

## V. ПЛОТНОСТЬ, СИЛА ТЯЖЕСТИ И ДАВЛЕНИЕ ВНУТРИ ЗЕМЛИ

*Исторические предпосылки создания теории определения плотности (Буллен, 1978).*

*Плотность пород земной коры и средняя плотность Земли. Определение плотности вещества внутри Земли с помощью уравнения Роша, Адамса - Вильямсона и способом Буллена; соответствующие им плотностные модели. Основы способа расчета силы притяжения на различных глубинах по радиусу Земли и ее гравитационная модель (Магницкий, 1965).*

*Основы способа расчета давления, его величины и характера изменения по радиусу Земли. Значение данных о плотности, силе притяжения и давлении для изучения состояния вещества и процессов во внутренних зонах Земли (Магницкий, 1965).*

*Модель геоизостазии (Тяпкин, 1998).*

*Принцип минимизации – основной закон эволюции планет (Кузнецов, 2000).*

*Исторические предпосылки создания теории определения плотности (Буллен, 1978; с. 77).* Во всей теории, описывающей распределение плотности Земли, наиболее твердо установлены соотношения

$$g = GM / R^2, dm = 4\pi r^2 \rho dr,$$

основанные только на законе всемирного тяготения и сферической симметрии. Здесь  $g$  – ускорение свободного падения,  $G$  – гравитационная постоянная,  $M$  – масса Земли,  $R$  – ее радиус и  $\rho$  – ее плотность. Гидростатическое соотношение

$$\frac{dP}{dz} = -\frac{dP}{dr} = g\rho$$

также надежно в пределах довольно тщательно установленных ограничений,  $P$  – давление.

Эти три соотношения дают одно из первых основных уравнений, найденное Лапласом

$$\frac{dP}{dr} = -4\pi G \rho r^{-2} \int_0^r \rho q^2 dq,$$

которое связывает радиус планеты с плотностью и давлением в ее недрах. Именно эти уравнения с учетом дополнительных предположений о состоянии вещества и были положены впоследствии в основу исследований зависимости плотности вещества планеты (модели Эндема, Роша, Дарвина, Лежандра-Лапласа, Радо и всех последующих).

*Плотность пород земной коры и средняя плотность Земли.* Данные о скоростях сейсмических волн, полученные в сейсмологии, не позволяют найти отдельно распределение плотности  $\rho$ , модуля сжатия  $K$  и модуля сдвига  $\mu$ . По полученным выше формулам (3.19) можно найти лишь отношения этих величин.

Для раздельного нахождения этих величин необходимы дополнительные условия.

В качестве таких данных используются в первую очередь значения массы  $M$  и  $C$  – момента инерции Земли или связанной с ними величины  $I_2 = \frac{HC}{Ma^2}$ , где  $H$  – постоянная прецессии (см. (2.23), (2.26)).

К упомянутым величинам можно присоединить еще плотность  $\rho_0$  самых верхних слоев Земли. К сожалению, установить  $\rho_0$  довольно трудно в силу сложности строения земной коры и большого разброса плотностей горных пород. Так как верхние части

мантии Земли, как мы видели, по своим свойствам представляются более однородными, то обычно в качестве  $\rho_0$  берут плотность вещества мантии непосредственно под границей Мохоровичича.

*Определение плотности вещества внутри Земли с помощью уравнения Роша, Адамса - Вильямсона и способом Буллена; соответствующие им плотностные модели. Основы способа расчета силы притяжения на различных глубинах по радиусу Земли и ее гравитационная модель (Магницкий, 1965; с. 246-254).* Таким образом, любой закон изменения плотности с глубиной должен подчиняться, по крайней мере, трем, достаточно жестким условиям:

$$\left. \begin{aligned} \rho_0 &= 3,3 - 3,5 \text{ г/см}^3, & \} \\ 4\pi \int_0^r \rho r^2 dr &= M, & \} \\ C &= \frac{8\pi}{3} \int_0^r \rho r^4 dr. & \} \end{aligned} \right\} (5.1)$$

Кроме того, Радо ввел еще очевидное условие:

$$\frac{d\rho}{dr} \geq 0, \quad (5.2)$$

т.е. плотность не должна уменьшаться с увеличением глубины.

Два условия (5.1) и (5.2) позволили Радо, не прибегая к каким-либо гипотезам или дополнительным данным, вычислить для каждой глубины допустимые пределы для плотности.

Пусть  $\rho$  - истинный закон изменения плотности, а  $\delta$  - какой-либо другой закон, предполагаемый нами, но подчиняющийся условиям (5.1). Тогда имеем:

$$\left. \begin{aligned} 4\pi \int \delta r^2 dr &= M, & \} \\ \frac{8\pi}{3} \int_0^r \delta r^4 &= C. & \} \end{aligned} \right\} (5.3)$$

Вычитая, находим:

$$\int (\rho - \delta) r^2 dr = 0. \quad (5.4)$$

Так как  $r^2$  знак не меняет, то каков бы ни был закон изменения  $\delta$ , существует, по крайней мере, одно значение  $r = r_1$ , при котором  $(\rho - \delta)$  меняет знак.

Аналогично находим:

$$\int_0^r (\rho - \delta)(r^4 - r^2 r_1^2) dr = 0. \quad (5.5)$$

$(\rho - \delta)$  меняет знак при  $r = r_1$ , но в этой же точке меняет знак и  $(r^4 - r^2 r_1^2)$ , следовательно, подинтегральное выражение (5.5) не меняет знака при  $r = r_1$ . Таким образом, существует еще одно значение  $r = r_2$ , при котором  $(\rho - \delta)$  меняет знак.

Наложим на  $\delta$  условие Радо (5.2) в виде  $\frac{d\delta}{dr} = 0$  везде, кроме точки  $r_3$ , где  $\delta$  может меняться скачком.

Таким образом, принимаем закон плотности

$$\delta = \delta_i \text{ при } r \leq r_3,$$

$$\delta = \delta_2 \text{ при } r \geq r_3.$$

Значения  $\delta_1$  и  $\delta_2$  сразу определяются из условий (5.3).

На рис. 5.1. ломаная линия 2-2 представляет закон изменения плотности  $\delta$ , линия 1-1 - истинный ход плотности  $\delta$  с глубиной. Из данных, представленных на рис. 5.1,

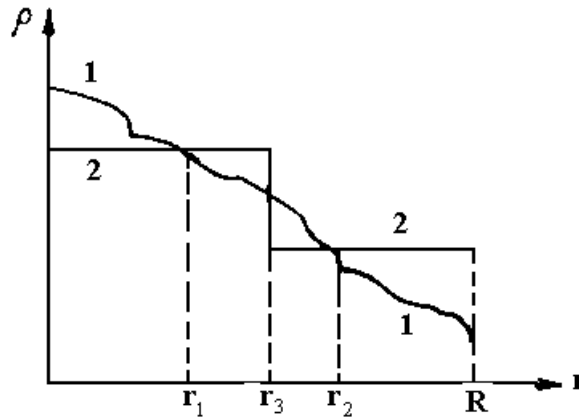


Рис. 5.1.

и условия (5.2) видно, что при  $r = r_3$  кривая  $\delta$  обязательно пройдет между значениями  $\delta = \delta_1$  и  $\delta = \delta_2$ . Следовательно,  $\delta_1$  и  $\delta_2$  будут пределами для плотности Земли на расстоянии  $r_3$  от центра.

К сожалению, пределы Радо еще очень широки и потому не могут дать существенных сведений о плотности внутри Земли.

Для сужения пределов изменения плотности М.С. Молоденским было предложено вместо условия Радо (5.2) ввести условие (Молоденский, 1953; Молоденский, Еремеев, Юркина, 1962):

$$-\frac{d\rho}{dr} \geq \frac{g\rho^2}{K}. \quad (5.6)$$

Условие (5.6) вытекает из следующего. С одной стороны, по закону Гука  $d\rho/\rho = dP/K$ , с другой -  $dP = -g\rho dr$ . Вместе эти два уравнения для однородного вещества дают:

$$-\frac{d\rho}{dr} = \frac{g\rho^2}{K}. \quad (5.7)$$

Поскольку в Земле возможна дифференциация вещества с концентрацией более тяжелых компонент к центру, то равенство должно быть в общем случае заменено неравенством (5.6).

Взяв в качестве предельного случая (5.7), можно, учитывая (5.3), методом численного интегрирования вычислить кривые, удовлетворяющие условию

$$-\frac{d\delta}{dr} = \frac{g\delta^2}{K}.$$

Если теперь на рис. 5.1 заменим прямые  $\delta = \delta_1$  и  $\delta = \delta_2$ , полученными кривыми, то найдем новые пределы плотности. На рис. 5.2 пунктиром приведены пределы плотности по Молоденскому. Эти пределы дают и максимально возможный скачек плотности на границе земного ядра в  $4,6 \text{ г/см}^3$ . Однако, пределы могут несколько расширяться, если допустить, что температура может отклоняться от адиабаты.

