная. С течением времени значение  $t$  возрастает и между  $q_{\text{сум}}$  и  $n$  уже нет линейной зависимости.

Темп прироста суммарного дебита  $q_{\text{сум}}$  с увеличением числа скважин можно определить, продифференцировав уравнение (29, VII) по  $n$ :

$$\frac{dq_{\text{сум}}}{dn} = c_1 p_n e^{-\frac{nc_1}{\Omega_3} t} \left(1 - \frac{nc_1}{\Omega_3} t\right). \quad (30, \text{VII})$$

Из формулы (30, VII) видно, что с течением времени темп прироста суммарного дебита уменьшается, причем интересно отметить, что при  $\frac{nc_1}{\Omega_3} t > 1$  величина  $\frac{dq_{\text{сум}}}{dn}$  становится отрицательной, т. е. увеличение числа скважин приводит к уменьшению суммарного дебита их. Для пояснения сказанного рассмотрим пример.

**Пример 8.** Построить кривую зависимости суммарного дебита  $q_{\text{сум}}$  газовых скважин от их числа  $n$  для газовой залежи с объемом порового пространства  $\Omega_3 = 200 \cdot 10^6 \text{ м}^3$  и начальным давлением  $p_n = 100 \text{ атм}$ . Условие отбора газа на скважинах определяется уравнением  $q = c_1 p$ , т. е. количество отбираемого газа пропорционально пластовому давлению, что, как было показано выше, практически означает условие отбора газа при постоянной скорости фильтрации его у забоя скважин. Коэффициент  $c_1 = 0,95 \text{ с}$ , причем, как в предыдущих примерах,  $c = 0,0314 \text{ м}^3/\text{сек} = 2710 \text{ м}^3/\text{сутки}$ .

В табл. 15 приведены значения суммарного дебита  $q_{\text{сум}}$  в млн.  $\text{м}^3/\text{сутки}$  в моменты времени  $t$ , равные 0,5 года, 1 год, 5 лет и 10 лет.

Таблица 15

Суммарный дебит  $q_{\text{сум}}$  газовых скважин в млн.  $\text{м}^3/\text{сутки}$  в различные моменты времени  $t$

$n$ скважин	$t$ лет	0	0,5	1,0	5,0	10,0
0		0	0	0	0	0
25		6,782	6,392	6,029	3,767	2,092
40		10,85	9,872	8,989	4,237	1,255
50		13,56	12,05	10,72	41,90	0,5038
100		27,13	21,45	16,95	25,85	—
160		—	—	—	1,008	—
200		—	—	—	0,4923	—
250		67,82	37,67	20,92	0,1817	—
400		108,5	42,37	16,54	0,00894	—

На фиг. 26 приведены кривые  $q_{\text{сум}} = q_{\text{сум}}(n)$  для моментов времени  $t = 0; 0,5; 1$  и 5 лет.

Рассмотрение табл. 15 и кривых фиг. 26 показывает следующее.

Характер кривых  $q_{\text{сум}} = q_{\text{сум}}(n)$  в разные моменты времени различен. Если эксплуатировать залежь, например, 40 скважинами, то через 5 лет дебит их составит 4,237 млн.  $\text{м}^3/\text{сутки}$ ; при разработке месторождения 200 скважинами дебит их через 5 лет составит 0,4923 млн.  $\text{м}^3/\text{сутки}$ , т. е. гораздо меньше, хотя число скважин больше в 5 раз. Это, конечно, понятно. Через 5 лет при наличии 200 скважин давление в пласте настолько снизится, а следовательно, дебит каждой скважины настолько уменьшится, что суммарный их дебит, несмотря на большое число скважин, будет во много раз меньше, чем в случае 40 скважин. Поэтому кривые  $q_{\text{сум}} = q_{\text{сум}}(n)$  при  $t \neq 0$  с увеличением  $n$  сначала идут вверх, а затем, пройдя через максимум, который виден на графике на кривой  $q_{\text{сум}} = q_{\text{сум}}(n)$  при  $t = 5$  лет, меняют свое направление и идут вниз.

Итак, в случае неустановившегося движения газа мы имеем семейство кривых  $q_{\text{сум}} = q_{\text{сум}}(n)$ . Установить, какая из них должна быть использована для оценки потребного числа скважин, вряд ли представляется возможным.

Таким образом, построение кривых  $q_{\text{сум}} = q_{\text{сум}}(n)$  в условиях неустановившейся фильтрации газа не дает основы для решения вопроса о потребном числе скважин, а следовательно, и о расстояниях между ними.

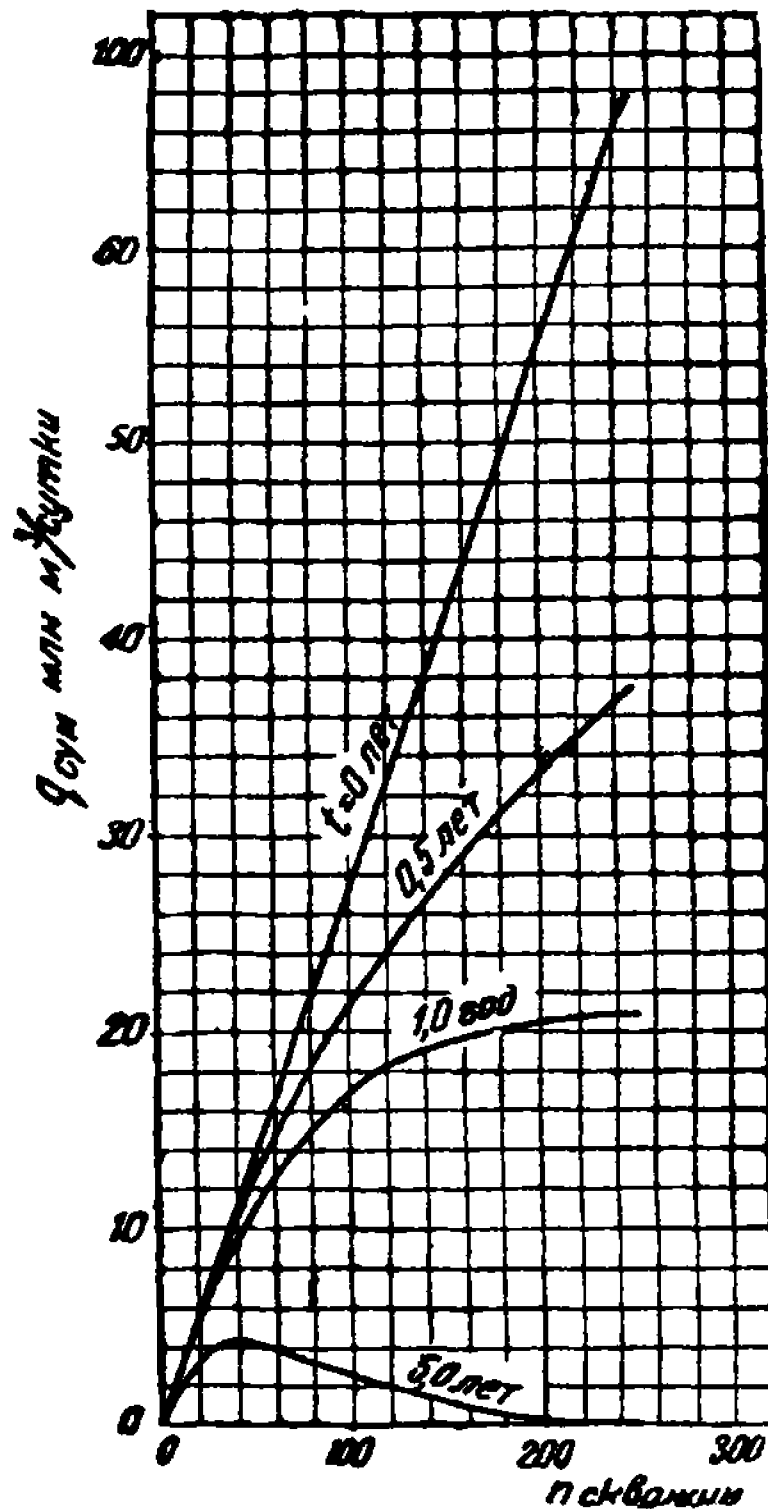
Для решения этого вопроса, на наш взгляд, нужно найти зависимость между временем  $T$  разработки (истощения) газовой залежи и числом скважин  $n$ .

## 2. Зависимость времени истощения газовой залежи от числа скважин

Исходя из уравнений (17, VII) и (25, VII), определим зависимость времени  $T$  разработки газовой залежи от числа скважин  $n$ .

Обозначая объем порового пространства газовой залежи  $\Omega_3$  и подставляя в формулы (17, VII) и (25, VII) вместо  $\Omega$  его значение

$$\Omega = \frac{\Omega_3}{n},$$



Фиг. 26. Зависимость суммарного дебита  $q_{\text{сум}} = nq$  газовых скважин от их числа  $n$  в различные моменты времени  $t$  при неустановившейся фильтрации газа.

имеем:

а) для условия отбора газа  $q = c p c$ :

$$T = \frac{Q_2}{c_n} \left\{ 2 \left[ \frac{1}{a p_{\text{кон}} - 1 + \sqrt{1 + a p_{\text{кон}}^2}} - \frac{1}{a p_n - 1 + \sqrt{1 + a p_n^2}} \right] + \ln \frac{a p_n + \sqrt{1 + a p_n^2}}{a p_{\text{кон}} + \sqrt{1 + a p_{\text{кон}}^2}} \right\}; \quad (31, VII)$$

б) для условия отбора газа  $q = c_1 \tilde{p}$ :

$$T = \frac{Q_2}{c_1 n} \ln \frac{p_n}{p_{\text{кон}}}. \quad (32, VII)$$

Как видно из формул (31, VII) и (32, VII), между временем  $T$  разработки газовой залежи и числом скважин  $n$  существует гиперболическая зависимость.

Приведем для иллюстрации пример.

Пример 9. Определить зависимость между временем  $T$  разработки газовой залежи и числом скважин  $n$  для следующих условий: газоносная площадь  $F = 100 \text{ км}^2$ , мощность пласта  $h = 10 \text{ м}$ , пористость пласта  $m = 0,20$ , начальное пластовое давление  $p_n = 100 \text{ атм}$ ; коэффициент  $c$  определен практически и равен  $0,0314 \text{ м}^3/\text{сек}$ .

Принимая

$$c_1 = 0,95 c = 0,95 \cdot 0,0314 = 0,0298 \text{ м}^3/\text{сек} = 2580 \text{ м}^3/\text{сутки},$$

$$p_{\text{кон}} = 1,5 \text{ атм}$$

и подставляя соответствующие значения в (32, VII), имеем:

$$T = \frac{200 \cdot 10^6}{2580} \cdot \ln \frac{100}{1,5} \cdot \frac{1}{n} = \frac{3,26 \cdot 10^5}{n} \text{ суток} = \frac{890}{n} \text{ лет}.$$

Задаваясь различным числом скважин  $n$ , получим следующие значения  $T$  (см. табл. 16).

Таблица 16

Число скважин	Время разработки газовой залежи, лет	Число скважин	Время разработки газовой залежи, лет	Число скважин	Время разработки газовой залежи, лет	Число скважин	Время разработки газовой залежи, лет
10	89	60	14,8	150	5,93	400	2,22
20	44,5	70	12,7	200	4,45	450	1,98
30	29,7	80	11,1	250	3,56	500	1,78
40	22,2	90	9,89	300	2,97	550	1,62
50	17,8	100	8,9	350	2,54	600	1,48

На фиг. 27 показана кривая  $T = T(n)$ , построенная нами по данным табл. 16.

Задаваясь различными вариантами числа  $n$  скважин, для каждого из них по формулам (27, VII)—(32, VII) находим время  $T$  разработки газовой залежи и изменение по времени добычи газа ( $q_{сум} = nq$ ) и пластового давления. Далее, исходя из технико-экономических соображений, выбираем наиболее рациональный вариант.

Допустим, что мы остановились на варианте 80 скважин.

Тогда расстояние между скважинами  $2r_k$  при квадратной сетке будет таково:

$$2r_k = \sqrt{\frac{F}{n}} = \sqrt{\frac{100 \cdot 10^6}{80}} = 1115 \text{ м,}$$

а время разработки газовой залежи — 11,1 лет.

#### § 4. О равномерном и неравномерном размещении скважин на газоносной площади

При рассмотрении вопроса о расстояниях между скважинами мы пришли к выводу, что необходимо установление зависимости между временем  $T$  разработки газовой залежи и числом скважин  $n$ . Существенный интерес представляет выяснение влияния равномерности размещения газовых скважин на продуктивной площади на указанную зависимость.

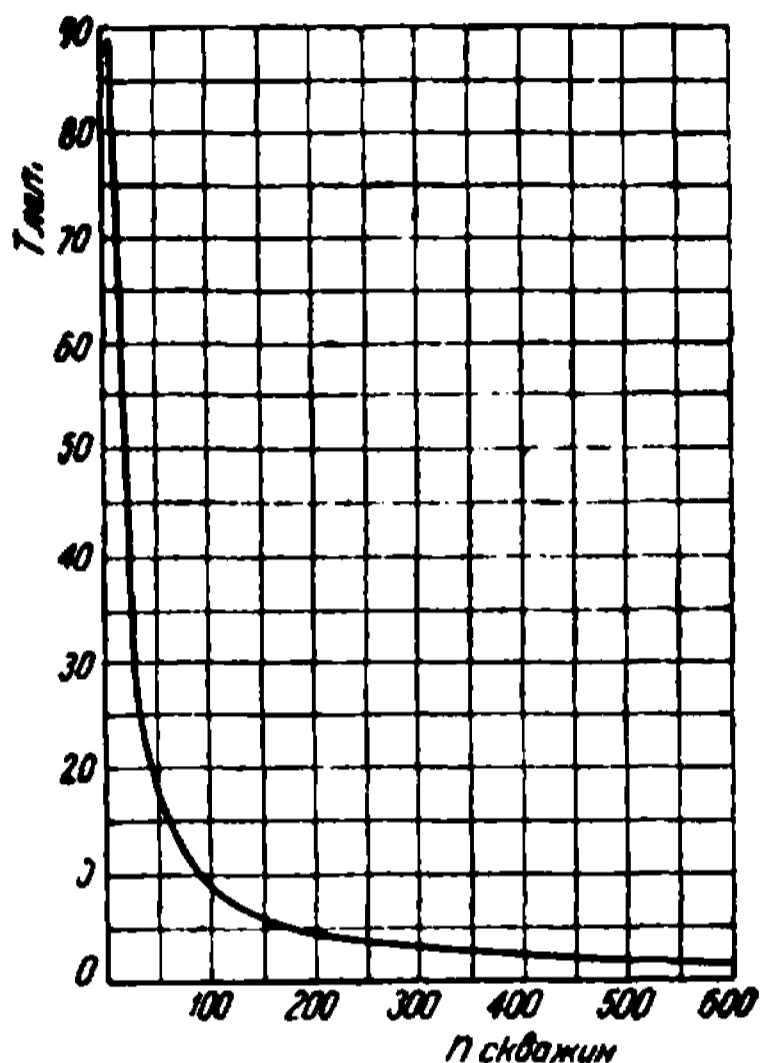
Для исследования этого вопроса рассмотрим два различных случая размещения скважин.

Первый случай — скважины расположены по окружности в виде кольцевой батареи (фиг. 28). Скважины изображены черными точками. Назовем такое размещение скважин батарейным.

Второй случай — скважины расположены равномерно по всей площади газоносности (на фиг. 28 они обозначены в виде кружков). Такое размещение скважин назовем равномерным.

Пусть условия отбора на скважинах одинаковы — скважины эксплуатируются при поддержании постоянной скорости фильтрации газа у забоя ( $q = cr_c$ ) до момента, когда давление на забое скважин снизится до некоторого значения  $p'_c$ . Обозначим продолжительность этого периода через  $T_1$ . В дальнейшем условия отбора меняются и эксплуатация осуществляется при поддержании неизменным давления на скважинах. Обозначим продолжительность этого второго периода  $T_2$ .

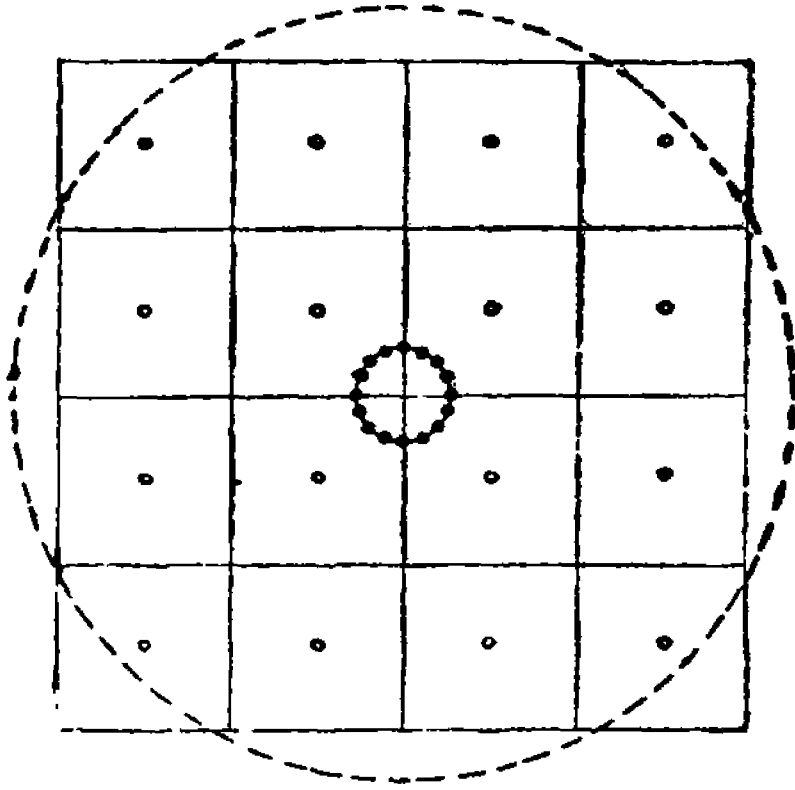
Пусть к концу первого периода  $T_1$ , когда  $p_c = p'_c$ , контурное давление  $p_k = p'_k$ . За конец второго периода  $T_2$  примем то время, когда



Фиг. 27. Зависимость времени  $T$  разработки (истощения) газовой залежи от числа скважин  $n$  в условиях отбора газа при поддержании постоянной скорости фильтрации в призабойной зоне пласта.

давление на контуре будет равно некоторому конечному значению  $p_k = p_{кон}$ .

В случае равномерного размещения скважин под контурным давлением  $p_k$  понимается давление на контуре удельной площади дренажа. Радиус  $r_k$  контура этой удельной площади дренажа определяется по формуле



$$r_k = \sqrt{\frac{F}{\pi n}}, \quad (33, VII)$$

где  $F$  — площадь газоносности;  
 $n$  — число скважин.

При батарейном размещении скважин под контурным давлением  $p_k$  понимается давление на контуре площади  $F$  газоносности. Радиус  $L_k$  контура этой площади определяется по формуле:

$$L_k = \sqrt{\frac{F}{\pi}}. \quad (34, VII)$$

Фиг. 28. Схема равномерного и батарейного размещения скважин на газоносной площади.

Черными точками показаны скважины, размещенные в виде кольцевой батареи, кружками — скважины, размещенные равномерно на газоносной площади.

В отличие от  $L_k$  величина  $r_k$  зависит от числа скважин  $n$ .

Для определения давления  $p'_k$  можно воспользоваться формулой (4, VII) § 1 настоящей главы:

$$p_c = \frac{c}{2A} \left[ -1 + \sqrt{1 + \left(\frac{2A}{c}\right)^2 p_k^2} \right].$$

При  $p_c = p'_c$  имеем  $p_k = p'_k$ . Подставляя эти значения в приведенную формулу и решая полученное квадратное уравнение относительно  $p_k$ , получаем:

$$p'_k = \sqrt{p'_c \left( p'_c + \frac{c}{A} \right)}. \quad (35, VII)$$

Входящая в уравнение (35, VII) величина  $A$  имеет различные значения при равномерном и батарейном расположении скважин.

При равномерном размещении скважин значение  $A = A_p$  и определяется по формуле (10, IV):

$$A_p = \frac{\pi k h p_{ат}}{\mu \ln \frac{r_k}{r_c}}, \quad (36, VII)$$

где значение  $r_k$  дается формулой (33, VII).

В случае батарейного расположения скважин по аналогии с установившимся движением несжимаемой жидкости в пористой среде (Щелка-

чев [37] или Muskat [20]) формулу для дебита газовой скважины можно написать в виде:

$$q = \frac{\pi k h p_{at}}{\mu} \frac{p_k^2 - p_c^2}{\ln \frac{L_k^{2n} - r_b^{2n}}{n L_k^n r_b^{n-1} r_c}}, \quad (37, VII)$$

где  $L_k$  — радиус кругового контура залежи, площадь газоносности которой равна  $F$ ;

$r_b$  — радиус батареи (радиус окружности, на которой расположены скважины);

$n$  — число скважин; остальные обозначения прежние.

Обозначив

$$A_b = \frac{\pi k h p_{at}}{\mu \ln [(L_k^{2n} - r_b^{2n}) / (n L_k^n r_c r_b^{n-1})]}, \quad (38, VII)$$

получим формулу дебита при батарейном расположении скважин в виде

$$q = A_b (p_k^2 - p_c^2). \quad (39, VII)$$

Для получения зависимости между давлением на контуре  $p_k$  и на скважине  $p_c$  в случае батарейного расположения скважин нужно в формуле (35, VII) положить  $A = A_b$ .

Если радиус  $L_k$  контура залежи во много раз больше радиуса  $r_b$  батареи, то характер движения газа к батарее скважин практически является радиальным (Щелкачев [40]), а следовательно, согласно § 2 главы VI и в случае батарейного расположения скважин можно принять средневзвешенное по объему давление  $\tilde{p}$  равным давлению  $p_k$  на контуре залежи. Отсюда вытекает, что выведенные в §§ 1 — 3 настоящей главы формулы справедливы и для условий батарейного расположения скважин, но в этом случае в указанные формулы вместо коэффициента  $A$  надо подставить  $A_b$  [по формуле (38, VII)] и вместо коэффициента  $a$  подставить  $a_b$ , причем

$$a_b = \frac{2A_b}{c}. \quad (40, VII)$$

Коэффициент  $c$ , характеризующий условия отбора, не зависит от расположения скважин.

Исходя из изложенного, продолжительность первого периода времени  $T_1$  будем в обоих рассматриваемых случаях определять по формуле (31, VII), в которой принимаем  $p_{кон} = p_k$ .

Продолжительность второго периода времени  $T_2$ , в течение которого отбор газа производится при сохранении неизменным давления в скважинах ( $p_c = p_c' = \text{const}$ ), определяем по формуле (5, IX) главы IX:

$$T_2 = N_2 \ln \frac{1 + \epsilon_{кон}}{1 - \epsilon_{кон}} - N_1,$$

где

$$N_1 = \frac{Q_3}{2\pi A} \ln \frac{p'_k + p'_c}{p'_k - p'_c},$$

$$N_2 = \frac{Q_3}{2\pi A}, \quad \varepsilon_{\text{кон}} = \frac{p_c}{p_{\text{кон}}}.$$

На основе приведенных формул рассмотрим конкретный пример, иллюстрирующий влияние равномерности расположения скважин на время разработки (истощения) газовой залежи.

Пример 10. Определить время  $T_1$ ,  $T_2$  и  $T = T_1 + T_2$  разработки газовой залежи в условиях равномерного и батарейного расположений скважин при следующих данных:

площадь газоносности  $F = 100 \text{ км}^2$ ,

мощность пласта  $h = 10 \text{ м}$ ,

пористость пласта  $m = 0,20$ ,

проницаемость пласта  $k = 1$  дарси,

вязкость газа  $\mu = 0,012$  сантипуаз,

начальное пластовое давление  $p_n = 100 \text{ ата}$ ,

коэффициент  $c = 0,0314 \text{ м}^3/\text{сек} = 2710 \text{ м}^3/\text{сутки}$ ,

радиус скважин  $r_c = 0,1 \text{ м}$ ,

радиус батареи  $r_b = 500 \text{ м}$ .

Для второго периода принят  $p'_c = 1$  (1 ата);  $p_{\text{кон}} = 1,5$  (или 1,5 ата).

Радиус контура при батарейном расположении скважин таков:

$$L_k = \sqrt{\frac{F}{\pi}} = 5643 \text{ м}.$$

Радиус контура при равномерном расположении скважин таков:

$$r_k = \sqrt{\frac{F}{\pi n}}.$$

В табл. 17 приведены результаты вычисления значений  $T_1$ ,  $T_2$  и  $T$  для числа скважин  $n$  от 2 до 15700, причем приняты следующие обозначения:

$T_{1p}$  — продолжительность первого периода при равномерном расположении скважин;

$T_{1b}$  — продолжительность первого периода при батарейном расположении скважин;

$T_{2p}$  — продолжительность второго периода при равномерном расположении скважин;

$T_{2b}$  — продолжительность второго периода при батарейном расположении скважин;

$T_p = T_{1p} + T_{2p}$ ,

$T_b = T_{1b} + T_{2b}$ .

Удвоенная величина приведенных в таблице значений  $r_k$  равна (приближенно) расстоянию между скважинами в случае их равномерного расположения.

При числе скважин  $n = 15700$  кольцевая батарея скважин превращается в кольцевую галерею — скважину диаметром 500 м. В случае

равномерного расположения скважин при числе их  $n = 15700$  расстояния между скважинами ( $2r_k$ ) равны  $\sim 90$  м.

Рассмотрение указанных в табл. 17 значений давлений  $p'_k$  на контуре (которое можно назвать пластовым давлением) в конце первого периода времени  $T_1$  показывает следующее. Абсолютная величина давления  $p'_k$  при равномерном расположении скважин не превышает  $1,5$  ата. Это указывает, что в течение первого периода извлекается почти весь запас газа (свыше  $98,5\%$ ). При батарейном расположении скважин, даже при числе их  $n = 400$  (расстояния между скважинами около  $600$  м) в течение времени  $T_1$  извлекается около  $90\%$  газа. При больших расстояниях между скважинами процент извлекаемого газа за время  $T_1$  будет еще выше. Таким образом, *наибольший интерес представляет величина  $T_1$ , а не  $T_2$ .*

При батарейном расположении скважин значения  $p'_k$  выше, чем при равномерном, что объясняется более сильной интерференцией скважин, заставляющей переходить на условие отбора  $p_c = \text{const}$  после извлечения меньшего количества газа, чем в случае равномерного расположения скважин. Однако для обычных расстояний между газовыми скважинами (свыше  $1000$  м) разница между значениями  $p'_k$  при батарейном и равномерном расположении скважин невелика по сравнению с начальным давлением.

*Сопоставление значений  $T_1$  в случаях равномерного ( $T_{1p}$ ) и батарейного ( $T_{1б}$ ) рас-*

Таблица 17

Сопоставление времен разработки газовой залежи при равномерном и батарейном размещении скважин

№	n	r <sub>k</sub> , м	p' <sub>k</sub> , ата		T <sub>16</sub> , лет	T <sub>2б</sub> , лет	T <sub>б</sub> , лет	T <sub>1p</sub> , лет	T <sub>2p</sub> , лет	T <sub>p</sub> , лет	T <sub>б-T<sub>p</sub></sub> / T <sub>p</sub> · 100, %	T <sub>16-T<sub>1p</sub></sub> / T <sub>1p</sub> · 100, %
			батарейн.	равномерн.								
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	2	3919	1,59	1,51	470,6	9,76	480,4	469,2	0,62	469,8	2,24	0,298
2	6	2303	1,89	1,48	165,2	18,48	183,7	161,8	0	161,8	13,53	2,113
3	10	1784	2,16	1,47	97,15	22,30	119,5	93,73	0	93,73	27,44	3,648
4	20	1261	2,74	1,46	51,36	27,4	78,76	46,94	0	46,94	67,79	9,416
5	40	892	3,63	1,44	25,86	32,32	58,18	23,53	0	23,53	147,2	9,902
6	60	728	4,14	1,44	20,61	33,72	54,33	15,61	0	15,61*	248,0	32,03
7	80	631	4,38	1,44	15,93	36,72	52,65	11,70	0	11,70	350,0	36,10
8	100	564	5,53	1,43	13,43	37,40	50,83	9,411	0	9,411	440,1	42,71
9	400	282	10,84	1,40	5,116	41,88	46,99	2,332	0	2,332	1915,0	104,8
10	15700	45,1	67,73	1,33	0,2334	46,47	46,71	0,05944	0	0,05944	78480	302,6

положения скважин показывает, что при числе скважин, не превышающем 40, разница во времени разработки газовой залежи менее 10%.

При дальнейшем увеличении числа скважин указанная разница возрастает, достигая при  $n = 400$  свыше 100%.

Рассмотрение значений  $T_2$  показывает, что при значительном числе скважин продолжительность второго периода эксплуатации весьма велика вследствие малых дебитов скважин в период истощения газовой залежи. Нулевые значения  $T_2$  при равномерном расположении объясняются тем, что пределом эксплуатации залежи в рассматриваемом примере принято давление на контуре  $p_{кон} = 1,5 \text{ ата} > p'_k$ . Чем ближе значение  $p_{кон}$  к  $p'_k$ , тем продолжительнее период  $T_2$ .

Однако большая продолжительность второго периода  $T_2$  не имеет существенного значения, ибо почти весь запас газа уже извлечен в течение первого периода  $T_1$ . В связи с этим сопоставление времени  $T_p = T_{1p} + T_{2p}$  и  $T_b = T_{1b} + T_{2b}$  не столь показательно, как сравнение  $T_{1p}$  и  $T_{1b}$ .

Сопоставление продолжительности первого периода при различных числах скважин в условиях равномерного и батарейного их расположения позволяет сделать следующий вывод. Если разработка газовой залежи не форсируется (в данном случае, например, число эксплуатирующихся скважин не превышает 40), то время разработки газовой залежи при прочих равных условиях практически не зависит от их расположения. В этом случае нет необходимости стремиться к равномерному расположению скважин на площади. При размещении их главное значение (при отсутствии возражений с точки зрения геолого-разведочной) могут иметь вопросы промыслового хозяйства (стремление к сокращению коммуникаций, удобство обслуживания), т. е. технико-экономические показатели.

В случае форсированной разработки равномерное расположение скважин может значительно уменьшить время извлечения газа по сравнению с батарейным расположением при одинаковом числе скважин.

Следует иметь в виду, что мы рассмотрели два крайних случая. В действительности в большинстве случаев неравномерное размещение скважин можно рассматривать как промежуточный случай между батарейным и равномерным расположением. Следовательно, различие во времени разработки в условиях равномерного и неравномерного расположения скважин при принятых в примере данных будет по меньшей мере в 2 раза меньше, чем приведенные в табл. 17.

При исследовании вопроса о равномерном и неравномерном расположении скважин следует рассмотреть еще одно обстоятельство. Если скважины расположены неравномерно, то вследствие их большей интерференции рабочее давление на забое газовых скважин будет меньше, чем при равномерном размещении скважин при прочих равных условиях. Это означает, что в случае неравномерного расположения скважин получаемый на поверхности газ будет обладать меньшим давлением, а следовательно, меньшим запасом потенциальной энергии, чем при равномерном размещении скважин. Для иллюстрации сказанного и некоторых количественных оценок рассмотрим пример.

Пример 11. Сопоставить изменения во времени давлений  $p_k$  на контуре,  $p_c$  на скважинах и дебитов газа  $q$  в случаях равномерного и батарейного их размещения на газоносной площади (фиг. 28) при следующих исходных данных:

площадь газоносности  $F = 100 \text{ км}^2$ ,  
 мощность пласта  $h = 10 \text{ м}$ ,  
 пористость пласта  $m = 0,20$ ,  
 проницаемость пласта  $k = 1$  дарси,  
 начальное пластовое давление  $p_n = 100 \text{ ата}$ ,  
 абсолютная вязкость газа  $\mu = 0,012$  сантипуаз,  
 условия отбора  $q = cr_c$ , причем коэффициент  $c = 0,0314 \text{ м}^3/\text{сек} = 2710 \text{ м}^3/\text{сутки}$ ,  
 за атмосферное давление принято  $p_{ат} = 10^4 \text{ кг/м}^2$ ,  
 число скважин  $n = 100$ ,  
 радиус батареи  $r_b = 500 \text{ м}$ .

При перечисленных исходных данных радиус удельных площадей дренажа будет:

$$r_k = \sqrt{\frac{F}{\pi n}} = \sqrt{\frac{100 \cdot 10^6}{3,14 \cdot 100}} = 564 \text{ м}.$$

В случае равномерного расположения скважин расстояния между ними равны 1000 м. При батарейном расположении скважин расстояния между ними равны (приблизительно):

$$\frac{2\pi r_b}{n} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 500}{100} = 31,4 \text{ м}.$$

Задаваясь различными значениями контурного давления  $p_k$ , находим по формулам (12, VII) и (13, VII) соответствующие им значения времени  $t$  для батарейного и равномерного расположений скважин.

Значения коэффициентов  $A_p$  и  $A_b$  определяем соответственно по формулам (36, VII) и (38, VII). Величину  $L_k$  радиуса контура залежи находим по формуле (34, VII).

Подставляя те же значения  $p_k$  в формулу (4, VII), определяем соответствующие им значения давлений  $p_c$  на забоях скважин при равномерном и батарейном расположениях.

Величины дебитов  $q$  газа, отвечающих соответствующим значениям  $p_k$  и  $p_c$ , находим по формулам (3, VII) для равномерного и (39, VII) для батарейного расположения скважин.

В табл. 18 приведены результаты указанных вычислений.

Из табл. 18 видно, что у неравномерно расположенных газовых скважин давления  $p_c$  на скважинах и  $p_k$  на контуре падают медленнее, чем у равномерно размещенных. Это объясняется меньшими величинами текущих дебитов газа при батарейном расположении скважин.

Абсолютные величины забойных давлений  $p_c$  в случаях равномерного и неравномерного расположения скважин при одинаковых значениях контурного давления  $p_k$  не очень сильно отличаются друг от друга. Так, при  $p_k = 20 \text{ ата}$ , т. е. когда  $\sim 80\%$  первоначальных запасов газа уже извлечены, разница в забойных давлениях составляет  $\sim 9,4 \text{ ата}$  (48,2%).

Следует иметь в виду, что в рассматриваемом примере взят наихудший, заведомо нереальный случай неравномерного размещения скважин на

Падение дебита  $q$  газовых скважин и забойного давления  $p_c$  при равномерном и неравномерном размещении скважин на газоносной площади

$p_k$	Равномерное расположение			Батарейное расположение			$\frac{p_{cp} - p_{cb}}{p_{cp}} \cdot 100 =$ $= \frac{q_p - q_b}{q_p} \cdot 100$ %
	$t$	$p_c$	$q$	$t$	$p_c$	$q$	
атм	сутки	атм	тыс. м <sup>3</sup> /сутки	сутки	атм	тыс. м <sup>3</sup> /сутки	
100	0	99,48	312,4	0	86,31	271,0	13,9
90	77,99	89,48	242,8	90,7	76,54	207,6	14,45
70	264,7	69,48	188,5	313,4	56,77	154,0	18,30
50	514,7	49,48	134,2	631,8	37,37	101,4	24,47
40	681,0	39,48	107,1	859,3	28,85	78,3	26,92
20	1201	19,48	52,8	1713	10,09	27,4	48,20
10	1732	9,48	25,7	3007	3,06	8,3	67,72

газоносной площади, когда расстояния между ними равны всего 31,4 м. В действительности при неравномерном расположении газовых скважин расстояния между ними будут во много раз больше, а следовательно, значения  $p_c$ ,  $q$  и  $t$  будут значительно меньше отличаться от соответствующих значений при равномерном размещении скважин.

Из всего изложенного в настоящем параграфе вытекает, что вопрос о равномерном или неравномерном размещении скважин на газоносной площади в каждом конкретном случае надо решать применительно к условиям данной газовой залежи и поставленной задаче. Выполнив расчеты, аналогичные приведенным в примерах 10 и 11, учтя необходимые темпы разработки и проанализировав технико-экономические показатели при различных схемах размещения скважин, можно путем сравнения решить, какой из вариантов является наиболее рациональным решением поставленной задачи о разработке данной газовой залежи.

#### § 5. О роли величины диаметра газовых скважин при ограниченном отборе газа

Вопрос о зависимости дебита скважин от их диаметра достаточно известен. При фильтрации жидкости или газа по закону Дарси дебит скважины при радиальном движении определяется по формуле Дюпюи:

$$q = \frac{A}{\ln \frac{r_k}{r_c}},$$

где  $A$  не зависит от радиуса  $r_c$  скважины и расстояния  $r_k$  до контура питания. Поскольку  $r_c$  входит под знак логарифма, увеличение радиуса скважины не может дать существенного прироста добычи.

Так, при  $\frac{r_k}{r_c} = 10^5$  увеличение радиуса скважины в 2 раза дает прирост дебита на 6%.

В случае *турбулентной* фильтрации (справедлив закон фильтрации Шези-Краснопольского) формула для дебита жидкости может быть написана в виде:

$$q = B \sqrt{\frac{1}{r_c} - \frac{1}{r_k}} \cong B \sqrt{r_c},$$

где  $B$  не зависит от  $r_c$  и  $r_k$ . Здесь влияние радиуса скважины сказывается более сильно, так как  $r_c$  входит под знак квадратного корня. При увеличении радиуса скважины в два раза дебит ее увеличивается в 1,41 раза. Однако турбулентное движение во всем пласте в условиях радиального потока невозможно. При турбулентном движении в призабойной зоне пласта и движении по закону Дарси в остальной его части изменение дебита скважины с увеличением ее радиуса заключено в указанных пределах, т. е. больше, чем по формуле Дюпюи, и меньше, чем по формуле турбулентного движения. В такой постановке этот вопрос рассмотрен В. Н. Щелкачевым [41]<sup>1</sup>.

Однако при исследовании вопроса о влиянии радиуса скважины на ее дебит нужно иметь в виду, что *сказанное справедливо при условиях, когда отбор жидкости или газа не ограничен по геологическим причинам.*

Если же вследствие неустойчивости коллектора и опасности в связи с этим больших скоростей фильтрации в призабойной зоне дебит скважин ограничен, то, как мы отмечали в главе IV, рациональным является отбор газа при поддержании в призабойной зоне пласта постоянной скорости фильтрации. Дебит газовой скважины, приведенный к атмосферному давлению, при этом выражается формулой:

$$q = cr_c,$$

где в случае совершенной скважины  $c = 2\pi r_c h V_{\max}$ , причем  $V_{\max}$  — допустимая максимальная скорость фильтрации, превышение которой влечет осложнения в эксплуатации скважин.

Поскольку значение  $V_{\max}$  зависит лишь от физико-геологических свойств пористой среды, то при заданном  $V_{\max}$  коэффициент  $c$ , а следовательно и дебит газа, прямо пропорционален радиусу скважины.

Таким образом, *при ограниченном отборе одна скважина большего диаметра  $D$  может заменить столько скважин обычного диаметра  $d$ , во сколько раз диаметр ее  $D$  больше диаметра  $d$ .* Одна скважина диаметром в 2 м может заменить  $\sim 10$  скважин диаметром 8" при одной и той же величине допустимой скорости  $V_{\max}$  у забоя скважин.

В действительности диаметр  $d$  скважины в ряде случаев больше номинального диаметра скважины вследствие образования на забое каверн (см. нашу статью [42]). Однако это не меняет принципиальной сущности вопроса. Итак, в условиях отбора  $q = cr_c$  применение сква-

<sup>1</sup> Вопрос о влиянии диаметра скважин на приток к ним нефти рассматривался также нами [42] в 1936 г.

жин большого диаметра может оказаться весьма эффективным в смысле повышения дебита скважин.

В случае несовершенных скважин при отборе газа через отверстия, простреленные в эксплуатационной колонне, увеличение диаметра скважины, а следовательно, и диаметра колонны позволяет на 1 м мощности пласта прострелять большее количество дыр.

Мы не рассматриваем здесь геологические (большее количество скважин позволяет лучше разведать месторождение и т. д.) и технико-экономические вопросы, возникающие при бурении скважин большого диаметра.

Поскольку ограничение добычи (введение „процента отбора“) широко применяется на газовых промыслах, мы считаем, что вопрос о применении меньшего числа эксплуатационных скважин большого диаметра должен быть подвергнут дополнительному и всестороннему рассмотрению. Однако это выходит за рамки настоящей работы.

---

## Глава VIII

### ЗАДАЧА О РАЗРАБОТКЕ ГАЗОВОЙ ЗАЛЕЖИ ПРИ ПОСТОЯННОЙ СУТОЧНОЙ ДОБЫЧЕ ГАЗА

#### § 1. Предварительные замечания

Рассмотрим следующую задачу: для удовлетворения промышленных и бытовых нужд крупного потребителя (например крупный промышленный центр) ежесуточно требуется некоторое постоянное количество газа<sup>1</sup>. Этот газ целиком получается из одного газового месторождения. Чтобы извлечь необходимое количество газа, нужно пробурить и ввести в эксплуатацию некоторое число скважин. С течением времени, по мере истощения газовой залежи, давление в ней будет снижаться и количество скважин, потребных для поддержания постоянной добычи газа, должно увеличиваться, ибо дебит каждой скважины будет падать. В связи с этим разработка залежи должна сопровождаться бурением и введением в эксплуатацию все новых и новых скважин. Допустим, что мы имеем некоторую газоносную площадь, изображенную в плане в виде квадрата (фиг. 28). Пусть в начальный период было введено в эксплуатацию некоторое количество скважин, обозначенных на фиг. 28 кружками и равномерно размещенных на всей площади. Допустим, далее, что в некоторый момент для поддержания неизменной добычи потребовался ввод в эксплуатацию еще нескольких (например двух или четырех) скважин. В этих условиях сохранение равномерной сетки становится невозможным. Таким образом, задача о разработке газовой залежи при постоянной суточной добыче газа связана с неравномерным расположением скважин и применением сгущающейся либо ползущей системы разработки.

---

<sup>1</sup> Постоянная суточная добыча газа из залежи может быть также обусловлена ограниченной пропускной способностью газопровода, соединяющего промысел с потребителем.

Рассмотрим два способа размещения скважин.

**Первый способ.** Представим себе, что мы имеем возможность каждый раз при увеличении числа скважин вновь размещать их равномерно на всей площади, т. е. „переставлять“ все скважины так, чтобы расстояния между ними были все время одинаковы. *В этом случае, вследствие наименьшей интерференции скважин по сравнению с другим их расположением на данной площади число потребных скважин для получения постоянной суточной добычи было бы минимально.*

**Второй способ.** Все вводимые в эксплуатацию скважины размещаются в виде кольцевой батареи малого по сравнению с размерами залежи диаметра, как показано на той же фиг. 28 (скважины в этом случае обозначены черными точками). Ясно, что поскольку *при таком батарейном расположении скважин* расстояния между ними будут меньше, чем в первом случае, интерференция скважин в рассматриваемых условиях будет больше и *число потребных скважин для получения постоянной суточной добычи будет максимально.*

Если форма залежи близка к прямоугольнику, длина которого в несколько раз больше ширины, то в качестве аналогичных рассмотренным крайним случаям можно, например, разместить скважины равномерно (первый способ) и вдоль продольной оси площади газоносности (второй способ).

Мы рассмотрели два *крайних* случая. Возможные в действительности варианты размещения скважин потребуют для обеспечения заданной суточной добычи число скважин большее, чем в первом случае, но меньшее, чем во втором. Таким образом, решение задач о потребном числе скважин в первом и втором случаях дает пределы, между которыми заключено действительно необходимое число скважин.

После этих предварительных замечаний перейдем к решению указанных задач. Как и в предыдущих задачах, неустановившуюся фильтрацию газа мы будем рассматривать как последовательную смену стационарных состояний.

## § 2. Равномерное расположение скважин

Рассмотрим сначала задачу о разработке газовой залежи при постоянной суточной добыче газа в условиях равномерного расположения скважин, т. е. первый способ.

Обозначим через  $n$  — потребное число скважин,  $q$  — приведенный к нормальным условиям дебит (объемный расход) газовой скважины,  $N = nq$  — общую добычу газа из газовой залежи за единицу времени.

Принимая движение газа к скважинам плоским и радиальным, можно определить дебит газовой скважины по формуле (9, IV):

$$q = \frac{\pi k h p_{at}}{\mu} \cdot \frac{p_k^2 - p_c^2}{\ln \frac{r_k}{r_c}},$$

где  $r_k = \sqrt{\frac{\Omega_3}{\pi h t n}}$  — радиус контура приходящейся на каждую скважину удельной площади дренажа, принимаемой нами за круг;

$\Omega_3$  — объем порового пространства газовой залежи.

Все остальные обозначения те же, что и в предыдущих главах.  
Введем далее обозначения:

$$A_1 = \frac{\pi k h p_{am}}{\mu} \quad (1, VIII)$$

и

$$b = \frac{1}{r_c} \sqrt{\frac{\Omega_3}{\pi h m}}; \quad (2, VIII)$$

тогда

$$r_k = \frac{r_c b}{\sqrt{n}}. \quad (3, VIII)$$

Подставляя значения  $A_1$  и  $r_k$  в формулу дебита скважины, получим:

$$q = A_1 \frac{p_k^2 - p_c^2}{\ln \frac{b}{\sqrt{n}}}. \quad (4, VIII)$$

С другой стороны, дебит скважины

$$q = \frac{N}{n}. \quad (5, VIII)$$

Третье уравнение для дебита скважины определяется условиями отбора. В условиях ограниченного отбора газовые скважины будем эксплуатировать, сохраняя в призабойной зоне пласта максимально допустимую скорость фильтрации.

Тогда согласно главе IV:

$$q = c p_c. \quad (6, VIII)$$

Среднее давление  $\tilde{p}$  в газовой залежи согласно § 2 главы III определяется формулой (8, III):

$$\tilde{p} = p_n - \frac{Q}{\Omega_3},$$

де  $p_n$  — начальное пластовое давление;

$Q$  — суммарное количество газа, извлеченного за время  $t$ , истекшее с начала разработки.

Учитывая, что в условиях постоянной добычи  $Q = Nt$ , а также принимая во внимание, что среднее давление в газовой залежи может быть заменено согласно главе VI давлением  $p_k$  на круговом контуре радиуса  $r_k$ , можно величину контурного давления выразить формулой:

$$p_k = p_n - \frac{N}{\Omega_3} t. \quad (7, VIII)$$

Из формул (5, VII) и (6, VII) находим:

$$p_c = \frac{N}{cn}. \quad (8, VIII)$$

Подставляя в уравнение (3, VIII) значения (5, VIII), (7, VIII) и (8, VIII), получаем:

$$\frac{N}{n} = A_1 \frac{\left(p_n - \frac{N}{\Omega_3} t\right)^2 - \frac{N^2}{c^2 n^2}}{\ln \frac{b}{\sqrt{n}}}.$$

Решая это уравнение относительно  $t$ , находим:

$$t = \frac{\Omega_3}{N} \left[ p_n - \sqrt{\frac{N}{n} \left( \frac{1}{A_1} \ln \frac{b}{\sqrt{n}} + \frac{N}{c^2 n} \right)} \right]. \quad (9, \text{VIII})$$

Это и есть зависимость между временем  $t$ , истекшим с начала разработки, и потребным числом скважин  $n$  для поддержания постоянной добычи  $N$ . Задаваясь различными значениями  $n$ , легко вычислить соответствующие им значения  $t$ .

Величина  $t$  показывает, через сколько времени надо ввести в эксплуатацию  $n$ -ую скважину, чтобы сохранить неизменной суточную добычу газа  $N$  при равномерном расположении скважин.

### § 3. Батарейное расположение скважин

Рассмотрим теперь задачу о разработке газовой залежи при постоянной суточной добыче газа в условиях батарейного расположения скважин, т. е. второй случай.

При батарейном расположении скважин газовую залежь можно рассматривать в виде круговой, как это показано пунктиром на фиг. 28.

Тогда, согласно формуле (37, VII), дебит газовой скважины

$$q = A_1 \frac{p_k^2 - p_c^2}{\ln \frac{L_k^{2n} - r_b^{2n}}{n L_k^n r_c r_b^{n-1}}}, \quad (10, \text{VIII})$$

где  $L_k$  — радиус круговой залежи, определяемый по формуле  $L_k = \sqrt{\frac{\Omega_3}{\pi t h}}$ ;

$r_b$  — радиус батареи.

Остальные обозначения прежние.

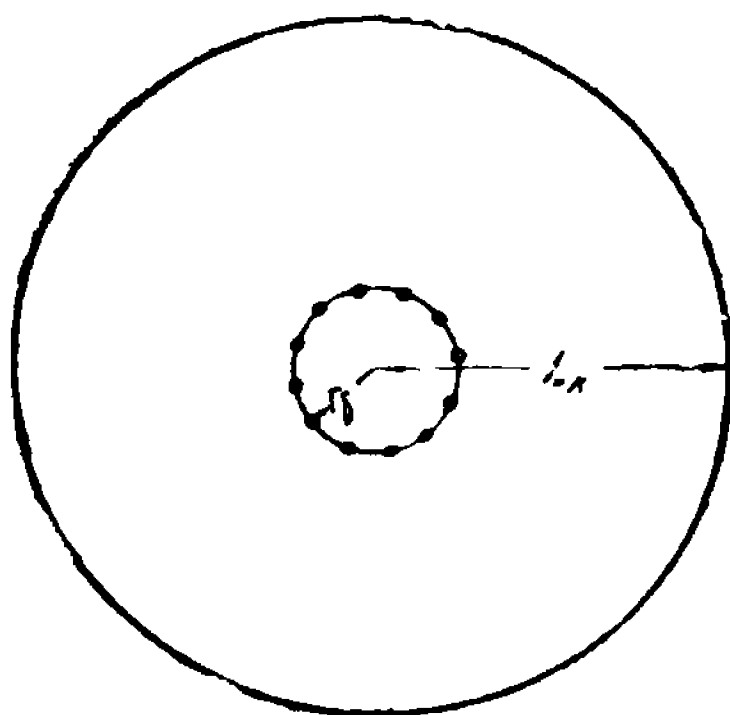
Приведенные в § 2 формулы (5, VIII), (6, VIII) и (7, VIII) справедливы и для данного случая. Следовательно, отличие здесь лишь в выражении, стоящем под знаком логарифма в формуле (10, VIII).

Поэтому, основываясь на выкладках, приведенных в § 2 настоящей главы, можно сразу написать зависимость между временем  $t$  и числом скважин  $n$  в следующем виде:

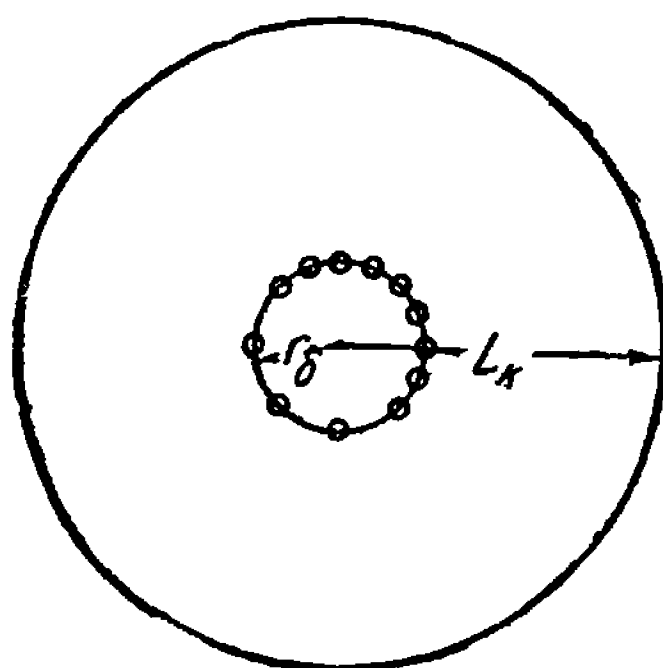
$$t = \frac{\Omega_3}{N} \left[ p_n - \sqrt{\frac{N}{n} \left( \frac{1}{A_1} \ln \frac{L_k^{2n} - r_b^{2n}}{n L_k^n r_c r_b^{n-1}} + \frac{N}{c^2 n} \right)} \right]. \quad (11, \text{VIII})$$

Величина  $t$  показывает, через сколько времени надо ввести в эксплуатацию  $n$ -ную скважину, чтобы сохранить неизменной суточную добычу газа  $N$  при батарейном расположении скважин.

Формула (11, VIII), строго говоря, справедлива только, если скважины в течение всего времени расположены равномерно по окружности радиуса  $r_б$ . Как указывалось в § 1, при разработке газовой залежи с постоянной суточной добычей в условиях отбора  $q = cr_c$  сохранение равномерного, а в данном случае симметричного, расположения скважин невозможно. Для выяснения влияния асимметрии в расположении скважин на их дебит в лаборатории электрического моделирования при



Фиг. 29. Симметричное расположение 12 скважин в виде кольцевой батареи (к решению задачи о влиянии на дебит кольцевой батареи скважин асимметрии в их расположении. Случай а).



Фиг. 30. Асимметричное расположение 12 скважин в виде кольцевой батареи (к решению задачи о влиянии асимметрии в расположении скважин на дебит кольцевой батареи. Случай б).

Московском нефтяном институте нами была поставлена следующая задача: сопоставить суммарные дебиты батарей скважин, расположенных по окружности радиуса  $r_б$ :

- а) при равномерном (симметричном) расположении по окружности;
- б) при неравномерном (несимметричном) расположении на окружности.

Расчетные данные:

расстояние до контура залежи  $L_k = 5630$  м, что при круговой форме залежи дает площадь газоносности  $F = 100$  км<sup>2</sup>;

радиус батареи  $r_б = 500$  м;

радиус скважин  $r_c = 0,1$  м;

число скважин  $n = 12$ .

На фиг. 29 и 30 показаны соответственно симметричное (случай а) и асимметричное (случай б) расположения скважин.

При асимметричном расположении скважин (см. фиг. 30) на одной половине окружности размещено 8 скважин, а на другой 4.

Не ставя себе целью изложение в настоящей работе техники решения подобных задач методом электроанalogии (см. по этому вопросу работы Л. И. Гутенмахера [35] и Ю. Г. Толстова [36]), приведем результаты решения указанной задачи<sup>1</sup>.

Оказалось, что при прочих равных условиях отношение дебита батареи скважин при несимметричном расположении ( $q_{сн}$ ) к дебиту батареи скважин при симметричном расположении ( $q_{сс}$ ) составляет 95,8%, т. е.

$$\frac{q_{сн}}{q_{сс}} = 0,958.$$

Таким образом, асимметрия в размещении скважин при расположении их в виде кольцевой батареи существенно не влияет на величину дебита. Поэтому в дальнейшем при решении задачи настоящего параграфа мы будем исходить из формулы (11, VIII)<sup>2</sup>.

#### § 4. Сопоставление потребного числа скважин при равномерном и батарейном их расположении. Выводы

Для сопоставления количества скважин, которое необходимо для поддержания постоянной суточной добычи газа в условиях равномерного и батарейного их расположений, рассмотрим конкретный пример.

**Пример 12.** Определить потребное число скважин, обеспечивающих получение 2 млн.  $m^3$  газа в сутки из газовой залежи, характеризующейся следующими данными:

площадь газоносности  $F = 100 \text{ км}^2$ ,

мощность пласта  $h = 10 \text{ м}$ ,

пористость пласта  $k = 1$  дарси,

абсолютная вязкость газа  $\mu = 0,0112$  сантипуаз,

начальное пластовое давление  $= 100 \text{ ата}$  ( $p_n = 100$ ),

радиус скважин  $r_c = 0,1 \text{ м}$ ,

газовые скважины эксплуатируются при сохранении постоянной скорости фильтрации у забоя скважин,

коэффициент  $c = 0,0314 \text{ м}^3/\text{сек}$ ,

объем порового пространства  $\Omega_z = 100 \cdot 10^6 \cdot 10 \cdot 0,20 = 2 \cdot 10^8 \text{ м}^3$ , что дает первоначальный запас газа (принимая газ совершенным)  $p_n \Omega_z = 2 \cdot 10^{10} \text{ м}^3$ .

Задаваясь различными значениями числа скважин и подставляя в формулы (9, VIII) и (11, VIII) все соответствующие численные значения входящих в них величин, находим интересующие нас значения  $t$  для равномерного и батарейного расположений скважин.

Результаты вычислений приведены в табл. 19.

На фиг. 31 нанесены кривые изменения во времени  $t$  потребного числа  $n$  скважин [ $n = n(t)$ ] в рассматриваемых двух случаях, построенные по данным табл. 19. Здесь же показано падение пластового дав-

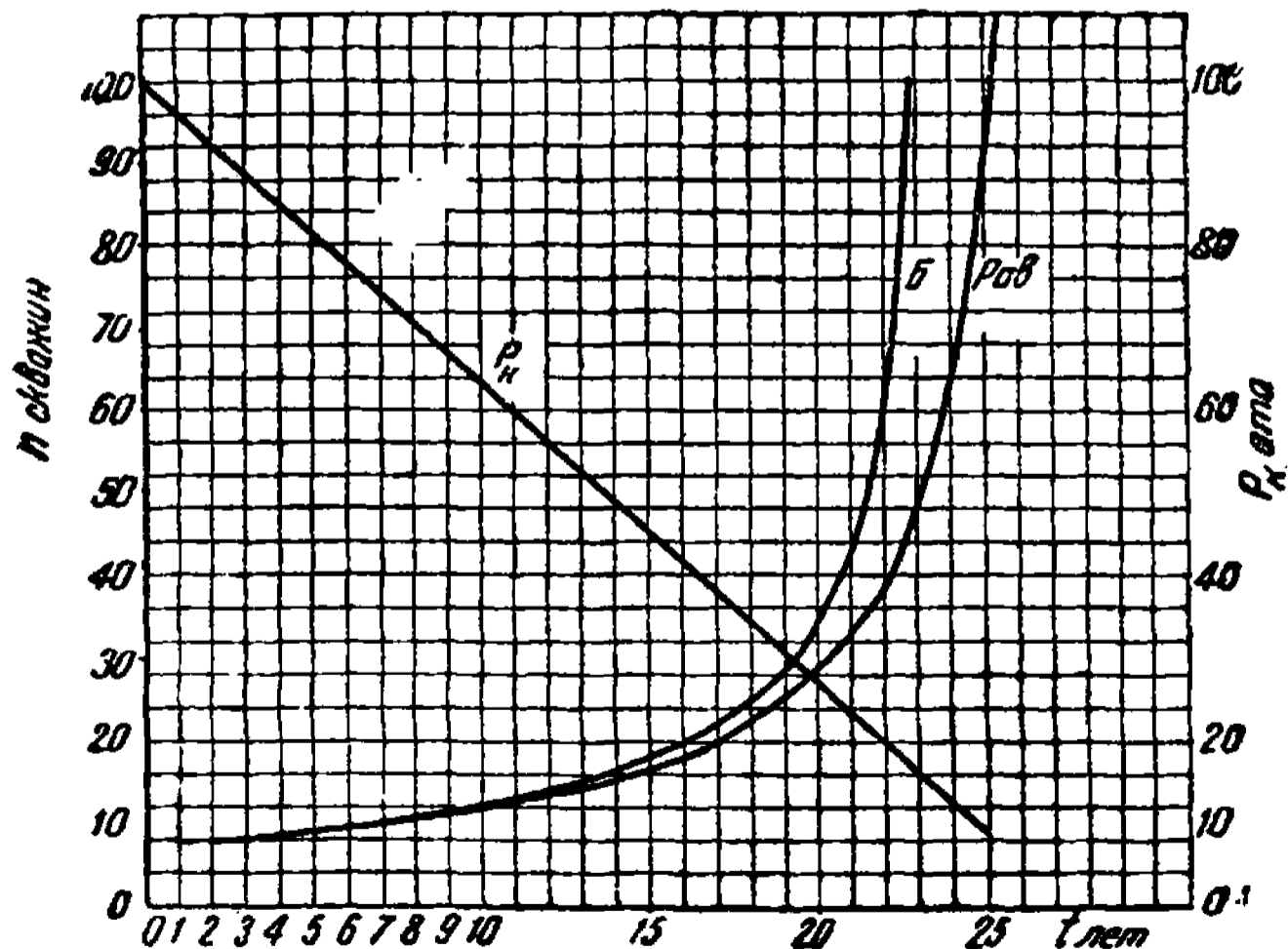
<sup>1</sup> Настоящая задача решалась на электрическом интеграторе системы Л. И. Гутенмахера ст. научным сотрудником П. М. Белаш и Р. М. Якобсон.

<sup>2</sup> Задача о влиянии асимметрии расположения скважин при размещении их в виде кольцевой батареи может быть решена аналитически. Однако, чтобы избежать громоздких вычислений, мы предпочли решение указанной задачи методом электроанalogии.

Таблица 19

Значения времени  $t$ , через которое надо ввести в эксплуатацию  $n$ -ную скважину, чтобы сохранить неизменной суточную добычу газа при равномерном и батарейном расположении скважин

Число скважин $n$	Время $t$ ввода $n$ -й скважины при				Контурное давление $p_k$ в $атм$ при	
	батарейном расположении		равномерном расположении		равномерном расположении	батарейном расположении
	суток	лет	суток	лет		
8	631	1,68	726	1,99	92,74	93,68
10	2446	6,70	2570	7,04	74,30	75,53
15	4839	13,26	5028	13,78	49,72	51,61
18	5619	15,39	5848	16,02	41,52	43,81
20	6004	16,45	6258	17,15	37,42	39,96
25	6680	18,30	6996	19,17	30,04	33,20
30	7114	19,49	7488	20,52	25,12	28,86
50	7903	21,65	8397	23,00	16,03	20,97
75	8224	22,53	8968	24,57	10,34	17,76
100	8350	22,88	9213	25,24	7,87	16,50
120	8402	23,02	9336	25,58	6,63	15,98
150	8451	23,15	9460	25,92	5,40	15,49



Фиг. 31. Изменение во времени  $t$  необходимого числа скважин  $n$  для поддержания неизменной суточной добычи газа в условиях равномерного ( $P_{ав}$ ) и батарейного ( $B$ ) размещения скважин и падение пластового давления  $p_k$ .

ления (точнее, контурного давления)  $p_k$  с течением времени  $t$ . В условиях постоянной во времени добычи газа пластовое давление, как это видно из формулы (7, VIII), является линейной функцией времени.

Рассмотрение кривых  $n = n(t)$  (фиг. 31) при равномерном и батарейном расположении скважин показывает, что в течение длительного времени эти две кривые практически почти совпадают. Так, через 20 лет с начала разработки газовой залежи разница в потребном числе скважин составляет всего 5 скважин (в случае равномерного расположения  $n \cong 28$ , при батарейном расположении  $n \cong 33$ ). Если при определении числа скважин исходить из среднего значения:

$$\tilde{n} = \frac{n_b + n_p}{2}, \quad (12, VIII)$$

где  $n_b$  — потребное число скважин при батарейном их расположении,  $n_p$  — потребное число скважин при равномерном расположении, то отклонение  $\tilde{n}$  от потребного числа скважин в двух рассмотренных случаях уменьшится в 2 раза.

Большое расхождение кривых  $n = n(t)$ , как это видно из графика, имеется лишь при  $t$  больше 20 лет. Однако к этому времени свыше 75% газа уже будет извлечено, ибо пластовое давление ( $\tilde{p} \cong p_k$ ) составит 25 *ата* против начального в 100 *ата*.

В дальнейшем, если бы мы хотели поддерживать постоянную добычу газа из данной залежи, то пришлось бы пойти на резкое увеличение числа скважин, стремящегося с течением времени к бесконечности вследствие быстрого падения их дебита. В этом случае гораздо выгоднее получение недостающего газа из других залежей.

Таким образом, в период извлечения подавляющей части газа неравномерность расположения скважин на площади не оказывает существенного влияния на потребное число скважин.

Поэтому оценку необходимого количества скважин для поддержания неизменной суточной добычи газа можно дать (на весьма продолжительное время), исходя из формулы (12, VIII).

---

## Глава IX

### РАЗРАБОТКА ГАЗОВОЙ ЗАЛЕЖИ В УСЛОВИЯХ СОХРАНЕНИЯ ПОСТОЯННОГО ДАВЛЕНИЯ В СКВАЖИНАХ ( $p_c = \text{const}$ )

По мере разработки газовой залежи давление  $p_c$  в скважинах снижается и, наконец, наступает момент, когда  $p_c \cong 1 \text{ ата}$ <sup>1</sup> и далее остается постоянным. Следовательно, независимо от предшествующих условий отбора, в течение этого оставшегося времени разработки залежи отбор газа производится при  $p_c = \text{const}$ . Это же условие имеется в тех случаях, когда газ из скважин поступает в трубопровод, в котором

<sup>1</sup> Точнее давление на устье скважины равно примерно 1 *ата*. Однако, чтобы не усложнять формулы, гидравлическими потерями при движении газа в самой скважине мы пренебрегаем. В случае необходимости они могут быть учтены.

поддерживается постоянное давление, а также при эксплуатации конденсатных месторождений с момента, когда давление на забое становится близким к давлению обратной конденсации.

Таким образом, решение задачи, сформулированной в заглавии настоящей главы, представляет не только теоретический, но и большой практический интерес.

### § 1. Вывод основных формул

Согласно уравнениям (6, VII) и (11, IV) расход газа

$$q = -\Omega \frac{dp_k}{dt} = A(p_k^2 - p_c^2), \quad (1'', IX)$$

где значение  $A$  дается формулой (10, IV).

Равенство (1'', IX) основано на замене производной  $\frac{d\tilde{p}}{dt}$  на производную  $\frac{dp_k}{dt}$ . Рассмотрим величину допускаемой при этом погрешности.

Согласно формуле (8, VII), погрешность

$$\Delta = 1 - \xi - \frac{d\xi}{d\varepsilon} \left( \frac{dp_c}{dp_k} - \varepsilon \right).$$

При условии отбора  $p_c = \text{const}$  имеем  $\frac{dp_c}{dp_k} = 0$  и, следовательно:

$$\Delta = 1 - \xi + \varepsilon \frac{d\xi}{d\varepsilon}.$$

Найдем производную от  $\Delta$  по  $\varepsilon$ :

$$\frac{d\Delta}{d\varepsilon} = \varepsilon \frac{d^2\xi}{d\varepsilon^2}.$$

Из фиг. 19 видно, что с увеличением  $\varepsilon$  угол наклона кривой  $\xi = \xi(\varepsilon)$  к оси абсцисс возрастает, что свидетельствует о возрастании величины  $\frac{d\xi}{d\varepsilon}$  с увеличением  $\varepsilon$ . Отсюда вытекает, что вторая производная от  $\xi$  по  $\varepsilon$  положительна и значит

$$\frac{d\Delta}{d\varepsilon} > 0.$$

Это указывает, что погрешность  $\Delta$  с увеличением значений  $\varepsilon$  возрастает. Поскольку максимально возможные значения  $\varepsilon$  близки к единице, максимальная величина погрешности  $\Delta$  будет при  $\varepsilon \rightarrow 1$ .

Пример 13. Определить величину погрешности  $\Delta$ , допускаемой при замене производной по времени от среднего давления  $\left(\frac{d\tilde{p}}{dt}\right)$  на производную по времени от контурного давления  $\left(\frac{dp_k}{dt}\right)$  при следующих данных:

радиус контура  $r_k = 298$  м (это соответствует расстоянию между скважинами  $\sim 600$  м);

радиус скважины  $r_c = 0,1$  м,  
 контурное давление  $p_k = 100$  ата,  
 давление на скважине  $p_c = 95$  ата.  
 При этих данных

$$R_k = \frac{r_k}{r_c} = \frac{298}{0,1} = 2980,$$

$$\varepsilon = \frac{p_c}{p_k} = \frac{95}{100} = 0,95,$$

$$\xi \cong 0,997 \text{ (см. фиг. 19).}$$

Считая отрезок  $\xi = \xi(\varepsilon)$  при  $R_k = 2981$  на участке  $\varepsilon = 0,9 - 1,0$  прямолинейным (см. фиг. 19), оценим величину  $\frac{d\xi}{d\varepsilon}$ :

$$\frac{d\xi}{d\varepsilon} \cong \frac{\Delta\xi}{\Delta\varepsilon} = \frac{0,006}{0,1} = 0,06.$$

Погрешность

$$\Delta = 1 - 0,997 + 0,95 \cdot 0,06 = 0,06 = 6\%.$$

При  $\varepsilon \rightarrow 1$ ,  $\xi \rightarrow 1$  и

$$\Delta = \frac{d\xi}{d\varepsilon} \cong 0,06 = 6\%.$$

При  $\varepsilon = 0$ ,  $\xi = 0,9677$  (см. табл. 10, глава VI)

$$\Delta = 1 - \xi = 0,0323 = 3,23\%.$$

Таким образом, величина допускаемой погрешности колеблется в пределах от 3 до 6%. Надо иметь в виду, что в действительности расстояния между скважинами гораздо больше 600 м (обычно 1000—1500 м), а значения  $\xi$  в условиях неустановившейся фильтрации ближе к единице, чем соответствующие значения  $\xi$ , приведенные в табл. 10. Следовательно, величина погрешности  $\Delta$  будет еще меньше. Учитывая неточность других параметров, входящих в расчетные формулы ( $m$  — пористость,  $k$  — проницаемость,  $\Omega$  — объем порового пространства), можно с вполне достаточной точностью в практических расчетах принимать

$$\frac{d\tilde{p}}{dt} = \frac{dp_k}{dt}.$$

Разделив в формуле (1", IX) переменные, имеем:

$$\frac{dp_k}{Ap_k^2 - Ap_c^2} = -\frac{1}{\Omega} dt.$$

Интегрируя полученное уравнение в пределах от  $p_n$  до  $p_k$  и от 0 до  $t$ , находим:

$$t = \frac{\Omega}{2Ap_c} \ln \frac{(p_n - p_c)(p_k + p_c)}{(p_n + p_c)(p_k - p_c)}, \quad (1, IX)$$

или, обозначая постоянные

$$\left. \begin{aligned} N_1 &= \frac{\Omega}{2Ap_c} \ln \frac{p_H + p_c}{p_H - p_c} \\ N_2 &= \frac{\Omega}{2Ap_c} \end{aligned} \right\} \quad (2, IX)$$

получим

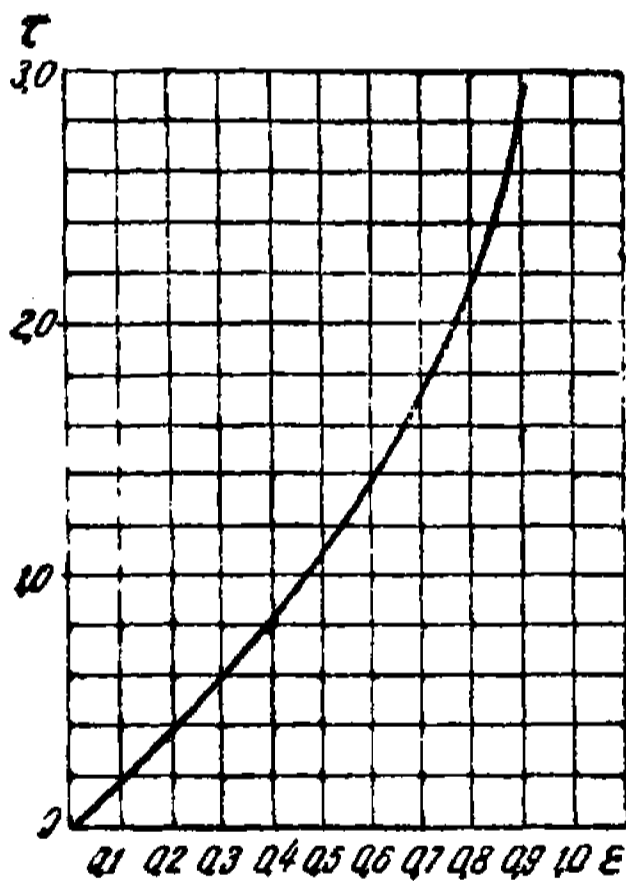
$$t = N_2 \ln \frac{p_K + p_c}{p_K - p_c} - N_1. \quad (3, IX)$$

Вводим

$$\varepsilon = \frac{p_c}{p_K};$$

тогда

$$t = N_2 \ln \frac{1 + \varepsilon}{1 - \varepsilon} - N_1. \quad (4, IX)$$



Фиг. 32. Зависимость безразмерного времени  $\tau = \frac{t + N_1}{N_2} = \ln \frac{1 + \varepsilon}{1 - \varepsilon}$  от величины  $\varepsilon = \frac{p_c}{p_K}$  при условии отбора газа  $p_c = \text{const}$ .

Время  $T$  разработки (истощения) газовой залежи в условиях  $p_c = \text{const}$  найдем, положив  $p_K = p_{\text{кон}}$  (что соответствует  $\varepsilon = \varepsilon_{\text{кон}} = \frac{p_c}{p_{\text{кон}}}$ ) при  $t = T$ :

$$T = \frac{\Omega}{2Ap_c} \ln \frac{(p_H - p_c)(p_{\text{кон}} + p_c)}{(p_H + p_c)(p_{\text{кон}} - p_c)} \quad (1', IX)$$

или

$$T = N_2 \ln \frac{1 + \varepsilon_{\text{кон}}}{1 - \varepsilon_{\text{кон}}} - N_1. \quad (5, IX)$$

Обозначая безразмерное время

$$\tau = \frac{t + N_1}{N_2} = \ln \frac{1 + \varepsilon}{1 - \varepsilon}, \quad (6, IX)$$

формулу (4, IX) приводим к виду:

$$t = N_2 \tau - N_1. \quad (7, IX)$$

В табл. 20 приведены значения  $\tau$  для разных  $\varepsilon$ , а на фиг. 32 показана кривая  $\tau = \tau(\varepsilon)$ .

Задаваясь различными значениями  $\varepsilon$  и подставляя их в формулу (6, IX) или пользуясь графиком  $\tau = \tau(\varepsilon)$ , либо табл. 20, находим соответствующие значения  $\tau$  и затем по формуле (7, IX) определяем  $t$ .

Подставляя значения  $p_K = \frac{1}{\varepsilon} p_c$  в формулу (1'', IX), находим отвечающие им значения  $q$ .

По полученным данным легко построить кривые  $q = q(t)$  и  $\varepsilon = \varepsilon(t)$ .

Используя кривую фиг. 6, нетрудно построить также кривую изменения во времени  $t$  процента отбора  $\theta [\theta = \theta(t)]$ .

Таблица 20

## Значения безразмерного времени

$$\tau = \ln \frac{1 + \varepsilon}{1 - \varepsilon}$$

$\varepsilon = \frac{p_c}{p_k}$	$\tau$	$\varepsilon = \frac{p_c}{p_k}$	$\tau$
0,05	0,09981	0,55	1,2363
0,10	0,20043	0,60	1,3859
0,15	0,3022	0,65	1,5501
0,20	0,4054	0,70	1,7340
0,25	0,5102	0,75	1,9454
0,30	0,6088	0,80	2,1966
0,35	0,7307	0,85	2,5112
0,40	0,8468	0,90	2,9436
0,45	0,9692	0,95	3,6626
0,50	1,0983	1,00	$\infty$

Из формулы (3, IX) легко найти зависимость между контурным давлением  $p_k$  и временем  $t$ , а также изменение во времени величины  $\varepsilon = \frac{p_c}{p_k}$ .

$$\ln \frac{p_k + p_c}{p_k - p_c} = \frac{t + N_1}{N_2} = \tau.$$

Отсюда

$$p_k = p_c \frac{e^{\tau+1} + 1}{e^{\tau} - 1}, \quad (8, IX)$$

$$\varepsilon = \frac{e^{\tau} - 1}{e^{\tau} + 1}. \quad (9, IX)$$

В частном случае, когда давление  $p_c$  на скважине равно нулю, дебит газовой скважины  $q = Ap_k^2$ .

Подставляя это значение расхода газа  $q$  в уравнение (1", IX), имеем:

$$Ap_k^2 = -\Omega \frac{dp_k}{dt};$$

отсюда

$$\frac{dp_k}{p_k^2} = -\frac{A}{\Omega} dt.$$

Интегрируя полученное уравнение в пределах от  $p_n$  до  $p_k$  и от 0 до  $t$ , получаем:

$$t = \frac{\Omega}{A} \left( \frac{1}{p_k} - \frac{1}{p_n} \right). \quad (10, IX)$$

Решая уравнение (10, IX) относительно  $p_k$ , имеем:

$$p_k = \frac{\Omega p_n}{\Omega + A p_n t}. \quad (11, IX)$$

Найдем зависимость времени  $T$  разработки (истощения) газовой залежи от числа  $n$  скважин при условии отбора газа  $p_c = \text{const}$ .

Если газовая залежь эксплуатируется при помощи  $n$  скважин, то время  $T$  истощения залежи легко определить, используя формулу (1, IX). Поскольку при объеме порового пространства залежи  $\Omega_3$  и числе скважин  $n$  приходящийся на долю каждой скважины объем порового пространства  $\Omega$  равен  $\frac{\Omega_3}{n}$  и при  $p_k = p_{\text{кон}}$   $t = T$ , то, подставляя в (1, IX) вместо  $\Omega$  величину  $\frac{\Omega_3}{n}$  и вместо  $p_k$  значение  $p_{\text{кон}}$ , получим:

$$T = \frac{\Omega_3}{2A p_c n} \ln \frac{(p_n - p_c)(p_{\text{кон}} + p_c)}{(p_n + p_c)(p_{\text{кон}} - p_c)} = \frac{E}{n},$$

где

$$E = \frac{\Omega_3}{2A p_c} \ln \frac{(p_n - p_c)(p_{\text{кон}} + p_c)}{(p_n + p_c)(p_{\text{кон}} - p_c)}. \quad (12, XI)$$

Итак:

$$T = \frac{E}{n}. \quad (13, IX)$$

Таким образом, как и в предыдущем случае (см. § 3 главы VII) между временем  $T$  истощения газовой залежи и числом скважин  $n$  существует гиперболическая зависимость.

Рассмотрим конкретный пример.

Пример 14. Определить распределение давления в пласте, дебит скважины и их изменения во времени при радиальной неустановившейся фильтрации газа, если:

радиус контура  $r_k = 750$  м;

радиус скважины  $r_c = 0,1$  м;

проницаемость пласта  $k = 1$  дарси  $= 1,02 \cdot 10^{-12}$  м<sup>2</sup>;

абсолютная вязкость газа  $\mu = 0,012$  сантипуаз  $= 1,223 \cdot 10^{-6}$  кг сек/м<sup>2</sup>;

пористость пласта  $m = 0,20$ ;

давление на скважине  $p_c = 90$  ата;

начальное пластовое давление  $p_n = 100$  ата;

мощность пласта  $h = 10$  м.

Определив значения  $\Omega = \pi r_k^2 m h$  и  $A = \frac{\pi k h p_{ат}}{\mu \ln \frac{r_k}{r_c}}$  и задаваясь различ-

ными значениями времени, находим по формулам (2, IX), (6, IX) и (8, IX) изменение во времени давления  $p_k$  на контуре пласта. Зная величину контурного давления в различные моменты времени, легко найти по формуле (1, VI) распределение давления в пласте

$$p = \sqrt{p_c^2 + \frac{p_k^2 - p_c^2}{\ln \frac{r_k}{r_c}} \ln \frac{r}{r_c}}$$

и дебит скважины

$$q = A(p_k^2 - p_c^2).$$

В табл. 21 приведены результаты вычислений.

Как видно из табл. 21, давление в пласте падает весьма быстро, что объясняется большой величиной начальной депрессии ( $p_n - p_c = 10 \text{ ат}$ ) и хорошей проницаемостью пласта.

Таблица 21

Распределение давления в пласте и значения дебита газа в различные моменты времени  $t$  при неустановившейся радиальной фильтрации газа (вычисления произведены по формулам § 1 главы IX)

$t$ , сутки	$r$ , м	0,5	1	10	100	750	Дебит $q$ в $\text{м}^3/\text{сек}$
1		91,60	92,23	94,46	96,69	98,64	49,25
5		90,81	91,16	92,33	93,49	95,00	27,72
10		90,37	90,53	91,07	91,60	92,07	14,10

## § 2. Решение акад. Л. С. Лейбензона задачи о неустановившемся двухразмерном радиальном движении газа в пористой среде

В 1929 г. была опубликована работа акад. Л. С. Лейбензона [3], в которой *впервые* было выведено дифференциальное уравнение неустановившегося движения газа в пористой среде.

Для радиального двухразмерного движения это уравнение имеет вид:

$$\nabla^2 P = \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} = \frac{m\mu}{nk} P^{-\frac{n}{n+1}} \frac{\partial P}{\partial t}, \quad (14, IX)$$

где  $n$  — показатель политропы,

$$P = p^{\frac{n+1}{n}},$$

$p$  — давление в точке с координатами  $(x, y)$ . Остальные обозначения прежние<sup>1</sup>.

Весовая скорость фильтрации имеет компоненты по осям координат:

$$\gamma u = -\frac{kn}{\beta\mu(n+1)} \frac{\partial P}{\partial x},$$

$$\gamma v = -\frac{kn}{\beta\mu(n+1)} \frac{\partial P}{\partial y},$$

<sup>1</sup> В дифференциальном уравнении (14, IX) вместо коэффициента  $k$  Лейбензона нами введен множитель  $\frac{k}{\mu}$ , что позволяет при решении задач исходить из данных о проницаемости пласта и вязкости газа.

здесь  $\gamma$  — удельный вес газа,  $\beta = VT$ , причем  $V$  — характеристическая газовая постоянная,  $T$  — абсолютная температура<sup>1</sup>.

Весовой дебит скважины дан формулой:

$$G = \frac{knh}{\beta\mu(n+1)} \oint \frac{\partial P}{\partial r} dS,$$

где интеграл взят по окружности скважины, элемент которой обозначен через  $dS$ , а радиус-вектор  $r$  проведен из центра окружности, представляющей контур скважины.

Полагая, что начальное давление газа в пласте одинаково во всех точках пласта постоянно и равно  $p_n$ , Л. С. Лейбензон принимает для коэффициента в правой части уравнения (14, IX).

$$P^{\frac{n}{n+1}} = p = p_n \sigma(t).$$

Тогда уравнение (14, IX) принимает вид:

$$\nabla^2 P = \frac{m\mu}{nk p_n \sigma(t)} \frac{\partial P}{\partial t}.$$

Введя новое переменное по формуле

$$\tau(t) = \int_0^t \sigma(t) dt = \frac{p_c}{p_n} t + \frac{n+1}{n\theta\lambda_1^2} \left(1 - \frac{p_c}{p_n}\right) \left(1 - e^{-\frac{n}{n+1}\theta\lambda_1 t}\right),$$

получим, обозначив  $\theta = \frac{nk p_n}{m\mu}$ :

$$\theta \nabla^2 P = \frac{\partial P}{\partial \tau}. \quad (15, IX)$$

Если скважина (круговой контур) находится в центре круговой внешней границы, уравнение (15, IX) может быть записано в полярных координатах так:

$$\frac{\partial^2 P}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial r} = \frac{1}{\theta} \frac{\partial P}{\partial \tau}. \quad (16, IX)$$

При интегрировании должны быть выполнены следующие условия:

а) Начальное условие:

$$P = P_n = p_n^{\frac{n+1}{n}} \quad (\text{при } \tau = 0). \quad (17, IX)$$

б) Граничные условия:

1) на внешней границе  $S_k$ :

$$\frac{\partial P}{\partial r} = 0 \quad (\text{для } r = r_k); \quad (18, IX)$$

<sup>1</sup> Заметим, что  $VT = \frac{RT}{Mg}$ , где  $R$  — универсальная газовая постоянная, отнесенная к молю,  $M$  — молекулярный вес газа и  $g$  — ускорение силы тяжести. (Ред.)

2) на внутренней границе  $S_c$ :

$$P = P_c \text{ (для } r = r_c). \quad (19, IX)$$

Интеграл уравнения (16, IX) удобно представить в виде:

$$P - P_c = \sum_{m=1}^{\infty} c_m f_m(r) \cdot e^{-\theta \lambda_m^2 \tau},$$

где  $c_1, c_2, c_3 \dots$  — произвольные постоянные, а функция  $f_m(r)$  удовлетворяет известному уравнению для Бесселевских функций первого порядка

$$\frac{d^2 f_m}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{df_m}{dr} + \lambda_m^2 f_m = 0.$$

Интеграл этого уравнения берется в форме:

$$f_m(r) = I_0(r\lambda_m) + A_m N_0(r\lambda_m) = Z_0(\lambda_m r),$$

где  $I_0(r\lambda_m)$  и  $N_0(r\lambda_m)$  — Бесселевские функции первого и второго видов и нулевого порядка. На основании формул теории Бесселевских функций

$$I_0'(x) = -I_1(x), \quad N_0'(x) = -N_1(x)$$

и в силу граничных условий (18, IX) и (19, IX) получаем следующие два уравнения:

$$I_1(r_k \lambda_m) + A_m N_1(r_k \lambda_m) = 0 \quad (20, IX)$$

и

$$I_0(r_c \lambda_m) + A_m N_0(r_c \lambda_m) = 0. \quad (21, IX)$$

Из уравнений (20, IX) и (21, IX) имеем:

$$-A_m = \frac{I_0(r_c \lambda_m)}{N_0(r_c \lambda_m)} = \frac{I_1(r_k \lambda_m)}{N_1(r_k \lambda_m)}. \quad (22, IX)$$

Если обозначить  $\frac{r_c}{r_k} = R$ , а  $r_k \lambda_m = x$ ,  $r_c \lambda_m = Rx$ , то из уравнения (22, IX) получим уравнение, служащее для определения  $x$ :

$$I_0(Rx) \cdot N_1(x) - I_1(x) N_0(Rx) = 0.$$

Для данного  $R$  уравнение имеет бесчисленное множество корней  $x_1, x_2, x_3 \dots$ , которым отвечает бесчисленное множество значений параметра  $\lambda$ .

При удовлетворении начальному условию (17, IX) из уравнения

$$P - P_c = \sum_{m=1}^{\infty} c_m f_m(r) e^{-\theta \lambda_m^2 \tau} \quad \text{имеем:}$$

$$P_n - P_c = \sum_{m=1}^{\infty} c_m f_m(r), \quad (23, IX)$$

а последнее, как это показано Л. С. Лейбензоном [7], может быть разложено следующим образом:

$$P_H - P_c = -2(P_H - P_c) \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(r_c \lambda_m) \cdot Z_1(r_c \lambda_m) \cdot Z_0(\lambda_m r)}{(r_k \lambda_m)^2 Z_0^2(r_k \lambda_m) - (r_c \lambda_m)^2 Z_1^2(r_c \lambda_m)}, \quad (24, IX)$$

где  $r_c \leq r \leq r_k$  и введены обозначения:  $Z_0(\lambda_m r) = I_0(\lambda_m r) + A_m N_0(\lambda_m r)$ ,  $Z_1(\lambda_m r) = I_1(\lambda_m r) + A_m N_1(\lambda_m r)$ .

Сравнивая формулы (23, IX) и (24, IX), получим:

$$P = P_c - 2(P_H - P_c) \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(r_c \lambda_m) Z_1(r_c \lambda_m) \cdot Z_0(\lambda_m r)}{(r_k \lambda_m)^2 Z_0^2(r_k \lambda_m) - (r_c \lambda_m)^2 Z_1^2(r_c \lambda_m)} \cdot e^{-\theta \lambda_m^2 \tau}$$

Это и представляет собой окончательное решение. Для определения дебита скважины, выраженного формулой:

$$G = \frac{knh}{\beta \mu (n+1)} \oint \frac{\partial P}{\partial r} dS,$$

можно принять, в силу симметрии:

$$\oint \frac{\partial P}{\partial r} dS = 2\pi r \frac{\partial P}{\partial r}$$

тогда получим:

$$G = \frac{4\pi khn}{\beta \mu (n+1)} (P_H - P_c) \cdot \sum_{i=1}^{\infty} \frac{(r_c \lambda_i)^2 Z_1(r_c \lambda_i) \cdot e^{-\theta \lambda_i^2 \tau}}{(r_k \lambda_i)^2 Z_0^2(r_k \lambda_i) - (r_c \lambda_i)^2 Z_1^2(r_c \lambda_i)},$$

что при дальнейшем преобразовании может быть приведено к виду:

$$G = \frac{2\pi khn (P_H - P_c)}{\beta \mu (n+1)} \varphi(t),$$

где

$$\varphi(t) = \sum_{i=1}^{\infty} B_i e^{-\theta \lambda_i^2 \tau},$$

причем

$$B_i = \frac{2 N_1^2(r_k \lambda_i)}{N_0^2(r_c \lambda_i) - N_1^2(r_k \lambda_i)}.$$

Несмотря на то, что со времени опубликования работы Л. С. Лейбензона прошло 16 лет, до сих пор вычислений для случая неустановившегося радиального движения произведено не было. Приведем численный пример.

**Пример 15.** Определить давление  $p$  в пяти точках пласта и дебит  $q$  в моменты времени  $t=1, 10, 30$  и  $90$  суток с начала эксплуатации газовой залежи при тех же исходных данных, что в примере 14, § 1 настоящей главы.

Приведем расчет для точек, лежащих на внешнем контуре. Совершенно так же можно получить давление в любой точке пласта. Расчет, следовательно, будем вести по формуле:

$$P_k = P_c - 2(P_n - P_c) \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(r_c \lambda_m) \cdot Z_1(r_c \lambda_m) \cdot Z_0(r_k \lambda_m)}{(r_k \lambda_m)^2 \cdot Z_0^2(\lambda_m r_k) - (r_c \lambda_m)^2 Z_1^2(r_c \lambda_m)} e^{-\lambda_m^2 \theta \tau}$$

причем принимаем показатель политропы  $n = 1$ .

Для начала подсчета определяем

$$\frac{1}{R_k} = \frac{r_c}{r_k} = \frac{0,1}{750} = 0,00013.$$

При данном значении  $\frac{1}{R_k}$  из таблицы<sup>1</sup> берем значения  $x_m$  и  $B_i$ :

$$\begin{array}{ll} x_1 = 0,4857, & B_1 = 0,11881, \\ x_2 = 4,0317, & B_2 = 0,01224, \\ x_3 = 7,2277, & B_3 = 0,00779, \\ x_4 = 10,3955, & B_4 = 0,00594. \end{array}$$

Далее определяем значения аргументов

$$r_k \lambda_m = x_m \text{ и } r_c \lambda_m = \frac{x_m}{R_k}.$$

В данном случае с точностью до 1% достаточно ограничиться двумя членами разложения и вычислять соответственно значения  $Z_0$  и  $Z_1$  для  $x_m = x_1, x_2$ .

При этом

$$\begin{array}{l} r_k \lambda_1 = x_1 = 0,4857; \quad r_c \lambda_1 = \frac{x_1}{R_k} = 0,5940 \cdot 10^{-6}; \\ r_k \lambda_2 = x_2 = 4,0317; \quad r_c \lambda_2 = \frac{x_2}{R_k} = 4,931 \cdot 10^{-6}. \end{array}$$

Для вычисления значений  $Z_0(r_k \lambda_m)$  и  $Z_1(r_c \lambda_m)$  находим значения функций Бесселя (см. [43]):

$$\begin{array}{ll} I_1(0,594 \cdot 10^{-6}) = 0,297 \cdot 10^{-6}; & N_1(0,594 \cdot 10^{-6}) = -1072 \cdot 10^3; \\ I_1(4,931 \cdot 10^{-6}) = 2,465 \cdot 10^{-6}; & N_1(4,931 \cdot 10^{-6}) = -129,2 \cdot 10^3; \\ I_0(0,4857) = 0,9419; & N_0(0,4857) = -0,4660; \\ I_0(4,0317) = 0,3950; & N_0(4,0317) = -0,0288; \\ A_1 = 0,1559; & Z_1(0,594 \cdot 10^{-6}) = -167 \cdot 10^3; \\ A_2 = 0,1813; & Z_1(4,931 \cdot 10^{-6}) = -23,41 \cdot 10^3; \\ Z_0(0,4857) = 0,8692; & \\ Z_0(4,0317) = 0,4002; & \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \frac{(r_c \lambda_1) Z_1(r_c \lambda_1) \cdot Z_0(r_k \lambda_1)}{(r_k \lambda_1)^2 Z_0^2(r_k \lambda_1) - (r_c \lambda_1)^2 Z_1^2(r_c \lambda_1)} = -0,5123; \\ \frac{(r_c \lambda_2) Z_1(r_c \lambda_2) \cdot Z_0(r_k \lambda_2)}{(r_k \lambda_2)^2 Z_0^2(r_k \lambda_2) - (r_c \lambda_2)^2 Z_1^2(r_c \lambda_2)} = 0,01782. \end{array}$$

<sup>1</sup> Л. С. Лейбензон [7], стр. 170, табл. 11.

Далее вычисляем значения  $e^{-\lambda_m^2 \theta \tau}$ :

для  $t_1=1$  сутки  $e^{-\lambda_1^2 \theta \tau_1} = 0,86058$ ,

$$e^{-\lambda_2^2 \theta \tau_1} = 0,1162 \cdot 10^{-4};$$

$t_2=10$  суток  $e^{-\lambda_1^2 \theta \tau_2} = 0,2311$ ,

$$e^{-\lambda_2^2 \theta \tau_2} = 0,1698 \cdot 10^{-4};$$

$t_3=30$  суток  $e^{-\lambda_1^2 \theta \tau_3} = 0,3998 \cdot 10^{-4}$ ;

$t_4=90$  суток  $e^{-\lambda_1^2 \theta \tau_4} = 0,1948 \cdot 10^{-10}$ .

При  $t=1$  сутки

$$P_k = P_c - 2(P_n - P_c) \sum_{m=1}^{\infty} = 8100 - 2(10000 - 8100) \cdot (-0,44088) =$$

$$= 9775;$$

$$p_k = 98,87 \text{ атм};$$

при  $t=10$  суток  $P_k = 8600$ ;  $p_k = 92,84 \text{ атм}$ ;

$t=30$  суток  $P_k = 8127,6$ ;  $p_k = 90,15 \text{ атм}$ ;

$t=90$  суток  $P_k = 8100,078$ ;  $p_k = 90,00 \text{ атм}$ .

Аналогичным образом находим значения давления в других точках пласта.

Величину приведенного к атмосферному давлению объемного расхода  $q$  газа определяем по формуле:

$$q = \frac{G}{\gamma_{ат}} = \frac{\pi k h (P_n - P_c)}{\mu p_{ат}} \varphi(t) = 497,5 \cdot \varphi(t),$$

где

$$\varphi(t) = \sum B_i e^{-\lambda_i^2 \theta \tau}$$

Численные значения  $B_i$  и  $e^{-\lambda_i^2 \theta \tau}$  приведены выше.

В табл. 22 даны результаты вычисления значений давления  $p$  в пяти точках пласта и  $q$  скважины в различные моменты времени<sup>1</sup>.

### § 3. Приближенное решение задачи о неустановившейся двухразмерной радиальной фильтрации газа

Для изотермической фильтрации газа дифференциальное уравнение движения газа (14, IX) имеет следующий вид (в полярных координатах):

$$\frac{\partial^2 P}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial r} = \frac{m\mu}{k} P^{-\frac{1}{2}} \frac{\partial P}{\partial t}, \quad (25, IX)$$

где  $P = p^2$ , т. е.  $P$  равно квадрату давления.

<sup>1</sup> Вычисления произведены аспирантом Московского нефтяного института В. А. Евдокимовой.

Таблица 22

Распределение давления в пласте и дебит скважины в различные моменты времени  $t$  при неустановившейся радиальной фильтрации газа (по Л. С. Лейбензону)

$t, \text{сутки}$ \diagdown $r, \text{м}$	0,5	1	10	100	750	Дебит $q, \text{м}^3/\text{сек}$
1	91,95	92,67	95,03	97,48	98,89	50,84
5	91,08	91,48	92,81	94,21	95,02	27,68
10	90,53	90,72	91,37	92,07	92,47	14,02

Так как точное решение этого нелинейного дифференциального уравнения пока невозможно, примем с целью линеаризации, что коэффициент  $P^{\frac{1}{2}}$  равен среднему давлению  $\tilde{p}$ , которое, как мы показали в главе VI, практически можно принять равным контурному давлению  $p_k$ . Допускаемая при этом ошибка, как было показано, весьма мала, особенно, если учесть, что эксплуатация газовых скважин осуществляется при малых перепадах давления и, следовательно,  $\varepsilon = \frac{p_c}{p_k}$  близко к единице.

Применяя к решению настоящей задачи метод последовательной смены стационарных состояний и заменив среднее давление на контурное, выше мы нашли, что значение  $p_k$  дается формулой (8, IX).

$$p_k = p_c \frac{e^{\frac{t+N_1}{N_2}} + 1}{e^{\frac{t+N_1}{N_2}} - 1}$$

Это значение  $p_k$  мы и подставим в правую часть дифференциального уравнения (25, IX) вместо  $P^{\frac{1}{2}}$ . Тогда уравнение (25, IX) примет вид

$$\frac{\partial^2 P}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial r} = \frac{m\mu}{kp_c \sigma(t)} \frac{\partial P}{\partial t}, \quad (26, IX)$$

где

$$\sigma(t) = \frac{e^{\frac{t+N_1}{N_2}} + 1}{e^{\frac{t+N_1}{N_2}} - 1}$$

Обозначим, следуя примеру акад. Л. С. Лейбензона,

$$\theta_1 = \frac{kp_c}{m\mu}$$

и

$$\tau = \int_0^t \sigma(t) dt.$$

Тогда уравнение (26, IX) приводится к виду, идентичному уравнению, полученному Л. С. Лейбензоном (см. § 2):

$$\frac{\partial^2 P}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial P}{\partial r} = \frac{1}{\theta_1} \frac{\partial P}{\partial \tau}. \quad (27, IX)$$

При интегрировании должны быть выполнены следующие условия:

- а) начальное: при  $t=0$ ,  $\tau=0$ ,  $P=P_H=p_H^2$ ;
- б) граничные:
  - 1) на контуре скважины при  $r=r_c$ ,  $P=P_c=p_c^2$ ,
  - 2) на контуре пласта при  $r=r_k$ ,  $\frac{\partial P}{\partial r} = 0$ .

При этих условиях решение уравнения (27, IX) имеет вид:

$$P = P_c - 2(P_H - P_c) \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(r_c \lambda_m) Z_1(r_c \lambda_m) Z_0(r \lambda_m)}{(r_k \lambda_m)^2 Z_0^2(r_k \lambda_m) - (r_c \lambda_m)^2 Z_1^2(r_c \lambda_m)} e^{-\lambda_m^2 \theta_1 \tau}. \quad (28, IX)$$

Множитель  $e^{-\lambda_m^2 \theta_1 \tau}$  может быть выражен в гиперболических функциях.

Разделив числитель и знаменатель подинтегрального выражения на  $e^{at}$ , получим:

$$\begin{aligned} \tau &= \int_0^t \sigma(t) dt = \int_0^t \frac{e^{(at+\beta)} + e^{-(at+\beta)}}{e^{at+\beta} - e^{-(at+\beta)}} dt = \\ &= \int_0^t \frac{\operatorname{ch}(at+\beta)}{\operatorname{sh}(at+\beta)} dt = \int \operatorname{cth}(at+\beta) dt = \frac{1}{a} [\operatorname{lnsh}(at+\beta) - \operatorname{lnsh} \beta] = \\ &= \frac{1}{a} \ln \frac{\operatorname{sh}(at+\beta)}{\operatorname{sh} \beta}, \end{aligned}$$

поэтому

$$e^{-\lambda_m^2 \theta_1 \tau} = e^{\frac{-\lambda_m^2 \theta_1}{a} \ln \frac{\operatorname{sh}(at+\beta)}{\operatorname{sh} \beta}} = \left[ \frac{\operatorname{sh} \beta}{\operatorname{sh}(at+\beta)} \right]^{\frac{\lambda_m^2 \theta_1}{a}}.$$

Окончательное решение представляется в виде:

$$P = P_c - 2(P_H - P_c) \times \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(r_c \lambda_m) Z_1(r_c \lambda_m) Z_0(r \lambda_m)}{(r_k \lambda_m)^2 Z_0^2(r_k \lambda_m) - (r_c \lambda_m)^2 Z_1^2(r_c \lambda_m)} \left[ \frac{\operatorname{sh} \beta}{\operatorname{sh}(at+\beta)} \right]^{\frac{\lambda_m^2 \theta_1}{a}} \quad (29, IX)$$

Приведенный к атмосферному давлению дебит газа

$$q = -\Omega \frac{dp_k}{dt} = \Omega \theta_1 (P_n - P_c) \frac{1}{p_k} \operatorname{cth}(\alpha t + \beta) \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(r_c \lambda_m) Z_1(r_c \lambda_m) Z_0(\lambda_m r_k) \lambda_m^2}{(r_k \lambda_m)^2 Z_0^2(r_k \lambda_m) - (r_c \lambda_m) Z_1^2(r_c \lambda_m)} e^{-\lambda_m^2 \theta_1 t}$$

Приведем численный пример. Для возможности сопоставления с § 1 и 2 исходные данные возьмем те же, что и в примерах 14 и 15.

**Пример 16.** Определить давление  $p$  в пяти точках пласта и дебит  $q$  в различные моменты времени  $t$  при тех же исходных данных, что и в примерах 14 и 15.

В табл. 23 приведены результаты соответствующих вычислений по формулам (29, IX) и (31, IX).

Таблица 23.

**Распределение давления в пласте и дебит скважины в различные моменты времени  $t$  при неустановившейся радиальной фильтрации газа (по приближенному решению автора)**

$t$ , сутки	$r$ , м	0,5	1	10	100	750	Дебит $q$ , м <sup>3</sup> /сек
1		92,02	92,38	95,08	97,36	98,87	50,84
5		91,13	91,34	92,87	94,18	95,06	28,40
10		90,56	90,66	91,43	92,08	92,52	13,97

#### § 4. Сопоставление решений, полученных в § 1, 2 и 3

Сопоставим результаты произведенных в § 1, 2, 3 вычислений по формулам акад. Л. С. Лейбензона и автора.

##### 1. Распределение давления в пласте

В табл. 24 приведены данные о распределении давления  $p$  в пласте как функции координаты  $r$  и времени  $t$ .

Под рубриками  $A$ ,  $B$ ,  $C$  следует понимать:  $A$  — решение акад. Л. С. Лейбензона,  $B$  — решение автора,  $C$  — решение автора по методу последовательной смены стационарных состояний с заменой  $\tilde{p}$  на  $p_k$ .

Как видно из табл. 24, абсолютные значения давлений, вычисленных в соответствии с решениями  $B$  и  $C$ , очень близки к значениям давлений, рассчитанным по формулам акад. Л. С. Лейбензона.

В табл. 25 приведены величины отклонений, вычисленные по данным табл. 24.

Из табл. 25 вытекает, что величина указанных отклонений не превышает 0,73%.

Таблица 24

Сопоставление результатов вычислений распределения давления в пласте, произведенных по формулами акад. Л. С. Лейбензона и автора

$r, м$		$t, \text{сутки}$				
		0,5	1	10	100	750
1	A	91,95	92,67	95,03	97,48	98,39
	B	92,02	92,38	95,08	97,36	98,87
	C	91,60	92,23	94,46	96,69	98,64
5	A	91,08	91,48	92,81	94,21	95,02
	B	91,13	91,34	92,87	94,18	95,06
	C	90,81	91,16	92,33	93,49	95,00
10	A	90,53	90,72	91,37	92,07	92,47
	B	90,56	90,66	91,43	92,08	92,52
	C	90,37	90,53	91,07	91,60	92,07

Таблица 25

Отклонения значений давления в пласте, вычисленные по данным табл. 24. За 100% приняты значения B

$t, \text{сутки}$		Отклонения в % при				
		$r=0,5 м$	$r=1 м$	$r=10 м$	$r=100 м$	$r=750 м$
1	A	0,08	-0,31	0,05	-0,12	0,02
	B	0	0	0	0	0
	C	0,56	0,16	0,65	0,69	0,23
5	A	0,05	-0,15	0,06	-0,05	0,04
	B	0	0	0	0	0
	C	0,35	0,2	0,58	0,73	0,06
10	A	0,03	0,07	0,07	0,01	0,05
	B	0	0	0	0	0
	C	0,21	0,14	0,39	0,52	0,49

## 2. Дебит газа

В табл. 26 приведены абсолютные величины дебита в различные моменты времени и величины их отклонений.

Таблица 26

Сопоставление результатов вычислений значения дебита  $q$  газовой скважины, произведенных по формулам акад. Л. С. Лейбензона и автора

$t$ , сутки	Решение	Величина дебита газа, $m^3/сек$	Отклонения в % от случая $B$
1	A	50,84	1,45
	B	51,59	0
	C	49,25	4,54
5	A	27,68	4,19
	B	28,89	0
	C	27,72	4,05
10	A	14,02	1,41
	B	14,22	0
	C	14,10	0,77

§ 5. Сравнение с решением М. Muskat

Дренирование скважиной замкнутой газовой залежи круговой формы было рассмотрено М. Muskat [20].

Решение М. Muskat сводится к следующему.

С того момента, когда радиус дренажа достиг границы резервуара, можно считать, что при радиальном изотермическом движении газа к скважине:

$$\begin{aligned}
 q_m &= \frac{2 \pi k (e_k^2 - e_c^2)}{\mu z e_{at}} = -2 \pi m \frac{\partial}{\partial t} \int_{r_c}^{r_k} \rho r dr = \\
 &= -\frac{\pi r_c^2 m \rho_k}{z} \frac{\partial e_k}{\partial t} \int_0^z \frac{y e^y dy}{\left[ (e_k^2 - e_c^2) \frac{y}{z} + e_c^2 \right]^{\frac{1}{2}}} \quad (32, IX)
 \end{aligned}$$

где  $q_m$  — массовый расход газа;

$e_{at}$  — плотность газа при атмосферном давлении;

$\rho$  — плотность газа на расстоянии  $r$  от скважины в момент времени, когда радиус дренажа достиг границы залежи;

$e_c$  — плотность газа у скважины в указанный выше момент времени;

$e_k$  — плотность газа на расстоянии  $r_k$  от скважины;

$$z = 2 \ln \frac{r_k}{r_c}, \quad y = 2 \ln \frac{r}{r_c}.$$

Остальные обозначения и индексы прежние.

Применяя для условий неустановившегося движения газа в пористой среде уравнения (32, IX), М. Muskat рассматривает неустановившуюся фильтрацию газа как последовательную смену стационарных состояний. Полагая  $p_c$ , а следовательно, и плотность газа  $\rho_c$  постоянными и равными нулю, М. Muskat получает ([20], стр. 711):

$$\frac{1}{\rho_k^2} \frac{\partial \rho_k}{\partial t} = \frac{-2kz^{-\frac{1}{2}}}{m\mu r_c^2 \rho_{am} \int_0^z \frac{1}{y^{\frac{1}{2}}} e^y dy} \cdot \quad (33, IX)$$

Принимая для конкретного случая  $m=0,20$ ;  $k=1$  дарси;  $\mu=0,012$  сантипуаз  $= 1,22 \cdot 10^{-6}$  кг сек/м<sup>2</sup>;  $r_c = 1/4' = 76,2$  мм;  $r_k = 500' = 151,5$  м; мощность пласта  $h=1$  м и начальное давление в газовой залежи  $p_n = 100$  ата, М. Muskat после графического интегрирования уравнения (33, IX) получает следующую приближенную зависимость давления на контуре от времени:

$$p_k \cong \frac{1}{2,039 \cdot 10^{-2} t + \frac{1}{p_n}}, \quad (34, IX)$$

где  $t$  — время в сутках, истекшее с момента окончания первой фазы неустановившегося движения газа (практически его можно считать временем, истекшим с момента вскрытия пласта);  
 $p$  — давление в ата, причем за 1 ата М. Muskat принимает 760 мм рт. столба.

Сопоставим этот результат с нашим решением, приведенным в § 1. Разделив обе части уравнения (11, IX) на  $\Omega p_n$ , получаем:

$$p_k = \frac{1}{\frac{A}{\Omega} t + \frac{1}{p_n}}, \quad (35, IX)$$

т. е. мы получили формулу, аналогичную (34, IX).

Для конкретных данных, принятых М. Muskat, на единицу мощности пласта имеем:

$$A = \frac{\pi k r_{am}}{\mu \ln \frac{r_k}{r_c}} = \frac{3,14 \cdot 1,02 \cdot 10^{-12} \cdot 1,03 \cdot 10^4}{1,22 \cdot 10^{-6} \ln 2000} = 3,56 \cdot 10^{-8} \text{ м}^3/\text{сек} \cdot \text{м},$$

$$\Omega = \pi r_k^2 m = 3,14 \cdot 151,5^2 \cdot 0,20 = 14450 \text{ м}^3/\text{м}.$$

Подставляя эти значения  $A$  и  $\Omega$  в формулу (35, IX), получаем:

$$p_k = \frac{1}{2,12 \cdot 10^{-2} t + \frac{1}{p_n}}. \quad (36, IX)$$

Коэффициент при  $t$  в формуле (36, IX) отличается от соответствующего коэффициента в формуле (34, IX) М. Muskat на  $\sim 4\%$ .

Для большей точности можно вместо формулы

$$q = -\Omega \frac{dp_k}{dt}$$

пользоваться формулой

$$q = -\Omega \frac{d\tilde{p}}{dt} = -\Omega \frac{d(\xi p_k)}{dt}.$$

Поскольку при  $p_c = 0$ ,  $\varepsilon = \text{const}$ , а следовательно,  $\xi = \frac{\tilde{p}}{p_k} = \text{const}$  (см. главу VII, § 2), то

$$q = -\Omega \xi \frac{dp_k}{dt}.$$

При этой поправке формула (35, IX) принимает вид:

$$p_k = \frac{1}{\frac{A}{\xi \Omega} \cdot t + \frac{1}{p_H}}. \quad (37, IX)$$

При  $\varepsilon = 0$  и  $R_k = \frac{r_k}{r_c} = 2000$ , согласно графику, приведенному на фиг. 19,  $\xi = 0,966$ , что вместо уравнения (36, IX) дает:

$$p_k = \frac{1}{2,19 \cdot 10^{-2} t + \frac{1}{p_H}}, \quad (38, IX)$$

причем отклонение коэффициента при  $t$  от соответствующего коэффициента М. Muskat составляет 7,5%.

Это расхождение мы склонны отнести за счет неточностей, допускаемых при графическом интегрировании.

Преимущества настоящего решения по сравнению с решением М. Muskat очевидны.

## § 6. Выводы

Сопоставление решений, приведенных в § 1, 2, 3 и 5, показывает, что наиболее простым является наше решение задачи методом последовательной смены стационарных состояний с заменой среднего давления  $\tilde{p}$  на контурное давление  $p_k$ . Полученные при этом формулы (см. § 1) позволяют путем элементарных вычислений определить интересующие нас значения дебита и давления, практически совпадающие с результатами вычислений по более сложным формулам акад. Л. С. Лейбензона (§ 2) и наших (§ 3).

При общем хорошем совпадении результатов вычислений по формулам акад. Л. С. Лейбензона и нашим наиболее близким к действительности, на наш взгляд, является решение, изложенное в § 3, ибо в отличие от § 2 мы с самого начала принимаем, что коэффициент

$P^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{p}$  в правой части уравнения (25, IX) является функцией времени, вид которой получен на основе решения задачи методом последовательной смены стационарных состояний.

В заключение сделаем замечание об определении дебита скважин.

Обычно величина дебита определяется по формуле:

$$q = 2\pi r_c h v p_c,$$

причем величина скорости фильтрации  $v$  определяется по закону Дарси:

$$v = - \frac{k}{\mu} \left( \frac{dp}{dr} \right)_{r=r_c}. \quad (39, IX)$$

Если ход кривой  $p = p(r)$  в непосредственной близости от скважины отличается от истинного изменения давления в призабойной зоне, то при определении скорости фильтрации по формуле (39, IX) ошибка может быть весьма значительна, поскольку скорость фильтрации в данном случае пропорциональна величине градиента давления при  $r = r_c$ .

Поэтому мы считаем более рациональным определение дебита по формуле:

$$q = - \Omega \frac{dp_k}{dt}.$$

В этом случае величина допускаемой ошибки обуславливается лишь заменой производной по времени от среднего давления  $\left( \frac{d\tilde{p}}{dt} \right)$  на производную по времени от контурного давления  $\left( \frac{dp_k}{dt} \right)$ .

## Глава X

### ЗАДАЧА О РАЗРАБОТКЕ ГАЗОВОЙ ЗАЛЕЖИ, КОГДА ДЕБИТ ГАЗА ЯВЛЯЕТСЯ ЗАДАННОЙ ФУНКЦИЕЙ ВРЕМЕНИ

#### § 1. Дебит скважин постоянен

##### 1. Изменение давления во времени

Исходя из дифференциального уравнения (12, III) истощения газовой залежи и условия отбора (4, IV), при котором приведенный к атмосферному давлению дебит газа постоянен, имеем:

$$d\tilde{p} = - \frac{q}{\Omega} dt.$$

Интегрируя это уравнение в пределах от начального давления  $p_n$  при  $t=0$  до давления  $\tilde{p}$  в момент времени  $t$ , находим закон изменения среднего давления  $\tilde{p}$  во времени:

$$\tilde{p} = p_n - \frac{q}{\Omega} t. \quad (1, X)$$

Общее время  $T$  извлечения газа найдем, положив  $\tilde{p} = p_{\text{кон}}$  при  $t = T$  (причем  $p_{\text{кон}}$  близко к 1 ата):

$$T = \frac{(p_n - p_{\text{кон}})\Omega}{q}. \quad (2, X)$$

## 2. Зависимость времени $T$ разработки (истощения) газовой залежи от числа скважин $n$

Обозначим

$n$  — число скважин, размещенных на газовой залежи;  
 $\Omega_3$  — объем порового пространства залежи;  
 $\Omega$  — объем порового пространства, приходящийся на 1 скважину;  
 $T$  — суммарное время разработки (истощения) залежи (время извлечения газа).

Тогда

$$T = \frac{(p_n - p_{\text{кон}})\Omega_3}{q} \cdot \frac{1}{n}. \quad (3, X)$$

Обозначив постоянную

$$D = \frac{(p_n - p_{\text{кон}})\Omega_3}{q},$$

имеем

$$T = \frac{D}{n}.$$

Таким образом, между общим временем  $T$  разработки (истощения) газовой залежи и числом скважин  $n$  существует гиперболическая зависимость.

Очевидно, что если по оси ординат откладывать логарифм  $T$ , а по оси абсцисс логарифм  $n$ , то зависимость между временем  $T$  истощения газовой залежи и числом  $n$  скважин выражается прямой линией, наклоненной к оси абсцисс под углом  $-45^\circ$ .

Общий дебит  $n$  скважин определяется из уравнения:

$$q_{\text{сум}} = nq.$$

Рассмотрим конкретный пример.

**Пример 17.** Определить зависимость между временем  $T$  разработки газовой залежи и числом  $n$  скважин для следующих условий.

Газоносная площадь  $F$  составляет  $100 \text{ км}^2$ . Мощность  $h$  пласта равна  $10 \text{ м}$ . Пористость пласта  $m = 0,20$ . Начальное пластовое давление  $p_n = 100 \text{ ата}$ . В процессе эксплуатации из скважины отбирается постоянное количество газа. Дебит каждой скважины постоянен —  $q = 100\,000 \text{ м}^3/\text{сутки}$ . Конечное пластовое давление  $p_{\text{кон}}$  принято равным  $1 \text{ ата}$ .

Объем порового пространства залежи равен:

$$\Omega_3 = Fhm = 100 \cdot 10^6 \cdot 10 \cdot 0,20 = 200 \cdot 10^6;$$

$$D = \frac{100 \cdot 200 \cdot 10^6}{10^5} = 2 \cdot 10^5 \text{ суток.}$$

Следовательно, искомая зависимость имеет вид:

$$T = \frac{2 \cdot 10^5}{n} \text{ суток} = \frac{547}{n} \text{ лет.}$$

В табл. 26а приведены значения  $T$  для различных  $n$ .

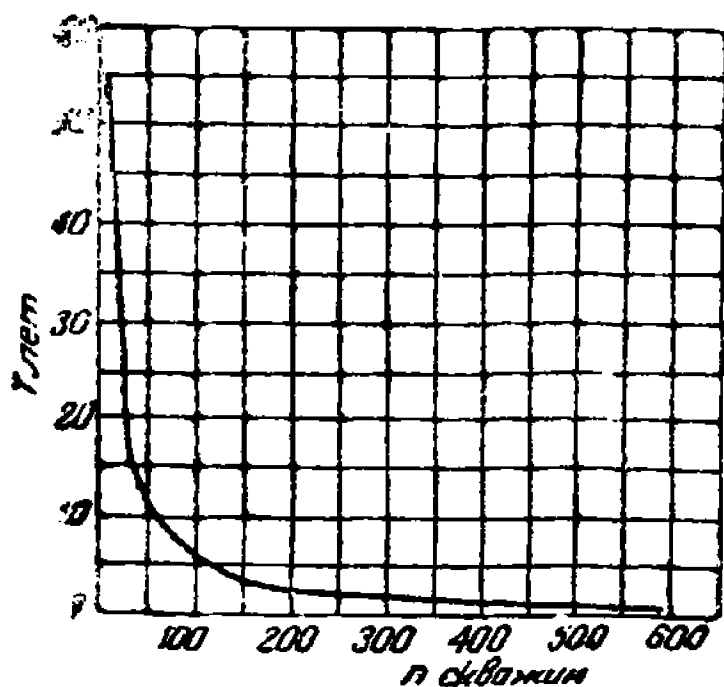
Таблица 26а

Зависимость времени разработки (истощения) газовой залежи от числа скважин при условии отбора  $q = \text{const}$

Число скважин $n$	Время разработки газовой залежи $T$ , лет	Число скважин $n$	Время разработки газовой залежи $T$ , лет	Число скважин $n$	Время разработки газовой залежи $T$ , лет	Число скважин $n$	Время разработки газовой залежи $T$ , лет
10	54,7	60	9,13	150	3,65	400	1,37
20	27,4	70	7,83	200	2,74	450	1,22
30	18,2	80	6,95	250	2,19	500	1,09
40	13,7	90	6,08	300	1,82	550	0,995
50	10,9	100	5,47	350	1,56	600	0,913

На фиг. 33 построена кривая  $T = T(n)$  для условий настоящего примера.

Как видно из кривой, начиная с некоторого момента, дальнейшее повышение числа скважин неэффективно.



Фиг. 33. Зависимость времени  $T$  разработки (истощения) газовой залежи от числа скважин  $n$  в условиях отбора газа при постоянном дебите  $q$  скважин.

соблюдаться лишь до некоторого момента, определяемого величиной коэффициента  $c$  [см. формулу (6, IV)].

Пусть коэффициент  $c$ , определенный практически по формуле (17, IV), равен  $2500 \text{ м}^3/\text{сутки}$ . Определим, при каком давлении  $p_c$  на скважине

Исходя из приведенной на фиг. 33 кривой и технико-экономических показателей, можно решить вопрос о рациональном числе скважин и, следовательно, о расстояниях между ними.

Так, если остановиться на 50 скважинах, то удельная площадь дренажа составит:

$$\frac{\Omega}{mh} = \frac{F}{n} = \frac{100 \cdot 10^6}{50} = 2 \cdot 10^6 \text{ м}^2 = 200 \text{ га,}$$

что при квадратной сетке соответствует расстоянию между скважинами, равному  $1410 \text{ м}$ ; при этом время разработки газовой залежи составит  $10,9$  года.

Как указывалось в главе IV, условие постоянства дебита может

коэффициент достигнет  $2500 \text{ м}^3/\text{сутки}$ , если дебит скважины равен  $100\,000 \text{ м}^3/\text{сутки}$ :

$$p_c = \frac{q}{c} = \frac{100\,000}{2500} = 40 \text{ ата}.$$

Следовательно, когда давление на забое скважины снизится до  $40 \text{ ата}$ , дальнейшее сохранение прежнего дебита скважин недопустимо, ибо это приведет к осложнениям при эксплуатации. Поэтому количество отбираемого каждой скважиной газа должно быть снижено. Допустим, что мы задались теперь дебитом  $q = 80\,000 \text{ м}^3/\text{сутки}$ . Рассуждая аналогично предыдущему, легко подсчитать, что такой отбор возможен до момента, когда  $p_c$  станет равным  $32 \text{ ата}$  и т. д.

### 3. Сравнение с решением М. Muskat

Вопрос об изменении давления во времени, когда  $q = \text{const}$ , рассматривается М. Muskat [20]. Muskat решает задачу о падении давления в круговой газовой залежи, эксплуатирующейся одной скважиной, расположенной в центре пласта.

Интегрируя уравнения (32, IX), М. Muskat получает:

$$\int_0^z (\rho_a - \rho) e^y dy = \frac{q_m t}{\pi m r_c^2}. \quad (4, X)$$

Здесь

$$\rho_a^2 = \frac{(\rho_n^2 - \rho_c^2) y}{z} + \rho_{ca}^2,$$

причем  $\rho_{ca}$  есть плотность газа у скважины при  $t = 0$ .

$$q_m = \frac{2\pi k}{\mu \rho_{am}} \frac{(\rho_n^2 - \rho_{ca}^2)}{z}.$$

Далее М. Muskat указывает:

„Выражая теперь  $\rho$  через зависимость

$$\rho^2 = \frac{\mu \rho_a q_m y}{2\pi k} + \rho_c^2, \quad (5, X)$$

можно уравнение (4, X) проинтегрировать графически для различных значений  $\rho_c^2 \dots$

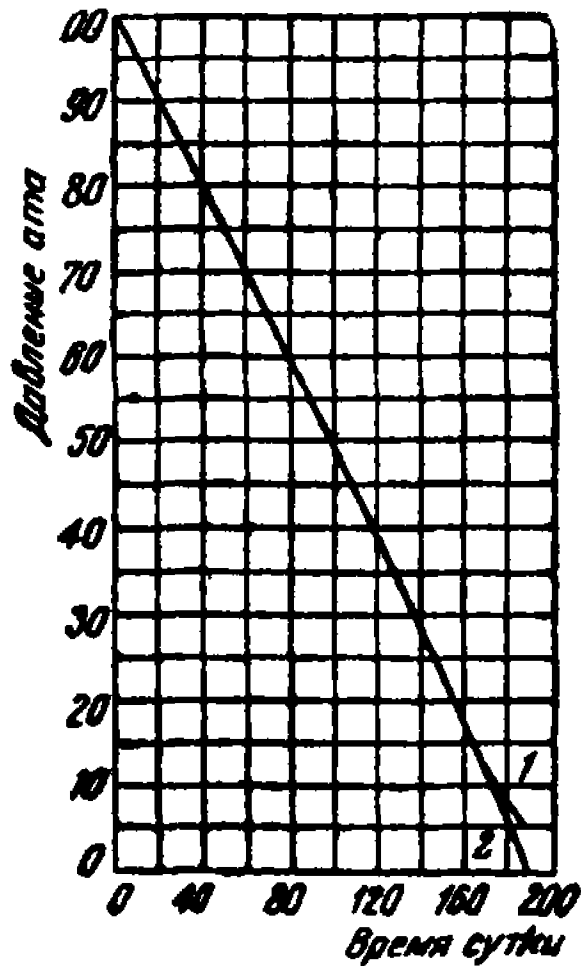
„Полагая в уравнении (5, X)  $y = z$ , получим соответствующие значения  $\rho_k^2$ “ (см. [20], стр. 713).

Произведя указанные операции, Muskat приводит кривые падения во времени давления на скважине ( $p_c$ ) и давления на контуре ( $p_k$ ).

При вычислениях М. Muskat были приняты следующие исходные данные:

- радиус скважин  $r_c = 3'' = 76,2 \text{ мм}$ ;
- расстояние до контура залежи  $r_k = 500' = 151,5 \text{ м}$ ;
- проницаемость пласта  $k = 1 \text{ дарси}$ ;
- пористость пласта  $m = 0,20$ ;
- абсолютная вязкость газа (метан)  $\mu = 0,012 \text{ сантипуаз}$ ;

плотность газа при атмосферном давлении  $\rho_{атм} = 6,68 \cdot 10^{-4} \text{ г/см}^3$   
 начальное давление  $p_n = 100 \text{ атм}$ ;  
 дебит газа  $q_m = 5 \cdot 10^4 \text{ г/сутки}$  на 1 м мощности пласта, что при пересчете на 10-м мощность пласта составляет 50 т/сутки.



Фиг. 34. Падение во времени  $t$  давления  $p_k$  на контуре и давления  $p_c$  на скважине при условии отбора газа  $q = \text{const}$ .  
 1 — контурное давление  $p_k$ ; 2 — давление на скважине  $p_c$ .

На фиг. 34 показаны приводимые М. Muskat кривые  $p_k = p_k(t)$  и  $p_c = p_c(t)$ .

Как видно из фиг. 34, в течение почти всего времени эксплуатации (160 суток) давления на скважине  $p_c$  и на контуре  $p_k$  настолько мало отличаются друг от друга, что на графике сливаются в одну кривую.

Пример 18. Пользуясь формулой (1, X), вычислим падение давления для тех же исходных данных, которые были приняты М. Muskat.

Приведенный к атмосферному давлению дебит газа, отнесенный к 1 м мощности пласта, составляет:

$$q = \frac{q_m}{\rho_{атм}} = \frac{5 \cdot 10^6}{6,18 \cdot 10^{-4}} = 0,748 \cdot 10^{10} \text{ см}^3/\text{сутки} = 7480 \text{ м}^3/\text{сушки}.$$

Объем порового пространства, отнесенный к 1 м мощности пласта:

$$\Omega = \pi r_k^2 m = 3,14 \cdot 151,5^2 \cdot 0,2 = 14450 \text{ м}^3/\text{м},$$

$$\frac{q}{\Omega} = \frac{7480}{14450} = 0,517 \frac{1}{\text{сутки}}.$$

Подставляя это значение  $\frac{q}{\Omega}$  в формулу (1, X), имеем:

$$\tilde{p} = 100 - 0,517 t, \tag{2', X}$$

где  $\tilde{p}$  — в атм, а  $t$  — в сутках.

Таблица 27

Сопоставление значений контурного давления  $p_k$ , вычисленных по формуле автора и по графику М. Muskat

Время, сутки	Давление, атм		Время, сутки	Давление, атм	
	по формуле (2', X)	по Muskat		по формуле (2', X)	по Muskat
0	100,0	100,0	120	37,96	38,0
20	89,66	89,50	140	27,62	27,7
40	79,32	79,5	160	17,28	17,5
60	68,98	69,0	180	6,94	7
80	58,64	59,0	190	1,77	~4
100	48,30	48,5			$p_k$

В табл. 27 сопоставлены значения давлений, вычисленные по формуле (2', X) и определенные по графику М. Muskat (фиг. 34).

Как видно из табл. 27, совпадение значений давлений, определенных по формуле (2', X) и полученных М. Muskat в результате трудоемких вычислений и графического интегрирования, весьма хорошее. Отклонения  $\tilde{p}$  от полученных М. Muskat значений  $p_k$  имеются, лишь начиная с  $t \cong 190$  суток. Следует отметить, что наше решение является точным. Как было показано в главе VI, при радиальной фильтрации величины  $\tilde{p}$  и  $p_k$  весьма близки и поэтому указанные значительные расхождения в  $\tilde{p}$  и  $p_k$  следует отнести за счет ошибок, допущенных при графическом интегрировании.

## § 2. Дебит скважин является заданной функцией времени

Решение этой задачи сводится к интегрированию дифференциального уравнения истощения газовой залежи при граничном условии (3, IV).

Пусть  $q = q(t)$  — заданная функция изменения дебита газа во времени.

Тогда из уравнения (12, III) имеем:

$$-d\tilde{p} = \frac{1}{\Omega} q(t) dt;$$

отсюда находим закон изменения среднего давления во времени:

$$\tilde{p} = p_n - \frac{1}{\Omega} \int_0^t q(t) dt = p_n - \frac{Q}{\Omega},$$

т. е. мы получим уравнение (8, III).

Время  $T$  разработки газовой залежи может быть приближенно определено из следующих соображений.

Поскольку функция  $q = q(t)$  известна, известна и зависимость  $Q = Q(t)$ .

Принимая, что к концу разработки давление  $\tilde{p}$  в газовой залежи равно  $p_{кон}$ , находим количество газа  $Q_T$ , извлеченное из залежи за время ее разработки:

$$Q_T = (p_n - p_{кон}) \Omega.$$

Подставляя в уравнение  $Q = Q(t)$  вместо  $Q$  его значение  $Q_T$ , находим время  $T$  разработки газовой залежи, ибо при  $Q = Q_T$ ,  $t = T$ .

## Глава XI

## ВЛИЯНИЕ ТУРБУЛЕНТНОСТИ ФИЛЬТРАЦИИ ГАЗА В ПРИЗАБОЙНОЙ ЗОНЕ ПЛАСТА НА ДЕБИТ ГАЗОВЫХ СКВАЖИН

### § 1. Дебит газовой скважины и распределение давления в пласте при установившейся радиальной фильтрации газа, не подчиняющейся закону Дарси

Акад. Л. С. Лейбензон в „Подземной гидравлике нефти, воды и газа“ [7] прилагает принцип однородности размерностей к фильтрации жидкостей и газов; весовая скорость фильтрации газа принимается пропорциональной некоторым степеням действующего *перепада давления*, длины пласта, диаметра частиц пористой среды и вязкости газа. В. Н. Щелкачев [21], пользуясь тем же методом, в качестве *исходной* предпосылки принимает скорость фильтрации пропорциональной некоторой степени *градиента* давления. Принимая это положение, представим модуль массовой скорости фильтрации в следующем виде:

$$|qv| = ck^\alpha \mu^\beta \rho^\gamma \left| \frac{dp}{dr} \right|^n, \quad (1, XI)$$

где  $\rho$  и  $\mu$  — соответственно плотность и абсолютная вязкость газа;  
 $k$  — проницаемость пористой среды;  
 $\left| \frac{dp}{dr} \right|$  — модуль градиента давления при радиальном движении газа  
 ( $p$  — давление в точке, отстоящей на расстоянии  $r$  от скважины);  
 $\alpha, \beta, \gamma$  и  $n$  — постоянные числа;  
 $c$  — безразмерный коэффициент.

Размерности величин, входящих в формулу (1, XI), таковы:

$$[qv] = ML^{-2} T^{-1}, \quad [k] = L^2,$$

$$[\mu] = ML^{-1} T^{-1}, \quad [\rho] = ML^{-3}, \quad \left[ \frac{dp}{dr} \right] = ML^{-2} T^{-2}.$$

Подставляя в формулу (1, XI) вместо входящих в нее величин соответствующие их размерности, получим:

$$ML^{-2} T^{-1} = M^{\beta + \gamma + n} L^{2\alpha - \beta - 3\gamma - 2n} T^{-\beta - 2n}.$$

Приравнивая, согласно принципу однородности размерностей, показатели степени при  $M, L$  и  $T$  в левой и правой частях полученного уравнения, находим:

$$\alpha = \frac{3n - 1}{2}, \quad \beta = 1 - 2n, \quad \gamma = n.$$

Подставляя эти значения в формулу (1, XI), получим следующее общее выражение для скорости фильтрации газа:

$$|v| = ck^{\frac{3n - 1}{2}} \mu^{1 - 2n} \rho^{n - 1} \left| \frac{dp}{dr} \right|^n. \quad (2, XI)$$

Это выражение в равной степени справедливо и для жидкости, в таком виде оно было получено В. Н. Щелкачевым [21].

Для определения значения коэффициента  $c$  используем то обстоятельство, что когда скорость фильтрации достигает критической величины ( $v = v_{кр}$ ), то она может быть определена по закону Дарси, по формуле (2, XI), а также исходя из критического значения числа Рейнольдса<sup>1</sup>.

Согласно закону Дарси имеем:

$$|v| = \frac{k}{\mu} \cdot \left| \frac{dp}{dr} \right|. \quad (3, XI)$$

Приравнявая формулы (3, XI) и (2, XI), находим величину  $c$ :

$$c = k^{1 - \frac{3n-1}{2}} \mu^{2(n-1)} \rho^{1-n} \left( \frac{dp}{dr} \right)^{1-n}. \quad (4, XI)$$

Критическое значение числа Рейнольдса связано таким соотношением (см. [18]):

$$Re_{кр} = \frac{v_{кр} \cdot d_e \cdot \rho}{\mu} = \frac{V_{кр} \cdot d_e}{\nu}, \quad (A)$$

где  $d_e$  — эффективный диаметр частиц;  
 $v_{кр}$  и  $\nu$  — критическая скорость и кинематическая вязкость жидкости (газа)

Отсюда

$$v_{кр} = \frac{Re_{кр} \nu}{d_e}.$$

Выразим  $d_e$  через проницаемость  $k$  пористой среды и число Сlichtера —  $Sl$ .

Исходя из § 2 главы XIII, имеем:

$$k = d_e^2 Sl,$$

откуда

$$d_e = \frac{\sqrt{k}}{\sqrt{Sl}}.$$

Поэтому

$$v_{кр} = \frac{\nu \sqrt{Sl} \cdot Re_{кр}}{\sqrt{k}}.$$

Обозначая

$$Sl_1 = Sl Re_{кр}^2,$$

получим

$$v_{кр} = \frac{\nu \sqrt{Sl_1}}{\sqrt{k}}. \quad (5, XI)$$

Приравнявая формулы (5, XI) и (3, XI), имеем:

$$\frac{k}{\mu} \frac{dp}{dr} = \frac{\nu \sqrt{Sl_1}}{\sqrt{k}},$$

<sup>1</sup> Следует иметь в виду, что такой способ определения константы приближенный, ибо игнорируется возможность существования „переходной зоны“ от одного режима фильтрации к другому. (Ред.)

откуда

$$\frac{dp}{dr} = \frac{\nu \sqrt{Sl_1} \cdot \mu}{k \sqrt{k}} = \frac{\mu^2 \sqrt{Sl_1}}{\rho k^{\frac{3}{2}}}.$$

Подставляя это значение  $\frac{dp}{dr}$  в (4, XI), находим интересующую нас величину:

$$c = Sl_1^{\frac{1-n}{2}}. \quad (6, XI)$$

Если определение эффективного диаметра песчинок затруднено или газовый коллектор представлен известняками, то, следуя В. Н. Щелкачеву [21], [41], можно принять:

$$c = \left( \frac{m^{2,3} Re_{кр}}{10} \right)^{1-n}, \quad (7, XI)$$

где  $Re_{кр}$  изменяется в пределах от 4 до 12, причем

$$Re = \frac{10}{m^{2,3}} \frac{\nu \sqrt{k}}{\nu}, \quad (B)$$

$m$  — пористость пласта. Остальные обозначения прежние<sup>1</sup>.

Таким образом, общее выражение для массовой скорости фильтрации газа (жидкости) имеет вид:

$$|qv| = Sl_1^{\frac{1-n}{2}} k^{\frac{3n-1}{2}} \mu^{1-2n} \rho^n \left| \frac{dp}{dr} \right|^n.$$

На основании обширных опытов Фенчера, Льюиса и Бернса [18] можно принять для цементированных песков:

$$Re_{кр} = \frac{V_{кр} \cdot d_e}{\nu} = 1^*.$$

В этом случае  $Sl_1 = Sl$  и  $c = Sl^{\frac{1-n}{2}}$ .

Поскольку, как было показано в § 1 главы III, движение газа в пористых пластах может быть принято изотермическим, то

$$\rho^n \left( \frac{dp}{dr} \right)^n = \left( \frac{\rho_{ам}}{2p_{ам}} \right)^n \cdot \left( \frac{dp^2}{dr} \right)^n,$$

ибо по закону Бойля-Мариотта

$$\rho = \rho_{ам} \frac{p}{p_{ам}},$$

<sup>1</sup> При определении числа  $Re$  и его критического значения можно также воспользоваться результатами исследований М. Д. Миллионщикова [13].

\* Во избежание недоразумений к сказанному автором следует добавить, что найденную Маскетом величину критического значения параметра Рейнольдса  $Re_{кр} = 1$  нельзя сравнивать с числовым значением таковой же величины, установленной Щелкачевым ( $Re_{кр} = 4 \sim 12$ ); исходные формулы (А) и (В) у Маскета и Щелкачева были различны. (Ред.).

где  $\rho_{am}$  — плотность газа при атмосферном давлении ( $p_{am}$ ) и пластовой температуре<sup>1</sup>.

Поэтому массовую скорость фильтрации газа можно представить в таком виде:

$$|qv| = S l_1 \frac{1-n}{2} k \frac{3n-1}{2} \mu^{1-2n} \left( \frac{\rho_{am}}{2p_{am}} \right)^n \left( \frac{dp^2}{dr} \right)^n.$$

Обозначим

$$E = S l_1 \frac{1-n}{2} k \frac{3n-1}{2} \mu^{1-2n} \left( \frac{\rho_{am}}{2p_{am}} \right)^n. \quad (8, XI)$$

Тогда

$$|qv| = E \left( \frac{dp^2}{dr} \right)^n. \quad (9, XI)$$

Найдем расход газа. Массовый расход газа в случае плоского радиального движения определяется так:

$$q_m = 2\pi r h qv = 2\pi h E r \left( \frac{dp^2}{dr} \right)^n;$$

отсюда найдем приведенный к атмосферному давлению объемный расход газа:

$$q = \frac{q_m}{\rho_{am}} = \frac{2\pi h E}{\rho_{am}} r \left( \frac{dp^2}{dr} \right)^n = E' r \left( \frac{dp^2}{dr} \right)^n, \quad (10, XI)$$

где

$$E' = \frac{2\pi h E}{\rho_{am}}.$$

Для установившегося движения  $q = \text{const}$ . Разделяя переменные в уравнении (10, XI), получим:

$$dp^2 = \left( \frac{q}{E'} \right)^{\frac{1}{n}} r^{-\frac{1}{n}} dr. \quad (11, XI)$$

Интегрируя это уравнение в пределах для  $p^2$  от  $p_k^2$  до  $p_c^2$  и для  $r$  от  $r_k$  до  $r_c$ , получим:

$$p_k^2 - p_c^2 = \frac{n}{1-n} \left( \frac{q}{E'} \right)^{\frac{1}{n}} \left( \frac{1}{r_c^{\frac{1-n}{n}}} - \frac{1}{r_k^{\frac{1-n}{n}}} \right).$$

Отсюда

$$q = E' \left( \frac{1-n}{n} \right)^n \left( \frac{p_k^2 - p_c^2}{\frac{1}{r_c^{\frac{1-n}{n}}} - \frac{1}{r_k^{\frac{1-n}{n}}}} \right)^n. \quad (12, XI)$$

<sup>1</sup> При выводе формулы расхода газа принимаем, что газ подчиняется закону Бойля-Мариотта. В случае необходимости можно внести соответствующую поправку на отклонение газа от закона Бойля-Мариотта.

Если под  $p$  понимать не само давление, а безразмерную величину — отношение давления к атмосферному давлению, то

$$q = E'' \left( \frac{1-n}{n} \right)^n \left( \frac{\frac{p_k^2 - p_c^2}{1} - \frac{1}{r_c^n} - \frac{1}{r_k^n}}{\frac{1-n}{r_c^n} - \frac{1-n}{r_k^n}} \right)^n, \quad (13, XI)$$

где

$$E'' = E' \cdot p_{ам}^{2n} = 2^{1-n} \pi S l_1^2 h k^{\frac{3n-1}{2}} \mu^{1-2n} \rho_{ам}^{n-1} p_{ам}^n. \quad (14, XI)$$

Интегрируя уравнение (11, XI) в пределах от  $p^2$  до  $p_c^2$  и от  $r$  до  $r_c$ , получим распределение давления в пласте:

$$p^2 = p_c^2 + \frac{n}{1-n} \left( \frac{q}{E'} \right)^{\frac{1}{n}} \left( \frac{1}{r_c^n} - \frac{1}{r^n} \right)^n. \quad (15, XI)$$

Подставляя вместо  $q$  его значение из (12, XI), получим:

$$p^2 = p_c^2 + \frac{p_k^2 - p_c^2}{\frac{1}{r_c^n} - \frac{1}{r_k^n}} \left( \frac{1}{r_c^n} - \frac{1}{r^n} \right). \quad (16, XI)$$

#### Установившаяся радиальная турбулентная фильтрация газа

Если  $n = \frac{1}{2}$ , приведенный к атмосферному давлению дебит  $q$  газовой скважины может быть согласно формуле (13, XI) определен так.

$$q = E'' \sqrt{\frac{p_k^2 - p_c^2}{\frac{1}{r_c} - \frac{1}{r_k}}}. \quad (17, XI)$$

Распределение давления в пласте в этих условиях, согласно формул (16, XI), описывается уравнением:

$$p = \sqrt{p_c^2 + \frac{p_k^2 - p_c^2}{\frac{1}{r_c} - \frac{1}{r_k}} \left( \frac{1}{r_c} - \frac{1}{r} \right)}. \quad (18, XI)$$

Формула (18, XI) совпадает с формулой, полученной из других соображений акад. Л. С. Лейбензоном в 1943 г. для стационарного режима турбулентной фильтрации газа (см. [10], формулу (26)).

Следует отметить, что уравнение (18, XI) полностью совпадает с формулой (29, VI) распределения давления при пространственном радиальном движении газа по закону Дарси (см. главу VI, § 2).

Отсюда вытекает, что приведенные в § 2 главы VI формулы (30, VI) и (31, VI) и вытекающие из них выводы справедливы и для плоского радиального турбулентного движения газа в пористой среде.

Рассмотрим вопрос о средневзвешенном по объему давлении  $\tilde{p}$  в условиях турбулентной фильтрации газа. При плоском радиальном движении согласно § 2 главы VI имеем:

$$\tilde{p} = \frac{2}{r_k^2 - r_c^2} \int_{r_c}^{r_k} p r dr.$$

Подставляя вместо  $p$  его значение из (18, XI), получим.

$$\tilde{p} = \frac{2}{r_k^2 - r_c^2} \int_{r_c}^{r_k} \sqrt{p_c^2 + \frac{p_k^2 - p_c^2}{\frac{1}{r_c} - \frac{1}{r_k}} \left( \frac{1}{r_c} - \frac{1}{r} \right)} r dr. \quad (19, XI)$$

Вводим безразмерные величины  $\varepsilon = \frac{p_c}{p_k}$ ;  $R = \frac{r}{r_c}$ ,  $R_k = \frac{r_k}{r_c}$ ;  $\xi = \frac{\tilde{p}}{p_k}$  и разделим уравнение (19, XI) на  $p_k$ ; тогда

$$\xi = \frac{2}{R_k^2 - 1} \int_1^{R_k} \sqrt{\varepsilon^2 + \frac{1 - \varepsilon^2}{1 - \frac{1}{R_k}} \left( 1 - \frac{1}{R} \right)} R dR,$$

или

$$\xi = \frac{2}{R_k^2 - 1} \int_1^{R_k} \sqrt{aR^2 - bR^2} dR, \quad (20, XI)$$

где

$$\left. \begin{aligned} a &= \varepsilon^2 + \frac{1 - \varepsilon^2}{1 - \frac{1}{R_k}}, \\ b &= \frac{1 - \varepsilon^2}{1 - \frac{1}{R_k}}. \end{aligned} \right\} \quad (21, XI)$$

Обозначим

$$z = R - \frac{b}{2a}$$

и произведем замену переменных в интеграле (20, XI):

$$\int_1^{R_k} \sqrt{aR^2 - bR} dR = \int_{z_1}^{z_2} \sqrt{az^2 - k} dz_1, \quad (22, XI)$$

где

$$\left. \begin{aligned} z_1 &= 1 - \frac{b}{2a}, \\ z_2 &= R_k - \frac{b}{2a}, \\ k &= \frac{b^2}{4a}. \end{aligned} \right\} \quad (23, \text{XI})$$

Интегрируя (22, XI) по частям, получим:

$$\int_{z_1}^{z_2} \sqrt{az^2 - k} \, dz = \left[ \frac{z}{2} \sqrt{az^2 - k} - \frac{k}{2} \int \frac{dz}{\sqrt{az^2 - k}} \right]_{z_1}^{z_2} \quad (24, \text{XI})$$

Обозначим

$$\lambda^2 = \frac{k}{a} \quad (25, \text{XI})$$

и введем переменную

$$y = z + \sqrt{z^2 - \lambda^2};$$

тогда

$$\begin{aligned} \int_{z_1}^{z_2} \frac{dz}{\sqrt{az^2 - k}} &= \int_{y_1}^{y_2} \frac{1}{\sqrt{a}} \ln y = \frac{1}{\sqrt{a}} \left[ \ln(z + \sqrt{z^2 - \lambda^2}) \right]_{z_1}^{z_2} = \\ &= \frac{1}{\sqrt{a}} \ln \frac{z_2 + \sqrt{z_2^2 - \lambda^2}}{z_1 + \sqrt{z_1^2 - \lambda^2}}. \end{aligned} \quad (25, \text{XI})$$

Подставляя формулу (25, XI) в (24, XI), получим:

$$\begin{aligned} \int_1^{R_k} \sqrt{aR^2 - bR} \cdot dR &= \int_{z_1}^{z_2} \sqrt{az^2 - k} \, dz = \frac{z_2}{2} \sqrt{az_2^2 - k} - \\ &- \frac{z_1}{2} \sqrt{az_1^2 - k} - \frac{k}{2\sqrt{a}} \ln \frac{z_2 + \sqrt{z_2^2 - \lambda^2}}{z_1 + \sqrt{z_1^2 - \lambda^2}}. \end{aligned} \quad (26, \text{XI})$$

Подставляя (26, XI) в (20, XI), имеем:

$$\xi = \frac{1}{R_k^2 - 1} \left[ z_2 \sqrt{az_2^2 - k} - z_1 \sqrt{az_1^2 - k} - \frac{k}{\sqrt{a}} \ln \frac{z_2 + \sqrt{z_2^2 - \lambda^2}}{z_1 + \sqrt{z_1^2 - \lambda^2}} \right]. \quad (27, \text{XI})$$

Задаваясь различными значениями  $R_k$  и  $\epsilon$ , находим из формул (21, XI), (23, XI) и (25, XI) отвечающие им значения  $a$ ,  $k$ ,  $z_1$ ,  $z_2$  и  $\lambda$  и по формуле (27, XI) вычисляем соответствующие значения  $\xi = \frac{\rho}{R_k}$ .

В табл. 28 приведены значения  $\xi = \xi(R_k, \epsilon)$ , а на фиг. 35 помещены кривые  $\xi = \xi(\epsilon)$  для разных значений  $R_k$ .

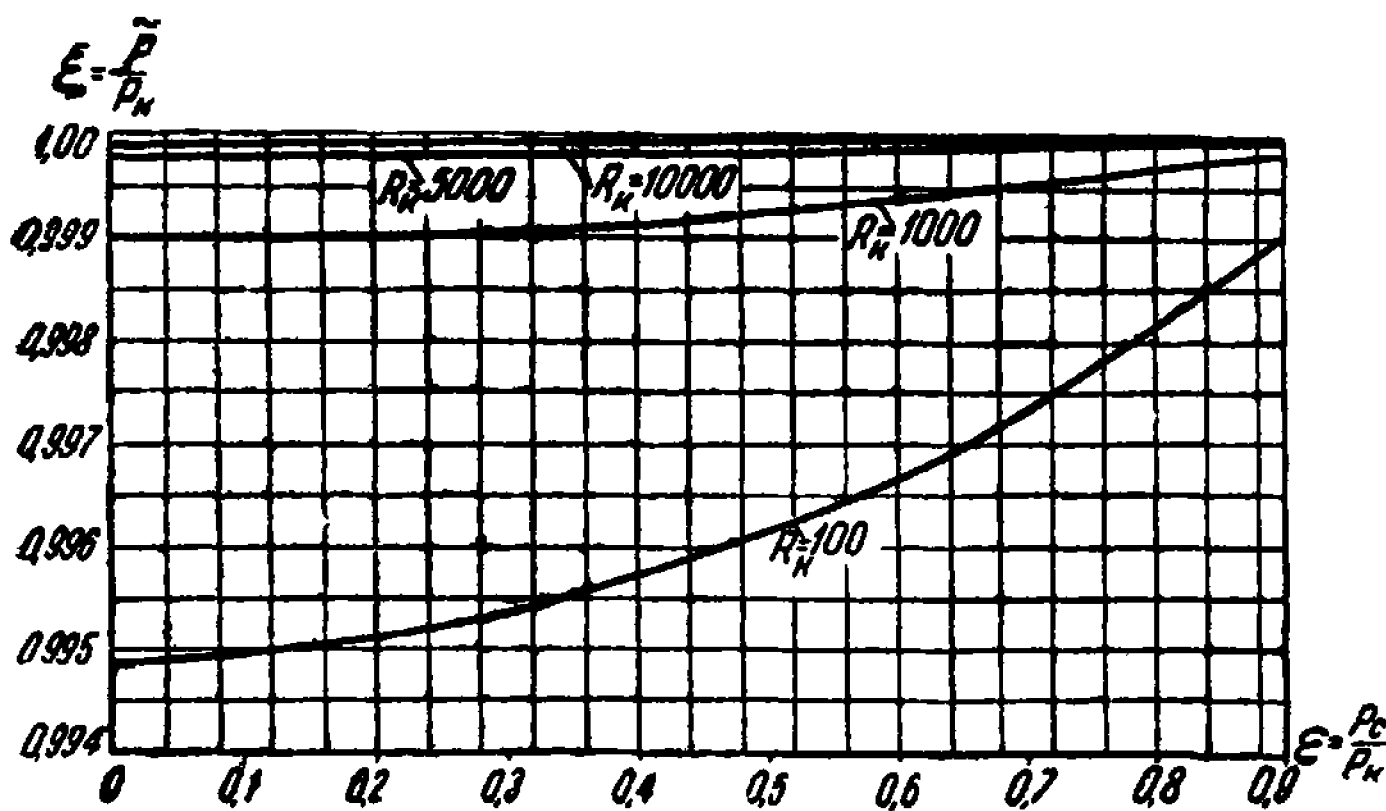
Таблица 28

Значения  $\xi = \frac{\tilde{p}}{p_k}$  (отношение среднего давления к контурному) при установившейся радиальной турбулентной фильтрации газа

$R_k$	$\xi$ при $\epsilon$ , равном				
	1	0,1	0,2	0,3	0,4
10	0,94981	0,95059	0,95218	0,95405	0,96001
100	0,99491	0,99501	0,99512	0,99543	0,99574
1000	0,99900	0,99901	0,99904	0,99909	0,99916
5000	0,99980	0,99980	0,99980	0,99980	0,99984
10000	0,999900	0,999902	0,999904	0,999910	0,999916

$R_k$	$\xi$ при $\epsilon$ , равном				
	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
10	0,96290	0,96924	0,97696	0,98338	0,99219
100	0,99626	0,99677	0,99748	0,99819	0,99900
1000	0,99925	0,99936	0,99948	0,99964	0,99981
5000	0,99984	0,99988	0,99988	0,99992	0,99996
10000	0,999926	0,999936	0,999950	0,999964	0,999980



Фиг. 35. Зависимость отношения  $\xi$  среднего давления  $\tilde{p}$  к контурному давлению от  $p_k$  величины  $\epsilon = \frac{p_c}{p_k}$  при радиальной турбулентной фильтрации газа.

Как видно из табл. 28 и кривых, приведенных на фиг. 35, различие между средним давлением  $\tilde{p}$  и контурным давлением  $p_k$  совершенно незначительно и гораздо меньше, чем в случае фильтрации по закону Дарси (см. табл. 10 и фиг. 19 главы VI). Поэтому в дальнейшем для упрощения математических выкладок в ряде случаев вместо величины среднего давления  $\tilde{p}$  мы будем подставлять в соответствующие уравнения величину контурного давления  $p_k$ .

Все выводы, сделанные нами в §§ 3 и 4 главы VI при исследовании неустановившейся радиальной фильтрации газов по закону Дарси, еще в большей степени справедливы для неустановившейся радиальной турбулентной фильтрации газов.

## § 2. Неустановившаяся радиальная турбулентная фильтрация газа

Рассматривая неустановившуюся радиальную фильтрацию газа как последовательную смену стационарных состояний, можно для определения дебита скважины использовать формулу (17, XI), написав ее в виде:

$$q = E_1 \sqrt{p_k^2 - p_c^2}^1, \quad (28, XI)$$

где

$$E_1 = \frac{E'}{\sqrt{\frac{1}{r_c} - \frac{1}{r_k}}}.$$

С другой стороны, заменяя в формуле (15, III) производную по времени от среднего давления  $\left(\frac{d\tilde{p}}{dt}\right)$  производной по времени от контурного давления  $\left(\frac{dp_k}{dt}\right)$ , имеем:

$$q = -\Omega \frac{dp_k}{dt}. \quad (29, XI)$$

Оценим величину допускаемой при этом погрешности  $\Delta$ . Согласно формуле (8, VII) получаем:

$$\Delta = 1 - \xi - \frac{d\xi}{d\varepsilon} \left( \frac{dp_c}{dp_k} - \varepsilon \right).$$

А. Условие отбора  $p_c = \text{const}$ . В этом случае

$$\Delta = 1 - \xi + \varepsilon \frac{d\xi}{d\varepsilon};$$

отсюда

$$\frac{d\Delta}{d\varepsilon} = \varepsilon \frac{d^2\xi}{d\varepsilon^2}.$$

<sup>1</sup> Следует отметить, что если величиной  $p_c^2$  можно пренебречь по сравнению с величиной  $p_k^2$ , то в условиях турбулентной фильтрации между дебитом газа и давлением на контуре существует линейная зависимость. В этом случае  $q = E_1 p_k$ .

Так как  $\varepsilon > 0$  и  $\frac{d^2\xi}{d\varepsilon^2} > 0$  (что видно из графика, приведенного на фиг. 35), то

$$\frac{d\Delta}{d\varepsilon} > 0.$$

Следовательно, с увеличением  $\varepsilon$  величина погрешности  $\Delta$  возрастает. Максимальное значение  $\Delta$  имеет место при  $\varepsilon \rightarrow 1$ .

Но если  $\varepsilon \rightarrow 1$ , то и  $\xi \rightarrow 1$ . Поэтому

$$\Delta_{\max} = \left| \frac{d\xi}{d\varepsilon} \right|_{\varepsilon=1}.$$

Рассмотрение приведенных на фиг. 35 кривых  $\xi = \xi(\varepsilon)$  показывает, что отдельные участки этих кривых, соответствующих разности значений  $\varepsilon$  равной 0,1, можно считать прямолинейными. Тогда, согласно табл. 28, при  $R_k = 100$

$$\Delta_{\max} \cong \left( \frac{\Delta\xi}{\Delta\varepsilon} \right)_{\varepsilon \rightarrow 1} = \frac{1 \cdot 10^{-3}}{0,1} = 0,01 = 1\%.$$

При  $R_k = 10$

$$\Delta_{\max} \cong \left( \frac{\Delta\xi}{\Delta\varepsilon} \right)_{\varepsilon \rightarrow 1} = \frac{0,00781}{0,1} = 0,0781 = 7,81\%.$$

Минимальное значение  $\Delta$  будет при  $\varepsilon \rightarrow 0$ :

$$\Delta_{\min} = 1 - \xi$$

$$\text{при } R_k = 100 \dots \Delta_{\min} = 0,00509 = 0,509\%,$$

$$\text{при } R_k = 10 \dots \Delta_{\min} = 0,05019 = 5,019\%.$$

Таким образом, при условии отбора  $p_c = \text{const}$  ошибка, допускаемая при замене  $\frac{d\tilde{p}}{dt}$  на  $\frac{dp_k}{dt}$ , невелика. Даже при самых неблагоприятных условиях, когда  $R_k = 10$  (что при радиусе скважины  $r_c = 0,1$  м дает расстояние до контура  $r_k = 1$  м), максимальное значение погрешности  $\Delta$  составляет менее 8%.

Б. Условие отбора  $q = cf p_c$ . В этом случае согласно формуле (28, XI)

$$q = cp_c = E_1 \sqrt{p_k^2 - p_c^2};$$

отсюда

$$\frac{dp_c}{dp_k} = \frac{E_1}{\sqrt{c^2 + E_1^2}} = \frac{E''}{\sqrt{\left(\frac{1}{r_c} - \frac{1}{r_k}\right)c^2 + E''^2}}.$$

Обозначая

$$D = \frac{E_1}{\sqrt{c^2 + E_1^2}} = \frac{E''}{\sqrt{\left(\frac{1}{r_c} - \frac{1}{r_k}\right)c^2 + E''^2}},$$

имеем:

$$\Delta = 1 - \xi - \frac{d\xi}{d\varepsilon} (D - \varepsilon).$$

Найдем производную от  $\Delta$  по  $\varepsilon$ :

$$\frac{d\Delta}{d\varepsilon} = \frac{d^2\xi}{d\varepsilon^2} (\varepsilon - D).$$

При

$$r_k = r_c, \quad d = 1, \quad r_k > r_c, \quad D < 1.$$

Поскольку, как указывалось выше,  $\frac{d^2\xi}{d\varepsilon^2} > 0$ , то при  $\varepsilon > D$ ,  $\frac{d\Delta}{d\varepsilon} > 0$ , при  $\varepsilon < D$ ,  $\frac{d\Delta}{d\varepsilon} < 0$ .

Эти неравенства указывают, что в пределах значений  $D \ll \varepsilon \ll 1$  с увеличением  $\varepsilon$  величина погрешности  $\Delta$  увеличивается, а в пределах  $D > \varepsilon > 0$  с увеличением значения  $\varepsilon$  величина погрешности  $\Delta$  уменьшается.

Но  $D$  практически равно 1, ибо слагаемое  $\left(\frac{1}{r_c} - \frac{1}{r_k}\right) c^2$  ничтожно мало по сравнению с  $E^2$  (см. § 3 настоящей главы, пример 19). Поэтому практически можно считать, что во всех случаях  $\varepsilon < D$ , а следовательно, с уменьшением  $\varepsilon$  погрешность увеличивается. Максимальное значение погрешности  $\Delta_{\max}$  будет при  $\varepsilon \rightarrow 0$ .

$$\Delta_{\max} = 1 - \xi - \left(\frac{d\xi}{d\varepsilon}\right)_{\varepsilon=0} \cong 1 - \xi - \left|\frac{\Delta\xi}{\Delta\varepsilon}\right|_{\varepsilon=0}.$$

$$\text{При } R_k = 100, \quad \Delta_{\max} = 1 - 0,995 - 0,001 = 0,004 = 0,4\%.$$

$$\text{При } R_k = 10, \quad \Delta_{\max} = 1 - 0,950 - 0,008 = 0,042 = 4,2\%.$$

Таким образом, при условии отбора  $q = c p_c$  допускаемая погрешность  $\Delta$  при замене  $\frac{d\tilde{p}}{dt}$  на  $\frac{dp_k}{dt}$  невелика.

Итак, при радиальной турбулентной фильтрации газа при определении дебита скважины можно пользоваться формулой (29, XI).