Если бы скачек плотности на границе ядра равнялся предельному, то верхний и нижний пределы плотности по Молоденскому совпали бы, тогда был бы получен закон изменения плотности с глубиной. Этот закон для плотности дан на рис. 5.2 точечным пунктиром.

Формула 5.6 в случае химически однородного вещества может быть положена в основу определения закона изменения плотности Земли с глубиной (Williamson, Adams, 1923).

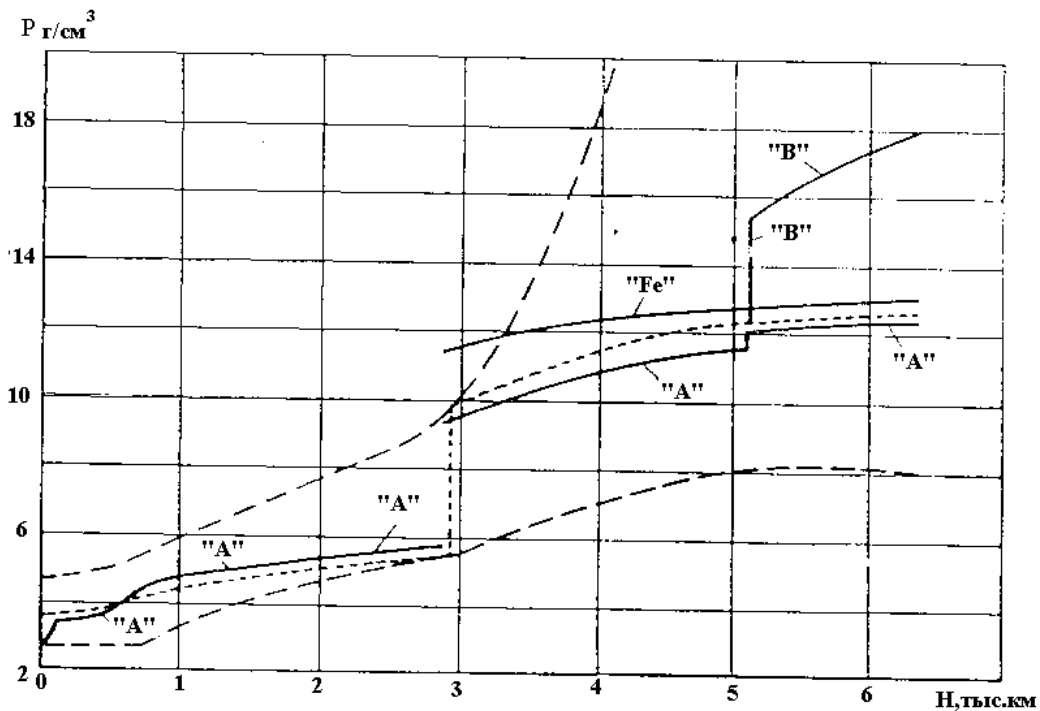


Рис. 5.2.

Для Земли однородного состава изменение плотности с глубиной можно записать в следующем виде  $\frac{d\rho}{dr} = \left(\frac{d\rho}{dr}\right)_s + \left(\frac{d\rho}{dr}\right)_{\tau'}$ . Здесь  $\left(\frac{d\rho}{dr}\right)_s$  - адиабатическое изменение плотности;  $\left(\frac{d\rho}{dr}\right)_{\tau'}$  - изменение плотности за счет того, что истинный температурный градиент в Земле отличается от адиабатического на величину  $\tau'$ .

Но из (5.7) имеем  $\left(\frac{d\rho}{dr}\right)_s = -\frac{g\rho}{K_s/\rho} = -\frac{g\rho}{F}$ , так как, в соответствии с соотношением (3.19), величины  $K_s/\rho = F = V_p^2 - 4/3V_s^2$ , полученные из сейсмических данных, соответствуют адиабатическим условиям.

Если  $\alpha$  - коэффициент объемного расширения, то приращение плотности при температурном градиенте  $\tau'$  будет  $d\rho = \alpha\rho\tau'dr$ ,  $(d\rho/dr)_{\tau'} = \alpha\rho\tau'$ .

Таким образом,

$$\frac{d\rho}{dr} = -\frac{g\rho^2}{K_s} + \alpha\rho\tau'. \quad (5.8)$$

Для большей части Земли, за исключением самых верхних ее частей, адиабатический градиент  $\tau'$  невелик. В жидком ядре  $\tau' = 0$ . Таким образом, в первом приближении выражение (5.8) можно заменить через (5.7). Если учесть возможность изменения химического состава по глубине, то вместо (5.7) следует взять (5.6). От неравенства (5.6) можно перейти к равенству

$$-\frac{d\rho}{dr} = \chi(r)\frac{g\rho^2}{K_s}. \quad (5.9)$$

Здесь  $\chi(r)$  - функция, учитывающая отклонение от однородности, т.е. учитывающая возможное изменение химического состава вещества Земли с глубиной и возможное появление фазовых переходов под действием давления и температуры.

В настоящее время имеется много решений уравнения (5.9) при разных предположениях относительно  $\chi(r)$ . Рассмотрим только те решения, которые с учетом последних данных можно считать наиболее удовлетворительными.

Самое простое предположение относительно  $\chi(r)$  состоит в том, чтобы считать Землю однородной и  $\chi(r) = 1$  везде, кроме границы земного ядра, где, как указывают данные сейсмологии, механические характеристики вещества Земли меняются скачком при переходе от мантии к ядру.

Обозначим через  $m$  массу части Земли, заключенной внутри радиуса  $r$ :  $m = 4\pi \int \rho(r')^2 dr'$ . На расстоянии  $r$  от центра Земли имеем  $g = fm/r^2$ . Теперь (5.9)

примет вид:

$$-\frac{d\rho}{dr} = f \frac{m\rho}{r^2 F}. \quad (5.10)$$

Вместе с тем

$$dm/dr = 4\pi r^2 \rho. \quad (5.11)$$

Уравнения (5.10) и (5.11) решаем методом численного интегрирования. В качестве начальных условий берем  $m(R) = M$ ,  $\rho(R) = \rho_0$ .

Скачек на границе ядра при  $r_1 = 0,55R$  определим из уравнения  $\frac{8\pi}{3} \int_0^R \rho r^4 dr = C$ .

Полученное таким образом распределение  $\rho$  позволяет найти момент инерции  $C_1$  ядра. На рис. 5.3 дана зависимость момента инерции ядра от  $\rho_0$ .

Так как момент инерции сферы с постоянной плотностью определяется соотношением  $C_1 = 0,40m_1 r_1^2$ , то из рис. 5.3 следует, что при сделанных выше предположениях  $\rho_0$  не может быть меньше  $3,7 \text{ г/см}^3$ . В противном случае  $C_1$  ядра будет больше  $0,40m_1 r_1^2$ , т.е. плотность в ядре должна убывать с глубиной, что с физической точки зрения невероятно, так как привело бы к неустойчивости ядра.

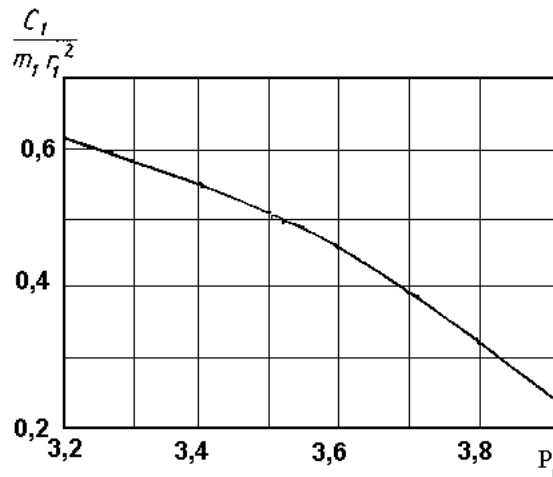


Рис. 5.3.

Однако значение  $\rho_0 = 3,7 \text{ г/см}^3$  кажется неправдоподобно большим, если учесть все данные, положенные в основу условий (5.1).

Таким образом, приходится сделать вывод о невероятности предположения о том, что  $\chi(r) = 1$  везде, кроме границы ядра.

Приведенные выше данные показывают, что отклонения от однородности следует искать, в первую очередь, в мантии Земли, и именно в слое С. Действительно, как следует из данных, характеризующих отношение сжимаемости к плотности, как

функции глубины (определяемые на основании данных о скоростях), слой С не может быть однородным или должен содержать полиморфные переходы.

К аналогичному выводу приводит следующее рассуждение.

Имеем  $K_S = F\rho$ . Дифференцируем по давлению  $p$ :

$$\frac{dK_S}{dp} = \frac{dF}{dp}\rho + F\left[\left(\frac{d\rho}{dp}\right)_S + \left(\frac{d\rho}{dp}\right)_{\tau'}\right]. \quad \text{Примем во внимание } \left(\frac{d\rho}{dp}\right)_S = \frac{\rho}{K_S} = F^{-1},$$

$$\left(\frac{d\rho}{dp}\right)_{\tau'} = \alpha\rho\tau', \text{ следовательно, } \left(\frac{d\rho}{dp}\right)_{\tau'} = -\frac{\alpha\tau'}{g}.$$

Учитывая приведенные соотношения, получим:

$$\frac{dK_S}{dp} = 1 - \frac{1}{g} \frac{dF}{dr} - \frac{\alpha F \tau'}{g}. \quad (5.12)$$

Так как  $g$  в мантии почти не меняется, то, опуская в (5.12) член с  $\tau'$ , можно вычислить по сейсмическим данным:

$$\frac{dK_S}{dp} = 1 - \frac{1}{g} \frac{dF}{dr}. \quad (5.13)$$

На рис. 5.4 пунктиром показаны значения  $dK_S/dp$  по скоростям таблиц Джеффриса - Буллена, точечным пунктиром то же по данным Гутерберга. Сплошная линия - теоретическое значение  $dK_S/dp$  для однородной Земли. Из данных, представленных на рис. 4.4, видно, что слой D (900 - 2900 км) имеет однородный состав и температурный градиент в нем близок к адиабатическому. В слое С и, по-видимому, в слое В, хотя и в меньшей степени, условие однородности нарушено.

Основываясь на привлеченных соображениях, разумно считать, что в слое С  $\chi(r) \neq 1$ . К сожалению, вид функции  $\chi(r)$  в слое С неизвестен. В качестве приближения можно

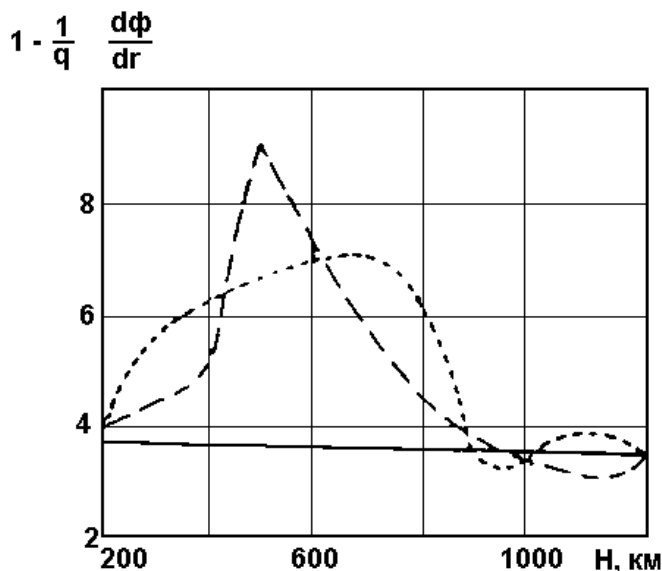


Рис. 5.4

предположить скачек плотности на глубине 500 км, однако, это вводит еще одно неизвестное - величину скачка, для определения которого требуется новое условие. Но все условия уже использованы. Поэтому решение ведется методом подбора и результат может содержать известную долю неопределенности, особенно в отношении плотности центральных частей Земли.

На рис. 5.2 сплошной линией А показан закон изменения плотности, полученный таким образом, при этом скачек на глубине 500 км в соответствии с сейсмологическими данными заменен плавной интерполяционной кривой в виде полинома второй степени.

Везде, кроме слоя С и границы ядра, Земля считается однородной. Момент инерции ядра при этом составляет  $C_I = 0,387m_1r_1^2$ . Полученная схема строения Земли известна как модель "А" Буллена (Буллен, 1978). По существу с ней совпадает и модель Земли Гутенберга (Гутенберг, 1963). Основная разница между ними в том, что при примерно тех же плотностях, как и в модели "А", в модели Гутенберга предполагается изменение скоростей сейсмических волн на глубине в соответствии со скоростным разрезом по Гутенбергу, а не по Джефису - Буллону, как в модели "А" Буллена.

Знание плотности позволяет по формулам (3.19) получить значения упругих модулей  $K$  и  $\mu$  для каждой глубины. На рис. 5.5 приведены значения  $K_S$  и  $\mu$  для модели "А" Гутенберга - Буллена.

Из данных, представленных на рис. 5.5, следует, что при переходе к ядру  $K$  меняется почти непрерывно, что представляется несколько неожиданным, если учесть, что плотность меняется при этом скачком на значительную величину.

Тем не менее, была предложена модель Земли, основанная на постулате о непрерывности  $K_S$ . Предполагалось также, что плотность на глубине уже 200 км может быть достаточно велика. В итоге была получена модель Земли, названная модель "В" Буллону.

Плотность в модели "В" практически совпадает с плотностью по Молоденскому, показанной на рис. 5.2. Только во внутреннем ядре в случае модели "В" имеем увеличенную плотность - кривая "В" на рис. 5.2.

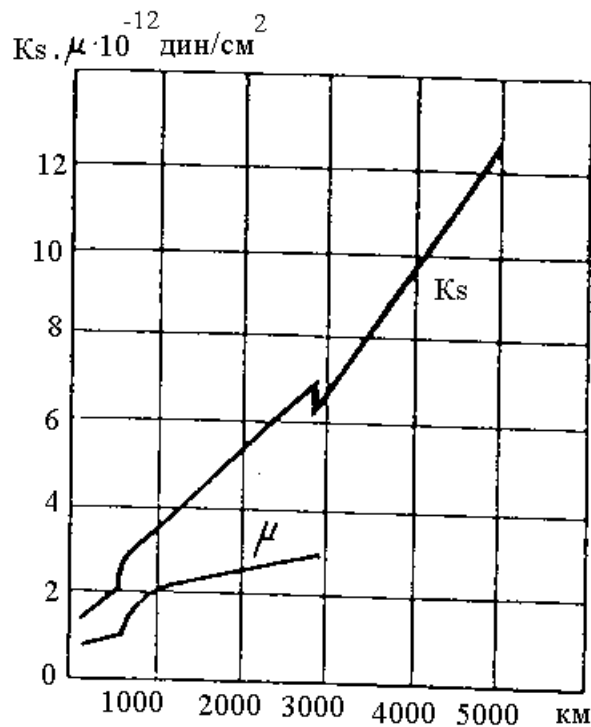


Рис. 5.5

Для плотности внутри Земли, кроме формул (5.10) и (5.11), можно получить прямую зависимость от скачка скоростей сейсмических волн, если предположить, что упругие модули зависят только от плотности:

$$\frac{V_P V_S^2}{(V_P V_S^2)_0} = \frac{\rho_0}{\rho} e^{3\gamma_0(1-\rho_0/\rho)}. \quad (5.14)$$

Сопоставление с моделью "А" Буллена дает полную согласованность с (5.14), применяемой в отдельности к каждому из слоев В, С, D.

Конечно, такое сопоставление не может быть доказательством справедливости принятой модели Земли.

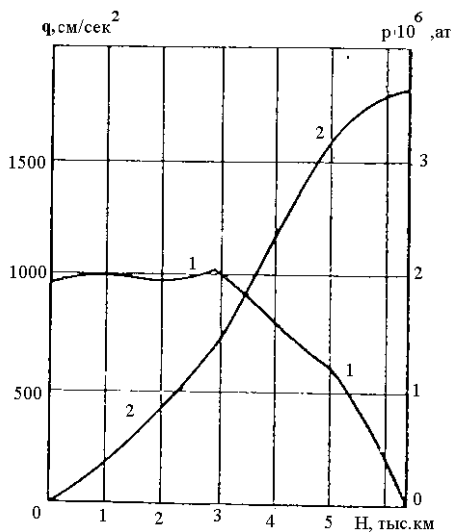
Для оценки близости к истине той или иной модели Земли необходимо привлечение нового экспериментального материала. Такими новыми материалами в последние годы оказались данные наблюдений за собственными колебаниями земного шара. Именно эти сведения позволили отклонить ряд неудачных моделей Земли. В последние годы после камчатского 1952 г., чилийского 1960 г., аляскинского 1964 г. и других сильных землетрясений были измерены периоды более чем 100 тонов собственных колебаний Земли. Значения периодов наблюдавшихся волн, в общем, хорошо согласуются с расчетными для модели "А" Гутунберга - Буллена. И данные о таких периодах позволяют существенно улучшить модель строения Земли.

*Основы способа расчета давления, его величины и характера изменения по радиусу Земли. Значение данных о плотности, силе притяжения и давлении для изучения состояния вещества и процессов во внутренних зонах Земли (Магницкий, 1965; с. 246-254).* Если известен закон изменения плотности для Земли, то вычисление хода  $g$  и  $p$  не представляет труда, так как:

$$g(r) = f \frac{4\pi}{r^2} \int_0^r \rho(r')^2 dr', \quad (5.15)$$

$$dp = -g\rho dr. \quad (5.16)$$

На рис. 5.6 кривые 1 и 2 показывают изменение  $g$  и  $p$  внутри Земли в зависимости от плотности Земли, соответствующей модели "А" Буллена - Гутенберга. Из данных, представленных на этом рисунке, видно, что  $g$  на протяжении всей мантии Земли примерно постоянно.