Третье указание для дебита можно написать, исходя из условий отбора газа

$$p_c = \text{const}, \quad (30, \text{XI})$$

или

$$q = c p_c. \quad (31, \text{XI})$$

### 1. Условие отбора $p_c = \text{const}$

Приравнивая уравнения (28, XI) и (29, XI) и разделяя переменные, имеем:

$$dt = -\frac{\Omega}{E_1} \frac{dp_k}{\sqrt{p_k^2 - p_c^2}}.$$

Интегрируя полученное дифференциальное уравнение в пределах от 0 до  $t$  и от  $p_H$  (начальное давление) до  $p_k$ , имеем:

$$t = \frac{\Omega}{E_1} \ln \frac{p_H + \sqrt{p_H^2 - p_c^2}}{p_k + \sqrt{p_k^2 - p_c^2}}. \quad (32, \text{XI})$$

Если величиной  $p_c^2$  можно пренебречь по сравнению с величинами  $p_n^2$  и  $p_k^2$ , уравнение (32, XI) упрощается и принимает вид:

$$t = \frac{\Omega}{E_1} \ln \frac{p_n}{p_k}, \quad (33, XI)$$

откуда

$$p_k = p_n \cdot e^{-\tau}, \quad (34, XI)$$

где

$$\tau = \frac{E_1}{\Omega} \cdot t.$$

Подставляя значения (34, XI) в (28, XI) и пренебрегая  $p_c^2$ , получим формулу зависимости дебита скважины от времени:

$$q = E_1 \cdot p_n \cdot e^{-\tau}. \quad (35, XI)$$

## 2. Условие отбора $q = c p_c$

Приравнявая формулы (28, XI) и (31, XI), имеем:

$$p_c^2 = E_2 p_k^2, \quad (36, XI)$$

где

$$E_2 = \frac{E_1^2}{c^2 + E_1^2}.$$

Подставляя (35, XI) в (28, XI), получим:

$$q = E_3 \cdot p_k, \quad (37, XI)$$

где

$$E_3 = E_1 \sqrt{1 - E_2}.$$

Из формул (37, XI) и (29, XI) имеем:

$$E_3 p_k = - \Omega \frac{dp_k}{dt}.$$

Разделяя переменные и интегрируя полученное уравнение в пределах от 0 до  $t$  и от  $p_n$  (начальное давление) до  $p_k$ , получим:

$$t = \frac{\Omega}{E_3} \ln \frac{p_n}{p_k}; \quad (38, XI)$$

откуда

$$p_k = p_n \cdot e^{-\tau}, \quad (39, XI)$$

где

$$\tau = \frac{E_3}{\Omega} t.$$

Подставляя (39, XI) в (37, XI), получим формулу зависимости дебита скважины от времени:

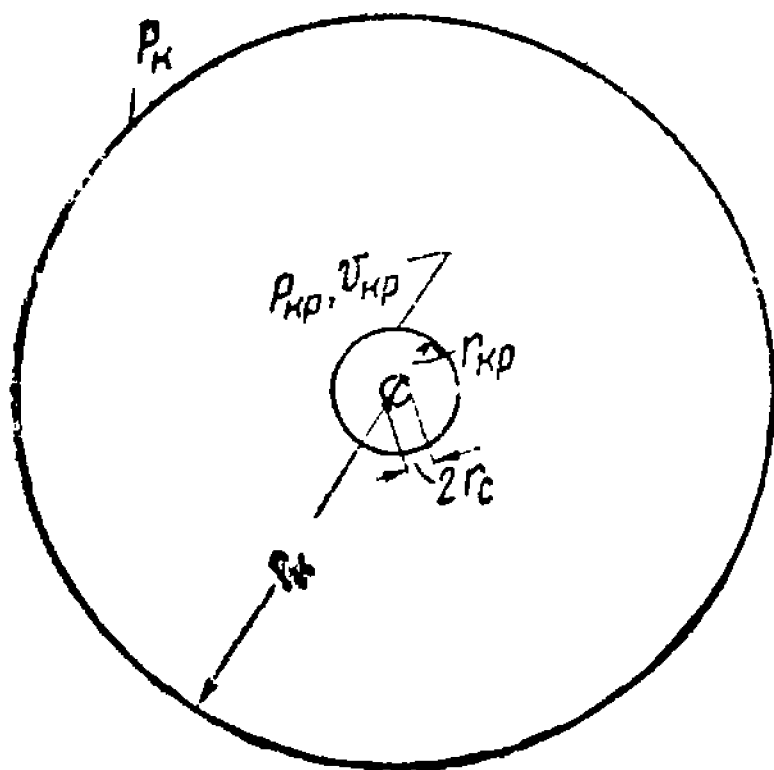
$$q = E_3 \cdot p_n \cdot e^{-\tau}. \quad (40, XI)$$

### § 3. Неустановившееся радиальное движение газа к скважине в условиях одновременного существования двух режимов фильтрации газа в пласте

Неустановившееся движение газа к скважине рассматриваем как последовательную смену стационарных состояний.

Пусть имеется круговой изолированный пласт радиуса  $r_k$ , мощностью  $h$ , насыщенный газом. В центре круга находится скважина (фиг. 36).

Вдали от скважины вследствие малых скоростей фильтрации движение газа происходит по закону Дарси. На некотором расстоянии от скважины скорость фильтрации достигает критической величины  $v_{кр}$ . При дальнейшем увеличении скорости фильтрации, наблюдающемся по мере приближения газа к скважине, закон Дарси нарушается и фильтрация происходит по закону (2, XI), причем показатель режима фильтрации  $n$  становится меньше единицы. Подобная задача для *установившейся* радиальной фильтрации *несжимаемой жидкости* рассмотрена В. Н. Щелкачевым [21] и [41]. Пользуясь терминологией В. Н. Щелкачева, назовем внутреннюю область, где движение газа не подчиняется закону Дарси, областью кризиса закона Дарси, а круговой контур, ее ограничивающий, — контуром области кризиса закона Дарси. Радиус этого контура обозначим  $r_{кр}$ , а давление на нем назовем критическим давлением и обозначим  $p_{кр}$ .



Фиг. 36. Схема газовой залежи (к задаче о неустановившемся радиальном движении газа к скважине в условиях одновременного существования двух режимов фильтрации газа в пласте).

В области кризиса закона Дарси показатель режима фильтрации  $n$  [см. формулу (2, XI)], видимо, является величиной переменной, являющейся функцией числа  $Re^1$  и изменяющейся от единицы до половины:

$$0,5 \leq n < 1.$$

Однако в дальнейшем, чтобы избежать осложнений в решении поставленной задачи, будем, как и В. Н. Щелкачев, принимать, что  $a = \text{const}$ .

Напишем различные выражения для дебита  $q$  скважины. Рассматривая область кризиса закона Дарси, мы можем для определения  $q$  вос-

<sup>1</sup> Вид функции  $n = n(Re)$  должен быть определен на основе экспериментальных исследований. В частности, можно использовать для этой цели результаты опытов Fancher, Lewis и Barnes [18], [19] и Lindquist (см. [20]).

пользоваться формулой (13, XI), в которой  $p_k$  и  $r_k$  следует заменить на  $p_{кр}$  и  $r_{кр}$ . Тогда имеем:

$$q = E^n \left( \frac{1-n}{n} \right)^n \left( \frac{\frac{p_{кр}^2 - p_c^2}{1}}{\frac{\frac{1-n}{n}}{r_c} - \frac{\frac{1-n}{n}}{r_{кр}}} \right)^n \quad (41, XI)$$

Для внешней области, где закон Дарси справедлив, контур области кризиса закона Дарси можно рассматривать как скважину большого диаметра и поэтому для расхода газа написать формулу:

$$q = A \frac{p_k^2 - p_{кр}^2}{\ln \frac{r_k}{r_{кр}}}, \quad (42, XI)$$

где

$$A = \frac{\pi k h p_{ат}}{\mu}.$$

Далее, учитывая, что на контуре области кризиса закона Дарси скорость фильтрации газа равна критической скорости, расход газа можно представить в виде  $q = 2\pi \cdot r_{кр} h v_{кр} p_{кр}$ , где, согласно предыдущему:

$$v_{кр} = \frac{\nu}{d_e} Re_{кр} = \frac{\mu}{\rho_{кр} \cdot \varrho_{ат} \cdot d_e} Re_{кр} = \frac{v_{кр} \sqrt{Sl}}{\sqrt{k}} Re_{кр} = \frac{\mu \cdot \sqrt{Sl}}{\rho_{кр} \cdot \varrho_{ат} \sqrt{k}} Re_{кр},$$

поскольку

$$v_{кр} = \frac{\mu}{\varrho_{кр}} = \frac{\mu}{\rho_{кр} \cdot \varrho_{ат}}.$$

Подставляя это значение  $v_{кр}$  в формулу расхода, имеем:

$$q = \frac{2\pi h \mu}{\varrho_{ат} \cdot d_e} Re_{кр} \cdot r_{кр} = \frac{2\pi h \mu \sqrt{Sl}}{\varrho_{ат} \cdot \sqrt{k}} Re_{кр} \cdot r_{кр}.$$

Обозначив

$$B = \frac{2\pi h \mu}{\varrho_{ат} \cdot d_e} Re_{кр} = \frac{2\pi h \mu \sqrt{Sl}}{\varrho_{ат} \sqrt{k}},$$

получим

$$q = B \cdot r_{кр}. \quad (43, XI)$$

Наконец, учитывая, что в условиях радиальной фильтрации среднее давление  $\tilde{p}$  может быть заменено на контурное  $p_k$ , имеем для дебита газа еще одну формулу:

$$q = -\Omega \frac{dp_k}{dt}, \quad (44, XI)$$

где  $\Omega$  — объем порового пространства пласта.

Мы получили, таким образом, систему четырех уравнений (41, XI) — (44, XI) с четырьмя неизвестными  $q$ ,  $p_k$ ,  $r_{кр}$ ,  $p_{кр}$ , изменение которых во времени требуется найти. Поскольку совместное аналитическое решение этих уравнений не представляется возможным, при

решении конкретных задач мы пользовались методами графоаналитическим и конечных разностей.

Рассмотрим пример.

**Пример 19.** Определить свободный дебит газовой скважины и его изменение во времени при следующих условиях:

расстояние до кругового контура пласта  $r_k = 750$  м;

мощность пласта  $h = 10$  м;

проницаемость пласта  $k = 1$  дарси  $= 1,02 \cdot 10^{-12} \text{ м}^2$ ;

пористость пласта  $m = 0,20$ ;

вязкость газа  $\mu = 0,012$  сантипуаз  $= 1,223 \cdot 10^{-6}$  кг сек/м<sup>2</sup>;

давление на контуре  $p_k = 100$  ата;

давление на скважине  $p_c = 1$  ата  $= \text{const}$ ;

плотность газа при атмосферном давлении  $\rho_{атм} = 0,668 \cdot 10^{-3}$  г/см<sup>3</sup>  $= 0,0682$  кг сек<sup>2</sup>/м<sup>4</sup>;

эффективный диаметр песчинок  $d_e = 0,2$  мм;

радиус скважины  $r_c = 0,1$  м.

Критическое значение числа Рейнольдса примем равным единице ( $Re_{кр} = 1$  — цементированные пески), причем принимается, что

$$Re = \frac{V \cdot d_e \rho}{\mu}.$$

Потерей давления в стволе скважины пренебрегаем.

Атмосферное давление принимается равным 735 мм рт. столба или  $p_{атм} = 10^4$  кг/м<sup>2</sup>.

Вычисления производятся в следующем порядке.

Определяем величину интересующих нас коэффициентов:

$$Sl = \frac{k}{d_e^2} = \frac{1,02 \cdot 10^{-12}}{(0,2 \cdot 10^{-3})^2} = 0,255 \cdot 10^{-4};$$

$$E^n = 2^{1-n} \pi Sl^{\frac{1-n}{2}} h k^{\frac{3n-1}{2}} \mu^{1-2n} \rho_{атм}^{n-1} \rho_{атм}^n =$$

$$= 2^{0,5} \cdot 3,14 (0,255 \cdot 10^{-4}) \cdot 10 (1,02 \cdot 10^{-12})^{\frac{1}{4}} \cdot 0,0682^{-\frac{1}{2}} (10^4)^{\frac{1}{2}} =$$

$$= 1,215 \text{ м}^{5/2} / \text{сек} = 1,05 \cdot 10^5 \text{ м}^{5/2} / \text{сутки (при } n=0,5);$$

$$A = \frac{\pi k h p_{атм}}{\mu} = \frac{3,14 \cdot 1,02 \cdot 10^{-12} \cdot 10 \cdot 10^4}{1,223 \cdot 10^{-6}} = 0,262 \text{ м}^3 / \text{сек} = 0,226 \cdot 10^5 \text{ м}^3 / \text{сутки};$$

$$B = \frac{2 \pi h \mu}{\rho_{атм} \cdot d_e} \cdot Re_{кр} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 10 \cdot 1,223 \cdot 10^{-6}}{0,0682 \cdot 0,2 \cdot 10^{-3}} \cdot 1 = 5,63 \text{ м}^2 / \text{сек} =$$

$$= 4,86 \cdot 10^5 \text{ м}^2 / \text{сутки};$$

$$\Omega = \pi r_k^2 \cdot m \cdot h = 3,14 \cdot 750^2 \cdot 0,20 \cdot 10 = 3,53 \cdot 10^6 \text{ м}^3.$$

Задаемся значениями критического радиуса  $r_{кр}$ , начиная от близких к радиусу скважины, до такого, при котором величина  $p_k$  равнялась бы 100 ата. Подставляя значение  $r_{кр}$  в формулу (43, XI), находим расход газа  $q$ . Подставляя  $q$  и  $r_{кр}$  в формулу (41, XI), находим критическое давление  $p_{кр}$  и, подставляя  $p_{кр}$  и значения  $q$  и  $r_{кр}$  в формулу (42, XI), находим величину контурного давления  $p_k$ .

Чтобы установить, как будут изменяться дебит  $q$ , критическое давление  $p_{кр}$  и радиус контура области кризиса закона Дарси —  $r_{кр}$ , используем уравнение (44, XI).

Зная значения  $q$ , отвечающие соответствующим значениям  $p_k$  и  $r_k$ , подставляем их в формулу (44, XI) и находим значения:

$$-\frac{dp_k}{dt} = \frac{q}{\Omega} \quad (45, XI)$$

На фиг. 37 показан график зависимости  $\left(-\frac{dp_k}{dt}\right)$  от  $p_k$ . Как видно из фиг. 37, эта зависимость на участке значений  $p_k$  от 100 до 32,8 — линейная и может быть представлена уравнением:

$$-\frac{dp_k}{dt} = a(p_k - p_c), \quad (46, XI)$$

где  $a$  — тангенс угла наклона прямой к оси абсцисс ( $p_k$ ):

$$a = \frac{\left(-\frac{dp_k}{dt}\right)}{p_k - p_c}$$

Из формулы (46, XI) имеем  $-a \cdot dt = \frac{dp_k}{p_k - p_c}$ .

Интегрируя это уравнение в пределах от 0 до  $t$  и от  $p_n$  до  $p_k$ , получим:

$$-at = \ln \frac{p_k - p_c}{p_n - p_c},$$

откуда

$$t = \frac{1}{a} \ln \frac{p_n - p_c}{p_k - p_c}$$

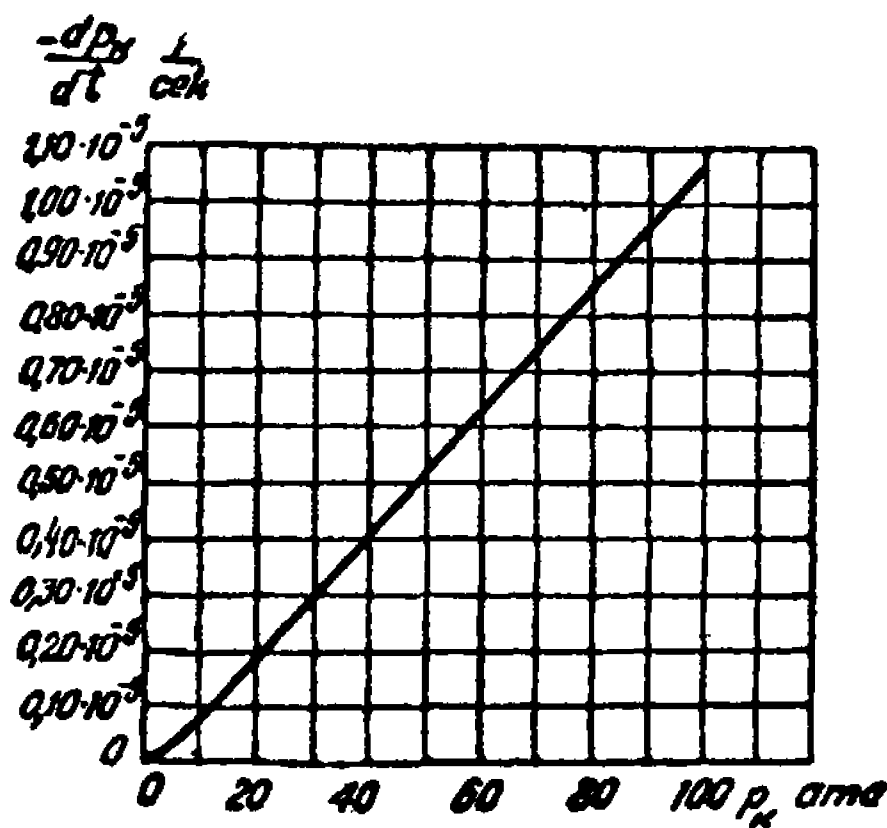
и

$$p_k = p_c + (p_n - p_c) e^{-at}.$$

Из уравнений (46, XI) и (44, XI) вытекает, что в условиях рассматриваемого примера в период, когда давление  $p_k$  снижается от 100 до 32,8 *атм*, между свободным дебитом газовой скважины и контурным давлением существует линейная зависимость.

В табл. 29 и 30 приведены значения  $r_{кр}$ ,  $q$ ,  $\left(-\frac{dp_k}{dt}\right)$ ,  $p_{кр}$  и  $p_k$  и их изменение во времени  $t$  при показателе режима фильтрации  $n = 0,5$ , т. е. когда в области кризиса закона Дарси имеет место турбулентное движение.

Приведенные данные показывают изменение перечисленных параметров во времени в условиях, когда скважины работают при проценте отбора  $\theta = 100\%$ .



Фиг. 37. График зависимости величины  $\left(-\frac{dp_k}{dt}\right)$  от контурного давления  $p_k$  в случае радиального движения газа к скважине в условиях одновременного существования двух режимов фильтрации в пласте.

Таблица 2

Зависимость между критическим радиусом  $r_{кр}$  и свободным дебитом  $q$  скважины, критическим давлением  $p_{кр}$  и контурным давлением  $p_k$  в условиях одновременного существования двух режимов фильтрации газа в пласте ( $n = 0,5$ )

$r_{кр}$ , м	$q$ , м <sup>3</sup> /сек	$-\frac{dp_k}{dt} \cdot 10^5$ , 1/сек	$p_{кр}$ , атм	$p_k$ , атм
0,11	0,619	0,0175	1,1	4,56
0,2	1,13	0,032	2,31	6,38
0,4	2,25	0,0637	5,17	9,56
0,6	3,38	0,0957	8,09	12,55
0,8	4,50	0,1274	11,00	15,45
1,0	5,63	0,1594	13,94	18,34
2,0	11,26	0,3188	—	32,83
3,0	16,89	0,4781	—	—
4,0	22,52	0,6375	—	61,66
5,0	28,15	0,7969	—	—
6,0	33,78	0,9563	87,19	90,69
6,5	36,40	1,030	93,01	97,46
6,65	37,44	1,060	96,72	100,0

Таблица 30

Изменение критического радиуса  $r_{кр}$ , свободного дебита газовой скважины  $q$ , критического давления  $p_{кр}$  и контурного давления  $p_k$  в условиях одновременного существования двух режимов фильтрации газа в пласте ( $n = 0,5$ )

$t$ , сутки	$r_{кр}$ , м	$p_k$	$p_{кр}$	$q$ , млн. м <sup>3</sup> /сутки
0	6,65	100	96,7	3,23
1	6,6	99,1	96,0	3,21
25	5,3	81,0	78,0	2,58
50	4,2	64,1	60,5	2,07
100	2,5	40,5	36,0	1,22
125	2,0	32,5	29,0	0,973
150	1,5	25,0	23,0	0,730
200	1,1	19,0	14,0	0,535
250	0,90	16,0	12,0	0,438
350	0,65	12,0	7,0	0,316
450	0,40	9,0	4,0	0,194
572	0,11	4,7	1,1	0,0535

Таблица 31

Зависимость между критическим радиусом  $r_{кр}$  и свободным дебитом скважины  $q$ , критическим давлением  $p_{кр}$  и контурным давлением  $p_k$  в условиях одновременного существования двух режимов фильтрации газа в пласте ( $n = 0,65$ )

$r_{кр}$ , м	$q$ м <sup>3</sup> /сек	$-\frac{dp_k}{dt} \cdot 10^5$ , 1/сек	$p_{кр}$	$p_k$	$t$ , сутки
0,11	0,619	0,0175	1,14	4,71	455,4
0,2	1,13	0,0320	2,15	6,33	349,0
0,4	2,25	0,0637	4,32	9,13	247,7
0,6	3,38	0,0957	6,32	11,49	204,8
1	5,63	0,1594	9,95	15,53	156,0
2	11,26	0,3188	14,6	21,65	111,5
3	16,89	0,4781	25,07	31,37	76,2
4	22,52	0,6375	31,69	38,13	58,9
5	28,15	0,7969	38,0	44,49	47,4
6	33,78	0,9563	43,9	50,54	38,6
7	39,41	1,116	49,7	56,36	31,5
8	45,04	1,275	55,3	61,97	25,7
9	50,67	1,435	60,75	67,42	20,8
10	56,30	1,593	65,1	72,75	16,5
11	61,93	1,753	71,2	77,94	12,7
12	67,56	1,913	76,3	82,02	10,0
13	73,19	2,072	81,3	88,00	6,39
14	78,82	2,231	86,2	92,90	3,66
15	84,45	2,390	90,0	97,72	1,15
15,5	87,265	2,470	93,4	100,1	0

Таблица 32

Изменение критического радиуса  $r_{кр}$ , свободного дебита скважины  $q$ , критического давления  $p_{кр}$  и контурного давления  $p_k$  в условиях одновременного существования двух режимов фильтрации газа в пласте ( $n = 0,65$ )

$t$ , сутки	$r_{кр}$ , м	$p_k$	$p_{кр}$	млн. $q$ , м <sup>3</sup> /сутки
0	15,5	100	93,4	7,54
25	8,0	62,0	55,3	3,89
50	4,6	42,5	37,0	2,24
75	3,05	31,0	24,0	1,48
100	2,3	24,0	16,5	1,12
150	1,2	16,0	11,0	0,584
200	0,6	11,8	6,32	0,291
250	0,45	9,0	4,0	0,219
350	0,2	6,3	2,15	0,097
455	0,11	4,7	1,1	0,0535

Таблица 33

Зависимость между критическим радиусом  $r_{кр}$  и свободным дебитом скважины  $q$ , критическим давлением  $p_{кр}$  и контурным давлением  $p_k$  в условиях одновременного существования двух режимов фильтрации газа в пласте ( $n = 0,75$ )

$r_{кр},$ м	$q,$ м <sup>3</sup> /сек	$-\frac{dp_k}{dt} \cdot 10^5,$ 1/сек	$p_{кр}$	$p_k$	$t,$ сутки
0,11	0,619	0,0175	1,1	4,60	447,0
0,2	1,13	0,0320	2,1	6,21	340,6
0,6	3,38	0,0957	3,9	10,36	190,5
1,0	5,63	0,1594	8,7	14,77	136,6
2	11,26	0,3188	14,9	21,86	85,1
3	16,89	0,4781	20,3	27,69	64,0
4	22,52	0,6375	25,1	32,83	51,5
5	28,15	0,7969	29,5	37,53	43,0
6	33,78	0,9563	33,7	41,91	36,6
7	39,41	1,116	37,6	46,05	31,6
8	45,04	1,275	41,4	49,96	27,5
9	50,67	1,435	44,1	53,72	24,1
10	56,30	1,593	48,6	57,35	21,2
12	67,56	1,913	55,3	64,23	16,2
14	78,82	2,231	61,7	70,72	12,3
16	90,08	2,550	67,8	76,90	9,1
18	101,3	2,868	73,6	81,14	7,1
20	112,6	3,188	79,3	88,56	4,1
22	123,9	3,508	84,8	94,08	2,1
24	135,1	3,825	90,0	99,60	0,3
24,5	137,9	—	91,3	10,07	0

Таблица 34

Изменение критического радиуса  $r_{кр}$ , свободного дебита скважины  $q$ , критического давления  $p_{кр}$  и контурного давления  $p_k$  в условиях одновременного существования двух режимов фильтрации газа в пласте ( $n = 0,75$ )

$t,$ сутки	$r_{кр},$ м	$p_k$	$p_{кр}$	млн. $q,$ м <sup>3</sup> /сутки
0	24,5	100	91,3	11,92
25	8,75	53	43	4,26
50	4,0	32,5	25	1,94
100	1,75	18	13	0,851
150	0,80	13,5	7	0,389
200	0,55	10	4,5	1,267
300	0,40	7	4,0	0,194
360	0,20	6	2,0	0,097
447	0,11	4,6	1,1	0,0535

Таблица 35

Зависимость между критическим радиусом  $r_{кр}$  и свободным дебитом скважины  $q$ , критическим давлением  $p_{кр}$  и контурным давлением  $p_k$  в условиях одновременного существования двух режимов фильтрации газа в пласте ( $n = 0,80$ )

$r_{кр},$ м	$q,$ м <sup>3</sup> /сек	$-\frac{dp_k}{dt} \cdot 10^5,$ 1/сек	$p_{кр}$	$p_k$	$t,$ сутки
0,11	0,619	0,017	1,1	4,7	426
0,2	1,13	0,032	2,1	6,3	320
0,4	2,25	0,066	3,9	8,9	225
1	5,63	0,159	8,2	14,5	127,1
2	11,26	0,319	13,9	21,1	78,8
3	16,89	0,478	18,6	26,5	59,4
4	22,52	0,637	22,8	31,2	48,0
5	28,15	0,797	26,7	35,4	40,4
6	33,78	0,956	30,3	38,3	36,2
7	39,41	1,116	33,7	42,9	30,2
8	45,04	1,275	37,0	45,4	27,6
9	50,67	1,435	40,1	49,6	23,8
10	56,30	1,593	43,1	52,8	21,3
12	67,56	1,913	48,8	58,7	17,0
14	78,82	2,231	53,2	64,3	13,6
16	90,08	2,550	59,3	69,6	10,8
18	101,3	2,868	64,2	73,8	8,9
20	112,6	3,188	68,9	79,4	6,7
22	123,9	3,508	73,4	83,0	5,4
25	140,75	3,585	80,0	90,7	2,8
29,7	167,2	4,733	89,7	100,5	0

Таблица 36

Изменение критического радиуса  $r_{кр}$ , свободного дебита скважины  $q$ , критического давления  $p_{кр}$  и контурного давления  $p_k$  в условиях одновременного существования двух режимов фильтрации газа в пласте ( $n = 0,80$ )

$t,$ сутки	$r_{кр},$ м	$p_k$	$p_{кр}$	$q,$ млн. м <sup>3</sup> /сутки
0	29,7	100	89,7	14,44
25	8,6	48	38,5	4,12
50	3,8	30	21,5	1,85
100	1,6	17	8,5	0,778
150	0,8	13	6,0	0,389
200	0,52	9,5	4,0	0,252
300	0,22	6,5	3,0	0,107
360	0,15	6,0	2,0	0,073
426	0,11	4,7	1,1	0,0535

Таблица 37

Зависимость между критическим радиусом  $r_{кр}$  и свободным дебитом скважины  $q$ , критическим давлением  $p_{кр}$  и контурным давлением  $p_k$  в условиях одновременного существования двух режимов фильтрации газа в пласте ( $n = 0,85$ )

$r_{кр},$ м	$q,$ м <sup>3</sup> /сек	$-\frac{dp_k}{dt} \cdot 10^6,$ 1/сек	$p_{кр}$	$p_k$	$t,$ сутки
0,11	0,619	0,1750	1,1	4,7	411,2
0,2	1,13	0,0320	1,8	6,2	310,7
0,4	2,25	0,0657	3,7	8,8	215,9
1	5,63	0,159	7,8	14,3	120,0
2	11,26	0,319	13,1	20,6	74,0
3	16,89	0,478	17,4	25,8	55,2
4	22,52	0,637	21,1	30,0	45,1
5	28,15	0,797	24,6	33,8	38,1
6	33,78	0,956	27,8	37,4	32,9
7	39,41	1,116	30,9	40,6	29,0
8	45,04	1,275	33,7	43,8	25,7
9	50,67	1,435	36,5	47,8	—
10	56,30	1,593	39,1	49,6	20,7
12	67,56	1,913	44,1	54,8	—
14	78,82	2,231	48,7	59,8	13,86
16	90,08	2,550	53,1	64,4	11,45
18	101,3	2,868	57,3	68,0	9,84
20	112,6	3,188	62,4	73,0	7,81
22	123,9	3,508	65,3	77,0	6,35
24	135,1	3,825	69,0	81,1	5,00
26	146,4	4,145	72,7	84,6	3,94
28	157,6	4,462	76,2	88,2	2,93
30	168,9	4,782	79,6	91,7	2,02
32	180,2	5,101	83,0	95,2	1,19
33	185,8	5,260	84,6	96,8	0,81
33,5	188,6	5,339	85,5	97,7	0,63
34,5	194,23	5,498	86,1	99,3	0,27
35,0	197,05	5,777	88,4	100,6	0

Таблица 38

Изменение критического радиуса  $r_{кр}$ , свободного дебита скважины  $q$ , критического давления  $p_{кр}$  и контурного давления  $p_k$  в условиях одновременного существования двух режимов фильтрации газа в пласте ( $n = 0,85$ )

$t,$ сутки	$r_{кр},$ м	$p_k$	$p_{кр}$	млн. $q,$ м <sup>3</sup> /сутки
0	35	100	88,4	17,02
25	8	44	33,7	3,89
50	3,4	27	16,5	1,65
100	1,2	14	11	0,58
168	0,6	10	5	0,30
200	0,5	9,5	3,2	0,24
316	0,2	6,0	2	0,097
360	0,15	4,0	1	0,0756

Таблица 39

Изменение критического радиуса  $r_{кр}$ , свободного дебита скважины  $q$ , критического давления  $p_{кр}$  и контурного давления  $p_k$  в условиях одновременного существования двух режимов фильтрации газа в пласте ( $n = 0,99$ )

$t$ , сутки	$r_{кр}$ , м	$q$ , м <sup>3</sup> /сек	$q$ , млн. м <sup>3</sup> /сутки	$-\frac{dp_k}{dt} \cdot 10^5$ , 1/сек	$p_{кр}$	$p_k$
386,2	0,11	0,619	0,0535	0,0175	1,30	4,8
281,1	0,2	1,13	0,0976	0,032	2,22	6,4
181,1	0,4	2,25	0,194	0,064	3,85	8,9
151,9	0,6	3,38	0,292	0,096	5,20	10,9
113,7	1	5,63	0,486	0,159	7,46	14,1
68,47	2	11,26	0,973	0,388	12,6	20,3
56,39	3	16,89	1,46	0,478	15,4	24,3
40,29	5	28,15	2,43	0,797	20,6	31,0
20,54	10	56,30	4,86	1,59	32,6	44,6
13,20	15	84,48	7,30	2,39	41,6	54,7
9,58	20	112,6	9,73	3,19	49,3	62,2
6,50	25	140,7	12,16	3,98	56,3	70,7
4,56	30	168,0	14,59	4,78	62,5	77,4
3,02	35	197,1	17,02	5,58	68,6	83,7
1,80	40	225,2	19,46	6,38	74,2	89,6
0,98	45	253,3	21,89	7,17	79,4	94,1
0	50	281,5	24,30	7,97	84,4	100,2

Аналогично были проведены вычисления для других показателей режима фильтрации ( $n > 0,5$ ). Ввиду того, что при  $n > 0,5$  зависимость между  $p_k$  и  $\left(-\frac{dp_k}{dt}\right)$  оказалась нелинейной, определение  $t$  производилось приближенно по конечным разностям, на основании уравнения:

$$\frac{dp_k}{dt} \cong \frac{\Delta p_k}{\Delta t};$$

откуда

$$\Delta t \cong \frac{\Delta p_k}{\left(\frac{dp_k}{dt}\right)}.$$

Найдя таким образом  $\Delta t$ , определяем  $t_{i+1}$  по формуле:

$$t_{i+1} = t_i + \Delta t_{i+1}.$$

В табл. 31 — 39 приведены значения  $r_{кр}$ ,  $q$ ,  $\left(-\frac{dp_k}{dt}\right)$ ,  $p_k$ ,  $p_{кр}$  и их изменение во времени  $t$  для  $n = 0,65; 0,75; 0,80; 0,85; 0,99$ .

Для сравнения определены значения  $q$  и  $p_k$  для условий, когда во всем пласте фильтрация газа происходит по закону Дарси ( $n = 1$ ). В табл. 40 приведены результаты вычислений  $q$  и  $p_k$  для тех же исходных данных, но при  $n = 1$ .

Таблица 40

Изменение свободного дебита  $q$  газовой скважины и контурного давления  $p_k$  в условиях фильтрации газа по закону Дарси ( $n = 1$ )

$t$ , сутки	$p_k$	$q$ , млн. м <sup>3</sup> /сутки
0	100	24,7
1	94,3	22,3
25	36,0	3,5
50	22,0	1,2
100	12,2	0,36
200	6,5	0,093
316	4,3	0,040
360	3,9	0,035

В табл. 41 сопоставлены значения  $q$ ,  $r_{кр}$ ,  $p_{кр}$  и  $p_k$  при  $n = 0,5$ ,  $0,75$  и  $1$ .

Таблица 41

Сопоставление изменений свободного дебита  $q$  газовой скважины, критического радиуса  $r_{кр}$ , критического давления  $p_{кр}$  и контурного давления  $p_k$  при различных показателях  $n$  режима фильтрации газа в призабойной зоне пласта

$t$ , сутки	$n = 0,5$				$n = 0,75$				$n = 1,0$	
	$q$ млн. м <sup>3</sup> /сутки	$r_{кр}$ м	$p_k$	$p_{кр}$	$q$ , млн. м <sup>3</sup> /сутки	$r_{кр}$ , м	$p_k$	$p_{кр}$	$q$ , млн. м <sup>3</sup> /сутки	$p_k$ —
0	3,23	6,65	100	96,7	11,92	24,5	100	91,3	24,7	100
25	2,58	5,3	81,0	78,0	4,26	8,75	53,0	43,0	3,5	36,0
50	2,07	4,2	64,1	60,5	1,94	4,0	32,5	25,0	1,2	22,0
100	1,22	2,5	40,5	36,0	0,851	1,75	18,0	13,0	0,36	12,2
125	0,973	2,0	32,5	29,0	0,684	1,00	14,8	8,7	—	—
150	0,730	1,5	25,0	23,0	0,389	0,80	13,5	7,0	—	—
200	0,535	1,1	19,0	14,0	0,267	0,55	10,0	4,5	0,093	6,5
300	0,389	0,8	13,8	10,0	0,194	0,40	7,0	4,0	—	—
360	0,3405	0,7	12,0	8,0	0,097	0,20	6,0	2,0	0,035	3,9
447	0,194	0,40	9,0	4,0	0,0535	0,11	4,6	1,1	—	—
572	0,0535	0,11	4,7	1,1	—	—	—	—	—	—

На фиг. 38, 39, 40 и 41 показаны кривые изменения во времени свободного дебита газовой скважины, величины критического радиуса, критического давления и давления на контуре при различных показателях  $n$  режима фильтрации газа в призабойной зоне пласта.

На фиг. 42 показана кривая зависимости критического радиуса  $r_{кр}$  от показателя  $n$  режима фильтрации газа в призабойной зоне пласта в начальный момент времени ( $t = 0$ ,  $p_k = 100$ ).

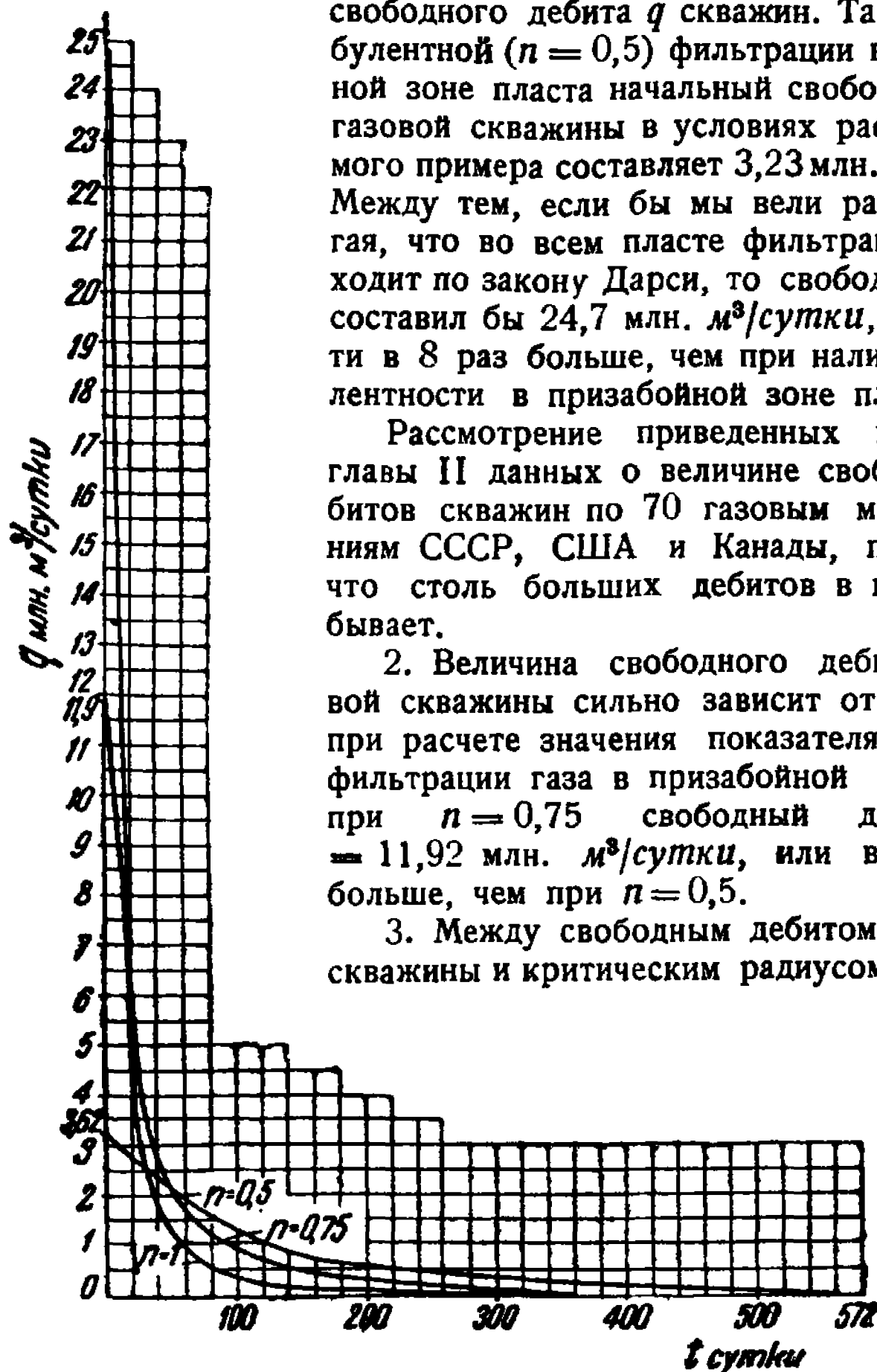
Из рассмотрения приведенных таблиц<sup>1</sup> и графиков можно сделать следующие выводы.

1. Наличие отклонений от закона Дарси при движении газа в призабойной зоне пласта оказывает большое влияние на величину свободного дебита  $q$  скважин. Так, при турбулентной ( $n = 0,5$ ) фильтрации в призабойной зоне пласта начальный свободный дебит газовой скважины в условиях рассматриваемого примера составляет 3,23 млн.  $m^3/сутки$ . Между тем, если бы мы вели расчет, полагая, что во всем пласте фильтрация происходит по закону Дарси, то свободный дебит составил бы 24,7 млн.  $m^3/сутки$ , т. е. почти в 8 раз больше, чем при наличии турбулентности в призабойной зоне пласта.

Рассмотрение приведенных в табл. I главы II данных о величине свободных дебитов скважин по 70 газовым месторождениям СССР, США и Канады, показывает, что столь больших дебитов в природе не бывает.

2. Величина свободного дебита  $q$  газовой скважины сильно зависит от принятого при расчете значения показателя  $n$  режима фильтрации газа в призабойной зоне. Так, при  $n = 0,75$  свободный дебит  $q = 11,92$  млн.  $m^3/сутки$ , или в 3,7 раза больше, чем при  $n = 0,5$ .

3. Между свободным дебитом  $q$  газовой скважины и критическим радиусом  $r_{кр}$  суще-

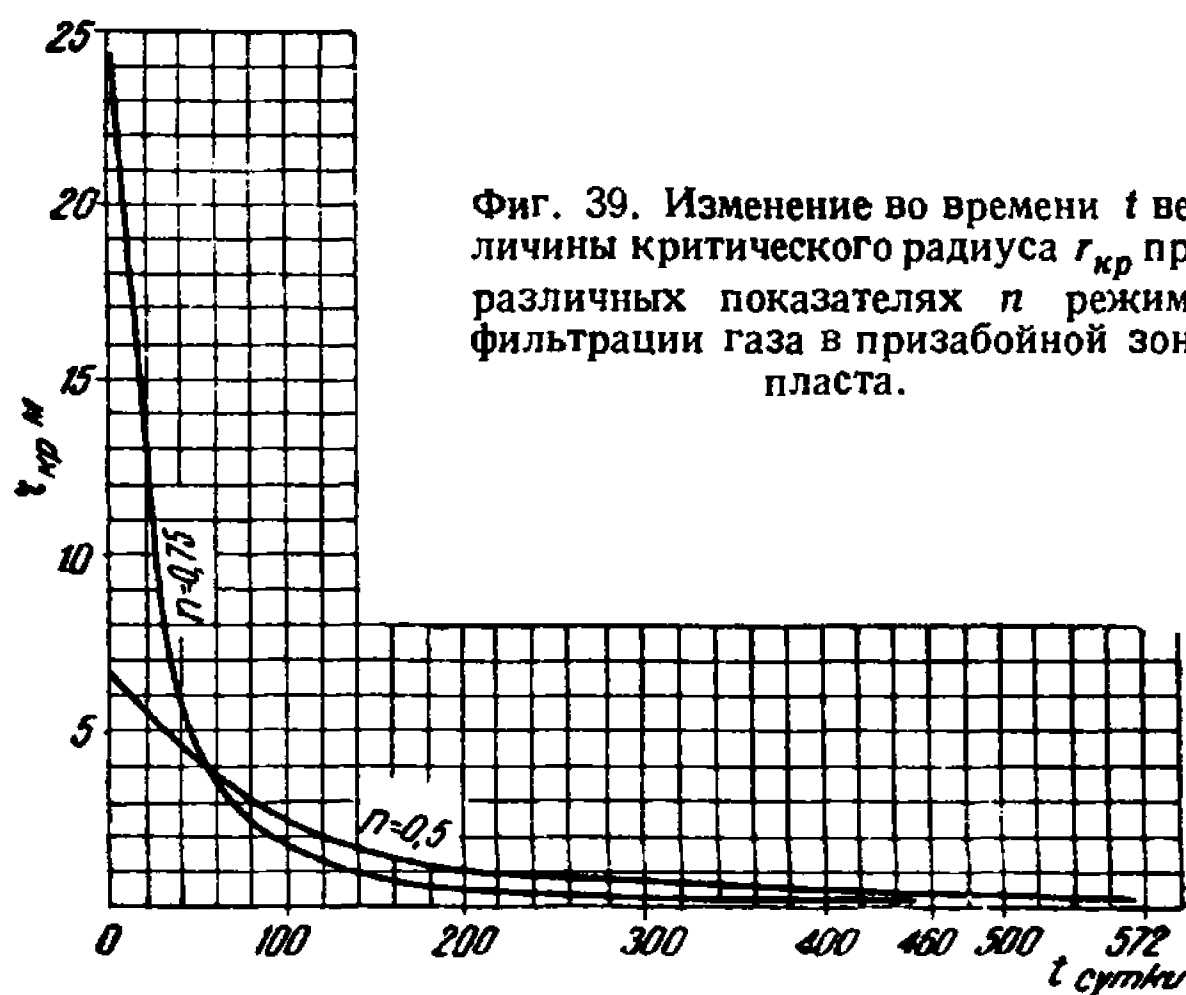


Фиг. 38. Изменение во времени  $t$  свободного дебита  $q$  газовой скважины в условиях одновременного существования двух режимов фильтрации газа в пласте при различных величинах показателя  $n$  режима фильтрации в призабойной зоне пласта.

ствуется линейная зависимость, что видно из формулы (43, XI), поскольку входящий в нее коэффициент  $B$  зависит лишь от свойств газа и пористой среды.

<sup>1</sup> Вычисления данных, приведенных в таблицах, помещенных в настоящей главе, производились Е. Н. Померанцевой.

4. Величина критического радиуса  $r_{кр}$  может быть значительна. В рассматриваемом случае при  $n=0,5$  в начальный момент времени  $r_{кр}$  составляет 6,65 м. Следует отметить, что величина  $r_{кр}$  зависит от принятого при расчете значения  $n$ . Чем ближе  $n$  к единице, тем больше  $r_{кр}$ . Так при  $n=0,75$   $r_{кр}=24,5$  м (при  $p_k=100$ ), а при  $n=0,85$   $r_{кр}=35$  м.



Фиг. 39. Изменение во времени  $t$  величины критического радиуса  $r_{кр}$  при различных показателях  $n$  режима фильтрации газа в призабойной зоне пласта.

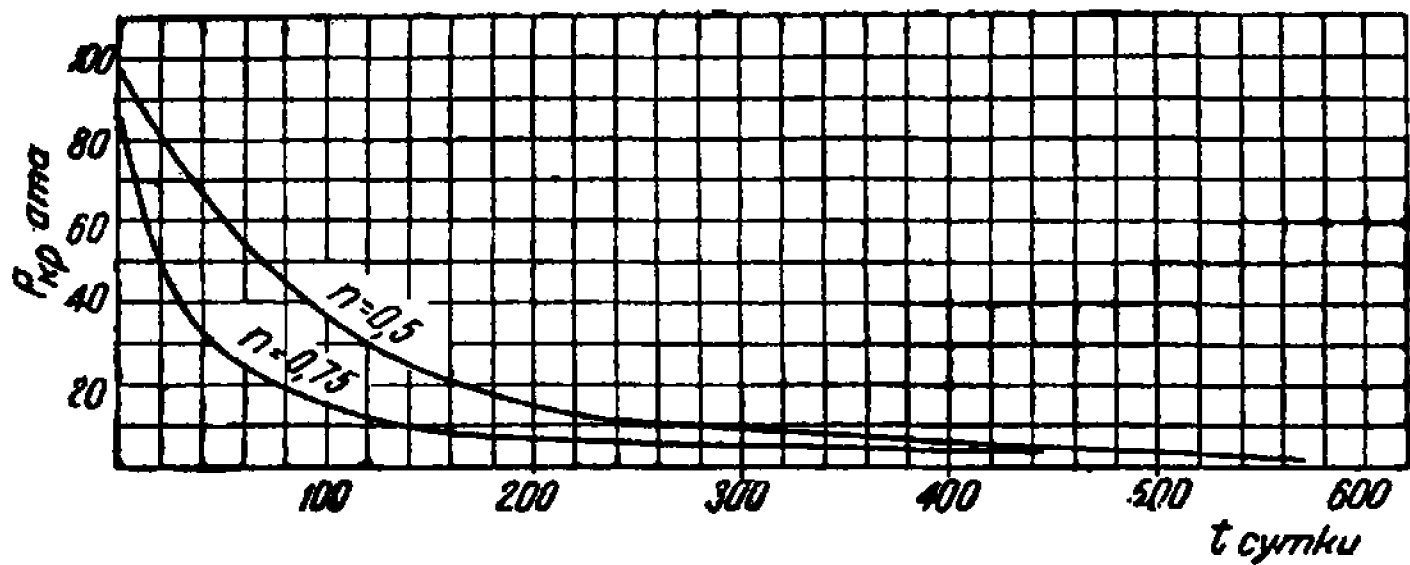
5. Сопоставление величины критического давления  $p_{кр}$  и давления на контуре  $p_k$  показывает, что критическое давление не намного отличается от контурного давления. Это указывает, что подавляющая часть потерь давления при фильтрации газа к скважинам приходится на призабойную зону пласта, где происходит нарушение закона Дарси.

6. Чем ближе показатель степени  $n$  к единице, тем быстрее изменяются свободный дебит скважин, критический радиус и контурное и критическое давления.

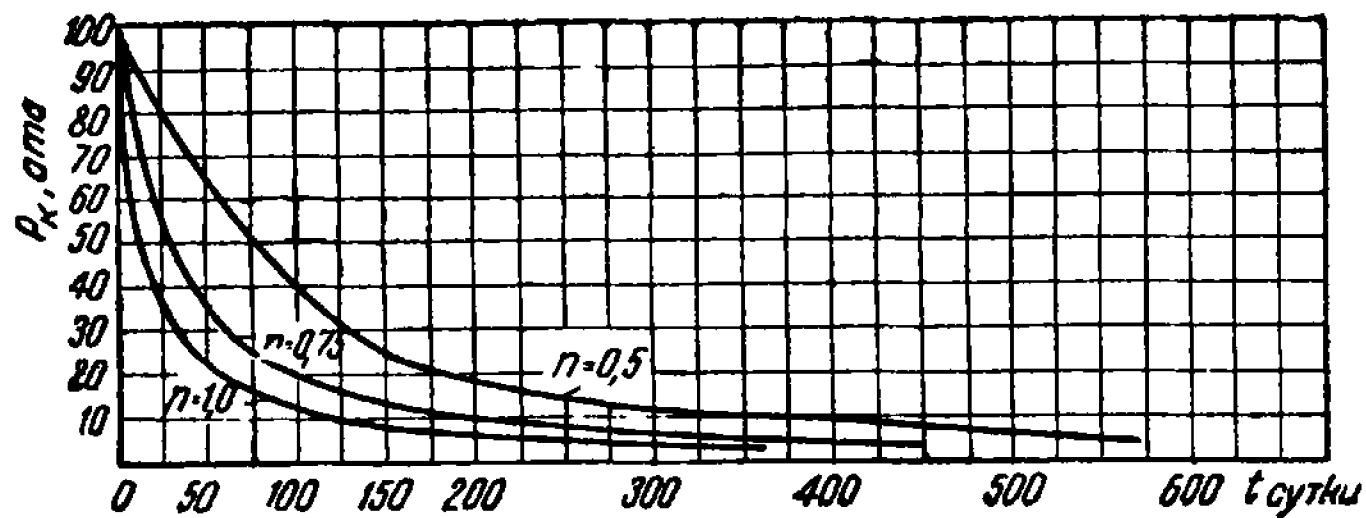
#### § 4. О зависимости свободного дебита газовых скважин от величины критического значения числа Рейнольдса

Рассмотрим влияние величины критического значения  $Re_{кр}$  числа Рейнольдса на свободный дебит газовых скважин.

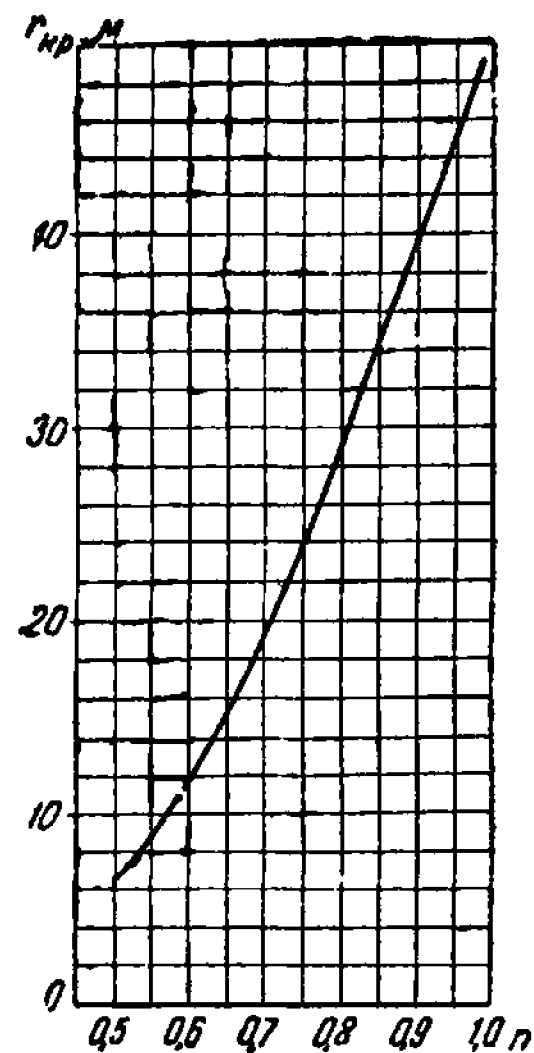
Вопрос этот представляет существенный интерес, поскольку величина критических значений числа Рейнольдса для фильтрации жидкости колеблется в значительных пределах в зависимости от степени сцементированности песков и структуры порового пространства (в частности, от шероховатости поверхности песчинок). Так, по Фенчеру, Льюису и Бернсу [18]  $Re_{кр}=1$  для сцементированных песков и  $Re_{кр}=10$  для несцементированных песков, по Щелкачеву [21], [41], как указывалось выше,  $Re_{кр}$  изменяется в пределах от 4 до 12.



Фиг. 40. Изменение во времени  $t$  величины критического давления  $p_{кр}$  при различных показателях  $n$  режима фильтрации газа в призабойной зоне пласта.



Фиг. 41. Изменение во времени  $t$  контурного давления  $p_k$  в условиях одновременного существования двух режимов фильтрации газа в пласте при различных показателях  $n$  режима фильтрации газа в пласте.



Фиг. 42. Зависимость критического радиуса  $r_{кр}$  от величины показателя  $n$  режима фильтрации газа в призабойной зоне пласта (в начальный момент времени:  $t=0$ ,  $p_k = 100$ ).

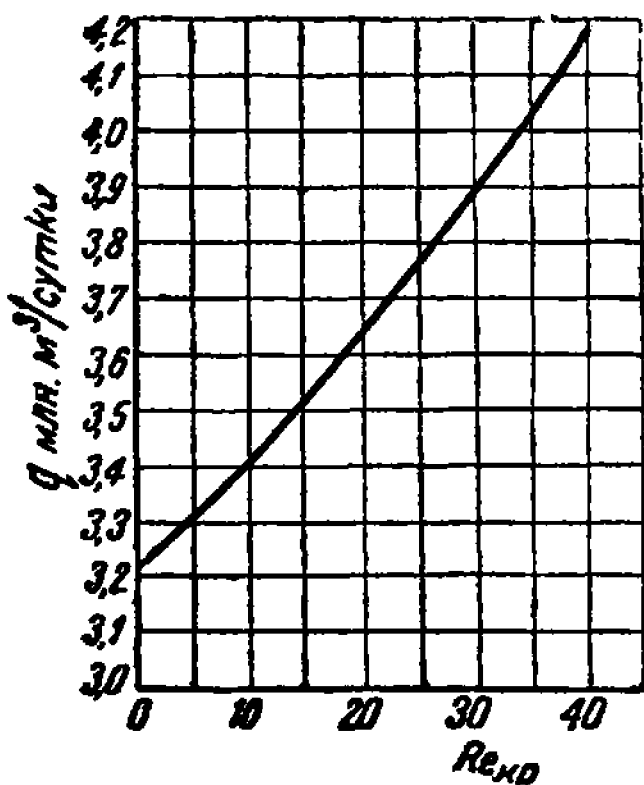
В приведенных выше примерах мы принимали  $Re_{кр} = 1$ . Для выяснения интересующего нас вопроса определим свободный дебит скважин при тех же, что и ранее (см. пример 19) исходных данных, за исключением критического значения числа Рейнольдса.

Таблица 42

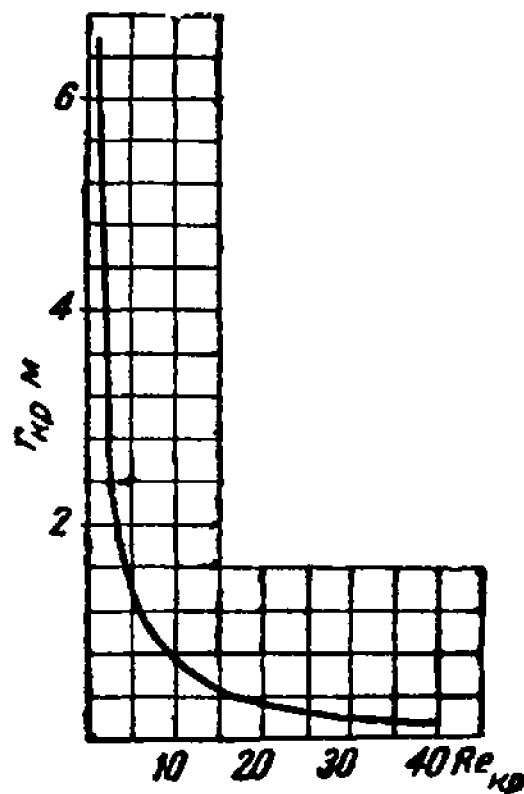
Зависимость свободного дебита  $q$  газовой скважины и критического радиуса  $r_{кр}$  от величины критического значения  $Re_{кр}$  числа Рейнольдса

$Re_{кр}$	$q$ , млн. $m^3/сутки$	$r_{кр}$ , м	$p_k$
1	3,23	6,65	100
10	3,40	0,70	100
20	3,65	0,375	100
30	3,94	0,270	100
40	4,18	0,215	100

В табл. 42 приведены значения свободного дебита  $q$  и критических радиусов  $r_{кр}$  при  $Re_{кр}$ , изменяющемся от 1 до 40.



Фиг. 43. Зависимость свободного дебита  $q$  газовой скважины от величины критического значения  $Re_{кр}$  числа Рейнольдса при показателе режима фильтрации газа в призабойной зоне пласта  $n=0,5$ .



Фиг. 44. Зависимость критического радиуса  $r_{кр}$  от величины критического значения  $Re_{кр}$  числа Рейнольдса при показателе режима фильтрации газа в призабойной зоне пласта  $n=0,5$ .

Величина показателя степени  $n$  принята равной 0,5. Давление  $p_k$  на контуре во всех случаях принималось равным 100 атм. Вычисления производились так же, как в примере 19.

На фиг. 43 и 44 приведены кривые зависимости свободного дебита и критического радиуса от числа  $Re_{кр}$ , построенные по данным табл. 42.

Как видно из табл. 42 и графика (фиг. 43), с увеличением числа  $Re_{кр}$  свободный дебит увеличивается, однако, рост свободного дебита не пропорционален увеличению  $Re_{кр}$ . Так, при увеличении  $Re_{кр}$  с 1 до 40, т. е. в 40 раз, свободный дебит увеличивается с 3,23 до 4,18 млн.  $m^3/сутки$ , или в 1,29 раза, менее чем на 30%. Отсюда вытекает, что ошибка в определении значения  $Re_{кр}$  не повлечет за собой большой ошибки при определении величины свободного дебита газовой скважины.

Рассмотрение зависимости величины критического радиуса  $r_{кр}$  от числа  $Re_{кр}$  (фиг. 44) показывает, что с увеличением числа  $Re_{кр}$  величина  $r_{кр}$  резко уменьшается, т. е. уменьшается размер призабойной зоны, в которой имеется нарушение закона Дарси.

Однако даже при совершенно незначительных размерах области турбулентного движения газа наличие ее сильно сказывается на величине свободного дебита. Так, при  $r_{кр} = 0,215 м$ , т. е. когда турбулентное движение газа происходит лишь в 11,5-см кольцевой зоне пласта, прилегающей к скважине, свободный дебит составляет 4,18 млн.  $m^3/сутки$ , в то время как при фильтрации по закону Дарси он равен 24,7 млн.  $m^3/сутки$ .

В табл. 43 показано изменение во времени величин  $q$ ,  $p_k$  и  $p_{кр}$  при  $Re_{кр} = 1$  и  $Re_{кр} = 10$  в условиях неограниченного отбора газа. Как видно из таблицы, при большем значении  $Re_{кр}$  темп падения пластового давления больше, чем при меньшем значении  $Re_{кр}$ .

Таблица 43

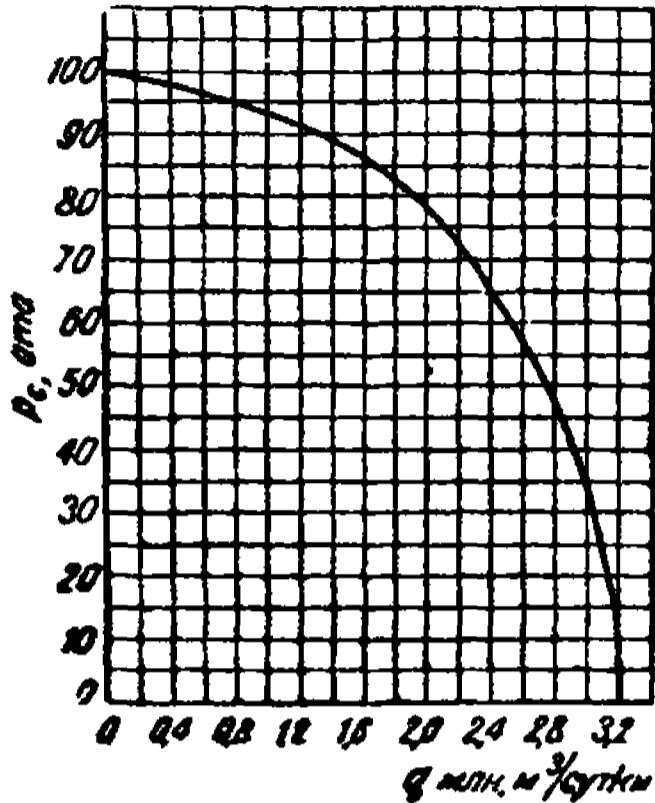
Сопоставление изменения контурного давления  $p_k$ , критического давления  $p_{кр}$  и свободного дебита  $q$  при  $Re_{кр} = 1$  и  $Re_{кр} = 10$

$t$ , сутки	$Re_{кр} = 1$			$Re_{кр} = 10$		
	$p_k$ , ата	$p_{кр}$ , ата	$q$ , млн. $m^3/сутки$	$p_k$ , ата	$p_{кр}$ , ата	$q$ , млн. $m^3/сутки$
0	100	90,7	3,23	100	95,0	3,40
25	81	78	2,53	79	72	2,67
50	64	60	2,07	62	56	2,14
100	40	36	1,20	38	30	1,31
150	25	22	0,654	24	17	0,875
200	17	12	0,458	15	5	0,535

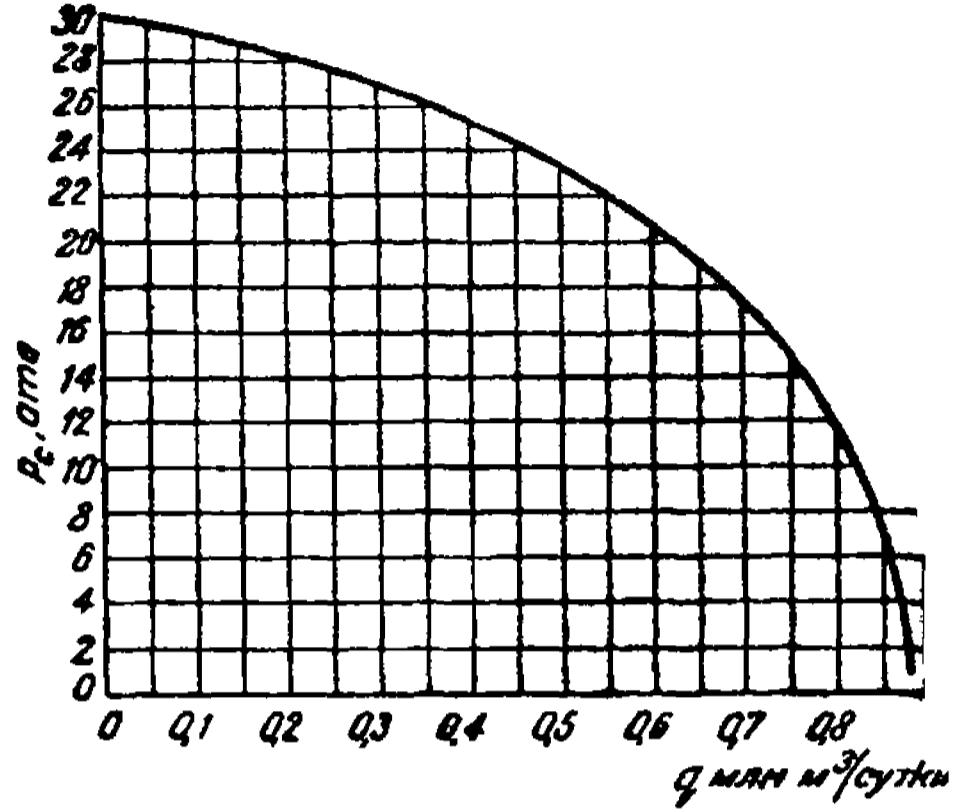
### § 5. Кривая дебит — давление

Задаваясь различными значениями давления  $p_c$  на скважине, можно указанным выше путем определить соответствующие им значения  $q$  и построить так называемую „кривую дебит — давление“. На фиг. 45 и 46

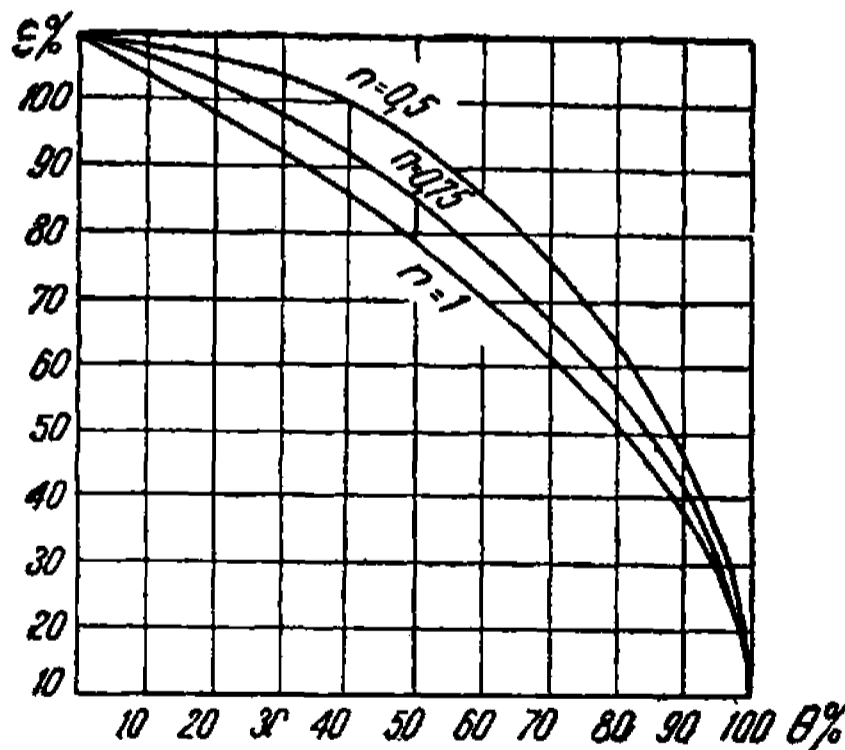
приведены полученные таким образом кривые зависимости дебита  $q$  скважины от давления  $p_c$  на скважине при давлениях на контуре



Фиг. 45. Кривая дебит—давление. Контурное давление  $p_k$  принято равным 100 атм. Остальные данные те же, что и в примере 19.



Фиг. 46. Кривая дебит—давление. Контурное давление  $p_k$  принято равным 30 атм. Остальные данные те же, что в примере 19.



Фиг. 47. Зависимость между величиной  $\varepsilon$  и процентом отбора  $\theta$  при различных показателях  $n$  режима фильтрации газа в призабойной зоне пласта.

$\theta$  — отношение дебита  $q$  скважины к ее свободному дебиту  $q_{св}$  в %  $\left(100 \cdot \frac{q}{q_{св}}\right)$ .

Исходные данные те же, что в примере 19. Данные для построения кривых взяты из табл. 40.

$p_k = 100$  атм и  $p_k = 30$  атм. В обоих случаях показатель  $n$  режима фильтрации в призабойной зоне пласта принимался равным 0,5.

Если значения дебитов  $q$  разделить на величину свободного дебита  $q_{св}$  (за который мы принимали значение  $q$  при  $p_c = 1$  атм), а значения давлений  $p_c$  разделить на контурное давление  $p_k$ , то легко построить кривую зависимости процента отбора  $\left(\theta = \frac{q}{q_{св}} \cdot 100\right)$

от отношения рабочего давления к давлению в закрытой скважине  $\left(\varepsilon = \frac{p_c}{p_k}\right)$ .

В табл. 44 приведены данные к построению такой кривой для условий рассмотренного выше примера 19 ( $p_k = 100$  атм) при значениях  $n$ , равных 0,5, 0,75 и 1.

Таблица 44

Зависимость процента отбора  $\theta = 100 \frac{q}{q_{св}}$  от  $\varepsilon$

$\left(\varepsilon = \frac{p_c}{p_k}\right)$  при различных величинах показателя  $n$  режима фильтрации газа в призабойной зоне

$n = 0,5$		$n = 0,75$		$n = 1$	
100 $\varepsilon$ , %	$\theta$ , %	100 $\varepsilon$ , %	$\theta$ , %	100 $\varepsilon$ , %	$\theta$ , %
1,0	100	1,00	100	1,00	100
11,0	99,4	8,9	97,9	11,0	98,8
76,4	63,2	76,6	49,0	76,4	41,6
91,7	37,6	92,6	20,4	91,7	15,9
98,4	14,1	97,6	8,2	98,4	2,87
99,5	6,0	99,5	2,4	99,5	0,81
99,8	3,0	99,8	0,82	99,8	0,39
99,9	1,6	99,9	0,45	99,9	0,21
100	0	100	0	100	0

На фиг. 47 приведена зависимость процента отбора  $\theta$  от величины  $\varepsilon = \frac{p_c}{p_k}$  для трех значений  $n$ . Как видно из фиг. 47, форма кривой  $\varepsilon = \varepsilon(\theta)$  зависит от показателя  $n$  режима фильтрации газа в призабойной зоне пласта.

Кривая  $\varepsilon = \varepsilon(\theta)$  в условиях двухрежимной фильтрации ( $n \neq 1$ ) сначала (при  $\varepsilon$ , близком к единице) идет более полого, чем в случае фильтрации только по закону Дарси, затем крутизна кривой все увеличивается и становится большей, чем при фильтрации только по закону Дарси<sup>1</sup>.

Следует отметить, что характер кривой  $\varepsilon = \varepsilon(\theta)$  при  $n = 0,5$  близок к аналогичной кривой, полученной экспериментально и приведенной нами на фиг. 6.

## § 6. Определение свободного дебита газовых скважин по методу Пирса и Раулинса

В практике эксплуатации газовых скважин распространен метод определения свободного дебита путем экстраполяции. Замерив величины дебита газа  $q_1$  и  $q_2$  и соответствующие им противодавления на скважине  $p_{c_1}$  и  $p_{c_2}$ , наносят на логарифмическую бумагу две точки с координатами  $\lg(p_k^2 - p_{c_1}^2)$ ,  $\lg q_1$  и  $\lg(p_k^2 - p_{c_2}^2)$ ,  $\lg q_2$ , причем по оси ординат откладывают величины  $\lg(p_k^2 - p_c^2)$ , а по оси абсцисс —  $\lg q$ .

<sup>1</sup> Кривая, отображающая зависимость  $\varepsilon$  от  $\theta$ , является при  $n=1$  параболой (Ред.).

За контурное давление  $p_k$  здесь принимается давление на забое закрытой скважины. Проведя через указанные две точки прямую, экстраполируют ее до пересечения с горизонтальной линией, ордината которой равна  $\lg(p_k^a - 1)$ .

Дебит  $q$ , соответствующий абсциссе полученной точки пересечения, принимается за свободный дебит.

Рассмотрим, насколько этот метод определения свободного дебита, предложенный Пирсом и Раулинсом, дает правильные результаты. При давлении на контуре  $p_k = 100$  ата для условий приведенного выше примера 19 свободный дебит газовой скважины составит  $q_{св} = 3,23$  млн.  $m^3/сутки$ . Принимая  $p_k = 100 = const$  и задаваясь различными значениями давления  $p_c$  на скважине, определим отвечающие им дебиты, учитывая, что вблизи скважины возможны отклонения от закона Дарси. Принимая критическое значение числа Рейнольдса  $Re_{кр} = 1$  и показатель степени  $n = 0,5$  и проведя соответствующие вычисления по приведенным в § 3 формулам, получим значения  $q$ , помещенные в табл. 45.

Таблица 45

Значение дебита  $q$  газовой скважины при различных величинах противодавления  $p_c$  на скважинах

Наименование точек	Давление на контуре $p_k$ , ата	Давление на скважине $p_c$ , ата	Дебит газа $q$ , млн. $m^3/сутки$
A	100	99,9	0,0535
B	100	99,8	0,0970
C	100	99,5	0,1940
D	100	98,4	0,4580
E	100	91,7	1,2160
F	100	76,4	2,0430
G	100	1	3,2320

По данным  $q_i$  и  $p_{ci}$  наносим на график (фиг. 48) точки: A, B, C, D, E, F, G.

Соединяя эти точки, получим кривую линию, указывающую, что определение свободного дебита путем экстраполяции прямых, проведенных через ту или иную пару точек, приведет к ошибкам. Соединим точки A и C, B и D, C и D, C и E и C и F прямыми AC, BD, CD, CE и CF и, экстраполируя их, как указано выше, определим величины свободного дебита.

В табл. 46 приведены значения найденного таким образом свободного дебита  $q_э$ .

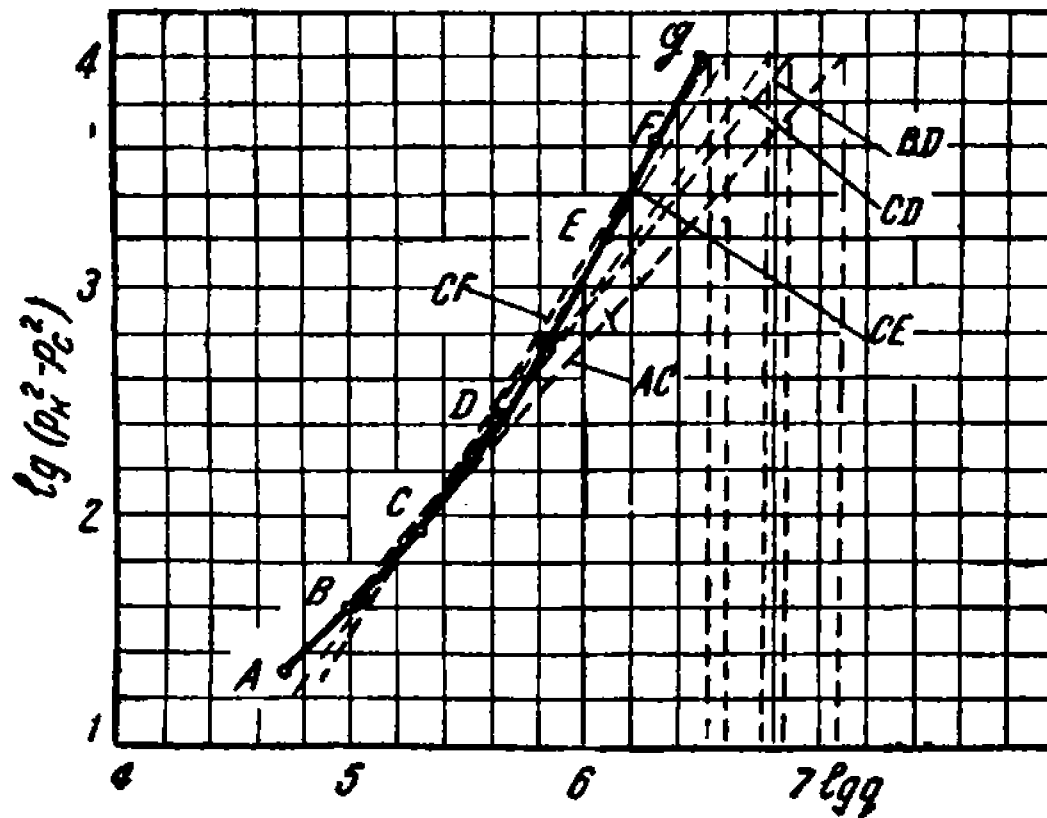
Сопоставляя эти значения  $q_э$  с действительным (найденным по формулам § 3) свободным дебитом  $q_{св} = 3,23$  млн.  $m^3/сутки$ , мы видим, что применение рассматриваемого метода может привести к грубым ошибкам, при которых истинный свободный дебит  $q_{св}$  может оказаться

Таблица 46

Сопоставление значений найденного путем экстраполяции свободного дебита  $q_z$  со свободным дебитом  $q_{св}$  газовой скважины, определенным по формулам § 3

Линия экстраполяции	Свободный дебит, полученный экстраполяцией $q_z$ , млн. м <sup>3</sup> /сутки	Действительный свободный дебит $q_{св}$ , млн. м <sup>3</sup> /сутки	$\frac{q_z}{q_{св}} \cdot 100$ , %
AC	12,2	3,23	377
BD	7,16	3,23	222
CD	6,45	3,23	200
CE	3,94	3,23	122
CF	3,50	3,23	108

в несколько раз меньше  $q_z$ , полученного путем экстраполяции. В табл. 46 приведены значения отношения  $q_z$  к  $q_{св}$  в процентах. Как видно из приведенных данных, определенный путем экстраполяции свободный дебит  $q_z$  всегда больше действительного.



Фиг. 48. К определению свободного дебита газовых скважин по методу Пирса и Раулинса. Значения  $q$ ,  $p_k$  и  $p_c$  взяты из табл. 45. Линии экстраполяции показаны пунктиром.

Кривая линия на графике фиг. 48 указывает, что нельзя зависимость дебита газа  $q$  от депрессии  $(p_k^2 - p_c^2)$  выразить в виде уравнения

$$q = A (p_k^2 - p_c^2)^m,$$

где  $A$  и  $m$  — постоянные величины.

Оказывается, что при одновременном существовании двух режимов фильтрации в пласте показатель степени  $m$  является величиной переменной.

Принимая участки кривой  $AB$ ,  $BC$ ,  $CD$ ,  $DE$ ,  $EF$  и  $FG$  прямолинейными (см. фиг. 48), легко определить значения  $m$  для каждого из них, как тангенсы углов наклона к оси ординат. В табл. 47 приведены подсчитанные таким образом значения  $m$ .

Как видно из табл. 47 и фиг. 48, с увеличением депрессии величина показателя степени  $m$  уменьшается.

Таблица 47

Значения показателя степени  $m$  для различных участков кривой зависимости дебита скважины от разности квадратов давлений на контуре и на скважине

Наименование участков кривой (фиг. 48)	Значения $m$	Угол наклона к оси ординат
$AB$	0,970	44°7'
$BC$	0,815	39°11'
$CD$	0,745	36°41'
$DE$	0,569	29°38'
$EF$	0,548	28°43'
$FG$	0,525	27°42'

Если бы во всем пласте фильтрация происходила по закону Дарси, тогда на графике фиг. 48 мы получили бы прямую линию, наклоненную к оси ординат под углом  $45^\circ$  ( $m = 1$ ). Лишь для этих условий экстраполяция по прямой дает верные результаты.

## Глава XII

### НЕУСТАНОВИВШЕЕСЯ ОДНОРАЗМЕРНОЕ (ЛИНЕЙНОЕ) ДВИЖЕНИЕ ГАЗА В ПОРИСТОЙ СРЕДЕ

#### § 1. Предварительные замечания

Под линейным движением газа мы понимаем движение газа, происходящее только в одном направлении, например в направлении оси  $x$ , и, следовательно, скорость фильтрации  $U$  и давление  $p$  являются функцией координаты точки  $x$  и времени  $t$ . Строго говоря, линейное движение газа в пласте возможно лишь в случае отбора газа через галерею — сплошную горную выработку в пласте. В этой связи на первый взгляд кажется, что рассмотрение задачи о неустановившемся линейной фильтрации газа не имеет никакого практического значе-

ния, ибо эксплуатация газовых залежей при помощи галлерей, конечно, применяться не будет.

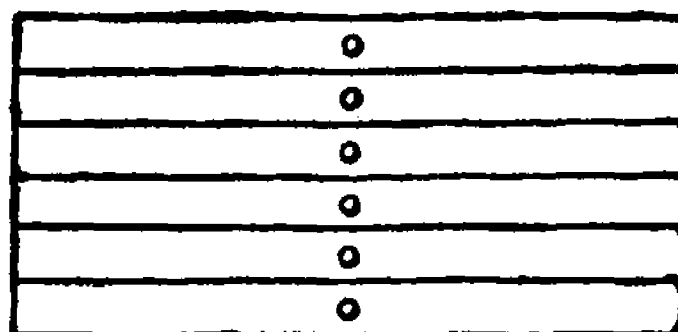
Однако это не так. Иногда, когда скважины располагаются рядами (см. фиг. 49) и удельная площадь дренажа имеет форму вытянутого прямоугольника, в которой величина одной стороны во много раз больше другой, характер движения газа весьма близок к линейному<sup>1</sup>. Поэтому исследование закономерностей линейной фильтрации газа наряду с теоретическим интересом имеет практическое значение.

Задача о неустановившейся линейной фильтрации газа впервые была решена акад. Л. С. Лейбензоном в 1929 г. (см. [3]) для условий, когда противодавление  $p_c$  на скважине постоянно.

Рассмотрение неустановившейся линейной фильтрации газа как непрерывной последовательности стационарных состояний впервые предложено акад. Л. С. Лейбензоном [7] при решении задачи о вытеснении газа водой.

М. Muskat [20], применяя метод рассмотрения неустановившейся радиальной фильтрации газа как последовательной смены стационарных состояний, также указывает, что этот метод применим не только для условий радиального потока, но и в других случаях.