**Рис. 5.6.**

*Новая модель геостазии (Тяпкин, 1998; с. 178-180).* «Особенностью классических моделей изостазии является замена равновесного состояния Земли равновесным состоянием земной коры (литосферы). Эта замена, как полагает автор новой модели, отвечала уровню знаний о строении нашей планеты, когда земную кору представляли «плавающей» в субстрате (магме). В настоящее время накоплены данные, выводы из которых противоречат основным положениям классических моделей изостазии. Остановимся на некоторых из них.

Исходя из современных представлений о строении Земли, нельзя считать правомерной замену ее равновесного состояния равновесным состоянием земной коры. Такая замена представляет собой искусственное обособление одной части планеты от



тесно связанной с ней остальной ее части. При изучении равновесного состояния Земли ее надо рассматривать как единую систему.

Принятие первого тезиса неизбежно влечет за собой принятие второго, сущность которого заключается в следующем. До тех пор, пока решались частные геодезические задачи на ограниченных территориях или изучались особенности геологического строения отдельных районов, пренебрежение изменением ротационного режима Земли в какой-то мере можно было считать оправданным. (Здесь К.Ф. Тяпкин не точен. Как показано в четвертом разделе, учет вращения отдельно взятого блока приводит к принципиально новым выводам, например, появлению новой модели очага, напряжения в которой являются дальнедействующими. И такой эффект дальнего действия в силу тех или иных обстоятельств действительно можно не заметить, осуществляя исследования только на ограниченных по площади территориях. - А.В.) Но коль скоро ставится задача изучения равновесного состояния планеты в целом, определяемого ротационным режимом Земли (положением оси вращения, угловой скоростью и др.), не учитывать его изменения, по-видимому, нельзя. (Здесь К.Ф. Тяпкин опять не точен. Вращение Земли в классических теориях всегда учитывалось, так как равновесная форма планеты принималась в виде эллипсоида, что соответствует вращающейся планете. - А.В.)

Введем понятие равновесного состояния Земли в целом, назвав его *геоизостазией*. Геоизостазии должно соответствовать такое состояние Земли, которое она приняла бы, если бы слагающий ее субстрат в пределах каждой оболочки стал жидким, не смешиваясь. В этом случае нашу планету можно было бы охарактеризовать совокупностью уровней поверхностей, представляющих собой систему сфероидов со все уменьшающимися коэффициентами сжатия, в формировании которых участвуют массы всей Земли, включая гидросферу и атмосферу. Строго говоря, в достижении геоизостазии должны участвовать и все физические поля Земли.

Рассмотрим условия достижения геоизостазии. В качестве условия равновесия Земли эквивалентного заокну Паскаля, использовавшемуся в классических моделях изостазии земной коры (литосферы), с учетом малости величины параметры сжатия  $\epsilon$ , можно принять равенство веса секторов Земли, вырезанных одинаковыми центральными телесными углами  $\Delta\Omega$ . Количественно это условие соответствует интегральному выражению:

$$\Delta\Omega \int_0^{\infty} \rho(r)g(r)r^2 dr = const, \quad (5.17)$$

где  $\rho(r)$  - изменения плотности в пределах изучаемого сектора Земли, например, задаваемого соотношениями (5.1) и (5.2), (5.1) и (5.7) или зависимостями, представленными на рис. 5.2;  $g(r)$  - ускорение свободного падения в точках сектора на расстоянии  $r$  от центра Земли, например, задаваемого соотношением (5.15).

Выражение (5.17) можно представить также в виде трех интегралов

$$I_1 + I_2 + I_3 = const, \quad (5.18)$$

где

$$I_1 = \Delta\Omega \int_0^{R_i} \rho(r)g(r)r^2 dr, \quad I_2 = \Delta\Omega \int_{R_i}^{R_e} \rho(r)g(r)r^2 dr, \quad I_3 = \Delta\Omega \int_{R_e}^{\infty} \rho(r)g(r)r^2 dr,$$

где  $R_i, R_e$  - внутренний и внешний радиусы мантии Земли.

Парактически исходя из представлений о квазизидком внешнем ядре, величину  $I_1$  можно считать постоянной. Справедливость этого утверждения непосредственно вытекает из известной теоремы: в случае равновесия жидкости уровенные поверхности являются в то же время и поверхностями равного давления (Михайлов, 1939). При решении вопроса о равновесном состоянии мантии Земли значениями интеграла  $I_3$ , характеризующими атмосферное давление на земной поверхности, в связи с их

малостью по сравнению с  $I_2$  можно пренебречь. С учетом приведенных замечаний выражение (5.17) принимает вид:

$$\Delta\Omega \int_{R_i}^{R_g} \rho(r)g(r)r^2 dr = const. \quad (5.19)$$

Вторым условием достижения геоизостазии примем равенство потенциала в каждой точке Земли его теоретическому значению, соответствующему введенному определению геоизостазии. Практически выполнение этого условия удобнее проверять на поверхности Земли, а вместо значений потенциала воспользоваться отметками геоида  $R_g$  и сфероида  $R_c$ . Разность этих отметок  $\zeta$  можно принять в качестве критерия уравновешенности Земли. В частности, согласно введенному определению геоизостазии геоид можно признать находящимся в состоянии равновесия при условии выполнения равенства:

$$\zeta = R_g - R_c = 0. \quad (5.20)$$

В самом деле, если бы геоид стал жидким, т.е. ослабилась бы взаимосвязь между слагающими его твердыми частицами, то он принял бы фигуру равновесия – сфероид. Однако, поскольку существуют отклонения геоида от сфероида, обусловленные неоднородностями строения Земли, то должны существовать и напряжения, стремящиеся выровнять эти неоднородности, привести их в соответствие с фигурой ее равновесия. При этом, естественно, закон распределения напряжений будет определяться функцией отклонения геоида от соответствующего ему сфероида.

Приняв за критерий уравновешенности Земли величину отклонения геоида от сфероида  $\zeta$ , можно определить *направленность* геологического развития тектоносферы. Она должна быть такой, чтобы «утяжелять» области с отрицательными значениями  $\zeta$  и «облегчать» области с положительными значениями  $\zeta$ . Назовем возможные физико-геологические процессы, участие которых в достижении геоизостазии наиболее вероятно.

Утяжеление отдельных областей Земли может быть осуществлено в результате следующих физико-геологических процессов: подъема блоков тектоносферы, приводящих к увеличению отметок геоида, заполнения опущенных участков геоида водой; оледенения участков земной поверхности; «пропитывания» гранитной оболочки более тяжелыми базальтоидами и гипербазитами (дайкообразование); образования траппов (платобазальтов); возможного перемещения глубинных границ вверх вследствие фазовых переходов вещества в мантии типа базальт ↔ эклогит.

Разгрузка отдельных областей Земли может быть осуществлена в результате протекания следующих процессов: опускания блоков тектоносферы, приводящего к уменьшению отметок геоида; денудация выступающих блоков тектоносферы или таяния на них льда, возникшего в предыдущую эпоху оледенения; заполнения верхних частей блоков тектоносферы легкими магматическими образованиями кислого состава (гранитизация); возможного перемещения глубинных границ вниз вследствие фазовых переходов вещества в мантии типа базальт ↔ эклогит.

Перечисленные выше процессы реализуются в рамках законов, установленных на основании принципа наименьшего действия (Клушин, 1963). В частности, в этой работе показано, что в пределах достаточно крупных секторов Земли местные изменения их радиусов должны обязательно сопровождаться вертикальным перераспределением плотности. Физическим законом, регулирующим перераспределение плотности в пределах секторов Земли, вырезанных телесными углами  $\Delta\Omega$ , является закон сохранения момента количества движения. В его интегральное выражение входит расстояние участвующих масс от центра планеты  $r$  в четвертой степени. Следовательно, наиболее существенным значением момента количества движения

обладают массы геосфер, удаленных от центра больше, чем на 0,8 радиуса Земли. В частности, момент количества движения Земли почти наполовину определяется массами, сосредоточенными в интервале глубин от 0 до 800 км, соответствующем *тектоносфере*».

*Принцип минимизации – основной закон эволюции планет* (Кузнецов, 2000; с. 86-89, 324-332). «Всем известно, что Земля, как и другие планеты, имеет форму шара. Однако мало кто обращает внимание на этот общеизвестный факт, который, тем не менее, указывает на то, что и Земля, и планеты, подвержены действию принципа минимизации гравитационной энергии. Выполнение этого принципа выражается как требование минимума функционала, определяющего гравитационную энергию шара.

Обратим внимание на ряд моментов, в той или иной степени связанных с гравитационной энергией и принципом её минимизации у Земли и планет. Во-первых, при оценке величины гравитационной энергии необходимо учитывать теорему вириала. Во-вторых, принцип минимизации “заставляет” планеты стремиться к гидростатическому равновесию. Пути достижения этой цели известны, это геодинамика, сейсмичность и вулканизм. В-третьих, действие принципа минимизации автоматически приводит к гравитационной дифференциации вещества планеты и т.д.

*Теорема вириала.* В самогравитирующей системе, состоящей из большого числа элементов, в отсутствие радиальных движений, полная кинетическая энергия  $E$  и потенциальная энергия  $P$  связаны и между собой соотношением, называемым теоремой вириала:

$$2E + P = 0 \quad (5.21)$$

Поскольку полная энергия системы равна сумме кинетической и потенциальной, из 5.21 вытекает:

$$E = -1/2P.$$

Именно такую энергию необходимо затратить, чтобы разъединить систему на отдельные “частицы” на бесконечно большие расстояния.

Гравитационная энергия Земли рассчитывается из теоремы вириала следующим образом (Магницкий, 1965) ... Будем считать, что  $m_i$  и  $m_k$  - массы материальных точек на расстоянии  $r_{ik}$ , тогда потенциальная энергия системы точек (частиц) выражается как:

$$E = -G \sum m_i m_k / r_{ik}, \quad (5.22)$$

при этом за нуль принята энергия при бесконечном расстоянии между точками. Перегруппируем слагаемые в 5.22:

$$-E = 1/2 m_1 G (m_2 / r_{12} + m_3 / r_{13} + \dots + m_n / r_{1n}) + \dots \quad (5.23)$$

Если перейти от системы частиц в (5.22) объемному распределению масс с плотностью  $\rho$ , то получим:

$$E = -1/2 \int W \rho dV. \quad (5.24)$$

Для однородной сферы потенциал  $W$  на расстоянии  $l$  от центра будет:

$$W = 2\pi G \rho (R^2 - l^{2/3}), \quad (5.25)$$

после подстановки (5.25) в (5.24) получаем:

$$E = -3/5 GM^2 / R. \quad (5.26)$$

Гравитационная энергия Земли:

$$E \approx -2,25 \cdot 10^{39} \text{ эрг.}$$

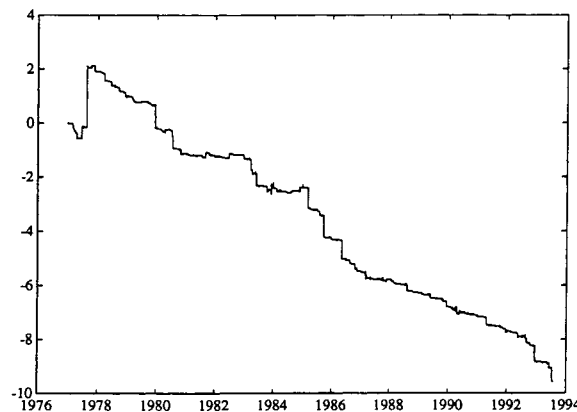
*Роль землетрясений в минимизации гравитационной энергии.* Рассмотрим результаты работ, посвященных роли сильных землетрясений в изменении гравитационной энергии Земли (Chao, Gross, 1987; Chao, Gross, 1995; Chao et al., 1995). Авторы этих работ считают, что землетрясения, кроме энергии диссипации, выделившейся при разрушении, переносят значительное количество энергии и перераспределяют её между вращением Земли, упругим полем, гравитационным полем

и теплом. Авторы вычислили косейсмическое изменение глобальной гравитационной энергии, индуцированной 11015 большими землетрясениями, которые произошли с 1977 по 1993 гг., и полагают, что эти землетрясения привели за это время к весьма заметному (около  $2 \times 10^{12}$  Вт) уменьшению величины гравитационной энергии Земли. Это значительно больше, чем та доля энергии, которая пошла за это время на увеличение скорости вращения Земли ( $6.7 \times 10^9$  Вт) и больше энергии сейсмических волн ( $4.7 \times 10^9$  Вт).

Принято считать, что энергия землетрясения идет частично на разрушение, частично на нагрев, частично излучается в виде сейсмической волны. Это именно так, по мнению В.Ф. Чао и Р.С. Гросс, если не учитывать, что Земля самогравитирующая, вращающаяся система. Учет последнего обстоятельства приводит к необходимости принимать во внимание изменение статического поля деформаций Земли. Интегрированное по всему земному шару перераспределение масс, связанное с этим полем смещений, изменяет как момент инерции Земли, и скорость её вращения, так и гравитационное поле, и гравитационную энергию Земли. Изменение гравитационной потенциальной энергии равно работе, выполненной против силы тяжести веществом Земли при смещении  $u(r)$ :

$$\Delta E = - \int \rho(r)u(r)g(r)dV, \quad (5.27)$$

где  $\rho(r)$  - плотность,  $g(r)$  - ускорение силы тяжести, интегрирование выполняется по объему Земли  $V$ .



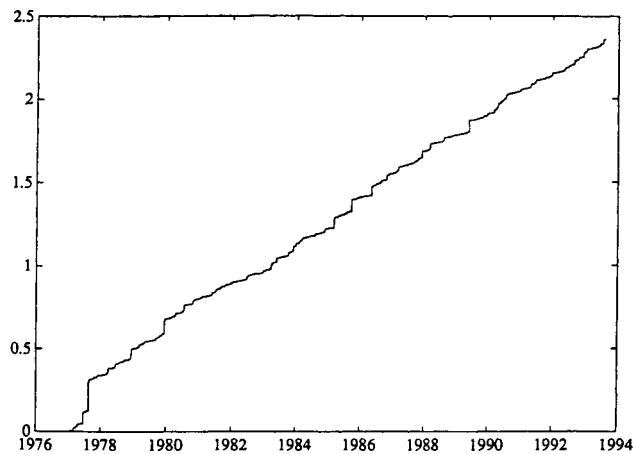
**Рис. 5.7.** Уменьшение кумулятивной гравитационной энергии Земли индуцированное 11015 землетрясениями в течение 1977 – 1993 г.г. (Chao, Gross, 1995)

В.Ф. Чао и Р.С. Гросс использовали данные Гарвардского каталога о величинах тензора сейсмического момента центраида ряда землетрясений с магнитудой больше 5, произошедших с 1977 по 1993 г.г. Обнаружилось, что землетрясения имеют неслучайное поведение, характеризуемое тенденцией к уменьшению гравитационной энергии Земли.

(Другими словами, одним из результатов, полученных В.Ф. Чао и Р.С. Гросс, по мнению В.В. Кузнецова, является утверждение о взаимосвязанности всех землетрясений планеты с магнитудами  $M > 5$ ; при этом, механизм, объединяющий такую взаимосвязь, приводит к уменьшению гравитационной энергии Земли. Такой вывод является сильным аргументом, подтверждающим главное допущение в модели, разрабатываемой С.В. Мишиным (1993, с. 106): «землетрясение – это перемещение блока горных пород и удар при его остановке»; подробнее см. выше в разделе III, на с. 72 – А.В.)

На рис. 5.7 показано кумулятивное изменение гравитационной энергии, обусловленное 11015 большими землетрясениями. То, что землетрясения стремятся уменьшить гравитационную энергию Земли, подтверждает тот факт, что именно сила тяжести является их причиной и управляющим механизмом. В.Ф. Чао и Р.С. Гросс

вычислили, пользуясь данными Гарвардского каталога, изменение кумулятивной энергии этих землетрясений в течение этого же периода времени (рис. 5.8). Оба рисунка находятся в хорошем согласии, из них видно, что увеличение энергии сейсмических волн землетрясений, за один и тот же промежуток времени, примерно на три порядка меньше, чем убыль гравитационной энергии Земли. Основной вывод В.Ф. Чао и Р.С. Гросс состоит в том, что землетрясения «делают» Землю более компактной и, как ни странно, более напряженной.



**Рис. 5.8.** Увеличение кумулятивной энергии сейсмических волн индуцированное 11015 землетрясениями в течение 1977 – 1993 г.г. (Chao, Gross, 1995).

Оценим порядок величины гравитационной энергии, теряемой Землей благодаря “работе” землетрясений. В год это составляет примерно  $10^{27}$  эрг, или, иначе (хотя эта оценка большого смысла не имеет), землетрясениям потребовалось бы примерно  $10^{12}$  лет для полной диссипации всей гравитационной энергии Земли. “Потери” гравитационной энергии примерно в 10 раз меньше теплового потока Земли.

*Высота геоида.* Представим потенциал силы тяжести Земли в виде суммы двух потенциалов (Серкеров, 1990):

$$W(x, y, z) = U(x, y, z) + T(x, y, z), \quad (5.28)$$

где  $U$  - потенциал силы тяжести,  $T$  - потенциал масс, на который потенциал силы тяжести Земли отличается от потенциала сфероида, т.е.  $T$  - это часть потенциала силы тяжести реальной Земли, связанная со значениями аномалий силы тяжести на поверхности Земли. Потенциал  $T$  называется возмущающим потенциалом. Тогда уравнение:

$$W(x, y, z) = U(x, y, z) + T(x, y, z) + C, \quad (5.29)$$

где  $C$  - постоянная,  $T(x, y, z)$  - уравнение геоида, а  $U(x, y, z) = C_1$ , - уравнение нормального сфероида ( $C_1$  - константа, соответствующая сфероиду).