В предыдущих главах мы показали, что применение метода последовательной смены стационарных состояний с заменой среднего давления  $\bar{p}$  на контурное  $p_k$  позволило получить весьма простые решения ряда сложных задач, связанных с неустановившейся радиальной фильтрацией газа и имеющих существенное практическое значение. В настоящей главе, наряду с другими вопросами, мы исследуем вопрос о применимости метода рассмотрения неустановившегося движения газа, как последовательной смены стационарных состояний, для условий линейной фильтрации газа.



Фиг. 49. Схема газовой залежи. Характер движения газа близок к линейному. Скважины показаны кружками. Сплошные линии отделяют удельные площади дренажа друг от друга.

## § 2. Решение акад. Л. С. Лейбензона задачи о неустановившемся линейном движении газа в пористой среде

Основное дифференциальное уравнение изотермического движения газа (в направлении оси  $x$ ) имеет вид (см. [3] или [7]):

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} = \frac{m\mu}{k} P^{-\frac{1}{2}} \frac{\partial P}{\partial t}, \quad (1, XII)$$

<sup>1</sup> Для установившегося движения несжимаемой жидкости это показано В. Н. Щелкачевым [40] при рассмотрении притока жидкости к скважине, расположенной в пласте, ограниченном с трех сторон сбросами. Выводы В. Н. Щелкачева могут быть перенесены и на фильтрацию газа в аналогичных условиях.

где  $P = p^2$  — квадрат абсолютного давления газа в точке, координата которой  $x$ ;

$m$  — пористость пласта;

$k$  — проницаемость пласта;

$\mu$  — абсолютная вязкость газа;

$t$  — время.

Весовой расход газа, отнесенный к единице площади сечения пласта, равен:

$$G = \gamma \cdot v = - \frac{k}{2\mu\beta} \frac{\partial P}{\partial x}, \quad (2, XII)$$

где  $\gamma$  — удельный вес газа;

$v$  — скорость фильтрации газа;

$\beta = VT = \frac{P}{\gamma}$  (в случае изотермического движения), причем

$V$  — характеристическая (удельная) газовая постоянная,  $T$  — абсолютная температура.

Граничные условия:

1)  $\frac{\partial P}{\partial x} = 0$  при  $x = L$  ( $L$  — длина пласта) — условие на непроницаемой стенке (на контуре);

2)  $p = p_0 = \text{const}$ ,  $P = p_0^2 = \text{const}$  при  $x = 0$  — условие на выходе газа из пласта.

Начальные условия:  $p = p_n = \text{const}$  при  $t = 0$ .

Как отмечает акад. Л. С. Лейбензон, „интегрирование уравнения (1, XII) при указанных граничном и начальном условиях в настоящее время неисполнимо. Поэтому был выработан метод последовательного приближения“ (см. [7] стр. 122).

В первом приближении Л. С. Лейбензон принимает коэффициент  $P^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{p}$ , входящий в правую часть уравнения (1, XII), постоянным

и равным  $P_n^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{p_n}$ . Тогда уравнение (1, XII) обращается в классическое уравнение теплопроводности:

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} = \frac{m\mu}{kp_n} \frac{\partial P}{\partial t},$$

интеграл которого, удовлетворяющий принятым начальному и граничным условиям, имеет следующий вид:

$$P = P_0 + \frac{4}{\pi} (P_n - P_0) \sum_{i=1,3,5}^{\infty} \frac{1}{i} e^{-\omega i^2 t} \sin \frac{i\pi x}{2L}, \quad (3, XII)$$

где

$$\omega = \frac{\pi^2 k p_n}{4m\mu L^2}. \quad (4, XII)$$

Во втором приближении Л. С. Лейбензон, полагая переменный коэффициент в правой части уравнения (1, XII) зависящим только от времени  $t$ , принимает

$$P^{\frac{1}{2}} = p = p_0 + (p_n - p_0) e^{-\frac{\omega}{2} t}. \quad (5, XII)$$

При таком выборе значения  $p$  имеем: при  $t = \infty$   $p = p_0$ , при  $t = 0$   $p = p_n$ , что вполне удовлетворяет начальному условию и условию, имеющемуся в конце процесса истечения газа из пласта.

Внося значения (5, XII) в (1, XII), получаем:

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} = \frac{m\mu}{kp_n \delta(t)} \frac{\partial P}{\partial t}, \quad (6, XII)$$

где

$$\delta(t) = \frac{p_c}{p_n} + \left(1 - \frac{p_0}{p_n}\right) e^{-\frac{\omega}{2} t}. \quad (7, XII)$$

Интеграл уравнения (6, XII), удовлетворяющий начальному и граничным условиям, имеет вид:

$$P = P_0 + \frac{4}{\pi} (P_n - P_0) \sum_{i=1,3,5}^{\infty} \frac{1}{i} e^{-\omega i^2 \tau_L} \sin \frac{i\pi x}{2L}, \quad (8, XII)$$

причем

$$\tau_L = \int_0^t \delta(t) dt = \frac{p_0}{p_n} t + \frac{2}{\omega} \left(1 - \frac{p_0}{p_n}\right) (1 - e^{-\frac{\omega}{2} t}). \quad (9, XII)^1$$

Введем обозначение

$$y = e^{-4\omega \tau_L}; \quad (10, XII)$$

тогда уравнение (8, XII) приводится к виду:

$$\frac{P - P_0}{P_n - P_0} = \varphi\left(\frac{x}{L}, y\right), \quad (11, XII)$$

где

$$\varphi\left(\frac{x}{L}, y\right) = \frac{4}{\pi} \sum_{i=1,3,5\dots}^{\infty} \frac{1}{i} y^{\frac{i^2}{4}} \sin \frac{i\pi x}{2L},$$

причем

$$0 \leq y \leq 1.$$

В книге Л. С. Лейбензона (см. [7], стр. 127, 128) приводятся таблица и график значений функции  $\varphi\left(\frac{x}{L}, y\right)$  для значений  $\frac{x}{L}$ , заключенных в интервале

$$0 < \frac{x}{L} \leq 1$$

<sup>1</sup> Индекс  $L$  при  $\tau$  означает значение величины  $\tau$  по Лейбензону.

при изменении  $y$  в интервале

$$0 < y \leq 1.$$

Полагая в уравнении (11, XII)  $x=L$  и учитывая, что при этом

$$P = P_k = p_k^2,$$

где  $p_k$  — давление на контуре пласта (на непроницаемой стенке), имеем:

$$\frac{P_k - P_0}{P_n - P_0} = \varphi(1, y). \quad (12, XII)$$

Разделив формулу (11, XII) на (12, XII), получим:

$$\frac{P - P_0}{P_k - P_0} = \psi\left(\frac{x}{L}, y\right), \quad (13, XII)$$

где

$$\psi\left(\frac{x}{L}, y\right) = \frac{\varphi\left(\frac{x}{L}, y\right)}{\varphi(1, y)}.$$

В книге Л. С. Лейбензона (см. [7], стр 129 и 130) даются график и таблица значений функции  $\psi$ .

Для нахождения распределения давления в пласте вычисления производятся в следующем порядке.

Задаемся значением  $\frac{x}{L} = 1$  и  $t = t_1$ . По формулам (9, XII) и (10, XII) находим  $\tau_{L1}$  и  $y_1$ . Далее по формуле (11, XII) или по таблице, либо по графику Л. С. Лейбензона определяем значение  $\varphi = \varphi_1$  и, исходя из (12, XII), квадрат контурного давления:

$$P_{1k} = p_{1k}^2 = P_0 + (P_n - P_0) \varphi_1.$$

Теперь, задаваясь различными значениями  $\frac{x}{L}$ , находим соответствующие им значения  $\psi_1$  при  $y = y_1$ . Распределение давления по длине пласта в момент времени  $t_1$  определяем из формулы (13, XII):

$$P_1 = p_1^2 = P_0 + (P_k - P_0) \psi_1.$$

Задаемся значением  $\frac{x}{L} = 1$  и  $t = t_2$  и аналогично предыдущему находим  $P_2$  и т. д.

Расход газа определяется на основании закона Дарси. Скорость фильтрации газа на выходе из пласта равна:

$$v = - \frac{k}{\mu} \left( \frac{\partial p}{\partial x} \right)_{x=0}.$$

Учитывая, что в условиях изотермического процесса удельный вес газа

$$\gamma = \frac{p}{\beta},$$

имеем

$$\gamma v = - \frac{k}{\beta \mu} p \left( \frac{\partial p}{\partial x} \right)_{x=0} = - \frac{k}{2\beta \mu} \left( \frac{\partial P}{\partial x} \right)_{x=0}.$$

Внося сюда значение  $P$  из (8, XII) и (10, XII), получим:

$$\gamma v = \frac{k}{2\beta\mu} \frac{P_n - P_0}{L} \cdot \vartheta_2(y), \quad (14, XII)$$

где

$$\vartheta_2(y) = 2 \left( y^{\frac{1}{4}} + y^{\frac{9}{4}} + y^{\frac{25}{4}} + \dots \right).$$

Формула (14, XII) дает весовую скорость фильтрации газа на выходе из пласта, представляющую собой *весовой дебит газа, отнесенный к единице площади сечения пласта*.

При площади сечения пласта  $f$ , приведенный к атмосферному давлению дебит (объемный расход) газа

$$q = \frac{kf}{2\beta\gamma_{at}\mu} \frac{P_n - P_0}{L} \vartheta_2(y), \quad (15, XII)$$

или, учитывая, что при изотермическом процессе  $\beta\gamma_{at} = p_{at}$  и понимая под  $p$  не абсолютное давление, а его отношение к атмосферному, получим вместо формулы (15, XII)

$$q = \frac{kfp_{at}}{2\mu} \frac{P_n^2 - P_0^2}{L} \vartheta_2(y). \quad (16, XII)$$

Введем „безразмерный дебит“  $q_n^*$ :

$$q_n^* = \frac{2\mu L}{kfp_{at}(P_n^2 - P_0^2)} q;$$

тогда, согласно теории Л. С. Лейбензона, зависимость безразмерного дебита  $q_n^*$  от связанной со временем безразмерной величины  $y$  определяется таким соотношением:

$$q_n^* = \vartheta_2(y). \quad (17, XII)$$

Приведем численные примеры.

**Пример 20.** Определить падение давления  $p_k$  на контуре и приведенного к атмосферному давлению расхода  $q$  газа в условиях неустановившейся линейной фильтрации газа в цилиндрическом пласте при постоянном давлении  $p_0$  на выходе и следующих исходных данных:

длина пласта  $L = 15$  м;

диаметр пласта  $D = 10'' = 0,254$  м;

объем пласта  $\frac{\Omega}{m} = 786\,825$  см<sup>3</sup>;

пористость пласта  $m = 40,4\%$ ;

проницаемость пласта  $k = 33$  дарси;

абсолютная вязкость газа  $\mu = 1,80 \cdot 10^{-6}$  кг сек/м<sup>2</sup> (воздух);

начальное пластовое давление  $p_n = 9,25$  ата;

давление на выходе газа  $p_0 = 1,02$  ата;

$p_{at} = 10^4$  кг/м<sup>2</sup>.

Произведя в указанном выше порядке вычисления, получим значения контурного давления  $p_k$  и дебита  $q$ , приведенные в табл. 48.

Таблица 48

Изменение контурного давления  $p_k$  и расхода  $q$  газа в случае неустановившейся линейной фильтрации в условиях примера 20 (расчет произведен по Л. С. Лейбензону)

Время $t$ , мин.	Контурное давление $p_k$ , ата	Расход газа $q$ , м <sup>3</sup> /мин	Время $t$ , мин.	Контурное давление $p_k$ , ата	Расход газа $q$ , м <sup>3</sup> /мин
0	9,25	$\infty$	4,70	2,39	0,1447
0,21	8,06	1,9745	5,15	2,17	0,1132
0,53	6,06	1,0985	6,00	1,96	0,0868
1,12	4,43	0,5728	7,78	1,63	0,0499
2,00	3,45	0,3343	9,55	1,41	0,0288
2,50	3,14	0,2713	12,20	1,20	0,0126
2,78	2,99	0,2441	17,65	1,06	0,00232

Пример 21. Определить падение давления  $p_k$  на контуре и приведенного к атмосферному давлению расхода  $q$  газа в условиях неустановившегося линейного движения газа к галлерее при постоянном давлении  $p_0$  на выходе газа в галерею и следующих исходных данных:

расстояние до контура пласта  $L = 5000$  м;

пористость пласта  $m = 0,20$ ;

проницаемость пласта  $k = 1$  дарси;

вязкость газа  $\mu = 0,012$  сантипуаз;

начальное пластовое давление  $p_n = 100$  ата;

давление на выходе газа в галерею  $p_0 = 80$  ата.

Произведя в указанном выше порядке вычисления, получим значения контурного давления  $p_k$  и дебита  $q$ , приведенные в табл. 49.

Таблица 49

Изменение контурного давления  $p_k$  и расхода газа  $q$  в случае неустановившейся линейной фильтрации в условиях примера 21 (расчет произведен по Л. С. Лейбензону)

Время $t$ , сутки	Контурное давление $p_k$ , ата	Расход газа $q$ , м <sup>3</sup> /сутки	Примечание
0	100	$\infty$	Расход газа отнесен к площади сечения пласта $f = 1$ м <sup>2</sup>
18,32	93,96	277,23	
32,81	88,94	170,98	
52,35	84,92	91,79	
84,31	81,88	34,56	
92,41	81,58	28,98	
106,86	80,97	17,67	
121,32	80,63	11,55	
155,58	80,23	4,228	

**§ 3. Решение задачи о неустановившейся линейной фильтрации газа методом последовательной смены стационарных состояний**

Неустановившуюся линейную фильтрацию газа рассматриваем как непрерывную последовательность стационарных состояний.

**1. Давление на выходе газа постоянно**

Обозначим:

$p_k$  — отношение давления на контуре газовой залежи к атмосферному давлению  $p_{at}$ ;

$p_0$  — отношение давления на выходе газа (в галлерее) к атмосферному давлению  $p_{at}$ ;

$L$  — расстояние от галлерей (места выхода газа) до контура залежи;

$f$  — площадь сечения пласта вертикальной плоскостью;

$\gamma$  — удельный вес газа при давлении  $p$ ;

$\gamma_{at}$  — удельный вес газа при атмосферном давлении и пластовой температуре;

$G$  — весовой расход газа;

$k$  — проницаемость пласта;

$\mu$  — абсолютная вязкость газа.

При этих обозначениях формула весового расхода газа при *установившейся* изотермической линейной фильтрации имеет вид [7]:

$$G = \frac{kfp_{at}^2}{2\beta\mu} \frac{p_k^2 - p_0^2}{L},$$

где  $\beta = VT = \frac{p_{at}}{\gamma_{at}}$ , причем  $V$  — характеристическая газовая постоянная,  $T$  — абсолютная температура.

Разделив обе части уравнения на удельный вес  $\gamma_{at}$  газа при атмосферном давлении, получим приведенный к атмосферному давлению объемный расход  $q$  газа:

$$q = \frac{kfp_{at}}{2\mu} \frac{p_k^2 - p_0^2}{L}. \quad (18, XII)$$

С другой стороны, исходя из дифференциального уравнения (12, III) истощения газовой залежи, приведенный к атмосферному давлению расход газа будет равен:

$$q = -\Omega \frac{d\tilde{p}}{dt}, \quad (19, XII)$$

где  $\Omega = Fht = m/L$  — объем порового пространства газовой залежи;

$h$  — мощность пласта;

$m$  — пористость пласта;

$F$  — площадь газоносности;

$\tilde{p}$  — средневзвешенное по объему давление в газовой залежи;

$t$  — время.

Для условий линейного движения:

$$\tilde{p} = \frac{1}{\Omega} \int_{\Omega} p d\Omega = \frac{1}{m/L} \int_0^L m/L p \cdot dx = \frac{1}{L} \int_0^L p dx,$$

где  $p = p(x)$  — давление в точке пласта, удаленной от галлерей на расстояние  $x$ .

Закон распределения давления в пласте в случае установившегося линейного движения газа дается уравнением (см. [7]):

$$p = \sqrt{p_k^2 - \frac{p_k^2 - p_0^2}{L} x}. \quad (20, XII)$$

Подставляя это значение  $p$  в уравнение для  $\tilde{p}$ , имеем:

$$\tilde{p} = \frac{1}{L} \int_0^L \sqrt{p_k^2 - \frac{p_k^2 - p_0^2}{L} x} dx. \quad (21, XII)$$

Интегрируя (21, XII), получим формулы для среднего давления  $\tilde{p}$  в случае установившейся линейной фильтрации газа:

$$\begin{aligned} \tilde{p} &= \frac{2}{3} \frac{(p_k^2 + p_k \cdot p_0 + p_0^2)}{(p_k + p_0)} = \frac{2}{3} \left( p_k + p_0 - \frac{p_k \cdot p_0}{p_k + p_0} \right) = \\ &= \frac{2}{3} \frac{p_k^3 - p_0^3}{p_k^2 - p_0^2}. \end{aligned} \quad (22, XII)$$

Рассмотрение формул (22, XII) показывает, что в условиях линейной фильтрации среднее давление  $\tilde{p}$  не зависит от длины  $L$  пласта и может значительно отличаться от контурного давления  $p_k$ . Так, в частном случае при  $p_0 = 0$

$$\tilde{p} = \frac{2}{3} p_k, \quad (23, XII)$$

т. е. среднее давление  $\tilde{p}$  составляет  $\frac{2}{3}$  от контурного давления  $p_k$ . Отсюда вытекает, что в отличие от радиальной фильтрации газа (см. §§ 2, 3 и 4 главы VI) нельзя принимать среднее давление  $\tilde{p}$  равным контурному давлению, не всегда можно пренебрегать так называемой первой фазой неустановившегося движения газа и наличием воронок депрессии.

Дифференцируя (22, XII) по времени  $t$ , находим:

$$\frac{d\tilde{p}}{dt} = \frac{2}{3} \frac{p_k (2p_0 + p_k)}{(p_k + p_0)^2} \cdot \frac{dp_k}{dt}.$$

Подставляя это значение производной в формулу (19, XII) и заменяя объем порового пространства  $\Omega$  его значением, получим:

$$q = - \frac{2}{3} m_f L \frac{p_k (2p_0 + p_k)}{(p_k + p_0)^2} \frac{dp_k}{dt}. \quad (24, XII)$$

Приравнивая формулы (24, XII) и (18, XII), имеем:

$$\frac{p_k (2p_0 + p_k)}{(p_k + p_0)^2} \frac{dp_k}{dt} = \frac{3}{4} \frac{kp_{am}}{m\mu L^2} (p_k^2 - p_0^2).$$

Разделяя переменные  $p_k$  и  $t$ , получим:

$$\frac{p_k (2p_0 + p_k)}{(p_k - p_0) (p_k + p_0)^2} dp_k = \frac{3}{4} \frac{k p_{am}}{m \mu L^2} dt, \quad (25, XII)$$

откуда

$$\int_{p_H}^{p_k} \frac{p_k (2p_0 + p_k)}{(p_k - p_0) (p_k + p_0)^2} dp_k = \frac{3}{4} \frac{k p_{am}}{m \mu L^2} \int_0^t dt. \quad (26, XII)$$

При определении пределов интегрирования принимаем, что при  $t=0$   $p_k = p_H$  (начальное пластовое давление). Интегрируя (26, XII), получаем после преобразований:

$$t = \frac{1}{3} \frac{m \cdot \mu L^2}{k \cdot p_{am}} \left[ \frac{p_k + 2p_0}{(p_k + p_0)^2} - \frac{p_H + 2p_0}{(p_H + p_0)^2} + \frac{3}{2p_0} \ln \left( \frac{p_k + p_0}{p_k - p_0} \cdot \frac{p_H - p_0}{p_H + p_0} \right) \right]. \quad (27, XII)$$

Вводя переменную

$$\tau' = \frac{3k p_0 p_{am}}{m \mu L^2} t, \quad (28, XII)$$

получим:

$$\tau' = \frac{(p_k + 2p_0) p_0}{(p_k + p_0)^2} - \frac{(p_H + 2p_0) p_0}{(p_H + p_0)^2} + \frac{3}{2} \ln \left( \frac{p_k + p_0}{p_k - p_0} \cdot \frac{p_H - p_0}{p_H + p_0} \right). \quad (29, XII)$$

Обозначим постоянную

$$\alpha = \frac{(p_H + 2p_0) p_0}{(p_H + p_0)^2} + \frac{3}{2} \ln \frac{p_H + p_0}{p_H - p_0}; \quad (30, XII)$$

тогда

$$\tau' = \frac{(p_k + 2p_0) p_0}{(p_k + p_0)^2} + \frac{3}{2} \ln \frac{p_k + p_0}{p_k - p_0} - \alpha. \quad (31, XII)$$

Вводя переменную

$$\varepsilon = \frac{p_0}{p_k} \quad (32, XII)$$

и безразмерное время

$$\tau = \tau' + \alpha, \quad (33, XII)$$

имеем:

$$\tau = \frac{\varepsilon (1 + 2\varepsilon)}{(1 + \varepsilon)^2} + \frac{3}{2} \ln \frac{1 + \varepsilon}{1 - \varepsilon}. \quad (34, XII)$$

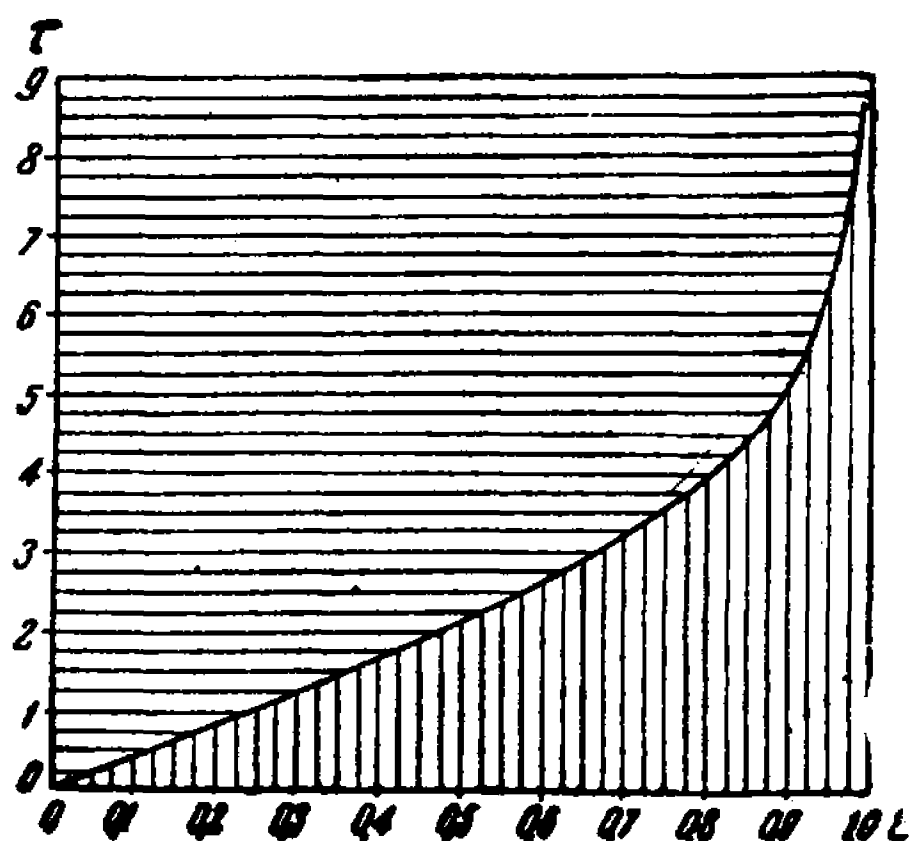
В табл. 50 приведены значения  $\tau$  для различных  $\varepsilon$ , подсчитанные по формуле (34, XII).

Таблица 50

Зависимость безразмерных времени  $\tau$  и дебита  $q^*$  от величины  $\varepsilon = \frac{p_0}{p_k}$  при неустановившейся линейной фильтрации газа [значения  $\tau$  определены по формуле (34, XII), значения  $q^*$  — по формуле (37, XII)]

$\varepsilon$	$\tau$	$q^*$	$\varepsilon$	$\tau$	$q^*$
0	0	$\infty$	0,55	2,3359	2,305
0,05	0,2000	399,0	0,60	2,5951	1,778
0,10	0,4001	99,00	0,65	2,8750	1,368
0,15	0,6008	43,44	0,70	3,1832	1,041
0,20	0,8026	24,00	0,75	3,5311	0,7778
0,25	1,0063	15,00	0,80	3,9378	0,5625
0,30	1,2125	10,11	0,85	4,4390	0,3841
0,35	1,4228	7,163	0,90	5,1147	0,2346
0,40	1,6445	5,250	0,95	6,2199	0,08587
0,45	1,8608	3,938	0,99	8,6849	0,02030
0,50	2,0924	3,000	1,00	$\infty$	0

На фиг. 50 показана кривая  $\tau = \tau(\varepsilon)$ .



Фиг. 50. Зависимость безразмерного времени  $\tau$  от величины  $\varepsilon$  при неустановившейся линейной фильтрации газа.

$\tau = \tau' + a$  (см. формулы 28, XII) и (30, XII):

( $\varepsilon$  — отношение давления на выходе газа к контурному давлению).

Введем в формулу (18, XII) переменную  $\varepsilon$

$$q = \frac{k/p_{at} \cdot p_0^2}{2\mu \cdot L} \cdot \frac{1 - \varepsilon^2}{\varepsilon^2}. \quad (35, XII)$$

Обозначим безразмерный дебит через  $q^*$ :

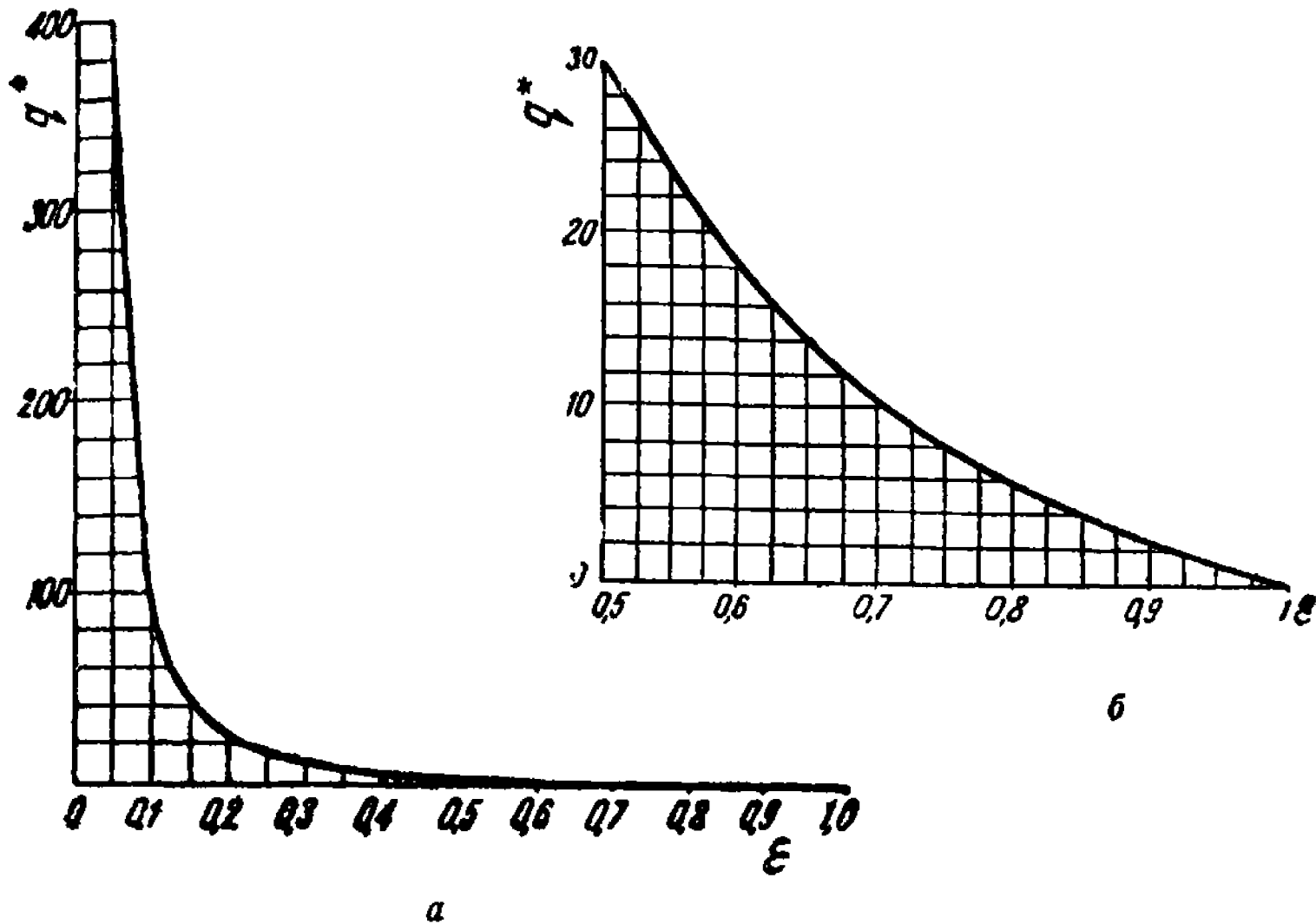
$$q^* = \frac{2\mu \cdot L}{k/p_{at} p_0^2} \cdot q; \quad (36, XII)$$

тогда

$$q^* = \frac{1 - \epsilon^2}{\epsilon^2} \quad (37, XII)$$

Значения  $q^*$  приведены в табл. 50. На фиг. 51 и 52 приведены кривые

$$q^* = q^*(\epsilon) \text{ и } q^* = q^*(\tau).$$



Фиг. 51. Зависимость безразмерного дебита  $q^*$  от величины  $\epsilon$ .

Задаваясь различными значениями  $p_k$ , находим по формуле (32, IX) соответствующие значения  $\epsilon$  и по табл. 50 или графикам фиг. 50 и 51 отвечающие этим  $\epsilon$  значения безразмерных дебита  $q^*$  и времени  $\tau$ . Далее определяем  $\tau'$  по формуле:

$$\tau' = \tau - a \quad (38, XII)$$

и значения дебита  $q$  газа и времени  $t$ .

Из формул (36, XII) и (28, XII) имеем:

$$q = \frac{kf \cdot p_{am} \cdot p_0^2}{2\mu L} \cdot q^*, \quad (39, XII)$$

$$t = \frac{m\mu \cdot L^2}{3k \cdot p_0 \cdot p_{am}} \cdot \tau'. \quad (40, XII)$$

Приведем примеры.

**Пример 22.** Определить падение давления  $p_k$  на контуре и расход  $q$  газа в условиях неустановившейся линейной фильтрации при тех же исходных данных, что и в примере 20.

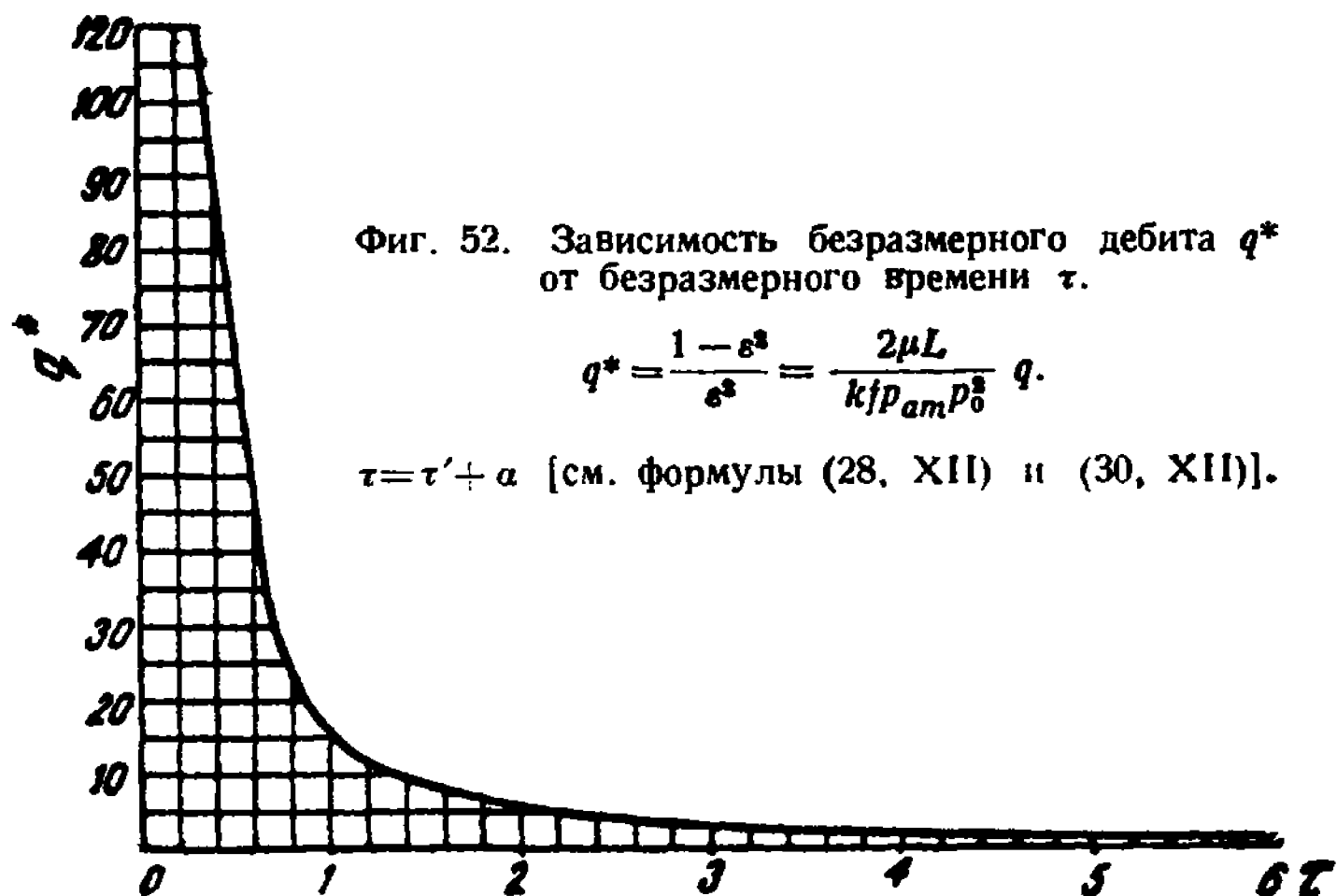
Проведя вычисления в указанном выше порядке, получим соответствующие значения  $p_k$  и  $q$ , приведенные в табл. 51.

Таблица 51

Изменение контурного давления и расхода газа в случае неустановившейся линейной фильтрации в условиях примера 20 (расчет произведен по формулам § 3 настоящей главы)

Время $t$ , мин.	Контурное давление $p_k$ , атм	Депрессия $\varepsilon = \frac{p_0}{p_k}$	Безразмер- ное время $\tau$	Дебит газа $q$ , м <sup>3</sup> /мин	Безразмер- ный дебит $q^*$
0	9,25	0,110	0,441	1,6584	81,67
0,21	7,73	0,132	0,528	1,1518	56,41
0,53	6,20	0,165	0,660	0,7337	35,73
1,12	4,64	0,220	0,900	0,4020	19,66
2,50	2,89	0,353	1,468	0,1434	7,026
3,70	2,21	0,462	1,961	0,0753	3,686
4,70	1,85	0,548	2,235	0,0557	2,330
6,00	1,53	0,670	2,905	0,0292	1,228
9,55	1,21	0,843	4,364	0,0082	0,4073
12,20	1,11	0,919	5,452	0,0037	0,1840
17,65	1,04	0,981	7,691	0,00081	0,03907

Пример 23. Определить падение давления  $p_k$  на контуре и расход  $q$  газа в условиях неустановившейся линейной фильтрации газа при тех же исходных данных, что и в примере 21.



Произведя вычисления в указанном выше порядке, получим соответствующие значения  $p_k$  и  $q$ , приведенные в табл. 52.

Таблица 52

Изменение контурного давления  $p_k$  и расхода  $q$  газа в случае неустановившейся линейной фильтрации в условиях примера 21 (расчет произведен по формулам § 3 настоящей главы)

Время $t$ , сутки	Контурное давление $p_k$ , ата	Депрес- сия $\varepsilon$	Безраз- мерное время $\tau$	Дебит газа $q$ , м <sup>3</sup> /сутки	Без- размер- ный дебит $q^*$	Примечание
0	100	0,800	3,304	259,4	0,5625	Расход газа отнесен к площади сечения пласта $f=1 \text{ м}^2$
32,81	94,12	0,850	4,439	176,90	0,3841	
52,35	88,89	0,900	5,115	108,16	0,2346	
84,31	84,21	0,950	6,220	49,81	0,1080	
92,41	83,34	0,960	6,500	39,32	0,08507	
106,86	82,47	0,970	7,000	28,92	0,06281	
121,32	81,63	0,980	7,500	18,99	0,04123	
155,58	80,81	0,990	8,685	9,389	0,02030	

2. Отбор газа при постоянной скорости движения газа на выходе из пласта

Обоснование рациональности отбора газа при сохранении постоянной скорости движения на выходе из пласта то же, что и приведенное в § 5 главы IV настоящей работы.

Исходными уравнениями в рассматриваемом случае являются следующие уравнения:

$$1) \quad q = A (p_k^2 - p_e^2), \quad (41, XII)$$

где

$$A = \frac{kfp_{at}}{2\mu L}, \quad (42, XII)$$

$p_e$  — давление на выходе газа из пласта:

$$p_e = p_e(t);$$

остальные обозначения те же, что в предыдущем случае (см. пункт 1)

$$2) \quad q = -\Omega \frac{d\tilde{p}}{dt}, \quad (19, XII)$$

$$3) \quad q = c \cdot p_e. \quad (43, XII)$$

Величина среднего давления дается формулами (22, XII), причем в данном случае в (22, XII) вместо  $p_0$  надо подставить  $p_e = p_e(t)$ . Дифференцируя (22, XII) по времени  $t$ , получим:

$$\frac{d\tilde{p}}{dt} = \frac{2}{3} \frac{d}{dt} \left( p_k + p_e - \frac{p_k \cdot p_e}{p_k + p_e} \right) = \frac{2}{3} \left[ \frac{dp_k}{dt} + \frac{dp_e}{dt} - \frac{(p_k + p_e) \left( p_e \frac{dp_k}{dt} + p_k \frac{dp_e}{dt} \right) - p_k p_e \left( \frac{dp_e}{dt} + \frac{dp_k}{dt} \right)}{(p_e^2 + p_k^2)^2} \right]. \quad (44, XII)$$

Из уравнений (41, XII) и (43, XII) имеем:

$$p_e = \sigma(p_k), \quad (45, XII)$$

где

$$\sigma(p_k) = -\frac{c}{2A} + \sqrt{\left(\frac{c}{2A}\right)^2 + p_k^2}. \quad (46, XII)$$

Подставляя в (44, XII) вместо давления  $p_e$  его значение (45, XII) получим:

$$\frac{d\tilde{p}}{dt} = \frac{2}{3} \left\{ \left[ 1 - \frac{p_k}{\sigma + p_k} + \frac{\sigma p_k}{(\sigma + p_k)^2} \right] \frac{d\sigma}{dt} + \left[ 1 - \frac{\sigma}{\sigma + p_k} + \frac{\sigma p_k}{(\sigma + p_k)^2} \right] \frac{dp_k}{dt} \right\},$$

причем

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{p_k \frac{dp_k}{dt}}{\sqrt{\left(\frac{c}{2A}\right)^2 + p_k^2}}.$$

Обозначим:

$$\varphi_1 = \left[ 1 - \frac{p_k}{\sigma + p_k} + \frac{\sigma \cdot p_k}{(\sigma + p_k)^2} \right] \frac{p_k}{\sqrt{\left(\frac{c}{2A}\right)^2 + p_k^2}} \quad (47, XII)$$

и

$$\varphi_2 = \left[ 1 - \frac{\sigma}{\sigma + p_k} + \frac{\sigma p_k}{(\sigma + p_k)^2} \right];$$

тогда

$$\frac{d\tilde{p}}{dt} = \frac{2}{3} (\varphi_1 + \varphi_2) \frac{dp_k}{dt}.$$

Подставляя это значение  $\frac{d\tilde{p}}{dt}$  в (19, XII) и значение  $p_e$  из (45, XII) в (43, XII), имеем:

$$q = -\frac{3}{2} \Omega (\varphi_1 + \varphi_2) \frac{dp_k}{dt} \quad (48, XII)$$

и

$$q = c\sigma. \quad (49, XII)$$

Таким образом, мы получили систему из трех уравнений (41, XII) (48, XII) и (49, XII).

Из уравнений (48, XII) и (49, XII) получаем:

$$\frac{\varphi_1 + \varphi_2}{\sigma} dp_k = -\frac{3}{2} \frac{c}{\Omega} dt.$$

Вводим обозначения:

$$\left. \begin{aligned} \tau &= \frac{3}{2} \frac{c}{\Omega} t, \\ \eta(p_k) &= \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{\sigma}. \end{aligned} \right\} \quad (50, XII)$$

Здесь  $\tau$  — безразмерное время.

В этом случае имеем:

$$\eta(p_k) dp_k = -d\tau,$$

отсюда

$$\tau = \int_{p_k}^{p_H} \eta(p_k) \cdot dp_k. \quad (51, XII)$$

Задаваясь разными значениями  $p_k$  в пределах от  $p_H$  до 1, нетрудно построить график функции (51, XII).

При решении конкретных задач порядок вычислений следующий.

Задаемся значениями  $p_k$ . По графику функции (51, XII) находим значение  $\tau$ . Из формулы (46, XII) определяем значение  $p_0 = \sigma(p_k)$ . Зная  $p_k$  и  $p_0$ , по формуле (41, XII) находим дебит  $q$ . По значению  $\tau$  из формулы (50, XII) определяем время

$$t = \frac{2}{3} \frac{\Omega}{c} \cdot \tau. \quad (52, XII)$$

Затем задаемся новым значением  $p_k$  и аналогичным путем отыскиваем отвечающие ему значения  $\tau$ ,  $t$ ,  $p_0$ ,  $q$  и т. д.

Время  $T$  разработки залежи легко найти, задавшись некоторым конечным значением  $p_k$ .

При  $p = p_{кон}$   $\tau = \tau_{кон}$  и  $t = T$ . Следовательно:

$$T = \frac{2}{3} \frac{\Omega}{c} \tau_{кон}. \quad (53, XII)$$

#### § 4. Сопоставление аналитических решений задач о неустановившейся линейной фильтрации газа по методу акад. Л. С. Лейбензона и методу последовательной смены стационарных состояний

Для сопоставления решений Л. С. Лейбензона (§ 2) и нашего (§ 3) сравним результаты вычислений, полученные в примерах 20 и 22, 21 и 23.

В табл. 53 и 54 приведены соответствующие данные.

На фиг. 53 сопоставлены кривые падения во времени  $t$  контурного давления  $p_k$ , подсчитанные по Л. С. Лейбензону и формулам § 3 настоящей главы для условий примера 20.

Рассмотрение табл. 53 и 54 и фиг. 53 показывает, что при значениях величины  $\varepsilon$ , не сильно отличающихся от единицы (в примере 21 минимальное значение  $\varepsilon$  равно 0,80), величины контурного давления  $p_k$ , определенные по Л. С. Лейбензону и методом последовательной смены стационарных состояний, весьма близки. Максимальное отклонение значений контурного давления, как это видно из табл. 54, имеется в начальный период и составляет для условий примера 21 ~ 5,5%. При больших депрессиях отклонения контурного давления, определенного по формулам акад. Л. С. Лейбензона и по методу последовательной смены стационарных состояний, могут быть весьма значительны. Так, для условий примера 20, в котором минимальное значение  $\varepsilon$  составляет 0,11, максимальное отклонение соответствующих величин

Таблица 53

Сопоставление значений контурных давлений  $p_k$  и расходов  $q$  при неустановившейся линейной фильтрации газа в условиях примера 20, вычисленных по формулам акад. Л. С. Лейбензона ( $p_{кл}, q_l$ ) и § 3 настоящей главы

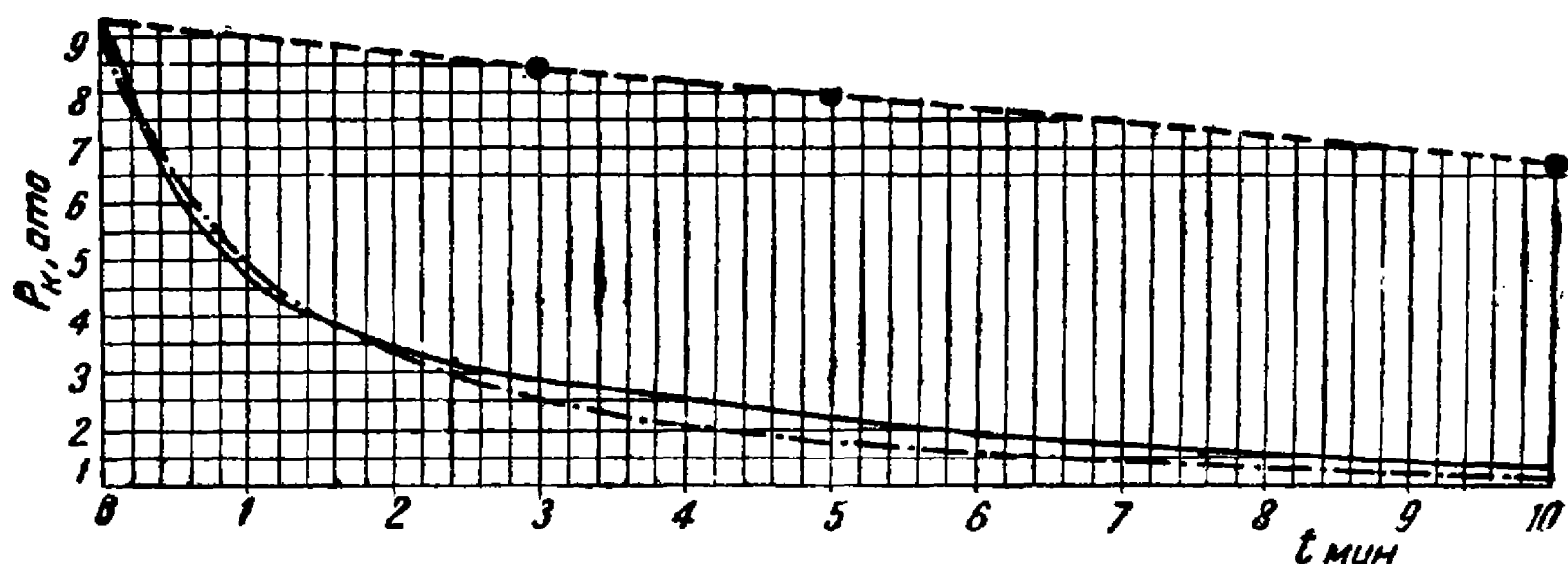
Время		Расход газа, м <sup>3</sup> /мин		$\frac{q_l - q_c}{q_l} \cdot 100,$ %	Контурное давление, ата		$\frac{p_{кл} - p_{кc}}{p_{кл}} \cdot 100,$ %	$\epsilon_l$	$\epsilon_c$
$t,$ мин.	$\tau$	$q_l$	$q_c$		$p_{кл}$	$p_{кc}$			
0	0,441	$\infty$	1,6584	$\infty$	9,25	9,25	0	0,110	0,110
0,21	0,528	1,9745	1,1518	41,7	8,06	7,73	4,14	0,127	0,132
0,53	0,660	1,0985	0,7337	33,2	6,06	6,20	-2,4	0,168	0,165
1,12	0,900	0,5728	0,4020	29,8	4,43	4,64	-4,8	0,230	0,220
2,50	1,468	0,2713	0,1434	47,2	3,14	2,89	8,0	0,325	0,353
3,70	1,951	0,1791	0,0753	58,0	2,62	2,21	15,7	0,389	0,462
4,70	2,235	0,1447	0,0557	61,4	2,39	1,85	22,6	0,427	0,548
6,0	2,905	0,0868	0,0292	66,4	1,96	1,53	21,9	0,520	0,670
9,55	4,364	0,0288	0,0082	71,5	1,41	1,21	10,2	0,724	0,843
12,20	5,452	0,0126	0,0037	71,0	1,20	1,11	7,5	0,850	0,919
17,65	7,691	0,00232	0,00081	65,1	1,06	1,04	1,9	0,970	0,981

Таблица 54

Сопоставление значений контурных давлений  $p_k$  и расходов  $q$  при неустановившейся линейной фильтрации газа в условиях примера 21, вычисленных по формулам акад. Л. С. Лейбензона ( $p_{кл}, q_l$ ) и § 3 настоящей главы ( $p_{кc}, q_c$ )

Время		Дебит газа, м <sup>3</sup> /сутки		$\frac{q_l - q_c}{q_l} \cdot 100,$ %	Давление, ата		$\frac{p_{кл} - p_{кc}}{p_{кл}} \cdot 100,$ %	$\epsilon_l$	$\epsilon_c$
$t,$ сутки	$\tau$	$q_l$	$q_c$		$p_{кл}$	$p_{кc}$			
0	3,304	$\infty$	259,4	$\infty$	100	100	0	0,80	0,80
32,81	4,439	170,98	176,90	- 3,46	88,94	94,12	- 5,50	0,900	0,85
52,35	5,115	91,791	108,16	- 17,83	84,92	88,89	- 4,47	0,942	0,90
84,31	6,220	34,56	49,814	- 44,15	81,88	84,21	- 2,76	0,977	0,95
92,41	6,500	28,98	39,315	- 35,68	81,58	83,34	- 2,11	0,981	0,96
106,86	7,00	17,67	28,917	- 63,70	80,97	82,47	- 1,85	0,988	0,97
121,32	7,50	11,55	18,987	- 64,44	80,63	81,63	- 1,24	0,992	0,98
155,58	8,685	4,228	9,3892	- 122,0	80,23	80,84	- 0,72	0,997	0,99

контурного давления составляет более 20% (см. табл. 53). Следует отметить, что при значительных отклонениях в абсолютных значениях контурного давления  $p_k$  характер изменения его, как это показывают приведенные на фиг. 53 кривые  $p_k = p_k(t)$ , одинаков.



Фиг. 53. Изменение во времени  $t$  контурного давления  $p_k$  в условиях опытов Д. С. Вилькера, проведенных в МГУ в 1933 г. (см. пример 20).

Сплошная линия:  $p_k = p_k(t)$  по Л. С. Лейбензону.

Пунктир с точкой:  $p_k = p_k(t)$  по методу последовательной смены стационарных состояний; верхняя пунктирная кривая:  $p_k = p_k(t)$  в опытах Д. С. Вилькера (1933 г.). Обведенные кружками черные точки нанесены по данным протоколов опытов. Исходные данные для построения кривой приведены в табл. 53.

Значения приведенного к атмосферному давлению дебита  $q$  газа, определенные по формулам акад. Л. С. Лейбензона и формулам § 3, отличаются весьма значительно. Так, в условиях примера 20 (см. табл. 53) величина  $\frac{q_l - q_c}{q_l} \cdot 100$  достигает свыше 70%, причем минимальное значение этого отклонения составляет около 30%; в условиях примера 21 (см. табл. 54) величина  $\frac{q_l - q_c}{q_l} \cdot 100$  колеблется от 3,5 до ~ 120%.

## § 5. Сравнение теории с результатами экспериментальных исследований линейной фильтрации газа

### 1. Экспериментальные исследования неустановившейся линейной фильтрации газа

#### А. Опыты Д. С. Вилькера в ГИНИ в 1928 г.

Начало экспериментальных исследований неустановившейся линейной фильтрации газа относится к 1928 г., когда в бывшем Государственном исследовательском нефтяном институте (ГИНИ) под руководством акад. Л. С. Лейбензона были поставлены Д. С. Вилькером опыты по изучению движения газа в песке.

Опытный „пласт“ представлял собой 4" трубу U-образной формы длиной 31,1 м. Труба набивалась люберецким песком, состоящим на 88,9% из фракции с диаметром зерен 0,15 — 0,21 мм. В „пласт“

нагнетался воздух до давлений 1528 и 1035 мм рт. столба. Затем один конец трубы открывался и происходило истечение воздуха в атмосферу или газгольдер. В процессе опыта производились наблюдения за распределением давления по длине трубы. Давление измерялось манометрами, расположенными примерно на одинаковом расстоянии друг от друга. Измеренные объемные расходы воздуха относились к давлению в 760 мм рт. столба и температуре 15° С.

В результате проведенных экспериментов получены кривые  $p = p(t)$  в шести точках пласта и  $p = p(x)$  в разные моменты времени  $t$ . Более подробное описание проведенных опытов дается в статье акад. Л. С. Лейбензона [4] и книге [7].

Б. Опыты И. П. Москалькова в ГИНИ в 1930 и 1932 гг.

Модель пласта состояла из U-образной трубы диаметром 6" и общей длиной в 35 м<sup>1</sup>, набитой предварительно отсортированным и просушенным люберецким песком. Для измерения давлений вдоль трубы на расстоянии ~5 м друг от друга были установлены манометры. Всего было проведено три серии опытов.

Первая серия проводилась на пласте, набитом мелким песком с пористостью 37,65%. Начальные давления газа в пласте составляли 2,717 и 4,048 ата. Истечение газа происходило в атмосферу и в газометр с противодавлением в 50 мм рт. столба. В результате экспериментальных работ были получены кривые  $p = p(x)$  в различные моменты времени.

Вторая серия проводилась на той же модели пласта, но в этом случае труба набивалась смесью глины и песка с весовым соотношением 100:215. Пористость смеси 37,75%. Всего было проведено 20 опытов. Начальные пластовые давления изменялись в пределах от 30 до 3800 мм рт. столба. В результате экспериментов получены кривые  $p = p(x)$  для разных моментов времени.

Третья серия проводилась на той же модели пласта, что и первая серия. Труба набивалась крупнозернистым песком с преобладающей фракцией, состоящей из песчинок диаметром более 0,4 мм. Начальные давления изменялись в пределах от 30 до 3800 мм рт. столба. Пористость пласта составляла 37,25%. Истечение газа происходило в газометр. В результате экспериментов получены кривые  $p = p(x)$  в разные моменты времени.

Кроме указанных кривых  $p = p(x)$ , на основе проведенных экспериментальных работ для всех трех серий опытов построены кривые изменения во времени расхода газа  $q$  и суммарного расхода

$$Q = \int_0^t q \cdot dt.$$

Подробное описание исследований дается в статье И. П. Москалькова [5].

<sup>1</sup> При проведении опытов длина пласта могла быть уменьшена примерно в 2 раза. В рассматриваемых ниже первой и третьей серии опытов длина пласта составляла, как видно из приводимого И. П. Москальковым [5] чертежа,  $L=1713$  см.

### В. Опыты Д. С. Вилькера в МГУ в 1932—1933 гг.

Краткие сведения об устройстве установки приведены нами в § 3 главы III. Кроме рассмотренных нами зависимостей между суммарным расходом газа и давлением в пласте, в результате опытов получены кривые изменения расхода газа  $q$  и суммарного расхода  $Q$ .

Подробное описание проведенных работ дается в статье Д. С. Вилькера [6]. Условия проведения этих опытов рассматриваются нами в § 6 настоящей главы.

В заключение следует еще раз отметить, что в американской литературе описания экспериментальных исследований *неустановившейся* фильтрации газа мы не нашли. Имеющиеся описания опытов по изучению движения газа в пористой среде относятся к установившемуся движению газа (см. Furnas [15], Muskat and Botset [14], Chalmers, Tallaferra a. Rawlins [16] Fancher, Lewis a. Barnes [18]).

## 2. Сравнение решения акад. Л. С. Лейбензона задачи о неустановившейся линейной фильтрации газа с экспериментальными данными

### А. Изменение давления во времени и по длине пласта

В книге акад. Л. С. Лейбензона [7], а также в статье И. П. Москалькова [5] помещены результаты сравнения приведенного в § 2 решения Л. С. Лейбензона с экспериментальными исследованиями Д. С. Вилькера (1928 г.) и И. П. Москалькова.

В табл. 55 показаны величины отклонений фактического распределения давления по длине пласта, имевшегося в проведенных в 1928 г. в ГИНИ опытах Д. С. Вилькера от результатов вычислений по формулам акад. Л. С. Лейбензона. Табл. 55 составлена нами по данным, приведенным в табл. 15 и 16 книги акад. Лейбензона [7].

Как видно из табл. 55, отклонения экспериментальных значений  $p$  от вычисленных  $p_d$  совершенно незначительны. Максимальная величина указанных отклонений не превышает 3%.

На фиг. 54 и 55 показаны результаты сопоставления теории неустановившейся линейной фильтрации газа акад. Л. С. Лейбензона с экспериментальными данными И. П. Москалькова (первая серия опытов). Приведенные на фиг. 54 и 55 графики взяты из книги [7]. Помещая их, акад. Л. С. Лейбензон указывает, что „отклонения между теорией и наблюдениями имеют место, но они не являются значительными, так как экспериментальные точки группируются вблизи соответствующих теоретических кривых. Существование их И. П. Москальков в своей работе („Нефт. хоз.“, 1932, № 3) объясняет несовершенством опытов“ (стр. 231).

В упомянутой статье И. П. Москальков пишет следующее:

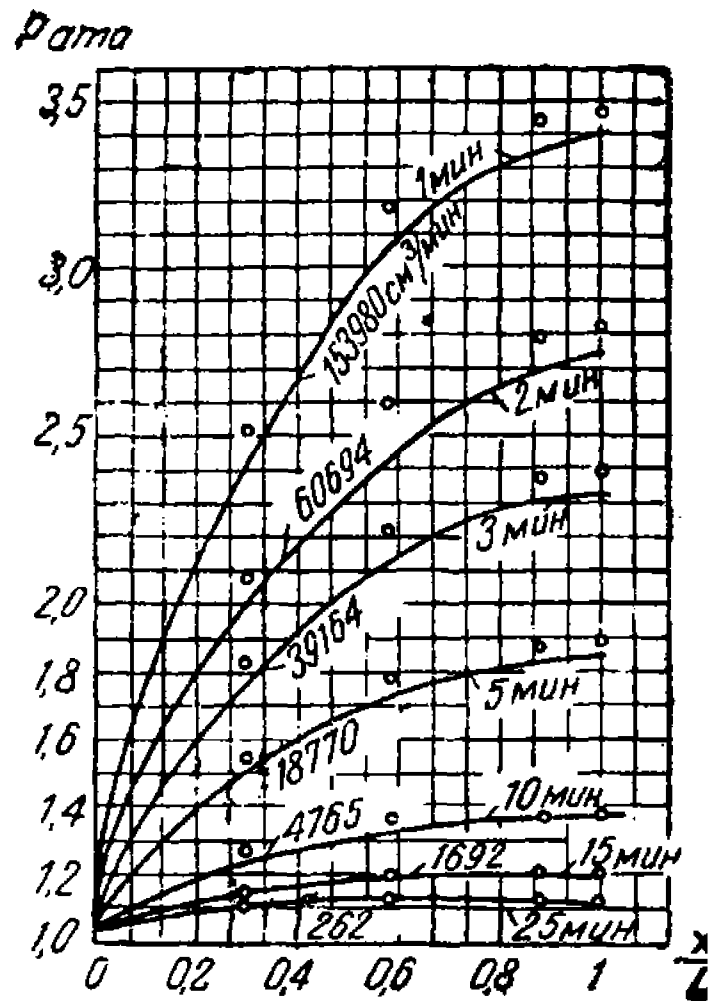
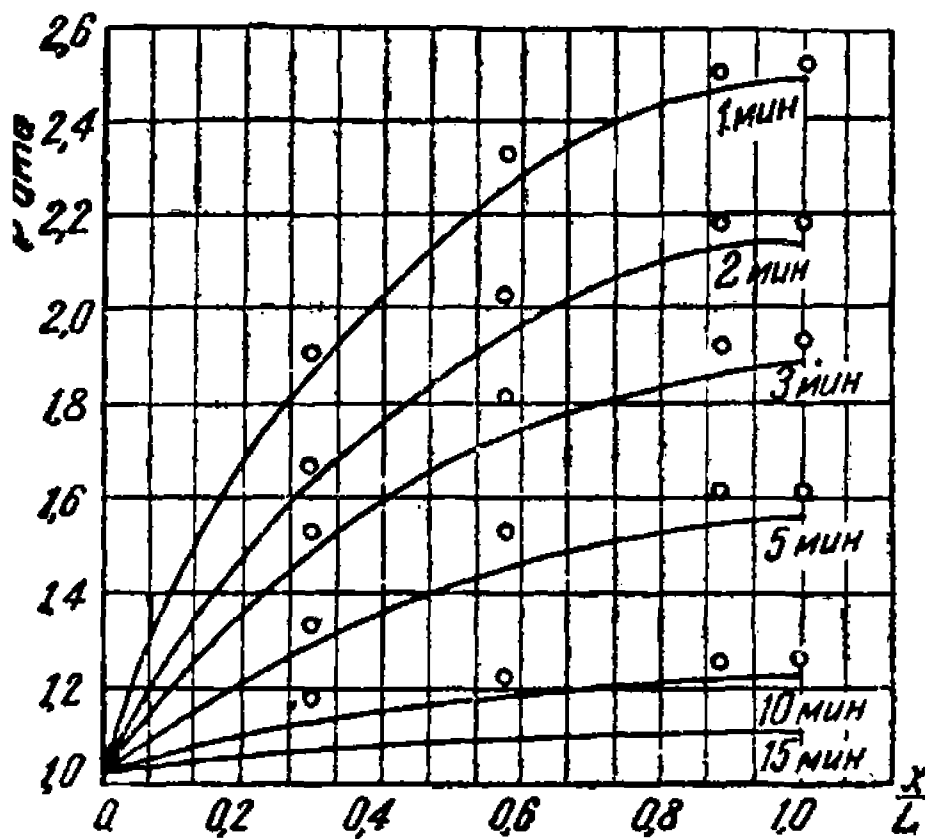
„Наблюдаемые в первые 4 — 5 минут отклонения (от теории — Б. Л.)... с тенденцией быстрого уменьшения приходится отнести исключительно за счет преуменьшения экспериментальных давлений; это можно объяснить влиянием на свободное истечение газов вредных сопротивлений, создаваемых газоотводом и газомером“... (см. [5], стр. 170).

В табл. 61 сопоставлены абсолютные значения контурного давления  $p_k$  в рассматриваемых опытах И. П. Москалькова и Д. С. Виль-

Величина отклонений  $\frac{p_L - p}{p_L} 100$  (%) распределения давления  $p$  по длине пласта в различные моменты времени в опытах Д. С. Вилькера (1928 г.) от результатов вычислений  $p_L$  по формулам акад. Л. С. Лейбензона

Время $t$ в мин.	1	2	5	7	10	15	20	25	35	45	60
Расстояние от выхода газа в долях длины пласта $\frac{x}{L}$											
Начальное давление $p_n = 1528 \text{ мм} = 3,11 \text{ ата}$											
0,16	- 2,14	- 1,09	- 0,46	+ 0,49	+ 0,31	+ 1,83	+ 0,69	- 0,72	+ 0,28	0	- 0,29
0,32	- 0,64	- 0,58	+ 0,05	+ 0,94	+ 0,65	+ 0,89	+ 1,28	+ 1,02	+ 0,90	+ 0,66	- 0,58
0,50	+ 0,07	+ 0,71	+ 1,22	+ 2,00	+ 1,51	+ 2,35	+ 2,08	+ 2,15	+ 2,35	+ 1,56	+ 0,95
0,68	+ 0,43	+ 1,18	+ 1,38	+ 2,55	+ 2,00	+ 2,97	+ 2,41	+ 2,54	+ 3,05	+ 1,90	+ 0,85
0,84	- 0,79	+ 0,48	+ 0,99	+ 2,59	+ 1,46	+ 1,78	+ 1,78	+ 1,81	+ 0,67	+ 0,18	+ 0,66
1	+ 0,13	+ 1,00	+ 1,14	+ 1,00	+ 1,55	+ 1,58	+ 1,58	+ 1,00	+ 0,67	+ 1,44	+ 0,47
Начальное давление $p_n = 1035 \text{ мм} = 2,44 \text{ ата}$											
0,16	- 2,62	- 1,17	- 0,66	- 0,23	- 0,49	- 0,26	- 0,18	- 0,37	- 0,28	- 0,19	+ 0,19
0,32	- 1,55	- 1,14	- 0,50	- 0,26	- 0,072	0	+ 0,084	+ 0,17	+ 0,18	+ 0,094	+ 1,3
0,50	- 0,35	- 0,16	+ 0,16	+ 0,44	+ 0,65	+ 0,66	+ 0,63	+ 0,60	+ 0,61	+ 0,55	+ 2,44
0,68	- 0,30	+ 0,28	+ 0,87	+ 0,22	+ 0,55	+ 0,83	+ 0,84	+ 0,81	+ 0,70	+ 0,82	+ 2,97
0,84	- 0,50	- 0,13	+ 0,15	- 0,21	+ 0,12	+ 0,27	+ 0,37	+ 0,48	+ 0,60	+ 0,36	+ 2,77
1	- 0,25	- 1,07	+ 0,24	0	0	- 0,87	0	+ 0,16	+ 0,08	+ 0,54	+ 2,67

кера со значениями контурного давления  $p_k$ , определенными по формулам акад. Л. С. Лейбензона, и показана величина отклонений  $p_k$  от  $p_{k,д}$  в %. Как видно из табл. 61, максимальное значение  $\frac{p_k - p_{k,д}}{p_k} \cdot 100$  составляет менее 5%.



Фиг. 54. Теоретические кривые распределения давления по длине пласта в первой серии опытов И. П. Москалькова (по Л. С. Лейбензону).

$p$  — абсолютное давление;  
 $\frac{x}{L}$  — расстояние от места выхода газа в долях длины пласта.

Начальное давление в пласте  $p_n = 2,717 \text{ ата}$ .  
 Истечение — в атмосферу. Барометрическое давление — 758 мм рт. столба. Экспериментальные точки нанесены в виде кружков.

Фиг. 55. Теоретические кривые распределения давления по длине пласта в первой серии опытов И. П. Москалькова (по Л. С. Лейбензону).

Начальное давление в пласте  $p_n = 4,048 \text{ ата}$ . Барометрическое давление — 756,2 мм рт. столба. Истечение происходило в газометр с противодавлением 55 мм рт. столба. Экспериментальные точки нанесены в виде кружков.

На фиг. 56 показаны результаты 3-й серии опытов И. П. Москалькова. Эффективный диаметр песчинок в этих опытах  $d_e = 0,524 \text{ мм}$ . Приводя график, помещенный нами на фиг. 56, акад. Л. С. Лейбензон указывает, что „здесь, как и во всех остальных опытах этой серии, наблюдается расхождение между теоретическими и наблюдаемыми значениями давлений в начале процесса истечения... Учитывая обстоятельства опытов, И. П. Москальков считает согласие теории... с наблюдениями удовлетворительным“ ([7] стр. 235).

При  $t = 1 \text{ мин}$ . расход воздуха составил  $335\,630 \text{ см}^3$ , скорость фильтрации

$$v = \frac{q}{t} = \frac{335\,630}{60 \cdot 10^2} = 29,2 \text{ см/сек.}$$

## Число Рейнольдса

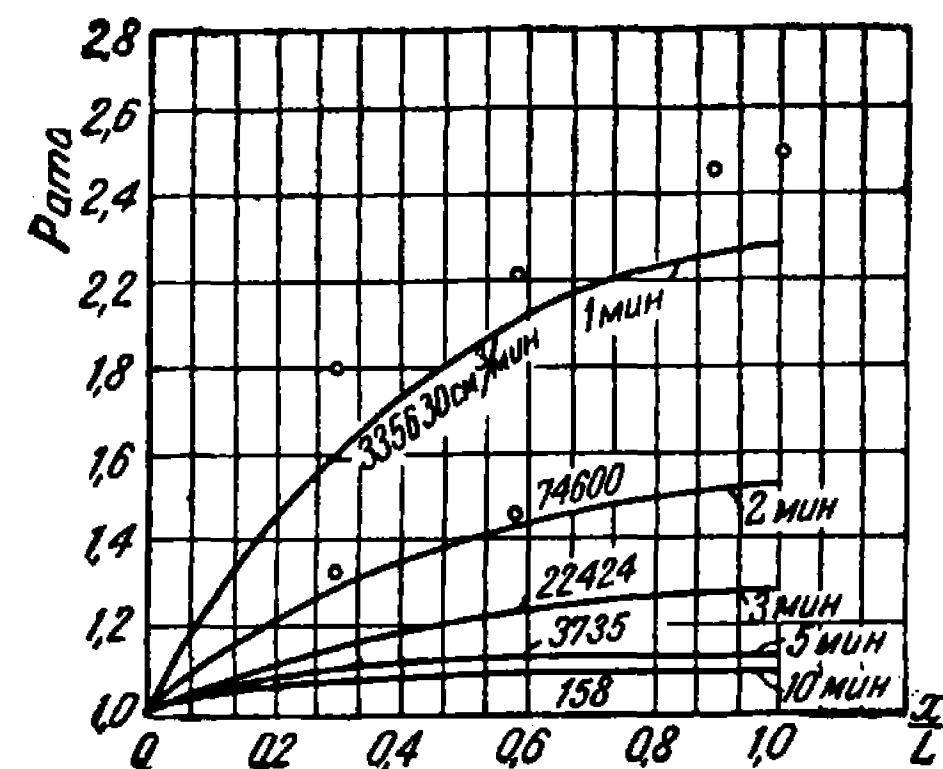
$$Re = \frac{vd_{e0}}{\mu} = \frac{29,2 \cdot 0,0524 \cdot 1,18 \cdot 10^{-3}}{1,80 \cdot 10^{-4}} \cong 10.$$

Таким образом, при  $t = 1$  мин. число Рейнольдса достигло критического значения  $Re_{кр}$ , равного для нецементированных песков 10 (см. Фенчер, Льюис и Бернс [18], [19] или Muskat [20]). Возможно, что при этом имело место нарушение закона Дарси. Причины, изложенные

И. П. Москальковым, и указанное обстоятельство, видимо, и привели к значительным отклонениям экспериментальных точек от теоретической кривой (фиг. 56).

В заключение сопоставим с экспериментальными данными установленную акад. Л. С. Лейбензоном зависимость между функцией  $\varphi(1, y)$ , определяемую соотношениями (12, XII) и (11, XII) и связанной со временем безразмерной величиной  $y$ , выражающейся уравнениями (10, XII) и (9, XII).

На фиг. 57 приведена кривая  $\varphi = \varphi(y)$  при  $\frac{x}{L} = 1$ , построенная нами по данным табл. 8, помещенной в книге Л. С. Лейбензона ([7] стр. 127). Эту кривую (кривая 1) мы рассматриваем как общее решение Л. С. Лейбензона задачи об изменении кон-



Фиг. 56. Теоретические кривые распределения давления по длине пласта в третьей серии опытов И. П. Москалькова (по Л. С. Лейбензону).

Труба набивалась крупнозернистым речным песком. Начальное давление в пласте  $p_n = 4,73$  ата. Барометрическое давление 747,5 мм рт. столба. Истечение происходило в газометр с противодавлением 55 мм рт. столба. Экспериментальные точки нанесены в виде кружков.

турного давления во времени при неустановившейся линейной фильтрации газа при постоянном давлении на выходе.

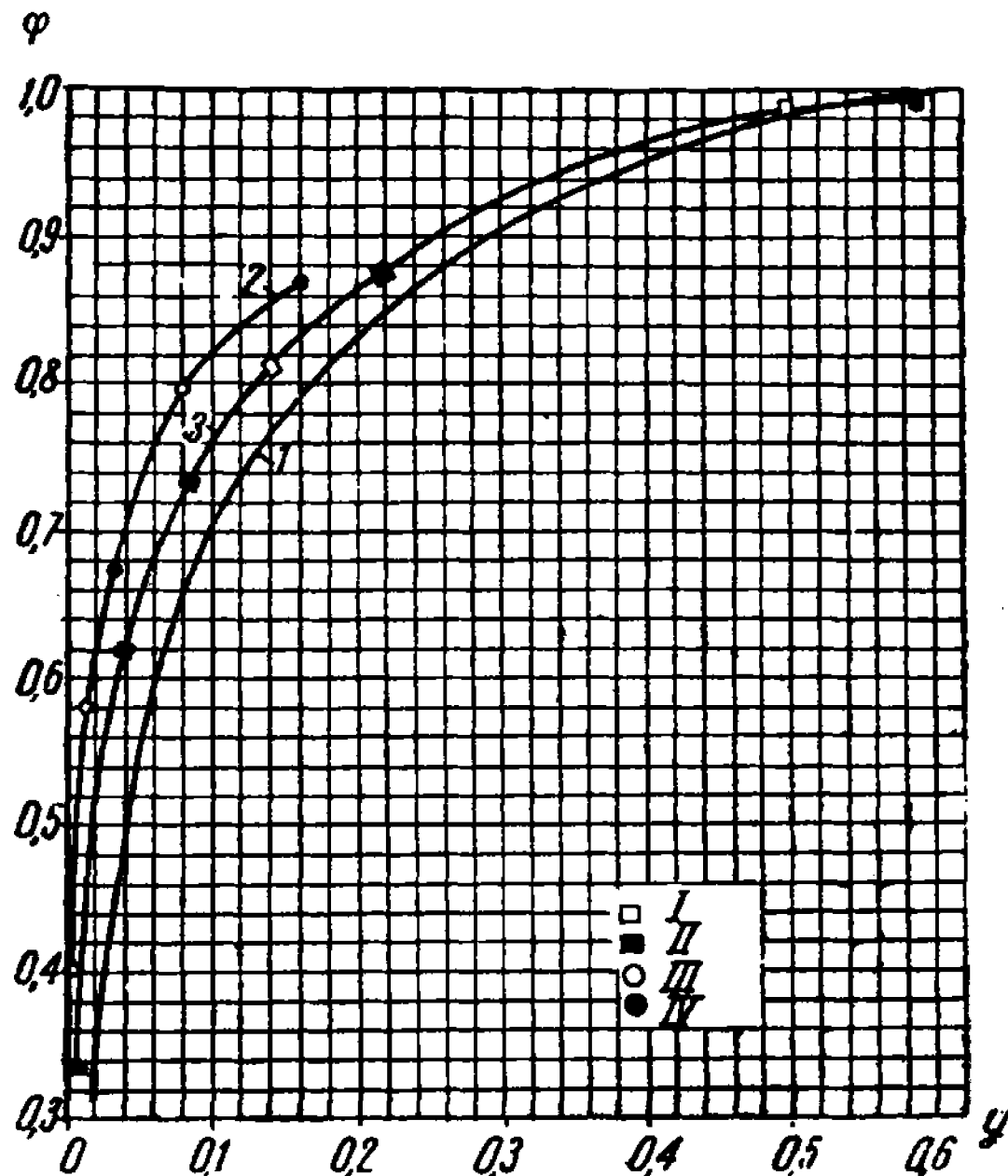
В табл. 61 приведены экспериментальные значения  $\varphi$  и  $y$ , определенные из опытов И. П. Москалькова и Д. С. Вилькера. Значения  $\varphi$  вычислялись по формуле (12, XII), значения  $y$  — по формуле (10, XII), причем величина  $\tau_d$  находилась из уравнения (9, XII). Исходные данные для расчетов приведены на стр. 216—217 и в табл. 61.

На фиг. 57 точками нанесены полученные таким образом значения  $\varphi(y)$ .

Как видно из фиг. 57, все экспериментальные точки расположились на двух кривых. Кривая 2 проходит через точки (III и IV), полученные из опытов И. П. Москалькова, кривая 3 — через точки (I и II), полученные из опытов Д. С. Вилькера. Следует отметить, что для

каждого пласта, независимо от величины начального давления, определенные из опытов значения  $\varphi(y)$  ложатся на одну кривую.

Экспериментальные кривые 2 и 3 проходят выше теоретической кривой 1; это указывает, что решение акад. Л. С. Лейбензона является приближенным.



Фиг. 57. Зависимость безразмерного контурного давления  $\varphi(1, y)$  от связанной со временем безразмерной величины  $y$  по Л. С. Лейбензону.

$$\varphi(1, y) = \frac{p_k^2 - p_0^2}{p_H^2 - p_0^2} \text{ [см. формулы (12, XII) и (11, XII)].}$$

I — теоретическая кривая  $\varphi(1, y)$ , построенная по данным табл. 8 книги акад. Л. С. Лейбензона [7]; II — кривая  $\varphi(1, y)$ , построенная по данным опытов И. П. Москалькова; III — кривая  $\varphi(1, y)$ , построенная по данным опытов Д. С. Вилькера.  
I — опыты Д. С. Вилькера. Начальное давление 3,11 ата; II — опыты Д. С. Вилькера. Начальное давление 2,44 ата; III — опыты И. П. Москалькова. Начальное давление 4,05 ата; IV — опыты И. П. Москалькова. Начальное давление 2,75 ата.

При сравнении теории с результатами опытов И. П. Москалькова следует также иметь в виду, что в опытах И. П. Москалькова воздух вытекал из пласта в газометр, в котором давление не было строго постоянным, а менялось на несколько десятков миллиметров ртутного столба, или, как это пишет Д. С. Вилькер, имелось „истечение из колонны через открытый конец, находившийся под небольшим переменным противодействием“ (см. [7] стр. 226), доходившим до 55 мм рт. столба.

## Б. Расход газа

В книге акад. Л. С. Лейбензона ([7], стр. 226 и 228) сопоставлены абсолютные значения суммарных расходов газа в опытах Д. С. Вилькера 1928 г. при истечении воздуха из колонны через открытый конец трубы при начальных давлениях 200, 625 и 820 мм рт. столба. На выходе газа поддерживалось небольшое переменное противодействие в несколько миллиметров ртутного столба<sup>1</sup>.

Рассмотрение указанных данных теоретических и экспериментальных значений суммарных расходов газа в *опытах Д. С. Вилькера, проведенных в 1928 г. в ГИНИ*, показывает, что отклонения полученных по формулам акад. Л. С. Лейбензона теоретических значений суммарных расходов от соответствующих экспериментальных данных колеблются в следующих пределах:

при начальном давлении  $p_n = 200$  мм рт. столба — от 4,7 до 9,1% (в среднем  $\sim 7,1\%$ );

при начальном давлении  $p_n = 625$  рт. столба от  $-26,2$  до  $+16,6\%$  (в среднем абсолютная величина отклонений составляет  $12,9\%$ );

при начальном давлении  $p_n = 820$  мм — от  $-2,7$  до  $7,7\%$  (в среднем абсолютная величина отклонений составляет  $3,2\%$ ).

*И. П. Москальков*, подробно описывая способы замера расхода газа в *опытах 1931—1932 гг.*, указывает, что „анализ и обработка экспериментальных материалов расхода будут даны дополнительно“ ([5], стр. 174). К сожалению, до сих пор это не сделано.

В августе 1933 г., в докладе о современном состоянии гидромеханического исследования нефтяных и газовых пластов, прочитанном на I Всесоюзном съезде ВНИТО нефтяников, Л. С. Лейбензон и И. П. Москальков [44] отмечают, что обработанные по формуле (16, XII) результаты наблюдений дали „недостаточно удовлетворительное“ согласование с опытом. В связи с этим авторы доклада считают, что формула (16, XII) нуждается „в самой тщательной экспериментальной проверке“ ([38], стр. 56).

В вышедшем в 1937 г. „Курсе эксплуатации нефтяных месторождений“ И. М. Муравьев в параграфе, посвященном движению газа в пористой среде, пишет: „теоретические работы в области неустановившегося движения газа при линейном его потоке также подвергались большой экспериментальной проверке в б. ГИНИ, причем согласование с опытными данными пока получили только формулы, выражающие закон распределения давления. Формулы расхода газа в пределах проведенных экспериментов опытного подтверждения не получили“ [45].

В связи с изложенным интересно произвести вычисления падения дебита газа по формуле (16, XII) и сопоставить полученные результаты со значениями расходов газа, имевших место в опытах И. П. Москалькова.

В статье И. П. Москалькова [5] приведены теоретические кривые распределения давления по длине пласта в различные моменты времени, проведенные на основе теории Л. С. Лейбензона. В книге акад. Л. С. Лейбензона ([7], фиг. 74) помещены те же кривые (только в другом

<sup>1</sup> Устное сообщение Д. С. Вилькера.

масштабе) с указанием отвечающих им фактических „минутных расходов“ газа (см. нашу фиг. 55). Под „минутными расходами“  $Q$  здесь следует понимать количество газа, вытекшее за 1 минуту, т. е.

$$Q = \int_{t_n}^{t_{n+1}} q dt,$$

причем  $t_{n+1} - t_n = 60$  сек.