Поверхность, ортогональная силе тяжести (а не силе притяжения), поверхность постоянного потенциала силы тяжести (хотя сама сила тяжести на нем не постоянна), поверхность, совпадающая со средним уровнем океана, называется геоидом. При движении тела вдоль поверхности геоида сила тяжести не совершает работы.

Геоид - ортогональная силе тяжести поверхность, всегда горизонтальна. При наличии аномальных глубинных масс, направления силы тяжести в разных точках поверхности не будут взаимно параллельны и ортогональная к ним поверхность будет отличаться от плоскости. В этом случае наблюдаются изменения формы геоида – т.н. ундуляции. Высота ундуляции геоида  $\zeta$  показывает, насколько локальная поверхность геоида, отличается от геометрической плоскости. Как правило, изменение силы тяжести

$\Delta g$  коррелирует с  $\zeta$ . Рассмотрим пример. На глубине  $d$  находится масса  $m$ . Величины  $\Delta g$  и  $\zeta$  над глубинной массой будут равны:

$$\Delta g = Gm/d^2; \quad \zeta = Gm/gd. \quad (5.30)$$

Известно, что на Земле  $H/R \approx 10^{-3}$ ;  $\Delta g/g \approx 10^{-4}$ ;  $\zeta/R \approx 10^{-5}$ . Здесь  $H$  - высота гор, а  $R$  радиус Земли. Складывается впечатление, что Земля лучше всего скомпенсирована по высоте геоида. Подставим значения:  $\Delta g/g = (m/M)(R/d)^2$ ;  $\zeta/R = (m/M)(R/d)$  и разделив  $\zeta/R$  на  $\Delta g/g$ , получим, что это отношение  $\sim d/R$ . В нашем случае  $d/R \approx 0.1$ . Отсюда следует, что чем выше Земля скомпенсирована по высоте геоида ( $\zeta/R \rightarrow \min$ ) относительно аномалий силы тяжести, тем о меньших величинах  $d$  можно говорить:  $\zeta/d = \Delta g/g$  (сравни с (5.20) – А.В.).

*Замечание по поводу сжатия Земли.* Сжатие Земли  $\varepsilon = (a_1 - a_2)/a_1 = 1/298.25$ . Центробежное ускорение на экваторе  $g_\omega = 3.39 \text{ см/с}^2$ . Отношение центробежного ускорения к ускорению силы тяжести Земли:  $h = g_\omega/g = 1/289$ . Сжатие жидкой Земли определяется из уравнения Клеро:  $4/5 \varepsilon_g = \alpha$ , откуда  $\varepsilon_g = 1/232$  (оценка Ньютона). Обычно, для сравнения, приводится оценка по модели Гюйгенса, полагавшего, что вся масса Земли сосредоточена в её центре, т.е., казалось бы, радиус Земли  $a = 0$ . Тем не менее, принято считать, что можно оценить степень сжатия Земли по модели Гюйгенса:

$$\varepsilon_g = 1/2 [\omega^2 a^3 / (GM)] = 1/2 h = 1/578,$$

у Буллена –  $\varepsilon_g = 1/580$ .

Но ведь по модели Гюйгенса  $a = 0$ ! Далее делается, на мой взгляд, совершенно неправильный вывод: так как обратное сжатие Земли ( $1/298$ ) занимает промежуточное положение между  $1/232$  и  $1/578$ , то это якобы говорит о характере распределения плотности по радиусу Земли, что неверно.

*Принцип минимизации энергии.* Принцип минимизации гравитационной энергии равнозначен известной в физике вариационной задаче о минимуме поверхностной свободной энергии:

$$\alpha \int dS = \min, \quad (5.31)$$

где  $\alpha$  - поверхностное натяжение, а  $S$  - площадь поверхности раздела, в нашем случае, площадь поверхности гравитирующего шара радиусом  $R$ . Если поверхность раздела отличается от сферической, и можно говорить о двух радиусах  $R_1$  и  $R_2$ , немного отличающихся друг от друга, на поверхности возникает  $\Delta p$  - поверхностное давление:

$$\Delta p = \alpha (1/R_1 + 1/R_2) \approx 2\alpha/R. \quad (5.32)$$

Это известная формула Лапласа. Отсюда следует условие равновесия поверхности:

$$1/R_1 + 1/R_2 = \text{const.}$$

Если вся поверхность свободна, то это условие означает, что она должна иметь шарообразную форму.

Не учитывая вращения Земли, выполнение условия равновесия её поверхности, следующего из соблюдения принципа минимизации гравитационной энергии, приводит к стремлению Земли принять форму шара. Если учесть вращение, то равновесной формой будет сфероид, эллипсоид вращения. Земля достигнет гидростатического равновесия в тот момент, когда высота геоида в целом по Земле окажется равной нулю.

Если принять во внимание значение величины “поверхностного натяжения” литосферы  $\alpha$ , полученное в рамках модели «горячей Земли» ( $\alpha \approx 10^{19} \text{ дин/см}^2$ ), то поверхностное, лапласово давление оказывается вполне существенным:  $p = 10 \text{ кбар}$ . Такое давление способно “заставить” литосферу растекаться, аналогично тому, как это происходит с каплей жидкости.

На каких объектах может проявляться наш принцип минимизации гравитационной энергии? Можно ли оценить тот минимальный размер космического объекта, где принцип “начинает работать”? Из самых общих представлений ясно, что далеко не любой твердый объект способен “собираться в каплю”. В рамках модели горячей Земли было показано, что если:

$$GM/R \geq U_{\text{п}}$$

где  $U_{\text{п}}$  - теплота плавления вещества планеты ( $U_{\text{п}} \approx 10 \text{ кДж/г}$ ), то  $R > 1$  тыс. км. Таким образом, все большие спутники и планеты подвержены действию этого принципа. Надо заметить, что интенсивно он проявляется только в том случае, если в недрах космического тела еще осталось вещество в метастабильном состоянии, подобное тому, что находится во внутреннем ядре Земли. Только у такого тела может происходить эффективное действие принципа минимизации, т.е. могут происходить циклы сжатия и расширения. Однако даже если уже нет необходимого запаса энергии на прохождение циклов, представляется, что на планете или большом спутнике могли бы происходить процессы минимизации её гравитационной энергии. Вполне возможно, что подобный процесс является причиной выделения диссипативной энергии, причиной вулканизма и сейсмичности Марса, Луны, Ио и др. Т.е., иначе, он является источником энергии на тех планетах и спутниках, на которых уже давно нет внутреннего ядра с его колоссальным запасом энергии. Хотя, с другой стороны, мы рассматриваем как источник энергии на таких объектах фазовый переход кристаллизации.

*Механизмы реализации принципа минимизации.* Выше мы называли их: это геодинамика, т.е. “течение” - горизонтальный перенос вещества литосферы; вулканизм и сейсмичность. Вулканизм и сейсмичность, в определенном смысле, являются механизмами вертикального (радиального) переноса. При этом либо переносится вещество, что происходит при излиянии вулкана, либо переносится тензор момента - при землетрясении. Легко видеть, что эти механизмы взаимосвязаны, хотя подчас такую связь выявить нелегко. Например, горизонтальный перенос изменяет структуру напряжений части литосферы, что вызывает возникновение землетрясения, которое приводит к перераспределению касательных напряжений, являющихся причиной течения и т.д. Аналогичную цепочку взаимосвязей можно проследить и при взаимодействии: геодинамика-вулканизм-геодинамика. Используя подходы, развитые в синергетике, можно считать, что горизонтальное течение, это «перенос», а сейсмичность и вулканизм, явления, по своей физике, близкие к “просачиванию” - перколяции. Как принято считать в синергетике, симбиоз взаимодействующих механизмов переноса и перколяции приводит к самоорганизации структуры, в которой проявляются эти механизмы.

Самоорганизующиеся системы описываются уравнением Фоккера-Планка (ФП):

$$\partial f(q, t) / \partial t = - \partial j / \partial q, \quad j = d/dq(\gamma q f) + 1/2 Q d^2/dq^2(f), \quad (5.33)$$

где  $K = \gamma q$  - коэффициент дрейфа, а  $Q$  - коэффициент диффузии. В нашей задаче  $K$  характеризует процессы горизонтального переноса - геодинамики, а  $Q$  - процессы сейсмичности или вулканизма, т.е. перколяции.

При решении уравнения ФП находятся стационарные решения, когда аргумент не зависит от времени, либо находятся решения, зависящие от времени, но не зависящие от координаты. Стационарное решение уравнения ФП для одномерного случая выглядит следующим образом:

$$f(q) = N \exp(-2V(q)/Q), \quad (5.34)$$

где  $V(q) = - \int K(q) dq$ , имеет смысл потенциала, а  $N$  - нормировочный множитель.

Физический смысл решения уравнения ФП можно представить как зависимость вероятности появления функции с определенным потенциалом от величины этого потенциала. Чем выше потенциал (энергия и т.п.) тем меньше вероятность появления этого решения. По-видимому, эта особенность (её называют “ $1/f$ ” фликкер-шумом) является фундаментальным свойством природы. Многие сейсмологи склонны считать график повторяемости землетрясений, известный как закон Гутенберга-Рихтера, фликкер-шумом. В этом случае он показывает, что в открытой диссипативной структуре, имеющей целью минимизировать гравитационный потенциал, или, что примерно одно и то же, минимизировать высоту геоида, происходят процессы самоорганизации. Т.о. мы приходим к важному выводу: реализация принципа

минимизации высоты геоида и стремление планеты к установлению гидростатического равновесия, сопровождается проявлением самоорганизации.

(Идея использования в задаче оптимизации формы Земли аналогии с поверхностным натяжением жидкостей и твердых тел крайне заманчива. Однако возникает много вопросов, ответы на которые пока не получены.

На наш взгляд, одним из главных является следующий. Оптимальная форма жидкости (и твердого тела, кристалла в том числе) определяется балансом между силой тяготения и молекулярными силами. Такой баланс и обеспечивает известные значения коэффициентов поверхностного натяжения для жидкостей и твердых тел, которые лежат в пределах четырех порядков:  $1 - 10^4$  эрг/см<sup>2</sup>. Получаемое из модели горячей Земли значение коэффициента натяжения поверхности Земли, равное  $10^{19}$  эрг/см<sup>2</sup>, на много (один – два десятка) порядков по величине превосходит эти известные значения. Какой физический механизм обеспечивает такое большое по величине натяжение поверхности Земли и как он соотносится с силами гравитации?

*Относительно процессов самоорганизации (Тимошенко, 2003).* «Была разработана концепция "самоорганизованной критичности" (Вак, 1997), позволившая понять генезис самоподобия основных черт эволюции открытых диссипативных систем разной сущности. Этот принципиальный результат был получен при компьютерном моделировании динамики лавин в статистически стационарном состоянии кучи песка при наличии внешних источника и стока песка, когда с кучи "сходят" песчаные лавины разных масштабов. Были выявлены особенности эволюции открытой диссипативной системы, проявляющиеся в наличии динамических всплесков разного масштаба для анализируемых величин (например, числа песчинок в лавине) при их кажущемся хаотическом распределении во времени; степенной характер совокупности формирующихся разнообразных интегральных распределений исследуемых динамических величин (законы Гутенберга-Рихтера, Ципфа-Парето, "фликкер-шум"), что характеризует масштабную инвариантность (скейлинг) на некотором интервале изменения аргументов; установлена определяющая роль эффектов инерции и диссипации в формировании указанных степенных распределений. Очевидно, что такое понимание физической сущности особенностей динамики модельных сложных систем, выявляемое при компьютерных расчетах, делает более осмысленным любой анализ состояния природных систем.

Однако расчеты на основе концепции "самоорганизованной критичности" не позволили продвинуться в решении практических проблем параметризации реальных процессов и структур, прогнозирования их динамики на основе анализа хаотических (временных, пространственных) серий измеряемых динамических переменных. Эта цель практически не была достигнута и при использовании численных методов анализа, разработанных на основе теории детерминированного хаоса (Шутер, 1988; Hegger, Kantz, Schreiber, 1999). В этих подходах предполагается, что даже одна измеряемая переменная может достаточно хорошо отражать общую динамику сложной системы, а топология общего аттрактора может быть восстановлена только из наблюдений динамики этой одной переменной, измеряемой в ходе экспериментального исследования на некотором временном интервале. При этом вводится многомерное фазовое пространство, в котором "размещается" траектория изучаемого динамического процесса. В качестве динамических параметров, совокупность которых может однозначно характеризовать происходящую в этих условиях эволюцию, вводятся корреляционная размерность аттрактора, характеристики сечения Пуанкаре, коэффициенты Ляпунова, энтропия Колмогорова. Однако заметных достижений в приложении данной методологии к анализу экспериментально измеряемых временных рядов, характеризующих динамику реальных природных процессов, пока нет». – А.В.)

*Гидростатическое равновесие (на примере гравитационного поля планет).* Приведем, для сравнения, особенности гравитационных полей планет и Луны. Возможно, это поможет нам разобраться в том, действует ли принцип минимизации



энергии при самогравитации других планет и спутников. Рассмотрим подробнее гравитационные поля Луны, Венеры, Марса и Меркурия. Эти объекты Солнечной системы, по нашей модели, находятся на различных этапах эволюции. Луна и Марс “выработали” доставшееся при образовании вещество внутреннего ядра. В пользу этого говорит то, что магнитное поле на них было, но генерация его уже прекратилась. Это означает, что на этих объектах закончился этап тектонической активности, связанной с функционированием фазового перехода “испарение-конденсация”. Несмотря на то, что Меркурий меньше Марса, на нем продолжается генерация дипольного магнитного поля и, как следует из нашей модели, фазовый переход еще продолжает “работать”. Это означает, что на Меркурии могут происходить процессы релаксации вещества внутреннего ядра и, как их следствие, циклы сжатия и расширения. (По видимому, именно наличию сравнительно большого внутреннего ядра Меркурий “обязан” столь большой величиной средней плотности). Естественно, что и на Луне, и на Марсе внутреннего ядра уже нет, не могут происходить и эволюционные циклы. На Венере, несмотря на то, что там магнитное поле не обнаружено, внутреннее ядро должно было бы ещё сохраниться. (Хотя это вопрос дискуссионный). Если это так, то там, возможно, должны происходить циклы, аналогичные земным. Таким образом, на Луне и Марсе могут наблюдаться эффекты некомпенсации гравитационных аномалий и большие ундуляции высот геоида. На Меркурии и Венере, как и на Земле, должен работать механизм гидростатического выравнивания.

Поверхности, аналогичные геоиду, определены для Луны, Марса и Венеры (Хаббард, 1987):

*Луна.* Эквипотенциальная поверхность Луны выглядит сигарообразной с большой осью, направленной к Земле. На карте селеноида (лунного геоида) видны “возвышения” гравитационного потенциала, соответствующие двум возвышениям - Морю Дождей и Морю Ясности, круговым бассейнам, базальтовым “морям”. Менее отчетливая структура соответствует Морю Кризисов. Гравитационные поднятия, коррелирующие с круговыми морями, называют масконами. Масконы, в основном, - положительны, но известны и отрицательные, например, Море Восточное.

По сравнению с геоидом, форма гравитационного поля Луны является очень неровной. Высоты селеноида достигают 500 метров, что в 10 раз больше, чем на Земле. Однако если учесть, что сила тяжести на Луне примерно 1/6 земной, а средняя плотность составляет 0.6 от земной, то высота лунного геоида  $h \sim 1/\rho g$ , и должна быть больше примерно в 10 раз.

*Меркурий.* Карта высот геоида Меркурия ещё не построена. Наблюдения за поверхностью Меркурия говорят о том, что “он подвергся значительному изменению радиуса после образования литосферы” (Хаббард, 1987). Оценки, сделанные по данным фотогеологических измерений, показывают, что Меркурий подвергся уменьшению радиуса на величину примерно 1-2 км. С другой стороны, рассуждения на тему о внутреннем устройстве Меркурия и дифференциации его недр, приводят исследователей к выводу относительно возможного увеличения радиуса Меркурия примерно на 10 км (там же). (По всей видимости, можно считать, что на Меркурии происходят пульсации его размера).

*Венера.* Карта высот внешней уровенной поверхности Венеры известна (Хаббард, 1987). Основные высокие области Венеры, это земля Иштар, где расположены высочайшие вершины - горы Максвелла; область Бета и “суперконтинент” - земля Афродиты. Наибольшие отклонения высот «геоида» Венеры близки к земным и составляют 60 - 80 м. Более точная информация о гравитационном поле Венеры представлена на карте вертикальной компоненты ускорения силы тяжести на высоте 200 км, полученная по измерениям орбитальной станции “Пионер-Венера” (там же). Максимальные отклонения  $\Delta g$  не превышают 100 мГал, что примерно соответствует гравитационному полю Земли.

*Марс.* Как известно, марсианские вулканы в области Фарсида достигают высоты 20 км. Характерные диаметры этих вулканов так же весьма значительны: 500 - 600 км, что намного превышает размеры земных вулканов. На Марсе нет следов плитной тектоники, зато явно наблюдаются разрывы и растяжения. Карта высот ареоида (марсианского геоида) показывает очень большие величины, достигающие километра и более. Эта негидростатическая вариация ареоида соизмерима с разницей между полярным и экваториальным радиусами (18 км).