Чтобы избежать громоздких вычислений, мы нашли путем графического интегрирования теоретических кривых Л. С. Лейбензона (см. фиг. 55) значения средних давлений  $\tilde{p}_n$ ; отвечающие им суммарные расходы газа, согласно главе III, определялись по формуле:

$$Q_{n+1} = \Omega (\tilde{p}_n - \tilde{p}_{n+1}),$$

где  $\tilde{p}_n$  — среднее давление в пласте в момент времени  $t_n$ ;

$\tilde{p}_{n+1}$  — среднее давление в пласте в момент времени  $t_{n+1}$ .

В табл. 65 дается сопоставление определенных таким образом суммарных дебитов  $Q_\lambda$  газа с фактическими минутными расходами  $Q_{ну}$ , показанными на фиг. 55.

Как видно из табл. 65, значения  $Q_\lambda$  отличаются от соответствующих значений  $Q_{ну}$ ; величина отклонений  $\frac{Q_{ну} - Q_\lambda}{Q_{ну}} \cdot 100$  в течение первых 3 минут колеблется от  $-18,4$  до  $+8,8\%$ .

### 3. Сопоставление решения задачи о неустановившейся линейной фильтрации газа методом последовательной смены стационарных состояний с экспериментальными данными

Применение для решения задачи о неустановившейся фильтрации газа метода последовательной смены стационарных состояний означает, что распределение давления при неустановившемся движении в каждый момент принимается таким же, как и в случае установившейся фильтрации при тех же граничных условиях. Из формул (20, XII) и (18, XII), справедливых для установившейся линейной фильтрации газа, следует, что если давления на контуре  $p_k$  и на выходе  $p_0$  известны, то легко найти давление в любой точке пласта и расход газа (зная проницаемость  $k$ , вязкость газа  $\mu$  и площадь  $f$  сечения пласта). Поскольку из опытов Д. С. Вилькера и И. П. Москальков  $p_k$  и  $p_0$  на границах пласта в различные моменты времени известны, легко по формуле (20, XII) вычислить значения давления в любой точке пласта, которые имели бы место в случае стационарного течения при тех же граничных условиях, а затем сопоставить полученную кривую распределения по длине пласта с фактической эпюрой давления, определенной экспериментально.

Необходимые для определения расхода по формуле (18, XII) сведения о проницаемости пласта, как показано было выше, могут быть определены на основе имеющихся данных (см. [7] и [5]) о предварительно проводившихся Д. С. Вилькером и И. П. Москальковым опытах по установившемуся движению газа на тех же моделях пластов.

Таблица 56

Сопоставление распределения давления по длине пласта при неустановившемся  $P_{xy}$  линейной фильтрации газа с распределением давления при установившемся  $P_y$  движении газа при тех же граничных условиях

Время $t$ , мин.	Длина $\frac{x}{L}$	Давления, атм			$\frac{P_{xy} - P_y}{P_{xy}}$ %	$\frac{P_{xy} - P_y}{P_k - P_0}$ 100, %	$\epsilon = \frac{P_0}{P_k}$
		$P_k$	$P_y$	$P_{xy}$			
1	1,0	2,427	2,427	2,427	0	0	0,4120
1	0,84	2,427	2,260	2,427	6,864	11,67	0,4120
1	0,68	2,427	2,080	2,392	13,06	21,97	0,4120
1	0,50	2,427	1,856	2,297	19,20	30,99	0,4120
1	0,32	2,427	1,618	2,092	23,45	34,37	0,4120
1	0,16	2,427	1,335	1,723	22,52	27,19	0,4120
1	0	2,427	1,0	1,0	0	0	0,4409
3	1,0	2,268	2,268	2,268	0	0	0,4409
3	0,84	2,268	2,117	2,242	5,556	9,842	0,4409
3	0,68	2,268	1,954	2,155	9,809	16,67	0,4409
3	0,5	2,268	1,753	2,005	12,59	19,91	0,4409
3	0,32	2,268	1,525	1,780	14,34	20,13	0,4409
3	0,16	2,268	1,289	1,469	12,24	14,18	0,4409
3	0	2,268	1,0	1,0	0	0	0,4843
5	1,0	2,065	2,065	2,065	0	0	0,4843
5	0,84	2,065	1,934	2,042	5,269	10,10	0,4843
5	0,68	2,065	1,795	1,959	8,392	15,44	0,4843
5	0,5	2,065	1,623	1,825	11,09	19,00	0,4843
5	0,32	2,065	1,430	1,624	11,97	18,25	0,4843
5	0,16	2,065	1,234	1,370	9,942	12,78	0,4843
5	0	2,065	1,0	1,0	0	0	0,5247
7	1,0	1,906	1,906	1,906	0	0	0,5247
7	0,84	1,906	1,792	1,888	5,064	10,55	0,5247
7	0,68	1,906	1,670	1,816	8,044	16,11	0,5247
7	0,5	1,906	1,522	1,687	9,775	18,20	0,5247
7	0,32	1,906	1,357	1,517	10,55	17,66	0,5247
7	0,16	1,906	1,192	1,301	8,347	11,98	0,5247
7	0	1,906	1,0	1,0	0	0	0,5838
10	1,0	1,713	1,713	1,713	0	0	0,5838
10	0,84	1,713	1,612	1,693	4,778	11,34	0,5838
10	0,68	1,713	1,522	1,634	6,885	15,78	0,5838
10	0,50	1,713	1,403	1,533	8,493	18,26	0,5838
10	0,32	1,713	1,273	1,398	8,990	17,59	0,5838
10	0,16	1,713	1,149	1,235	7,408	12,83	0,5838
10	0	1,713	1,0	1,0	0	0	0,6645
15	1,0	1,505	1,505	1,505	0	0	0,6645
15	0,84	1,505	1,436	1,476	2,696	7,88	0,6645
15	0,68	1,505	1,364	1,43	4,615	13,07	0,6645
15	0,50	1,505	1,278	1,361	6,098	16,43	0,6645
15	0,32	1,505	1,185	1,269	6,777	17,03	0,6645
15	0,16	1,505	1,096	1,158	5,354	12,28	0,6645
15	0	1,505	1,0	1,0	0	0	0,6645

Продолжение табл. 56

Время <i>t</i> , мин.	Длина $\frac{x}{L}$	Давления, <i>ата</i>			$\frac{P_{ny} - P_y}{P_{ny}} \cdot 100$ %	$\frac{P_{ny} - P_y}{P_k - P_0} \cdot 100$ %	$\varepsilon = \frac{P_0}{P_k}$
		<i>P<sub>k</sub></i>	<i>P<sub>y</sub></i>	<i>P<sub>ny</sub></i>			
20	1,0	1,350	1,350	1,350	0	0	0,7407
20	0,84	1,350	1,300	1,336	2,694	10,29	0,7407
20	0,68	1,350	1,249	1,303	4,175	15,54	0,7407
20	0,50	1,350	1,187	1,254	5,311	19,03	0,7407
20	0,32	1,350	1,124	1,189	5,509	18,71	0,7407
20	0,16	1,350	1,064	1,113	4,420	14,06	0,7407
20	0	1,350	1,0	1,0	0	0	0,7407
25	1,0	1,253	1,253	1,253	0	0	0,7981
25	0,84	1,253	1,217	1,242	2,053	10,08	0,7981
25	0,68	1,253	1,178	1,218	3,268	15,73	0,7981
25	0,50	1,253	1,134	1,181	4,056	18,77	0,7981
25	0,32	1,253	1,089	1,137	4,266	19,17	0,7981
25	0,16	1,253	1,046	1,086	3,729	16,01	0,7981
25	0	1,253	1,0	1,0	0	0	0,7981
30	1	1,188	1,188	1,188	0	0	0,8418
30	0,84	1,188	1,16	1,184	2,027	12,77	0,8418
30	0,68	1,188	1,131	1,169	3,251	20,21	0,8418
30	0,50	1,188	1,098	1,142	3,853	23,40	0,8418
30	0,32	1,188	1,064	1,104	3,650	21,44	0,8418
30	0,16	1,188	1,032	1,064	2,970	16,8	0,8418
30	0	1,188	1,0	—	—	—	0,8418
40	1,0	1,094	1,094	1,094	0	0	0,9141
40	0,84	1,094	1,08	1,03	2,085	24,47	0,9141
40	0,68	1,094	1,065	1,09	2,294	26,59	0,9141
40	0,50	1,094	1,049	1,078	2,736	31,38	0,9141
40	0,32	1,094	1,031	1,063	2,991	33,83	0,9141
40	0,16	1,094	1,016	1,045	2,794	31,06	0,9141
40	0	1,094	1,0	1,0	0	0	0,9141
45	1,0	1,057	1,057	1,057	0	0	0,9461
45	0,84	1,057	1,048	1,054	5,693	10,53	0,9461
45	0,68	1,057	1,039	1,046	0,669	12,28	0,9461
45	0,50	1,057	1,029	1,042	1,248	22,8	0,9461
45	0,32	1,057	1,019	1,038	1,879	34,31	0,9461
45	0,16	1,057	1,009	1,034	2,369	43,08	0,9461
45	0	1,057	1,0	—	—	—	—

Данные о неустановившейся фильтрации взяты из опытов Д. С. Вилькера, проведенных в 1928 г. в ГИНИ.

Начальное пластовое давление  $p_n = 1035$  мм рт. столба. = 2,442 ата. Давление на выходе газа  $p_0 = 1,03$  ата.

Сопоставление этих давлений и значений расходов газа с экспериментальными данными покажет, насколько пригоден метод рассмотрения неустановившейся фильтрации как последовательной смены стационарных состояний в условиях линейного движения газа.

Таблица 57

Сопоставление распределения давления по длине пласта при неустановившейся  $p_{ny}$  линейной фильтрации газа с распределением давления при установившемся  $p_y$  движении газа при тех же граничных условиях

Время $t$ , мин.	Длина $\frac{x}{L}$	Давления, ата			$\frac{p_{ny} - p_y}{p_{ny}} 100$ , %	$\frac{p_{ny} - p_y}{p_k - p_0} 100$ , %	$\varepsilon = \frac{p_0}{p_k}$
		$p_k$	$p_y$	$p_{ny}$			
1	1	3,083	3,083	3,083	0	0	0,324
1	0,84	3,083	2,854	3,083	7,434	11,00	0,324
1	0,68	3,083	2,605	2,984	12,71	18,21	0,324
1	0,50	3,083	2,292	2,829	18,99	25,80	0,324
1	0,32	3,083	1,929	2,510	23,13	27,87	0,324
1	0,16	3,083	1,537	2,005	23,38	22,50	0,324
1	0	3,083	1,0	1,0	0	0	0,324
3	1	2,722	2,722	2,722	0	0	0,367
3	0,84	2,722	2,523	2,714	7,045	11,10	0,367
3	0,68	2,722	2,315	2,590	10,63	15,99	0,367
3	0,50	2,722	2,051	2,385	14,03	19,43	0,367
3	0,32	2,722	1,746	2,080	16,04	19,38	0,367
3	0,16	2,722	1,423	1,667	14,64	14,17	0,367
3	0	2,722	1,0	1,0	0	0	0,367
5	1	2,424	2,424	2,424	0	0	0,413
5	0,84	2,424	2,257	2,396	5,792	9,747	0,413
5	0,68	2,424	2,077	2,293	9,411	15,15	0,413
5	0,50	2,424	1,854	2,110	12,11	17,95	0,413
5	0,32	2,424	1,602	1,854	13,60	17,71	0,413
5	0,16	2,424	1,337	1,576	11,79	12,49	0,413
5	0	2,424	1,0	1,0	0	0	0,413
7	1	2,178	2,178	2,178	0	0	0,459
7	0,84	2,178	2,036	2,140	4,859	8,828	0,459
7	0,68	2,178	1,883	2,060	8,601	15,05	0,459
7	0,50	2,178	1,695	1,913	11,42	18,54	0,459
7	0,32	2,178	1,483	1,694	12,47	17,94	0,459
7	0,16	2,178	1,265	1,411	10,38	12,428	0,459
7	0	2,178	1,0	—	—	—	0,459
10	1	1,907	1,907	1,907	0	0	0,524
10	0,84	1,907	1,793	1,886	4,931	0,249	0,524
10	0,68	1,907	1,671	1,814	7,888	15,77	0,524
10	0,50	1,907	1,523	1,695	10,17	18,99	0,524
10	0,32	1,907	1,358	1,521	10,74	18,10	0,524
10	0,16	1,907	1,193	1,305	8,597	12,36	0,524
10	0	1,907	1,0	1,0	0	0	0,524
15	1	1,615	1,615	1,615	0	0	0,619
15	0,84	1,615	1,533	1,596	3,947	10,24	0,619
15	0,68	1,615	1,447	1,537	5,270	13,17	0,619
15	0,50	1,615	1,343	1,457	7,811	18,50	0,619
15	0,32	1,615	1,231	1,343	8,369	18,28	0,619
15	0,16	1,615	1,121	1,182	4,416	8,488	0,619
15	0	1,615	1,0	1,0	0	0	0,619

Продолжение табл. 57

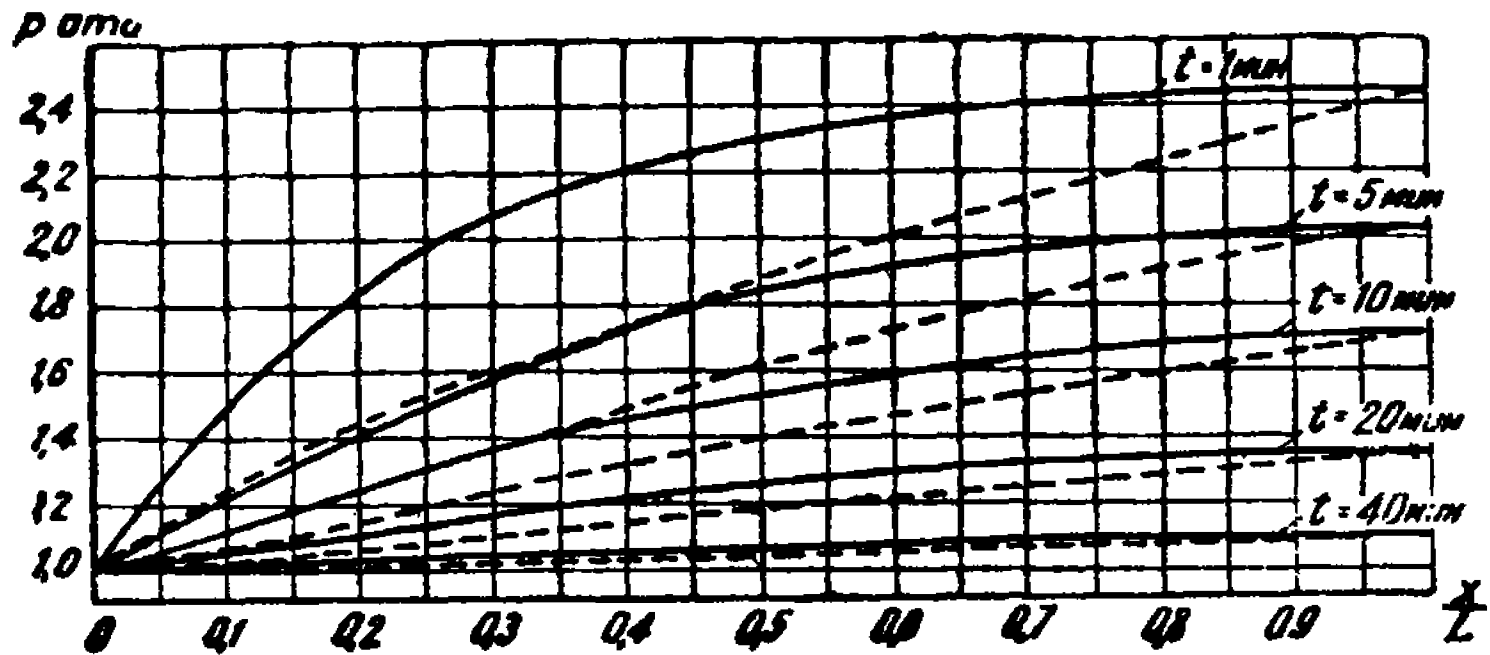
Время $t$ , мин.	Длина $\frac{x}{L}$	Давления, <i>ата</i>			$\frac{p_{ny} - p_y}{p_{ny}} 100$ , %	$\frac{p_{ny} - p_y}{p_k - p_0} 100$ , %	$\varepsilon = \frac{p_0}{p_k}$
		$p_k$	$p_y$	$p_{ny}$			
20	1	1,434	1,434	1,434	0	0	0,697
20	0,84	1,434	1,374	1,418	3,117	0,184	0,697
20	0,68	1,434	1,310	1,376	4,767	15,11	0,697
20	0,50	1,434	1,236	1,316	6,06	18,38	0,697
20	0,32	1,434	1,157	1,233	6,163	17,51	0,697
20	0,16	1,434	1,882	1,136	4,797	12,56	0,697
20	0	1,434	1,0	1,0	0	0	0,697
25	1	1,306	1,306	1,306	0	0	0,766
25	0,84	1,306	1,362	1,302	3,056	13,01	0,766
25	0,68	1,306	1,217	1,267	3,946	16,34	0,766
25	0,50	1,306	1,163	1,226	5,122	20,52	0,766
25	0,32	1,306	1,107	1,170	5,350	20,46	0,766
25	0,16	1,306	1,055	1,098	3,897	13,99	0,766
25	0	1,306	1,0	—	—	—	—
35	1	1,182	1,182	1,182	0	0	0,846
35	0,84	1,182	1,155	1,178	1,954	12,64	0,846
35	0,68	1,182	1,127	1,144	1,486	9,340	0,846
35	0,5	1,182	1,095	1,122	2,442	15,06	0,846
35	0,32	1,182	1,061	1,095	3,059	19,41	0,846
35	0,16	1,182	1,032	1,061	2,771	16,15	0,846
35	0	1,182	1,0	1,0	0	0	0,846
45	1	1,098	1,098	1,098	0	0	0,911
45	0,84	1,098	1,083	1,109	2,326	26,33	0,911
45	0,68	1,098	1,068	1,083	1,385	15,31	0,911
45	0,50	1,098	1,051	1,071	1,914	20,92	0,911
45	0,32	1,098	1,032	1,059	2,512	27,14	0,911
45	0,16	1,098	1,017	1,043	2,341	27,04	0,911
45	0	1,098	1,0	1,0	0	0	0,911
60	1	1,053	1,053	1,053	0	0	0,950
60	0,84	1,053	1,045	1,050	0,476	9,43	0,950
60	0,68	1,053	1,036	1,045	0,861	16,98	0,950
60	0,50	1,053	1,028	1,038	1,012	19,81	0,950
60	0,32	1,053	1,018	1,044	2,538	50,00	0,950
60	0,16	1,053	1,009	1,062	3,037	100,9	0,950
60	0	1,053	1,00	1,0	0	0	0,950

Начальное пластовое давление  $p_k = 1528$  мм рт. столба = 3,11 ата. Давление на выходе газа  $p_0 = 1,03$  ата. Данные неустановившейся фильтрации взяты из опытов Д. С. Вилькера, проведенных в 1928 г. в ГИНИ.

**А. Сопоставление распределения давления по длине пласта и величин среднего давления  $\bar{p}$  в случаях неустановившегося и установившегося линейного движения газа при одинаковых граничных условиях**

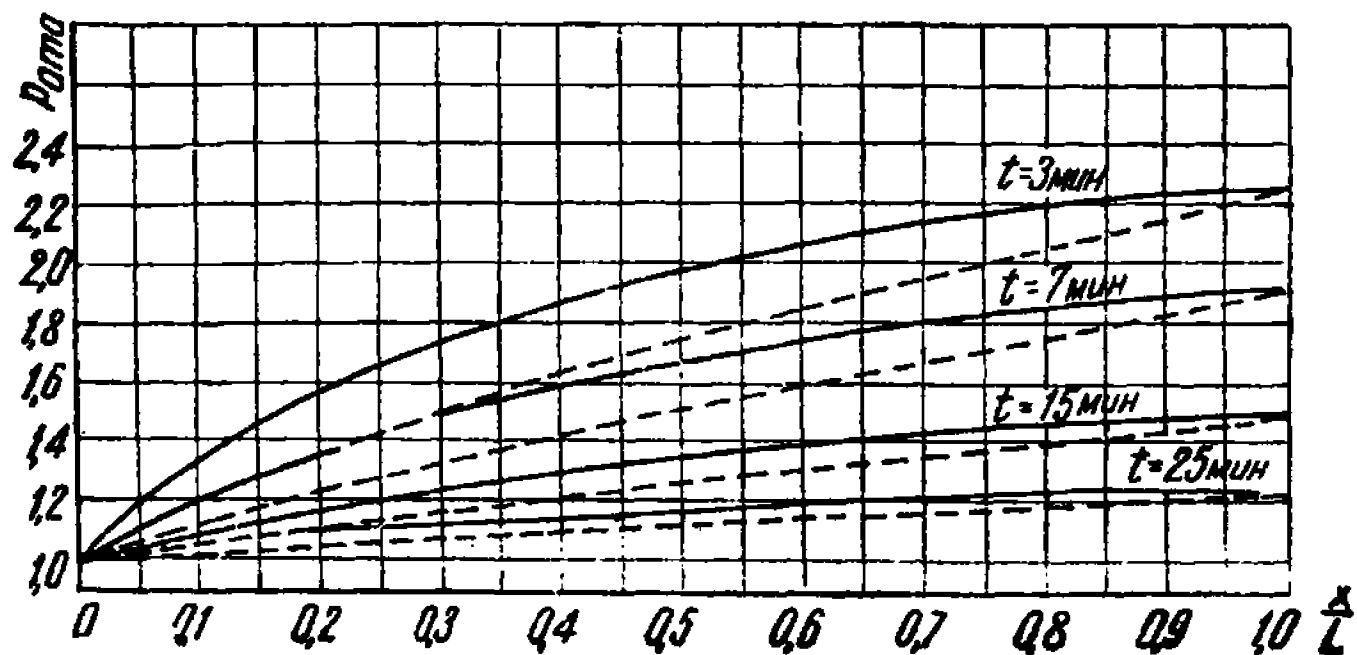
В табл. 56 и 57 приведены результаты сопоставления вычисленных по формуле (29, XII) значений давления  $p_y$  в различных точках пласта

с фактическими значениями давлений  $p_{ну}$ , взятыми из экспериментов Д. С. Вилькера, проведенных в 1928 г. в ГИНИ.



Фиг. 58. Сопоставление кривых распределения давления по длине пласта при неустановившейся  $p_{ну}$  и установившейся  $p_y$  линейной фильтрации газа. Данные для построения кривых взяты из табл. 56.

Сплошными линиями показано распределение давления при неустановившейся фильтрации газа (опыты Д. С. Вилькера в 1928 г.). Пунктирными линиями показано распределение давления в случае установившейся фильтрации газа при тех же граничных условиях.

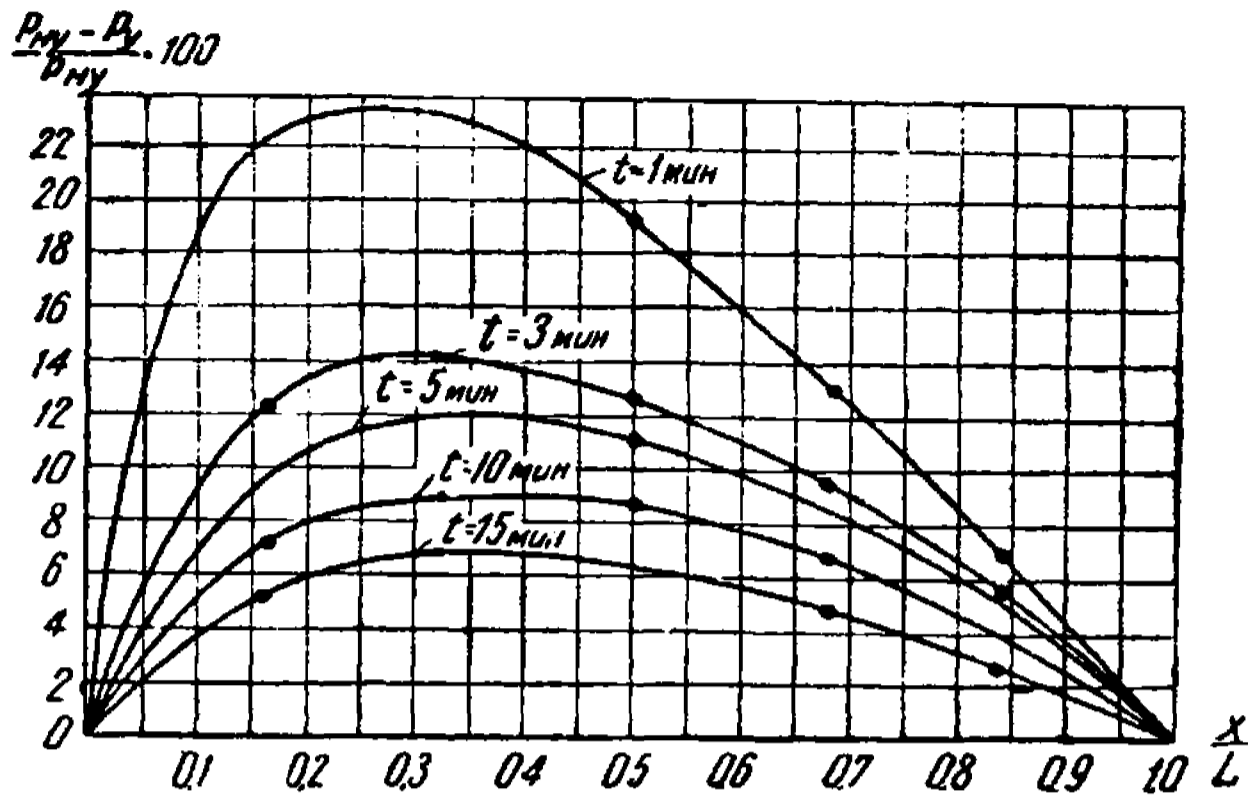


Фиг. 59. Сопоставление кривых распределения давления по длине пласта при неустановившейся  $p_{ну}$  и установившейся  $p_y$  линейной фильтрации газа. Данные для построения кривых взяты из табл. 56.

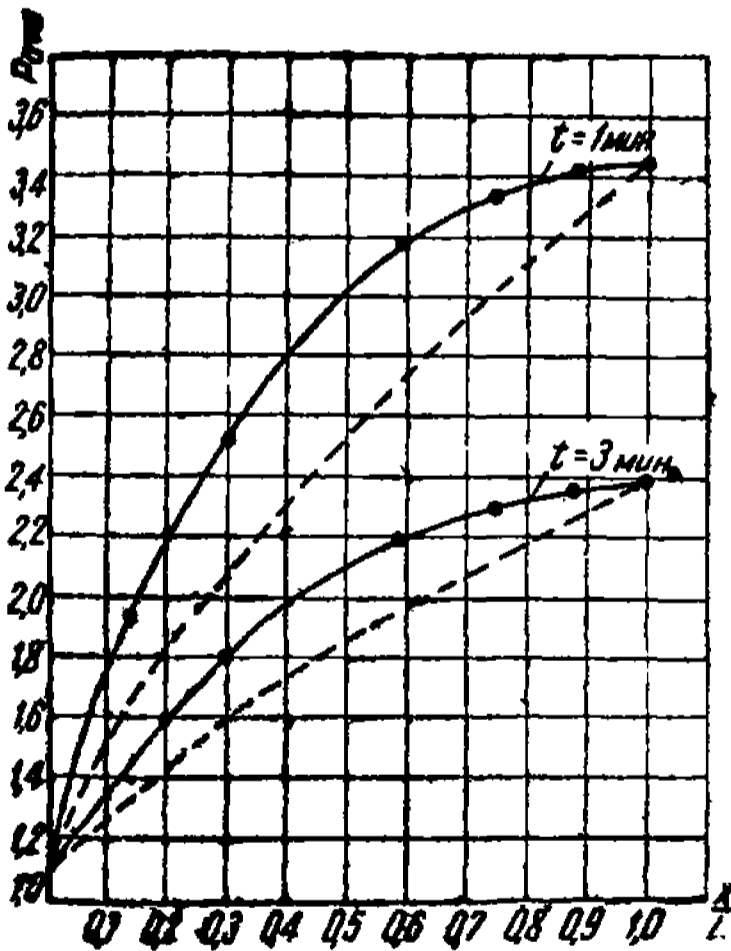
Сплошными линиями показано распределение давления при неустановившейся фильтрации газа (опыты Д. С. Вилькера в 1928 г.). Пунктирными линиями показано распределение давления в случае установившейся фильтрации газа при тех же граничных условиях.

На фиг. 58 и 59 сопоставлены кривые распределения давления по длине пласта в случаях установившегося и неустановившегося движения газа

На фиг. 60 показаны кривые изменения величины  $\frac{p_{ну} - p_y}{p_{ну}} 100$  (в %) по длине пласта в различные моменты времени  $t$ , отсчитываемого с

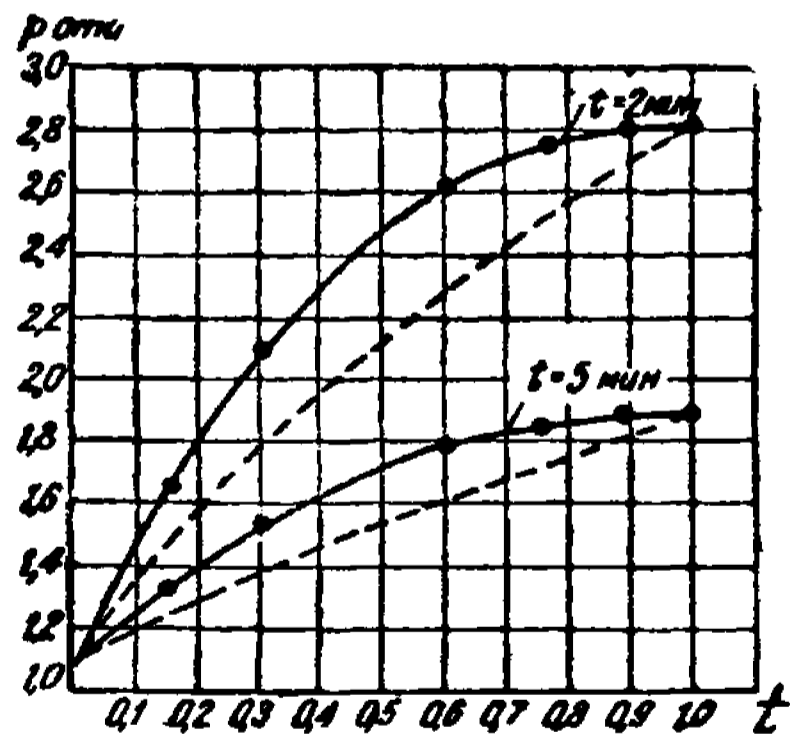


Фиг. 60. Величина ошибок, допускаемых при рассмотрении неустановившейся линейной фильтрации как непрерывной последовательности стационарных состояний. Данные для построения кривых взяты из табл. 56 (опыты Д. С. Вилькера, 1928 г.).



Фиг. 61. Сопоставление кривых распределения давления по длине пласта при неустановившейся  $p_{ny}$  и установившейся  $p_y$  линейной фильтрации газа.

Сплошными линиями показано распределение давления при неустановившейся фильтрации газа (опыты Д. С. Вилькера в 1928 г.). Пунктирными линиями показано распределение давления в случае установившейся фильтрации газа при тех же граничных условиях.



Фиг. 62. Сопоставление кривых распределения давления по длине пласта при неустановившейся  $p_{ny}$  и установившейся  $p_y$  линейной фильтрации газа. Данные для построения кривых взяты из табл. 56.

Сплошными линиями показано распределение давления при неустановившейся фильтрации газа (опыты Д. С. Вилькера в 1928 г.). Пунктирными линиями показано распределение давления в случае установившейся фильтрации газа при тех же граничных условиях.

Таблица 51

Сопоставление распределения давления по длине пласта при неустановившейся  $p_{ny}$  линейной фильтрации газа с распределением давления при установившемся  $p_y$  движении газа при тех же граничных условиях

Время $t$ , мин.	Длина $\frac{x}{L}$	Давления, <i>ата</i>			$\frac{p_{ny} - p_y}{p_{ny}} 100$ , %	$\epsilon = \frac{p_0}{p_k}$
		$p_k$	$p_y$	$p_{ny}$		
1	0,15	3,456	1,679	1,94	13,45	0,318
1	0,30	3,456	2,105	2,52	16,47	0,318
1	0,59	3,456	2,746	3,195	14,05	0,318
1	6,75	3,456	3,043	3,338	8,837	0,318
1	0,88	3,456	3,263	3,436	5,034	0,318
1	1,0	3,456	3,456	3,456	0	0,318
2	0,15	2,820	1,420	1,64	9,148	0,391
2	0,30	2,820	1,798	2,090	13,99	0,391
2	0,59	2,820	2,277	2,610	12,74	0,391
2	0,75	2,820	2,503	2,740	8,649	0,391
2	0,88	2,820	2,672	2,790	4,229	0,391
2	1,0	2,820	2,820	2,820	0	0,391
3	0,15	2,395	1,375	1,525	9,862	0,459
3	0,30	2,395	1,602	1,816	11,76	0,459
3	0,59	2,395	1,97	2,220	11,26	0,459
3	0,75	2,395	2,146	2,310	7,099	0,459
3	0,88	2,395	2,279	2,370	3,856	0,459
3	1,00	2,395	2,392	2,395	0	0,459
5	0,15	1,87	1,246	1,345	7,36	0,588
5	0,30	1,87	1,377	1,53	10,01	0,588
5	0,59	1,87	1,549	1,76	9,125	0,588
5	0,75	1,87	1,710	1,85	7,567	0,588
5	0,88	1,87	1,795	1,86	3,516	0,588
5	1,0	1,87	1,87	1,87	0	0,588

Дополнительные точки, взятые из построенных кривых

1	0,4	3,456	2,32	2,8	17,1	0,318
1	0,5	3,456	2,54	3,03	16,17	0,318
2	0,4	2,82	1,95	2,3	15,21	0,391
2	0,5	2,82	2,12	2,48	14,5	0,391
3	0,4	2,395	1,74	1,98	12,12	0,459
3	0,5	2,395	1,87	2,12	11,80	0,459
5	0,4	1,87	1,46	1,62	9,80	0,588
5	0,5	1,87	1,54	1,70	9,40	0,588

Начальное пластовое давление  $p_n = 4,05$  ата. Давление на выходе газа  $p_0 = 1,1$  ата. Данные о неустановившейся фильтрации взяты из опытов И. П. Москалькова, проведенных в 1931—1932 гг. в ГИНИ.

Таблица 59

**Сопоставление распределения давления по длине пласта при неустановившейся  $p_{ny}$  линейной фильтрации газа с распределением давления при установившемся  $p_y$  движении газа при тех же граничных условиях**

Время $t$ , мин.	Длина $\frac{x}{L}$	Давления, ата			$\frac{p_{ny} - p_y}{p_{ny}} 100$ , %	$\frac{p_{ny} - p_y}{p_k - p_0} 100$ , %	$\epsilon = \frac{p_0}{p_k}$
		$p_k$	$p_y$	$p_{ny}$			
1	0,14	2,50	1,333	1,507	11,53	11,78	0,410
1	0,3	2,50	1,616	1,90	14,94	19,59	0,410
1	0,6	2,50	2,042	2,338	12,67	20,08	0,410
1	0,88	2,50	2,372	2,49	4,739	7,994	0,410
1	1,0	2,50	2,50	2,50	0	0	0,410
2	0,14	2,17	1,245	1,356	8,186	9,733	0,472
2	0,3	2,17	1,465	1,665	11,99	17,43	0,472
2	0,6	2,17	1,802	2,03	11,24	19,43	0,472
2	0,88	2,17	2,066	2,160	4,351	8,209	0,472
2	1,0	2,17	2,170	2,170	0	0	0,472
3	0,14	1,93	1,194	1,264	5,538	7,728	0,531
3	0,3	1,93	1,361	1,520	10,45	17,53	0,531
3	0,6	1,93	1,630	1,805	9,706	19,34	0,531
3	0,88	1,93	1,845	1,915	3,645	7,706	0,531
3	1,0	1,93	1,930	1,930	0	0	0,531
5	0,14	1,60	1,124	1,170	3,932	7,944	0,640
5	0,3	1,60	1,228	1,33	7,654	17,58	0,640
5	0,6	1,60	1,402	1,520	7,789	20,45	0,640
5	0,88	1,60	1,546	1,605	3,676	10,19	0,640
5	1,0	1,60	1,604	1,604	0	0	0,640
10	0,14	1,25	1,059	1,08	1,935	4,28	0,820
10	0,3	1,25	1,097	1,13	3,010	14,6	0,820
10	0,88	1,25	1,225	1,24	1,209	6,66	0,820
10	1,0	1,25	1,250	1,25	0	0	0,820
15	0,14	1,15	1,043	1,05	0,619	5,2	0,892
15	0,3	1,15	1,065	1,07	0,514	4,32	0,892
15	0,6	1,15	1,102	1,1	—	—	0,892
15	0,88	1,15	1,136	1,175	3,302	31,04	0,892
15	1,0	1,15	1,15	1,15	—	—	0,892

Дополнительные точки, взятые из построенных кривых

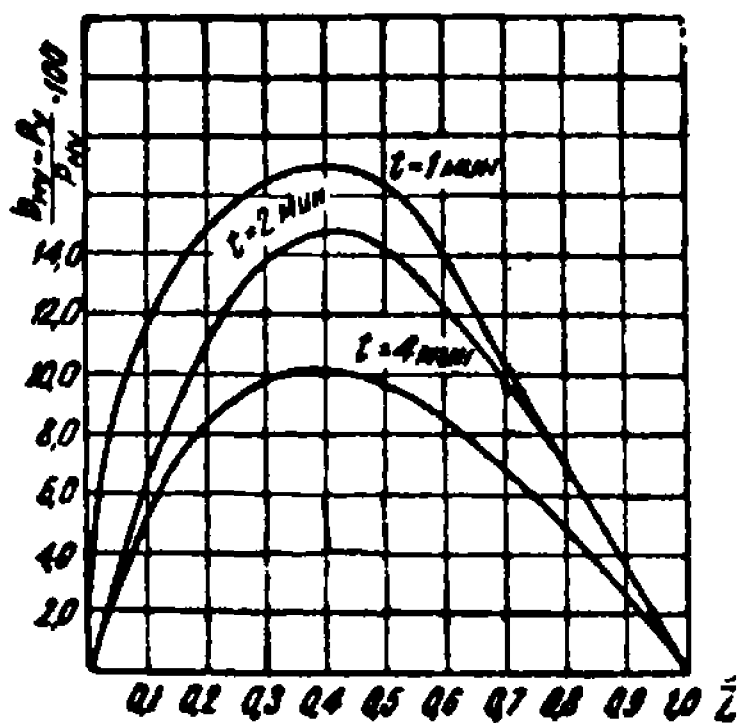
1	0,4	2,5	1,77	2,08	15,38	—	0,410
1	0,5	2,5	1,91	2,23	14,35	—	0,410
2	0,4	2,17	1,58	1,80	12,22	—	0,472
2	0,5	2,17	1,7	1,92	11,45	—	0,472
3	0,4	1,93	1,44	1,63	11,65	—	0,531
3	0,5	1,93	1,54	1,72	10,46	—	0,531
5	0,4	1,60	1,29	1,41	8,51	—	0,640
5	0,5	1,60	1,35	1,47	8,16	—	0,640
10	0,4	1,25	1,12	1,17	4,27	—	0,820

Начальное пластовое давление  $p_n = 2,717$  ата. Давление на выходе газа  $p_0 = 1,025$  ата. Данные о неустановившейся фильтрации взяты из опытов И. П. Москалькова, проведенных в 1931—1932 гг. в ГИНИ.

начала истечения газа. Данные для построения приведенных на фиг. 58, 59 и 60 кривых взяты из табл. 56.

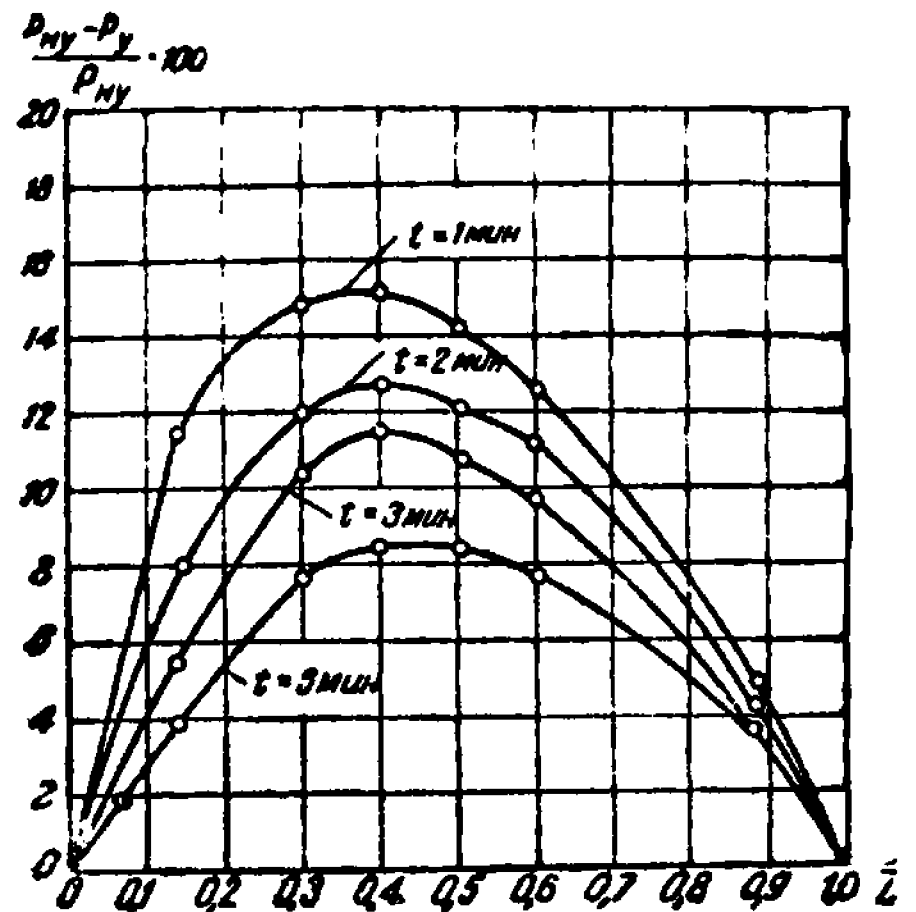
В табл. 58 и 59 приведены результаты сопоставления вычисленных по формуле (20, XII) значений давления  $p_y$  в различных точках пласта с фактическими значениями давлений  $p_{ny}$ , взятыми из экспериментов И. П. Москалькова, проведенных в 1931—1932 гг. в ГИНИ.

На фиг. 61 и 62 сопоставлены кривые распределения давления по длине пласта при неустановившейся и установившейся линейной фильтрации газа.



Фиг. 63. Кривые, показывающие величину ошибок, допускаемых при рассмотрении неустановившейся линейной фильтрации как непрерывной последовательности стационарных состояний.

Начальное давление  $p_n = 4,05 \text{ ата}$ ,  
 $p_0 = 1,1 \text{ ата}$ .



Фиг. 64. Кривые, показывающие величину ошибок, допускаемых при рассмотрении неустановившейся линейной фильтрации как непрерывной последовательности стационарных состояний. Начальное давление  $p_n = 2,717 \text{ ата}$ ,  
 $p_0 = 1,025 \text{ ата}$ .

На фиг. 63 и 64 приведены кривые изменения величины  $\frac{p_{ny} - p_y}{p_{ny}} \cdot 100$  (в %) по длине пласта в различные моменты времени  $t$ .

Кривые фиг. 63 и 64 показывают величину ошибки, допускаемой при рассмотрении неустановившейся линейной фильтрации газа, как непрерывной последовательности стационарных состояний. Данные для построения кривых, приведенных на фиг. 61, 62 и 63, взяты из табл. 58; кривые фиг. 64 построены по данным табл. 59.

В табл. 60 приведены результаты сопоставления вычисленных по формуле (20, XII) значений давления  $p_y$  в различных точках пласта с фактическими значениями давлений  $p_y$ , взятыми нами из протокола экс-

периментальных исследований Д. С. Вилькера, проведенных в МГУ в 1932—1933 г.<sup>1</sup>

Таблица 60

Сопоставление распределения давлений по длине пласта при неустановившейся  $p_{ny}$  линейной фильтрации газа с распределением давления при установившемся  $p_y$  движении газа при тех же граничных условиях

Время $t$ , мин.	Длина $\frac{x}{L}$	Давления, ата				$\frac{p_{ny} - p_y}{p_{ny}} 100$ , %	$\varepsilon = \frac{p_0}{p_k}$
		$p_k$	$p_0$	$p_y$	$p_{ny}$		
1	1/3	8,981	8,850	8,894	8,928	0,38	0,985
3	1/3	8,412	8,283	8,326	8,361	0,41	0,985
5	1/3	7,902	7,759	7,807	7,829	0,28	0,982
10	1/3	6,752	6,615	6,660	6,691	0,47	0,980
15	1/3	5,807	5,657	5,707	5,737	0,52	0,974
30	1/3	3,854	3,729	3,771	3,793	0,57	0,968
45	1/3	2,720	2,615	2,649	2,669	0,76	0,961
53	1/3	2,252	2,161	2,192	2,204	0,56	0,960
60	1/3	2,012	1,929	1,958	1,966	0,42	0,959
70	1/3	1,752	1,684	1,707	1,712	0,24	0,961
80	1/3	1,565	1,512	1,529	1,535	0,35	0,966
100	1/3	1,331	1,301	1,311	1,310	0,042	0,978
120	1/3	1,208	1,171	1,184	1,180	0,36	0,970
140	1/3	1,139	1,129	1,132	1,131	0,12	0,991
1	2/3	8,981	8,850	8,937	8,965	0,30	0,985
3	2/3	8,412	8,283	8,370	8,389	0,23	0,985
5	2/3	7,902	7,759	7,856	7,869	0,17	0,982
10	2/3	6,752	6,615	6,703	6,729	0,38	0,980
15	2/3	5,807	5,657	5,758	5,782	0,42	0,974
30	2/3	3,854	3,729	3,812	3,834	0,57	0,968
45	2/3	2,720	2,615	2,683	2,699	0,60	0,961
53	2/3	2,252	2,161	2,222	2,233	0,49	0,960
60	2/3	2,012	1,929	1,985	1,995	0,48	0,959
70	2/3	1,752	1,684	1,731	1,737	0,39	0,961
80	2/3	1,565	1,512	1,547	1,543	0,26	0,966
100	2/3	1,331	1,301	1,321	1,322	0,08	0,978
120	2/3	1,208	1,171	1,196	1,205	0,08	0,970
140	2/3	1,139	1,129	1,136	1,137	0,09	0,991

Начальное пластовое давление 9,25 ата. Давление на выходе —  $p_0$ . Данные о неустановившейся фильтрации взяты из протокола опытов Д. С. Вилькера, проведенных в 1932—1933 гг. в МГУ.

Анализ табл. 56—60 и фиг. 58—64 показывает:

1. Эпюра давления при неустановившейся фильтрации газа всегда располагается выше, чем в случае установившейся фильтрации при тех же граничных условиях.

<sup>1</sup> Протокол опытов был любезно предоставлен Д. С. Вилькером в наше распоряжение. Приводимые в табл. 60 данные до сих пор не опубликованы.

2. Чем меньше значение  $\varepsilon = \frac{d_0}{p_k}$  или чем больше депрессия  $(p_k - p_0)$  и меньше время  $t$ , прошедшее с начала истечения газа, тем больше разница между давлениями при неустановившейся  $p_{ну}$  и установившейся  $p_y$  фильтрации газа при тех же граничных условиях. Так, например, в опытах И. П. Москалькова (см. табл. 59) при  $t = 1$  мин.,  $\frac{x}{L} = 0,30$  и  $\varepsilon = 0,410$  давление  $p_{ну} = 1,90$  ата, тогда как в случае установившегося течения давление в том же сечении  $p_y = 1,62$  ата, что дает разницу  $\sim 14,9\%$ . При  $t = 15$  мин.,  $\varepsilon = 0,820$  и том же значении  $\frac{x}{L}$   $p_{ну} = 1,07$  ата, а  $p_y = 1,065$  ата; разница между ними составляет лишь  $\sim 0,5\%$ . В опытах Д. С. Вилькера (см. табл. 57), проведенных в ГИНИ, при  $t = 1$  мин.,  $\frac{x}{L} = 0,16$  и  $\varepsilon = 0,324$  давление  $p_{ну} \cong 2,01$  ата, тогда как при установившейся фильтрации давление в том же сечении  $p \cong 1,54$  ата; разница между ними составляет  $\sim 23,4\%$ .

3. При значениях  $\varepsilon$ , близких к единице, характерных для опытов, проведенных Д. С. Вилькером в МГУ в 1933 г. (см. табл. 60), распределение давления по длине пласта практически совпадает с распределением давления в случае установившейся фильтрации газа при тех же граничных условиях. Как видно из табл. 60, максимальное отклонение  $p_{ну}$  от  $p_y$  в условиях указанных опытов Д. С. Вилькера составляет  $0,76\%$ .

4. При одинаковых давлениях на границах пласта максимальная ошибка при определении распределения давления по длине пласта наблюдается не в середине пласта, а ближе к месту выхода газа (см. фиг. 60, 63 и 64).

До сих пор мы сопоставляли значения давлений  $p_{ну}$  и  $p_y$  при одинаковых граничных условиях, т. е. при определении  $p_y$  в формулу (20, XII) подставляли экспериментальные значения контурного давления  $p_k$ . Рассмотрим, каковы будут отклонения от экспериментальных данных величин контурного давления  $p_{кс}$ , вычисленных по методу последовательной смены стационарных состояний, изложенному нами в § 3, и сопоставим их с соответствующими отклонениями значений контурного давления  $p_{кд}$ , вычисленных по формулам акад. Л. С. Лейбензона, приведенным в § 2 настоящей главы.

При вычислении значений  $p_{кс}$  и  $p_{кд}$  в опытах И. П. Москалькова (первая серия опытов) в качестве исходных были приняты следующие данные:

начальные давления  $p_n = 4,05$  и  $2,72$  ата;

давление на выходе газа  $p_0 = 1,1$  ата;

длина пласта  $L = 1713$  см;

площадь поперечного сечения пласта  $f = 192$  см<sup>2</sup>;

пористость пласта  $m = 0,3765$ ;

абсолютная вязкость воздуха  $\mu = 1,83 \cdot 10^{-6}$  кг сек/м<sup>2</sup>.

К сожалению, в опытах И. П. Москалькова, как и в опытах Д. С. Вилькера, проницаемость пласта не определялась; это объясняется тем, что понятие о коэффициенте проницаемости пористой среды было введено позже. В связи с этим для определения коэффициента  $k$

проницаемости пласта мы воспользовались приведенными И. П. Москальковым [5] данными о коэффициенте  $K$  и величине эффективного диаметра песчинок.

И. П. Москальков обрабатывал результаты проведенных экспериментальных исследований, исходя из теории Сликтера [46]. Коэффициент  $K$  обозначен Л. С. Лейбензоном [7] буквой  $\sigma$ :

$$K = \sigma = \frac{1-m}{n^2},$$

где  $n$  — величина просвета (точнее, просветности).

По данным И. П. Москалькова в первой серии опытов коэффициент  $K = \sigma \cong 24,9$ . Величина эффективного диаметра песчинок, определенная из опытов по *установившемуся* движению, составила  $d_e = 0,243$  мм и оказалась близкой к значению  $d'_e = 0,22$  мм, определенному по данным механического анализа песка.

Из общего выражения для коэффициента проницаемости (см. главу XIII, § 2) имеем:  $k = d_e^2 \cdot S_1$ .

Принимая  $d_e = 0,243$  мм и значение числа  $S_1$  из теории Сликтера (поскольку именно на основе *этой* теории было определено значение  $d_e$ ), получим:

$$k = d_e^2 \cdot S_1 = d_e^2 \frac{1}{96 \cdot \sigma} = \frac{0,0243^2}{96 \cdot 24,9} = 24,7 \cdot 10^{-8} \text{ см}^2 \cong 24,2 \text{ дарси.}$$

Итак, проницаемость пласта при проведении первой серии опытов И. П. Москалькова составляла  $k = 24,2$  дарси.

При вычислении значений  $p_{кс}$  и  $p_{кл}$  в опытах Д. С. Вилькера, проведенных в ГИНИ в 1928 г., в качестве исходных были приняты следующие данные:

начальные давления  $p_n = 3,11$  и  $2,44$  ата;

давление на выходе газа  $p_0 = 1,03$  ата;

длина пласта  $L = 31,1$  м;

площадь поперечного сечения пласта  $j = 80,75$  см<sup>2</sup>;

пористость пласта  $m = 0,387$ ;

проницаемость пласта  $k = 26,6$  дарси;

абсолютная вязкость воздуха  $\mu = 1,85 \cdot 10^{-6}$  кг сек/м<sup>2</sup>.

Величина проницаемости пласта  $k = 26,6$  дарси была определена тем же путем, что и в опытах И. П. Москалькова, при этом на основе указания акад. Л. С. Лейбензона (см. [3]) мы приняли коэффициент  $K = \sigma = 22,6$  и эффективный диаметр песчинок  $d_e = 0,243$  мм.

В табл. 61 приведены соответствующие результаты вычислений.

Как видно из табл. 61, отклонения определенных по нашим формулам (§ 3) значений контурного давления  $p_{ке}$  от соответствующих экспериментальных данных невелики. Величина этих отклонений в большинстве случаев несколько больше, чем отклонения соответствующих значений  $p_{кл}$ , вычисленных по формулам акад. Л. С. Лейбензона. Если учесть, что на практике значения коэффициентов  $k$ ,  $m$  и  $j$ , входящих в расчетные формулы, известны лишь приближенно, то *полученные методом последовательной смены стационарных состояний результаты можно считать вполне удовлетворительными.*

Сопоставление падения контурного давления  $p_k$  в опытах И. П. Москалькова и Д. С. Вилькера, проведенных в 1931—1932 гг. в ГИНИ, со значениями контурного давления, определенными по формулам Л. С. Лейбензона  $p_{кд}$  и по методу последовательной смены стационарных состояний  $p_{кс}$

Время $t$ , мин.	Давление на контуре, ата			$\frac{p_k - p_{кд}}{p_k} 100$ , %	$\frac{p_k - p_{кс}}{p_k} 100$ , %	$\varphi$	$10^2 y$	$\tau$	$\varepsilon = \frac{p_0}{p_k}$
	$p_k$	$p_{кд}$	$p_{кс}$						

Опыты И. П. Москалькова. Давления  $p_n = 4,05$  ата,  $p_0 = 1,1$  ата

1	3,456	3,37	3,34	2,60	— 3,47	0,7986	7,692	1,339	0,318
2	2,820	2,70	2,94	4,24	— 4,25	0,5830	1,019	1,582	0,391
3	2,395	2,29	2,65	4,58	— 6,25	0,4389	0,196	1,825	0,459
5	1,870	1,82	2,06	2,68	—10,15	0,2940	0,0148	2,311	0,588

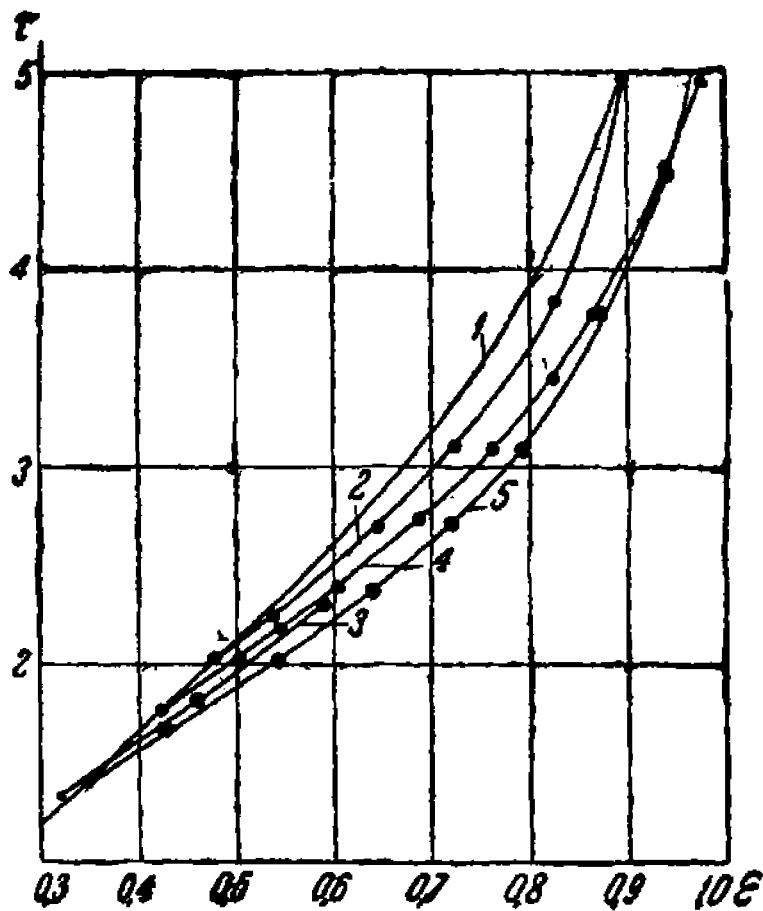
Опыты И. П. Москалькова. Давления  $p_n = 2,72$  ата,  $p_0 = 1,03$  ата

1	2,50	2,48	2,42	0,80	— 3,20	0,8700	16,074	1,999	0,412
2	2,17	2,12	2,14	2,30	— 1,38	0,6749	3,272	2,026	0,475
3	1,93	1,86	1,96	3,63	— 1,55	0,5320	0,803	2,252	0,533
5	1,60	1,54	1,67	3,75	— 4,37	0,3370	0,072	2,706	0,644
10	1,25	1,21	1,31	3,20	— 4,80	0,1304	0,000	3,840	0,825
15	1,15	1,10	1,16	4,35	— 0,87	0,0071	0,090	4,974	0,895

Продолжение табл. 61

Время <i>t</i> , мин.	Давление на конгуре, ата			$\frac{p_k - p_{k\kappa}}{p_k} 100,$ %	$\frac{p_k - p_{k\kappa c}}{p_k} 100,$ %	$\varphi$	$10^3 \gamma$	$\tau$	$\epsilon = \frac{p_0}{p_k}$
	$p_k$	$p_{k\kappa}$	$p_{k\kappa c}$						
Опыты Д. С. Вилькера. Давления $p_n = 311$ ата, $p_0 = 1,03$ ата									
1	3,081	3,087	3,03	-0,13	-1,62	0,986	49,59	1,397	0,334
3	2,72	2,763	2,75	-1,51	-1,10	0,813	13,69	1,534	0,378
5	2,42	2,452	2,45	-1,16	-1,24	0,670	2,534	1,675	0,425
7	2,18	2,225	2,31	-2,16	-5,96	—	—	1,816	0,473
10	1,91	1,937	2,08	-1,57	-8,90	—	—	2,027	0,540
15	1,62	1,641	1,81	-1,61	-11,73	—	—	2,379	0,638
20	1,43	1,457	1,60	-1,60	-11,89	—	—	2,731	0,720
25	1,31	1,335	1,48	-2,22	-12,98	—	—	3,083	0,791
35	1,18	1,190	1,30	-0,68	-10,17	—	—	3,786	0,871
45	1,10	1,114	1,19	-1,46	-8,18	—	—	4,490	0,939
60	1,05	1,058	1,11	-0,47	-5,71	—	—	5,546	0,977
Опыты Д. С. Вилькера. Давления $p_n = 2,442$ ата, $p_0 = 1,03$ ата									
1	2,427	2,421	2,353	0,25	3,05	0,991	58,85	1,761	0,419
3	2,268	2,244	2,179	1,06	3,92	0,878	21,61	1,898	0,454
5	2,065	2,070	2,050	-0,24	0,73	0,735	8,50	2,039	0,498
7	1,906	1,906	1,953	0	-2,47	0,621	3,551	2,180	0,541
10	1,713	1,713	1,775	0	-3,62	—	—	2,391	0,602
15	1,505	1,492	1,597	0,86	-6,11	0,337	0,171	2,743	0,685
20	1,350	1,350	1,458	0	-8,00	0,227	0,0333	3,095	0,763
25	1,253	1,255	1,362	-0,16	-8,70	—	—	3,447	0,822
30	1,188	1,189	1,220	-0,084	-2,69	—	—	3,798	0,865
40	1,094	1,110	1,140	-1,46	-4,20	—	—	4,502	0,941
45	1,057	1,086	1,087	-2,74	-2,84	—	—	4,854	0,975

В табл. 61 приведены также значения  $\varepsilon = \frac{p_0}{p_k}$  и безразмерного времени  $\tau$ , вычисленного по формулам (33, XII), (30, XII) и (28, XII), причем при определении значений  $\tau'$  и постоянной  $\alpha$  величины  $t$ ,  $k$ ,  $p_H$ ,  $p_0$ ,  $m$ ,  $\mu$  и  $L$  брались из экспериментальных данных И. П. Москалькова и Д. С. Вилькера.



Фиг. 65. Зависимость безразмерного времени  $\tau$  от величины  $\varepsilon$  в опытах Д. С. Вилькера и И. П. Москалькова.

$$\tau = \frac{3kr_0\rho_{at}}{m\mu L^2} t + \frac{(p_H + 2p_0)p_0}{(p_H + p_0)^2} + \frac{3}{2} \ln \frac{p_H + p_0}{p_H - p_0}; \quad \varepsilon = \frac{p_0}{p_k}$$

1 — теоретическая кривая  $\tau = \tau(\varepsilon)$ , построенная по формуле (34, XII), 2 — кривая  $\tau = \tau(\varepsilon)$ , построенная по данным опытов И. П. Москалькова при начальном давлении  $p_H = 2,72 \text{ ата}$  и давлении на выходе  $p_0 = 1,03 \text{ ата}$ ; 3 — кривая  $\tau = \tau(\varepsilon)$ , построенная по данным опытов И. П. Москалькова при начальном давлении  $p_H = 4,05 \text{ ата}$  и давлении на выходе  $p_0 = 1,1 \text{ ата}$ ; 4 — кривая  $\tau = \tau(\varepsilon)$ , построенная по данным опытов Д. С. Вилькера при начальном давлении  $p_H = 2,44 \text{ ата}$  и давлении на выходе  $p_0 = 1,03 \text{ ата}$ ; 5 — кривая  $\tau = \tau(\varepsilon)$ , построенная по данным опытов Д. С. Вилькера при начальном давлении  $p_H = 3,11 \text{ ата}$  и давлении на выходе  $p_0 = 1,03 \text{ ата}$ .

вращения  $\tilde{p}$  в случаях неустановившейся  $p_{ну}$  и установившейся  $p_y$  линейной фильтрации газа при одинаковых граничных условиях.

В табл. 62 приведены значения средних давлений  $p_{ну}$ , имеющих место в опытах Д. С. Вилькера, проведенных в ГИНИ в 1928 г.

На фиг. 65 показаны кривые  $\tau = \tau(\varepsilon)$ , проведенные через экспериментальные точки, координаты которых взяты из табл. 61.

Рассмотрение фиг. 65 показывает, что экспериментальные точки располагаются на *четыре* кривых, не совпадающих с проходящей выше их теоретической кривой, построенной по значениям  $\tau$  и  $\varepsilon$ , приведенным в табл. 50. (см. § 3 настоящей главы). *Каждый опыт* описывается на диаграмме  $\tau - \varepsilon$  в виде отдельной кривой, в то время как на диаграмме  $\varphi - y$  (см. фиг. 57) каждый *пласт* описывается своей кривой, и рассматриваемые опыты И. П. Москалькова и Д. С. Вилькера изображаются в виде *двух* кривых.

В свете изложенного на наш взгляд можно считать, что кривые  $\varphi = \varphi(y)$ , как и все решение акад. Л. С. Лейбензона, являются более универсальными и лучше отражают действительное течение процесса неустановившейся линейной фильтрации газа, чем кривая  $\tau = \tau(\varepsilon)$ , полученная нами при рассмотрении неустановившегося движения газа в пористой среде как непрерывной последовательности стационарных состояний.

Рассмотрим вопрос о величине средневзвешенного по объему да-

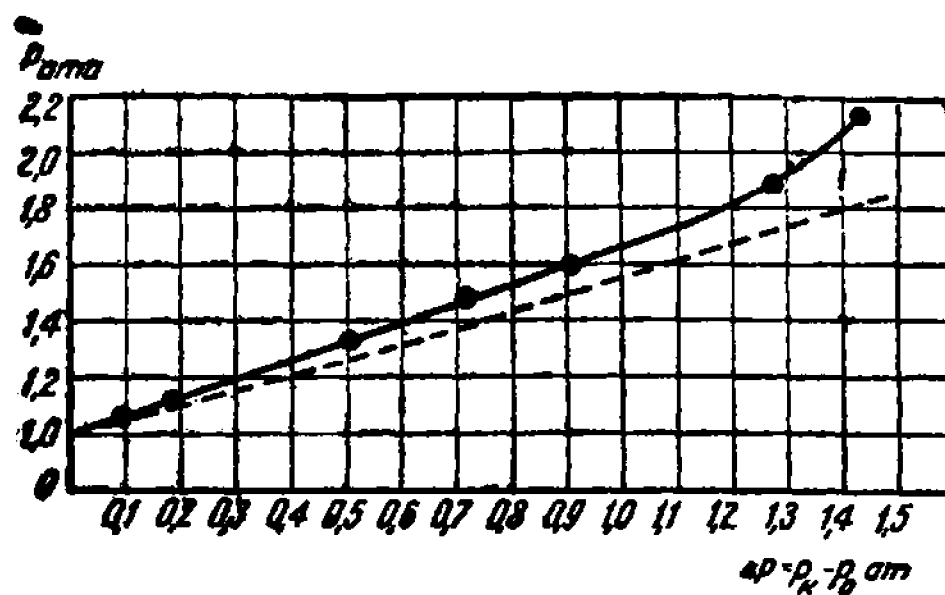
Таблица 62

Сопоставление значений средних давлений при неустановившейся  $\tilde{p}_{ну}$  и установившейся  $\tilde{p}_у$  линейной фильтрации газа

Начальное давление $p_n = 1035$ мм (табл. 56)					Начальное давление $p_n = 1528$ мм (табл. 57)				
Время $t$ , мин.	Давления, ата			$\frac{\tilde{p}_{ну} - \tilde{p}_у}{\tilde{p}_{ну}} 100$ , %	Время $t$ , мин.	Давления, ата			$\frac{\tilde{p}_{ну} - \tilde{p}_у}{\tilde{p}_{ну}} 100$ , %
	$p_k$	$\tilde{p}_у$	$\tilde{p}_{ну}$			$p_k$	$\tilde{p}_у$	$\tilde{p}_{ну}$	
1	2,427	1,813	2,114	14,25	1	3,083	2,219	2,584	8,51
3	2,268	1,716	1,885	8,99	3	2,722	1,994	2,222	6,41
5	2,065	1,594	1,729	7,79	5	2,424	1,811	1,985	4,88
7	1,906	1,499	1,613	7,05	7	2,178	1,660	1,805	3,74
10	1,713	1,388	1,477	6,02	10	1,907	1,501	1,615	2,64
15	1,505	1,269	1,325	4,25	15	1,615	1,332	1,405	1,61
20	1,350	1,183	1,229	3,73	20	1,434	1,230	1,292	1,06
25	1,253	1,130	1,166	3,06	25	1,306	1,160	1,203	0,71
30	1,188	1,096	1,123	2,37	35	1,182	1,093	1,123	0,40
40	1,094	1,045	1,071	2,42	45	1,098	1,049	1,069	0,21
45	1,057	1,031	1,041	0,914	60	1,053	1,021	1,044	0,11

Значения  $p_{ну}$  взяты из опытов Д. С. Вилькера в ГИНИ (1928 г.). Давление на выходе газа  $p_0 = 1$  ата.

Фиг. 66. Зависимость среднего давления  $\tilde{p}$  от депрессии ( $p_k - p_0$ ) в случаях линейной неустановившейся  $\tilde{p}_{ну}$  и установившейся  $\tilde{p}_у$  фильтрации газа. Кривые построены по данным табл. 62 (опыты Д. С. Вилькера, 1928 г.). Начальное давление  $p_n = 1035$  мм рт. столба.



Сплошная линия отвечает неустановившейся фильтрации; пунктирная — установившейся фильтрации при тех же граничных условиях:

Помещенные в таблице значения  $\tilde{p}_{ну}$  определялись нами путем графического интегрирования соответствующих экспериментальных кривых Д. С. Вилькера. Значения  $\tilde{p}_у$  подсчитывались по формуле (22, XII). Величины контурного давления  $p_k$  взяты из табл. 56 и 57.

Давление на выходе газа  $p_0 = 1$  ата.

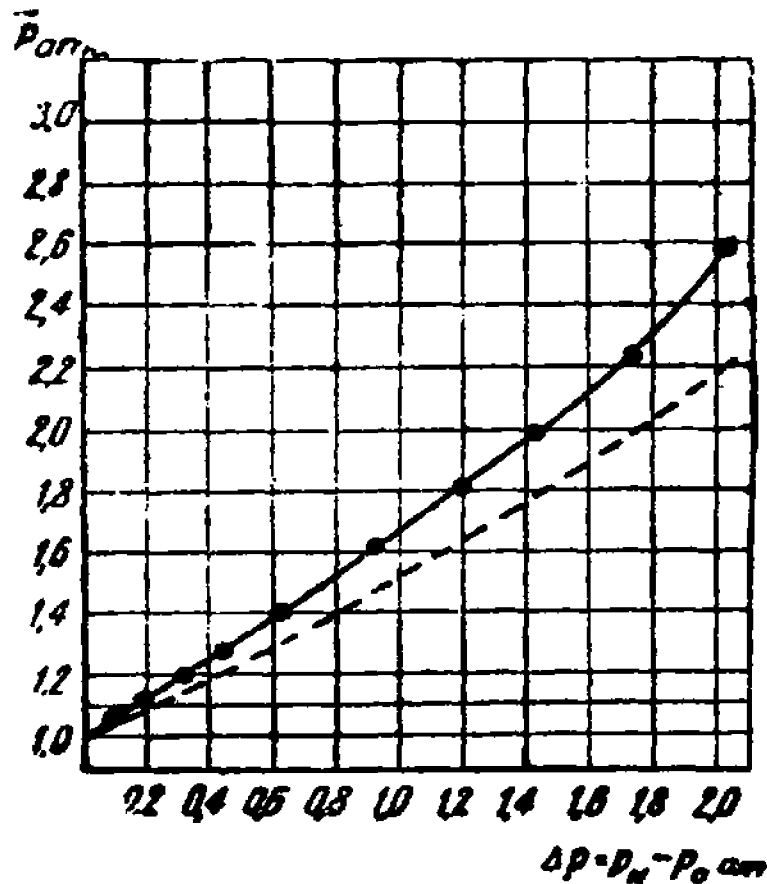
Таблица 63

Сопоставление значений средних давлений при неустановившейся  $\tilde{p}_{нy}$  и установившейся  $\tilde{p}_y$  линейной фильтрации газа

Начальное давление $p_k = 4,05$ ата (табл. 58) Давление на выходе $p_0 = 1,1$ ата					Начальное давление $p_k = 2,72$ ата (табл. 59) Давление на выходе $p_0 = 1,025$ ата				
Время $t$ , мин.	Давления, ата			$\frac{\tilde{p}_{нy} - \tilde{p}_y}{\tilde{p}_{нy}} 100$ , %	Время $t$ , мин.	Давления, ата			$\frac{\tilde{p}_{нy} - \tilde{p}_y}{\tilde{p}_{нy}} 100$ , %
	$p_k$	$\tilde{p}_y$	$\tilde{p}_{нy}$			$p_k$	$\tilde{p}_y$	$\tilde{p}_{нy}$	
1	3,456	2,475	2,768	10,58	1	2,50	1,865	2,060	9,50
2	2,820	2,086	2,291	8,94	2	2,17	1,665	1,822	8,59
3	2,395	1,828	1,985	7,93	3	1,93	1,523	1,645	7,43
5	1,870	1,518	1,626	6,64	5	1,60	1,335	1,412	5,42
					10	1,25	1,141	1,171	2,52
					15	1,15	1,086	1,099	1,14

На фиг. 66 и 67 показаны кривые зависимости среднего давления от депрессии  $(p_k - p_0)$  в случаях линейной неустановившейся  $\tilde{p}_{ну}$  и установившейся  $\tilde{p}_у$  фильтрации газа.

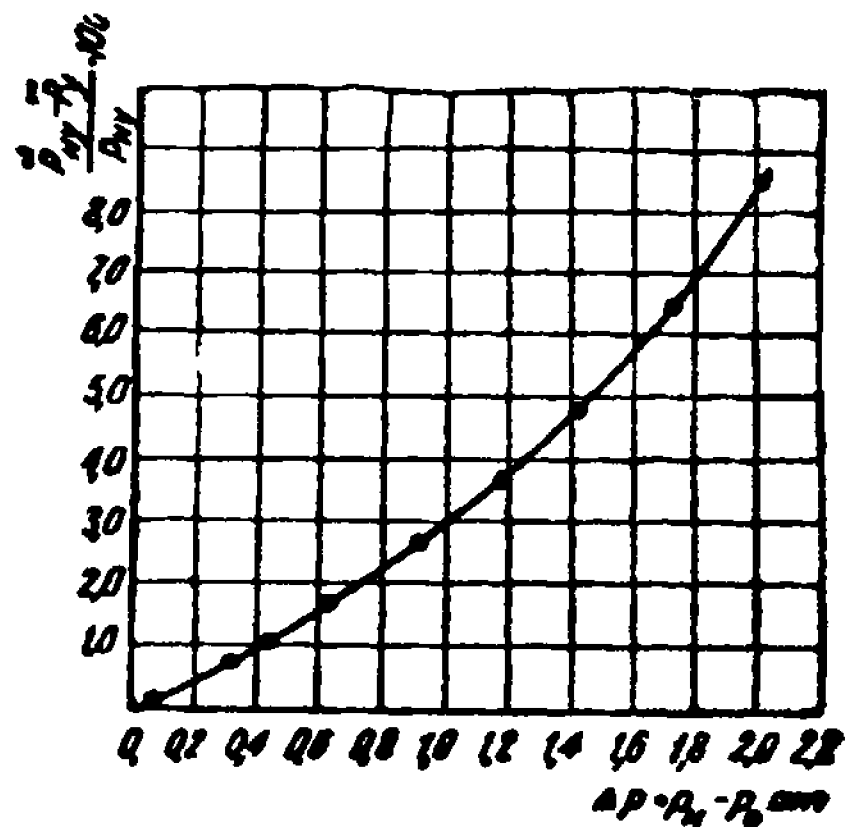
На фиг. 68 приведена кривая зависимости величины ошибки  $\frac{\tilde{p}_{ну} - \tilde{p}_у}{\tilde{p}_{ну}}$  в %, допускаемой при определении среднего давления  $\tilde{p}$  по формулам установившегося линейного движения газа, от депрессии.



Фиг. 67. Зависимость среднего давления  $\tilde{p}$  от депрессии  $(p_k - p_0)$  в случаях линейной неустановившейся  $\tilde{p}_{ну}$  и установившейся  $\tilde{p}_у$  фильтрации газа. Кривые построены по данным опытов Д. С. Вилькера, 1928 г. (табл. 62).

Начальное давление  $p_H = 1035$  мм рт. столба.

Сплошная линия отвечает неустановившейся фильтрации; пунктирная — установившейся фильтрации при тех же граничных условиях.



Фиг. 68. Зависимость от депрессии  $p_k - p_0$  величины ошибки  $\frac{\tilde{p}_{ну} - \tilde{p}_у}{\tilde{p}_{ну}}$ , допускаемой при определении среднего давления  $\tilde{p}$  по формулам установившейся линейной фильтрации газа.

Кривая построена по данным опытов Д. С. Вилькера (табл. 62). Начальное давление  $p_H = 1528$  мм рт. столба.

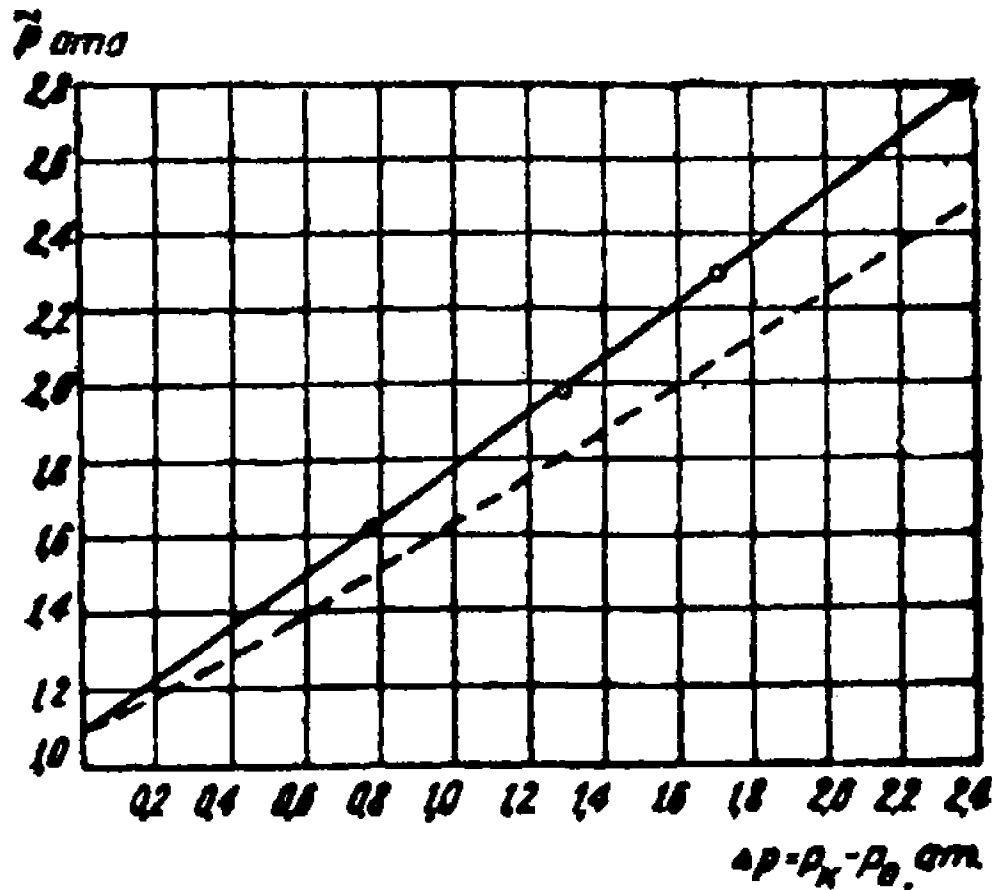
Сплошная линия отвечает неустановившейся фильтрации; пунктирная — установившейся фильтрации при тех же граничных условиях.

Помещенные на фиг. 66 — 68 кривые построены по данным табл. 62.

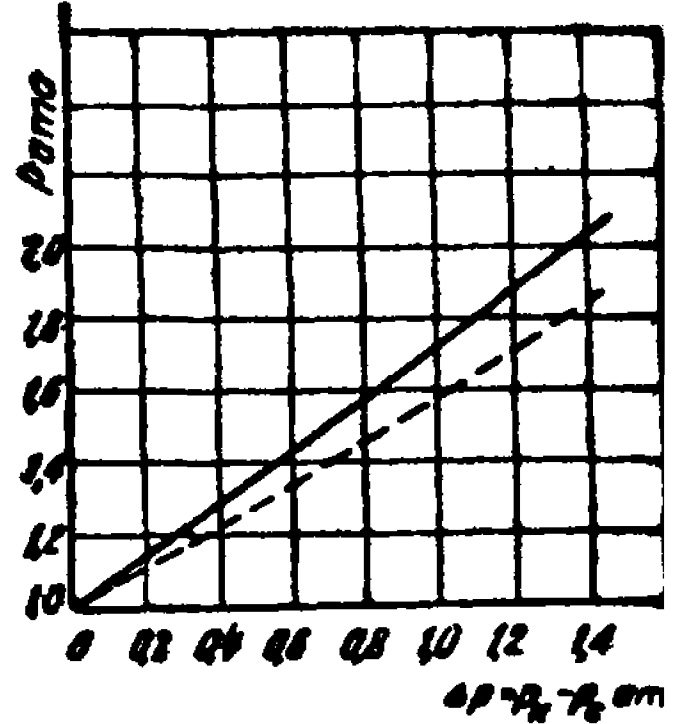
В табл. 63 приведены значения средних давлений  $\tilde{p}_{ну}$  в опытах И. П. Москалькова, проведенных в ГИНИ в 1931 — 1932 гг.

Помещенные в таблице значения  $\tilde{p}_{ну}$  определялись графическим интегрированием соответствующих экспериментальных кривых И. П. Москалькова. Значения  $\tilde{p}_у$  подсчитывались по формуле (22, XII). Величины контурного давления  $p_k$  взяты из табл. 58 и 59.

На фиг. 69 и 70 показаны кривые, аналогичные кривым, приведенным на фиг. 66 и 67.

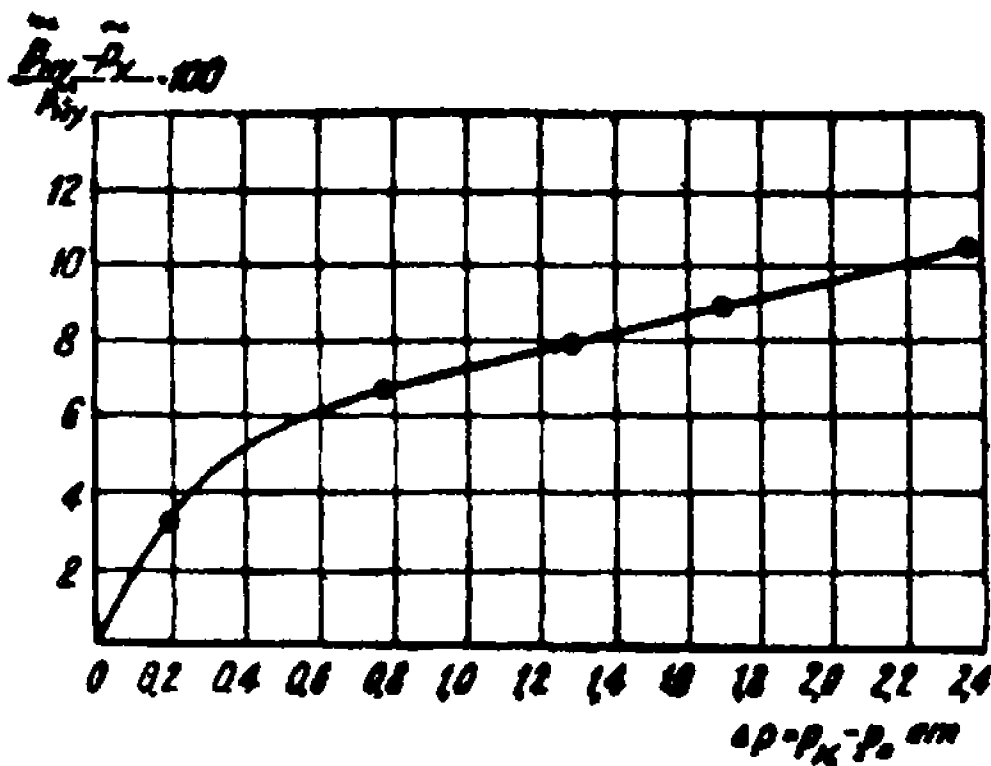


Фиг. 69. Зависимость среднего давления  $\tilde{p}$  от депрессии  $(p_k - p_0)$  в случаях линейной неустановившейся  $\tilde{p}_{ну}$  и установившейся  $\tilde{p}_у$  фильтрации газа. Начальное давление  $p_n = 4,05 \text{ атм}$ , давление на выходе  $1,1 \text{ атм}$ . Сплошная линия отвечает случаю неустановившейся фильтрации [опыты И. П. Москалькова (табл. 63)], пунктирная — установившейся фильтрации при тех же граничных условиях.



Фиг. 70. Зависимость среднего давления  $\tilde{p}$  от депрессии  $(p_k - p_0)$  в случаях линейной неустановившейся  $\tilde{p}_{ну}$  и установившейся  $\tilde{p}_у$  фильтрации газа.

Начальное давление  $p_n = 2,72 \text{ атм}$  и давление на выходе  $p_0 = 1,025 \text{ атм}$ . Сплошная линия отвечает случаю неустановившейся фильтрации; пунктирная — установившейся фильтрации при тех же граничных условиях.



Фиг. 71. Зависимость от депрессии  $p_k - p_0$  величины ошибки  $\frac{\tilde{p}_{ну} - \tilde{p}_у}{\tilde{p}_{ну}}$ , допускаемой при определении среднего давления  $\tilde{p}$  по формулам установившейся линейной фильтрации газа.

Начальное давление  $p_n = 4,05 \text{ атм}$ , давление на выходе  $p_0 = 1,1 \text{ атм}$ .

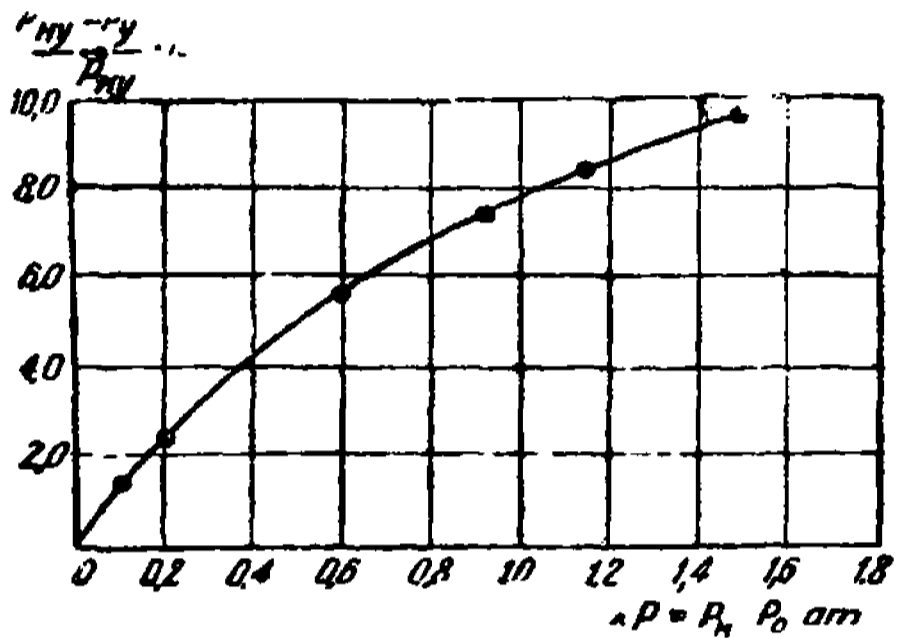
Сплошная линия отвечает неустановившейся фильтрации (опыты И. П. Москалькова, табл. 63); пунктирная — установившейся фильтрации при тех же граничных условиях.

На фиг. 71 и 72 даны кривые зависимости величины ошибки, допускаемой при определении среднего давления по формулам установившейся фильтрации. Помещенные на фиг. 69—72 кривые построены по данным табл. 63.

Рассмотрение табл. 62 и 63 и фиг. 65—72 показывает, что среднее давление неустановившейся линейной фильтрации газа выше, чем при установившемся движении при тех же граничных условиях, причем чем меньше значение  $\epsilon$  или чем больше депрессия  $(p_k - p_0)$ , тем больше значение  $\tilde{p}_{ну}$  отличается от  $\tilde{p}_у$ . При применении метода рассмотрения *линейной* неуста-

Фиг. 72. Зависимость от депрессии  $p_k - p_0$  величины ошибки  $\frac{\tilde{p}_{ну} - \tilde{p}_у}{\tilde{p}_{ну}}$ , допускаемой при определении среднего давления  $\tilde{p}$  по формулам установившейся линейной фильтрации газа.

Начальное давление  $p_n = 2,72 \text{ ат}$ , давление на выходе  $p_0 = 1,025 \text{ ат}$ .



Сплошная линия отвечает неустановившейся фильтрации (опыты И. П. Москалькова, табл. 63); пунктирная — установившейся фильтрации при тех же граничных условиях.

новившейся фильтрации газа, как последовательности стационарных состояний, величина допускаемой ошибки при определении *среднего* давления  $\tilde{p}$  хотя и меньше, чем при нахождении давления в отдельных точках пласта, но все же при малых  $\epsilon$  может быть значительной. Так, в опытах Д. С. Вилькера и И. П. Москалькова максимальные значения указанной ошибки достигают соответственно 14,25% и 10,58%.

При значениях  $\epsilon$ , близких к единице, имевшихся в опытах Д. С. Вилькера, проведенных в 1933 г. в МГУ, величины  $\tilde{p}_{ну}$  и  $\tilde{p}_у$  практически совпадают (это видно из табл. 60).

### Б. Сопоставление расходов газа при неустановившейся линейной фильтрации со значениями расходов, определенными по методу последовательной смены стационарных состояний

В опубликованных в книге Л. С. Лейбензона [7] результатах опытов Д. С. Вилькера, проведенных в 1928 г. в ГИНИ, к сожалению, не приводятся данные о расходах газа. Но, располагая сведениями о распределении давления по длине пласта в случае неустановившейся и установившейся линейной фильтрации (см. табл. 56, фиг. 57), можно приближенно оценить величину ошибки, допускаемой при определении расхода газа в случае неустановившегося движения по формулам установившейся линейной фильтрации (при тех же граничных условиях).

В самом деле, расход газа

$$q = |v|f,$$

где  $|v|$  — модуль скорости фильтрации газа;  
 $f$  — площадь сечения пласта.

Но согласно закону Дарси у выходного сечения пласта  $|v|$

$$v = \frac{k}{\mu} \left| \frac{\partial p}{\partial x} \right|_{x=0};$$

следовательно,

$$q = \frac{kf}{\mu} \left| \frac{\partial p}{\partial x} \right|_{x=0}.$$

Величина указанной выше ошибки определится из уравнения:

$$\frac{q_{ну} - q_y}{q_{ну}} = \left| \frac{\frac{kf}{\mu} \frac{\partial p_{ну}}{\partial x} - \frac{kf}{\mu} \frac{\partial p_y}{\partial x}}{\frac{kf}{\mu} \frac{\partial p_{ну}}{\partial x}} \right|_{x=0} = 1 - \left| \frac{\frac{\partial p_y}{\partial x}}{\frac{\partial p_{ну}}{\partial x}} \right|_{x=0}$$

Как видно из фиг. 58 и 59, вблизи выходного сечения пласта участки кривых  $p_{ну} = p_{ну} \left( \frac{x}{L} \right)$  и  $p_y = p_y \left( \frac{x}{L} \right)$  можно считать прямыми линиями.

Исходя из этого, интересующее нас отношение градиентов давления при неустановившейся и установившейся линейной фильтрации может быть определено как частное от деления тангенсов углов наклона соответствующих прямолинейных отрезков кривых к оси абсцисс.

Принимая в интервале длины от  $\frac{x}{L} = 0$  до  $\frac{x}{L} = 0,005$  кривые распределения давления за прямые, из графиков, приведенных на фиг. 58 и 59, получим следующие значения величины  $\frac{q_{ну} - q_y}{q_{ну}} \cdot 100$  (см. табл. 64).

Таблица 6

Величина ошибки, допускаемой при определении расхода газа в случае неустановившейся линейной фильтрации по формуле (18, XII)

Время $t$ , мин.	Контурное давление $p_k$ , ата	Давление на выходе $p_0$ , ата	Давление в сечении $\frac{x}{L} = 0,05$		$\frac{q_{ну} - q_y}{q_{ну}} \cdot 100$ %
			$p_{ну}$ , ата	$p_y$ , ата	
1	2,43	1,03	1,28	1,14	50,0
3	2,27	1,03	1,19	1,10	47,4
5	2,07	1,03	1,14	1,08	43,4
7	1,91	1,03	1,10	1,06	40,0
10	1,73	1,03	1,06	1,04	33,3

Исходные данные для таблицы взяты из опытов Д. С. Вилькера 1928 г (начальное давление  $p_n = 2,44$  ата).

Для сопоставления расходов, определенных по методу последовательной смены стационарных состояний, с экспериментальными данными, полученными И. П. Москальковым в опытах 1931—1932 гг., нужно найти на основе указанного метода величину суммарного расхода газа:

$$Q = \int_{t_n}^{t_{n+1}} q dt,$$

где  $Q$  — величина суммарной добычи газа за время  $t_{n+1} - t_n$ .

Подставляя вместо расхода  $q$  его значение из формулы (24, XII) и учитывая, что объем порового пространства  $\Omega = mf \cdot L$ , получим:

$$Q = -\frac{2}{3} \Omega \int_{p_{k_n}}^{p_{k_{n+1}}} \frac{p_k (2p_0 + p_k)}{(p_k + p_0)^2} \cdot \frac{dp_k}{dt}, \quad (54, XII)$$

где  $p_{k_n}$  — значение контурного давления  $p_k$  в момент времени  $t_n$ ;

$p_{k_{n+1}}$  — значение контурного давления  $p_k$  в момент времени  $t_{n+1}$ .

Произведя интегрирование (54, XII), имеем:

$$Q = \frac{2}{3} \Omega \left[ (p_{k_n} - p_{k_{n+1}}) - p_0^2 \left( \frac{1}{p_{k_{n+1}} + p_0} - \frac{1}{p_{k_n} + p_0} \right) \right]. \quad (55, XII)$$

Суммарная добыча газа  $Q_t$  с начала разработки ( $t = 0$ ) до некоторого времени  $t$ , когда контурное давление упало от первоначальной величины  $p_n$  до  $p_k$ , легко определить из уравнения (54, XII), в котором следует изменить пределы интегрирования — вместо  $p_{k_n}$  поставить начальное давление  $p_n$ , вместо  $p_{k_{n+1}}$  поставить  $p_k$ . Изменив пределы и произведя интегрирование, получим:

$$Q_t = \frac{2}{3} \Omega \left[ (p_n - p_k) - p_0^2 \left( \frac{1}{p_k + p_0} - \frac{1}{p_n + p_0} \right) \right]. \quad (56, XII)$$

При пользовании формулой (56, XII) следует иметь в виду, что она не учитывает количества  $Q_I$  газа, извлеченного из пласта в течение так называемой первой фазы неустановившегося движения газа (см. по этому вопросу § 3 главы VI). В условиях линейного движения при  $\varepsilon = \frac{p_0}{p_n}$  значительно меньше единицы указанное количество газа может быть значительно и определяется по формуле:

$$Q_I = \Omega (p_n - \tilde{p}_I), \quad (57, XII)$$

причем согласно формуле (22, XII) здесь

$$\tilde{p}_I = \frac{2}{3} \cdot \frac{p_n^3 - p_0^3}{p_n^2 - p_0^2}. \quad (58, XII)$$

Величина суммарной добычи  $Q_t$  с учетом первой фазы может быть также определена по формуле:

$$Q_t = \Omega (p_n - \tilde{p}_t), \quad (59, XII)$$

где значение  $\tilde{p}_t$  определяется по формуле (22, XII).

Исходя из значений среднего давления  $\tilde{p}$ , интересующие нас величины  $Q$ , применительно к опытам И. П. Москалькова, проще всего определить по формуле:

$$Q = \Omega (\tilde{p}_n - \tilde{p}_{n+1}), \quad (55', XII)$$

где  $\tilde{p}_n$  и  $\tilde{p}_{n+1}$  — средние давления в момент времени  $t_n$  и  $t_{n+1}$ , определяющиеся по формуле (22, XII).

Подставляя в формулу (22, XII) значения контурного давления  $p_{кс}$  из табл. 61, получим соответствующие значения средних давлений  $\tilde{p}_c$  в опытах И. П. Москалькова, определенных по методу последовательной смены стационарных состояний. Далее, согласно (55', XII) находим теоретические значения „минутных расходов“  $Q_c$  по формуле:

$$Q_c = \Omega (\tilde{p}_{c_n} - \tilde{p}_{c_{n+1}}). \quad (60, XII)$$

Результаты вычислений приведены в табл. 65.

Таблица 65

**Сопоставление „минутных расходов“ газа  $Q_{ny}$  в опытах И. П. Москалькова, проведенных в 1931 — 1932 гг. в ГИНИ, со значениями „минутных расходов“, определенными по формулам акад. Л. С. Лейбензона  $Q_l$  и по методу последовательной смены стационарных состояний  $Q_c$ . Начальное давление  $p_n = 4,05 \text{ ата}$ . Давление на выходе газа  $p_0 = 1,1 \text{ ата}$**

Время $t$ , мин.	Контурное давление, ата			Среднее давление, ата		
	$p_k$	$p_{kl}$	$p_{kc}$	$\tilde{p}_{ny}$	$\tilde{p}_l$	$\tilde{p}_c$
1	3,46	3,37	3,34	2,77	2,58	2,38
2	2,82	2,70	2,94	2,29	2,15	2,12
3	2,40	2,29	2,65	1,99	1,86	1,93

Время $t$ , мин.	Суммарный расход газа за 1 минуту, $см^3$			$\frac{Q_{ny} - Q_l}{Q_{ny}} 100,$ %	$\frac{Q_{ny} - Q_c}{Q_{ny}} 100,$ %
	$Q_{ny}$	$Q_l$	$Q_c$		
1	$154 \cdot 10^3$	$182 \cdot 10^3$	$207 \cdot 10^3$	-18,4	-34,5
2	$60,7 \cdot 10^3$	$54,1 \cdot 10^3$	$32,1 \cdot 10^3$	10,9	47,1
3	$39,2 \cdot 10^3$	$35,7 \cdot 10^3$	$23,6 \cdot 10^3$	8,8	39,8

Сопоставим „минутные расходы“  $Q_{ну}$  в опытах Д. С. Вилькера, проведенных в 1933 г. в гидродинамической лаборатории МГУ, со значениями  $Q_c$  „минутных расходов“, определенными по формуле (60, XII). Результаты сопоставления показаны в табл. 66. Значения давлений  $p_k$  и  $p_0$  взяты из неопубликованных до сего времени протоколов опытов Д. С. Вилькера. Все расходы приведены к атмосферному давлению. За 1 *ата* принималось давление в 735 мм рт. столба.

Таблица 66

Сопоставление „минутных расходов“ газа  $Q_{ну}$  в опытах Д. С. Вилькера, проведенных в 1933 г. в МГУ, со значениями „минутных расходов“, определенных по методу последовательной смены стационарных состояний ( $Q_c$ ).  
Начальное давление газа  $p_n = 9,254 \text{ ата}$

Время <i>t</i> , мин.	Давление, <i>ата</i>		Среднее давление $\tilde{p}_c$ <i>ата</i>	Суммарный расход газа, <i>см</i> <sup>3</sup>		$\frac{Q_{ну} - Q_c}{Q_{ну}} \cdot 100$ , %
	$p_k$	$p_0$		$Q_{ну}$	$Q_c$	
1	8,99	8,86	8,929	96 661	103 311	— 6,88
2	8,71	8,58	8,647	188 579	192 954	— 2,31
3	8,43	8,30	8,367	277 583	281 960	— 1,58
5	7,92	7,77	7,853	443 755	445 350	— 0,36
6	7,67	7,53	7,600	520 039	525 774	— 1,10
7	7,43	7,30	7,360	595 199	602 065	— 1,15
8	7,21	7,07	7,147	669 121	669 773	— 0,097
9	6,98	6,86	6,927	739 535	739 707	— 0,023
10	6,77	6,63	6,700	807 283	811 866	— 0,57
11	6,58	6,43	6,513	871 374	871 309	— 0,008
12	6,37	6,23	6,300	933 902	939 016	— 0,55
13	6,17	6,02	6,093	994 377	1 004 819	— 1,05
14	6,00	5,85	5,927	1 053 539	1 057 587	— 0,38
15	5,80	5,67	5,733	1 110 540	1 119 255	— 0,74
19	5,18	5,05	5,113	1 315 234	1 316 341	— 0,084
20	5,00	4,91	4,953	1 361 605	1 367 202	— 0,41
24	4,53	4,39	4,460	1 530 511	1 523 917	10,43
25	4,40	4,27	4,333	1 569 662	1 564 287	0,34
29	3,96	3,84	3,900	1 711 247	1 701 930	0,54
30	3,87	3,74	3,807	1 743 789	1 731 492	0,71
35	3,41	3,29	3,351	1 805 129	1 876 446	0,99
44	2,79	2,68	2,734	2 118 055	2 070 578	2,15
59	2,05	1,97	2,010	2 326 464	2 302 723	1,02
60	2,03	1,94	1,985	2 337 935	2 310 670	1,17
110	1,27	1,25	1,261	2 600 340	2 540 815	2,29
120	1,22	1,18	1,200	2 616 508	2 560 206	2,15

Из табл. 64, 65 следует, что расходы газа, определенные по методу последовательной смены стационарных состояний применительно к условиям опытов Д. С. Вилькера (1928 г.) и И. П. Москалькова, в которых величина  $\epsilon = \frac{p_0}{p_k}$  менялась от 0,318 до 0,975 (см. табл. 61), значительно меньше действительных расходов, имеющих при неустановив-

шейся линейной фильтрации газов. Наибольшая величина допускаемых в определении расходов ошибок составляет  $\sim 50\%$  в опытах Д. С. Вилькера (1928 г.) и  $\sim 40\%$  в опытах И. П. Москалькова.

При определении расходов газа по формулам акад. Л. С. Лейбензона величина отклонений от экспериментальных данных гораздо меньше, чем по методу последовательной смены стационарных состояний (см. значения  $\frac{Q_{н\psi} - Q_{л}}{Q_{л}} \cdot 100$  в табл. 65).

Анализ табл. 66 показывает, что в тех случаях, когда значения  $\epsilon$  близки к единице, как в опытах Д. С. Вилькера, проведенных в 1933 г. в МГУ (см. табл. 60), определение дебита газа по методу последовательной смены стационарных состояний вполне надежно. Максимальное значение допускаемой при этом ошибки в условиях указанных опытов не превышает  $2,4\%$  (отклонение в  $6,88\%$ , помещенное в табл. 66 для  $t = 1$  мин., видимо, имелось вследствие неточности замера расхода газа к концу первой минуты эксперимента).

### § 6. Замечание об опытах Д. С. Вилькера по исследованию неустановившейся линейной фильтрации газа, проведенных в 1932—1933 гг. в МГУ

В § 3 главы III дается краткое описание опытов Д. С. Вилькера по изучению неустановившейся линейной фильтрации воздуха в песке, проведенных в 1932—1933 гг. в гидродинамической лаборатории имени Н. Е. Жуковского Московского государственного университета. Результаты этих исследований опубликованы в весьма подробной статье Д. С. Вилькера [6] и в книге акад. Л. С. Лейбензона [7].

Характеризуя цели указанных опытов, Д. С. Вилькер пишет:

„Все проведенные (в ГИНИ — Б. Л.) экспериментальные наблюдения направлены были исключительно на проверку положений указанной теории (теории акад. Л. С. Лейбензона. — Б. Л.), что же касается получения эмпирических формул из этих наблюдений, то таковые до сих пор не были выведены. Настоящей работой область начальных давлений расширена (с 4—5 *ата* давление доведено до 10 избыт. атм.), увеличен объем газа в пласте и даны выводы, непосредственно вытекающие из опытного материала“ (см. [6], стр. 110).

Из сказанного вытекает, что экспериментальные исследования, проведенные в 1933 г. в МГУ, были непосредственным продолжением опытов в ГИНИ (1928—1932 гг.) и имели своей задачей сопоставление теории акад. Л. С. Лейбензона с экспериментальными данными при более высоких начальных давлениях и большем первоначальном запасе газа. При этом предполагалось, что давление на выходе газа определялось величиной противодействия, оказываемого газометром. Как указывает Д. С. Вилькер ([6], стр. 117), противодействие газометра в среднем принималось равным 60 мм рт. столба, что весьма близко соответствовало действительности.

Таким образом, из опубликованных материалов видно, что истечение газа из пласта происходило при постоянном давлении  $p_0$  на выходе, причем

$$p_0 \cong \frac{60 + 750}{735} = 1,1 \text{ ата.}$$

Поскольку опыты Д. С. Вилькера до настоящего времени аналитически не обработаны, мы решили сопоставить полученные результаты экспериментальных исследований с решениями акад. Л. С. Лейбензона и нашим (§ 3 настоящей главы). В связи с этим потребовалось определение проницаемости опытного пласта Д. С. Вилькера. Для нахождения коэффициента проницаемости мы воспользовались результатами исследований *установившейся* линейной фильтрации воздуха на том же пласте. На фиг. 73 приведен график зависимости расхода газа  $q$  от разности квадратов давлений  $(p_k^2 - p_0^2)$  при установившемся движении воздуха, взятый нами из книги Л. С. Лейбензона [7]. В полном соответствии с формулой (18, XII) зависимость между  $q$  и  $(p_k^2 - p_0^2)$  является линейной и, следовательно, изображается прямой, уравнение которой может быть написано в виде (41, XII):

$$q = A (p_k^2 - p_0^2), \quad (41, XII)$$

где значение коэффициента  $A$  дается формулой (42, XII).

Из помещенного на фиг. 73 графика легко определить величину  $A$ , как тангенс угла наклона прямой к оси абсцисс:

$$A = 312 \frac{\text{см}^3/\text{сек}}{\text{ат}^2}.$$

Из формулы (42, XII) имеем:

$$k = \frac{2A\mu L}{f \cdot p_{\text{ат}}}. \quad (61, XII)$$

Численные значения коэффициентов, входящих в правую часть уравнения (61, XII), в условиях рассматриваемых опытов следующие:

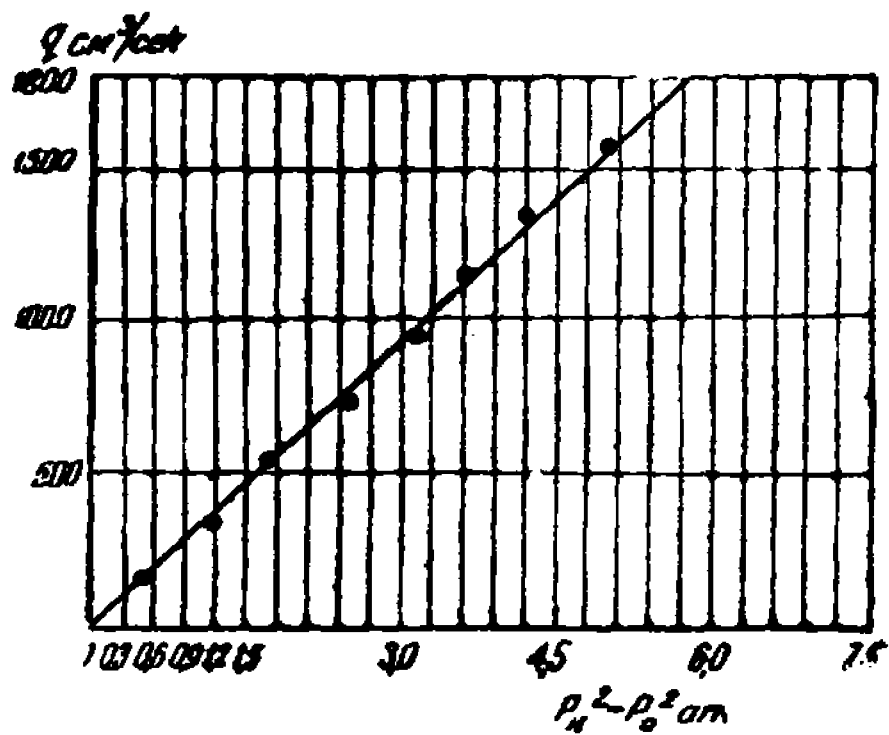
$$\mu = 1,84 \cdot 10^{-4} \text{ пуаз}, \quad L = 1500 \text{ см}, \quad p_{\text{ат}} = 1 \text{ ата}, \quad f = 525 \text{ см}^2.$$

Подставляя их в (61, XII), имеем:

$$k = \frac{2 \cdot 312 \cdot 1,84 \cdot 10^{-2} \cdot 1500}{5250 \cdot 1} = 32,8 \text{ дарси}.$$

При производстве вычислений мы приняли  $k = 33$  дарси.

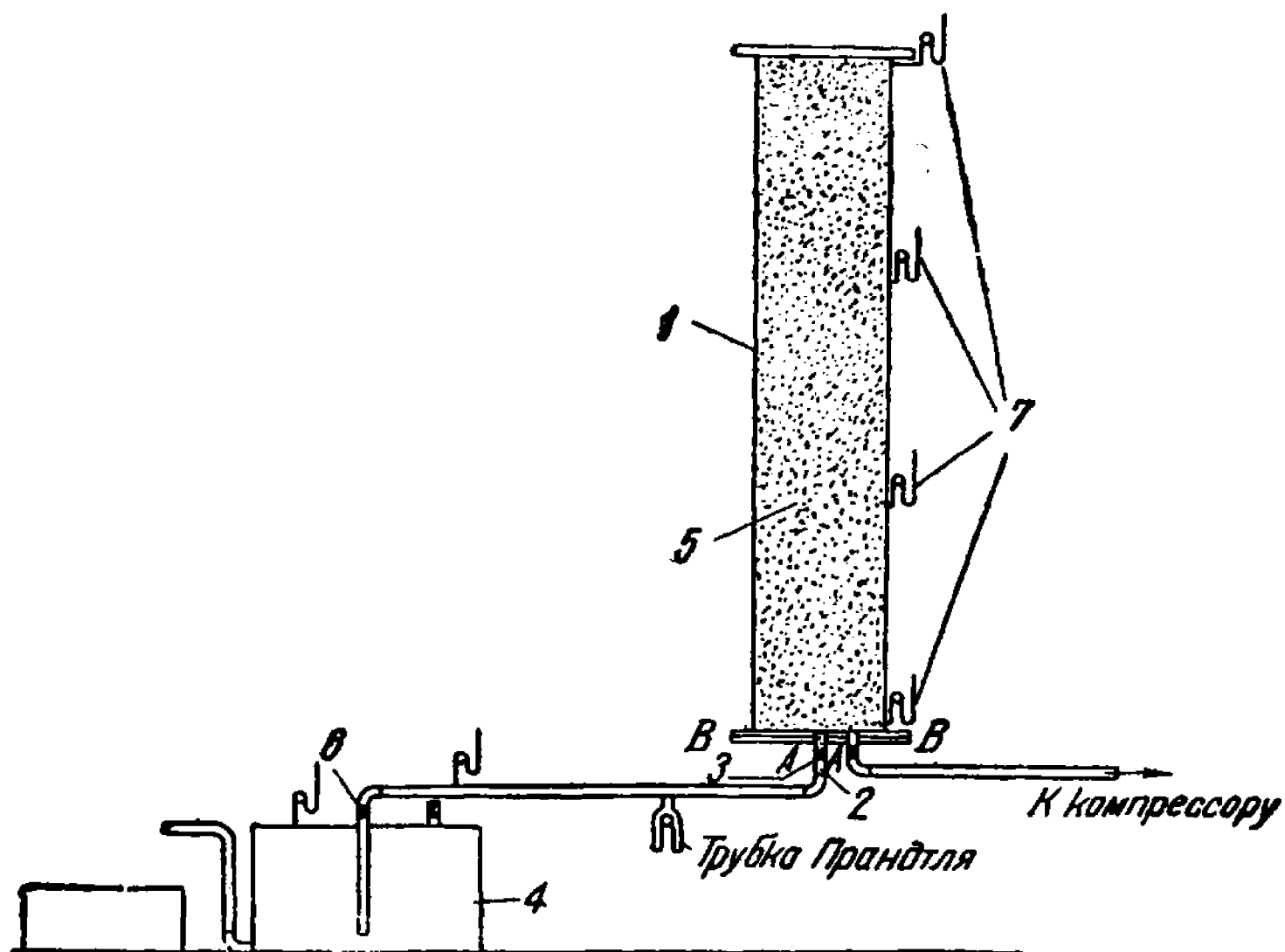
На фиг. 53 сопоставлены кривые падения во времени  $t$  контурного давления  $p_k$ . Вычисления значений  $p_k$  производились применительно к условиям рассматриваемых опытов Д. С. Вилькера по формулам акад. Л. С. Лейбензона (сплошная линия) и нашим (пунктир с точкой). Фактическое изменение контурного давления в опытах Д. С. Вилькера показано верхней линией, проведенной пунктиром через экспериментальные точки. Данные для построения этой кривой нами взяты из протоколов опытов.



Фиг. 73. Зависимость расхода газа от разности квадратов давлений на контуре пласта и на выходе газа при установившейся фильтрации воздуха в опытах Д. С. Вилькера, проведенных в 1932—1933 гг. в МГУ.

Сравнение полученных аналитически и фактической кривых  $p_k = p_k(t)$  показывает, что *характер* их совершенно различен. Такое расхождение указанных кривых навело нас на мысль, что экспериментальные исследования проводились в условиях, отличных от принятых при расчете.

В связи с этим мы, воспользовавшись любезностью Д. С. Вилькера, ознакомились с устройством экспериментальной установки в гидродинамической лаборатории имени Н. Е. Жуковского в МГУ.



Фиг. 74. Схема экспериментальной установки Д. С. Вилькера по исследованию неуставившейся линейной фильтрации газа в песке, построенной в гидродинамической лаборатории им. Жуковского в МГУ.

1 — 10" труба; 2 — 1" труба; 3 — сетка; 4 — газометр; 5 — песок; 6 — задвижка; 7 — манометры.

Экспериментальный пласт состоял (см. фиг. 74) из 10" трубы 1, поставленной вертикально. Внизу 10" труба переходит в 1" трубу 2, причем на некотором расстоянии от места перехода установлена (в 1" трубе) сетка 3, предохраняющая песок 5 от выпадения<sup>1</sup>. Воздух из пласта поступал в газометр 4, где и поддерживалось постоянное давление.

Помещение сетки 3 в сечении А—А привело к тому, что большая часть всех потерь давления воздуха приходилась на набитую песком часть АВ 1" трубы 2. Хотя длина ее мала, но зато площадь сечения трубы 2 в 100 раз меньше площади сечения трубы 1. Особенно важно то обстоятельство, что величина гидравлических сопротивлений, оказываемых участком АВ 1" трубы, является функцией расхода газа. Есте-

<sup>1</sup> К сожалению, о месте установки этой сетки в работах [6] и [7] ничего не говорится. Сетку следовало поместить в 10" трубе выше первого снизу манометра 7.

ственно, что величина давления на нижнем манометре 7, принимавшаяся за давление  $p_0$  на выходе газа из пласта, являлась переменной и, следовательно, фактически опыты проводились не при постоянном давлении на выходе, как это предполагалось, а при особом законе сопротивления на выходе, отличном от граничного условия  $p = p_0 = \text{const}$  при  $x = 0$ , принятого акад. Л. С. Лейбензоном при выводе формул, приведенных в § 2 настоящей главы. Этим обстоятельством и объясняется столь резкое расхождение теоретических и экспериментальной кривых  $p_k = p_k(t)$ , показанных на фиг. 53.

### Глава XIII

## ЗАВИСИМОСТЬ ВРЕМЕНИ ИСТОЩЕНИЯ ГАЗОВОЙ ЗАЛЕЖИ ОТ НАЧАЛЬНОГО ДАВЛЕНИЯ И ЭФФЕКТИВНОГО ДИАМЕТРА ПЕСЧИНОК. «ОБ ОПЫТНОЙ ТЕОРЕМЕ И. П. МОСКАЛЬКОВА»

В книге акад. Л. С. Лейбензона [7] приведены результаты экспериментальных работ И. П. Москалькова [5] по изучению одномерного неустановившегося движения воздуха в песке. Как указывалось в § 5 главы XII, „пласт“ состоял из U-образной трубы диаметром 6" и общей длиной 35 м. Труба заполнялась мелким песком (I пласт), смесью глины и песка (весовое соотношение 100 : 215, II пласт) и крупнозернистым речным песком (III пласт).

На основе проведенных экспериментальных исследований И. П. Москальковым сформулирована следующая опытная теорема:

«Время истощения  $T$  каждого пласта не зависит от начального давления, но связано с эффективным диаметром песка  $d_e$  соотношением

$$d_e \sqrt{T} = \text{const}. \quad (1, \text{XIII})$$

Эта теорема была опубликована в статье И. П. Москалькова [5], в книге акад. Л. С. Лейбензона [7], в докладе Л. С. Лейбензона и И. П. Москалькова на первом Всесоюзном съезде ВНИТО нефтяников [44] и, наконец, вошла в Курс эксплуатации нефтяных месторождений (см. И. М. Муравьев и Ф. А. Требин [45]).

Проанализируем положения, изложенные в опытной теореме И. П. Москалькова.

### § 1. Зависимость времени истощения газовой залежи от начального давления

Рассмотрим в свете вышеизложенного зависимость времени  $T$  истощения газовой залежи от начального давления  $p_n$ .

В табл. 67 сведены различные случаи разработки газовых залежей, исследованные нами выше.

Как видно из табл. 67, во всех рассмотренных в ней случаях время разработки (истощения) газовой залежи зависит от начального давления  $p_n$ . Однако при условиях отбора по формулам (22, VII) и (2, IV) эта зависимость незначительна, поскольку  $p_n$  входит под знак логарифма.

Таблица 67

Зависимость времени  $T$  разработки (истощения) газовой залежи от начального давления  $p_H$  в ней при различных условиях отбора газа

Условия отбора газа	Время $T$ разработки (истощения) газовой залежи
$q = \text{const}$ (4, IV)	$T = \frac{(p_H - p_{\text{кон}})}{q} \Omega$ (2, X)
$q = c p_c$ (6, IV)	$T = \frac{\Omega}{c} \left\{ \left[ \frac{1}{a p_{\text{кон}} - 1 + \sqrt{1 + a^2 p_{\text{кон}}^2}} - \frac{1}{a p_H - 1 + \sqrt{1 + a^2 p_H^2}} \right] + \ln \frac{a p_H + \sqrt{1 + a^2 p_H^2}}{a p_{\text{кон}} - \sqrt{1 + a^2 p_{\text{кон}}^2}} \right\}$ (17, VII)
$q = c_1 \tilde{p}$ (22, VII)	$T = \frac{\Omega}{c_1} \ln \frac{p_H}{p_{\text{кон}}}$ (25, VII)
$p_c = \text{const}$ (2, IV)	$T = \frac{\Omega}{2A p_c} \ln \frac{(p_H - p_c)(p_{\text{кон}} + p_c)}{(p_H + p_c)(p_{\text{кон}} - p_c)}$ (1', IX)

В случае неустановившейся *линейной* фильтрации зависимость времени  $T$  истощения газового пласта от начального давления  $p_H$  легко установить из наших формул (см. § 3 главы XII) или из теории акад. Л. С. Лейбензона (см. § 2 главы XII), совпадение которой с экспериментальными данными вполне удовлетворительно (достаточно хорошее совпадение теории Л. С. Лейбензона с экспериментом неоднократно подчеркивается И. П. Москальковым [5]).

Когда  $t = T$ , контурное давление  $p_k = p_{\text{кон}}$  (некоторое конечное значение  $p_k$ ),  $\varepsilon = \varepsilon_{\text{кон}} = \frac{p_c}{p_{\text{кон}}}$  и безразмерное время  $\tau = \tau_{\text{кон}}$ .

Согласно формуле (40, XII)

$$t = \frac{m\mu L^2}{3k \cdot p_0 \cdot p_{\text{ат}}} \cdot \tau' = \frac{m\mu L^2}{3k \cdot p_0 \cdot p_{\text{ат}}} (\tau - a).$$

Следовательно, при неустановившейся линейной фильтрации газа

$$T = \frac{m\mu L^2}{3k \cdot p_0 \cdot p_{\text{ат}}} (\tau_{\text{кон}} - a).$$

Поскольку постоянная  $a$ , как это видно из уравнения (30, XII), зависит от величины начального давления, то и время  $T$  также зависит от величины начального давления.

Если в формуле (10, XII) акад. Л. С. Лейбензона вместо  $p_k$  положить  $p_{\text{кон}} = p_{\text{кон}}^2$ , то

$$\varphi(y_k) = \varphi(y_{\text{кон}}) = \text{const}.$$

Тогда

$$y_{\text{кон}} = e^{-4\omega} e_{\text{л кон}} = \text{const}, \quad (2, \text{XIII})$$

где

$$\tau_{\text{л кон}} = \frac{p_0}{p_n} \cdot T + \frac{2}{\omega} \left( 1 - \frac{p_0}{p_n} \right) \left( 1 - e^{-\frac{\omega}{2} \cdot T} \right) \quad (3, \text{XIII})$$

и

$$\omega = \frac{\pi^2 \cdot k p_n \cdot p_{\text{ат}}}{4\mu \cdot mL^2}. \quad (4, \text{XIII})$$

Из формул (2, XIII) и (4, XIII) вытекает, что  $\tau_{\text{л кон}} = \text{const}$  и  $\omega = \text{const}$ , причем величина  $\omega$  линейно зависит от  $p_n$ . Следовательно, формула (3, XIII), несомненно, указывает на зависимость  $T$  от  $p_n$ .

Что время истощения газовой залежи не может не зависеть от начального давления, ясно и из чисто логических соображений. Допустим, что имеются два совершенно идентичных пласта — пласт I и пласт II, отличающиеся лишь начальным давлением. Допустим далее, что из пласта I отбирается некоторое количество газа. Чтобы давление в пласте I стало равным давлению в пласте II (в случае  $p_{1н} > p_{2н}$ ) из пласта I должно быть извлечено некоторое количество газа, на что потребуется некоторый интервал времени  $\Delta t$ . Очевидно, именно на этот интервал времени  $\Delta t$  и будет  $T_1$  отличаться от  $T_2$ .

Таким образом, опытную теорему И. П. Москалькова о независимости времени истощения пласта от начального давления следует считать досадным недоразумением.

Степень зависимости  $T$  от  $p_n$ , как это видно из табл. 67, определяется условиями отбора газа.

## § 2. Общее выражение для коэффициента проницаемости пористой среды

В главе I труда акад. Л. С. Лейбензона [7], посвященной теории фильтрации, анализируются различные законы фильтрации жидкостей. В докладе Л. С. Лейбензона и И. П. Москалькова [44] приводятся еще несколько формул (различных авторов), описывающих законы движения жидкостей и газов в пластах. В табл. 68 мы приводим некоторые из этих формул.

Количество их можно было бы увеличить. В помещенных в табл. 68 формулах приняты следующие обозначения:

- $v$  — скорость фильтрации,
- $q$  — расход жидкости,
- $d_e$  — эффективный диаметр песчинок,
- $m$  — пористость пласта,
- $\sigma$  и  $\sigma_1$  — коэффициенты, зависящие от пористости,
- $m_0 = 0,13$ ,
- $c$  — постоянные,
- $\mu$  — абсолютная вязкость жидкости,
- $\frac{\Delta p}{\Delta L}$  — перепад давления на единицу длины,
- $r_k$  — радиус контура,
- $r_c$  — радиус скважины,
- $h$  — мощность пласта.

Таблица 68

## Законы фильтрации жидкостей, установленные различными авторами

Автор	Закон фильтрации жидкости	Значение числа Слехтера (Sl)
<b>Линейное движение</b>		
Слехтер	$v = \frac{d_e^2}{96 \mu \sigma} \frac{\Delta p}{\Delta L}$	$Sl = \frac{1}{96 \sigma}$
Эльдифрави	$v = \frac{1,025 \cdot d_e^2 \cdot m^{3,3}}{96 \mu} \cdot \frac{\Delta p}{\Delta L}$	$Sl = 0,0107 m^{3,3}$
Козени	$v = \frac{d_e^2}{96 \sigma_1 \cdot \mu} \cdot \frac{\Delta p}{\Delta L}$	$Sl = \frac{1}{96 \sigma_1}$
Крюгер	$v = \frac{d_e^2 \cdot m}{2(1-m)^2 \cdot \mu} \frac{\Delta p}{\Delta L}$	$Sl = \frac{m}{2(1-m)^2}$
Терцаги	$v = \frac{d_e^2 \cdot c(m-m_0)}{\sqrt[3]{1-m} \mu} \frac{\Delta p}{\Delta L}$	$Sl = \frac{c(m-m_0)}{\sqrt[3]{1-m}}$
Юрен	$v = \frac{(0,83 \cdot 10^{-6}) d_e^2 \cdot m^{3,3} \Delta p}{\mu \Delta L}$	$Sl = 0,383 \cdot 10^{-6} m^{3,3}$
Смит	$V = 0,00809 (1-m)^{\frac{2}{3}} \left[ \frac{0,985}{(1-m)^{2/3}} - 1 \right]^2 \times \frac{d_e^2 \Delta p}{\mu \Delta L}$	$Sl = 0,00809 (1-m)^{2/3} \times \left[ \frac{0,985}{(1-m)^{2/3}} - 1 \right]^2$
<b>Радиальное движение</b>		
Макинтайр	$q = \frac{c m^{3,3} \cdot d_e^2 \cdot h}{\mu} \frac{\Delta p}{\ln \frac{r_k}{r_c}}$	$Sl = c \cdot m^{3,3}$
Уайльд и Мур	$q = 2\pi h K \frac{\Delta p}{\ln \frac{r_k}{r_c}}$	$Sl = \frac{K \mu}{d_e^2}$

Обилие формул, описывающих законы движения жидкостей и газов в пористой среде, приводит некоторых авторов к весьма пессимистической оценке возможностей подземной гидравлики. Так, например, проф. М. А. Жданов [47] в работе, посвященной методике исследования пластов, помещая некоторые из указанных в табл. 68 формул, пишет:

„В этих формулах особенно большие затруднения вызывает определение различного рода коэффициентов и параметров, характеризующих условия и закономерности движения флюида в пористой среде. По мере углубления наших знаний и стремлений приблизиться к действительным условиям, имеющим место в пластах, полученные соотношения усложняются, а количество появляющихся параметров увеличивается“ ([47], стр. 622). В итоге автор сомневается в возможности практического использования подобных формул.

На наш взгляд дело обстоит не столь мрачно и бесперспективно.

Следуя акад. Л. С. Лейбензону [7], введем безразмерный параметр — число Слихтера:

$$Sl = f(m, \varepsilon), \quad (4, XIII)$$

где  $m$  — пористость пласта, а  $\varepsilon$  — коэффициент, характеризующий форму и состояние поверхности (шероховатость) песчинок. Тогда обобщенное выражение законов фильтрации, приведенных в табл. 68, имеет вид

$$v = \frac{d_e^2 \cdot Sl}{\mu} \cdot \frac{\Delta p}{\Delta L}, \quad (5, XIII)$$

Значения числа  $Sl$  у различных авторов помещены в табл. 68.

Поскольку каждый из авторов, указанных в табл. 68, при выводе основного закона фильтрации по-своему подходил к решению задачи о сведении фиктивного грунта к идеальному, то и полученные ими значения числа Слихтера отличаются друг от друга (табл. 68). Однако общим для всех уравнений является присутствие в формуле, выражающей закон фильтрации, квадрата эффективного диаметра частиц и числа  $Sl$ , являющегося функцией пористости  $m$  и коэффициента  $\varepsilon$  или, иными словами, зависящего от структуры порового пространства.

Формула (5, XIII) получена аналитически. Сопоставим ее с опытным законом Дарси, имеющим вид:

$$v = \frac{k}{\mu} \frac{\Delta p}{\Delta L}, \quad (6, XIII)$$

где  $k$  — коэффициент проницаемости пористой среды.

Приравнявая (6, XIII) и (5, XIII), получаем:

$$k = d_e^2 \cdot Sl. \quad (7, XIII)$$

*Это и есть общее выражение для коэффициента проницаемости пористой среды, предложенное нами в 1940 г.*

Отсюда, между прочим, непосредственно следует, что коэффициент проницаемости имеет размерность площади (поскольку  $Sl$  — безразмерное число).

Из формулы (7, XIII) видно, что вопреки весьма распространенной точке зрения (см., например, [19] и [45]) между коэффициентами проницаемости и пористости существует функциональная зависимость. Для выявления ее образцы, подлежащие сравнению, должны иметь одинаковые эффективный диаметр частиц  $d_e$  и коэффициент  $\varepsilon$ .

Из той же формулы следует, что коэффициент проницаемости пропорционален квадрату эффективного диаметра частиц. Для эксперимен-

гального выявления этой зависимости сравниваемые образцы пористой среды должны иметь одинаковое число Слихтера.

Учтя соотношение (7, XIII), легко видеть, что приведенные в табл. 68 формулы Макинтайра и Уайльда и Мура обращаются в общеизвестную формулу Дюпюи для радиального движения несжимаемой жидкости.

### § 3. Зависимость времени истощения газовой залежи от эффективного диаметра песчинок

В свете изложенного перейдем к рассмотрению второй части „опытной теоремы И. П. Москалькова“.

Решая уравнение (1, XIII) относительно  $T$ , имеем:

$$T = \frac{1}{Nd_e^2}, \quad (8, XIII)$$

где  $N$  — некоторая постоянная.

Из сопоставления уравнений (8, XIII) и (7, XIII) видно, что знаменатель правой части формулы (8, XIII) представляет собой величину, пропорциональную коэффициенту проницаемости.

Выделив из коэффициента  $N$  параметр Слихтера, получим:

$$T = \frac{N_1}{N_2 \cdot d_e^2 Sl} = \frac{N_1}{N_2 \cdot k},$$

где  $N_1$  и  $N_2$  — некоторые постоянные.

Таким образом, время истощения газовой залежи обратно пропорционально коэффициенту проницаемости пористой среды (а, следовательно, и дебиту скважин, пропорциональному коэффициенту проницаемости).

В приведенных в табл. 67 различных формулах для  $T$  коэффициент проницаемости  $k$  (или дебит  $q$ ) входит в знаменатель правой части (коэффициенты  $A$ ,  $a$  и  $c_1$  пропорциональны коэффициенту проницаемости). Итак, мы пришли к тривиальному положению о зависимости времени истощения газовой залежи от дебита газа (или проницаемости пористой среды).

Пласты I, II и III состояли из хорошо отсортированных частиц и имели почти одинаковую пористость. Это дает основание полагать, что числа  $Sl_I$ ,  $Sl_{II}$  и  $Sl_{III}$  не сильно отличались друг от друга. Между тем добавка размолотой сухой глины во II пласт означала введение в песок фракции с мельчайшим диаметром частиц, что неминуемо должно было привести к резкому уменьшению эффективного диаметра  $d_e$  частиц пористой среды, составляющей II пласт.

И действительно, как указывает И. П. Москальков [5], на основе опытов по стационарному движению газа было установлено, что во II пласте эффективный диаметр частиц  $d_{eII} = 0,05424$  мм.

Определенный таким же образом эффективный диаметр частиц III пласта оказался равным  $d_{eIII} = 0,5235$  мм, а эффективный диаметр I пласта  $d_{eI} = 0,243$  мм.

При приблизительно одинаковых числах Слихтера коэффициенты проницаемости пластов I, II и III должны были сильно отличаться друг от друга.

Из общего выражения (7, XIII) для коэффициента проницаемости следует, что

$$\frac{k_I}{k_{II}} = \frac{d_{eI}^2}{d_{eII}^2} = \frac{0,243^2}{0,0542^2} = 21,6,$$

$$\frac{k_{III}}{k_I} = \frac{d_{eIII}^2}{d_{eI}^2} = \frac{0,524^2}{0,243^2} = 4,65.$$

Отсюда дебиты газа во II пласте должны быть примерно в 20 раз меньше, чем в I пласте, а дебиты газа в III пласте приблизительно в 4 раза больше, чем в I пласте. Следовательно, время  $T$  истощения пласта во II пласте должно быть примерно в 20 раз больше, чем в I пласте, а в III пласте — приблизительно в 4 раза меньше, чем в I пласте. Так и получилось при проведении опытов.

Описывая эксперименты на II пласте, акад. Л. С. Лейбензон указывает:

„Всего было сделано 20 опытов, причем начальное давление (избыточное) колебалось от 300 до 3800 мм рт. столба. При наблюдениях отмечается важный факт: при тех же начальных давлениях и той же порозности скорость истечения гораздо медленнее, чем в первом пласте (примерно в восемнадцать раз). Время полного истощения пласта доходило до 15 часов“ ([7], стр. 233).

Рассматривая результаты опытов на III пласте, Л. С. Лейбензон отмечает:

„Продолжительность истечения была небольшая — в этом опыте около 10 минут. Примерно она в четыре раза меньше, чем в соответствующем опыте первой серии“ ([7], стр. 234).

На основании уравнения (7, XIII) это можно было предсказать заранее.

#### § 4. О среднесуточном дебите скважин, подсчитанном при учете всего времени истощения газовой залежи

При решении некоторых вопросов, связанных с рациональной разработкой газовых месторождений, одним из показателей, представляющих интерес, является величина среднесуточного дебита газовых скважин за все время разработки (истощения) газовой залежи.

Этот среднесуточный дебит  $\tilde{q}$  определяется равенством:

$$\tilde{q} = \frac{\Omega_z (p_n - p_{кон})}{nT}, \quad (9, XIII)$$

где  $\Omega_z$  — объем порового пространства газовой залежи;  
 $p_n$  — начальное пластовое давление;  
 $p_{кон}$  — конечное средневзвешенное по объему пластовое давление;  
 $\Omega_z (p_n - p_{кон})$  — подлежащие извлечению промышленные запасы газа;  
 $n$  — число скважин;  
 $T$  — время разработки газовой залежи, в течение которого пластовое давление снижается с  $p_n$  до  $p_{кон}$ .

Подставляя в формулу (9, XIII) значения  $T$  из табл. 67 и учитывая, что  $\Omega = \frac{\Omega_3}{n}$ , получим:

Условие отбора  $q = c p_c$ :

$$\tilde{q} = \frac{c(p_n - p_{\text{кон}})}{2 \left[ \frac{1}{a p_{\text{кон}} - 1 + \sqrt{1 + a^2 \cdot p_{\text{кон}}^2}} - \frac{1}{a p_n - 1 + \sqrt{1 + a^2 \cdot p_n^2}} \right]} + \ln \frac{a p_n + \sqrt{1 + a^2 \cdot p_n^2}}{a p_{\text{кон}} + \sqrt{1 + a^2 \cdot p_{\text{кон}}^2}} \quad (10, \text{XIII})$$

Условие отбора  $q = c_1 \tilde{p}$ :

$$\tilde{q} = \frac{c_1 (p_n - p_{\text{кон}})}{\ln \frac{p_n}{p_{\text{кон}}}} \quad (11, \text{XIII})$$

Условие отбора  $p_c = \text{const}$ :

$$q = \frac{2 A p_c (p_n - p_{\text{кон}})}{\ln \frac{(p_n - p_c)(p_{\text{кон}} + p_c)}{(p_n + p_c)(p_{\text{кон}} - p_c)}} \quad (12, \text{XIII})$$

Условие отбора  $q = \text{const}$ :

$$\tilde{q} = q = \text{const} \quad (13, \text{XIII})$$

Рассмотрение формул (10, XIII) — (13, XIII) позволяет сделать следующие выводы.

1. Среднесуточный дебит  $\tilde{q}$  газовой скважины при условиях отбора  $q = \text{const}$  и  $q = c_1 \tilde{p}$  не зависит от размеров газовой залежи  $\Omega_3$  и числа скважин  $n$ , а зависит лишь от начального давления  $p_n$  (в случае  $q = c_1 \tilde{p}$ ).

2. Среднесуточный дебит  $\tilde{q}$  газовой залежи при условиях отбора  $q = c p_c$  и  $p_c = \text{const}$  зависит от начального пластового давления  $p_n$  и почти не зависит от размеров газовой залежи  $\Omega_3$  и числа скважин  $n$ .

Действительно, входящие в уравнения (10, XIII) и (12, XIII) величины  $a$  и  $A$  имеют следующие значения:

$$a = \frac{2 A}{c}, \quad (11, \text{VII})$$

$$A = \frac{\pi k h p_{\text{ат}}}{\mu \cdot \ln \frac{r_k}{r_c}}, \quad (10, \text{IV})$$

$$r_k = \sqrt{\frac{\Omega_3}{\pi h m n}}.$$

(см. § 2 главы VIII).

Подставляя значения  $r_k$  и  $A$  в (10, IV) и (11, VII), имеем:

$$\left. \begin{aligned} A &= \frac{\pi k h p_{at}}{\mu \cdot \ln V \sqrt{\frac{\Omega_3}{\pi r_c^2 \cdot h \cdot m \cdot n}}} \\ a &= \frac{2\pi k h p_{at}}{c \mu \ln V \sqrt{\frac{\Omega_3}{\pi \cdot r_c^2 \cdot h \cdot m \cdot n}}} \end{aligned} \right\} (14, XIII)$$

Из уравнений (14, XIII) видно, что изменение в широких пределах  $\Omega_3$  и  $n$  очень мало сказывается на величинах  $a$  и  $A$ , а следовательно, и на значениях  $\tilde{q}$ .

#### Глава XIV

### О РАЗРАБОТКЕ НЕФТЯНЫХ МЕСТОРОЖДЕНИЙ В УСЛОВИЯХ ГРАВИТАЦИОННОГО РЕЖИМА. НЕУСТАНОВИВШЕЕСЯ РАДИАЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ ГРУНТОВЫХ ВОД

#### § 1. Предварительные замечания

Если уровень нефти в пласте расположен ниже кровли пласта и газа в пласте нет, движение нефти к скважинам обусловлено действием силы тяжести. В. Н. Щелкачев [41] отмечает, что в „горизонтальном пласте большой мощности, после того как давление падает настолько, что жидкость не может подняться в скважине выше непроницаемой кровли пласта, все же жидкость может продолжать притекать к забою скважины под действием силы тяжести; поверхность жидкости вблизи скважины может образовать „свободное зеркало“ аналогично тому, как это имеет место в случае притока к колодцам безнапорных вод со свободной поверхностью; залежь нефти при таких обстоятельствах также считают находящейся в условиях гравитационного режима (нечто подобное наблюдалось в американском месторождении Оклахома Сити и в верхней гипсометрии XVI пласта района Бори-Су в Малгобеке; хотя уклон там и крутой, но давление упало настолько, что уровень жидкости в скважинах упал ниже кровли пласта)“. Далее В. Н. Щелкачев указывает, что теория гравитационного режима еще недостаточно разработана.

Отбор нефти при гравитационном режиме иногда может иметь место и при наличии газовой шапки, если на поверхности газонефтяного контакта давление постоянно. Подобная задача рассматривалась М. Д. Миллионщиковым при исследовании вопроса о возможности эксплуатации бугурусланской подгазовой нефти.

Поскольку между фильтрацией несжимаемой жидкости со свободной поверхностью и движением газа в пористой среде существует аналогия Л. С. Лейбензон [7], стр. 79, ряд положений, установленных нами для фильтрации газа, справедлив и в случае движения жид-

кости со свободной поверхностью. К числу этих положений относятся следующие.

1. В условиях радиальной фильтрации средневзвешенная по площади величина  $\tilde{H}$  уровня жидкости в пласте практически равна высоте  $H_k$  уровня жидкости на контуре, т. е.

$$\tilde{H} \cong H_k, \quad (1, XIV)$$

причем

$$\tilde{H} = \frac{2}{r_k^2 - r_c^2} \int_{r_c}^{r_k} H(r) r dr. \quad (2, XIV)$$

Приведенная в главе VI табл. 10 полностью справедлива и для плоской установившейся радиальной фильтрации несжимаемой жидкости со свободной поверхностью. В этом случае

$$\xi = \frac{\tilde{H}}{H_k} = \frac{\tilde{p}}{p_k}. \quad (3, XIV)$$

Под давлением  $p$  в настоящей главе мы понимаем давление в удаленной на расстояние  $r$  от скважины точке *на подошве* пласта.

2. Соображения, изложенные в § 1 главы IX, относительно ошибки, допускаемой при замене производной  $\frac{d\tilde{p}}{dt}$  на производную  $\frac{dp_k}{dt}$ , полностью справедливы и для фильтрации несжимаемой жидкости со свободной поверхностью.

3. При решении ряда задач, связанных с разработкой нефтяных залежей в условиях гравитационного режима, рассмотрение первой фазы неустановившейся радиальной фильтрации несжимаемой жидкости со свободной поверхностью не представляет существенного практического интереса.

4. При практических расчетах, связанных с установлением запасов нефти, наличием воронок депрессии можно пренебречь.

Наша постановка задачи о разработке нефтяных месторождений в условиях гравитационного режима та же, что и при разработке газовых залежей при газовом режиме. Поэтому *основные положения главы II и § 2 и 3 главы V, касающиеся вопросов об удельных площадях дренажа, о влиянии формы сетки расположения скважин на их дебит, о сведении задачи о разработке залежи скважинами к задаче истощения одной скважиной круговой удельной площади дренажа, о расстояниях между скважинами, остаются справедливыми и для рассматриваемой в настоящей главе задачи.*

## § 2. Вывод основных формул. Примеры

В условиях плоской радиальной фильтрации дебит  $q$  скважины, эксплуатирующей удельную площадь дренажа, *приближенно* выражается формулой:

$$q = A (p_k^2 - p_c^2), \quad (4, XIV)^1$$

<sup>1</sup> В. Н. Щелкачев, [41], стр. 69. См. также книгу проф. Г. Н. Каменского. Основы динамики подземных вод, Госгеолыздат, 1943.

где

$$A = \frac{\pi k p_{am}^2}{\gamma \mu \ln \frac{r_k}{r_c}}, \quad (5, XIV)$$

$\gamma$  — удельный вес жидкости,

$r_k$  — радиус кругового контура удельной площади дренажа.

Остальные обозначения прежние.

С другой стороны, принимая  $H = H_k$  и рассматривая неустойчившуюся фильтрацию как последовательную смену стационарных состояний, имеем:

$$q = -mF \frac{dH_k}{dt},$$

причем

$$F \approx \pi r_k^2$$

(величиной  $r_c^2$  пренебрегаем);

$$H_k = \frac{p_k \cdot p_{am}}{\gamma}.$$

Обозначая

$$f = \frac{mF p_{am}}{\gamma} = \frac{\pi m r_k^2 p_{am}}{\gamma}, \quad (6, XIV)$$

получим:

$$q = -f \frac{dp_k}{dt}. \quad (7, XIV)$$

Отбирая жидкость при сохранении постоянного уровня жидкости в скважине, имеем граничное условие в виде:

$$\left. \begin{array}{l} H_c = \text{const}, \\ \text{или} \\ p_c = \text{const}. \end{array} \right\} \quad (8, XIV)$$

Приравнивая уравнения (4, XIV) и (7, XIV) и учитывая условие (8, XIV), имеем после интегрирования следующую зависимость между временем  $t$  и давлением  $p_k$  на контуре удельной площади дренажа:

$$t = \frac{f}{2 A p_c} \ln \frac{(p_n - p_c)(p_k + p_c)}{(p_n + p_c)(p_k - p_c)}, \quad (9, XIV)$$

где  $p_n$  — начальное давление жидкости на подошву пласта. Если начальная высота уровня жидкости в пласте  $H_n$ , то

$$p_n = \frac{H_n \cdot p_{am}}{\gamma}. \quad (10, XIV)$$

Уравнение (9, XIV) полностью совпадает с уравнением (1, IX), если в последнем заменить  $\Omega$  на  $f$  и под  $A$  понимать значение (5, XIV).

Введем обозначения:

$$\left. \begin{array}{l} N_1 = \frac{f}{2 A p_c} \ln \frac{p_n + p_c}{p_n - p_c}, \\ N_2 = \frac{f}{2 A p_c}, \\ \varepsilon = \frac{p_c}{p_k} = \frac{H_c}{H_k}; \end{array} \right\} \quad (11, XIV)$$

тогда

$$t = N_2 \ln \frac{1+\varepsilon}{1-\varepsilon} - N_1. \quad (12, \text{XIV})$$

Время  $T$  разработки (истощения) нефтяной залежи в условиях  $p_c = \text{const}$  найдем, положив  $p_k = p_{\text{кон}}$ , что соответствует  $H_k = H_{\text{кон}}$ ,  $\varepsilon = \varepsilon_{\text{кон}}$ , причем  $p_{\text{кон}}$  и  $H_{\text{кон}}$  — соответственно некоторые принимаемые конечные значения давления  $p_k$  и высоты уровня  $H_k$  жидкости на контуре удельной площади дренажа,  $\varepsilon_{\text{кон}} = \frac{p_{\text{кон}}}{p_c} = \frac{H_{\text{кон}}}{H_c}$ .

$$T = N_2 \ln \frac{1+\varepsilon_{\text{кон}}}{1-\varepsilon_{\text{кон}}} - N_1. \quad (13, \text{XIV})$$

Обозначая безразмерное время через  $\tau$ :

$$\tau = \frac{t + N_1}{N_2}, \quad (14, \text{XIV})$$

получим из формулы (12, XIV):

$$\tau = \ln \frac{1+\varepsilon}{1-\varepsilon}. \quad (15, \text{XIV})$$

Значения  $\tau$  для различных величин  $\varepsilon$  можно взять из табл. 20 или из помещенного на фиг. 32 графика (см. § 1 главы IX настоящей работы).

Для нахождения зависимости времени  $T$  разработки нефтяной залежи в условиях гравитационного режима от числа скважин  $n$  можно воспользоваться уравнением (13, XIV), но при вычислении значений  $N_1$  и  $N_2$  по формулам (11, XIV) нужно иметь в виду, что в приведенном в (5, XIV) значении  $A$  следует положить:

$$r_k = \sqrt{\frac{F_3}{n \cdot \pi}} \quad (16, \text{XIV})$$

и для коэффициента  $f$  принять значение:

$$f = \frac{m F_3 \cdot p_{\text{ат}}}{\pi \gamma} = \frac{\pi m r_k^2 p_{\text{ат}}}{\gamma}, \quad (17, \text{XIV})$$

где  $F_3$  — общая площадь нефтеносности,  
 $n$  — число скважин.

Приведем примеры.

**Пример 24.** Определить падение уровня  $H_k$  нефти в пласте и дебита ее  $q$  в условиях гравитационного режима при следующих исходных данных:

радиус контура удельной площади дренажа  $r_k = 100$  м;

радиус скважины  $r_c = 0,1$  м;

высота уровня жидкости в начальный момент времени  $H_k = 20$  м;

высота уровня жидкости в скважине  $H_c = 10$  м;

вязкость нефти  $\mu = 4$  сантипуаз  $= 4,076 \cdot 10^{-4}$  кг сек/м<sup>2</sup>;

удельный вес нефти  $\gamma = 850$  кг/м<sup>3</sup>;

проницаемость пласта  $k = 1$  дарси;

пористость пласта  $m = 0,20$ .

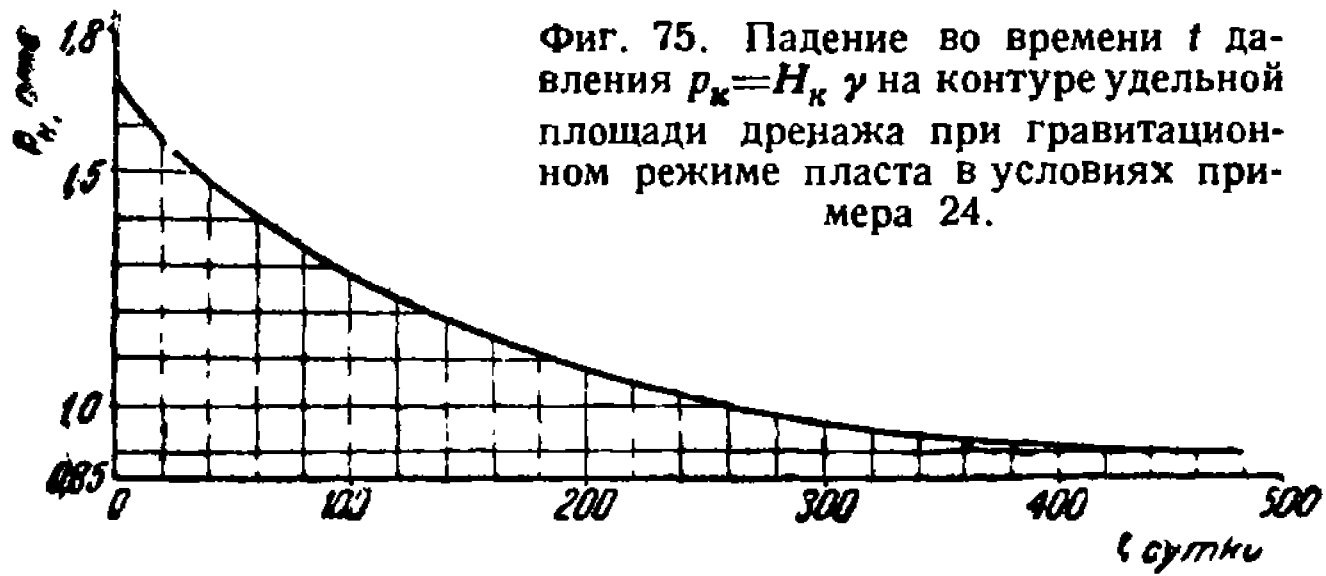
Произведя вычисления по формулам (15, XIV) и (4, XIV), получим результаты, приведенные в табл. 69.

Таблица 69

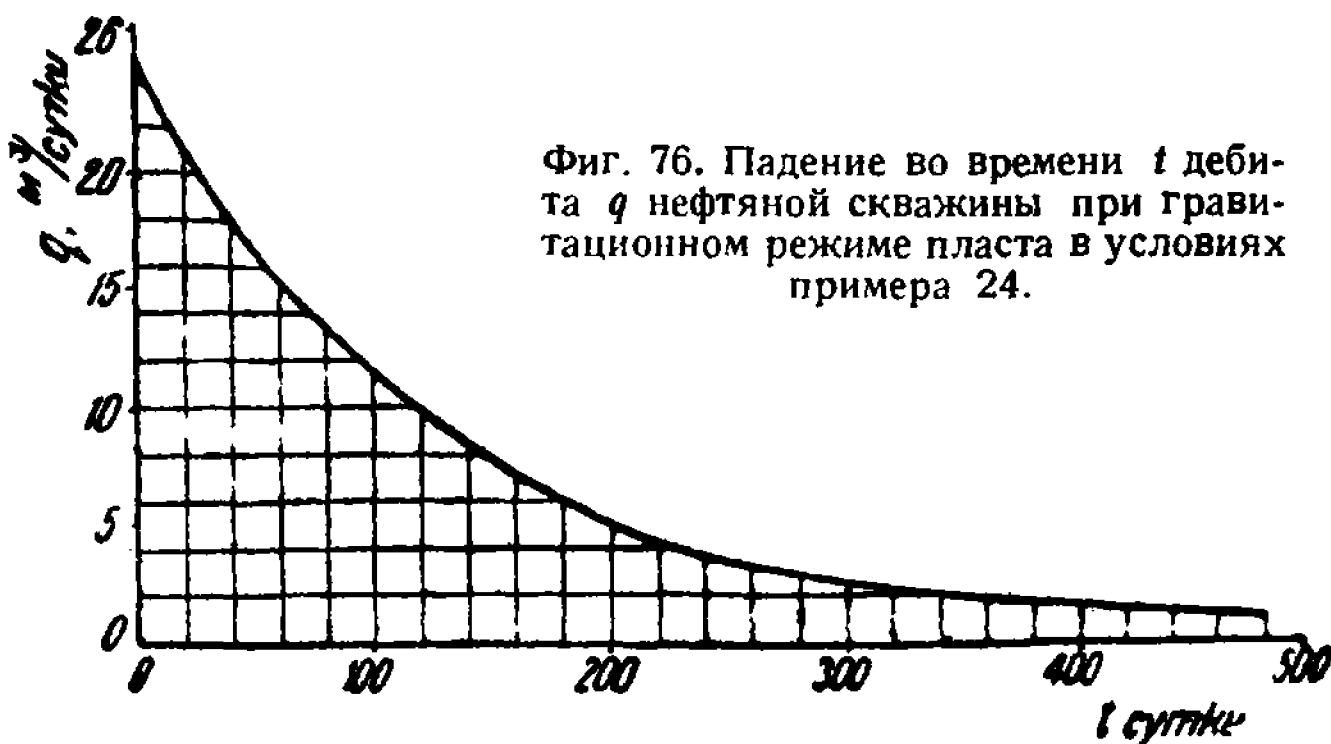
Изменение уровня нефти в пласте и дебита скважины при гравитационном режиме в условиях примера 24

Время $t$ , сутки	Контурное давление $p_k$ , атм	Уровень нефти на контуре $H_k$ , м	Дебит скважины $q$ , м <sup>3</sup> /сутки
0	1,700	20,00	25,09
54,1	1,417	16,67	14,74
206,5	1,063	12,51	4,705
347,0	0,944	11,11	1,954
482,2	0,895	10,53	0,909

На фиг. 75 и 76 показаны кривые  $p_k = p_k(t)$  и  $q = q(t)$ .

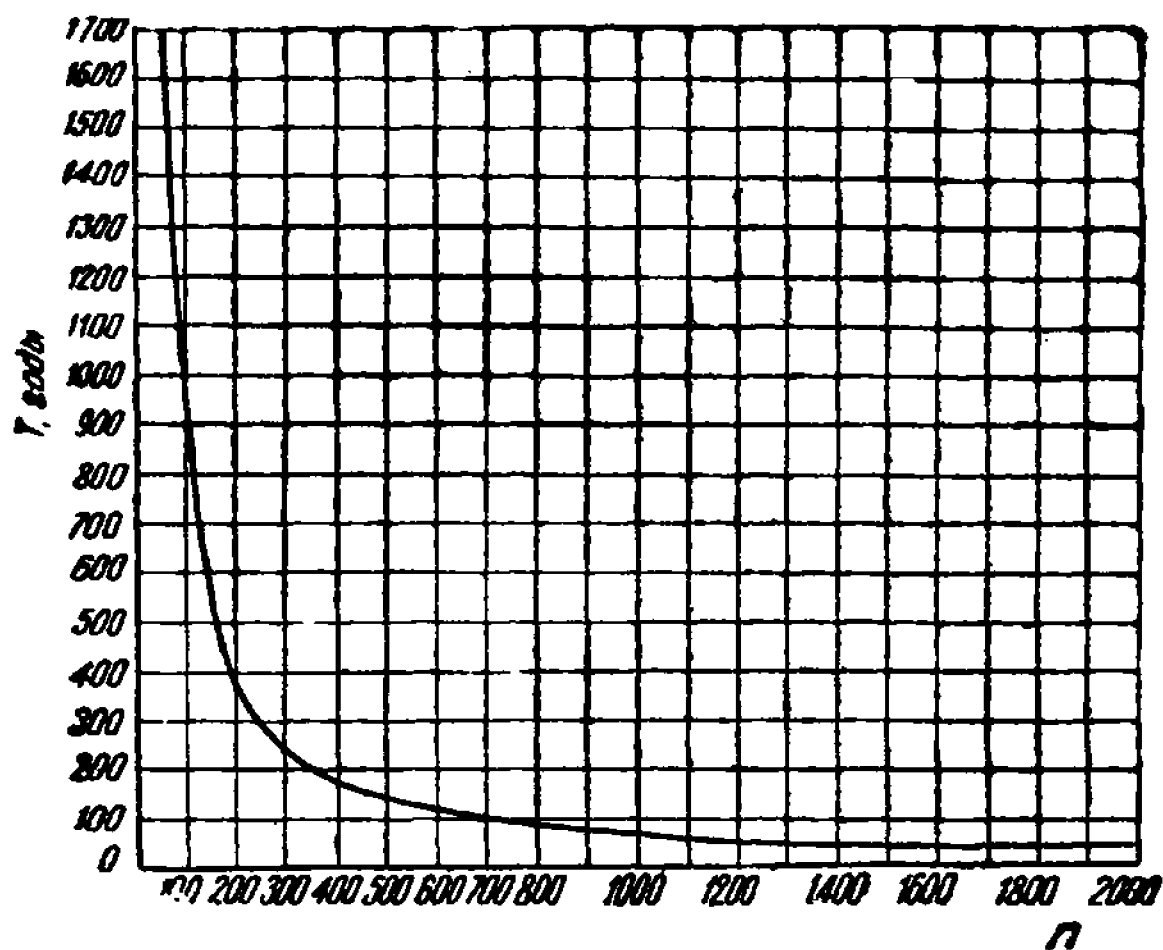


Фиг. 75. Падение во времени  $t$  давления  $p_k = H_k \gamma$  на контуре удельной площади дренажа при гравитационном режиме пласта в условиях примера 24.



Фиг. 76. Падение во времени  $t$  дебита  $q$  нефтяной скважины при гравитационном режиме пласта в условиях примера 24.

Рассмотрение приведенных в табл. 69 данных и фиг. 75 и 76 показывает, что темпы падения дебита жидкости и пластового давления в условиях гравитационного режима велики. Относительно большие абсолютные значения дебита нефти объясняются большей мощностью пласта ( $h > H_n$ ,  $H_n = 20$  м), высокой его проницаемостью ( $k = 1$  дарси) и небольшой вязкостью нефти.



Фиг. 77. Зависимость времени  $T$  разработки (истощения) нефтяной залежи от числа скважин  $n$  при гравитационном режиме пласта в условиях примера 25.

**Пример 25.** Найти зависимость между временем  $T$  разработки нефтяной залежи и числом скважин  $n$  в условиях гравитационного режима при следующих исходных данных:

площадь нефтеносности  $F_3 = 25$  км<sup>2</sup>;

высота уровня жидкости на контуре удельной площади дренажа в конечный момент разработки  $H_{кон} = 2$  м.

Остальные данные те же, что и в примере 24.

Произведя вычисления по формуле (13, XIV) с учетом (16, XIV) и (17, XIV), получим результаты, приведенные в табл. 70.

На фиг. 77 приведена кривая  $T = T(n)$ .

На основе приведенных данных и технико-экономических соображений не представляет труда выбрать наиболее рациональное число скважин — соответствующая методика предложена и совершенствуется Проектно-исследовательским бюро по разработке нефтяных месторождений при Московском нефтяном институте<sup>1</sup>.

<sup>1</sup> Например работы [55], [56] и [57].

**Таблица 70**  
**Зависимость между временем  $T$  разработки нефтяной залежи и числом скважин  $n$  при гравитационном режиме в условиях примера 25**

Число скважин $n$	Радиус контура удельной площади дренажа $r_k$ , м	Время разработки нефтяной залежи $T$	
		сутки	годы
7	1066	$36\,974 \cdot 10^2$	10 270
10	892,0	$25\,900 \cdot 10^2$	7 200
200	199,4	$1\,281 \cdot 10^2$	356
500	126,1	$503 \cdot 10^2$	140
800	99,7	$316,6 \cdot 10^2$	88
1 000	89,2	$253 \cdot 10^2$	70
10 000	28,2	$30,9 \cdot 10^2$	8,6
12 500	25,2	$19,7 \cdot 10^2$	5,5

### § 3. Сравнение с решением М. Д. Миллионщикова

М. Д. Миллионщиков [48], [13] рассматривая вопрос об эксплуатации бугурусланской подгазовой нефти, вывел формулы дебита скважины в случае неустановившейся радиальной фильтрации жидкости со свободной поверхностью. Для оценки значения дебита жидкости автор рекомендует пользоваться следующими формулами:

$$\bar{q} = \frac{2\pi k y}{\mu} (H_n - H_c) H_c \sum_{n=1}^{\infty} B_n e^{-a_n^2 \tau}, \quad (18, \text{XIV})$$

$$+q = \frac{2\pi k y}{\mu} (H_n - H_c) H_k \sum_{n=1}^{\infty} B_n e^{-a_n^2 \theta}, \quad (19, \text{XIV})$$

где  $\bar{q}$  — заведомо преуменьшенное (по мнению автора значение дебита скважины;

$+q$  — заведомо преувеличенное по мнению автора значение дебита скважины;

$\tau = \frac{k y H_c}{m \mu r^2 k} t$  — безразмерное время в случае (18, XIV),

$\theta = \frac{k y H_k}{m \mu r^2 k} t$  — безразмерное время в случае (19, XIV),

$a_n$  — корни уравнения  $I_0 a \varepsilon N_1(a) - I_1 a N_0 a \varepsilon = 0$ ,  
 $I_0$  — функции Бесселя первого вида нулевого порядка;  
 $I_1$  — функции Бесселя первого вида первого порядка,  
 $N_0$  — функции Бесселя второго вида нулевого порядка,  
 $N_1$  — функции Бесселя второго вида первого порядка,

$$\varepsilon = \frac{r_c}{r_k}; \quad B_n = \frac{2I_1^2(a_n)}{I_0^2(a_n \varepsilon) - I_1^2(a_n)}.$$

Значения коэффициентов  $B_n$  приведены в табл. 11 книги [7] акад. Л. С. Лейбензона.

Остальные обозначения прежние.

М. Д. Миллионщиков указывает, что истинное значение дебита  $q$  скважины заключено между предельными значениями  $q^-$  и  $q^+$ , определяемыми формулами (18, XIV) и (19, XIV).

Для сравнения нашего решения с решением М. Д. Миллионщикова рассмотрим конкретный пример.

**Пример 26.** Определить падение во времени дебита скважины в случае неустановившейся радиальной фильтрации нефти со свободной поверхностью при тех же исходных данных, что в примере 24, и высоте  $H_c$  уровня жидкости в скважине, равной 2 м ( $H_c = 2$  м)<sup>1</sup>.