*Юпитер и другие "гиганты".* Неизвестно, есть ли карта высот геоида Юпитера и других планет "гигантов", по всей видимости, она ещё не построена. Известно, что гравитационное поле Юпитера обладает "удивительной" симметрией. Это может говорить о том, что Юпитер хорошо гидростатичен.

*Выводы.* Приведенные данные по гравитационному полю планет и Луны подтверждают наши представления о том, что планета, которая находится в состоянии тектонической активности, за счет следующих один за другим циклов расширения и сжатия способна поддерживать гидростатическое равновесие. И наоборот, если на ней тектоническая активность прекратилась, то гравитационное поле такой планеты (спутника) очень несимметричное, а ундуляции геоида очень велики. Вполне возможно, что и на этих планетах происходит гидростатическое выравнивание, аналогичное тому, что имеет место на Земле в настоящее время, т.е. растекание литосферы и связанные с ней сейсмичность и вулканизм.

Анализируя приведенные данные, можно сделать еще один вывод, который касается влияния вращения на процесс гидростатического выравнивания, иначе, минимизации гравитационной энергии. Оказывается, вращение (планеты, как целой – А.В.) здесь не играет заметной роли, хотя, казалось бы, соблюдение принципа равенства угловых моментов и их перераспределение между различными частями гравитирующего шара, давало бы преимущество Земле по сравнению с Венерой. Однако, т.к. величины высот геоида на этих планетах практически равны, этот фактор, по-видимому, не играет заметной роли.

*Распределение плотности.* Определим распределение плотности гравитирующего шара, исходя из принципа минимизации гравитационной энергии (Шен, 1984). Запишем требование минимума функционала, определяющего гравитационную энергию шара, в математической форме (Магницкий, 1965):

$$\Omega = - 2\pi \int_0^R \varphi \rho r^2 dr \quad (5.35)$$

где  $\varphi$  – гравитационный потенциал,  $\rho = \rho(r)$  - плотность,  $R$  - радиус шара (планеты). Минимизировать функционал (5.35) можно лишь одним способом, посредством преобразования функции  $\rho = \rho(r)$ . Эта функция должна удовлетворять заданным значениям массы планеты  $M$  и момента инерции  $I$  (второму и третьему соотношению в (5.1) – А.В.):

$$\left. \begin{aligned} M &= 4\pi \int_0^R \rho r^2 dr \\ I &= 8/3\pi \int_0^R \rho r^4 dr \end{aligned} \right\} (5.36)$$

Определим распределение плотности по радиусу гравитирующего шара:

$$\rho_{max}(r) \geq \rho(r) \geq \rho_{min}(r), \quad 0 \leq r \leq R \quad (5.37)$$

Условия (5.35), (5.36) и (5.37) необходимы и достаточны для того, чтобы поставить вариационную задачу с целью определения закона распределения плотности, удовлетворяющего принципу минимизации гравитационной энергии шара. Решение имеет вид (Шен, 1984):

$$\rho(r) = \rho_{max}(r), \quad 0 \leq r \leq R \quad (5.38)$$

Этот результат соответствует однородности планеты в начальном состоянии равновесия. Решение включает и тот случай, когда планета неоднородна, но компоненты ее вещества равномерно перемешаны. При этом возможно протекание процессов гравитационной дифференциации. (Заметим, что возникающий при этом вопрос о неизменности радиуса планеты принято считать очевидным и даже не обсуждать).

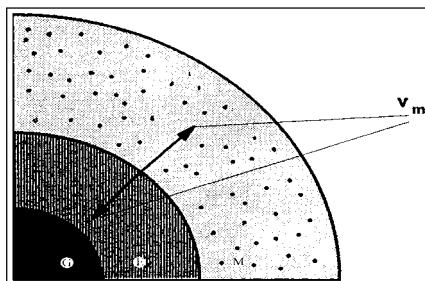
Ситуация с возможным переносом (перераспределением) масс в процессе эволюции планеты вполне обоснована. Формулируем постановку задачи, следуя (Шен, 1991): каким должно быть перемещение масс внутри планеты (какой должна быть структура вариации плотности), чтобы оно привело к наименьшему значению гравитационной энергии при неизменных массе и моменте инерции. Отличием этой задачи от предыдущей является то, что нуль становится внутренней точкой области допустимых значений вариации  $\delta\rho(r)$  для каждой точки  $r_o \leq r \leq R$ . Решение задачи оказывается разрывным:

$$\left. \begin{aligned} \delta\rho(r) &= \delta\rho_{max}(r), & 0 \leq r \leq r_G, & \} \\ \delta\rho(r) &= \delta\rho(r), & r_G \leq r \leq r_o, & \} \\ \delta\rho(r) &= \delta\rho_{min}(r), & r_o \leq r \leq R. & \} \end{aligned} \right\} \quad (5.39)$$

Здесь  $\delta\rho_{max}$ ,  $\delta\rho$ , и  $\delta\rho_{min}$  - границы области допустимых значений  $\delta\rho(r)$ , а  $r_o$  и  $r_G$  - первая и вторая точки разрыва непрерывности вариации.

Полученная вариация должна превращать однородную модель в многослойную. Причем, отметим, что этот переход может происходить только при увеличении объема модели. (Заметим, что применение принципа наименьшего действия (Клушин, 1963) приводит к несколько другому условию – вертикальному перераспределению плотности (с. 148) – А.В.)

Таким образом, принятые нами очевидные предположения о минимуме гравитационной энергии, постоянстве массы и момента инерции планеты приводят к выводу об её расширении (? – в свете нашего предыдущего замечания – А.В.) в процессе эволюции. Использование принципа минимизации гравитационной энергии естественным образом приводит к минимизации времени образования планеты, во-первых. Во-вторых, перемещение масс (по (Клушин, 1963) – перемещение плотности – А.В.) вдоль по радиусу, происходящее при превращении однородной модели в многослойную, должно сопровождаться ответным перемещением масс в обратную сторону, таким образом, чтобы соблюдалось постоянство момента импульса (рис. 5.9). И, наконец, гравитирующий шар (звезда, планета, большой спутник) рассматривается как саморегулирующаяся, самоорганизующаяся система в терминах теории самоорганизации и оптимальных процессов».



**Рис. 5.9.** Перенос массы: положительной (наружу, в направлении увеличения радиуса Земли) при формировании мантии и “отрицательной” (внутрь), - при формировании внешнего ядра, при выполнении условия соблюдения постоянства момента импульса.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Буллен К.Е. Плотность Земли. М. Мир. 1978. 442 с.
2. Гутенберг Б. Физика земных недр. М.: ИЛ. 1963. 264 с.
3. Клушин И.Г. Взаимосвязь тектонических напряжений и магматизма Земли на основе вариационного принципа наименьшего действия // Зап. ЛГИ. 1963. Т. 46. Вып. 1. С. 33-50.
4. Кузнецов В.В. Физика горячей Земли. Новосибирск. 2000. 365 с.
5. Магницкий В.А. Внутреннее строение и физика Земли. М. Недра. 1965. 379 с.
6. Мишин С.В. Элементы сейсмологии. Магадан: СВКНИИ ДВО РАН. 1993. 167 с.
7. Молоденский М.С. Плотность и упругость внутри Земли // Труды ГеоФИАН СССР. 19 (146). 3. 1953.
8. Молоденский М.С., Еремеев В.Ф., Юркина М.И. Оценка точности ряда Стокса и некоторые попытки уточнения его теории // Тр. ЦНИИГАиК. 1962. Вып. 145. С. 3-21.
9. Серкерев С.А. Теория гравитационного и магнитного потенциалов. М. Недра. 1990. 304с.
10. Тяпкин К.Ф. Физика Земли. Киев: Вища школа. 1998. 312 с.
11. Хаббард У. Внутреннее строение планет. М. Мир. 1987. 327 с.
12. Шен Э.Л. Расширение Земли в связи с формированием её глобальной структуры // Проблемы расширения и пульсаций Земли. М. Наука. 1984. С.180-185.
13. Шен Э.Л. Типы внутренней структуры Земли и возможные схемы эволюции Земли и планет. Изв. АН СССР. Физика Земли. 1991. № 2. С. 18-25.
14. Шустер Г. Детерминированный хаос: Введение. М.: Мир. 1988. 240 с.
15. Вак Р. How nature works: The science of self-organized criticality/ Oxford: Oxford Univ. press. 1997. 212 p.
16. Chao B.F., Gross R.S. Changes in the Earth's rotation and low-degree gravitational field induced by earthquakes // Geophys. J.R. astr. Soc. 1987. V. 91. P. 569-596.
17. Chao B.F., Gross R.S. Changes in the Earth's rotational energy induced by earthquakes // Geophys. J. Int. 1995. V. 122. P. 776-783.
18. Chao B.F., Gross R.S. and Dong D-N. Changes in global gravitational energy induced by earthquakes // Geophys. J. Int. 1995. V. 122. P. 784-78.
19. Hegger R., Kantz H., Schreiber T. Practical implementation of nonlinear time series methods: The TISEAN package // Chaos. 1999. V. 9. N 2. P. 413-435.