Таблица 71

Расчетные данные для определения значений преуменьшенного  $q^-$  и преувеличенного  $q^+$  дебита скважины. Вычисления произведены по формулам (18, XIV) и (19, XIV) М. Д. Миллионщикова

$t$ , сек.	$t$ , сутки	$a_n^2 \tau$ , —	$e^{-a_n^2 \tau}$ , —	$q^-$ , м <sup>3</sup> /сутки	$a_n^2 \theta$	$e^{-a_n^2 \theta}$	$q^+$ , м <sup>3</sup> /сутки
$0,864 \times 10^6$	100	0,005735	0,9943	~7,68	0,05735	0,9442	63,49
		0,31056	0,7331		3,1056	0,04479	
		0,98485	0,3735		9,8465	0,00005	
		2,0256	0,1349		20,256	0,00000	
$4,32 \times 10^7$	500	0,02867	0,9717	6,707	0,2867	0,7507	50,23
		1,55282	0,2116		15,5282	0,0000	
		4,92422	0,0073		49,2422		
		0,12821	0,00004				
$0,864 \times 10^8$	1000	—	0,9442	6,360	—	0,5638	40,73
			0,04479			0,0000	
$1,728 \times 10^8$	2000	0,1148	0,89156	5,966	1,1476	0,3173	21,234
		6,2149	0,00199		62,149	0,0000	
		19,708	0,000				
$5,184 \times 10^8$	3650	0,20932	0,8111	5,428	2,09323	0,1232	8,04
		11,3357	0,00001		113,357	0,0000	
$5,184 \times 10^8$	6000	0,34416	0,70883	4,744	3,4416	0,03201	2,142
		18,6377	0,00000		186,377	0,00000	
$0,864 \times 10^9$	10000	0,573	0,5638	4,07	5,73	0,003247	0,217
		31,057	0,0000		310,...		

<sup>1</sup> В настоящее время формулой (4, XIV) рекомендуется пользоваться при значениях  $\varepsilon = \left(\frac{p_c}{p_k}\right) \geq 0,5$ . В данном параграфе это не столь существенно, так как нашей целью является сравнение двух решений.

При указанных исходных данных в технической системе единиц

$$\tau = 2,1271 \cdot 10^{-9} t; \theta = 2,1271 \cdot 10^{-8} t.$$

Остальные расчетные данные, необходимые для определения значений  $\bar{q}$  и  $q$  в разные моменты времени  $t$ , приведены в табл. 71.

Для тех же моментов времени  $t$  легко вычислить значения дебита  $q$  по формуле § 2.

Подставляя значения  $t$  в (14, XIV), находим отвечающие им значения  $\tau$ . По табл. 20 или графику, приведенному на фиг. 32, определяем величины  $\epsilon$ , соответствующие указанным значениям  $\tau$ . Подставляем в формулу (14, XIV) вместо  $p_k$  его значения из (11, XIV):

$$p_k = \frac{p_c}{\epsilon}$$

и находим интересующие нас значения  $q$ .

В табл. 72 сопоставлены определенные по нашим формулам значения  $q$  с соответствующими значениями  $\bar{q}$  и  $q$ .

Таблица 72

Изменение во времени  $t$  дебитов нефти  $\bar{q}$ ,  $q$  и  $q$ , вычисленных по формулам М. Д. Миллионщикова и § 2 настоящей главы для условий примера 26

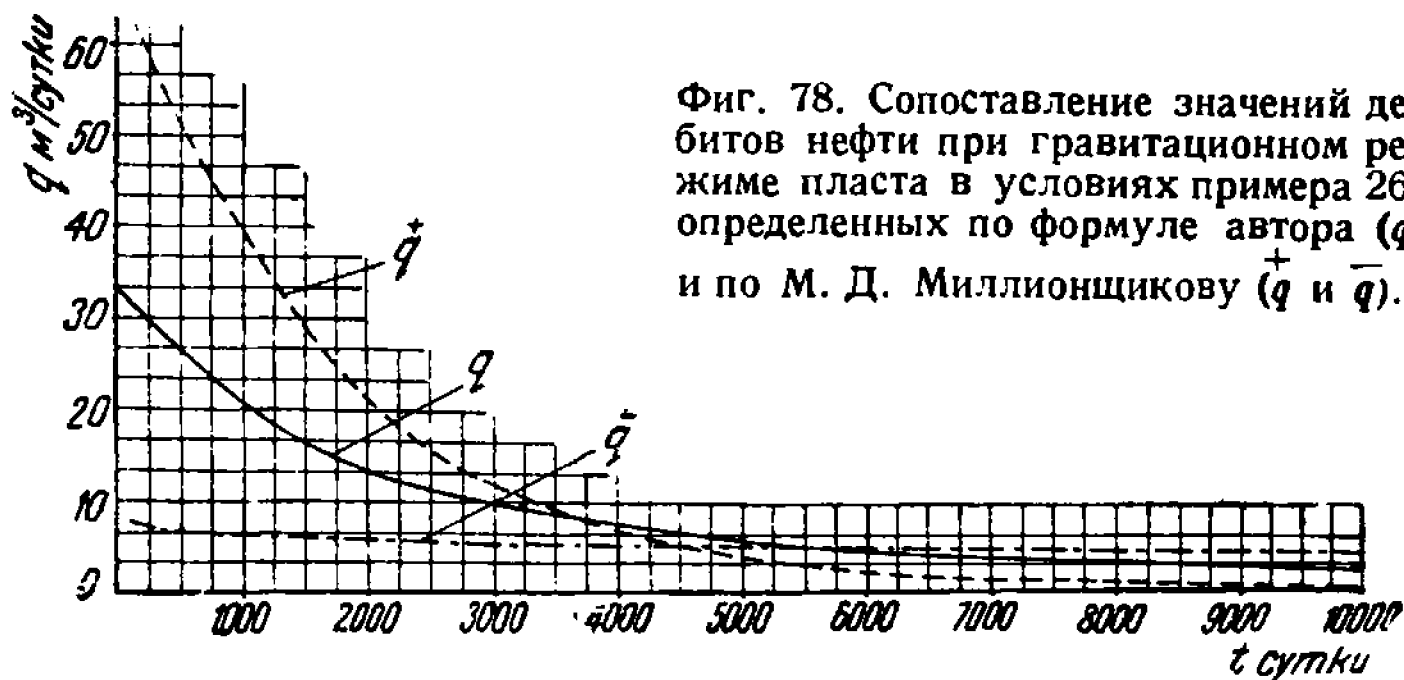
Время $t$ , сутки	$t$ , лет	$\bar{q}$ , м <sup>3</sup> /сутки	$q$ , м <sup>3</sup> /сутки	$q$ , м <sup>3</sup> /сутки
100	0,27	~7,680	63,49	31,66
500	1,37	6,707	50,23	26,03
1000	2,74	6,360	40,73	20,85
2000	5,48	5,966	21,23	13,51
3650	10	5,428	8,036	8,43
6000	16,44	4,744	2,142	4,95
10000	27,4	4,070	0,217	2,50
36500	100	0,8036	0,000	0,292

На фиг. 78 приведены кривые  $\bar{q} = \bar{q}(t)$ ,  $q = q(t)$  и  $q = q(t)$ , построенные по данным, помещенным в табл. 72.

Рассмотрение табл. 72 и фиг. 78 показывает, что значения  $q$  и  $\bar{q}$  в условиях рассматриваемого примера в начальный период времени сильно отличаются друг от друга.

Темпы падения кривой  $q = q(t)$  весьма велики, а кривой  $\bar{q} = \bar{q}(t)$  чрезвычайно малы. Это объясняется тем, что при сильно завышенных значениях дебита  $q$  происходит крайне быстрое истощение пласта, приводящее в свою очередь к резкому падению дебита  $q$ . При сильно

заниженных значениях дебита  $\bar{q}$  истощение пласта идет крайне медленно. В результате изложенного через некоторое время (в условиях рассматриваемого примера при  $t \cong 4500$  суток)  $\bar{q}^+$  становится равным  $\bar{q}$ , а затем  $\bar{q}^+ < \bar{q}$  (в условиях рассматриваемого примера при  $t > 4500$  суток).



Фиг. 78. Сопоставление значений дебитов нефти при гравитационном режиме пласта в условиях примера 26, определенных по формуле автора ( $q$ ) и по М. Д. Миллионщикову ( $\bar{q}^+$  и  $\bar{q}$ ).

Кривая  $q = q(t)$  сначала располагается между кривыми  $\bar{q}^+ = \bar{q}^+(t)$  и  $\bar{q} = \bar{q}(t)$ , затем проходит выше этих кривых, после чего идет между кривыми  $\bar{q}^- = \bar{q}^-(t)$  и  $\bar{q}^+ = \bar{q}^+(t)$ .

Из рассмотрения примера 26 следует, что в рассматриваемых условиях метод М. Д. Миллионщикова является дефектным.

## Глава XV

### ГИДРОМЕХАНИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ РАЗРАБОТКИ НЕФТЯНЫХ МЕСТОРОЖДЕНИЙ В УСЛОВИЯХ РЕЖИМА РАСТВОРЕННОГО ГАЗА

#### § 1. Постановка задачи

Между процессами, происходящими (в период эксплуатации) в газовой и в нефтяной залежах в условиях соответственно газового режима и режима растворенного газа, имеется много общего. В обоих случаях единственной энергией, за счет которой происходит продвижение флюидов из пласта к скважинам, является энергия сжатого газа (влиянием силы тяжести в большинстве случаев можно пренебречь). Это позволяет методы, примененные нами для решения задач о разработке газовых месторождений в условиях газового режима, приложить к решению ряда задач, возникающих при проектировании рациональной разработки нефтяных месторождений в условиях режима растворенного газа.

Характер этих задач, а также их постановка те же, что и в случае разработки газовых месторождений. Поэтому для избежания повторений мы ограничимся здесь ссылкой на главы II, III, IV, V, VI и VII настоящей работы.

Все изложенные во II главе соображения о нейтральных линиях и удельных площадях дренажа остаются справедливыми и для разработки нефтяных месторождений в условиях режима растворенного газа. В равной степени это относится и к вопросам о влиянии формы сетки расположения нефтяных скважин на их дебит (§ 2 главы V), о расстояниях между скважинами (§ 3 главы V), о зависимости суммарного дебита нефтяных скважин от их числа, о зависимости времени истощения нефтяной залежи от числа скважин (§ 3 главы VII) и др.

Прежде чем приступить к исследованию неустановившегося движения газированной жидкости в пористой среде, рассмотрим задачу об установившейся фильтрации газированной жидкости.

## § 2. Установившееся движение газированной жидкости в пористой среде

Акад. С. А. Христианович [49], обрабатывая аналитически результаты экспериментальных исследований установившегося движения газированной жидкости в пористой среде, проведенных R. D. Wyckoff и H. G. Botset [50] и кратко изложенных в нашей статье [51] и в лекциях В. Н. Щелкачева [41], показал, что вдоль линий тока некоторый параметр  $\xi$ , определяемый ниже формулой (9', XV), является постоянным. Это обстоятельство, а также введение функции  $H$  (см. формулу (15, XV)) позволило С. А. Христиановичу свести весьма сложную задачу об установившемся движении газированной жидкости к задаче об установившейся фильтрации однородной несжимаемой жидкости. Показав, что установившееся движение газированной жидкости в пористой среде подчиняется уравнению Лапласа<sup>1</sup>, С. А. Христианович тем самым доказал (опираясь на опытные данные R. D. Wyckoff и H. G. Botset), что все аналитические решения задач установившейся фильтрации мертвой нефти (см. труды Л. С. Лейбензона [7], В. Н. Щелкачева [37], М. Muskat [20] и др.) остаются справедливыми и для установившегося движения газированной нефти, если только в соответствующие формулы вместо давления подставить величину  $H$ ; в частности, соображения В. Н. Щелкачева об интерференции скважин справедливы и для установившегося движения газированной нефти.

Нами [51] было показано, что постоянная  $\xi$  прямо пропорциональна газовому фактору  $\Gamma$  и связана с ним соотношением

$$\xi = \frac{\mu_2}{\mu_{жс}} \cdot \Gamma, \quad (1, XV)$$

<sup>1</sup> Сведение задачи об установившейся фильтрации газированной жидкости в пористой среде к уравнению Лапласа мы находим еще в книге акад. Л. С. Лейбензона [7]. Однако в то время не было экспериментальных данных, подобных [50], и потому автор исходил из гипотезы об отсутствии относительного движения пузырьков газа в нефти.

где  $\mu_2$  и  $\mu_{ж}$  соответственно абсолютные вязкости газа и жидкости.<sup>1</sup>

Из формулы (1, XV) вытекает, что в случае установившейся фильтрации газированной жидкости газовый фактор постоянен. Однако это не требует доказательств, ибо наличие установившегося движения газированной жидкости к скважине как газ и означает, что через каждое замкнутое сечение пласта, окружающее скважину, проходят одни и те же массы жидкости и газа (в свободном и растворенном состоянии). Поэтому в настоящем параграфе в качестве исходного положения мы принимаем, что газовый фактор  $\Gamma = \text{const}$ , что значительно упрощает решение рассматриваемой задачи.

На основе экспериментальных исследований Wuskoff и Botset [50] можно написать следующие уравнения для расхода жидкой и газообразной фаз газированной жидкости при фильтрации ее в направлении  $L$ :

$$q_{ж} = -\frac{k_{ж}F}{\mu_{ж}} \frac{dp}{dL}, \quad (2, XV)$$

$$q_2 = -\frac{k_2F}{\mu_2} \frac{dp}{dL} p' + q_{ж} \frac{s}{\gamma_0} p', \quad (3, XV)$$

де  $q_{ж}$  — объемный расход жидкости через сечение пласта  $F$ , причём  $F = F(L)$ ;

$q_2$  — приведенный к атмосферному давлению объемный расход газа (свободного и растворенного) через сечение  $F$  пласта;

$k_{ж}$  и  $k_2$  — коэффициенты эффективной проницаемости соответственно для жидкой и газообразной фаз газированной нефти;

$\mu_{ж}$  и  $\mu_2$  — абсолютные вязкости соответственно жидкости<sup>2</sup> и газа;

$s$  — массовый коэффициент растворимости газа в жидкости;

$\gamma_0$  — плотность газа при атмосферном давлении<sup>3</sup>;

$\frac{dp}{dL}$  — градиент давления  $p$ ;

$p' = \frac{p}{p_{ат}}$ , причём  $p_{ат}$  — атмосферное давление.

Процесс фильтрации газированной жидкости принят изотермическим (что можно считать доказанным в нашей работе [53]); предполагаем, что газ подчиняется закону Бойля-Мариотта и растворение газа в жидкости происходит по закону Генри.

Обозначая через  $\Gamma$  газовый фактор и учитывая, что в условиях стационарного движения газовый фактор постоянен, имеем:

$$\Gamma = \frac{q_2}{q_{ж}} = p' \left[ \frac{k_2}{k_{ж}} \cdot \frac{\mu_{ж}}{\mu_2} + \frac{s}{\gamma_0} \right] = \text{const}. \quad (4, XV)$$

<sup>1</sup> См. формулу (27) нашей статьи [51].

<sup>2</sup> В дальнейшем, как и М. Muskat и М. Meres [52], вязкости  $\mu_{ж}$  и  $\mu_2$  мы принимаем постоянными. В действительности, по мере выделения из жидкости растворенного газа абсолютная вязкость ее увеличивается; с изменением давления изменяется и вязкость газа. Величина допускаемой погрешности, обусловленной этими изменениями, в случае необходимости может быть оценена.

<sup>3</sup> В дальнейшем (в отличие от предыдущих глав), чтобы сохранить в обозначениях приемственность со статьями Wuskoff и Botset [50], Muskat и Meres [52], С. А. Христиановича [49] и нашей статьей [51], мы обозначаем через  $\gamma$  — плотность жидкости,  $\rho$  — насыщенность жидкостью порового пространства,  $\xi$  — постоянную, пропорциональную газовому фактору.

Отсюда

$$k_2 = k_{ж} \frac{\mu_2}{\mu_{жс}} \left( \frac{\Gamma}{p'} - \frac{s}{\gamma_0} \right). \quad (5, XV)$$

Уравнение (5, XV) выражает связь между эффективными проницаемостями для газа ( $k_2$ ) и жидкости ( $k_{жс}$ ), газовым фактором  $\Gamma$  и давлением  $p$ .

Обозначим

$$\alpha = \frac{\mu_2}{\mu_{жс}} \frac{s}{\gamma_0}. \quad (6, XV)$$

Тогда уравнение (4, XV) приводится к виду:

$$\Gamma \frac{\mu_2}{\mu_{жс}} = p' [G(\varrho) + \alpha], \quad (7, XV)$$

где

$$G(\varrho) = \frac{k_2}{k_{жс}}, \quad (8, XV)$$

через  $\varrho$  обозначена насыщенность жидкостью порового пространства. Обозначая левую часть уравнения (7, XV) через постоянную  $\xi$ :

$$\xi = \frac{\mu_2}{\mu_{жс}} \cdot \Gamma, \quad (9, XV)$$

получим:

$$\xi = p' [G(\varrho) + \alpha]. \quad (9', XV)$$

Уравнение (9', XV) полностью совпадает с уравнением акад. С. А. Христиановича [49], полученным им иным путем (преобразования С. А. Христиановича приведены также в нашей статье [51]).

Из формулы (9', XV) имеем:

$$p = \frac{\xi}{G(\varrho) + \alpha}, \quad (10, XV)$$

или

$$p^* = \frac{1}{G(\varrho) + \alpha}, \quad (11, XV)$$

где

$$p^* = \frac{p'}{\xi}. \quad (12, XV)$$

На основе (11, XV) нами была построена кривая  $p^* = p^*(\varrho)$ , приведенная на фиг. 79. Подробности построения см. [51].

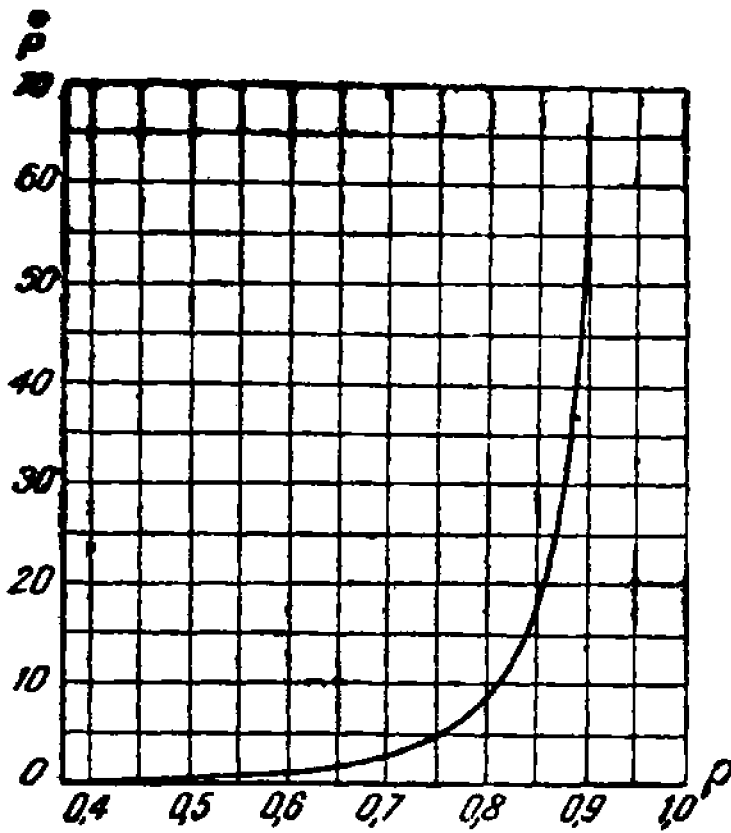
Как известно, фильтрация однородной жидкости подчиняется закону Дарси

$$v = - \frac{k}{\mu} \frac{dp}{dL},$$

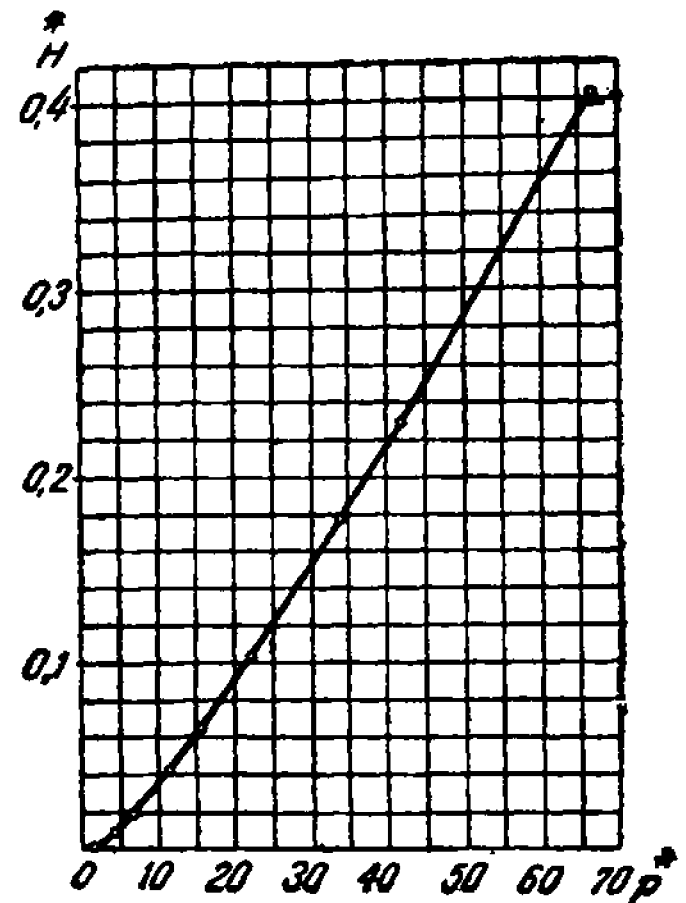
где  $k$  — коэффициент проницаемости пористой среды,  $\mu$  — абсолютная вязкость жидкости,  $\frac{dp}{dL}$  — градиент давления.

Допустим, что существует некоторая функция  $H$ , которая, будучи подставлена в уравнение Дарси вместо давления  $p$ , делает это уравнение справедливым для скорости  $v_{жс}$  фильтрации жидкой фазы газированной жидкости, иными словами, предположим, что

$$v_{жс} = - \frac{k}{\mu_{жс}} \frac{dH}{dL} \quad (13, XV)$$



Фиг. 79. Зависимость между давлением  $p^*$  и насыщенностью  $e$  жидкостью порового пространства.



Фиг. 80. Зависимость значений функции  $H^*$  от давления  $p^*$ .

На основании уравнения (2, XV) скорость фильтрации жидкой фазы газированной жидкости определяется так:

$$v_{жс} = - \frac{k_{жс}}{\mu_{жс}} \frac{dp}{dL} \quad (14, XV)$$

Приравнявая уравнения (13, XV) и (14, XV), решая полученное уравнение относительно  $H$  и учитывая, что  $p$  может изменяться от 0 до  $p$ , имеем:

$$H = \frac{1}{k} \int_0^p k_{жс} \cdot dp,$$

или, вводя

$$H^* = \frac{H}{p_{атм} \xi},$$

получим

$$H^* = \frac{1}{k} \int_0^{p^*} k_{жс} \cdot dp^*. \quad (15, XV)$$

На фиг. 80 приведена построенная нами кривая  $H^* = H^*(p^*)$ . Подробности построения ее см. [51].

Для условий плоского движения, обозначая через  $v_{xж}$  и  $v_{yж}$  соответственно проекции вектора скорости фильтрации жидкой фазы газированной жидкости на оси координат  $x$  и  $y$  и учитывая условие неразрывности, имеем

$$\frac{\partial v_{xж}}{\partial x} + \frac{\partial v_{yж}}{\partial y} = -\frac{k}{\mu_{ж}} \left( \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} \right) = 0; \quad (16, XV)$$

откуда  $\frac{\partial^2 H}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H}{\partial y^2} = 0$ , мы пришли к выводу Л. С. Лейбензона [7] и С. А. Христиановича [49] о том, что как и фильтрация однородной жидкости, установившееся движение газированной жидкости в пористой среде подчиняется уравнению Лапласа (при фильтрации по закону Дарси).

### § 3. Неустановившееся радиальное движение газированной жидкости в пористой среде

Рассмотрим истощение нефтяной залежи в условиях режима растворенного газа, при котором извлечение нефти и газа из пласта не сопровождается продвижением контурных вод (последние либо отсутствуют вовсе, либо практически остаются неподвижными).

Обозначим:

- $\Omega$  — объем порового пространства нефтяной залежи;
- $q_{ж}$  — дебит жидкости, получаемый из всей залежи;
- $\varrho$  — средняя насыщенность порового пространства залежи жидкостью

$$\tilde{e} = \frac{1}{\Omega} \int \varrho d\Omega, \quad (17, XV)$$

$t$  — время.

Тогда дифференциальное уравнение истощения нефтяной залежи может быть написано в следующем виде:

$$q_{ж} \cdot dt = -\Omega d\tilde{e}. \quad (18, XV)$$

Рассматривая по аналогии с фильтрацией газа процесс неустановившегося движения газированной жидкости в пористой среде как последовательную смену стационарных состояний и учитывая соображения, изложенные в § 1, для определения дебита  $q_{ж}$  воспользуемся соответствующими формулами расхода при установившейся фильтрации несжимаемой жидкости:

$$q_{ж} = \frac{2\pi kh}{\mu_{ж} \ln \frac{r_k}{r_c}} (H_k - H_c), \quad (19, XV)$$

где  $H_k$  — значение функции  $H$  на контуре (границе) залежи ( $r = r_k$ ),  
 $H_c$  — значение функции  $H$  на скважине ( $r = r_c$ ).

Кроме того, предположено, что давление  $p_k$ , а следовательно, и  $H_k$  на контуре залежи одинаковы во всех точках и противодавления  $p_c$ , а следовательно, и соответствующие им значения  $H_c$  одни и те же во всех скважинах.

Как было показано в главе VI, при радиальной фильтрации газа среднее давление  $\tilde{p}$  в газовой залежи с достаточной для практики точностью может быть принято равным давлению  $p_k$  на контуре.

В случае радиальной фильтрации мертвой нефти средневзвешенное по объему давление  $\tilde{p}$  в нефтяной залежи отличается от давления  $p_k$

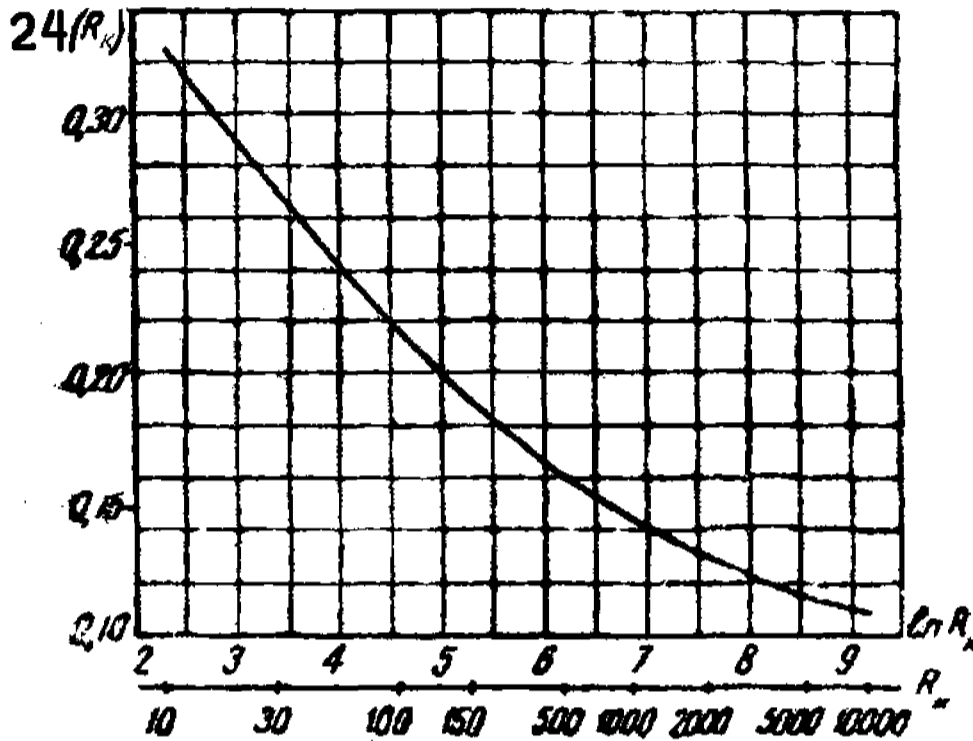
на контуре незначительно, хотя и несколько больше, чем при фильтрации газа.

Обозначим

$$\xi_{ж} = \frac{\tilde{p}}{p_k} \quad (20, XV)$$

и учтем, что при радиальной фильтрации однородной несжимаемой жидкости

$$p = p_c + \frac{p_k - p_c}{\ln \frac{r_k}{r_c}} \ln \frac{r}{r_c},$$



Фиг. 81. Значения функции  $24(R_k)$ . и

$$\tilde{p} = \frac{2}{(r_k^2 - r_c^2)} \int_{r_c}^{r_k} p(r) r dr,$$

где  $p$ —давление в точке пласта, отстоящей от скважины, радиус которой  $r_c$ , на расстоянии  $r$ ,  $r_k$ —расстояние до контура пласта; в таком случае нетрудно получить значение  $\xi_{ж}$ :

$$\xi_{ж} = 1 - (1 - \varepsilon) \varphi(R_k), \quad (21, XV)$$

где

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon &= \frac{p_c}{p_k}, \quad R_k = \frac{r_k}{r_c}, \\ \varphi(R_k) &= \frac{1}{2 \ln R_k} - \frac{1}{R_k^2 - 1}. \end{aligned} \right\} \quad (22, XV)$$

Значения  $\varphi(R_k)$  могут быть взяты из графика, приводимого на фиг. 81.

Из формулы (21, XV) следует, что минимальные значения  $\xi_{ж}$  имеют место при  $\varepsilon = 0$ .

Поскольку случаи фильтрации чистого газа и мертвой нефти можно рассматривать как частные случаи фильтрации газированной нефти при газовых факторах, соответственно равных бесконечности и нулю, можно

утверждать, что для случая газированной жидкости  $\xi_{гж} = \frac{\tilde{p}}{p_k}$  заключено в пределах

$$\xi_2 > \xi_{гж} > \xi_{ж},$$

где  $\xi_2 = \frac{\tilde{p}}{p_k}$  при фильтрации одного газа.

В табл. 73 приведены величины  $\xi_2$  и  $\xi_{ж}$  и показана разница между ними в процентах для различных значений  $\epsilon$  и  $R_k$ .

Как видно из табл. 73, значения  $\xi_2$  и  $\xi_{ж}$  мало отличаются по величине и близки к единице<sup>1</sup>. Для практических расчетов при радиальной фильтрации газированной жидкости с достаточной точностью можно принять

$$\xi_{гж} = \frac{\xi_2 + \xi_{ж}}{2}. \quad (23, XV)$$

Выразим приведенный к атмосферному давлению расход газа через среднее давление  $\tilde{p}' = \frac{p}{p_{ат}}$  и насыщенность  $\tilde{\rho}$ :

$$q_г = -\Omega \frac{S}{\gamma_0} \frac{d(\tilde{p}'\tilde{\rho})}{dt} - \Omega \frac{d[(1-\tilde{\rho})\tilde{p}']}{dt} = \Omega \frac{S}{\gamma_0} \left( \tilde{p}' \frac{d\tilde{\rho}}{dt} + \tilde{\rho} \frac{d\tilde{p}'}{dt} \right) - \Omega \left[ (1-\tilde{\rho}) \frac{d\tilde{p}'}{dt} - \tilde{p}' \frac{d\tilde{\rho}}{dt} \right]. \quad (24, XV)$$

Из дифференциального уравнения (18, XV) истощения нефтяной залежи расход жидкости равен:

$$q_{ж} = -\Omega \frac{d\tilde{\rho}}{dt}. \quad (25, XV)$$

Деля уравнение (25, XV) на (24, XV), получим следующее выражение для газового фактора:

$$\Gamma = \tilde{p}' \left( \frac{S}{\gamma_0} - 1 \right) + \frac{d\tilde{p}'}{d\tilde{\rho}} \left[ \tilde{\rho} \left( \frac{S}{\gamma_0} - 1 \right) + 1 \right]. \quad (26, XV)$$

Поскольку, как мы видели выше, в условиях радиальной фильтрации газированной жидкости можно принять, что  $\xi_{гж} \cong 1$ , то, как и при фильтрации чистого газа, среднее давление  $\tilde{p}$  можно заменить контурным давлением  $p_k$ .

Но если  $\tilde{p}$  мало отличается от  $p_k$ , то, как видно из фиг. 79,  $\tilde{\rho}$  будет еще меньше отличаться от значения насыщенности  $\rho_k$  на контуре<sup>2</sup>.

<sup>1</sup> Следует иметь в виду, что расстояния между нефтяными скважинами обычно не могут быть менее 100 м, следовательно (при  $r_c = 0,1$  м),  $R_k$  не может быть меньше 500. В условиях режима растворенного газа противодавления на скважинах в течение продолжительного времени могут быть значительны. Значения  $\epsilon$  в этот период времени обычно равны 0,7—0,9 в зависимости от проницаемости пласта.

<sup>2</sup> При рассмотрении фиг. 79 следует иметь в виду, что в условиях газового режима величина  $\rho$  изменяется обычно в пределах от 1 до  $\sim 0,75$ . Замена значений  $\rho$  на  $\rho_k$  впервые была произведена К. А. Царевичем [54].

Т а б л и ц а 73

Сопоставление значений  $\xi_2$  и  $\xi_{жс}$  при радиальной фильтрации газа и несжимаемой жидкости

$R_k$	0			0,1			0,2			0,3			0,4		
	$\xi_2$	$\xi_{жс}$	$\frac{\xi_2 - \xi_{жс}}{\xi_2} 100$	$\xi_2$	$\xi_{жс}$	$\frac{\xi_2 - \xi_{жс}}{\xi_2} 100$	$\xi_2$	$\xi_{жс}$	$\frac{\xi_2 - \xi_{жс}}{\xi_2} 100$	$\xi_2$	$\xi_{жс}$	$\frac{\xi_2 - \xi_{жс}}{\xi_2} 100$	$\xi_2$	$\xi_{жс}$	$\frac{\xi_2 - \xi_{жс}}{\xi_2} 100$
22025	0,9743	0,8917	7,65	0,9746	0,9097	6,66	0,9754	0,9197	5,71	0,9767	0,9298	4,80	0,9784	0,9398	3,95
2981	0,9677	0,8750	9,59	0,9682	0,8875	8,34	0,9690	0,9000	7,11	0,9707	0,9125	5,99	0,9731	0,9250	4,95
403	0,9564	0,8333	12,8	0,9569	0,8500	11,00	0,9582	0,8667	9,55	0,9606	0,8833	8,03	0,9636	0,9000	6,61
54,6	0,9331	0,7503	19,58	0,9338	0,7753	17,0	0,9360	0,8003	14,5	0,9396	0,8252	12,2	0,9446	0,8503	10,0
7,41	0,8683	0,5182	40,4	—	0,5664	—	0,8718	0,6146	31,2	0,8777	0,6628	24,5	0,8899	0,7109	20,1

Продолжение табл. 73

$R_k$	0,5			0,6			0,7			0,8			0,9		
	$\xi_2$	$\xi_{жс}$	$\frac{\xi_2 - \xi_{жс}}{\xi_2} 100$	$\xi_2$	$\xi_{жс}$	$\frac{\xi_2 - \xi_{жс}}{\xi_2} 100$	$\xi_2$	$\xi_{жс}$	$\frac{\xi_2 - \xi_{жс}}{\xi_2} 100$	$\xi_2$	$\xi_{жс}$	$\frac{\xi_2 - \xi_{жс}}{\xi_2} 100$	$\xi_2$	$\xi_{жс}$	$\frac{\xi_2 - \xi_{жс}}{\xi_2} 100$
22025	0,9808	0,9499	3,15	0,9837	0,9599	2,42	0,9870	0,9699	1,73	0,9909	0,9799	1,11	0,9952	0,9899	0,532
2981	0,9760	0,9375	3,94	0,9798	0,9500	3,05	0,9837	0,9625	2,14	0,9887	0,9750	1,39	0,9940	0,9887	0,652
403	0,9677	0,9167	5,27	0,9726	0,9333	4,04	0,9783	0,9500	2,90	0,9848	0,9667	1,84	0,9919	0,9848	0,866
54,6	0,9509	0,8752	7,96	0,9584	0,9001	6,08	0,9672	0,9251	4,35	0,9771	0,9500	2,77	0,9881	0,9771	1,328
7,41	0,9020	0,7591	15,8	0,9183	0,8073	12,10	0,9366	0,6555	8,66	0,9587	0,9036	5,76	0,9770	0,9587	2,58

Таким образом, можно принять, что

$$\text{и } \left. \begin{aligned} \tilde{p}' &\cong p'_k \\ \varrho &\cong \varrho_k \end{aligned} \right\} \quad (27, XV)$$

Отсюда вытекает, что сделанные нами в § 3 и 4 главы VI выводы о значении первой фазы неустановившейся радиальной фильтрации газа и воронках депрессии в этих условиях справедливы и в случае неустановившегося радиального движения газированной жидкости в пористой среде.

Учитывая (27, XV), уравнение (26, XV) можно написать в следующем виде:

$$\Gamma = p_k \left( \frac{S}{\gamma_0} - 1 \right) + \frac{dp'_k}{d\varrho_k} \left[ \varrho_k \left( \frac{S}{\gamma_0} - 1 \right) + 1 \right]. \quad (28, XV)$$

С другой стороны, значение газового фактора на контуре может быть определено из формулы (7, XV):

$$\Gamma = \frac{\mu_{ж}}{\mu_2} p'_k [G(\varrho_k) + a], \quad (29, XV)$$

Приравнявая (28, XV) и (29, XV) и разделяя переменные, получаем:

$$\frac{dp'_k}{p'_k} = \eta(\varrho_k) d\varrho_k, \quad (30, XV)$$

где

$$\eta(\varrho_k) = \frac{\mu_0 [G(\varrho_k) + a] - \frac{S}{\gamma_0} + 1}{\varrho_k \left( \frac{S}{\gamma_0} - 1 \right) + 1} \quad (31, XV)$$

и

$$\mu_0 = \frac{\mu_{ж}}{\mu_2}. \quad (32, XV)$$

Интегрируя дифференциальное уравнение (30, XV) от  $p'_n$  (начальное давление) до  $p'_k$  и от  $\varrho_n$  (начальная насыщенность) до  $\varrho_k$ , имеем:

$$\ln \frac{p'_k}{p'_n} = \int_{\varrho_n}^{\varrho_k} \eta(\varrho_n) d\varrho_n,$$

откуда

$$p'_k = p'_n e^{\int_{\varrho_n}^{\varrho_k} \eta(\varrho_n) d\varrho_n} \quad (33, XV)$$

Уравнение (33, XV) выражает зависимость между давлением и насыщенностью на контуре и в 1942 г. было получено К. А. Царевичем [54] из других соображений. М. Muskat и М. Meres [52] получили аналогичное соотношение для частного случая неустановившейся линейной

фильтрации газированной жидкости при коэффициенте растворимости  $\frac{s}{\gamma_0} = 1$ .

Учитывая формулы (27, XV) и (25, XV), для дебита жидкости можно написать формулу:

$$q_{ж} = -\Omega \frac{d\rho_k}{dt}. \quad (34, XV)$$

Для определения дебита жидкости можно также воспользоваться формулой (19, XII):

$$q_{ж} = A(H_k - H_c), \quad (35, XV)$$

где

$$A = \frac{2\pi kh p_{ат}}{\mu_{ж} \ln \frac{r_k}{r_c}}, \quad (36, XV)$$

причем  $h$  — мощность пласта. Остальные обозначения — прежние.

Кроме того, должны быть известны граничные условия на скважинах, определяемые условиями отбора жидкости и газа.

Этими условиями могут быть:

1) поддержание постоянной скорости фильтрации флюидов в призабойной зоне:

$$q_{ж} \left( 1 - \frac{s}{\gamma_0} + \frac{\Gamma}{p_c} \right) = \text{const}; \quad (37, XV)^1$$

2) постоянное давление на забое скважины

$$p_c = \text{const}; \quad (38, XV)$$

3) постоянство количества отбираемой жидкости

$$q_{ж} = \text{const}. \quad (39, XV)$$

Совместное решение уравнений (29, XV), (33, XV), (34, XV), (35, XV) и (37—39, XV) позволяет найти изменение во времени интересующих нас значений дебита жидкости, газового фактора, пластового давления и насыщенности. Дебит газа может быть определен по формуле

$$q_g = q_{ж} \cdot \Gamma. \quad (40, XV)$$

#### § 4. Задача о разработке нефтяной залежи при постоянной скорости фильтрации флюида в призабойной зоне

Практика эксплуатации нефтяных месторождений показывает, что при неограниченном отборе нефти как и в случае разработки газовых залежей, при наличии недостаточно стойких коллекторов часто образуются песчаные пробки, поровое пространство призабойной зоны пласта забивается мелкими частицами и в связи с этим резко уменьшается дебит нефтяных скважин, а иногда полностью прекращается приток нефти к скважинам. Если в нефтяном пласте имеется подошвенная вода,

<sup>1</sup> Вопрос о граничном условии (37, XV) рассматривается в § 4 настоящей главы.

то по мнению многих специалистов-нефтяников неограниченный отбор нефти может привести к образованию конусов обводнения, сопровождающемуся увеличением количества поступающей в скважину воды за счет резкого падения дебита нефти. Ввиду изложенного, промысловые геологи и инженеры ограничивают отбор нефти, устанавливая некоторую величину максимально допустимой депрессии ( $p_k - p_c$ ), превышение которой не рекомендуется. Так, например, при разработке нефтяного месторождения „Балка широкая“ в Майкопе максимально допустимой величиной депрессии считалось 15 ат.

На наш взгляд образование песчаных пробок и засорение призабойной зоны пласта являются, как и при эксплуатации газовых месторождений, следствием допущения вблизи скважины слишком больших скоростей фильтрации. При чрезмерно высоких скоростях движения газированная жидкость увлекает за собой мелкие и мельчайшие фракции песка и цементирующих песчинки веществ, в результате чего и образуются песчаные пробки в скважинах или закупориваются поровые каналы в призабойной зоне пласта. Поэтому, как и в случае газовых месторождений (см. главу IV настоящей работы), мы считаем, что в рассматриваемых условиях эксплуатация нефтяных скважин должна вестись таким образом, чтобы скорость фильтрации флюида в призабойной зоне пласта не превышала некоторого допустимого максимального значения, зависящего от механического состава, степени цементированности песка и физических свойств флюидов. Поддержание в течение эксплуатации нефтяной скважины этой максимально допустимой скорости фильтрации у забоя означает отбор максимально возможного количества нефти и вместе с тем исключает возможность осложнений при эксплуатации, связанных с допущением чрезмерно высоких скоростей движения флюидов.

Обозначим величину максимально допустимой скорости фильтрации флюида у забоя скважины через  $v_{\max}$ .

Тогда для гидродинамически совершенных скважин<sup>1</sup> объемный расход флюидов (жидкости и окклюдированного газа) равен  $2\pi r_c h v_{\max}$  (обозначения прежние). Пусть

$$2\pi r_c h v_{\max} = c. \quad (41, XV)$$

Для поддержания максимально возможного отбора нефти величина  $c$  должна определяться следующим соотношением:

$$c = q_{ж} + \frac{q_{ж} \Gamma - q_{ж} \frac{s}{\gamma_0} p'_c}{p'_c}; \quad (42, XV)$$

отсюда

$$q_{ж} = \frac{c}{1 - \frac{s}{\gamma_0} + \frac{\Gamma}{p'_c}}. \quad (43, XV)$$

При коэффициенте растворимости газа в нефти  $\frac{s}{\gamma_0} = 1$  формула (43, XV) имеет вид:

$$q_{ж} = \frac{c p'_c}{\Gamma}. \quad (44, XV)$$

<sup>1</sup> Пояснение этого термина дается в гл. IV.

Напомним, что при фильтрации одного газа условие поддержания постоянной скорости движения газа в призабойной зоне выражалось соотношением  $q = cr'_c$  (см. главу IV).

При практическом применении условия отбора (43, XV) возникает вопрос об определении величины коэффициента  $c$ . Формула (41, XV) справедлива лишь для гидродинамических совершенных скважин. В действительности в подавляющем большинстве случаев скважины несовершенны. В этих условиях коэффициент  $c$  определяется следующим образом.

Исследованием эксплуатационно-разведочных скважин устанавливается начальная максимально-допустимая величина дебита  $q_{нж}$  жидкости, при которой нет выноса песка<sup>1</sup>. Одновременно замеряются значения газового фактора  $\Gamma_n$  и забойного давления  $p_{нс}$ . Далее, исходя из формулы (42, XV), определяется значение коэффициента  $c$ :

$$c = q_{нж} + \frac{q_{нж}\Gamma_n - q_{нж} \frac{s}{\gamma_c} p'_{нс}}{p'_{нс}}. \quad (45, XV)$$

Поскольку в процессе эксплуатации нефтяных скважин дебит жидкости  $q_{ж}$ , газовый фактор  $\Gamma$  и забойное давление  $p_c$  известны (они должны точно замеряться), то отбор нефти и газа должен вестись таким образом, чтобы все время сохранялось условие (43, XV)<sup>2</sup>. Разумеется, это возможно лишь до тех пор, пока давление  $p_c$  на забое скважины не достигнет некоторого минимально допустимого значения, определяемого техникой извлечения жидкости на поверхность. С этого момента скважины эксплуатируются при поддержании постоянного забойного давления ( $p_c = \text{const}$ ).

Для решения интересующей нас задачи имеем следующие уравнения:

$$1) \quad q_{ж} = A(H_k - H_c), \quad (35, XV)$$

$$2) \quad q_{ж} = -\Omega \frac{dq_k}{dt}, \quad (34, XV)$$

$$3) \quad q_{ж} = \frac{c}{1 - \frac{s}{\gamma_0} + \frac{\Gamma}{p'_c}}, \quad (43, XV)$$

$$4) \quad p'_k = p'_k(q_k), \quad (33, XV)$$

$$5) \quad \Gamma = \mu_0 p_k [G(q_k) + a]. \quad (29, XV)$$

Приравнивая правые части уравнений (35, XV) и (34, XV), имеем:

$$A(H_k - H_c) = -\Omega \frac{dq_k}{dt};$$

<sup>1</sup> Следует учесть, что неоднородность пласта и разнообразие условий его вскрытия в разных скважинах могут привести к ошибочным представлениям о величинах  $q_{нж}$  новых скважин, если об этих величинах пытаться судить только на основании данных по старым скважинам. (Ред.)

<sup>2</sup> В случае неоднородных пластов и разнообразных условий их вскрытия коэффициент  $c$  нужно указанным путем определять отдельно для каждой эксплуатационной скважины.

отсюда

$$t = \frac{\Omega}{A} \int_{e_k}^{e_n} \frac{de_k}{H_k - H_c}$$

Вводим безразмерное время  $\tau$ :

$$\tau = \frac{A p_{ат}}{\Omega} t. \quad (46, XV)$$

Тогда

$$\tau = p_{ат} \int_{e_k}^{e_n} \frac{de_k}{H_k - H_c}. \quad (47, XV)$$

Из уравнений (35, XV) и (43, XV) имеем:

$$A(H_k - H_c) = \frac{c}{1 - \frac{s}{\gamma_0} + \frac{\Gamma}{p_c}}. \quad (48, XV)$$

При решении практических задач, связанных с разработкой нефтяной залежи при постоянной скорости фильтрации флюида в призабойной зоне, вычисления ведутся в следующем порядке.

По данным первых скважин должны быть известны начальные значения дебита  $q_{нж}$  жидкости, газового фактора  $\Gamma_n$ , пластового давления  $p_{нк}$ , забойного давления  $p_{нс}$ .

По формуле (45, XV) находим значение коэффициента  $c$ .

Задаемся значением насыщенности на контуре  $e_k = e_k' < e_n$ . По формуле (33, XV) находим величину контурного давления  $p_k'$ , соответствующего насыщенности  $e_k'$ . Из уравнения (29, XV) определяем величину газового фактора  $\Gamma'$ , отвечающего значениям давления  $p_k'$  и насыщенности  $e_k'$ . Далее по формулам (9, XV) и (12, XV) находим значения  $\xi'$  и  $p_k^*$ .

Зная  $p_k^*$ , находим по графику (фиг. 80) или таблицам<sup>1</sup> значения функции  $N'$  и  $N_k' = \xi' N'$ .

Для нахождения величин  $N_c'$  и  $p_c'$  задаемся несколькими значениями  $p_c$ ; находим отвечающие им при  $\xi = \xi'$  значения  $p_c^*$ ,  $N_c^*$  и  $N_c$  и путем подбора определяем те значения  $p_c$  и  $N_c$ , при которых уравнение (48, XV) обращается в тождество. Это и будут интересующие нас значения  $p_c'$  и  $N_c'$ .

Дебит жидкости  $q_{ж}$  находим по формуле (35, XV). Дебит газа  $q_g' = q_{ж}' \Gamma'$ . Далее по формуле (47, XV) определяем значение  $\tau'$  и из формулы (46, XV) время  $t'$ , отвечающее насыщенности на контуре  $e_k'$ , а следовательно, и дебитам  $q_{ж}'$  и  $q_g'$ .

Затем задаемся новым значением насыщенности на контуре  $e_k = e_k'' < e_k'$  и аналогично предыдущему находим соответствующие ему значения  $p_k''$ ,  $\Gamma''$ ,  $p_c''$ ,  $q_{ж}''$ ,  $q_g''$ ,  $t''$  и т. д.

<sup>1</sup> К. А. Царевичем и Б. Э. Казарновской [54] составлены подробные таблицы и графики значений функций (33, XV) и (15, XV) для разных величин  $\alpha$  [см. (6, XV)]. Одной из этих таблиц мы пользуемся (с любезного разрешения автора) при решении последующих примеров.

Таблица 74

Изменение во времени насыщенности жидкостью порового пространства  $\rho_k$ , дебита  $q_{ж}$  жидкости, дебита  $q_2$  газа, газового фактора  $\Gamma$ , забойного  $p_c$  и пластового  $p_k$  давлений в случае разработки нефтяной залежи при постоянной скорости фильтрации флюида в призабойной зоне

Насыщенность $\rho_k$	Дебит жидкости $q_{ж}$ , $m^3/сутки$	Дебит газа $q_2$ , $m^3/сутки$	Газовый фактор $\Gamma$ , $m^3/m^3$	Давления, $ата$		Время, истекшее с начала разработки $t$ , сутки
				на кон-туре $p_k$	в сква-жине $p_c$	
1,0	150,0	15000	100,0	100	98,05	0
0,99	148,2	14845	100,2	99	97,02	2,106
0,98	143,0	14695	102,3	97,9	96,04	6,422
0,97	134,5	14542	108,1	96,94	95,04	10,95
0,96	124,0	14382	116,0	95,82	94,02	15,82
0,95	112,0	14230	127,0	94,60	92,93	21,16
0,94	99,7	14033	140,8	93,27	91,71	27,1
0,93	87,73	13824	157,6	91,78	90,36	33,84
0,92	76,57	13591	177,5	90,11	88,83	41,52
0,91	66,46	13320	200,4	88,22	87,06	50,34
0,90	57,52	13016	226,3	86,11	85,07	60,53
0,89	49,73	12675	254,9	83,90	82,97	72,30
0,88	43,01	12266	285,2	81,00	80,17	85,92
0,87	37,22	11819	317,5	77,99	77,25	101,7
0,86	32,23	11313	351,0	74,65	73,94	119,8
0,85	27,83	10701	384,5	70,98	69,94	140,9
0,84	24,37	10162	417,0	66,97	66,42	165,6
0,83	21,27	9512,1	447,2	62,65	62,17	192,7
0,82	18,59	8812	474,0	58,04	57,58	224,3
0,81	16,29	8076	495,8	53,19	52,78	260,5
0,80	14,4	7364	511,0	48,14	48,12	301,5
0,79	12,59	6526	518,4	42,99	42,65	348,3
0,78	11,10	5735	516,7	37,81	37,49	401,5
0,77	9,79	4954	506,0	32,69	32,38	461,9
0,76	8,664	4201	484,9	27,73	27,46	530,2
0,75	7,667	3476	453,5	23,02	22,75	607,4
0,74	6,797	2820	414,9	18,67	18,43	694,6
0,73	6,034	2221	368,1	14,75	14,54	792,8
0,72	5,338	1697	317,9	11,31	11,09	903,7
0,71	4,743	1256	264,8	8,398	8,210	1029
0,70	4,194	892,1	212,7	6,011	5,830	1170
0,69	3,695	606,3	164,1	4,132	3,960	1330
0,68	3,348	404,0	120,7	2,714	2,640	1509
0,67	2,828	238,7	84,41	1,695	1,560	1713

Приведем пример.

**Пример 27.** Определить изменение во времени дебита жидкости и газа, газового фактора, пластового и забойного давлений, а также насыщенности пласта жидкостью при следующих исходных данных:

расстояние до контура удельной площади дренажа  $r_k = 100$  м;

радиус скважины  $r_c = 0,1$  м;

мощность пласта  $h = 10$  м;

пористость пласта  $m = 20\%$ ;

проницаемость пласта  $k = 1$  дарси;

вязкость жидкости  $\mu = 1$  сантипуаз;

начальное пластовое давление  $p_n = 100$  ата;

начальная насыщенность жидкостью порового пространства  $\rho_n = 1$ ;

объемный коэффициент растворимости газа в жидкости  $\frac{s}{\gamma_0} = 1$ ;

максимальное значение начального дебита жидкости, выше которого происходят вынос песка и пробкообразование, составляет:

$q_{нж} = 150$  м<sup>3</sup>/сутки;

при этом газовый фактор  $\Gamma_n = 100$  м<sup>3</sup>/м<sup>3</sup> и забойное давление  $p_{нс} = 98$  ата.

За атмосферное давление принимается  $p_{ат} = 10^4$  кг/м<sup>2</sup>.

Определяем величину коэффициента  $c$ . Поскольку  $\frac{s}{\gamma_0} = 1$ ,

$$c = \frac{q_{нж} \cdot \Gamma_n}{p'_{нс}} = \frac{150 \cdot 100}{98} = 153 \text{ м}^3/\text{сутки} = 0,00177 \text{ м}^3/\text{сек.}$$

Далее, произведя вычисления в указанном выше порядке, получим результаты, приведенные в табл. 74<sup>1</sup>.

На фиг. 82, 83, 84 и 85 приведены кривые изменения дебита жидкости и газа, газового фактора, контурных давления и насыщенности жидкостью порового пространства.

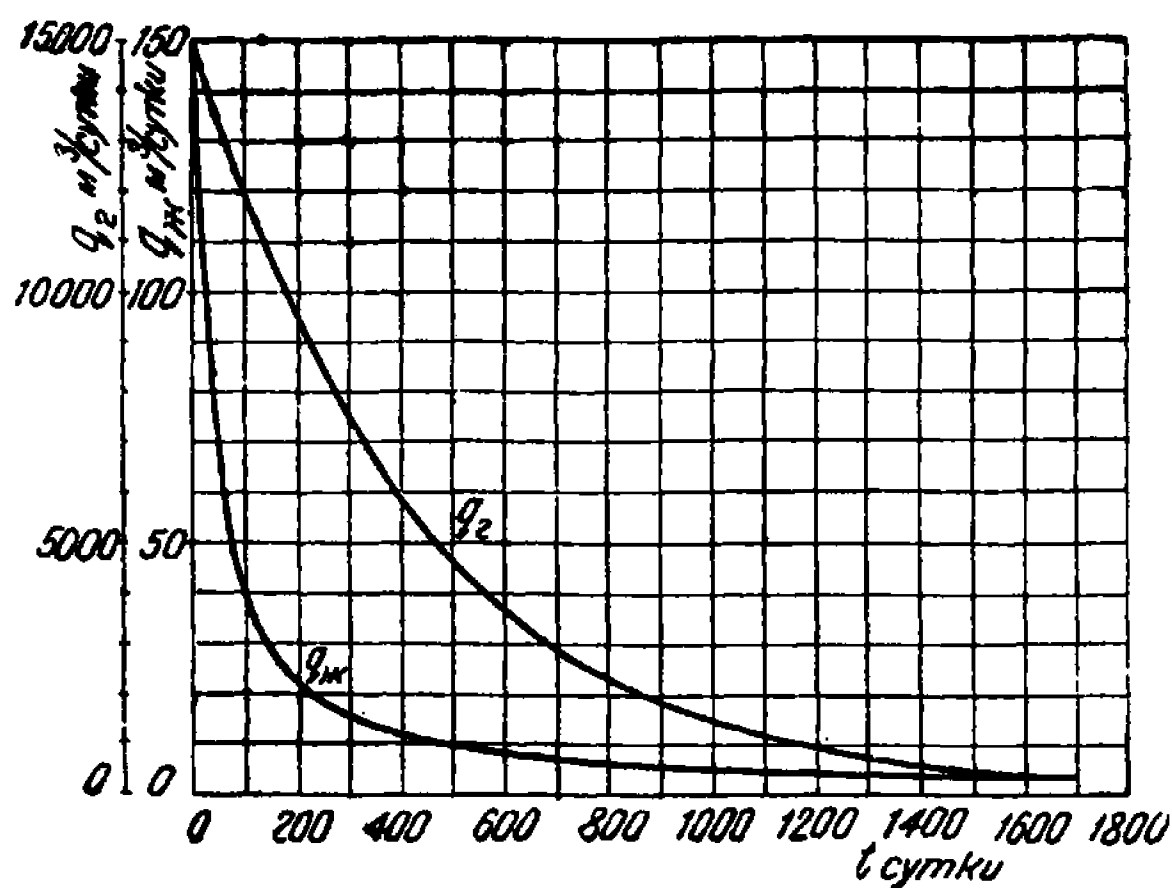
На фиг. 86 показана кривая изменения величины депрессии  $\Delta p = p_k - p_c$ .

Рассмотрение данных табл. 74 и фиг. 82—86 показывает, что начальный период (первые месяцы) разработки нефтяной залежи в условиях режима растворенного газа характеризуется высокими дебитами нефти и газа. С течением времени дебит жидкости быстро уменьшается. Темп падения дебита газа меньше, чем темп падения дебита жидкости.

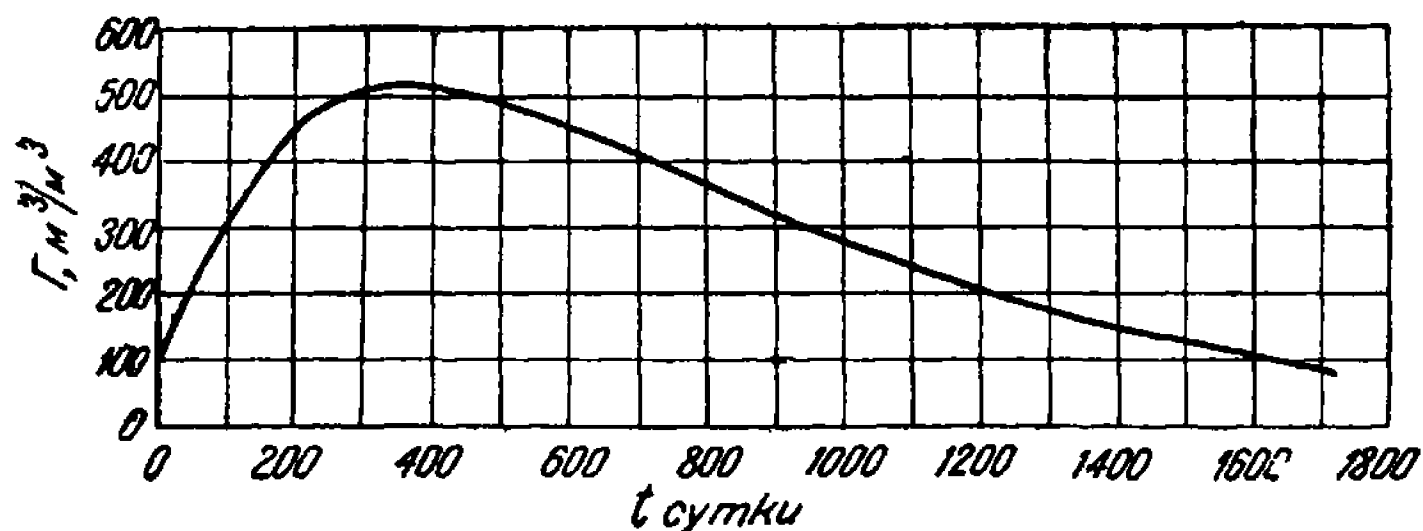
В дальнейшем (в условиях рассматриваемого примера — спустя ~300 суток) темп падения дебита жидкости резко уменьшается и наступает период относительно стабильной добычи, но абсолютная величина дебита жидкости невелика. Так, в рассматриваемом случае через 694 суток дебит жидкости составляет всего ~6,8 м<sup>3</sup>/сутки. Темп падения дебита газа в этот период времени уменьшается гораздо медленнее, чем темп падения дебита жидкости. Через 694 суток дебит газа все еще составляет 2820 м<sup>3</sup>/сутки.

<sup>1</sup> Вычисления выполнены М. М. Семчиновой.

Газовый фактор сначала резко возрастает, достигая в скором времени (в условиях рассматриваемого примера через  $\sim 350$  суток) максимума, затем постепенно уменьшается.



Фиг. 82. Изменение во времени  $t$  дебитов жидкости  $q_{жс}$  и газа  $q_g$  при разработке нефтяной залежи в условиях режима растворенного газа и поддержания постоянной скорости фильтрации флюида в призабойной зоне.



Фиг. 83. Изменение во времени  $t$  газового фактора при разработке нефтяной залежи в условиях режима растворенного газа и поддержания постоянной скорости фильтрации флюида в призабойной зоне.

С течением времени пластовое давление (под термином „пластовое давление“ в условиях радиального потока можно понимать контурное давление) довольно быстро падает. Так, при принятых в примере 27 исходных данных уже через 300 суток давление на контуре удельной площади дренажа снижается со 100 до 48 *ата*.

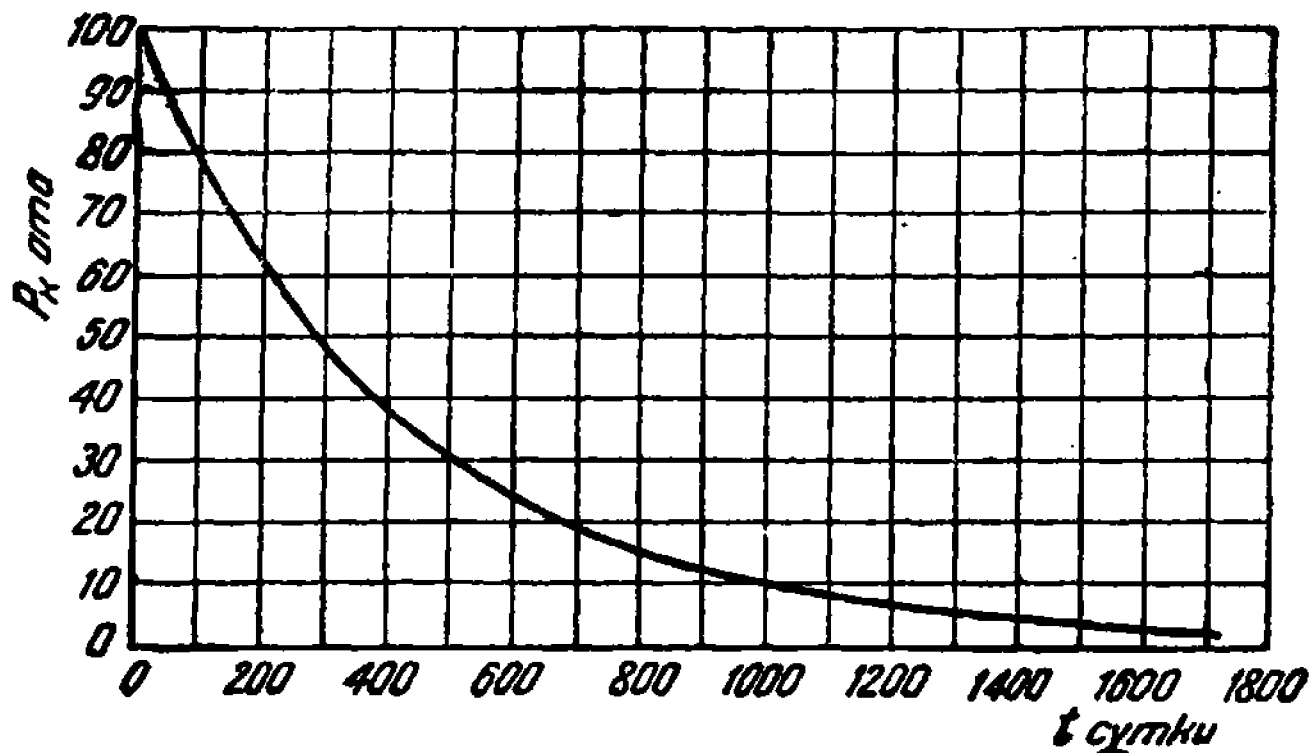
В условиях отбора нефти и газа при поддержании постоянной скорости фильтрации флюида в призабойной зоне величина депрессии, как и в случае одного газа (см. глава VII), непрерывно уменьшается.

Так, если в начальный момент времени ( $t=0$ ) величина депрессии составляла

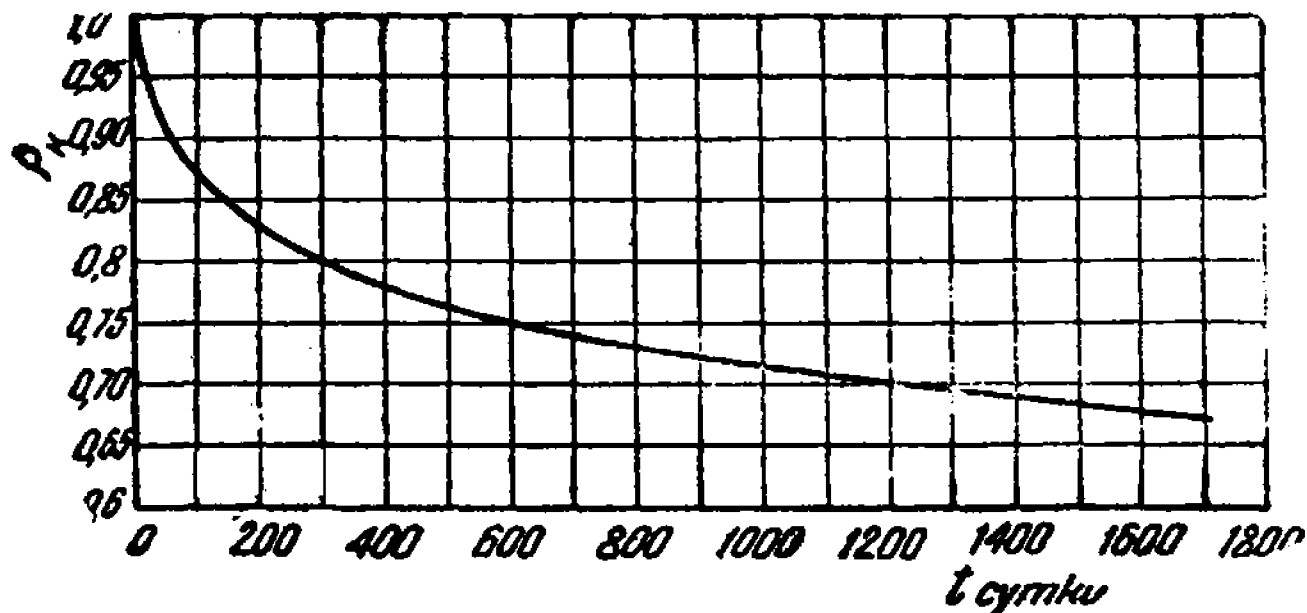
$$\Delta p = p_k - p_c \cong 2 \text{ ат},$$

то через 348 суток

$$\Delta p \cong 0,3 \text{ ат}^1.$$



Фиг. 84. Падение по времени  $t$  давления  $p_k$  на контуре удельной площади дренажа при разработке нефтяной залежи в условиях режима растворенного газа и поддержания постоянной скорости фильтрации флюида в призабойной зоне.

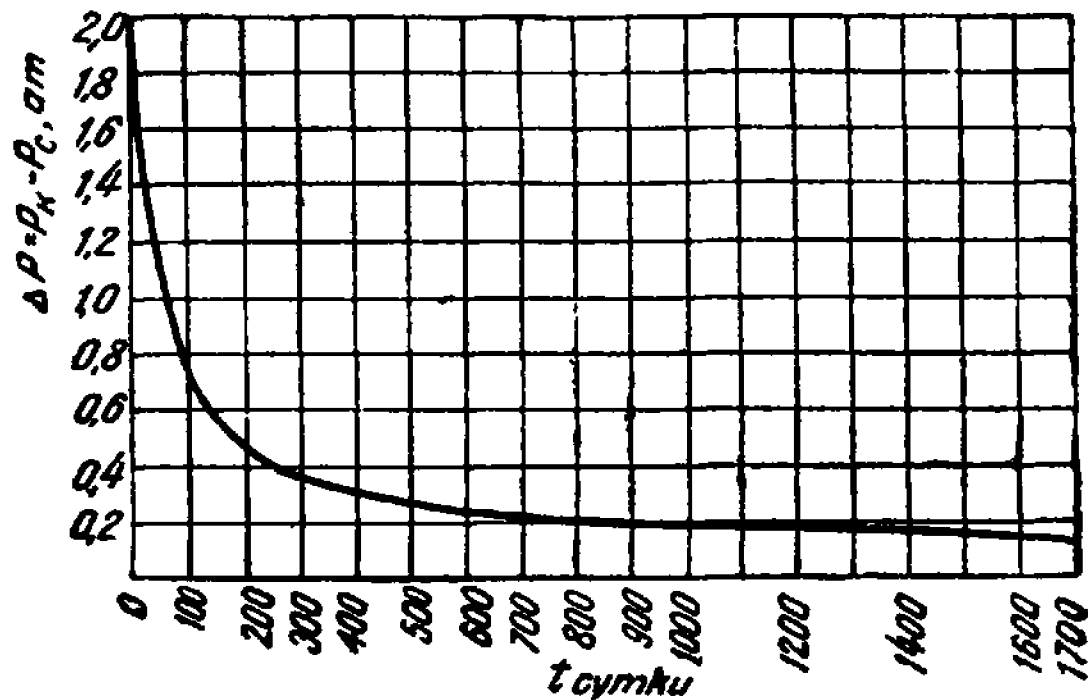


Фиг. 85. Падение во времени  $t$  насыщенности  $q_k$  на контуре удельной площади дренажа при разработке нефтяной залежи в условиях режима растворенного газа и поддержании постоянной скорости фильтрации флюида в призабойной зоне.

Особо поучительна кривая изменения насыщенности  $q_k$  жидкостью порового пространства (фиг. 85). Она показывает, что с течением времени насыщенность жидкостью порового пространства уменьшается

<sup>1</sup> Следует иметь в виду, что в действительности при тех же дебитах нефти абсолютные величины депрессии будут примерно во столько раз больше, во сколько раз вязкость нефти больше вязкости рассматриваемой в примере 27 жидкости.

незначительно. При снижении пластового давления ( $p_k$ ) со 100 до  $\sim 1,7$  ата, или на  $\sim 98,3\%$ , величина насыщенности  $e_k$  уменьшается от 1 до 0,67, или всего на  $33\%$ . Таким образом, режим растворенного газа характеризуется весьма малой нефтеотдачей. В условиях рассматриваемого примера можно рассчитывать на извлечение на поверхность не более  $\frac{1}{3}$  содержащейся в пласте жидкости. Отсюда вытекает настоятельная необходимость применения вторичных методов эксплуатации при разработке нефтяных залежей с режимом растворенного газа.



Фиг. 86. Изменение во времени  $t$  величины депрессии  $\Delta p = p_k - p_c$  при разработке нефтяной залежи в условиях режима растворенного газа и поддержания постоянной скорости фильтрации флюида в призабойной зоне.

Рассмотрим вопрос о зависимости времени разработки (истощения) нефтяной залежи от числа скважин. В условиях режима растворенного газа увеличение числа скважин означает, как и в случае разработки газовых залежей в условиях газового режима, уменьшение удельных площадей дренажа.

Радиус удельной площади дренажа определяется, как и в случае газа, по формуле (3, VIII) или (что то же самое) по формуле (33, VII).

$$\text{где } \left. \begin{aligned} r_k &= \frac{r_c \cdot b}{\sqrt{n}}, \\ b &= \frac{1}{r_c} \sqrt{\frac{\Omega_3}{\pi \cdot h \cdot m}}, \end{aligned} \right\} \quad (49, XV)$$

причем  $\Omega_3$  — объем порового пространства нефтяной залежи,  $n$  — число скважин; остальные обозначения прежние.

Объем  $\Omega$  порового пространства удельной площади дренажа определяется по формуле;

$$\Omega = \frac{\Omega_3}{n}. \quad (50, XV)$$

Эти значения  $r_k$  и  $\Omega$  следует подставить в уравнения (36, XV), (34, XV), (46, XV) и (48, XV).

Задаваясь некоторым значением конечной насыщенности  $\rho_k = \rho_{кон}$ , находим по формулам (47, XV) и (46, XV) значение времени  $T$  разработки нефтяной залежи (при  $\rho_k = \rho_{кон}$   $t = T$ ), которое зависит от числа скважин  $n$ .

Приведем пример.

**Пример 28.** Определить зависимость времени  $T$  разработки (истощения) нефтяной залежи от числа скважин  $n$  при их равномерном размещении на газоносной площади и следующих исходных данных:

площадь нефтеносности  $F = 100 \text{ км}^2$ ,  
 мощность пласта  $h = 10 \text{ м}$ ,  
 пористость пласта  $m = 20\%$ ,  
 проницаемость пласта  $k = 1$  дарси,  
 вязкость жидкости  $\mu_{жс} = 1$  сантипуаз,  
 вязкость газа  $\mu_g = 0,01$  сантипуаза,  
 начальное пластовое давление  $p_n = 100 \text{ ата}$ ,  
 начальная насыщенность  $\rho_n = 1$ ,

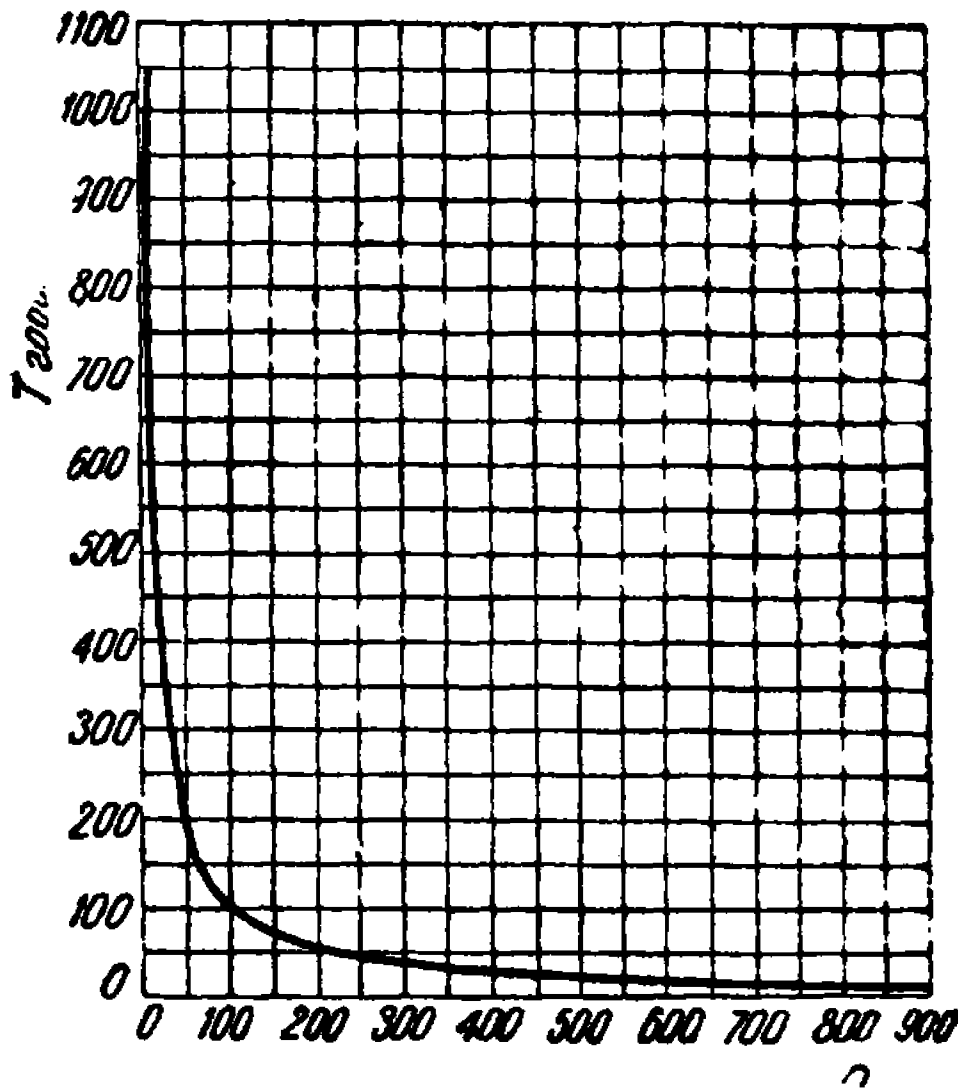
объемный коэффициент растворимости газа в жидкости  $\frac{s}{\gamma_0} = 1$ .

Максимальное допустимое значение начального дебита жидкости  $Q_{нжс} = 150 \text{ м}^3/\text{сутки}$ , при этом газовый фактор  $\Gamma_n = 100 \text{ м}^3/\text{м}^3$  и забойное давление  $p_{нс} = 98 \text{ ата}$ . За атмосферное давление принимается  $p_{ат} = 10^4 \text{ кг/м}^2$ .

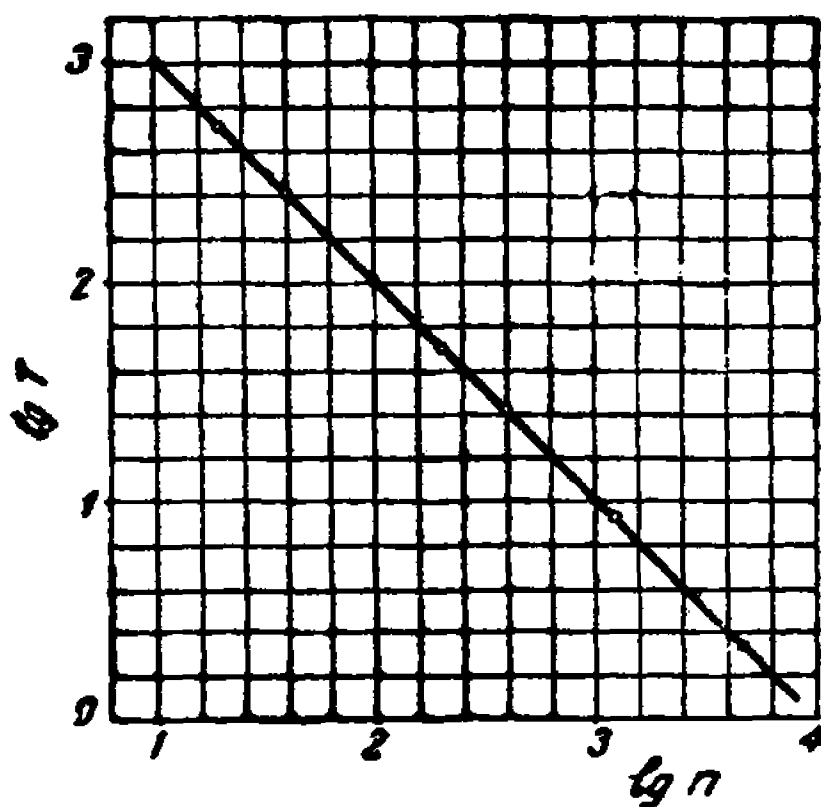
Таблица 75

**Время  $T$  разработки (истощения) нефтяной залежи при различных числах скважин. Исходные данные для вычислений приведены в примере 28**

Число скважин $n$	Радиус удельной площади дренажа $r_k$ $\text{м}$	Объем порового пространства удельной площади дренажа, $\text{м}^3$	Время разработки нефтяной залежи $T$	
			сутки	годы
10	1784	$13,07 \cdot 10^4$	384 000	1050
20	1262	$6,540 \cdot 10^4$	142 000	526,0
40	892,3	$3,270 \cdot 10^4$	96 000	263,0
60	728,5	$2,180 \cdot 10^4$	64 000	175,0
80	631,0	$1,635 \cdot 10^4$	48 000	131,5
100	564,0	$1,310 \cdot 10^4$	38 400	105,4
150	460,8	$0,8700 \cdot 10^4$	25 600	70,20
200	399,0	$0,6540 \cdot 10^4$	19 200	52,60
400	282,0	$0,3270 \cdot 10^4$	9 600	26,30
600	230,0	$0,2180 \cdot 10^4$	6 400	17,50
1200	162,9	$0,1085 \cdot 10^4$	3 185	8,73
2400	115,2	$0,0545 \cdot 10^4$	1 600	4,39
4800	81,43	$0,0271 \cdot 10^4$	796	2,18



Фиг. 87. Зависимость времени  $T$  разработки (истощения) нефтяной залежи от числа скважин  $n$  в условиях режима растворенного газа и поддержания постоянной скорости фильтрации флюида в призабойной зоне.



Фиг. 88. Зависимость логарифма времени  $T$  разработки (истощения) нефтяной залежи от логарифма числа скважин  $n$  в условиях режима растворенного газа и поддержания постоянной скорости фильтрации флюида в призабойной зоне.

Задаваясь конечным значением насыщенности жидкостью порового пространства на контуре удельной площади дренажа  $\rho_{кон} = 0,70$  и произведя указанные выше вычисления для различного числа скважин  $n$ , получим значения времени  $T$  истощения нефтяной залежи, приведенные в табл. 75.

На фиг. 87 показана кривая зависимости времени разработки нефтяной залежи от числа скважин, построенная по данным табл. 75.

На фиг. 88 показана зависимость  $\lg T$  от  $\lg n$ .

Как видно из фиг. 87 и 88, между временем разработки нефтяной залежи и числом скважин существует гиперболическая зависимость. Таким образом, характер указанной зависимости тот же, что и в случае разработки газовой залежи в условиях газового режима (см. главу VII настоящей работы).

Задаваясь различными вариантами числа скважин, для каждого из них находим время разработки нефтяной залежи и изменение во времени дебита жидкости и газа и пластового и забойного давлений. Далее, исходя из геологических и технико-экономических соображений, выбираем наиболее рациональный вариант разработки нефтяной залежи. В качестве примеров технико-экономического анализа различных вариантов разработки нефтяных залежей и выбора наиболее рационального из них укажем на работы [55, 56, 57],

выполненные проектно-исследовательским бюро рациональной разработки нефтяных месторождений при Московском нефтяном институте им. акад. И. М. Губкина.

При решении задачи, приведенной в примере 28, размещение скважин на газоносной площади принималось равномерным. Вопрос о равномерном и неравномерном размещении скважин на *нефтеносной* площади в условиях *режима растворенного газа* может быть исследован методами, предложенными нами при рассмотрении того же вопроса при разработке *газовых* месторождений с *газовым режимом* (см. § 4 главы VII). Качественные выводы при исследовании этого вопроса будут те же, что и при разработке газовых залежей <sup>1</sup>.

В заключение настоящего параграфа приведем фактические данные об изменении газового фактора по месторождению Бори-Су Малгобекского нефтяного района.

В работе геолога В. М. Николаева дается анализ разработки нефтяного месторождения Бори-Су. На основании геолого-промысловых данных автор показывает, что северная линза XIV пласта в процессе разработки может рассматриваться как отдельная залежь, в которой в начальный период разработки весь газ был растворен в нефти. Поскольку активного продвижения контурных вод при разработке XIV пласта не наблюдается, имеются все основания полагать наличие в северной линзе XIV пласта режима растворенного газа. XIV пласт месторождения Бори-Су представлен мелкозернистым песчаником. Средняя мощность его 9 м, средняя пористость (по 2 определениям) 28,5%. В абл. 76 приведены величины средних газовых факторов.

Т а б л и ц а 76

Средние газовые факторы по северной линзе XIV пласта нефтяного месторождения Бори-Су

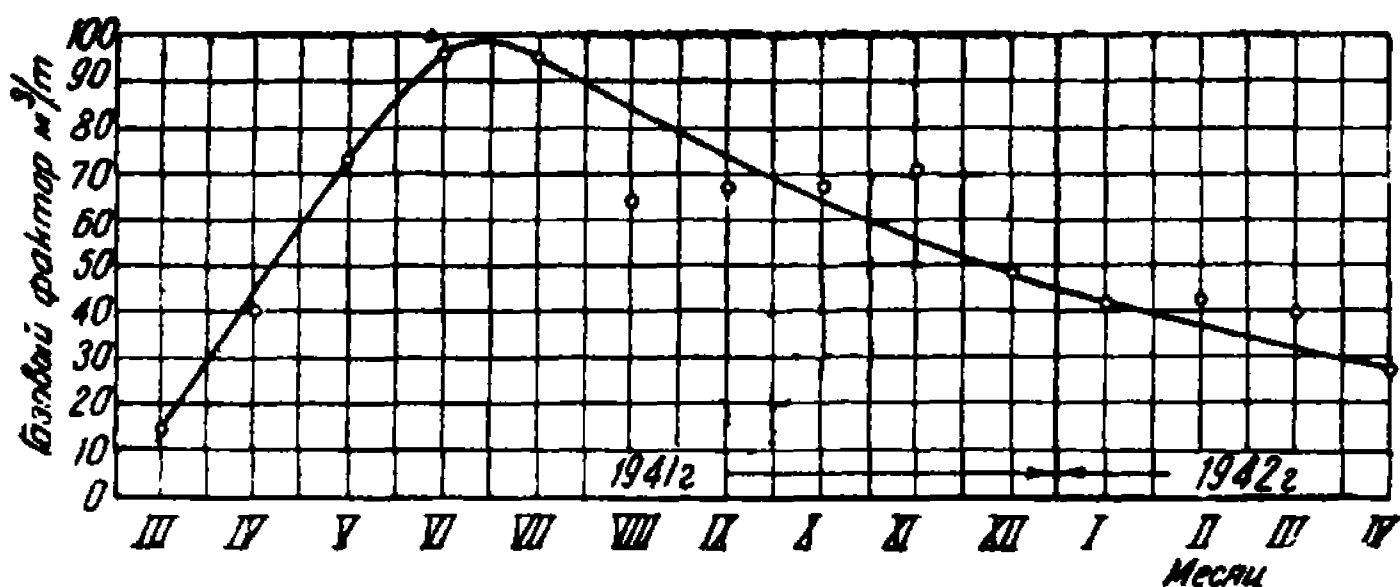
Месяцы и годы	Добыто нефти, т	Добыто газа, м <sup>3</sup>	Средний газо- вый фактор, м <sup>3</sup> /т	Месяцы и годы	Добыто нефти, т	Добыто газа, м <sup>3</sup>	Средний газо- вый фактор, м <sup>3</sup> /т
с I, 1940 по III, 1941	1891	268 650	14,2	X, 1941	5035	334 778	67,5
IV, 1941	3553	140 881	40,0	XI, 1941	4641	353 405	76,0
V, 1941	3881	284 360	73,0	XII, 1941	4864	237 635	48,8
VI, 1941	4481	425 930	96,0	I, 1942	4659	195 216	42,0
VII, 1941	5083	481 211	95,0	II, 1942	150	6 398	42,6
VIII, 1941	5394	343 110	64,0	III, 1942	—	—	39,3
IX, 1941	5805	389 800	67,0	IV, 1942	—	—	27,3

<sup>1</sup> За недостатком места в настоящей работе рассмотреть более подробно вопрос о равномерном и неравномерном размещении нефтяных скважин в условиях режима растворенного газа мы не имеем возможности.

На фиг. 89 показана кривая изменения во времени газового фактора по северной линзе XIV пласта, построенная нами по данным табл. 76.

В. М. Николаев, приводя табл. 76, заимствованную у И. Т. Пронякова, указывает следующее:

„Для выяснения закономерностей в изменениях газовых факторов желательно проводить систематические индивидуальные замеры газовых факторов, по возможности, по всем скважинам эксплуатационного объекта. Замеры должны быть, по возможности, круглосуточными или во всяком случае достаточно большой продолжительности. К сожалению, замеры газовых факторов по скважинам Бори-Су не удовлетворяют этому важному условию. Замеры газовых факторов производились



Фиг. 89. Изменение во времени газового фактора при разработке северной линзы XIV пласта нефтяного месторождения Бори-Су (Малгобекский нефтяной район).

здесь шайбным измерителем — орифайс; продолжительность каждого замера не превышала пяти минут. Благодаря кратковременности замеров дебита газа и соответственно неточности замеров дебита нефти к замерам газовых факторов нельзя предъявить строгих требований. Кроме того, необходимо учесть, что замеру подвергался только газ, выделившийся из затрубного пространства. Газ, растворенный в нефти и газ свободный, поступивший в замерную емкость вместе с нефтью, замеру не подвергался. В силу описанных недостатков... представляется возможным показать только самые общие, а вместе с тем и наиболее важные закономерности...”

„Газовые факторы по каждой скважине с минимальных величин возрастают, достигают максимума и затем начинают последовательно уменьшаться. Эта общая закономерность по скважинам сохраняется и по каждому эксплуатационному объекту в целом“.

Сравнение фиг. 83 и 89 показывает, что характер построенной нами на основании аналитических соображений кривой изменения газового фактора во времени достаточно хорошо совпадает с характером фактического изменения газового фактора, имеющего место при разработке нефтяных залежей в условиях режима растворенного газа. Разброс

точек на фиг. 89 не является неожиданным, если учесть приведенные выше соображения В. Н. Николаева о замерах величин газового фактора<sup>1</sup>.

### § 5. Задача о разработке нефтяной залежи при постоянном давлении в скважинах

По мере разработки нефтяной залежи давление в пласте и на забое скважин постепенно снижается и, наконец, наступает момент, когда давление в скважинах ( $p_c$ ) достигает некоторого минимального значения, уменьшение которого нежелательно с точки зрения техники подъема нефти на поверхность (необходимость сохранения оптимального погружения в жидкость подъемных труб в случае компрессорной эксплуатации и обеспечения нужного погружения насосных труб при глубоконасосной эксплуатации).

Следовательно, независимо от предшествующих условий отбора в течение оставшегося периода времени разработки нефтяной залежи отбор флюидов производится при сохранении постоянного давления в скважинах. Поэтому решение задачи настоящего параграфа имеет не только теоретический, но и практический интерес.

Основные уравнения для решения задачи о разработке нефтяной залежи при сохранении постоянного давления на скважинах те же, что и в предыдущем параграфе; только условие отбора (43, XV) заменяется условием  $p_c = \text{const}$ .

Таким образом, имеем:

$$1) q_{жс} = A (H_k - H_c), \quad (35, XV)$$

$$2) q_{жс} = -\Omega \frac{d\rho_k}{dt}, \quad (34, XV)$$

$$3) p_c = \text{const}, \quad (51, XV)$$

$$4) p_k' = p_k'(\rho_k), \quad (33, XV)$$

$$5) \Gamma = \mu_0 p_k' [G(\rho_k) + a]. \quad (29, XV)$$

Из первых трех уравнений имеем

$$\tau = p_{ат} \int_{\rho_k}^{\rho_H} \frac{d\rho_k}{H_k - H_c}, \quad (47, XV)$$

где величина  $\tau$  дается уравнением (46, XV).

При решении конкретных примеров вычисления производятся в следующем порядке.

По данным предыдущей эксплуатации скважин должны быть известны начальные (для периода эксплуатации при  $p_c = \text{const}$ ) зна-

<sup>1</sup> Мы не приводим здесь данных об изменениях во времени газовых факторов по южной линзе XIV пласта и по XVI пласту Бори-Су, ибо, как показал В. М. Николаев, в южной линзе XIV пласта в начальный период ее разработки в растворенном состоянии находилось не более 50% имеющегося газа, в XVI пласте существовало „довольно заметное продвижение краевых вод“.

чения дебита жидкости  $q_{нж}$ , газового фактора  $\Gamma_n$ , контурного давления  $p_{нк}$  и забойного давления  $p_c$ . Последнее в дальнейшем остается неизменным. По формуле (33, XV) находим значения насыщенности жидкостью порового пространства на контуре  $\rho_{нк}$ .

Задаемся значением насыщенности  $\rho_k = \rho_k' < \rho_{нк}$  и определяем по формуле (33, XV)<sup>1</sup> соответствующее значение контурного давления  $p_k'$ .

По формуле (29, XV) находим значение газового фактора  $\Gamma'$ , отвечающее  $\rho_k'$  и  $p_k'$ .

Зная величину газового фактора  $\Gamma'$ , определяем по формуле (9, XV) значение постоянной  $\xi$  и  $p_k'^* = \frac{p_k'}{\xi'}$ .

Находим величину

$$p_c'^* = \frac{p_c}{\xi'}.$$

По кривой (фиг. 80)  $H^* = H^*(p^*)$  или соответствующим таблицам определяем значения  $H_k'$  и  $H_c'$ , отвечающие значениям  $p_k'$  и  $p_c'$ .

По формуле (35, XV) находим значение дебита жидкости  $q_{ж}'$ . Дебит газа  $q_g' = q_{ж}' \cdot \Gamma'$ .

Далее, используя уравнения (47, XV) и (46, XV), определяем значение времени  $t'$ , соответствующее насыщенности  $\rho_k'$  и полученным значениям  $q_{ж}'$ ,  $q_g'$  и  $\Gamma'$ .

Затем задаемся новым значением насыщенности на контуре  $\rho_k'' < \rho_k'$  и повторяем вычисления в указанном выше порядке и т. д.

К. А. Царевичем и Б. Э. Казарновской [54] построены вспомогательные графики и таблицы, весьма упрощающие выполнение подобных вычислений.

Зависимость времени  $T$  разработки (истощения) газовой залежи от числа скважин легко получить, располагая графиком или таблицей значений  $\tau = \tau(\rho_k)$ .

При  $\rho_k = \rho_{кон}$  (конечное значение насыщенности)  $\tau = \tau_{кон}$  и  $t = T$ . Поэтому из формулы (46, XV) имеем:

$$T = \frac{\Omega}{A p_{ат}} \tau_{кон}, \quad (52, XV)$$

где

$$\Omega = \frac{\Omega_z}{n} \quad (50, XV)$$

и

$$A = \frac{2\pi kh}{\mu_{ж} \ln \frac{r_k}{r_c}}, \quad (36, XV)$$

причем значение  $r_k$  дается формулой (49, XV).

Подставляя (36, XV), (49, XV) и (50, XV) в формулу (52, XV), получим зависимость времени разработки (истощения) нефтяной залежи

<sup>1</sup> Функция  $p_k' = p_k'(\rho_k)$  задается в виде графика или таблицы.

от числа скважин (в условиях режима растворенного газа) в следующем виде:

$$T = \frac{\Omega_3}{n} \frac{\mu_{ж} \ln \sqrt{\frac{\Omega_3}{\pi h m r_c^2 n}}}{2\pi k h p_{ат}} \quad (53, XV)$$

Поскольку в числителе (53, XV) величина  $n$  (число скважин) входит в аргумент логарифмической функции, можно утверждать, что практически между временем разработки (истощения) нефтяной залежи и числом скважин (так же как и в предыдущем случае — см. § 4) существует гиперболическая зависимость.

Мы не приводим здесь численных примеров, их можно найти в работах К. А. Царевича и Б. Э. Казарновской [54] и В. А. Архангельского.

### § 6. Зависимость между суммарной добычей газа и средним давлением в нефтяной залежи в условиях режима растворенного газа

Обозначим:

$q_г$  — приведенный к атмосферному давлению дебит (объемный расход) газа из нефтяной залежи,

$q_{ж}$  — дебит нефти,

$Q_г$  — суммарную добычу газа за время  $t$ ,

$Q_{ж}$  — суммарную добычу нефти за время  $t$ , причем

$$\left. \begin{aligned} Q_г &= \int_0^t q_г dt \\ Q_{ж} &= \int_0^t q_{ж} \cdot dt \end{aligned} \right\} \quad (54, XV)$$

$\Omega$  — объем порового пространства нефтяной залежи,

$p = p(x, y, z, t)$  — отношение давления в точке с координатами  $x, y, z, t$  к атмосферному давлению  $p_{ат}$ ,

$\tilde{p}$  — отношение средневзвешенного по объему давления в нефтяной залежи к атмосферному давлению  $p_{ат}$ , причем

$$\tilde{p} = \frac{1}{\Omega} \int_{\Omega} p \cdot d\Omega, \quad (55, XV)$$

$\tilde{\rho}$  — насыщенность жидкостью порового пространства,

$\rho$  — средневзвешенное по объему значение  $\rho$  — см. (17, XV).

Пусть в начальный момент времени ( $t=0$ ) давление и насыщенность во всей нефтяной залежи одинаковы и соответственно равны  $p_n$  и  $\rho_n$ , причем  $\rho_n = 1$ . Как было показано нами [53], процесс фильтрации газированной нефти можно считать изотермическим. Принимая, что газ подчиняется закону Бойля-Мариотта и растворение газа в нефти происходит по закону Генри, и обозначая через  $S$  — *объемный*

коэффициент растворимости газа в нефти, можно написать следующее выражение для суммарной добычи газа:

$$Q_z = p_n \cdot \Omega \cdot S - [\tilde{p} \cdot S \cdot \tilde{\varrho} \Omega + (1 - \tilde{\varrho}) \Omega \tilde{p}],$$

или

$$Q_z = p_n \cdot S \Omega - \Omega \tilde{p} [1 - (1 - S) \tilde{\varrho}]. \quad (56, XV)$$

При объемном коэффициенте растворимости газа в нефти, равном единице ( $S = 1$ ), уравнение (56, XV) приводится к виду:

$$Q_z = p_n \cdot \Omega - \Omega \cdot \tilde{p}. \quad (57, XV)$$

Уравнение (57, XV) полностью совпадает с приведенным в главе III уравнением (17, III), выведенным для чисто газовой залежи. Следовательно, при коэффициенте растворимости газа в нефти, равном единице, между суммарной добычей газа и средним давлением в нефтяной залежи существует линейная зависимость.

Полное совпадение уравнений (57, XV) и (17, III) показывает, что при  $S = 1$  наличие в пласте нефти совершенно не влияет на зависимость между суммарной добычей газа  $Q_z$  и средним давлением  $\tilde{p}$ .

Если коэффициент растворимости газа в нефти не равен единице, то, как видно из уравнения (56, XV), между  $Q_z$  и  $\tilde{p}$  нет линейной зависимости.

Если рассматривать фильтрацию окклюдированного газа как независимое от жидкости движение газа в среде, состоящей из пористой породы и нефти, то для газа коэффициент растворимости  $S$  можно рассматривать, как некоторый коэффициент „пористости“ заполненного жидкостью порового пространства.

При такой постановке вопроса объем  $\omega$  порового пространства для газа

$$\omega = \Omega [(1 - \tilde{\varrho}) + \tilde{\varrho} S]. \quad (58, XV)$$

## Глава XVI

### ДВИЖЕНИЕ РЕАЛЬНЫХ ГАЗОВ В ПОРИСТОЙ СРЕДЕ

Особенностью реальных углеводородных газов по сравнению с идеальным газом является их отклонение от уравнения Клапейрона. Следует указать также на значительные изменения вязкости природных газов при падении давления в пласте.

В существующих аналитических решениях задач о фильтрации газов (см. например, Лейбензон [7], Muskat [20]), а также в предыдущих главах настоящей работы вязкость газов принималась постоянной, а газ совершенным.

Выведем дифференциальное уравнение движения реальных газов в пористой среде в случае изотермической фильтрации по закону Дарси. В качестве исходных уравнений примем следующие (для простоты рассмотрим плоское движение):

1) закон Дарси

$$v_x = -\frac{k}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x}, \quad v_y = -\frac{k}{\mu} \frac{\partial p}{\partial y},$$

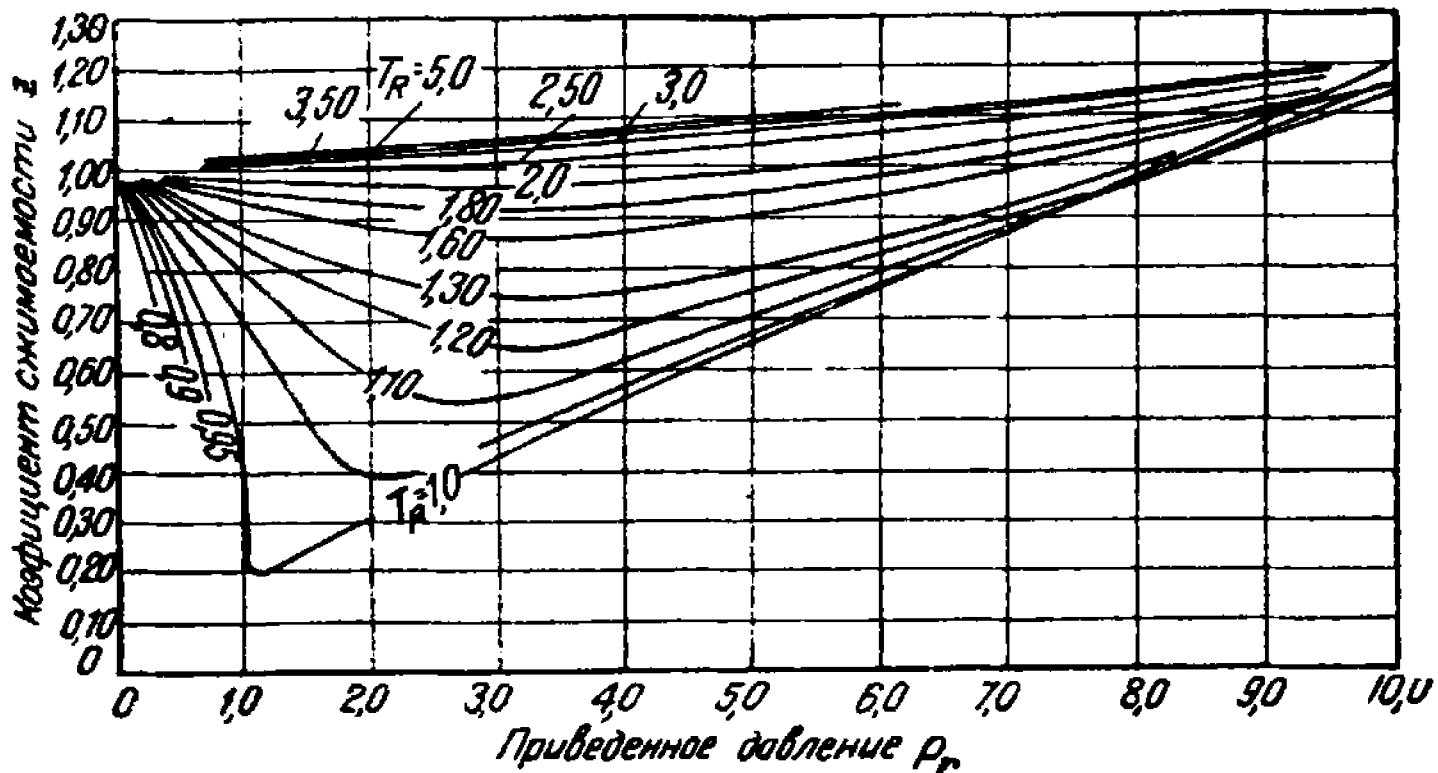
2) уравнение неразрывности

$$\frac{\partial}{\partial x} (\rho v_x) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho v_y) = -m \frac{\partial \rho}{\partial t};$$

3) уравнение состояния газа

$$\rho = \frac{p}{gRTz};$$

где  $v_x$  и  $v_y$  — проекции скорости фильтрации газа на оси координат  $x$  и  $y$ ;  $k$  и  $m$  соответственно проницаемость и пористость пласта,



Фиг. 90. Коэффициенты сжимаемости природных (углеводородных) газов при различных температурах.

$p$  — давление,  $\mu = \mu(p, T)$  — абсолютная вязкость газа,  $\rho$  — плотность газа,  $R$  — газовая постоянная,  $T$  — абсолютная температура,  $g$  — ускорение силы тяжести,  $z = z(p, T)$  — коэффициент сжимаемости газа,  $t$  — время.

Зависимости  $z = z(p, T)$  и  $\mu = \mu(p, T)$  известны в виде полученных экспериментально кривых различных для различных газов.

На фиг. 90 показаны кривые зависимости коэффициентов сжимаемости  $z$  от псевдоприведенного давления  $p_r$  при разных псевдоприведенных температурах  $T_r$ . Под псевдоприведенными давлением и температурой понимаются соответственно отношение давления газа к псевдокритическому (среднекритическому) давлению его и отношение абсолютной температуры газа к псевдокритической температуре его. Способы и примеры определения псевдокритических (среднекритических) давлений и температур природных газов по данным об их химическом составе и удельном весе описаны И. Е. Ходановичем [22], А. С. Смирновым [60] и М. В. Standing и D. L. Katz [61].

На фиг. 91 и 92 показаны кривые зависимости абсолютной вязкости природных углеводородных газов от их относительного удельного веса (уд. вес воздуха = 1) при различных давлениях (за 1 *атм* принято давление 760 мм рт. столба) и температурах. Эти кривые построены по данным Vicher и Katz [62] (см. Carlton Beal [63]) и пригодны для практических расчетов в тех случаях, когда содержание азота в газе менее 5%. Показанные пунктиром линии получены путем экстраполяции.

Подставляя в уравнение неразрывности значения  $v_x$  и  $\dot{v}_y$  из закона Дарси и значение  $\rho$  из уравнения состояния, получим дифференциальное уравнение реальных газов в пористой среде в следующем виде:

$$\frac{\partial^2 p^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p^2}{\partial y^2} - \left[ \frac{\partial p^2}{\partial x} \frac{\partial}{\partial x} (\ln \mu z) + \frac{\partial p^2}{\partial y} \frac{\partial}{\partial y} (\ln \mu z) \right] = \frac{2m\mu}{k} \left( \frac{\partial p}{\partial t} - \frac{p}{z} \frac{\partial z}{\partial t} \right). \quad (1, XVI)$$

При  $z = 1$  и  $\mu = \text{const}$ , обозначая  $P = p^2$ , получим, как частный случай, известное дифференциальное уравнение изотермического движения идеального газа в пористой среде, выведенное впервые акад. Л. С. Лейбеном (см. § 2 главы IX, формула (14, IX))

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} = \frac{m\mu}{k} P^{-\frac{1}{2}} \frac{\partial P}{\partial t}. \quad (2, XVI)$$

Интегрирование уравнения (1, XVI) встречает еще большие трудности, чем решение уравнения (2, XVI) и пока, видимо, не предоставляется возможным.

В настоящей главе излагается предложенный нами метод приближенного решения задачи об установившемся и неустойчивом движении реальных газов в пористой среде с учетом изменений их свойств в пластовых условиях.

### § 1. Установившаяся фильтрация реальных газов

Весовая скорость фильтрации газа в направлении  $x$  может быть предоставлена в следующем виде:

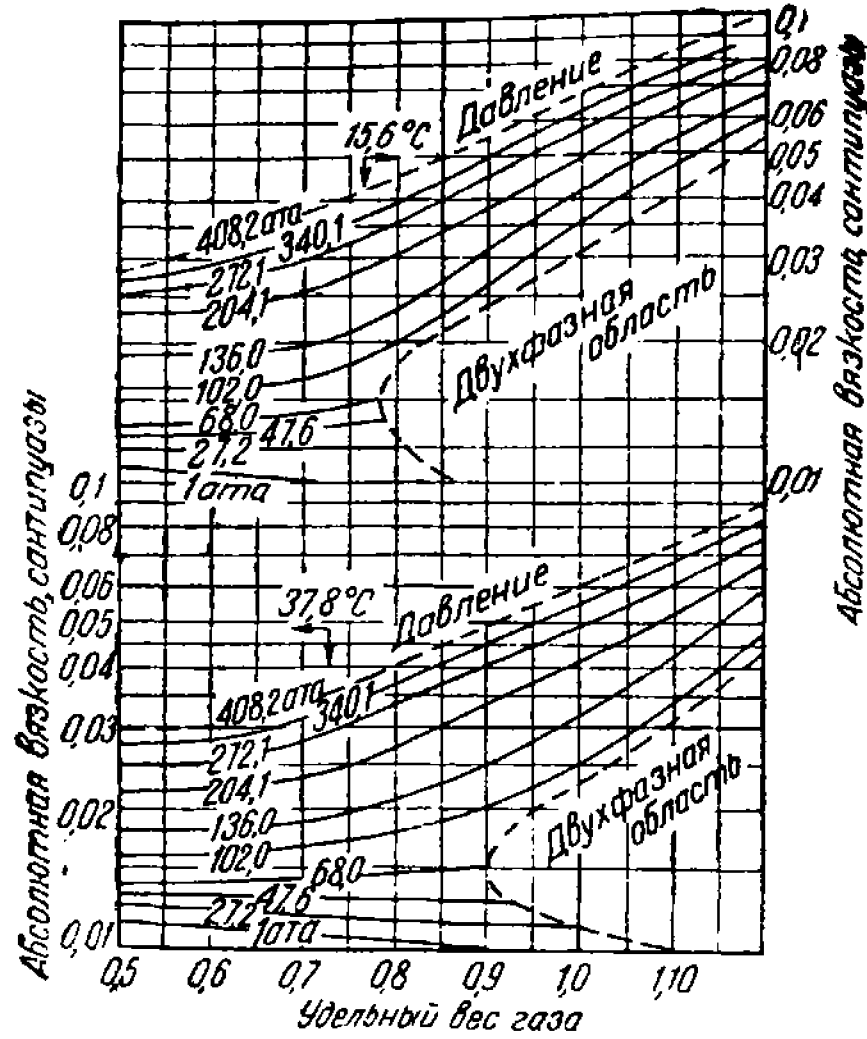
$$\gamma v = -k(x) \varphi(p) \frac{dp}{dx}, \quad (3, XVI)$$

где  $\gamma$  — уд. вес газа;  $v$  — скорость фильтрации;  $k(x)$  — проницаемость пласта, которую в ряде случаев можно рассматривать как функцию  $x$  (в однородных по проницаемости пластах  $k = \text{const}$ );  $p$  — давление,

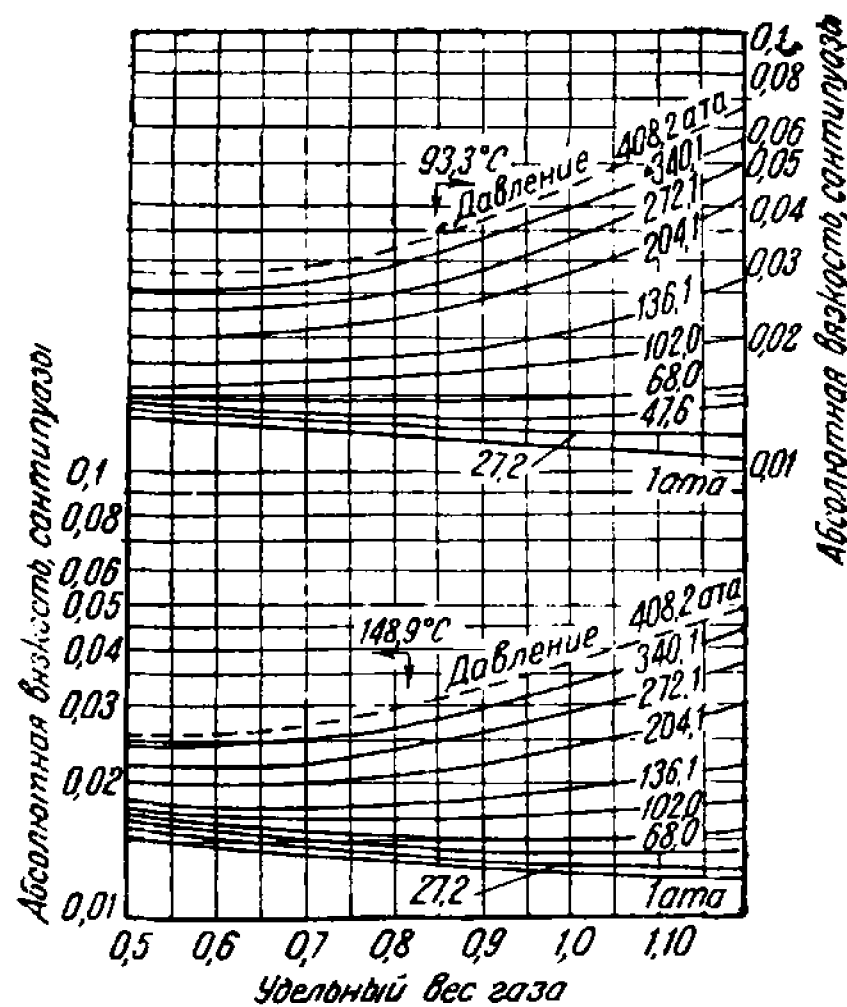
$\varphi(p) = \frac{\gamma}{\mu}$ ,  $\mu$  — абсолютная вязкость газа. Удельный вес газов

$$\gamma = \frac{p}{zRT}.$$

Рассматривая согласно § 2 глава III фильтрацию газа как изотермический процесс, можно принять, что  $z = z(p)$  и  $\mu = \mu(p)$ . Значения коэффициентов сжимаемости  $z$  и зависимость абсолютной вязкости углеводородных газов от давления при различных температурах легко определить по приведенным выше экспериментальным данным (фиг. 90, 91, 92).



Фиг. 91. Кривые зависимости абсолютной вязкости природных углеводородных газов от удельного веса газа при различных давлениях и температурах 15,6 и 37,8 °С.



Фиг. 92. Кривые зависимости абсолютной вязкости природных углеводородных газов от удельного веса газа при различных давлениях и температурах 93,3 и 148,9 °С.

Зная скорость фильтрации газа, легко найти его весовой расход  $G$ :

$$G = |\gamma v| F(x), \quad (4, XVI)$$

где  $F(x)$  — площадь сечения пласта, которая должна быть задана как функция координаты  $x$ .

В случае линейного движения  $F(x) = \text{const}$ .

При радиальной фильтрации  $F(x) = 2\pi x h$ , где  $h$  — мощность пласта, а  $x$  — расстояние от скважины до точки пласта, в которой давление равно  $p$  и скорость фильтрации  $v$ .

Подставляя в формулу (4, XVI) значение весовой скорости фильтрации из формулы (3, XVI), получим:

$$G = k(x) F(x) \varphi(p) \frac{dp}{dx}.$$

Разделив переменные и обозначая

$$f(x) = \frac{1}{k(x) F(x)}, \quad (5, XVI)$$

имеем

$$G f(x) dx = \varphi(p) dp. \quad (6, XVI)$$

Величина  $x$  изменяется в пределах от  $x_c$  (радиус скважины) до  $x_k$  (расстояние до контура питания) в условиях радиального движения и от 0 до  $L_k$  при линейном движении, если начало координат взято у стока газа (галлерей). Величина  $p$  изменяется от  $p_c$  (значение давления на забое скважины или галлерей) до  $p_k$  (значение  $p$  на контуре питания).

Интегрируя уравнение (6, XVI) в указанных пределах, получим:

$$G \int_{x_c}^{x_k} f(x) dx = \int_{p_c}^{p_k} \varphi(p) dp,$$

откуда

$$G = \frac{1}{A} \int_{p_c}^{p_k} \varphi(p) dp,$$

где постоянная

$$A = \int_{x_c}^{x_k} f(x) dx. \quad (7, XVI)$$

В случае линейного движения в однородном пласте

$$A = \frac{L_k}{kF}. \quad (8, XVI)$$

При радиальной фильтрации в однородном пласте

$$A = \frac{\ln \frac{x_c}{x_k}}{2\pi kh}. \quad (9, XVI)$$

Введем приведенный дебит

$$G^* = AG. \quad (10, XVI)$$

Тогда, подставляя в формулу (10, XVI) полученные выражения для  $A$  и  $G$ , имеем

$$G^* = \int_{p_c}^{p_k} \varphi(p) dp. \quad (11, XVI)$$

Весовой расход газа

$$G = \frac{1}{A} G^*. \quad (12, XVI)$$

Величину  $G^*$  нетрудно определить путем графического интегрирования функции  $\varphi(p)$ , значения которой определяются по указанным выше экспериментальным данным.

Найдем *распределение давления в пласте*. Для этого проинтегрируем уравнение (6, XVI) в других пределах

$$G \int_{x_c}^x f(x) dx = \int_{p_c}^p \varphi(p) dp. \quad (13, XVI)$$

Обозначим

$$\psi(p) = \int_{p_c}^p \varphi(p) dp. \quad (14, XVI)$$

Тогда в случае линейного движения в однородном пласте

$$\psi(p) = \frac{G}{kF} x. \quad (15, XVI)$$

При радиальном движении в однородном пласте

$$\psi(p) = \frac{G}{2\pi kh} \ln \frac{x}{x_c}. \quad (16, XVI)$$

Из уравнений (15, XVI) и (16, XVI) получим следующие формулы распределения давления в пласте:

при линейной фильтрации

$$x = \frac{kF}{G} \psi(p), \quad (17, XVI)$$

при радиальной фильтрации

$$x = x_c e^{\frac{2\pi kh}{G} \psi(p)}. \quad (18, XVI)$$

Задаваясь различными значениями давления  $p$ , заключенными в пределах между значениями давлений  $p_c$  (на скважине или в галлерее) и  $p_k$  (на контуре питания), находим по экспериментальным данным значения  $\varphi(p)$  и отвечающие им значения  $\psi = \psi(p)$  и по формулам (17, XVI) или (18, XVI) определяем соответствующие значения  $x$ .

В общем случае для каждого значения  $\psi$  значение  $x$  определяется подбором так, чтобы выдерживалось равенство (13, XVI).

Следует иметь в виду, что формула (4, XVI) является точной лишь в тех случаях, когда скорости фильтрации одинаковы во всех точках площади сечения пласта  $F(x)$ , как это имеет место в условиях линейной и радиальной фильтрации газов. При неравномерном распределении скоростей фильтрации по площади  $F(x)$  в качестве приближения расчет можно вести по среднему по площади  $F(x)$  значению скорости фильтрации.

## § 2. Неустановившаяся радиальная фильтрация реальных газов в пористой среде

В условиях газового режима, при котором запас энергии в пласте не пополняется извне, уравнение истощения залежи может быть написано в следующем виде:

$$Gdt = -\Omega d\tilde{\gamma}, \quad (19, XVI)$$

где  $G$  — весовой расход газа,  $t$  — время,  $\Omega$  — объем порового пространства газовой залежи,  $\tilde{\gamma}$  — средневзвешенное по объему значение удельного веса газа

$$\tilde{\gamma} = \frac{1}{\Omega} \int_{\Omega} \gamma d\Omega. \quad (20, XVI)$$

Как было показано в § 2 главы VI, в условиях радиальной фильтрации флюидов средневзвешенное по объему пласта давление  $\tilde{p}$  в практических расчетах может быть принято равным контурному давлению  $p_k$ , а следовательно, можно также принять, что

$$\tilde{\gamma} \cong \gamma_k. \quad (21, XVI)$$

Подставляя формулу (21, XVI) в (19, XVI), получим уравнение истощения залежи в виде

$$Gdt = -\Omega d\gamma_k. \quad (22, XVI)$$

Отсюда

$$t = \Omega \int_{\gamma_k}^{\gamma_n} \frac{d\gamma_k}{G}, \quad (23, XVI)$$

где  $\gamma_n$  и  $\gamma_k$  соответственно значения  $\gamma_n$  при  $t = 0$  (начальный момент разработки пласта, когда пластовое давление  $p_k$  равно начальному давлению  $p_n$ ) и в некоторый момент времени  $t$ , когда контурное давление равно  $p_k$ .

Рассматривая неустановившуюся радиальную фильтрацию флюидов, как непрерывную последовательность стационарных состояний, можно в формулу (23, XVI) подставить вместо весового расхода  $G$  его значение из формулы (12, XVI), причем величине  $A$  дается формулой (9, XVI). Тогда

$$t = A\Omega \int_{\gamma_k}^{\gamma_n} \frac{d\gamma_k}{G^*}. \quad (24, XVI)$$

Вводя приведенное время

$$\tau = \frac{1}{A\Omega} t, \quad (25, \text{XVI})$$

имеем

$$\tau = \int_{\gamma_k}^{\gamma_n} \frac{d\gamma_k}{G^*}. \quad (26, \text{XVI})$$

Для нахождения величины  $\tau$  должно быть известно условие отбора флюида на скважинах. Такими условиями могут быть следующие:

- 1)  $G = \text{const}$ , что дает также  $G^* = \text{const}$ ;
- 2)  $p_c = \text{const}$  — поддержание постоянного давления на скважинах;
- 3) поддержание постоянной скорости фильтрации газа в призабойной зоне пласта.

При условии отбора  $G = \text{const}$  из формулы (26, XVI) имеем:

$$\tau = \frac{\gamma_n - \gamma_k}{G^*}, \quad (27, \text{XVI})$$

При эксплуатации скважин в условиях поддержания постоянного давления на скважинах порядок вычислений следующий.

Задаемся различными значениями контурного давления  $p_k$ , по формуле (11, XVI) определяем значения  $G^*$ , далее по графику  $\tau = \tau(\gamma_k)$ , построенному по формуле (26, XVI), находим соответствующее значения  $\tau$  и из формулы (25, XVI) вычисляем отвечающие им значения времени  $t$ . Весовой расход газа  $G$  определяется по формуле (12, XVI).

При эксплуатации скважин в условиях поддержания постоянной скорости фильтрации в призабойной зоне скважин вычисления ведут так. Задаемся значением контурного давления  $p_k$  и по формуле (11, XVI) подбираем значение давления в скважине  $p_c$  таким образом, чтобы скорость фильтрации газа в призабойной зоне была равна величине, установленной на основании геолого-технических соображений. При этом значении  $p_c$  находим величину  $G^*$ . Затем задаемся новым значением  $p_k$  и т. д. Построив график зависимости величины  $1/G^*$  от  $\gamma_k$ , находим по формуле (26, XVI) значения  $\tau$ , отвечающие соответствующим величинам  $p_k$  и из формулы (25, XVI) определяем значения времени  $t$ . Весовой расход газа  $G$  определяется по формуле (12, XVI).

### § 3. Влияние переменности вязкости и отклонений природных газов от законов идеальных газов на дебит скважин и истощение газовых залежей

Для выяснения влияния на дебит скважин отклонений реальных газов от законов идеальных газов рассмотрим конкретный пример.

**Пример 29.** Сопоставить дебиты газовой скважины в случаях установившейся фильтрации метана и природного газа с дебитами скважины при фильтрации идеальных газов с той же вязкостью. Вязкость газов принимается постоянной и равной значению их абсолютной вязкости при атмосферном давлении и пластовой температуре. В качестве расчетных данных принимаем следующие: давление на контуре

$p_k = 100$  ата, абсолютная вязкость метана при атмосферном давлении  $\mu = 0,012$  сантипуаз, абсолютная вязкость природного газа  $\mu = 0,0105$  сантипуаз, температура пласта  $t = 37,8^\circ \text{C}$ . Значения коэффициентов сжимаемости определяются кривыми, приведенными на фиг. 90.

Состав природного газа в процентах по объему следующий: метан — 83,19, этан 8,48, пропан — 4,37, бутан — 5,44, более тяжелых 1,52.

Величина дебита реальных газов определяется по формуле (12, XVI). В случае идеальных газов  $z = 1$ ,  $\varphi(p) = \frac{p}{\mu RT}$ , где  $R$  — газовая постоянная, а  $T$  — абсолютная температура. Подставляя это значение  $\varphi(p)$  в (11, XVI) и принимая фильтрацию газа изотермической, получим значение приведенного дебита  $G_{ид}^*$  идеального газа.

$$G_{ид}^* = \frac{1}{2RT\mu_{ат}} (p_k^2 - p_c^2). \quad (28, XVI)$$

Различие в дебитах скважины при фильтрации реального и идеального газов при постоянной вязкости составит величину  $\Delta_1$  (в %):

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= \frac{G^* - G_{ид}^*}{G^*} 100 = \\ &= \frac{\int_{p_c}^{p_k} \frac{p}{z} dp - \frac{1}{2} (p_k^2 - p_c^2)}{\int_{p_c}^{p_k} \frac{p}{z} dp}. \end{aligned} \quad (29, XVI)$$

В табл. 77, составленной нами по данным вычислений, произведенных И. Н. Самушенок, приведены определенные по формуле (29, XVI) путем графического интегрирования значения  $\Delta_1$  для метана и природного газа указанного выше состава. Значения  $\Delta_1$  определены для различных депрессий, характеризуемых величиной  $\varepsilon = \frac{p_c}{p_k}$ .

Как видно из табл. 77, при игнорировании отклонений реальных газов от законов идеальных газов ошибка в определении дебита в условиях рассматриваемого примера колеблется в пределах 8 — 12% для метана и 15 — 24% для природного газа, причем вычисленные значения дебитов занижены.

Чтобы установить влияние на дебит скважин переменности вязкости природных газов, рассмотрим пример 30.

**Пример 30.** Сопоставить дебиты газовой скважины в случае установившейся фильтрации метана и природного газа с дебитами скважины при фильтрации тех же газов в условиях постоянной вязкости. Коэффициент сжимаемости принимаем равным единице ( $z = 1$ ). Зависимости абсолютной вязкости метана и природного газа (указанного в примере 29 состава) от давления показаны на приведенных соответственно на фиг. 93 и 94 графиках. Остальные расчетные данные те же, что в примере 29.

Таблица 77

ε, %	Метан			Природный газ			
	Δ <sub>1</sub>	Δ <sub>2</sub>	Δ	Δ <sub>1</sub>	Δ <sub>2</sub>	Δ <sub>2к</sub>	Δ
90	11,8)	-29,7	-15,83	23,3	-67,2	2,0	-27,8
80	11,32	-28,4	-15,03	22,0	-64,4	3,0	-27,6
60	10,25	-26,0	-14,1	20,5	-58,0	6,55	-25,8
50	10,08	-24,4	-12,1	19,8	-55,5	8,2	-25,1
10	9,25	-20,2	-10,7	17,7	-46,7	13,5	-23,1
1,5	8,65	-19,9	-10,65	17,65	-46,0	13,8	-23,1
1,0	8,6	-19,9	-10,6	17,6	-46,0	13,8	-23,0

Таблица 78

Время t		Дебит газа в тыс. м <sup>3</sup> /сутки		$\frac{q_p - q_u}{q_p}$
сутки	лет	q <sub>p</sub>	q <sub>u</sub>	%
500	1,37	15,0	131	6,67
1000	2,74	92,5	82,5	10,2
1500	4,11	52,5	40,0	19,1
2000	5,48	27,5	17,5	36,4

Различие в дебитах скважины в рассматриваемом случае фильтрации идеальных (z = 1) газов при переменной и постоянной вязкости составит величину Δ<sub>2</sub> (в процентах), причем

$$\Delta_2 = \frac{G^* - G_{ид}^*}{G^*} 100 = \frac{\int_{p_c}^{p_k} \frac{p}{\mu} dp - \frac{1}{2\mu_{ам}} (p_k^2 - p_c^2)}{\int_{p_c}^{p_k} \frac{p}{\mu} dp} \cdot 100, \quad (30, XVI)$$

где значение G<sub>ид</sub>\* дается формулой (28, XVI).

В табл. 77 приведены определенные по формуле (30, XVI) путем графического интегрирования значения Δ<sub>2</sub> при различных величинах ε. Рассмотрение значений Δ<sub>2</sub> показывает, что в условиях рассматриваемого примера при игнорировании изменения вязкости газов вследствие изменения давления ошибки в определении дебита колеблются в пределах 20 — 30% для метана и 46 — 67% для природного газа, причем вычисленные значения дебитов являются *завышенными*.

Если при определении  $G^*$  в формулу (28,XVI) вместо  $\mu_{ат}$  подставить значение  $\mu_k$  — величину абсолютной вязкости газа при контурном давлении ( $p = p_k$ ), то соответствующие ошибки в определении дебитов, которые мы обозначим  $\Delta_{2k}$ , при фильтрации природного газа колеблются в пределах 2—8% (см. значения  $\Delta_{2k}$  в табл. 77), причем вычисленные значения дебитов в этом случае *занижены*.

Примеры 29 и 30 показывают раздельное влияние отклонений реальных газов от законов идеальных газов и переменности вязкости на дебит газовых скважин. Оказалось, что игнорирование переменности вязкости и отклонений реальных газов от закона Бойля-Мариотта приводит к ошибкам в *разные* стороны, причем неучет изменений вязкости дает *бóльшие* ошибки, чем принятие  $z = 1$ . Действительные условия фильтрации газа характеризуются тем, что одновременно  $z = z(p)$  и  $\mu = \mu(p)$ .

Для выяснения совместного влияния этих факторов рассмотрим пример 31.

**Пример 31.** Сопоставить дебиты газовой скважины в случае установившейся фильтрации метана и природного газа с дебитами скважины при фильтрации идеальных газов при постоянной вязкости, равной вязкости соответствующего газа при атмосферном давлении (значения  $\mu_{ат}$  приведены в примере 29). Состав газа, контурное давление и пластовая температура те же, что в примерах 29 и 30. Зависимости  $z = z(p)$  и  $\mu = \mu(p)$  заданы графиками, приведенными на фиг. 90, 93 и 94.

Различие в дебитах скважины в этих условиях составит величину  $\Delta$  (в %), причем

$$\begin{aligned} \Delta &= \frac{G^* - G_{ид}^*}{G^*} \cdot 100 = \\ &= \frac{\int_{p_c}^{p_k} \frac{p}{\mu z} dp - \frac{1}{2\mu_{ат}} (p_k^2 - p_c^2)}{\int_{p_c}^{p_k} \frac{p}{\mu z} dp} \cdot 100. \end{aligned} \quad (31, XVI)$$

В табл. 77 приведены определенные по формуле (31,XVI) путем графического интегрирования значения  $\Delta$ . Как видно из табл. 77, в случае игнорирования отклонений реальных газов от закона Бойля-Мариотта и изменения вязкости вследствие изменения давления ошибки в определении дебитов колеблются в пределах 10—16% для метана и 23—28% для природного газа указанного состава, причем вычисленные значения дебитов являются *завышенными*.

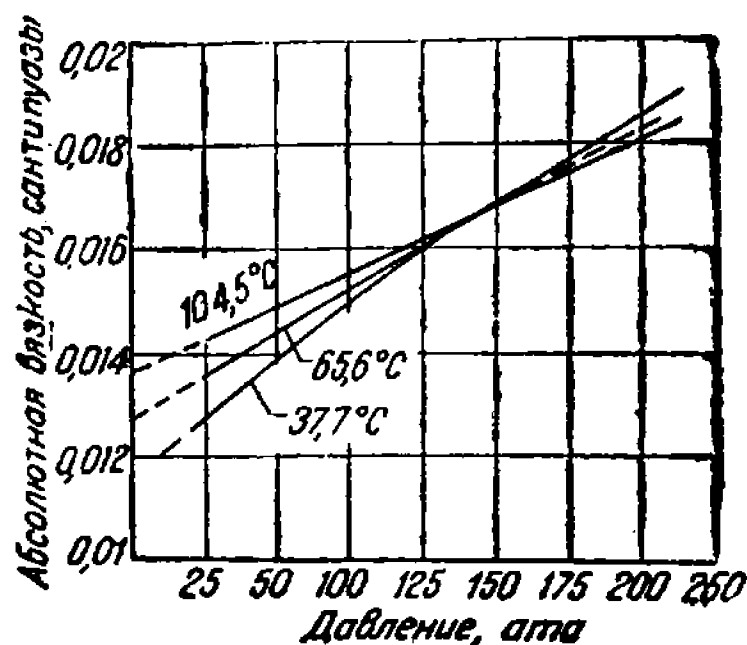
Следует отметить, что величины  $\Delta_1$ ,  $\Delta_2$  и  $\Delta$  не зависят от свойств пласта (пористость, проницаемость, литологический состав) и геометрии фильтрации, а определяются лишь зависимостями  $z = z(p)$  и  $\mu = \mu(p)$

и значениями  $\varepsilon = \frac{p_c}{p_k}$ .

Рассмотрим влияние отклонений реальных газов от законов идеальных газов и переменности вязкости на истощение газовых залежей. С этой целью на конкретном примере проанализируем истощение газо-

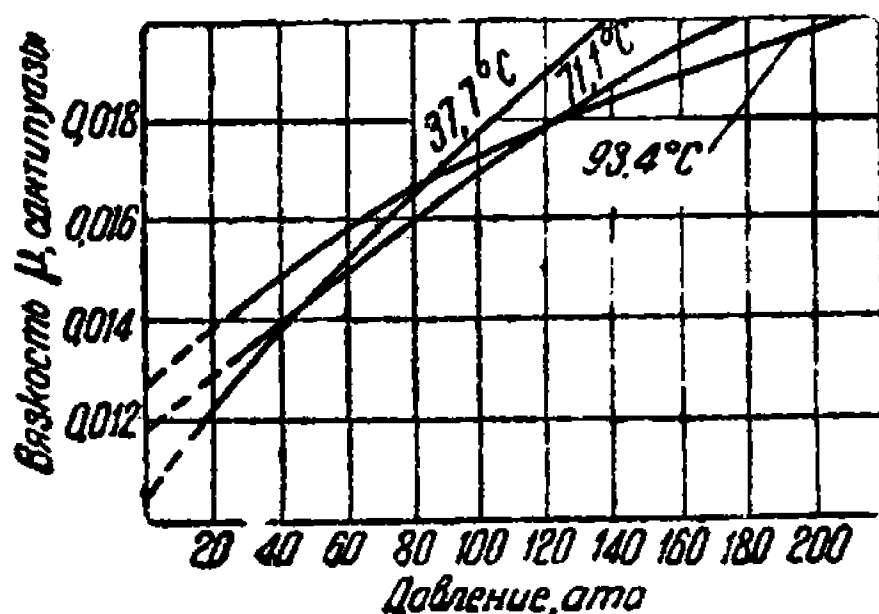
вой залежи в случаях реального и идеального газов в условиях газового режима.

Пример 32. Сопоставить падение во времени пластового (контурного) давления  $p_k$  и дебита газа  $q$  в случаях неустановившейся радиальной фильтрации идеального газа при постоянной вязкости и реаль-



Фиг. 93. Зависимость абсолютной вязкости метана от давления при различных температурах (кривые построены по экспериментальным данным В. Sage и W. Lacey [69]).

ного газа. Расчет произвести для метана. Исходные данные для вычислений следующие: расстояние между скважинами  $2r_k = 1500$  м, радиус скважины  $r_c = 0,1$  м, проницаемость пласта  $k = 1$  дарси, пори-

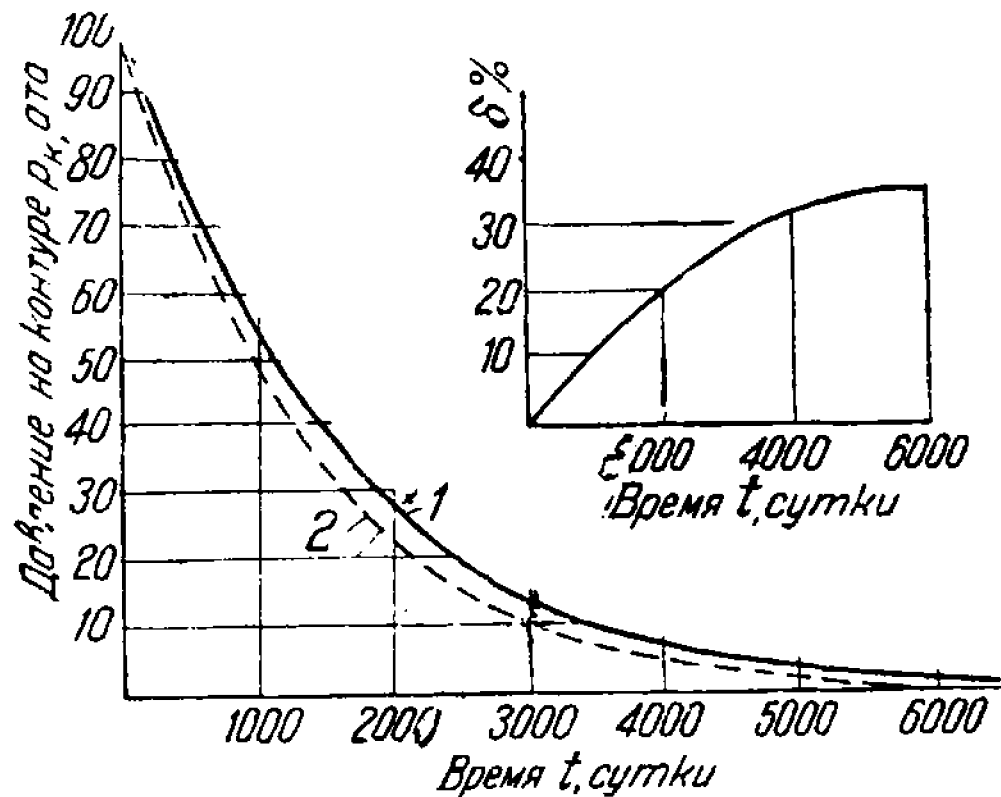


Фиг. 94. Зависимость абсолютной вязкости  $\mu$  естественного газа от давления  $p$  при различных температурах (кривые построены по экспериментальным данным В. Sage и W. Lacey [69]. Состав газа приведен в примере 29).

стость пласта  $m = 20\%$ , мощность пласта  $h = 10$  м, температура  $37,8^\circ$  С. Зависимости  $z = z(p)$  и  $\mu = \mu(p)$  задаются приведенными на фигурах 93 и 94 графиками. Удельный вес метана при атмосферном давлении и пластовой температуре  $\gamma_{ат} = 0,668$  кг/м<sup>3</sup>, вязкость при тех же условиях  $\mu_{ат} = 0,012$  сантипуаз. Начальное давление  $p_n = 100$  ата. За атмосферное давление принято  $p_{ат} = 10^4$  кг/м<sup>2</sup>. Отбор газа осу-

ществляется при поддержании постоянной скорости фильтрации газа в призабойной зоне пласта, что может быть выражено условием  $q = \frac{c p_c}{z_c}$ , где  $q = \frac{G}{\gamma_{от}}$ ,  $z_c$  — значение коэффициента сжимаемости газа при давлении  $p = p_c$ . Коэффициент  $c$  принимается равным  $2710 \text{ м}^3/\text{сутки}$ .

Произведя вычисления в порядке, указанном в конце § 2 настоящей главы, получим значения  $p_k$  и  $q = \frac{G}{\gamma_{от}}$  в различные моменты времени  $t$ . В случае идеального газа ( $z = 1$ ,  $\mu = \mu_{от} = \text{const}$ ) вычисления для тех же исходных данных производились в § 1 главы VII.



Фиг. 95. Падение во времени  $t$  контурного давления  $p_k$  при истощении газовой залежи в случаях реального  $p_{кр}$  (кривая 1) и идеального  $p_{ки}$  (кривая 2) газов и изменение во времени величины  $\delta = \frac{p_{кр} - p_{ки}}{p_{кр}} 100$ . (Расчетные данные приведены в примере 32).

Результаты вычислений значений контурного давления показаны на фиг. 95. Обозначим

$$\delta = \frac{p_{кр} - p_{ки}}{p_{кр}} 100\%.$$

Величина  $\delta$  показывает размеры ошибки, допускаемой в определении пластового (контурного) давления при игнорировании переменности вязкости и отклонений реальных газов от законов идеальных газов.

Как видно из фиг. 95, с течением времени  $\delta$  непрерывно возрастает, достигая к концу разработки  $\sim 35\%$ . Поскольку в условиях радиальной фильтрации среднее давление  $\bar{p}$  весьма близко к контурному давлению  $p_k$ , соответствующая ошибка  $\delta_1$  (в процентах) в определении остаточных запасов газа составит:

$$\delta_1 = \frac{p_{кр} - p_{ки} z_{кр}}{p_{кр}} 100,$$

где  $z_{кр}$  — значение коэффициента сжимаемости газа при давлении  $p_{кр}$ .

В условиях рассматриваемого примера при  $t = 3000$  суток (8,2 лет),  $\delta_1 = \sim 24\%$ . Следовательно, к этому моменту времени истинные запасы газа в пласте будут на  $\sim 24\%$  больше, чем вычисленные для идеального газа.

В табл. 78 приведены значения дебитов газа  $q_p$  (реальный газ) и  $q_u$  (идеальный газ) в различные моменты времени  $t$ , вычисленные для условий анализируемого примера, но при  $r_k = 500$  м. Как видно из табл. 78, в случае реального газа значения дебитов больше  $q_u$  на величину от 6 до 36%.

\* \*  
\*

*Методы, изложенные в §§ 1 и 2 настоящей главы, позволяют кроме рассмотренных вопросов решить применительно к реальным газам весь комплекс технических задач, решение которых для идеальных газов было дано в главах III—XIII.*

## ЛИТЕРАТУРА

1. Проф. Л. С. Лейбензон. Об одном случае изотермического течения вязкого газа в грунте и о дебите газовых скважин. «Азерб. нефт. хоз.», 1923, № 4 и 5.
2. Проф. Л. С. Лейбензон. О режиме нефтяных скважин и подсчете запасов нефтяных месторождений. «Нефт. и сланц. хоз.», 1923, IV, № 3 и 4—5.
3. Проф. Л. С. Лейбензон. Движение газов в пористой среде. «Нефт. хоз.», 1929, № 10.
4. Проф. Л. С. Лейбензон. Движение газов в пористой среде. «Нефт. хоз.», 1930, № 8—9.
5. И. П. Москальков. К вопросу об изучении законов движения газов в пористой среде. «Нефт. хоз.», 1930, № 3.
6. Д. С. Вилькер. Истечение воздуха из пористой среды. «Природные газы», Сборник 9, ОНТИ, 1935.
7. Проф. Л. С. Лейбензон. Нефтепромысловая механика, часть вторая. Подземная гидравлика воды, нефти и газа. Москва, 1934.
8. Б. Б. Лапук. О термодинамических процессах, происходящих в нефтяных пластах. Труды Московского нефтяного института им. акад. И. М. Губкина, Издание МНИ, Москва, 1940.
9. Б. Б. Лапук. О термодинамических процессах при движении газа в пористых пластах. «Нефт. хоз.», 1940, № 3.
10. Акад. Л. С. Лейбензон. Турбулентное движение газов в пористой среде. «Изв. Акад. наук СССР», 1945. Серия географическая и геофизическая, том IX, № 1.
11. Акад. Л. С. Лейбензон. Общая задача о движении сжимаемой жидкости в пористой среде. Там же, где и [10].
12. Акад. Л. С. Лейбензон. Основной закон движения газа в пористой среде. «Доклады Академии наук СССР», 1945, т. XLVII, № 1.
13. М. Д. Миллионщиков. Гидромеханический анализ некоторых способов эксплуатации нефтяных скважин. Институт механики Академии наук СССР. М. 1944.
14. M. Muskat a. Botset. Flow of Gases through Porous Materials, «Physics», 1931, VII. vol. 1, № 1.
15. C. C. Furnas. Flow Gase through Beds of Broken Solids. «S. I. S.» Bureau of Mines Bull., 1929, 307.
16. I. Chalmers, D. B. Taliaferro a. E. L. Rawlins. Flow et Adid Gas through Porous Media. «Trans. A. I. M. E. Petroleum Development and Technology». 1932.
17. И. Чалмерс, Движение воздуха и газа сквозь пористую среду. «Илотехника», вып. 25, Баку-М., 1932.
18. G. H. Fancher, J. A. Lewis a. K. B. Barnes. Bull. Mineral Industries experiment station. «The Pennsylvania State College», 1933, 12.
19. Д. Фенчер. Д. Льюис и К. Бернс. Физические испытания пород нефтяных и газовых пластов и их свойства. «Илотехника», вып. 105. Баку-М., 1935.
20. M. Muskat. The Flow of Homogeneous Fluids through Porous Media. M. C. Graw-Hill Book Co Inc., New York a. London, 1937.
21. В. Н. Щелкачев. Анализ существующих методов исследования скважин. Научно-исследовательский сектор ГНИ и Грозненское областное издательство. Грозный. 1945.

22. И. Н. Стрижов и И. Е. Ходанович. Добыча газа. М.-Л., Гостоптехиздат, 1946.
23. С. Герольд. Аналитические основы добычи нефти, газа и воды из скважин. М.-Л., 1932.
24. W. H. Osgood. Increasing the Recovery of Petroleum, vol. 1, New York-London, 1930.
25. C. E. Reistle. Paraffin and Congealing-oil Problems. Washigton, 1932.
26. В. С. Жуковский. Техническая термодинамика. М., 1934.
27. В. Шюле. Техническая термодинамика, т. 1. кн. 1. М.-Л., 1935.
28. П. Я. Полубаринова-Кочина. Некоторые задачи плоского движения грунтовых вод. Изд. Акад. наук СССР, М.-Л., 1942.
29. Б. Б. Лапук. О термодинамических процессах, происходящих в нефтяных пластах. Московский нефтяной институт, М., 1939.
30. В. Шюле. Техническая термодинамика. т. II, М.—Л., 1938.
31. R. A. Vudenholzer, V. H. Sage a. W. H. Lasey. Joule-Thomson Coefficient of Methane. Ind. Eng. Chem., March, 1939.
32. V. H. Sage a. W. H. Lasey. Thermodynamic Properties of Mixtures of a Crude Oil and a Natural Gas. «Ind. Eng. Chem.», February, 1936.
33. М. А. Жданов. Методика подсчета запасов природных горючих (углеводородных) газов. Изд. Акад. наук СССР, М.-Л., 1940.
34. Проф. Л. С. Лейбензон, Д. С. Вилькер, П. П. Шумилов и В. С. Яблонский. Гидравлика, М.—Л. Новосибирск, 1934.
35. Л. И. Гутенмахер. Электрическое моделирование (электроинтегратор). Изд. Акад. наук СССР, 1943.
36. Ю. Г. Толстов. Применение метода электрического моделирования физических явлений к решению некоторых задач подземной гидравлики. «Журн. техн. физ.», 1942, том XII, в. 10, стр. 587—609.
37. В. Н. Щелкачев и Г. Б. Пыхачев. Интерференция скважин и теория пластовых водонапорных систем. Баку, 1939.
38. «Плановая разработка нефтяных месторождений». Сб., М., 1934.
39. М. Ф. Мирчинк. Нефтепромысловая геология. М.—Л., 1946.
40. В. Н. Щелкачев. Расстановка скважин в пластах с водонапорным режимом. (Гидравлическое исследование некоторых вопросов). Днепропетровск, 1940.
41. В. Н. Щелкачев. Основы подземной нефтяной гидравлики. Гостоптехиздат, М.-Л., 1945.
42. Б. Б. Лапук. Эксплоатационная 5-дм. колонна. «Грозн. нефть». 1936, № 9.
43. Я. Н. Шпильрейн. Таблицы специальных функций, ч. 1, ГТТИ, 1933.
44. Проф. Л. С. Лейбензон и И. П. Москальков. Современное состояние гидромеханического исследования нефтяных и газовых пластов. См. [38], стр. 35.
45. И. М. Муравьев и Ф. А. Требин. Курс эксплуатации нефтяных месторождений, часть 1. Физические основы добычи нефти и принципы разработки нефтяных месторождений. М.-Л., 1937.
46. C. S. Slichter. Theoretical Investigations of the Motions of Ground Waters., «U. S. Geal. Survey», Nineteenth Ann.» Rept. (1897—1898), Pt-2, 235—394.
47. Проф. М. А. Жданов. Исследование зависимости между дебитом и давлением в природных резервуарах. Труды Московского нефтяного института им. акад. И. М. Губкина, вып. 4, 1946.
48. М. Д. Миллионщиков. Исследование эксплуатации скважин вблизи газовой шапки. Труды Московского нефтяного института им. акад. И. М. Губкина, вып. 3, М.-Л., Гостоптехиздат, 1945.
49. Акад. С. А. Христианович. «Прикладная математика и механика», 2, 1941.
50. R. D. Wuskoff a. M. G. Botset. The Flow of Gas-Liquid Mixtures through Unconsolidated Sands., «Physics», vol. 7, September, 1936.
51. Б. Б. Лапук. Об установившемся движении газированной жидкости в пористой среде. «Нефт. пром. СССР», № 5, 1941.
52. M. Muskat a. M. Merges. The Flow of Heterogeneous Fluids through Porous Media. «Physics», vol. 7, September, 1936.

53. Б. Б. Лапук. Термодинамические процессы при движении газированной нефти в пористой среде. «Азерб. нефт. хоз.», № 12, 1940.
54. К. А. Царевич. Расчет расстановки скважин при газовом режиме пласта и при сплошной или сгущающейся системах разработки. Труды Московского нефтяного института им. акад. И. М. Губкина, вып. 3, М.-Л., Гостоптехиздат, 1945.
55. А. П. Крылов, И. А. Чарный и М. М. Глогровский. Рациональное размещение скважин на Восточно-Калиновском и Восточно-Степановском участках треста Бугурусланнефть. Труды Московского нефтяного института им. акад. И. М. Губкина, вып. 3, М.-Л., Гостоптехиздат, 1945.
56. А. П. Крылов, В. А. Архангельский, М. М. Глогровский, Б. Б. Лапук, Н. М. Николаевский, В. В. Семенович и И. А. Чарный. Рациональное размещение скважин на месторождениях Широкая Балка и Асфальтовая гора, Краснодарнефтекомбината. Труды Московского нефтяного института им. акад. И. М. Губкина, вып. 3, М.-Л., Гостоптехиздат, 1945.
57. Н. М. Николаевский. Экономика разработки нефтяных месторождений. М.-Л., Гостоптехиздат, 1946.
58. Ф. И. Франкль, С. А. Христианович, Р. Н. Алексеева. Основы газовой динамики. Изд. Центрального аэрогидродинамического института им. проф. Н. Е. Жуковского, Москва, 1938.
59. Проф. К. И. Страхович. Прикладная газодинамика. М.-Л., 1937.
60. А. С. Смирнов. Технология углеводородных газов. Гостоптехиздат, 1946.
61. M. B. Stunding a. D. L. Katz. Density of Natural Gases. Trans. A. I. M. E. «Petr. Techn.» [4], 1941 t. p. 1323.
62. L. B. Bicher a. D. L. Katz. Viscosity of Natural Gases. Trans. A. I. M. E., 1944, vol. 155, p. 246, или «Petr. Eng.» v. XV, № 10 (July 1, 1944).
63. Carlton Beal. The Viscosity of Air, Water, Natural Gas, Crude Oil and Its Associated Gases at Oil Field Temperatures and Pressures. «Petr. Techn.», March 1946, t. p. 2018.
64. B. H. Sage a. W. N. Lacey. Effect of Pressure Upon Viscosity of Methan and Two Natural Gases. «Trans. A. I. M. E.», 1938, v. 127, p. 118.
65. Б. Б. Лапук. О распределении давления в газовых месторождениях. «Нефт. хоз.», 1947, 4.
66. Б. Б. Лапук. Приближенное решение задач о неустановившейся радиальной фильтрации газов по закону Дарси. «Доклады Академии Наук СССР», 1947, том LVIII, 1.
67. Б. Б. Лапук. Движение реальных газов в пористой среде. «Доклады Академии Наук СССР», 1947, том LVIII, 3.

## О Г Л А В Л Е Н И Е

Предисловие . . . . .	3
Глава I. Введение . . . . .	5
Глава II. Постановка задачи. . . . .	10
Глава III. Дифференциальное уравнение истощения газовой залежи. . . . .	
§ 1. О термодинамических процессах при движении газа в пористых пластах . . . . .	30
1. Движение газа в пласте как дроссельный процесс . . . . .	31
2. Понижение температуры при дросселировании газа в пласте. . . . .	35
3. Выводы. . . . .	42
§ 2. Вывод дифференциального уравнения истощения газовой залежи. . . . .	42
§ 3. Исследование полученного уравнения. . . . .	45
1. Зависимость между суммарным расходом газа и средним давлением в газовой залежи. . . . .	45
2. Сопоставление теории с опытами Д. С. Вилькера. . . . .	48
3. Об определении режима газовой залежи по промышленным данным. . . . .	53
Глава IV. Об условиях отбора газа на скважинах . . . . .	58
§ 1. О начальных и граничных условиях . . . . .	58
§ 2. Отбор газа при условии поддержания постоянного забойного давления на скважинах. . . . .	61
§ 3. Отбор газа, когда дебит скважин является заданной функцией времени . . . . .	61
§ 4. Отбор газа при сохранении неизменного процента отбора . . . . .	62
§ 5. Отбор газа при поддержании постоянной скорости фильтрации у забоя скважин. . . . .	63
Глава V. Некоторые соображения о размещении газовых скважин . . . . .	64
§ 1. Расположение газовых скважин на структуре . . . . .	64
§ 2. Влияние формы сетки расположения скважин на их дебит . . . . .	66
§ 3. Расстояние между скважинами. . . . .	69
§ 4. Порядок разбуривания залежи . . . . .	70
Глава VI. О распределении давления в газовой залежи . . . . .	71
§ 1. Падение давления при фильтрации газа к скважине . . . . .	71
§ 2. О среднем давлении в газовой залежи . . . . .	74
§ 3. Значение первой фазы неустановившейся радиальной фильтрации газа к скважине . . . . .	87
§ 4. О воронках депрессии при радиальной фильтрации газа. . . . .	88

<b>Глава VII. Задача о разработке газовой залежи при сохранении постоянной скорости движения газа в призабойной зоне пласта.</b>	<b>89</b>
§ 1. Решение задачи методом сведения неустановившейся фильтрации к последовательной смене стационарных состояний.	89
§ 2. Точное решение задачи при условии отбора газа $q=c_1\bar{p}$ .	99
§ 3. Выбор расстояний между скважинами	99
1. Зависимость суммарного дебита газовых скважин от их числа	102
2. Зависимость времени истощения газовой залежи от числа скважин.	105
§ 4. О равномерном и неравномерном размещении скважин на газоносной площади	107
§ 5. О роли величины диаметра газовых скважин при ограниченном отборе газа.	114
<b>Глава VIII. Задача о разработке газовой залежи при постоянной суточной добыче газа</b>	<b>116</b>
§ 1. Предварительные замечания	116
§ 2. Равномерное расположение скважин	117
§ 3. Батарейное расположение скважин	119
§ 4. Сопоставление потребного числа скважин при равномерном и батарейном их расположении. Выводы.	121
<b>Глава IX. Разработка газовой залежи в условиях сохранения постоянного давления в скважинах.</b>	<b>123</b>
§ 1. Вывод основных формул	124
§ 2. Решение акад. Л. С. Лейбензона задачи о неустановившемся двухразмерном радиальном движении газа в пористой среде	129
§ 3. Приближенное решение задачи о неустановившейся двухразмерной радиальной фильтрации газа.	134
§ 4. Сопоставление решений, полученных в § 1, 2 и 3	137
1. Распределение давления в пласте	137
2. Дебит газа	138
§ 5. Сравнение с решением М. Muskat.	139
§ 6. Выводы.	141
<b>Глава X. Задача о разработке газовой залежи, когда дебит газа является заданной функцией времени</b>	<b>142</b>
§ 1. Дебит скважин постоянен	142
1. Изменение давления во времени	142
2. Зависимость времени $T$ разработки (истощения) газовой залежи от числа скважин $n$	143
3. Сравнение с решением М. Muskat	145
§ 2. Дебит скважин является заданной функцией времени	147
<b>Глава XI. Влияние турбулентности фильтрации газа в призабойной зоне пласта на дебит газовых скважин</b>	<b>148</b>
§ 1. Дебит газовой скважины и распределение давления в пласте при установившейся радиальной фильтрации газа, не подчиняющейся закону Дарси.	148
Установившаяся радиальная турбулентная фильтрация газа	152
§ 2. Неустановившаяся радиальная турбулентная фильтрация газа	156
1. Условие отбора $p_c = \text{const}$ .	158
2. Условия отбора $q = c p_c$	159
§ 3. Неустановившееся радиальное движение газа к скважине в условиях одновременного существования двух режимов фильтрации газа в пласте	160

§ 4. О зависимости свободного дебита газовых скважин от величины критического значения числа Рейнольдса . . . . .	172
§ 5. Кривая дебит—давление . . . . .	175
§ 6. Определение свободного дебита газовых скважин по методу Пирса и Роулинса. . . . .	177
<b>Глава XII. Неустановившееся одномерное (линейное) движение газа в пористой среде . . . . .</b>	<b>180</b>
§ 1. Предварительные замечания . . . . .	180
§ 2. Решение акад. Л. С. Лейбензона задачи о неустановившемся линейном движении газа в пористой среде. . . . .	181
§ 3. Решение задачи о неустановившейся линейной фильтрации газа методом последовательной смены стационарных состояний. . . . .	187
1. Давление на выходе газа постоянно . . . . .	187
2. Отбор газа при постоянной скорости движения газа на выходе из пласта. . . . .	193
§ 4. Сопоставление аналитических решений задач о неустановившейся линейной фильтрации газа по методу акад. Л. С. Лейбензона и методу последовательной смены стационарных состояний . . . . .	195
§ 5. Сравнение теории с результатами экспериментальных исследований линейной фильтрации газа. . . . .	197
1. Экспериментальные исследования неустановившейся линейной фильтрации газа. . . . .	197
2. Сравнение решения акад. Л. С. Лейбензона задачи о неустановившейся линейной фильтрации газа с экспериментальными данными. . . . .	199
3. Сопоставление решения задачи о неустановившейся линейной фильтрации газа методом последовательной смены стационарных состояний с экспериментальными данными. . . . .	205
§ 6. Замечание об опытах Д. С. Вилькера по исследованию неустановившейся линейной фильтрации газа, проведенных в 1932—1933 гг. в МГУ. . . . .	230
<b>Глава XIII. Зависимость времени истощения газовой залежи от начального давления и эффективного диаметра песчинок. Об «опытной теореме И. П. Москалькова» . . . . .</b>	<b>233</b>
§ 1. Зависимость времени истощения газовой залежи от начального давления. . . . .	233
§ 2. Общее выражение для коэффициента проницаемости пористой среды. . . . .	235
§ 3. Зависимость времени истощения газовой залежи от эффективного диаметра песчинок. . . . .	238
§ 4. О среднесуточном дебите скважин, подсчитанном при учете всего времени истощения газовой залежи. . . . .	239
<b>Глава XIV. О разработке нефтяных месторождений в условиях гравитационного режима. Неустановившееся радиальное движение грунтовых вод . . . . .</b>	<b>241</b>
§ 1. Предварительные замечания . . . . .	241
§ 2. Вывод основных формул. Примеры . . . . .	242
§ 3. Сравнение с решением М. Д. Миллионщикова . . . . .	247
<b>Глава XV. Гидромеханические основы разработки нефтяных месторождений в условиях режима растворенного газа. . . . .</b>	<b>250</b>
§ 1. Постановка задачи . . . . .	250
§ 2. Установившееся движение газированной жидкости в пористой среде. . . . .	251

§ 3. Неустановившееся радиальное движение газированной жидкости в пористой среде . . . . .	255
§ 4. Задача о разработке нефтяной залежи при постоянной скорости фильтрации флюида в призабойной зоне. . . . .	260
§ 5. Задача о разработке нефтяной залежи при постоянном давлении в скважинах . . . . .	273
§ 6. Зависимость между суммарной добычей газа и средним давлением в нефтяной залежи в условиях режима растворенного газа. . . . .	275
<b>Глава XVI. Движение реальных газов в пористой среде . . . . .</b>	<b>276</b>
§ 1. Установившаяся фильтрация реальных газов . . . . .	278
§ 2. Неустановившаяся радиальная фильтрация реальных газов в пористой среде . . . . .	282
§ 3. Влияние переменности вязкости и отклонений природных газов от законов идеальных газов на дебит скважин и истощение газовых залежей . . . . .	283
Л и т е р а т у р а . . . . .	290

Лапук Бернанд Борисович

## ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ РАЗРАБОТКИ МЕСТОРОЖДЕНИЙ ПРИРОДНЫХ ГАЗОВ

*Дизайнер М. В. Ботя*

*Редактор Л. А. Львова*

*Технический редактор А. С. Полосина*

---

Подписано в печать 19.04.02. Формат 60 × 84<sup>1/32</sup>.

Печать офсетная. Бумага офсетная №1.

Усл. печ. л. 17,21. Уч. изд. л. 17,01.

Гарнитура Таймс. Заказ №.

АНО «Институт компьютерных исследований»

426034, г. Ижевск, ул. Университетская, 1.

Лицензия на издательскую деятельность ЛУ №084 от 03.04.00.

<http://rcd.ru> Email: [borisov@rcd.ru](mailto:borisov@rcd.ru)

---